

# **Erzeugung von Produktionsplänen für die Pharmawirkstoffherstellung durch Kombination metaheuristischer Elemente und mathematischer Optimierung**

Dissertation zur Erlangung  
des akademischen Grades eines Doktors  
der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften (Dr. rer. pol.)  
am Fachbereich Betriebswirtschaftslehre  
der Universität Hamburg

vorgelegt von  
Björn-Ragnar Weber

Prüfungskommission:

Vorsitzender - Prof. Dr. Henrik Sattler

1. Gutachter - Prof. Dr. Hartmut Stadtler

2. Gutachter - Prof. Dr. Wolfgang Brüggemann

Datum der Disputation: 30. September 2009

## Danksagung

Hiermit danke ich Herrn Prof. Dr. Hartmut Stadtler für die Begleitung meiner Promotion als Doktorvater, eine trotz der Entfernung gelungene Betreuung, richtungsweisende Hinweise sowie den richtigen Rat zur rechten Zeit. Des Weiteren bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr. Wolfgang Brüggemann für hilfreiche Kommentare, Anmerkungen und die Verfassung des Zweitgutachtens sowie bei Herrn Prof. Dr. Henrik Sattler für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Mein besonderer Dank gilt Dr. Rainer Lecht sowie Dr. Klaus-Jürgen Heider dafür, dass sie bereit waren, neue Wege zu gehen und mir die Erstellung dieser Arbeit bei Boehringer Ingelheim ermöglicht haben.

Ich möchte mich außerdem sehr bei den zahlreichen Kollegen und Kolleginnen bei Boehringer Ingelheim bedanken, die mich freundlich in die Welt der Pharmawirkstoffproduktion eingeführt haben sowie stets ein offenes Ohr für meine Fragen hatten und somit zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Mein Dank gebührt auch meinem akademischen Kollegen Christian Seipl für seine nützlichen und hilfreichen Ratschläge zu technischen Fragestellungen. Nicht ohne Dank sollen auch diejenigen bleiben, die sich zwecks Korrekturlesens mit viel Mühe durch das Manuskript dieser Arbeit gekämpft haben.

Besonders danke ich meinen Eltern für ihre jahrelange Unterstützung sowie meiner ganzen Familie für den von ihr gebotenen Rückhalt und dafür, dass sie die gesamte Entstehung dieser Arbeit mit viel Interesse und Anteilnahme verfolgt hat. Äußerst dankbar bin ich vor allem Lorraine für ihre moralische Unterstützung und aufgebrachte Geduld.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>ix</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>xiii</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>xvii</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xix</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation und Zielsetzung . . . . .	1
1.2 Aufbau dieser Arbeit . . . . .	3
<b>2 Die Prozessindustrie</b>	<b>5</b>
2.1 Abgrenzung zur diskreten Industrie . . . . .	5
2.2 Typologie von Planungsproblemen in der Prozessindustrie . . . . .	7
2.2.1 Prozessführung . . . . .	7
2.2.2 Verfahrenstiefe und Materialflussstruktur . . . . .	10
2.2.3 Produktionsanlagen . . . . .	11
2.2.4 Lagerung von Produkten . . . . .	13
2.3 Besonderheiten der Pharmawirkstoffproduktion . . . . .	14
<b>3 Modellierung und Lösung von Planungsproblemen</b>	<b>17</b>
3.1 Einordnung der Produktionsplanung und -steuerung . . . . .	17
3.2 Lösungsverfahren . . . . .	20
3.2.1 Exakte Lösungsverfahren . . . . .	21
3.2.2 Heuristiken . . . . .	24
3.2.2.1 Klassische Methoden der Heuristik . . . . .	26
3.2.2.2 Moderne Metaheuristiken . . . . .	29
3.3 Modellformulierungen . . . . .	34
3.3.1 Darstellung von Prozessen . . . . .	35
3.3.2 Darstellung der Zeit . . . . .	37
3.4 Methoden zur Reduktion der Modellgröße . . . . .	38
3.4.1 Dekomposition . . . . .	38
3.4.2 Modellvereinfachungen . . . . .	39
3.4.3 Reaktive Planung . . . . .	42

<b>4</b>	<b>Lösungsansätze für Planungsprobleme der Prozessindustrie</b>	<b>45</b>
4.1	Kontinuierliche Prozessführung . . . . .	45
4.2	Diskrete Prozessführung . . . . .	52
4.2.1	Kampagnenplanung . . . . .	52
4.2.2	Short-term-mode . . . . .	62
4.3	Kritische Würdigung . . . . .	72
<b>5</b>	<b>Problembeschreibung und Modellformulierung</b>	<b>75</b>
5.1	Problembeschreibung . . . . .	75
5.1.1	Restriktionen . . . . .	75
5.1.2	Bewertung . . . . .	78
5.2	Modellformulierung . . . . .	80
5.3	Problem- und Modellerweiterungen . . . . .	93
5.3.1	Betriebsstillstände . . . . .	93
5.3.2	Qualitätskontrolle . . . . .	94
5.3.3	Nicht lagerfähige Produkte . . . . .	97
5.3.4	Rohstoffe . . . . .	102
5.3.5	Verspätete Bedienung der Nachfrage . . . . .	105
5.3.6	Sicherheitsbestand . . . . .	108
<b>6</b>	<b>Heuristisches Lösungsverfahren</b>	<b>113</b>
6.1	Entwicklung und Übersicht des heuristischen Lösungsansatzes . . . . .	113
6.2	Eröffnungsheuristik . . . . .	116
6.2.1	Einführung . . . . .	116
6.2.2	Steurheuristik . . . . .	120
6.2.2.1	Pseudounzulässigkeit . . . . .	120
6.2.2.2	Bausteine der Steuerheuristik . . . . .	121
6.2.2.3	Verknüpfung der Bausteine . . . . .	127
6.2.3	Einplanungsheuristik zur Planerstellung . . . . .	129
6.2.3.1	Auswahl des zu bearbeitenden Produktes . . . . .	129
6.2.3.2	Wahl des Outputprozesses und der Produktionsweise . . . . .	132
6.2.3.3	Ausführbarkeit der ausgewählten Produktionsweise . . . . .	138
6.2.3.4	Berücksichtigung von Zwangskopplungen bei der Einplanung . . . . .	140
6.2.3.5	Methoden zur Heilung von Plänen . . . . .	141
6.2.4	Zusammenfassung . . . . .	152
6.3	Verbesserungsheuristik . . . . .	153
6.3.1	MILP-basierte Kampagnenverschiebung . . . . .	154
6.3.1.1	Einschränkung der Entscheidungsdimensionen . . . . .	154
6.3.1.2	Modellformulierung . . . . .	158

6.3.1.3	Preprocessing . . . . .	177
6.3.2	Heuristiken zur schrittweisen Verbesserung . . . . .	196
6.3.2.1	Kampagnentausch . . . . .	196
6.3.2.2	Batchelimination . . . . .	203
6.3.2.3	Kampagnenfusion Typ 3 . . . . .	209
6.3.2.4	Verschiebung einzelner Batches . . . . .	212
6.3.3	Einplanung zusätzlicher Produktionsmengen . . . . .	215
6.3.4	Verknüpfung der Module . . . . .	219
6.4	Globales Preprocessing . . . . .	220
6.4.1	Reduktion der Anzahl abzubildender Anlageneinheiten . . . . .	223
6.4.2	Minimale Herstellkosten eines Produktes . . . . .	227
6.4.3	Ober- und Untergrenzen der Kapazitätsnutzung einzelner Anlageneinheiten . . . . .	228
6.4.4	Untere Schranke für die Kosten des optimalen Produktionsplanes . . . . .	237

**7 Anwendung des heuristischen Lösungsverfahrens auf ausgewählte Testinstanzen 243**

7.1	Einleitung . . . . .	243
7.2	Testinstanzen TI-1, TI-2a und TI-2b . . . . .	244
7.3	Testinstanzen TI-HS . . . . .	248

**8 Zusammenfassung und Schlussbemerkung 259**

**A Daten TI-1 261**

**B Daten TI-2a 289**

**C Daten TI-2b 313**

**D Daten TI-HS 319**



# Tabellenverzeichnis

2.1	Unterschiede zwischen Prozess- und diskreter Industrie . . . . .	6
3.1	Begriffsentsprechungen zwischen Thermodynamik und Optimierung . . . . .	31
4.1	Literaturübersicht – Planungsmodelle in der Prozessindustrie bei kontinuierlicher Prozessführung . . . . .	50
4.2	Literaturübersicht – Planungsmodelle in der Prozessindustrie bei diskreter Prozessführung . . . . .	68
5.1	Kampagnenreihenfolge-Nebenbedingungen und $F_{ici'c'}^{C \leq C}$ . . . . .	83
5.2	Nebenbedingungen für $N_{sici'c'n'}^{F \leq S_n}$ und $F_{sici'c'n'}^{EF \leq S_n}$ . . . . .	85
5.3	Nebenbedingungen für $N_{ici'c'n'}^{S \leq S_n}$ und $F_{ici'c'n'}^{SL \leq S_n}$ . . . . .	86
5.4	Nebenbedingungen für $N_{ick}^{F \leq k}$ und $F_{ick}^{EF \leq k}$ . . . . .	87
5.5	Nebenbedingungen für $N_{ick}^{S \leq k}$ und $F_{ick}^{SL \leq k}$ . . . . .	88
5.6	Betriebsstillstands-Nebenbedingungen und $F_{bic}^{B \leq C}$ . . . . .	94
5.7	Nebenbedingungen für $N_{ick}^{S < k}$ und $F_{ick}^{SL < k}$ . . . . .	105
6.1	Entscheidungsdimensionen und -variablen der ursprünglichen Modellformulierung für das Gesamtproblem . . . . .	156
6.2	Abhängigkeiten der Kostenbestandteile vor und nach Fixierung der Variablen . . . . .	159
6.3	Fixierung der Binärvariablen $F_{bic}^{B \leq C}$ und Anwendungsbereich der Betriebsstillstands-Nebenbedingungen . . . . .	162
6.4	Betriebsstillstands-Nebenbedingungen und $F_{bic}^{B \leq C}$ . . . . .	163
6.5	Übersicht der Materialfluss-Nebenbedingungen . . . . .	164
6.6	Hilfsvariablen der Materialfluss-Nebenbedingungen und ihre Nomenklatur . . . . .	169
6.7	Nebenbedingungen für $N_{sici'c'n'}^{*FQ \leq S_n}$ und $F_{sici'c'n'}^{*EFQ \leq S_n}$ . . . . .	170
6.8	Nebenbedingungen für $N_{ici'c'n'}^{*S \leq S_n}$ und $F_{ici'c'n'}^{*SL \leq S_n}$ . . . . .	172
6.9	Nebenbedingungen für $N_{sick}^{*FQ \leq k}$ und $F_{sick}^{*EFQ \leq k}$ . . . . .	173
6.10	Nebenbedingungen für $N_{ick}^{*S \leq k}$ und $F_{ick}^{*SL \leq k}$ . . . . .	174
6.11	Nebenbedingungen für $N_{ick}^{*S < k}$ und $F_{ick}^{*SL < k}$ . . . . .	175

6.12	Übersicht der für die Materialfluss-Nebenbedingungen zu bestimmenden Parameter . . . . .	186
6.13	Bestimmung von $\hat{n}_{sick}^{FQ \leq k}$ . . . . .	187
6.14	Bestimmung von $\hat{n}_{sick}^{FQ \leq k}$ . . . . .	187
6.15	Bestimmung von $\hat{n}_{sick}^{S \leq k}$ . . . . .	188
6.16	Bestimmung von $\hat{n}_{sick}^{S \leq k}$ . . . . .	188
6.17	Bestimmung von $\hat{n}_{sick}^{S < k}$ . . . . .	189
6.18	Bestimmung von $\hat{n}_{sick}^{S < k}$ . . . . .	190
6.19	Bestimmung von $\hat{n}_{sick}^{FQ \leq S_n}$ . . . . .	191
6.20	Bestimmung von $\hat{n}_{sick}^{FQ \leq S_n}$ . . . . .	193
6.21	Bestimmung von $\hat{n}_{sick}^{S \leq S_n}$ . . . . .	194
6.22	Bestimmung von $\hat{n}_{sick}^{S \leq S_n}$ . . . . .	195
6.23	Bestimmung von $\hat{n}_{sick}^{FQ < EnQ}$ . . . . .	197
6.24	Bestimmung von $\hat{n}_{sick}^{S < EnQ}$ . . . . .	198
6.25	Reduktion der Anlageneinheiten – Beispiel . . . . .	225
6.26	Parameter der Kapazitätsauslastung . . . . .	229
7.1	Umfang der Testinstanzen TI-1, TI-2a und TI-2b . . . . .	245
7.2	Ergebnisse für TI-1, TI-2a und TI-2b . . . . .	246
7.3	TI-HS – Umfang der Testinstanzen . . . . .	250
7.4	TI-HS – Ergebnisse I . . . . .	252
7.5	TI-HS – Ergebnisse II . . . . .	254
A.1	TI-1 – Einzelparameter . . . . .	261
A.2	TI-1 – Betriebsstillstände $b \in \mathcal{B}$ . . . . .	261
A.3	TI-1 – Produkte $s \in \mathcal{S}$ . . . . .	262
A.4	TI-1 – Endprodukte $s \in \mathcal{S}^{fin}$ . . . . .	264
A.5	TI-1 – Nachfrage von Produkt $s \in \mathcal{S}^{fin}$ in Periode $k \in \mathcal{K}$ . . . . .	265
A.6	TI-1 – Sicherheitsbestandsprodukte $s \in \mathcal{S}^{SS}$ . . . . .	279
A.7	TI-1 – Rohstoffe $s \in \mathcal{S}^{raw}$ . . . . .	280
A.8	TI-1 – Feststehende Rohstofflieferungen von Produkt $s \in \mathcal{S}^{raw}$ in Periode $k$ . . . . .	281
A.9	TI-1 – Prozesse $i \in \mathcal{I}$ . . . . .	282
B.1	TI-2a – Einzelparameter . . . . .	289
B.2	TI-2a – Betriebsstillstände $b \in \mathcal{B}$ . . . . .	289
B.3	TI-2a – Produkte $s \in \mathcal{S}$ . . . . .	290
B.4	TI-2a – Endprodukte $s \in \mathcal{S}^{fin}$ . . . . .	293
B.5	TI-2a – Nachfrage für Endprodukte $s \in \mathcal{S}^{fin} \cap \{1005-6009\}$ in Periode $k \in \mathcal{K}$ . . . . .	294

B.6	TI-2a – Nachfrage für Endprodukte $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \{6012-16001\}$ in Periode $k \in \mathcal{K}$ . . . . .	298
B.7	TI-2a – Sicherheitsbestandsprodukte $s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}$ . . . . .	302
B.8	TI-2a – Rohstoffe $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$ . . . . .	303
B.9	TI-2a – Feststehende Rohstofflieferungen von Produkt $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$ in Periode $k$ . . . . .	304
B.10	TI-2a – Prozesse $i \in \mathcal{I}$ . . . . .	305
C.1	TI-2b – zusätzliche Produkte $s \in \mathcal{S}$ . . . . .	313
C.2	TI-2b – zusätzliche Endprodukte $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$ . . . . .	314
C.3	TI-2b – Nachfrage für zusätzliche Endprodukte $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$ in Periode $k \in \mathcal{K}$ . . . . .	315
C.4	TI-2b – Feststehende ausschließliche Lieferungen zusätzlicher Rohstoffe $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$ . . . . .	316
C.5	TI-2b – zusätzliche Prozesse $i \in \mathcal{I}$ . . . . .	317
D.1	TI-HS – Einzelparameter . . . . .	319
D.2	TI-HS – Produkt-Lagerkosten . . . . .	319
D.3	TI-HS – NP1: Nachfrage für Endprodukte $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$ in Peri- ode $k \in \mathcal{K}$ . . . . .	320
D.4	TI-HS – NP2: Nachfrage für Endprodukte $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$ in Peri- ode $k \in \mathcal{K}$ . . . . .	320
D.5	TI-HS – NP3: Nachfrage für Endprodukte $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$ in Peri- ode $k \in \mathcal{K}$ . . . . .	321
D.6	TI-HS – Prozesse $i \in \mathcal{I}$ . . . . .	321
D.7	TI-HS – Materialauflösung für MF1 . . . . .	322
D.8	TI-HS – Materialauflösung für MF2 . . . . .	322
D.9	TI-HS – Materialauflösung für MF3 . . . . .	323



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Entwicklung des Produktionsindexes der Pharma- und Chemieindustrie im Vergleich zum gesamten produzierenden Gewerbe . . . . .	2
2.1	Idealtypischer Prozessverlauf . . . . .	9
2.2	Materialflusstrukturen . . . . .	11
2.3	Einsatzbereiche verschiedener Produktionsanlagentypen . . . . .	12
3.1	Supply-Chain-Planning-Matrix . . . . .	18
3.2	Softwaremodule zur Abdeckung der Supply-Chain-Planning-Matrix . . . . .	19
3.3	Problemklassen . . . . .	21
3.4	Lokale Nachbarschaftssuche (Pseudocode) . . . . .	27
3.5	Beispiele lokaler Nachbarschaftssuche mit iterativer Verbesserung	28
3.6	Simulated Annealing (Pseudocode) . . . . .	31
3.7	Tabu Search (Pseudocode) . . . . .	33
3.8	Ant Colony Optimization (Pseudocode) . . . . .	33
3.9	Beispiel einer STN-Darstellung . . . . .	36
3.10	Darstellung der Zeit . . . . .	38
3.11	Dekomposition . . . . .	40
3.12	Zielfunktion in Abhängigkeit zweier Variablen . . . . .	41
5.1	Schematische Darstellung des Planungszeitraumes . . . . .	76
5.2	Mengendarstellung der Produkttypen I . . . . .	76
5.3	Schematische Darstellung einer Kampagne <i>ic</i> . . . . .	77
5.4	Reihenfolge von Kampagnen eines Prozesses im Planungszeitraum	82
5.5	Auswirkung der Qualitätskontrolle auf den Materialfluss . . . . .	95
5.6	Mengendarstellung der Produkttypen II . . . . .	98
5.7	Zwangskopplung von Kampagnen . . . . .	98
5.8	Batchzusammenfassung zur Darstellung zwangsgekoppelter Kampagnen . . . . .	99
5.9	Batchverlängerung zur Darstellung zwangsgekoppelter Kampagnen . . . . .	100
5.10	Aggregation zwangsgekoppelter Kampagnen bzw. der dazugehörigen Prozesse . . . . .	101

5.11 Mengendarstellung der Produkttypen III . . . . .	102
5.12 Rohstoffbestellung und -lieferung . . . . .	103
5.13 Mengendarstellung der Produkttypen IV . . . . .	108
5.14 Fragmentierung des Sicherheitsbestandes . . . . .	109
6.1 Abdeckung des Lösungsraumes durch Lösungsverfahren . . . . .	114
6.2 Dekompositionsschema der Heuristik . . . . .	117
6.3 Aufbau der Eröffnungsheuristik . . . . .	118
6.4 Zulässigkeit und Pseudounzulässigkeit verschiedener Produkttypen . . . . .	121
6.5 <b>Curtain</b> (Pseudocode) . . . . .	122
6.6 <b>Dribble</b> (Pseudocode) . . . . .	124
6.7 <b>Rise</b> (Pseudocode) . . . . .	126
6.8 Steuerheuristik (Pseudocode) . . . . .	128
6.9 <b>SubScheduler-1</b> (Pseudocode) . . . . .	133
6.10 <b>SubScheduler-n</b> (Pseudocode) . . . . .	135
6.11 <b>Scheduler</b> (Pseudocode) . . . . .	142
6.12 <b>CFusion1</b> (Pseudocode) . . . . .	143
6.13 Prinzip der Kampagnenfusion mit <b>CFusion1</b> . . . . .	144
6.14 <b>CFusion2</b> (Pseudocode) . . . . .	146
6.15 Beispiel der Anwendung von <b>CFusion2</b> unter Fixierung der Kampagne $ic$ . . . . .	148
6.16 <b>ShiftScheduler-1</b> (Pseudocode) . . . . .	150
6.17 <b>ShiftScheduler-n</b> (Pseudocode) . . . . .	151
6.18 Berechnung der Kampagnenstartzeitfenster (Pseudocode) . . . . .	178
6.19 Berechnung der Mindestabstände zwischen den Startzeitpunkten zweier Kampagnen und Initialisierung von $\mathcal{C}^{\text{Pre}}$ und $\mathcal{C}^{\text{Suc}}$ (Pseudocode) . . . . .	179
6.20 Berechnung der frühestmöglichen Startzeit $\check{t}_{ic}^{\rightarrow}$ einer Kampagne $ic$ (Pseudocode) . . . . .	181
6.21 Voraussetzungen für die Änderung des Startfensters einer Kampagne aufgrund der Lage von Betriebsstillständen . . . . .	181
6.22 Berechnung der spätestmöglichen Startzeit $\hat{t}_{ic}^{\rightarrow}$ einer Kampagne $ic$ (Pseudocode) . . . . .	183
6.23 Berechnung der frühest- und spätestmöglichen Kampagnenstartzeiten unter Ausnutzung der Materialverfügbarkeit und -bereitstellung (Pseudocode) . . . . .	184
6.24 Supermodul bestehend aus Heuristiken zur schrittweisen Verbesserung . . . . .	196
6.25 Hauptalgorithmus <b>CSwitchShift</b> (Pseudocode) . . . . .	200
6.26 Subalgorithmus <b>CSwitchShift-CalcEnd</b> . . . . .	201
6.27 Beispiel Kampagnentausch . . . . .	202

6.28	Hauptalgorithmus <code>DelBatches</code> (Pseudocode) . . . . .	204
6.29	Bestimmung der Anzahl zu löschender Batches $n^{\text{ToDel}}$ . . . . .	206
6.30	<code>CFusion3</code> (Pseudocode) . . . . .	210
6.31	<code>BatchShift</code> (Pseudocode) . . . . .	213
6.32	Überprüfte Möglichkeiten der Batchverschiebung in <code>BatchShift</code>	214
6.33	<code>XGenAddMaster</code> (Pseudocode) . . . . .	215
6.34	<code>XGenAdd</code> (Pseudocode) . . . . .	217
6.35	<code>XGenAddScheduler</code> (Pseudocode) . . . . .	219
6.36	Möglichkeiten der Modulverknüpfung (Pseudocode) . . . . .	221
7.1	Leistung der einzelnen Heuristikstufen für TI-1, TI-2a und TI-2b	247
7.2	Entwicklung der Lösungsgüte im Verlauf der Heuristik . . . . .	249
7.3	Leistung der einzelnen Heuristikstufen für TI-HS (Durchschnitt aller Testinstanzen) . . . . .	257
A.1	TI-1 – Materialflusststrukturen . . . . .	284
B.1	TI-2a – Materialflusststrukturen . . . . .	308
C.1	TI-2b – Zusätzliche Materialflusststrukturen . . . . .	316
D.1	TI-HS – Materialflusststrukturen . . . . .	324



# Abkürzungsverzeichnis

ACO	Ant Colony Optimization
APS	Advanced Planning System
ATP	Available to Promise
CP	Constraint Programming
CSP	Constraint Satisfaction Problem
DP	Dynamische Programmierung
EMA	European Medicines Agency
FDA	Food and Drug Administration
FIS	Finite Intermediate Storage
FW	Finite Wait (Produkt)
GE	Geldeinheit(en)
LP	Linear Programming
ME	Mengeneinheit(en)
MILP	Mixed-Integer Linear Programming
MINLP	Mixed-Integer Non-Linear Programming
Nbdg.	Nebenbedingung
NIS	No Intermediate Storage
NLP	Non-Linear Programming
PLSP	Proportional Lot-Sizing and Scheduling Problem
PP&S	Production Planning & Scheduling
SA	Simulated Annealing
SOS	Special Ordered Set
TI	Testinstanz
TS	Tabu Search
UIS	Unlimited Intermediate Storage
UW	Unlimited Wait (Produkt)

## *Abkürzungsverzeichnis*

VNDS	Variable Neighborhood Decomposition Search
VND	Variable Neighborhood Descent
VNS	Variable Neighborhood Search
ZE	Zeiteinheit(en)
ZW	Zero Wait (Produkt)

# Symbolverzeichnis

## Indizes

$b$	Betriebsstillstände
$c$	Kampagnen eines Prozesses
$d$	Bedarfe
$f$	Fragmente des Sicherheitsbestandes (aufsteigend nach Anteil)
$g$	Kaskaden (Kampagnenkombination über mehrere Produktionsstufen)
$i$	Prozesse
$k$	Perioden
$m$	Index zur binären Codierung der Batches
$n$	Batches
$o$	Optionen
$p$	Produktionswerke
$s$	Produkte
$u$	Anlageneinheiten
$v$	virtuelle Anlageneinheiten

## Mengen

$\mathcal{B}$	Betriebsstillstände
$\mathcal{B}_u$	Betriebsstillstände, die Anlageneinheit $u$ betreffen
$\mathcal{B}_i^{\mathcal{U}}$	Betriebsstillstände $b$ , die mindestens eine Anlageneinheit betreffen, die vom Prozess $i$ genutzt wird, d. h. $\mathcal{U}_b \cap \mathcal{U}_i \neq \emptyset$
$\mathcal{C}_d$	Kampagnen, die zur Befriedigung des Bedarfes $d$ beitragen
$\mathcal{C}_g$	Kampagnen, die zur Kaskade $g$ gehören

$C_i$	Kampagnen des Prozesses $i$
$C_p$	Kampagnen, die dem Produktionswerk $p$ zugeordnet sind
$C_{ic}^{\text{DPre}}$	Kampagnen, die direkter Vorgänger der Kampagne $ic$ auf mindestens einer gemeinsam genutzten Anlageneinheit sind
$C_{ic}^{\text{DSuc}}$	Kampagnen, die direkter Nachfolger der Kampagne $ic$ auf mindestens einer gemeinsam genutzten Anlageneinheit sind
$C_{ic}^{\text{Pre}}$	Kampagnen, die Vorgänger der Kampagne $ic$ sind
$C_{ic}^{\text{Suc}}$	Kampagnen, die Nachfolger der Kampagne $ic$ sind
$C_{ic}^{\text{ZW}}$	Kampagnen die mit der Kampagne $ic$ direkt oder indirekt zwangsgekoppelt sind (einschließlich der Kampagne $ic$ selber)
$C_c^{\text{In}}$	Kampagnen, die ein Produkt verbrauchen, dass $c$ produziert
$C_c^{\text{Out}}$	Kampagnen, die ein Produkt produzieren, dass $c$ verbraucht
$D$	Bedarfe
$\mathcal{F}$	Fragmente des Sicherheitsbestandes
$\mathcal{G}$	Kaskaden (Kampagnenkombination über mehrere Produktionsstufen)
$\mathcal{G}_d$	Kaskaden (Kampagnenkombination über mehrere Produktionsstufen) zur Befriedigung des Bedarfes $d$
$\mathcal{I}$	Prozesse
$\mathcal{I}_c$	Prozesse, die der Kampagne $c$ zugeordnet werden können
$\mathcal{I}_u$	Prozesse, die Anlageneinheit $u$ belegen
$\mathcal{I}_u^{\text{Affected}}$	Prozesse, die direkt oder indirekt Einfluss auf die Belegung von Anlageneinheit $u$ haben können (Dies ist der Fall für jeden Prozess, der in einem Materialfluss enthalten ist, der an einer beliebigen Stelle eine Belegung von $u$ erfordern kann. Es gilt $\mathcal{I}_u \subseteq \mathcal{I}_u^{\text{Affected}}$ .)
$\mathcal{I}^{\text{bin}}$	Prozesse, deren Kampagnengröße durch eine Darstellung in binärer Form binär codiert wird
$\mathcal{I}^{\text{Cont}}$	temporär verwendete Menge von Prozessen
$\mathcal{I}_s^{\text{In}}$	Prozesse, die Produkt $s$ verbrauchen
$\mathcal{I}_s^{\text{Out}}$	Prozesse, die Produkt $s$ produzieren
$\mathcal{I}^{\text{sos1}}$	Prozesse, deren Kampagnengröße durch eine Darstellung in Form eines Special Ordered Set des Typs 1 binär codiert wird

$\mathcal{I}_b^u$	Prozesse $i$ , die mindestens eine Anlageneinheit nutzen, die vom Betriebsstillstand $b$ betroffen ist, d. h. $\mathcal{U}_i \cap \mathcal{U}_b \neq \emptyset$
$\mathcal{I}_i^u$	Prozesse, die mindestens eine Anlageneinheit gemeinsam mit Prozess $i$ nutzen, d. h. $\mathcal{U}_i \cap \mathcal{U}_{i'} \neq \emptyset$
$\mathcal{K}$	Perioden
$\mathcal{K}^{\text{SS}}$	Perioden $k$ , an deren Ende eine Überprüfung des Sicherheitsbestandes stattfindet
$\mathcal{L}$	Lösungen
$\mathcal{L}^{\text{Cont}}$	temporär verwendete Menge von Lösungen
$\mathbb{N}$	natürlichen Zahlen $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$
$\mathcal{N}_{ic}$	Batches der Kampagne $ic$
$\mathcal{O}^{\text{Cont}}$	temporär verwendete Menge von Optionen
$\mathcal{P}$	Produktionswerke
$\mathbb{R}_+$	positive reelle Zahlen
$\mathcal{S}$	Produkte
$\mathcal{S}^{\lambda_i}$	Produkte, dessen Lagerbestand im Planungszeitraum mindestens einmal die Pseudozulässigkeitsgrenze unterschreitet
$\mathcal{S}_u^{\text{Affected}}$	Produkte, die direkt oder indirekt Einfluss auf die Belegung von Anlageneinheit $u$ haben können (Dies ist der Fall für jedes Produkt, das in einem Materialfluss enthalten ist, der an einer beliebigen Stelle eine Belegung von $u$ erfordern kann.)
$\mathcal{S}^{\text{Cont}}$	temporär verwendete Menge von Produkten
$\mathcal{S}^{\text{DOut}}$	Nebenprodukte
$\mathcal{S}^{\text{DOut}\odot}$	Nebenprodukte die einen Zyklus im Materialfluss begründen
$\mathcal{S}^{\text{fin}}$	Endprodukte
$\mathcal{S}^{\text{In}}$	Produkte, die von mindestens einem Prozess verbraucht werden
$\mathcal{S}_c^{\text{In}}$	Produkte, die von Kampagne $c$ verbraucht werden
$\mathcal{S}_i^{\text{In}}$	Produkte, die von Prozess $i$ verbraucht werden
$\mathcal{S}^{\text{Out}}$	Produkte, die von mindestens einem Prozess erzeugt werden
$\mathcal{S}_c^{\text{Out}}$	Produkte, die von Kampagne $c$ erzeugt werden

$\mathcal{S}_i^{\text{Out}}$	Produkte, die von Prozess $i$ erzeugt werden
$\mathcal{S}_s^{\text{Pre}}$	Produkte, die direkte oder indirekte materialflussbedingte Vorgänger von Produkt $s$ sind
$\mathcal{S}^{\text{raw}}$	Rohstoffe
$\mathcal{S}^{\text{SS}}$	Produkte, für die ein Sicherheitsbestand vorgehalten werden soll
$\mathcal{S}^{\text{XGenAdd}}$	Produkte, die in <b>XGenAdd</b> auf ihre Bearbeitung warten
$\mathcal{S}^{\text{ZW}}$	nicht lagerfähigen Produkte
$\mathcal{U}$	Anlageneinheiten
$\mathcal{U}_p$	Produktionsanlagen, die zum Produktionswerk $p$ gehören
$\mathcal{U}_b$	Anlageneinheiten, die von Betriebsstillstand $b$ betroffen sind
$\mathcal{U}_i$	Anlageneinheiten, die von Prozess $i$ benutzt werden

## Parameter

$\overline{A}_{ic'i'c'}$	Zwangskopplungs-Zuordnungsparameter (1, wenn Outputkampagne $ic$ und Inputkampagne $i'c'$ zwangsgekoppelt sind; 0, sonst)
$\widehat{bl}_{sk}$	maximal erlaubte Fehlmenge des Endproduktes $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$ am Ende der Periode $k$
$c_s^{\text{Bl}}$	Kosten für die Verspätung der Nachfragerfüllung des Endproduktes $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$ pro Mengeneinheit und Periode
$c_s^{\text{BlPen}}$	Strafkosten für eine Verspätung der Nachfragerfüllung des Endproduktes $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$ pro Mengeneinheit und Periode
$c_i^{\text{Cl}}$	Reinigungskosten für eine Kampagne des Prozesses $i$
$c_i^{\text{ClPen}}$	Reinigungsstrafkosten für eine Kampagne des Prozesses $i$
$c_s^{\text{H}}$	Kosten für die Lagerung einer Mengeneinheit des Produktes $s$ pro Periode
$c_i^{\text{P}}$	Produktionskosten für ein Batch des Prozesses $i$
$\tilde{c}_s^{\text{P}}$	minimale Herstellkosten für Produkt $s$
$c_i^{\text{PPen}}$	Produktionsstrafkosten für ein Batch des Prozesses $i$
$c_{sf}^{\text{SS}}$	Kosten für die Unterschreitung des Sicherheitsbestandsfragmentes $f$ des Produktes $s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}$ pro Mengeneinheit und Periode

$c_{sf}^{\text{SSPen}}$	Strafkostensatz des Produktes $s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}$ für Unterschreitung des Sicherheitsbestandsfragments $f$ pro Mengeneinheit und Periode
$c_i^{\text{SU}}$	Rüstkosten für eine Kampagne des Prozesses $i$
$c_i^{\text{SUPen}}$	Rüststrafkosten für eine Kampagne des Prozesses $i$
$d_{sk}$	Nachfrage nach Produkt $s$ am Ende der Periode $k$
$\epsilon$	eine sehr kleine Zahl
$f_{sf}^{\text{SS}}$	Faktor, der die Obergrenze des Sicherheitsbestandsfragmentes $f$ des Produktes $s$ definiert
$\check{h}_{sk}^{\text{Q}<k}$	minimaler dispositiver qualitätsgeprüfter Lagerbestand des Produktes $s$ am Ende der Periode $k$
$\check{h}_{sk}^{\text{Q}<k}$	minimaler dispositiver qualitätsgeprüfter Lagerbestand des Produktes $s$ unmittelbar vor Ende der Periode $k$
$\check{h}_{sicn}^{\text{Q}\leq\text{Sn}}$	minimaler dispositiver qualitätsgeprüfter Lagerbestand des Produktes $s$ zum Zeitpunkt, an dem das $n$ -te Batch der Kampagne $ic$ beginnt
$h_s^{\text{Q}0}$	qualitätsgeprüfter Lagerbestand des Produktes $s$ zu Beginn des Planungszeitraumes
$h_s^0$	Lagerbestand des Produktes $s$ zu Beginn des Planungszeitraumes
$i^a$	Zinssatz p. a.
$k^a$	Perioden pro Jahr
$k_s^{\text{Bl}}$	erlaubte Spätlieferung des Endproduktes $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$ in Perioden
$k_s^{\text{Order}}$	Lieferzeit für Rohstoff $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$ in Perioden
$k_s^{\text{SS}}$	Anzahl der Perioden zukünftiger Nachfrage, die durch den Sicherheitsbestand abgedeckt sein müssen
$k_s^{\text{SSChk}}$	Intervall der Sicherheitsbestandsüberprüfung in Perioden
$M$	eine ausreichend große Zahl
$n_c$	Anzahl der Batches in Kampagne $c$
$\overline{N}_{ic}$	Anzahl der Batches in Kampagne $ic$
$\hat{n}_{i'c'icn}^{\text{FQ}<\text{EnQ}}$	maximale Anzahl der unmittelbar vor dem Ende des $n$ -ten Batches der Kampagne $ic$ fertiggestellten Batches der Kampagne $i'c'$

$\widehat{n}_{sick}^{FQ \leq k}$	maximale Anzahl der einschließlich zum Zeitpunkt $kt^k$ fertiggestellten und hinsichtlich Outputstate $s$ qualitätsgeprüften Batches der Kampagne $ic$
$\widetilde{n}_{sick}^{FQ \leq k}$	minimale Anzahl der einschließlich zum Zeitpunkt $kt^k$ fertiggestellten und hinsichtlich Outputstate $s$ qualitätsgeprüften Batches der Kampagne $ic$
$\widehat{n}_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn}$	maximale Anzahl der einschließlich zum Startzeitpunkt des $n'$ -ten Batches Der Kampagne $i'c'$ fertiggestellten und hinsichtlich Outputstate $s$ qualitätsgeprüften Batches der Kampagne $ic$
$\widetilde{n}_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn}$	minimale Anzahl der einschließlich zum Startzeitpunkt des $n'$ -ten Batches von Kampagne $i'c'$ fertiggestellten und hinsichtlich Outputstate $s$ qualitätsgeprüften Batches der Kampagne $ic$
$\widetilde{n}_{si'c'icn}^{S < EnQ}$	minimale Anzahl der unmittelbar vor dem Zeitpunkt, an dem der Output des $n$ -ten Batches der Kampagne $ic$ hinsichtlich Produkt $s$ qualitätsgeprüft ist, begonnenen Batches der Kampagne $i'c'$
$\widehat{n}_{ick}^{S \leq k}$	maximale Anzahl der einschließlich zum Zeitpunkt $kt^k$ gestarteten Batches der Kampagne $ic$
$\widehat{n}_{ick}^{S < k}$	maximale Anzahl der vor Zeitpunkt $kt^k$ gestarteten Batches der Kampagne $ic$
$\widetilde{n}_{ick}^{S \leq k}$	minimale Anzahl der einschließlich zum Zeitpunkt $kt^k$ gestarteten Batches der Kampagne $ic$
$\widetilde{n}_{ick}^{S < k}$	minimale Anzahl der vor Zeitpunkt $kt^k$ gestarteten Batches der Kampagne $ic$
$\widehat{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn}$	maximale Anzahl der einschließlich zum Startzeitpunkt des $n'$ -ten Batches der Kampagne $i'c'$ gestarteten Batches der Kampagne $ic$
$\widetilde{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn}$	minimale Anzahl der einschließlich zum Startzeitpunkt des $n'$ -ten Batches der Kampagne $i'c'$ gestarteten Batches der Kampagne $ic$
$\widehat{n}_i$	maximale Anzahl der Batches in einer Kampagne des Prozesses $i$
$\widetilde{n}_i$	minimale Anzahl der Batches in einer Kampagne des Prozesses $i$
$r_{sk}$	feststehende Liefermenge des Rohstoffes $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$ am Ende der Periode $k$

$\widehat{r}_{sk}$	maximale Liefermenge des Rohstoffes $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$ am Ende der Periode $k$
$\check{r}_{sk}$	minimale Liefermenge des Rohstoffes $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$ am Ende der Periode $k$
$p_s^{\text{raw}}$	Preis für eine Mengeneinheit des Rohstoffes $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$
$q_{is}^{\text{In}}$	Inputmenge des Produktes $s$ pro Batch des Prozesses $i$
$\check{q}^{\text{In} < \text{EnQ}}$	minimale Menge des Produktes $s$ , die unmittelbar vor dem Ende der Qualitätsprüfung des Outputs des $n$ -ten Batches der Kampagne $ic$ durch den Input aller Kampagnen verbraucht wurde
$\check{q}^{\text{In} \leq \text{Sn}}$	minimale Menge des Produktes $s$ , die zu Beginn des $n$ -ten Batches der Kampagne $ic$ durch den Input aller Kampagnen verbraucht wurde
$q_{is}^{\text{Out}}$	Outputmenge des Produktes $s$ pro Batch des Prozesses $i$
$\widehat{q}^{\text{Out} < \text{EnQ}}$	maximale Menge des Produktes $s$ , die unmittelbar vor dem Ende der Qualitätsprüfung des Outputs des $n$ -ten Batches der Kampagne $ic$ durch den Output aller Kampagnen zur Verfügung steht
$ss_{sfk}$	Obergrenze des Fragmentes $f$ des einzuhaltenden Sicherheitsbestandes des Produktes $s$ am Ende der Periode $k$
$ss_{sk}$	einzuhaltender Sicherheitsbestand des Produktes $s$ am Ende der Periode $k$
$t_b^{\leftarrow}$	Ende des Betriebsstillstandes $b$
$\widehat{t}_{ic}^{\leftarrow}$	spätestmögliches Ende der Kampagne $ic$
$\check{t}_{ic}^{\leftarrow}$	frühestmögliches Ende der Kampagne $ic$
$t_b^{\rightarrow}$	Beginn des Betriebsstillstandes $b$
$\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow}$	spätestmöglicher Beginn der Kampagne $ic$
$\check{t}_{ic}^{\rightarrow}$	frühestmöglicher Beginn der Kampagne $ic$
$t_d$	Zeitpunkt des Bedarfes $d$
$t_b^{\mathcal{B}}$	Dauer des Betriebsstillstandes $b$
$\overline{T}_{ic}^{\mathcal{C}}$	Dauer der Kampagne $ic$
$\check{t}_{ic}^{\mathcal{C}}$	minimale Dauer der Kampagne $ic$
$t_i^{\text{Cl}}$	Reinigungszeit für eine Kampagne des Prozesses $i$
$t^k$	Periodenlänge

$\widehat{\tau}_{ic}^{X_{ic}}$	maximaler Wert für $\tau_{ic}$ unter der Bedingung, dass die Kampagne $ic$ aktiv ist
$\widetilde{\tau}_{ic}^{X_{ic}}$	minimaler Wert für $\tau_{ic}$ unter der Bedingung, dass die Kampagne $ic$ aktiv ist
$t_c^P$	Produktionszeit für ein Batch der Kampagne $c$
$t_i^P$	Produktionszeit für ein Batch des Prozesses $i$
$t^{PH}$	Länge des Planungszeitraumes <i>oder</i> Planungshorizont
$t_s^{QC}$	Qualitätskontrollzeit des Produktes $s$
$t_{cc'}^{SU}$	Rüstzeit zwischen zwei Kampagnen $c$ und $c'$
$t_i^{SU}$	Rüstzeit für eine Kampagne des Prozesses $i$
$t_{in}^{SUnP}$	Zeitdauer vom Start einer Kampagne des Prozesses $i$ bis zum Ende des $n$ -ten Batches, bzw. Summe aus Rüst- und Produktionszeit für $n$ Batches des Prozesses $i$ ( $= t_i^{SU} + nt_i^P$ )
$t_{cc'}^{Transfer}$	Transferzeit für ein Produkt zwischen Kampagne $c$ und $c'$
$\overline{X}_{ic}$	Kampagnen-Aktivitätsparameter (1, wenn Kampagne $ic$ aktiv ist; 0, sonst)
$\widehat{z}_p^{C \Rightarrow}$	maximale Anzahl parallel produzierbarer Kampagnen in Produktionswerk $p$

## Variablen

$A_{ci}$	Zuordnungsvariable der Kampagne $c$ zu Prozess $i$ (1, wenn Kampagne $c$ Prozess $i$ zugeordnet ist; 0, sonst)
$A_{cc'}^{c \rightarrow c'}$	Kampagnenmaterialfluss-Zuordnungsvariable (1, wenn Kampagne $c$ Material produziert, das von Kampagne $c'$ verbraucht wird; 0, sonst)
$A_{vb}$	Zuordnungsvariable der virtuellen Anlageneinheit $v$ zu Betriebsstillstand $b$ (1, wenn die virtuelle Anlageneinheit $v$ von Betriebsstillstand $b$ betroffen ist; 0, sonst)
$A_{vi}$	Zuordnungsvariable der virtuellen Anlageneinheit $v$ zu Prozess $i$ (1, wenn die virtuelle Anlageneinheit $v$ von Prozess $i$ genutzt wird; 0, sonst)
$A_{vib}$	Zuordnungsvariable der virtuellen Anlageneinheit $v$ zu Prozess $i$ und Betriebsstillstand $b$ (1, wenn die virtuelle Anlageneinheit $v$ von Prozess $i$ genutzt wird und von Betriebsstillstand $b$ betroffen ist; 0, sonst)

$A_{vii'}$	Zuordnungsvariable der virtuellen Anlageneinheit $v$ zu Prozess $i$ und $i'$ (1, wenn die virtuelle Anlageneinheit $v$ von beiden Prozessen $i$ und $i'$ genutzt wird; 0, sonst)
$A_{ici'c'}^{ZW}$	Zwangskopplungs-Zuordnungsvariable (1, wenn Outputkampagne $ic$ und Inputkampagne $i'c'$ zwangsgekoppelt sind; 0, sonst)
$Bl_{sk}$	Fehlmenge des Endproduktes $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$ am Ende der Periode $k$
$C^{\text{Bl}}$	Strafkosten für Spätlieferungen
$C^{\text{FC}}$	Kapitalkosten
$C_{\text{Cl}}^{\text{FC}}$	durch Reinigen verursachte Kapitalkosten
$C_{\text{P}}^{\text{FC}}$	durch Produktion verursachte Kapitalkosten
$C_{\text{Sfin}}^{\text{FC}}$	durch Spätlieferung verursachte Kapitalkosten
$C_{\text{Sraw}}^{\text{FC}}$	durch Rohstoffbestellungen verursachte Kapitalkosten
$C_{\text{SS}}^{\text{FC}}$	durch Unterschreitung des Sicherheitsbestandes verursachte Kapitalkosten
$C_{\text{SU}}^{\text{FC}}$	durch Rüsten verursachte Kapitalkosten
$C_{\text{P}}^{\text{FCnl}}$	nicht linearer Anteil der durch Produktion verursachten Kapitalkosten
$C^{\text{H}}$	Lagerhaltungskosten
$C_{\text{Sraw}}^{\text{In}}$	Wert des verbrauchten Rohstoffes
$C^{\Delta \text{Inv}}$	Abnahme des Lagerbestandswertes
$C_{\text{Sraw}}^{\Delta \text{Inv}}$	Abnahme des Lagerbestandswertes der Rohstoffe
$C_{\text{Sraw}}^{\text{Order}}$	Wert des gelieferten Rohstoffes
$C^{\text{P}}$	Produktionskosten
$C^{\text{SS}}$	Strafkosten für Unterschreitungen des Sicherheitsbestandes
$C_{sk}^{\text{SS}}$	Strafkosten für Unterschreitungen des Sicherheitsbestandes von Produkt $s$ am Ende der Periode $k$
$C^{\text{SUCl}}$	Rüst- und Reinigungskosten
$F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}}$	Binärvariable, die die Reihenfolge eines Betriebsstillstandes $b$ und einer Kampagne $ic$ wiedergibt
$F_{cc'}^{\mathcal{C} \leq \mathcal{C}}$	Binärvariable, die die Reihenfolge der Startzeitpunkte zweier Kampagnen $c$ und $c'$ wiedergibt

$F_{ici'c}^{C \leq C}$	Binärvariable, die die Reihenfolge der Startzeitpunkte zweier Kampagnen $ic$ und $i'c'$ wiedergibt
$F_{ick}^{EF \leq k}$	Binärvariable, die angibt, ob das erste Batch der Kampagne $ic$ spätestens zum Zeitpunkt $kt^k$ beendet ist
$F_{ici'c'n'}^{EF \leq Sn}$	Binärvariable, die angibt, ob das erste Batch der Kampagne $ic$ spätestens zum Start des $n'$ -ten Batches der Kampagne $i'c'$ beendet ist
$F_{sick}^{EFQ \leq k}$	Binärvariable, die angibt, ob das erste Batch der Kampagne $ic$ spätestens zum Zeitpunkt $kt^k$ beendet und sein Output hinsichtlich State $s$ qualitätsgeprüft ist
$F_{sici'c'n'}^{EFQ \leq Sn}$	Binärvariable, die angibt, ob das erste Batch der Kampagne $ic$ spätestens zum Start des $n'$ -ten Batches der Kampagne $i'c'$ beendet und hinsichtlich State $s$ qualitätsgeprüft ist
$F_{ck}^{EL \leq k}$	Binärvariable, die angibt, ob das letzte Batch der Kampagne $c$ spätestens zum Zeitpunkt $kt^k$ beendet ist
$F_{kicn}^{k \leq Sn}$	Binärvariable, die angibt, ob der Zeitpunkt $kt^k$ vor oder gleich dem Start des $n$ -ten Batches der Kampagne $ic$ liegt
$F_{kicn}^{k < Sn}$	Binärvariable, die angibt, ob der Zeitpunkt $kt^k$ vor dem Start des $n$ -ten Batches der Kampagne $ic$ liegt
$F_{ick}^{SL \leq k}$	Binärvariable, die angibt, ob das letzte Batch der Kampagne $ic$ spätestens zum Zeitpunkt $kt^k$ startet
$F_{ick}^{SL < k}$	Binärvariable, die angibt, ob das letzte Batch der Kampagne $ic$ vor dem Zeitpunkt $kt^k$ startet
$F_{ici'c'n'}^{SL \leq Sn}$	Binärvariable, die angibt, ob das letzte Batch der Kampagne $ic$ spätestens zum Start des $n'$ -ten Batches der Kampagne $i'c'$ startet
$H_{sk}$	Lagerbestand des Produktes $s$ am Ende der Periode $k$
$H_s^{PH}$	Lagerbestand des Produktes $s$ am Ende des Planungszeitraumes
$H_{sk}$	qualitätsgeprüfter Lagerbestand des Produktes $s$ am Ende der Periode $k$
$H_s^{QPH}$	qualitätsgeprüfter Lagerbestand des Produktes $s$ am Ende des Planungszeitraumes
$N_{sk}$	Anzahl der Batches bis zu Periode $k$ für die aktuelle Kampagne des Produktes $s$
$N_{ci}$	Anzahl der Batches des Prozesses $i$ in Kampagne $c$

$N_i$	Anzahl der Batches des Prozesses $i$
$\bar{N}_i^*$	Anzahl der Batches des Prozesses $i$ , die über die minimale Anzahl $\check{n}_i$ hinausgeht
$N_{ic}$	Anzahl der Batches in Kampagne $ic$
$\bar{N}_{ic}^*$	Anzahl der Batches in Kampagne $ic$ , die über die minimale Anzahl $\check{n}_i$ hinausgeht
$N_{ik}$	Anzahl der Batches des Prozesses $i$ in Periode $k$
$N_{ick}^{\text{FQ} \leq k}$	Anzahl der einschließlich zum Zeitpunkt $kt^k$ fertiggestellten Batches der Kampagne $ic$
$N_{ici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}}$	Anzahl der einschließlich zum Startzeitpunkt des $n'$ -ten Batches der Kampagne $i'c'$ fertiggestellten Batches der Kampagne $ic$
$N_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$	Anzahl der einschließlich zum Zeitpunkt $kt^k$ fertiggestellten und hinsichtlich Outputstate $s$ qualitätsgeprüften Batches der Kampagne $ic$
$\bar{N}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$	Anzahl der einschließlich zum Zeitpunkt $kt^k$ fertiggestellten und hinsichtlich Outputstate $s$ qualitätsgeprüften Batches der Kampagne $ic$ , die über die minimale Anzahl $\check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$ hinausgeht
$N_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}}$	Anzahl der einschließlich zum Startzeitpunkt des $n'$ -ten Batches der Kampagne $i'c'$ fertiggestellten und hinsichtlich Outputstate $s$ qualitätsgeprüften Batches der Kampagne $ic$
$\bar{N}_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}}$	Anzahl der einschließlich zum Startzeitpunkt des $n'$ -ten Batches der Kampagne $i'c'$ fertiggestellten und hinsichtlich Outputstate $s$ qualitätsgeprüften Batches der Kampagne $ic$ , die über die minimale Anzahl $\check{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}}$ hinausgeht
$N_i^{\text{last}}$	Anzahl der Batches, die zuletzt von Prozess $i$ im Planungszeitraum hinzugefügt worden sind, so dass die gewünschte Produktionsmenge gerade erreicht wird ('Zuletzt' bezieht sich hierbei nicht auf einen Zeitpunkt im Planungszeitraum, sondern den Zeitpunkt des Hinzufügens.)
$\bar{N}_i^{\text{lastdOut} \odot}$	Anzahl der Batches, die in der letzten Kampagne des Prozesses $i$ enthalten sind und die minimale Kampagnenlänge übersteigen, wenn diese die letzte im Planungszeitraum ist, die ein Nebenprodukt produziert, welches einen Zyklus im Materialfluss begründet

## Symbolverzeichnis

$N_{ick}^{S \leq k}$	Anzahl der einschließlich zum Zeitpunkt $kt^k$ gestarteten Batches der Kampagne $ic$
$N_{ick}^{S < k}$	Anzahl der vor Zeitpunkt $kt^k$ gestarteten Batches der Kampagne $ic$
$N_{ick}^{*S \leq k}$	Anzahl der einschließlich zum Zeitpunkt $kt^k$ gestarteten Batches der Kampagne $ic$ , die über die minimale Anzahl $\tilde{n}_{ick}^{S \leq k}$ hinausgeht
$N_{ick}^{*S < k}$	Anzahl der vor Zeitpunkt $kt^k$ gestarteten Batches der Kampagne $ic$ , die über die minimale Anzahl $\tilde{n}_{ick}^{S \leq k}$ hinausgeht
$N_{ici'c'n'}^{S \leq S_n}$	Anzahl der einschließlich zum Startzeitpunkt des $n'$ -ten Batches der Kampagne $i'c'$ gestarteten Batches der Kampagne $ic$
$N_{ici'c'n'}^{*S \leq S_n}$	Anzahl der einschließlich zum Startzeitpunkt des $n'$ -ten Batches der Kampagne $i'c'$ gestarteten Batches der Kampagne $ic$ , die über die minimale Anzahl $\tilde{n}_{ici'c'n'}^{S \leq S_n}$ hinausgeht
$R_{sk}$	Liefermenge des Rohstoffes $s \in S^{\text{raw}}$ am Ende der Periode $k$
$Q_{sk}$	Produktionsmenge des Produktes $s$ in Periode $k$
$Q_s^+$	Variable zur Repräsentation zusätzlichen, nicht beabsichtigten Outputs des Produktes $s$ bei der Berechnung der minimalen Produktionskosten eines anderen Produktes
$Q_{sk}^{\leftarrow}$	Produktionsmenge des Produktes $s$ in letzten Teil der Periode $k$
$Q_{sk}^{\rightarrow}$	Produktionsmenge des Produktes $s$ in ersten Teil der Periode $k$
$Q_{scc'}^C$	Materialfluss des Produktes $s$ von Kampagne $c$ zur Kampagne $c'$
$Q_{sck}^{C \rightarrow k}$	Materialfluss des Produktes $s$ von Kampagne $c$ zur Befriedigung der Nachfrage am Ende der Periode $k$
$Q_{sk}^C$	kummulierte Produktionsmenge bis zu Periode $k$ für die aktuelle Kampagne des Produktes $s$
$\tilde{Q}_{sk}$	Produktionsmenge aus einem nicht fertiggestellten Batch einer Kampagne des Produktes $s$ in Periode $k$
$SSS_{sfk}$	Unterschreitung des Sicherheitsbestandsfragmentes $f$ von Produkt $s$ am Ende der Periode $k$
$SSS_{sk}$	Unterschreitung des Sicherheitsbestandes von Produkt $s$ am Ende der Periode $k$

$T_c^{\leftarrow}$	Ende der Kampagne $c$
$T_{ic}^{\leftarrow}$	Ende der Kampagne $ic$
$\widehat{T}_C^{\leftarrow}$	Spätestes Ende aller Kampagnen $c \in \mathcal{C}$
$T_c^{\rightarrow}$	Beginn der Kampagne $c$
$T_{ic}^{\rightarrow}$	Beginn der Kampagne $ic$
$T_{ic}^{*\rightarrow}$	Zeitspanne, die sich aus dem Beginn der Kampagne $ic$ abzüglich ihres frühestmöglichen Beginns $\check{t}_{ic}^{\rightarrow}$ ( $T_{ic}^{\rightarrow} = \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + T_{ic}^{*\rightarrow}$ ) ergibt
$\tau_{ic}$	Hilfsvariable zur vereinfachten Darstellung eines Zeitterms der Kampagne $ic$
$T_c^{\mathcal{C}}$	Dauer der Kampagne $c$
$T_{ic}^{\mathcal{C}}$	Dauer der Kampagne $ic$
$T_{icm}^{\text{FC}}$	Hilfsvariable zur Substitution des Produktes $X_{icm}\tau_{ic}$
$T_{icn}^{\text{FC}}$	Hilfsvariable zur Substitution des Produktes $X_{icn}\tau_{ic}$
$T_d^{\text{Late}}$	Verspätung der Erfüllung des Bedarfes $d$
$\widehat{T}_U^{\text{P}}$	maximale Zeit, die auf einer einzelnen der Anlagen $u \in \mathcal{U}$ durch Produktion belegt ist
$X_c$	Kampagnen-Aktivitätsvariable (1, wenn Kampagne $c$ aktiv ist; 0, sonst)
$X_g$	Entscheidungsvariable für die Auswahl der Kaskade $g$
$X_{ic}$	Kampagnen-Aktivitätsvariable (1, wenn Kampagne $ic$ aktiv ist; 0, sonst)
$X_{icm}$	Hilfsvariable zur binären Darstellung von $N_{ic}$ in binärer Codierung
$X_{icn}$	Hilfsvariable zur binären Darstellung von $N_{ic}$ in linearer Codierung
$X_v$	Aktivitätsvariable der virtuellen Anlageneinheit $v$ (1, wenn die virtuelle Anlageneinheit $v$ genutzt wird; 0, sonst)
$X_i^{\text{last}}$	Binärvariable, die anzeigt, ob Prozess $i$ für eine Überschreitung der Mindestproduktionsmenge seines Hauptoutputproduktes $s \in \mathcal{S}_i^{\text{Out}} \setminus \mathcal{S}^{\text{DOut}}$ verantwortlich ist
$X_i^{\text{lastdOut}\odot}$	Aktivitätsvariable, die kennzeichnet, ob der Prozesses $i$ die letzte Kampagne im Planungszeitraum stellt, die ein Nebenprodukt produziert, welches einen Zyklus im Materialfluss begründet

$X_{sk}^P$	Rüstzustandsvariable für Produkt $s$ in Periode $k$
$X_{sk}^{SU}$	Rüstvariable für Produkt $s$ in Periode $k$
$Y_i$	Anzahl der Kampagnen des Prozesses $i$
$\hat{Y}_i$	maximal mögliche Anzahl der Kampagnen des Prozesses $i$ bei gewählter Produktionsmenge
$\check{Y}_i$	minimal mögliche Anzahl der Kampagnen des Prozesses $i$ bei gewählter Produktionsmenge

## Parameter in Methoden der Heuristik

$\alpha^{\lambda^z}$	Parameter zur Beeinflussung der Wahrscheinlichkeit bei der Auswahl des zu bearbeitenden Produktes
$\alpha^{S \lambda < \hat{\lambda}}$	Parameter zur Beeinflussung der Wahrscheinlichkeit bei der Auswahl des Produktes, dessen Pseudounzulässigkeitsfaktor in <b>Rise</b> erhöht werden soll.
$\alpha^{S \lambda > \check{\lambda}}$	Parameter zur Beeinflussung der Wahrscheinlichkeit bei der Auswahl des Produktes, dessen Pseudounzulässigkeitsfaktor in <b>Dribble</b> gesenkt werden soll.
$\alpha^{\text{Add}_i}$	Parameter zu Beeinflussung der Wahrscheinlichkeit bei der Auswahl des Prozesses $i$ zur Produktionsweise <b>Add</b>
$\alpha^{\text{Gen}_i}$	Parameter zu Beeinflussung der Wahrscheinlichkeit bei der Auswahl des Prozesses $i$ zur Produktionsweise <b>Gen</b>
$\alpha^{i-\text{Add/Gen}}$	Parameter zur Beeinflussung der Wahrscheinlichkeit bei der Auswahl der Produktionsweise
$\alpha^{\text{ZW}}$	Parameter zur Beeinflussung der Wahrscheinlichkeit bei der Auswahl des Zwangskopplungspartners
$\chi^{\text{Rise}}$	Faktor zur Beeinflussung der Ausführung von <b>Rise</b> nach <b>Dribble</b>
$\chi^{\max \tilde{t}}$	Faktor zu Variation der maximalen Distanz zwischen zwei zu fusionierenden Kampagnen für die <b>CFusion1</b>
$\chi^{z^z}$	Faktor zur Gewichtung des Einflusses der Abbruchauslöserzähler bei der Berechnung des Malus zur Auswahl des zu bearbeitenden Produktes
$\Delta \lambda_{\text{Rise}}$	Betrag, um den der Pseudounzulässigkeitsfaktor in <b>Rise</b> erhöht wird

$\Delta\lambda_{\text{Curtain}}^{ sols =0}$	Betrag, um den der Pseudounzulässigkeitsfaktor in <b>Curtain</b> abgesenkt wird, wenn noch keine Lösung gefunden wurde
$\Delta\lambda_{\text{Dribble}}^{ sols =0}$	Betrag, um den der Pseudounzulässigkeitsfaktor in <b>Dribble</b> abgesenkt wird, wenn noch keine Lösung gefunden wurde
$\Delta\lambda_{\text{Curtain}}^{ sols \geq 1}$	Betrag, um den der Pseudounzulässigkeitsfaktor in <b>Curtain</b> abgesenkt wird, wenn bereits eine Lösung gefunden wurde
$\Delta\lambda_{\text{Dribble}}^{ sols \geq 1}$	Betrag, um den der Pseudounzulässigkeitsfaktor in <b>Dribble</b> abgesenkt wird, wenn bereits eine Lösung gefunden wurde
$\Delta z^{\lambda}$	Anzahl der Absenkungen des Pseudozulässigkeitsfaktors $\lambda$ , für die eine Erhöhung von $z_s^{\lambda}$ in <b>Dribble</b> berücksichtigt wird.
$\lambda_s$	Pseudounzulässigkeitsfaktor für Produkt $s$
$\widehat{\lambda}_s$	maximaler Pseudounzulässigkeitsfaktor für Produkt $s$
$\check{\lambda}_s$	minimaler Pseudounzulässigkeitsfaktor für Produkt $s$
$\lambda_{\text{Curtain}}$	Pseudounzulässigkeitsfaktor in <b>Curtain</b>
$\lambda_{\text{Dribble}}$	initialer Pseudounzulässigkeitsfaktor für alle Produkte $s$ in <b>Dribble</b>
$\lambda_s^{\text{Rise}}$	initialer Pseudounzulässigkeitsfaktor für Produkt $s$ in <b>Rise</b>
$C_{sol^*}^{\text{Dribble}}$	Kosten der besten in <b>Dribble</b> gefundenen Lösung
$C_{sol^*}^{\text{XGenAdd}}$	Kosten der besten in <b>XGenAdd</b> gefundenen Lösung
$C_{sol^*}^{\text{XGenAddMaster}}$	Kosten der besten in <b>XGenAddMaster</b> gefundenen Lösung
$\check{h}_{s\text{icn}}^{\text{Q}>\widehat{\lambda}\text{EnQ}\rightarrow\text{t}^{\text{PH}}}$	minimaler dispositiver qualitätsgeprüfter Lagerbestand des Produktes $s$ ab dem Zeitpunkt, an dem der Output des $n$ -ten Batches der Kampagne $ic$ fertiggestellt und hinsichtlich $s$ qualitätsgeprüft ist, bis am Ende des Planungszeitraumes
$m_s$	Malus des Produktes $s$
$\widetilde{m}_s^{\lambda_s^i}$	vorläufiger Malus des Produktes $s \in \mathcal{S}^{\lambda_s^i}$ , für den nicht gesichert ist, dass er nur nicht negative Werte annimmt
$m_s^{\lambda_s^i}$	Malus des Produktes $s \in \mathcal{S}^{\lambda_s^i}$
$m_i^{\text{Add}}$	Malus des Prozesses $i$ bei Produktionsweise <b>Add</b>
$m_s^{\text{Dribble}}$	Malus des Produktes $s$ bei der Auswahl zur Absenkung des Pseudounzulässigkeitsfaktors $\lambda_s$ in <b>Dribble</b>
$m_i^{\text{Gen}}$	Malus des Prozesses $i$ bei Produktionsweise <b>Gen</b>

## Symbolverzeichnis

$m_s^{\text{Rise}}$	Malus des Produktes $s$ bei der Auswahl zur Erhöhung des Pseudounzulässigkeitsfaktors $\lambda_s$ in <b>Rise</b>
$m_s^{\text{XGenAdd}}$	Malus des Produktes $s$ bei der Auswahl zur Bearbeitung in <b>XGenAdd</b>
$m_i^{\text{Gen}}$	Malusfaktor für die Produktionsweise <b>Gen</b> (in Relation zu <b>Add</b> ) des Prozesses $i$
$m_i^{\mathcal{U}}$	Malusfaktor für den Prozess $i$ hinsichtlich der von ihm genutzten Anlageneinheiten $u \in \mathcal{U}_i$
$p_s^{\text{Add}}$	Wahrscheinlichkeit für die Auswahl von Produkt $s \in \mathcal{S}^{\lambda^t}$
$p_s$	Wahrscheinlichkeit für die Auswahl des Produktes $s$
$p_i^{\text{Add}}$	Wahrscheinlichkeit für die Auswahl von <b>Add</b> $_i$
$p_s^{\text{Dribble}}$	Wahrscheinlichkeit für die Auswahl von Produkt $s$ in <b>Dribble</b> zur Absenkung seines Pseudounzulässigkeitsfaktors $\lambda_s$
$p_i^{\text{Gen}}$	Wahrscheinlichkeit für die Auswahl von <b>Gen</b> $_i$
$p_s^{\text{Rise}}$	Wahrscheinlichkeit für die Auswahl von Produkt $s$ in <b>Rise</b> zur Erhöhung seines Pseudounzulässigkeitsfaktors $\lambda_s$
$p_s^{\text{XGenAdd}}$	Wahrscheinlichkeit für die Auswahl von Produkt $s$ zur Bearbeitung in <b>XGenAdd</b>
$sol_{\text{XGenAdd}}^*$	beste in <b>XGenAdd</b> gefundene Lösung
$sol_{\text{XGenAddMaster}}^*$	beste in <b>XGenAddMaster</b> gefundene Lösung
$\check{t}_{ic'i'c'}^{\Delta C \mapsto C \mapsto}$	maximaler Abstand zwischen den Startzeitpunkten der Kampagnen $ic$ und $i'c'$
$\check{t}_{ic'i'c'}^{\Delta C \mapsto C \mapsto}$	minimaler Abstand zwischen den Startzeitpunkten der Kampagnen $ic$ und $i'c'$
$t^{\lambda^t}$	Zeitpunkt, an dem der Lagerbestand des Produktes $s$ zum ersten Mal die Pseudounzulässigkeitsgrenze unterschreitet
$\hat{t}_u$	maximale Nutzungsdauer der Anlageneinheit $u$
$\check{t}_u$	minimale Nutzungsdauer der Anlageneinheit $u$
$\check{t}_u^{\widehat{ \mathcal{C} }}$	minimale Nutzungsdauer der Anlageneinheit $u$ bei maximal möglicher Anzahl von Kampagnen
$\hat{t}_u^{\widetilde{ \mathcal{C} }}$	maximale Nutzungsdauer der Anlageneinheit $u$ bei geringst möglicher Anzahl von Kampagnen

$\check{t}_u^{\text{NS} \widehat{C}}$	minimale Nutzungsdauer der Anlageneinheit $u$ bei maximal möglicher Anzahl von Kampagnen unter der Annahme, dass kein Produkt eine Unterschreitung des Sicherheitsbestandes oder eine Fehlmenge aufweist
$\check{t}_u^{\text{NS}}$	minimale Nutzungsdauer der Anlageneinheit $u$ unter der Annahme, dass kein Produkt eine Unterschreitung des Sicherheitsbestandes oder eine Fehlmenge aufweist
$w_s$	stochastisches Gewicht des Produktes $s$
$w_s^{\lambda_i}$	stochastisches Gewicht des Produktes $s$
$w_i^{\text{Add}}$	stochastisches Gewicht des Prozesses $i$ bei Produktionsweise <b>Add</b>
$w_s^{\text{Dribble}}$	stochastisches Gewicht des Produktes $s$ bei der Auswahl zur Absenkung des Pseudounzulässigkeitsfaktors $\lambda_s$ in <b>Dribble</b>
$w_i^{\text{Gen}}$	stochastisches Gewicht des Prozesses $i$ bei Produktionsweise <b>Gen</b>
$w_s^{\text{Rise}}$	stochastisches Gewicht des Produktes $s$ bei der Auswahl zur Erhöhung des Pseudounzulässigkeitsfaktors $\lambda_s$ in <b>Rise</b>
$w_s^{\text{XGenAdd}}$	stochastisches Gewicht des Produktes $s$ bei der Auswahl zur Bearbeitung in <b>XGenAdd</b>
$\widehat{z}_{\text{Curtain}}^{\circ}$	maximale Anzahl von Planerstellungsversuchen in <b>Curtain</b>
$\widehat{z}_{\text{Dribble}}^{\circ}$	maximale Anzahl von Planerstellungsversuchen in <b>Dribble</b>
$\widehat{z}_{\text{XGenAddMaster}}^{\circ}$	maximale Anzahl von Durchläufen in <b>XGenAddMaster</b>
$\widehat{z}_{\text{Rise}}^{\circ}$	maximale Anzahl von Planerstellungsversuchen in <b>Rise</b>
$z^{\dots\check{t}\dots}$	Anzahl aufeinanderfolgender erfolgloser Planerstellungsversuche
$\widehat{z}_{\text{Curtain}}^{\dots\check{t}\dots}$	maximale Anzahl aufeinanderfolgender erfolgloser Planerstellungsversuche vor Absenkung von $\lambda$ in <b>Curtain</b>
$\widehat{z}_{\text{Dribble}}^{\dots\check{t}\dots}$	maximale Anzahl aufeinanderfolgender erfolgloser Planerstellungsversuche vor Absenkung von $\lambda$ in <b>Dribble</b>
$\widehat{z}_{\text{Rise}}^{\dots\check{t}\dots}$	maximale Anzahl aufeinanderfolgender erfolgloser Planerstellungsversuche vor Absenkung von $\lambda$ in <b>Rise</b>
$z^{\lambda=\widehat{\lambda}}$	Anzahl nicht möglicher $\lambda$ -Erhöhungen
$\widehat{z}_{\text{Rise}}^{\lambda=\widehat{\lambda}}$	maximale Anzahl nicht möglicher $\lambda$ -Erhöhungen in <b>Rise</b>
$z^{\lambda=\check{\lambda}}$	Anzahl nicht möglicher $\lambda$ -Absenkungen

## Symbolverzeichnis

$\hat{z}_{\text{Curtain}}^{\lambda=\check{\lambda}}$	maximale Anzahl nicht möglicher $\lambda$ -Absenkungen in <b>Curtain</b>
$\hat{z}_{\text{Dribble}}^{\lambda=\check{\lambda}}$	maximale Anzahl nicht möglicher $\lambda$ -Absenkungen in <b>Dribble</b>
$z_s^{\check{t}}$	Anzahl der Versuche zur Planerstellung, die aufgrund einer nicht zu behebbenden Pseudounzulässigkeit des Produktes $s$ abgebrochen werden mussten
$z_{sz}^{\check{t}}$	Anzahl der Versuche zur Planerstellung, die aufgrund einer nicht zu behebbenden Pseudounzulässigkeit des Produktes $s$ in Durchlauf $z$ abgebrochen werden mussten
$z^{\lambda\downarrow}$	Anzahl der Absenkungen des Pseudozulässigkeitsfaktors $\lambda$
$z^{\text{=sol}}$	Anzahl von Durchläufen ohne Planverbesserung
$\hat{z}_{\text{CSwitchShift}}^{\text{=sol}}$	maximale Anzahl von Durchläufen ohne Planverbesserung in <b>CSwitchShift</b>
$\hat{z}_{\text{XGenAddMaster}}^{\text{=sol}}$	maximale Anzahl von Durchläufen ohne Planverbesserung in <b>XGenAddMaster</b>
$z_{\text{Curtain}}^{\text{sols}}$	Anzahl in <b>Curtain</b> gefundener Lösungen
$z_{\text{Dribble}}^{\text{sols}}$	Anzahl in <b>Dribble</b> gefundener Lösungen
$z_{\text{Rise}}^{\text{sols}}$	Anzahl in <b>Rise</b> gefundener Lösungen
$\hat{z}_{\text{Curtain}}^{\text{sols}}$	maximal erwünschte Anzahl aufzufindener Lösungen in <b>Curtain</b>
$\hat{z}_{\text{Dribble}}^{\text{sols}}$	maximal erwünschte Anzahl aufzufindener Lösungen in <b>Dribble</b>

# 1 Einleitung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Produktionsplanung für die Pharmawirkstoffherstellung. Sie ist in enger Zusammenarbeit mit einem der führenden deutschen Pharmaunternehmen, Boehringer Ingelheim, entstanden und beschreibt ein mehrstufiges heuristisches Lösungsverfahren für ein dort auftretendes mittel- bis langfristiges Anlagenbelegungsproblem.

## 1.1 Motivation und Zielsetzung

Die chemischen Industrie ist ein bedeutender Industriezweig in Deutschland. Vom Jahresumsatz von etwa 130 Mrd. Euro in 2006 entfielen fast 30 Mrd. auf die Herstellung pharmazeutischer Erzeugnisse.<sup>1</sup> Die Chemie- und Pharmabranche ist durch ein überdurchschnittliches Wachstum (siehe Abbildung 1.1), eine zunehmende Globalisierung der Märkte und einen hohen Konkurrenzdruck gekennzeichnet. Um ihre Wettbewerbsfähigkeit zu wahren, sind die Unternehmen gezwungen, die ihnen zur Verfügung stehenden Ressourcen möglichst effizient einzusetzen.

Die Prozessindustrie, zu der die chemische Industrie inklusive der Pharmawirkstoffherstellung zu zählen ist, weist ein weites Feld unterschiedlicher Problemtypen auf, für die eine Vielzahl von Lösungsansätzen entwickelt wurde. Diese stoßen in ihrer Effektivität allerdings immer wieder an Grenzen, die durch den Umfang und die zu beachtenden Nebenbedingungen des Planungsumfeldes gesetzt werden. Ist dies für kurzfristige Planungsprobleme noch weniger kritisch, scheitert die Erstellung detaillierter optimaler Produktionspläne für längere Zeiträume an Problemumfang und -größe. Für langfristige Planungsaufgaben wird daher häufig auf das Mittel der Aggregation zurückgegriffen. Die damit verbundene Reduktion des Detaillierungsgrades schränkt die Aussagefähigkeit der Lösung jedoch häufig ein. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn das Planungsumfeld über zeitliche Interdependenzen verfügt, die sich nicht über Wochen oder Monate sondern Jahre erstrecken.

Die Herstellung innovativer Pharmawirkstoffe weist ein immens heterogenes Feld unterschiedlicher Produkttypen und -anforderungen auf, die in gemeinsam genutzten Anlagen produziert werden. Die Produktion findet hierbei diskret in Batches statt, die zu Kampagnen zusammengefasst werden. Diese erstrecken

---

<sup>1</sup>Vgl. *Verband der Chemischen Industrie* (2007), S. 35.

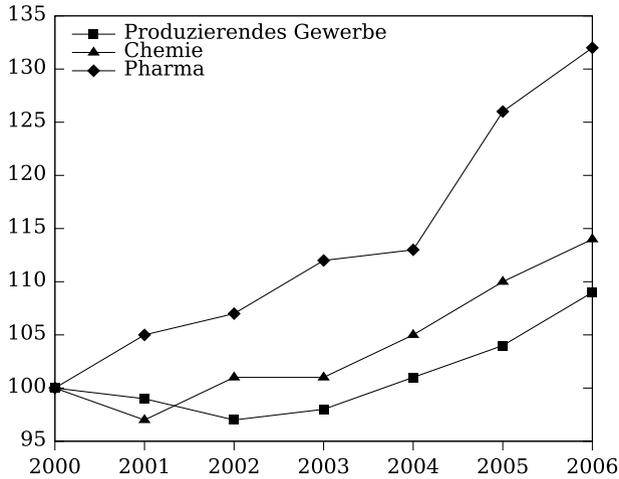


Abbildung 1.1: Entwicklung des Produktionsindexes der Pharma- und Chemieindustrie im Vergleich zum gesamten produzierenden Gewerbe (Quelle: *Statistisches Bundesamt* (2007), S. 374)

sich über wenige Wochen bis zu mehreren Monaten. Die Zeitspanne zwischen dem Beginn der ersten Stufe einer Produktionskette bis zur Fertigstellung der letzten kann über ein Jahr betragen. Zwischen zwei Kampagnen, die das gleiche Produkt produzieren, liegen mitunter mehrere Jahre oder aber nur wenige Monate. Da die verschiedenen Produktionsprozesse in Konkurrenz zueinander um die knappen Kapazitäten der gemeinsam genutzten Mehrzweckanlagen stehen, ist neben einer rollierenden operativen Planung eine mittel- bis langfristige Planung notwendig, die diese Gegebenheiten in einem ausreichend hohen Detaillierungsgrad abbildet. Um Konfliktsituation und Chancen zur Minimierung der Kosten eines Produktionsplanes im Vorfeld identifizieren zu können, die bei kurzfristiger Betrachtung nicht vorhersehbar oder bewertbar sind, kann hierbei nur sehr begrenzt auf Mittel der Aggregation zurückgegriffen werden. Aufgrund des langfristigen Planungshorizontes sollte hierbei auch die Möglichkeit gegeben sein, verschiedene Pläne unter verschiedenen Voraussetzungen im Rahmen einer Szenarioanalyse ausreichend schnell zu erstellen.<sup>2</sup>

Ziel dieser Arbeit ist, eine Vorgehensweise zu entwickeln, die es erlaubt, umfassende detaillierte Problemstellungen mit großen Instanzen durch adäquate

<sup>2</sup>Manuell sind für die Erstellung eines einzigen langfristigen Produktionsplanes mehrere Tage notwendig.

Lösungsmethoden so zu behandeln, dass sie in annehmbarer Rechenzeit gelöst werden können. Als Konkretisierung dieser Vorgehensweise soll außerdem ein Lösungsverfahren zur Verfügung gestellt werden, mit dem eine automatisierte Erstellung zulässiger Produktionspläne für mittel- bis langfristige Planungszeiträume mit hohem Detaillierungsgrad für die in der Pharmawirkstoffherstellung auftretende Problemstellung stattfinden kann. Neben der Einhaltung aller Nebenbedingungen soll hierbei eine möglichst hohe Qualität des erstellten Lösungsplanes erreicht werden.

## 1.2 Aufbau dieser Arbeit

Nach dieser Einleitung erfolgt im zweiten Kapitel eine Einführung in das Planungsumfeld der Prozessindustrie, zu der die chemische und pharmazeutische Industrie gehören. Diese wird hierbei zunächst von der diskreten Industrie abgegrenzt. Anschließend wird eine Typologisierung von Planungsproblemen vorgenommen, die in der Prozessindustrie auftreten können. Dabei werden wesentliche Charakteristika der verschiedenen Problemtypen aufgezeigt und klassifiziert. Abschließend erfolgt eine Darstellung der Besonderheiten der Pharmawirkstoffherstellung und deren Einordnung in das Planungsumfeld der Prozessindustrie.

Während das zweite Kapitel einer problemorientierten Sicht folgt, wird im dritten Kapitel ein Überblick der Modellierungsmethoden und Lösungsverfahren von Planungsproblemen gegeben. Zunächst erfolgt hierfür eine Einordnung der Produktionsplanung und -steuerung in das Planungsnetzwerk eines Unternehmens als Bestandteil einer Supply Chain. Anschließend werden verschiedene Lösungsverfahren vorgestellt und klassifiziert. Nach der Darstellung konkreter modellierungstechnischer Aspekte werden abschließend allgemeine Methoden und Vorgehensweisen zur Größenreduktion und Vereinfachung eines Planungsmodells dargelegt.

Unter Berücksichtigung der aus den vorherigen beiden Kapiteln gewonnenen Erkenntnisse erfolgt im vierten Kapitel eine Übersicht von Lösungsansätzen aus der jüngeren Literatur. Diese werden hierbei einer kritischen Würdigung unterzogen.

Im fünften Kapitel wird zunächst das diese Arbeit motivierende Grundproblem geschildert. Im Anschluss der allgemeinen Beschreibung wird für dieses ein gemischt-ganzzahliges Modell formuliert. Das Grundproblem umfasst allerdings noch nicht alle Restriktionen und Komponenten zur Bewertung des Produktionsplanes. Daher wird es schrittweise erweitert, bis es vollständig beschrieben und als mathematisches Modell formuliert ist.

Da das zuvor vorgestellte gemischt-ganzzahlige Modell aufgrund der Problemgröße nicht in annehmbarer Rechenzeit gelöst werden kann, wird im

sechsten Kapitel ein heuristisches Lösungsverfahren vorgestellt. Einleitend wird zunächst der Aufbau der Heuristik schematisch beschrieben. Dies schließt eine allgemeine Darstellung der Vorgehensweise, die hierfür genutzt wird ein. Anschließend erfolgt die ausführliche Darstellung der beiden großen Bestandteile, in die sich das Verfahren untergliedert. Die Eröffnungsheuristik besteht aus einer Steuerheuristik und einer untergeordneten Einplanungsheuristik. Die Verbesserungsheuristik ist modular aufgebaut. Eines dieser Module nutzt Verfahren der mathematischen Optimierung und basiert auf der gemischt-ganzzahligen Modellformulierung des vorherigen Kapitels. Zum Schluss des sechsten Kapitels werden einige vorbereitende Berechnungen erläutert, die für die Heuristik notwendig sind.

Im siebten Kapitel erfolgt die Darstellung der Ergebnisse der erfolgreichen Anwendung der Heuristik auf einige Fallbeispiele. Im ersten Teil werden dabei solche Problemgrößen betrachtet, für die diese Heuristik entwickelt wurde. Der zweite Teil besteht aus der Anwendung auf ein kleineres mehrstufiges Planungsproblem mit nur einer Produktionsanlage, für das mehrere Testinstanzen vorliegen. Die Arbeit endet mit dem achten Kapitel, das eine Zusammenfassung und Schlussbemerkungen enthält.

# 2 Die Prozessindustrie

In diesem Kapitel erfolgt eine Einführung in das Planungsumfeld der Prozessindustrie. Hierzu wird im ersten Abschnitt zunächst eine Abgrenzung zur diskreten Industrie vorgenommen. Anschließend erfolgt eine Typologisierung von Planungsproblemen, die in der Prozessindustrie auftreten können. Dabei werden die Charakteristika verschiedener Problemtypen detailliert dargestellt. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels erfolgt die Einordnung der Pharmawirkstoffherstellung als Teilgebiet der Prozessindustrie. Hierbei werden die spezifischen Eigenschaften dieses Industriezweiges näher beleuchtet.

## 2.1 Abgrenzung zur diskreten Industrie

Während in der diskreten Industrie, die auch als Fertigungs- oder Stückgutindustrie bezeichnet wird, eine Formänderung mit Hilfe mechanischer Arbeitsschritte stattfindet, ist die Prozessindustrie durch verfahrenstechnische Prozesse gekennzeichnet.<sup>3</sup> Mit Hilfe der Verfahrenstechnik erfolgt eine Stoffumwandlung unter Änderung der Zusammensetzung (Filtern, Destillieren), der Eigenschaften (Trocknen, Mahlen) und/oder der Stoffart (chemische Reaktionen).<sup>4</sup> In der Prozessindustrie werden vor allem Fließgüter (Pulver, Flüssigkeiten und Gase) verwendet und erzeugt.<sup>5</sup> Eine Verarbeitung dieser nicht diskreten Güter bedingt oftmals eine hohe Kapitalbindung in die dafür nötigen Anlagen.<sup>6</sup> Tabelle 2.1 zeigt weitere Unterschiede hinsichtlich des Marktbezugs, der Produktionsprozesse, der Qualität sowie der Planung und Steuerung. Nicht alle in der Tabelle aufgeführten Merkmale treffen dabei immer auf alle Ausprägungen der Prozessindustrie zu. Dennoch sind sie typischerweise in der Prozessindustrie anzutreffen und können damit als Abgrenzungskriterien zur diskreten Industrie herangezogen werden.

Industriezweige der Prozessindustrie sind die chemische sowie die pharmazeutische Industrie, die Nahrungs- und Genussmittelproduktion, die Papier- und Zellstoffherstellung, die Baustoff- und Metallindustrie sowie die Energiege-

---

<sup>3</sup>Vgl. u. a. *Günther* (2004), S. 326.

<sup>4</sup>Vgl. *Hemming* und *Wagner* (2008), S. 9 und *Vauck* und *Müller* (1994), S. 21.

<sup>5</sup>Vgl. u. a. *Günther* (2004), S. 326 und *Loos* (1997), S. 21 f.

<sup>6</sup>Vgl. *Fransoo* und *Rutten* (1994), S. 48.

	Prozessindustrie	Diskrete Industrie
<i>Marktbezug</i>		
Produkttyp	Bulkware	kundenspezifisch
Produktprogramm	schmal	breit
Nachfrage pro Produkt	hoch	niedrig
Kosten pro Produkt	niedrig	hoch
Entscheidungskriterien für die Auftragsvergabe	Preis, Liefergarantie	Lieferzeit, Produktmerkmale
Transportkosten	hoch	niedrig
Produktinnovationen	wenige	viele
<i>Produktionsprozess</i>		
Arbeitsgangreihenfolge	fix	variabel
Layout	nach Produkt	funktional
Flexibilität	niedrig	hoch
Produktionsanlagen	Spezialanlagen	universal
Arbeitsintensität	niedrig	hoch
Kapitalintensität	hoch	niedrig
Rüstzeiten	hoch	niedrig
Work-in-process	niedrig	hoch
Produktionsvolumen	hoch	niedrig
<i>Qualität</i>		
Umweltaspekte	ja	kaum
Gefahren	manchmal	fast nie
Qualitätsprüfung	manchmal lang	kurz
<i>Planung und Steuerung</i>		
Produktion	auf Lager	auftragsbezogen
Langfristplanung	Kapazität	Produktdesign
Kurzfristplanung	Kapazitätsauslastung	Personalauslastung
kritisches Planungskriterium	verfügbare Kapazität	verfügbares Material
Materialfluss	div- u. konvergent	konvergent
Ausbeuteschwankung	manchmal hoch	meist niedrig
Materialbedarfsauflösung	Rezept	Bill of Material
Neben- und Kuppelprodukte	manchmal	keine
Losverfolgung	meist nötig	meist nicht nötig

Tabelle 2.1: Unterschiede zwischen Prozess- und diskreter Industrie (Quelle: Ashayeri et al. (1995), S. 3, eigene Übersetzung)

winnung.<sup>7</sup> Die Vielzahl unterschiedlicher Branchen zeigt die Heterogenität der Prozessindustrie auf. Im Maschinenbau und der Automobilindustrie hingegen ist vor allem eine diskrete Fertigungsweise anzutreffen.

## 2.2 Typologie von Planungsproblemen in der Prozessindustrie

Die Prozessindustrie ist durch eine sehr heterogene Menge von Planungsproblemen gekennzeichnet. In den folgenden Unterabschnitten werden unterschiedliche Ausprägungen der Prozessführung, der Verfahrenstiefe und Materialflusstruktur sowie der Produktionsanlagen und Produktlagerung dargelegt. Dabei erfolgt auch eine Definition von in dieser Arbeit verwendeten Begriffen.

### 2.2.1 Prozessführung

Hinsichtlich der Prozessführung kann nach der Stetigkeit des Materialflusses unterschieden werden.<sup>8</sup>

Bei einem *diskontinuierlichen* beziehungsweise *diskreten* Prozessablauf wird eine bestimmte Menge von Ausgangsstoffen in einem Schritt der Produktionsanlage zugeführt und nach einer Verweildauer, der Reaktionszeit, wieder entnommen. Diese Menge wird gemeinhin als *Charge* oder mit dem englischsprachigem Begriff *Batch* bezeichnet. Synonym für die diskontinuierliche Prozessführung werden daher auch die Begriffe *Chargen-* und *Batchproduktion* verwendet. Bei der Produktion eines Batches handelt es sich daher um eine geschlossene Fertigung.<sup>9</sup> Die Größe eines Batches ist durch das Volumen der Produktionsapparate nach oben begrenzt. Der verwendete Produktionsapparat bedingt aber auch eine Mindestbatchgröße, damit Heizung, Kühlung, Rührwerkzeug und Ähnliches in ihrer Funktion nicht beeinträchtigt werden und Rückstände an Oberfläche und Rohrleitungssystem vernachlässigbar bleiben. Weiterhin können die Eigenschaften und Erfordernisse des ablaufenden Prozesses einschränkend auf die Batchgröße wirken. Sind die Restriktionen so begrenzend, dass keine Wahlmöglichkeiten hinsichtlich der Menge mehr gegeben sind, handelt es sich um eine feste Batchgröße.<sup>10</sup> Ein einmal begonnener

<sup>7</sup>Vgl. Ashayeri et al. (1995), S. 2, Corsten und May (1994), S. 874, Günther (2004), S. 326 und Günther und van Beek (2003a), S. 2.

<sup>8</sup>Vgl. für den gesamten Abschnitt u. a. Günther und Tempelmeier (2007), S. 20 und Loos (1997), S. 46 ff.

<sup>9</sup>Vgl. z. B. Bloech et al. (2004), S. 266 oder Bogaschewsky (1996), S. 1149.

<sup>10</sup>Vereinfachend kann auch von einer festen Batchgröße ausgegangen werden, wenn die technischen Einschränkungen ausreichend eng sind oder eine Variation der Batchgröße in Relation zur Gesamtproduktionsmenge und der daraus resultierenden Gesamtanzahl

Batchprozess kann im Allgemeinen nicht unterbrochen werden. Während der Verweildauer im Produktionsapparat ändert sich die Konzentration der am Prozess beteiligten Stoffe. Abbildung 2.1a zeigt den idealtypischen Prozessverlauf bei diskontinuierlicher Prozessführung.<sup>11</sup>

Bei *kontinuierlicher* Prozessführung existieren gleichmäßige Materialströme. Die zu verbrauchenden Stoffe werden dem Produktionsprozess stetig zugeführt und dessen Produkte stetig entnommen. Die Stoffkonzentration bleibt über die gesamte Prozessdauer gleich. Örtlich ist sie jedoch aufgrund unterschiedlicher Nähe zum Zuführ- und Entnahmepunkt verschieden. Abbildung 2.1b zeigt den idealtypischen Prozessverlauf bei kontinuierlicher Prozessführung. Bei der kontinuierlichen Prozessführung handelt es sich um eine offene Produktion.<sup>12</sup>

Mischformen der kontinuierlichen Prozessführung und der Batchproduktion werden als *halb-* beziehungsweise *semikontinuierlich* bezeichnet. Eine semikontinuierliche Prozessführung liegt beispielsweise dann vor, wenn der Input kontinuierlich zugeführt, das fertige Produkt aber in einem einzigen Schritt komplett entnommen wird. Neben dem umgekehrten Fall (Zuführung des Inputs in einem Schritt und kontinuierliche Entnahme des fertigen Produktes) existieren weitere Mischformen, bei denen die Prozessführung nicht für alle Einsatz- oder Ausbringungstoffe einheitlich ist. Dies trifft beispielsweise zu, wenn nur ein einzelner Einsatzstoff kontinuierlich beigefügt wird, während alle anderen in einem Schritt zu Anfang des Prozesses hinzugeführt wurden.

---

der Batches vernachlässigt werden kann.

<sup>11</sup>Im Gegensatz zum idealtypischen Verlauf unterliegt die ausgebrachte Batchgröße in der Realität meist mehr oder weniger großen Ausbeuteschwankungen. In einem deterministischen Planungsumfeld können diese vernachlässigt werden, wenn sie genügend klein sind oder im Laufe der fortgesetzten Produktion ausgeglichen werden.

<sup>12</sup>Vgl. z. B. Bloech *et al.* (2004), S. 266 oder Bogaschewsky (1996), S. 1147.

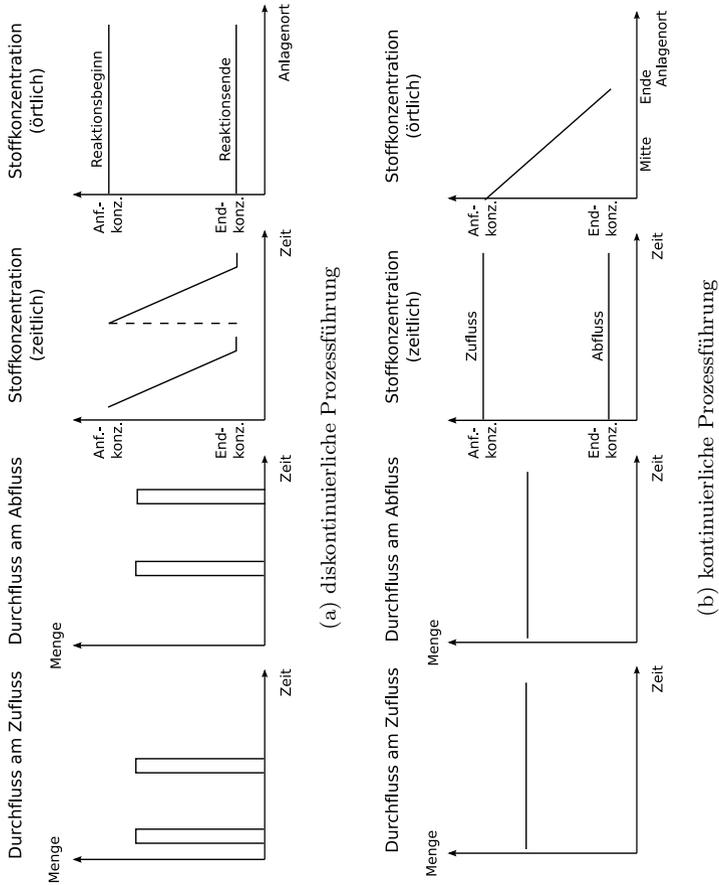


Abbildung 2.1: Idealtypischer Prozessverlauf (Quelle: Eigene Darstellung nach Loos (1997), S. 47)

## 2.2.2 Verfahrenstiefe und Materialflusstruktur

Hinsichtlich der Verfahrenstiefe werden *einstufige* und *mehrstufige* Planungsprobleme unterschieden. Beim Sonderfall des *Make & Pack* handelt es sich um einen in der Regel zweistufigen Prozess, bei dem in der ersten Stufe ein herkömmlicher Produktionsschritt erfolgt und in der zweiten Stufe die Verpackung des produzierten Materials vollzogen wird.<sup>13</sup>

Mehrstufige Prozesse können weiterhin nach ihrer Materialflusstruktur unterschieden werden:<sup>14</sup>

- Ein *konvergenter* Materialfluss liegt vor, wenn mehrere Einsatzstoffe zu einem Endprodukt zusammengeführt werden. Man spricht in diesem Fall auch von *synthetischer* Produktion.
- Bei einer *divergenten* beziehungsweise *analytischen* Materialflusstruktur entstehen aus wenigen Rohstoffen viele Endprodukte.
- Der einfachste Fall einer *linearen* beziehungsweise *seriellen* Produktionsstruktur stellt einen Grenzfall der divergenten und konvergenten dar. Hier wird lediglich ein einzelnes Produkt durch einen oder mehrere Prozessschritte umgewandelt beziehungsweise veredelt.
- Treten sowohl divergente als auch konvergente Elemente auf, liegt eine *allgemeine* beziehungsweise *vernetzte* Materialflusstruktur vor.

Abbildung 2.2 zeigt eine schematische Darstellung der verschiedenen Strukturtypen.

Der gleichzeitige Einsatz mehrerer Einsatzstoffe in einem einzigen Prozessschritt, wird als *Mischproduktion* bezeichnet. Sie ist Ursache konvergenter Materialflusstrukturen. Man unterscheidet die Mischproduktion nach starren von der nach variablen Mengenverhältnissen.

Eine *Kuppelproduktion* liegt dann vor, wenn in einem einzigen Prozessschritt aufgrund technischer Gegebenheiten zwingend mehr als ein Produkt erzeugt wird.<sup>15</sup> Kuppelproduktion bedingt divergente Materialflusstrukturen. Es wird zwischen starrer Kuppelproduktion bei festen Mengenverhältnissen und flexibler beziehungsweise elastischer bei variablen unterschieden. Die elastische Kuppelproduktion kann nicht steuerbaren stochastischen Einflüssen unterliegen.

Insbesondere in der chemischen Industrie sind außerdem *Kreislaufprozesse* beziehungsweise *Zyklen* vorzufinden. Diese entstehen durch die Rückführung eines Produktes als Einsatzstoff. Meist fällt dieses im Rahmen einer Kuppelproduktion als Nebenprodukt an. Man spricht daher auch häufig, insbesondere im

<sup>13</sup>Vgl. Fündeling und Trautmann (2005), S. 224 bzw. Fündeling und Trautmann (2007), S. 302.

<sup>14</sup>Vgl z. B. Küpper und Helber (2004), S. 55 f., Loos (1997), S. 38 ff., Schneeweiß (2002), S. 15 f. sowie Tempelmeier (2006), S. 103 f.

<sup>15</sup>Vgl. Riebel (1996), S. 993.

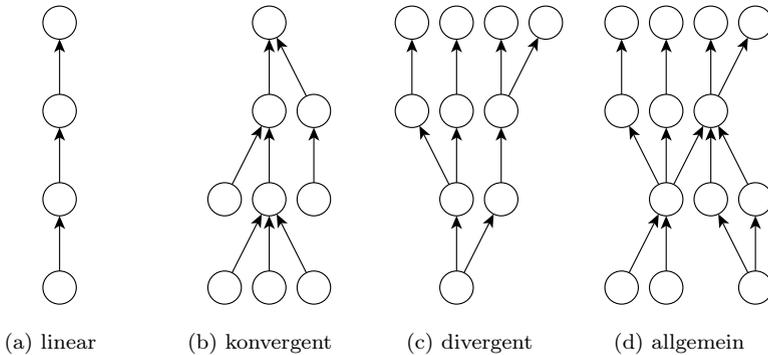


Abbildung 2.2: Materialflussstrukturen

Zusammenhang mit Aspekten des Umweltschutzes, von *Recycling*.<sup>16</sup> Bevor das Produkt zurückgeführt werden kann, sind oftmals weitere Bearbeitungsschritte notwendig.

### 2.2.3 Produktionsanlagen

Produktionsanlagen können aufgrund ihrer Anordnung und Verbindungsmöglichkeiten verschiedenen Typen zugeteilt werden:<sup>17</sup>

- Auf *Mono-* beziehungsweise *Einproduktanlagen* wird nur ein einziges Produkt gefertigt. Ihre technische Ausgestaltung ist meist speziell auf die Anforderungen dieses einen Herstellungsprozesses abgestimmt. Die Abstimmung auf einen einzigen Prozess ermöglicht einen hohen Automatisierungsgrad und den Durchsatz großer Produktionsvolumina. Eine Umrüstung zur Produktion anderer Produkte ist unter Umständen gar nicht möglich oder aber sehr aufwändig.
- Auf *Mehrproduktanlagen* kann eine begrenzte Menge ähnlicher Produkte gefertigt werden. Oft handelt es sich dabei um Varianten eines Produktes. Die Anordnung einer Mehrproduktanlage bleibt dabei für alle Produkte dieser Gruppe gleich.
- *Mehrzweckanlagen* sind der flexibelste Anlagentyp. Ihre Komponenten können durch zahlreiche Verbindungsmöglichkeiten je nach Anforderungen des zu produzierenden Produktes verknüpft werden. Sie sind daher für viele verschiedene Produkte einsetzbar.

<sup>16</sup>Eine ausführliche Betrachtung dieser Thematik findet sich z. B. in *Dyckhoff et al.* (1994).

<sup>17</sup>Vgl. z. B. *Blömer* (1999), S. 13 f. und *Lucet et al.* (1996), S. 44.

- Der Vollständigkeit halber seien auch *Pilot-* beziehungsweise *Versuchsanlagen* genannt. Sie sind in der Regel in ihrem Durchsatz stark begrenzt und werden hauptsächlich in der Forschung und Entwicklung eingesetzt. Sie sind daher nur sehr selten Gegenstand herkömmlicher Produktionsplanung.

Abbildung 2.3 zeigt die Einsatzbereiche der verschiedenen Anlagentypen in Abhängigkeit der vorhandenen Produktheterogenität und des Bedarfsvolumens.

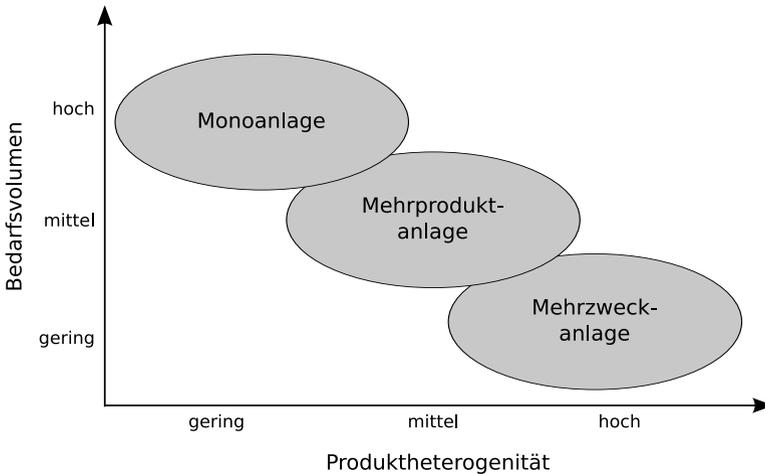


Abbildung 2.3: Einsatzbereiche verschiedener Produktionsanlagentypen (Quelle: Eigene Darstellung nach Blömer (1999), S. 14)

Für Produktionsanlagen sind verschiedene Betriebsmodi möglich. Es wird hierbei zwischen einer *Kampagnen-* und einer *Mischfahrweise*, auch *Short-term-mode* genannt, unterschieden.<sup>18</sup>

Eine Kampagne bezeichnet die aufeinanderfolgende Abarbeitung von Produktionsaufträgen beziehungsweise Chargen desselben Produktes. Dafür benötigte Produktionsanlagen werden in einem Rüstvorgang entsprechend konfiguriert. Häufig sind außerdem am Ende einer Kampagne Reinigungsschritte notwendig. Die Dauer der Rüst- und Reinigungsprozesse sowie die dadurch verursachten Kosten können von der Reihenfolge der auf der Produktionsanlage ausgeführten Prozesse abhängen. Die Bildung von Kampagnen kann

<sup>18</sup>Vgl. hierzu Günther und Blömer (1996), S. 4.

technologisch bedingt sein oder das Ziel verfolgen, die insgesamt notwendigen Rüst- und Reinigungsvorgänge zu minimieren.<sup>19</sup> Sie wird vor allem dann durchgeführt, wenn durch Produktwechsel erhebliche, nicht produktiv genutzte Leerzeiten entstehen und hohe Kosten verursacht werden. Voraussetzung für eine effektive Kampagnenbildung ist aber auch, dass nicht kurzfristig auf Aufträge reagiert werden muss, sondern mittelfristig verlässliche Nachfragedaten vorliegen. Neben Einproduktkampagnen existieren auch Mehrproduktkampagnen. Die Produkte einer Mehrproduktkampagne sind meist Variationen eines Produktes, die dieselbe Anlagenkonfiguration nutzen. Oftmals ist ihre Reihenfolge innerhalb der Kampagne zwecks Minimierung notwendiger Zwischenreinigungsschritte optimiert.

Im Short-term-mode werden verschiedene Produkte kurzfristig hintereinander produziert, ohne dass ein Produkt mehrmals in Folge produziert werden muss. Dennoch können auch hier Rüst- und Reinigungsvorgänge zwingend erforderlich sein. Der Short-term-mode wird meist in Mehrzweckanlagen bei nur kurzfristig bekannter Nachfrage eingesetzt. Die durch diese Betriebsweise bedingten kürzeren Durchlaufzeiten ermöglichen eine schnellere Reaktion auf Aufträge und führen damit zu niedrigeren Lagerbeständen.

### 2.2.4 Lagerung von Produkten

Produkte können hinsichtlich ihrer Haltbarkeit unterschieden werden.<sup>20</sup>

*Unlimited-wait*-Produkte (UW) können unbegrenzt gelagert und nach unbegrenzter Zeit weiterverarbeitet werden. „Unbegrenzt“ ist in diesem Sinne in Relation zum betrachteten Zeitraum zu verstehen. Aus planerischer Sicht fallen damit alle Produkte in diese Kategorie, deren Lagerfähigkeit den Planungshorizont übersteigt.<sup>21</sup>

Für *instabile* Produkte ist eine Lagerung nicht möglich. Sie müssen sofort weiterverarbeitet werden. Man nennt sie daher auch *Zero-wait*-Produkte (ZW). Ein Produkt ist instabil, wenn sich seine Eigenschaften nicht wie erwünscht erhalten lassen. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn sich chemische Reaktionen nicht stoppen lassen, neue beginnen oder Stoffbestandteile ihren Aggregatzustand ändern. ZW-Produkte werden aus planerischer Sicht häufig in einem Prozessschritt internalisiert, so dass als Input- und Outputstoffe nur stabile Produkte auftreten. Unter Umständen findet die Weiterverarbeitung des instabilen Produktes jedoch, beispielsweise aus Sicherheitsgründen, örtlich getrennt von den vorherigen Prozessschritten statt. Da sich damit weitere planerische Notwendigkeiten ergeben, wird in diesen Fällen meist auf eine Internalisierung

---

<sup>19</sup>Vgl. z. B. Overfeld (1990), S. 3.

<sup>20</sup>Vgl. z. B. Blömer (1999), S. 22 und Reklaitis (1996), S. 667.

<sup>21</sup>Natürlich muss hier für Lagerbestände, die zu Anfang des Planungszeitraumes existieren, die restliche Haltbarkeitsspanne berücksichtigt werden.

der Darstellung verzichtet, so dass ZW-Produkte explizit in der Planung zu berücksichtigen sind.

*Verderbliche* Produkte sind nur einen begrenzten Zeitraum haltbar. Sie können daher nur für eine limitierte Zeitspanne gelagert werden, bevor sie weiterverarbeitet werden. Deswegen werden sie auch als *Finite-wait*-Produkte (FW) bezeichnet. Der Vorgang des Verderbens ist in der Regel fließend, so dass das Produkt mit der Zeit mehr und mehr an Qualität verliert. Ist eine unkritische Lagerzeit überschritten, können Qualitätsprüfungen Aufschluss über eine unbedenkliche weitere Verwendung geben. Unter Umständen ist es möglich, die Qualität eines degradierten Produktes durch Aufbereitungsschritte so zu heben, dass es weiter eingesetzt werden kann. Insbesondere in der Nahrungsmittelindustrie existieren aber auch behördliche Vorschriften, die die weitere Verwendung von Produkten nach Überschreiten einer festgesetzten Lagerdauer verbieten.

Neben der Lagerfähigkeit eines Produktes sind auch die Lagerungsmöglichkeiten für die Charakterisierung eines Planungsproblems relevant. Es können die folgenden Lagertypen unterschieden werden:<sup>22</sup>

- Existieren keine Zwischenlager, man spricht auch von *No Intermediate Storage* (NIS), wird wie im Fall der ZW-Produkte eine sofortige Weiterverarbeitung zwingend notwendig.
- Existieren Zwischenlager, aber sind diese in ihrer Kapazität begrenzt, bezeichnet man dies als *Finite Intermediate Storage* (FIS). Kapazitätsbegrenzte Lagereinheiten können häufig nur von einem einzigen Produkt zur selben Zeit genutzt werden. Dies ist beispielsweise für Tanks der Fall.
- Im Fall des *Unlimited Intermediate Storage* (UIS) existieren keine Begrenzungen der Lagerkapazität.

## 2.3 Besonderheiten der Pharmawirkstoffproduktion

Die Pharmaindustrie ist aufgrund der mit der Produktion von Medikamenten verbundenen Verantwortung und den für den Endverbraucher vorhandenen Risiken fehlerhafter Herstellungsprozesse eine von behördlicher Seite stark regulierte Branche. Bevor ein Medikament verkauft werden darf, muss dessen Ungefährlichkeit und Wirksamkeit in klinischen Studien nachgewiesen werden. Die Entscheidung über die Zulassung treffen staatliche Behörden wie die European Medicines Agency (EMA) in der Europäischen Union oder die Food

---

<sup>22</sup>Vgl. z. B. *Reklaitis* (1996), S. 667 f.

and Drug Administration (FDA) in den Vereinigten Staaten von Amerika.<sup>23</sup> Wird die Zulassung erst zu einem späten Zeitpunkt im Zulassungsprozess verweigert, sind gegebenenfalls durchgeführte Investitionen hinfällig und bereits hergestellte Produktionsmengen unbrauchbar. Auch können die Behörden eine einmal erteilte Zulassung widerrufen, falls sich das Medikament zu einem späteren Zeitpunkt als nicht mehr sicher erweist. Die behördliche Regulierung bezieht sich jedoch nicht nur auf das Endprodukt der Pharmaproduktion, d. h. auf den in dosierte Form zur Verabreichung gebrachten Wirkstoff, sondern auf den gesamten Produktionsprozess und somit auch auf die Wirkstoffherstellung. Alle Verfahrensänderungen müssen in der Regel genehmigt werden. Die Freiheitsgrade in der Produktion sind daher relativ gering oder erfordern eine hohe Vorlaufzeit. Auch werden von behördlicher Seite hohe Anforderungen an die Reinheit des Prozesses gestellt. Infolgedessen sind Reinigungsprozesse umfassend sowie äußerst gründlich und damit in der Regel sehr zeitintensiv.<sup>24</sup>

Mit der Produktion vieler Medikamente erwächst eine starke ethische Verantwortung. Diese ist umso größer, je mehr ein Patient auf ein bestimmtes Medikament angewiesen ist. Besonders hoch ist sie damit für Medikamente, für die keine oder nur sehr schlechte Alternativpräparate existieren. Ein Lieferausfall ist in diesen Fällen nicht akzeptabel. Neben der ethischen Komponente existiert insbesondere bei patentgeschützten Medikamenten ein zusätzliches geschäftliches Interesse daran, einen Lieferausfall zu vermeiden. Neben Maßnahmen zur Sicherstellung der Lieferfähigkeit im normalen Tagesgeschäft müssen daher auch Strategien zur Verfügung stehen, um unvorhergesehene widrige Umstände, wie den langfristigen Ausfall eines Betriebes, zu kompensieren. Teil dieser Strategie kann das Vorhalten von hohen Sicherheitsbeständen sein.<sup>25</sup>

Die Herstellung der Pharmawirkstoffe erfolgt als Batchproduktion. Hierbei können leichte Ausbeuteschwankungen auftreten. Mehrere Batches eines Prozesses werden dabei zu Kampagnen zusammengefasst. In der Regel kann von einer hohen Fertigungstiefe ausgegangen werden. Die Materialflussstruktur ist allgemein und kann Zyklen aufweisen. Die konvergenten überwiegen jedoch die divergenten Anteile. Die in dieser Arbeit nicht betrachtete Weiterverarbeitung des Wirkstoffes ist im Gegensatz hierzu durch eine hohe Divergenz gekennzeichnet, die sich aus verschiedenen Verabreichungsformen, Dosierungen und Verpackungsgrößen ergibt. Einproduktanlagen kommen nicht oder nur in Ausnahmefällen zum Einsatz. In der Regel werden Mehrprodukt- oder Mehrzweckanlagen zur Produktion genutzt.<sup>26</sup>

Die eingesetzten Rohstoffe können, wie häufig in der Prozessindustrie, Quali-

---

<sup>23</sup>Vgl. *Fischer und Breitenbach* (2007), S. 121 ff.

<sup>24</sup>Vgl. *Heider* (2009).

<sup>25</sup>Vgl. *Küppers und Ewers* (2007), S. 38 f.

<sup>26</sup>Vgl. *Heider* (2009).

tätsschwankungen unterliegen.<sup>27</sup> Jedoch kann eine Verwendung nur innerhalb enger Toleranzen stattfinden. Gegenüber der verbleibenden akzeptablen Qualitätsabweichung muss der Herstellungsprozess so robust sein, dass keine oder nur geringfügige Auswirkungen auf das Endprodukt entstehen. Dies gilt ebenfalls für Qualitätsschwankungen auf den Zwischenstufen.

---

<sup>27</sup>Vgl. *Taylor et al.* (1981), S. 13.

# 3 Modellierung und Lösung von Planungsproblemen

Nachdem im letzten Kapitel die Charakteristika von Planungsproblemen in der Prozessindustrie aufgezeigt wurden, ist dieses Kapitel dem Planungsvorgang gewidmet. Zunächst erfolgt hierfür eine Einordnung der Produktionsplanung und -steuerung in das Planungsnetzwerk eines Unternehmens als Bestandteil einer Supply Chain. Danach werden zunächst verschiedene Lösungsverfahren geschildert, die im Bereich der Produktionsplanung und -steuerung genutzt werden. Im darauffolgenden Abschnitt erfolgt eine Übersicht verschiedener modellierungstechnischer Aspekte für die mathematische Optimierung. Dies betrifft im Wesentlichen die Darstellung von Prozessen sowie der Zeit. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels werden allgemeine Methoden und Vorgehensweisen zur Reduktion der Größe und Vereinfachung eines Planungsmodells dargelegt.

## 3.1 Einordnung der Produktionsplanung und -steuerung

Hinsichtlich des Entscheidungsprozesses lassen sich zwei verschiedene Vorgehensweisen, die *Simultan-* und *Sukzessivplanung*, unterscheiden.<sup>28</sup> Bei Verwendung der Simultanplanung werden in einem Totalmodell alle relevanten Entscheidungen gleichzeitig getroffen. Dies ist jedoch auf Unternehmensebene nicht immer praktikabel, da die effiziente Lösbarkeit einer Problemstellung von der resultierenden Problemgröße abhängig ist. Außerdem müssen für die Simultanplanung alle Informationen über jedes Detail des Problems zentral, an einer Stelle, zur Verfügung stehen. Im Gegensatz hierzu wird bei der Sukzessivplanung das Gesamtproblem in Partialmodelle unterteilt, die dann nacheinander gelöst werden.<sup>29</sup> Häufig folgt die Zerlegung dabei der hierarchischen Struktur des Problems. Man spricht dann von einer hierarchischen Produktionsplanung.<sup>30</sup> Aus den Teillösungen wird schließlich die Gesamtlösung konstruiert.

<sup>28</sup>Vgl. z. B. *Glaser* und *Petersen* (1996), S. 1406 oder *Stadtler* (1988), S. 21 ff.

<sup>29</sup>Für eine genauere Erläuterung der Dekomposition als Planungsmethode sei auf Abschnitt 3.4.1 verwiesen.

<sup>30</sup>Zur hierarchischen Produktionsplanung siehe *Stadtler* (1988) oder *Steven* (1994).

Diese ist jedoch für das Gesamtproblem aufgrund der kaum vermeidbaren Interdependenzen zwischen den Teilproblemen in der Regel nur suboptimal.

In der sogenannten Supply-Chain-Planning-Matrix sind alle Planungsaufgaben, die in einer Supply Chain anfallen, nach Planungshorizont und den funktionalen Bereichen in der Reihenfolge des Materialflusses gegliedert. Abbildung 3.1

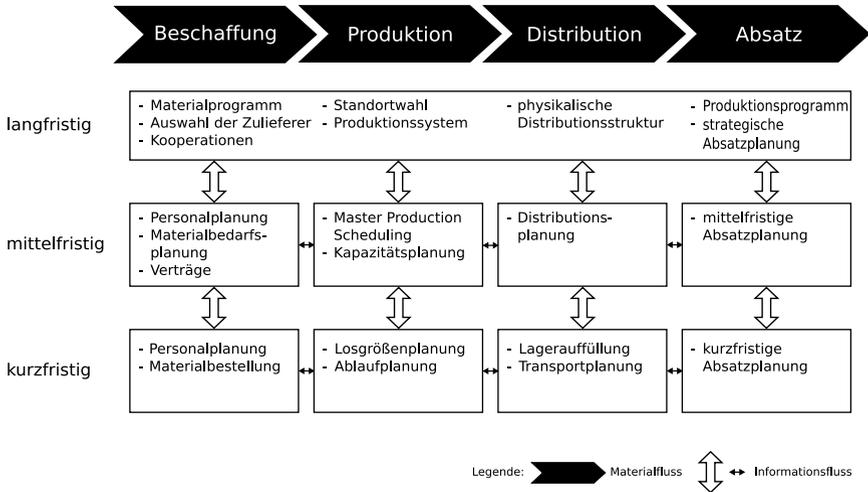


Abbildung 3.1: Supply-Chain-Planning-Matrix (Quelle: Eigene Darstellung nach *Fleischmann et al.* (2008), S. 87)

zeigt verschiedene Planungsaufgaben, wie sie in verschiedenen Supply Chains anfallen können. Die dargestellte Einordnung hat idealtypischen aber nicht zwingenden Charakter. So erstreckt sich der Planungshorizont bei der Kampagnenplanung in der Prozessindustrie als Äquivalent zur Bestimmung der Losgröße mitunter über längere Zeiträume, so dass hier eine Einordnung im Mittelfristbereich sinnvoller erscheint.<sup>31</sup> In Anbetracht von in der Prozessindustrie existierenden Planungsproblemen, die durch Kampagnenlaufzeiten von mehreren Monaten und Wiederauflagezyklen von mitunter mehreren Jahren gekennzeichnet sind, kann daher auch eine zumindest szenariobasierte, detaillierte Planung mit noch längerem Planungshorizont dienlich sein.

Moderne *Advanced Planning Systeme* (APS) bestehen aus verschiedenen Softwaremodulen, die die Supply-Chain-Planning-Matrix abdecken. Abbildung 3.2 zeigt eine anbieterneutrale Übersicht. Ein Überblick der unterschied-

<sup>31</sup>Vgl. z. B. *Suerie* (2005), S. 69 f.

lichen Ausprägungen verschiedener APS führender Hersteller findet sich in Rhode et al. (2000). Das *Strategic Network Planning*, auch als *Strategic Net-*

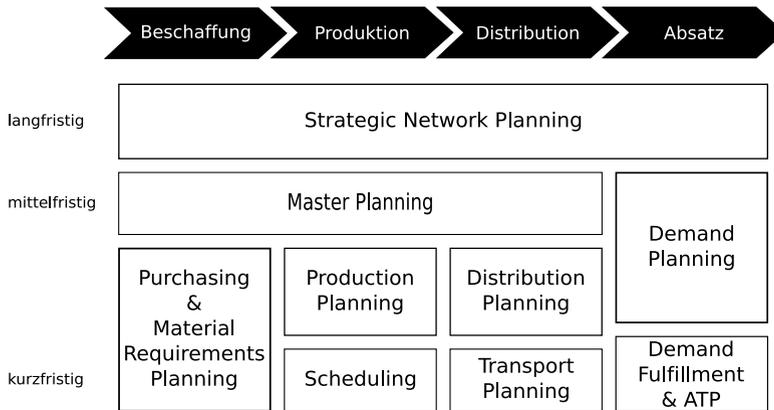


Abbildung 3.2: Softwaremodule zur Abdeckung der Supply-Chain-Planungsmatrix (Quelle: Eigene Darstellung nach Meyr et al. (2008), S. 109)

*work Design* bezeichnet, bildet das Fundament einer erfolgreichen taktischen und operativen Planung. Es umspannt alle vier Planungsbereiche. Aufgaben des *Strategic Network Planning* sind unter anderem die Standortwahl, die Ausgestaltung des Distributionsnetzwerkes sowie Entscheidungen hinsichtlich des Produktprogramms. Aufgabe des *Demand Planning* ist die kurz- bis mittelfristige Prognose von Absatzmengen. Das *Demand Planning* wird häufig durch *Available to Promise (ATP)* ergänzt, um kurzfristig genaue Lieferterminezusagen unter Berücksichtigung von Plan- und Ist-Beständen in der gesamten Supply Chain zu treffen. Das *Master Planning* ist für die Koordination von Beschaffung, Produktion und Distribution auf der Mittelfristebene zuständig.<sup>32</sup> Dabei werden Produktionsmengen, Kapazitäten und Personal abgestimmt, so dass ein grober, zeitdiskreter Produktionsplan zur Verfügung gestellt wird. Im *Production Planning* findet eine Entscheidung über die Losgröße statt, während im *Scheduling* die Ablaufplanung folgt. Die beiden Module können jedoch auch zu einem zusammengefasst werden, so dass beide Planungsaufgaben simultan gelöst werden. Die Module *Transport Planning* und *Distribution Planning* sind für die kurzfristige Distributionsplanung zuständig. Sie unterscheiden sich im Detaillierungsgrad der vorgenommenen Planung. Der Fokus des *Purchasing &*

<sup>32</sup>Das *Master Planning* wird in anderen Systematisierungsansätzen für APS auch als *Supply Network Planning* bezeichnet.

*Material Requirements Planning* liegt auf der kurzfristigen Beschaffung und Bereitstellung von Materialien. Für eine ausführliche Darstellung der einzelnen Planungsmodule sei auf *Stadler und Kilger (2008)* verwiesen. Eine leicht unterschiedliche Systematisierung von Planungsmodulen in APS findet sich in *Günther (2005)* sowie *Neumann et al. (2002)*.

Die in dieser Arbeit betrachtete Problemstellung betrifft im Wesentlichen den Bereich der Produktion. Die Systematik der Entscheidungen findet sich daher bei erster Betrachtung hauptsächlich in den Modulen des Production Planning & Scheduling (PP&S) wieder. Das Problem ist allerdings durch lange Rüst- und Reinigungszeiten, lange Durchlaufzeiten und große Zeiträume zwischen der Wiederauflage von Kampagnen gekennzeichnet. Eine kurzfristige Planung auf Basis eines zu groben Master Planning kann daher schlechte oder sogar unzulässige Produktionspläne im PP&S zur Folge haben. Damit muss bereits auf der Master Planning Ebene eine detaillierte Planung stattfinden. Außerdem können durch die Problemstellung auch Elemente der Beschaffung tangiert sein, so dass auch Entscheidungen des Purchasing & Material Requirements Planning abgedeckt werden. Zusätzlich zur Einordnung in ein APS kann eine längerfristige Analyse unter Berücksichtigung szenariotechnischer Gesichtspunkte sinnvoll sein. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn nur durch eine langfristige und detaillierte Planungsweise frühzeitig Probleme und Engpässe zu identifizieren sind, die bei einer zu aggregierten groben Planungsweise nicht deutlich werden.

## 3.2 Lösungsverfahren

Lösungsverfahren können in zwei Gruppen unterteilt werden. *Exakte Verfahren* führen in einer endlichen Zahl an Schritten zur optimalen Lösung des Problems. Zu ihnen gehören insbesondere die verschiedenen Methoden der mathematischen Optimierung, die die Minimierung beziehungsweise Maximierung<sup>33</sup> einer von Variablen abhängigen Zielfunktion unter Berücksichtigung von Nebenbedingungen zum Gegenstand hat.<sup>34</sup> Die zweite Gruppe der Lösungsverfahren beinhaltet diejenigen Verfahren, die nur eine näherungsweise Lösung bestimmen, beziehungsweise für die im Allgemeinen nicht nachgewiesen werden kann, dass sie zur optimalen Lösung konvergieren.<sup>35</sup> Man bezeichnet diese auch als

---

<sup>33</sup>Maximierungsprobleme lassen sich in Minimierungsprobleme überführen, indem die Zielfunktion mit  $-1$  multipliziert wird. Siehe hierzu beispielsweise *Benker (2003)*, S. 125 oder *Domschke und Drexl (2007)*, S. 16 f.

<sup>34</sup>Vgl. *Benker (2003)*, S. 1 und 115

<sup>35</sup>Es sei darauf hingewiesen, dass für einige Heuristiken theoretische Konvergenznachweise unter Annahme bestimmter Voraussetzungen existieren, die jedoch in praktischen Anwendungen meist nicht eingehalten werden können (Siehe *Osman und Kelly (1996)*, S. 3).

Heuristiken oder heuristische Verfahren.<sup>36</sup>

### 3.2.1 Exakte Lösungsverfahren

#### Lineare und nicht-lineare (gemischt-ganzzahlige) Optimierung

Gemäß Abbildung 3.3 werden die vier Problemklassen des *Linear Programming* (LP), *Mixed-Integer Linear Programming* (MILP), *Non-Linear Programming* (NLP) und *Mixed-Integer Non-Linear Programming* (MINLP) unterschieden.<sup>37</sup>

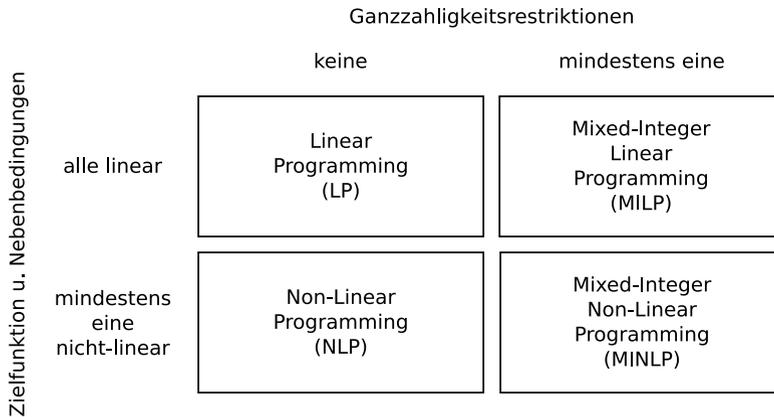


Abbildung 3.3: Problemklassen

In einem LP-Problem sind sowohl die Zielfunktion als auch die Funktionen der Ungleichungs-Nebenbedingungen linear. Alle Variablen können reelle Werte annehmen. Die bekannteste und verbreitetste Methode zur Lösung eines LP-Problems ist der Simplex-Algorithmus.<sup>38</sup> Er durchsucht den Randbereich des zulässigen Lösungsraumes, um die optimale Lösung zu erreichen. Neben dem Simplex-Algorithmus existieren jedoch weitere Lösungsverfahren, wie beispielsweise die Interior Point-Methoden. Sie arbeiten sich aus dem Inneren des zulässigen Lösungsbereiches zur optimalen Lösung am Rand vor.<sup>39</sup>

MILP-Probleme besitzen zusätzlich zu LP-Problemen mindestens eine Ganzzahligkeitsrestriktion hinsichtlich ihrer Variablen. Da in der Praxis häufig Ja-oder-Nein-Entscheidungen zu modellieren sind, sind diese häufig binärer Art,

<sup>36</sup>Vgl. *Domschke et al. (1997)*, S. 40.

<sup>37</sup>Vgl. z. B. *Floudas (1995)*, S. 5.

<sup>38</sup>Vgl. z. B. *Benker (2003)*, S. 126.

<sup>39</sup>Vgl. z. B. *Eiselt und Sandblom (2007)*, S. 273 ff.

d. h. eine Variable darf nur den Wert 0 oder 1 annehmen. Jedes einzelne Problem, welches sich aus Kombination der möglichen Werte ergibt, die die ganzzahligen Variablen annehmen können, entspricht einem LP-Problem. Diese können dadurch mit Hilfe der herkömmlichen Methoden gelöst werden. Existiert eine endliche Anzahl an Kombinationen,<sup>40</sup> ist es möglich, die optimale Lösung über eine vollständige Enumeration der einzelnen LP-Probleme aufzufinden. Die benötigte Rechenzeit ist hierbei jedoch abhängig von der Anzahl zu überprüfender Kombinationen. Damit ist die vollständige Enumeration nicht sehr effizient und in vielen Fällen zu langwierig.<sup>41</sup> Die bekanntesten Vorgehensweisen zur Überwindung dieses Problems sind *Branch & Bound*, *Schnittebenenverfahren* sowie deren Kombination als *Branch & Cut*.<sup>42</sup> Branch & Bound-Methoden erfassen die möglichen ganzzahligen Kombinationen in einem Entscheidungsbaum. An jedem Knoten im Entscheidungsbaum erfolgt eine Verzweigung in Unterlösungsräume unter Berechnung oberer und unterer Schranken. Die Verzweigung erfolgt durch die Konkretisierung oder Einschränkung einzelner ganzzahliger Variablen. Zweige, die aus einem Knoten stammen, dessen Lösung bereits ohne die noch ausstehende Berücksichtigung von Ganzzahligkeitsrestriktionen eine schlechtere Lösung als die beste bereits bekannte aufweisen, müssen nicht weiter verfolgt werden. Weitere Effizienzgewinne sind durch eine geschickte Wahl der Verzweigungsreihenfolge möglich. Branch & Bound-Methoden können auch allein zur exakten Lösung rein kombinatorischer Probleme genutzt werden.<sup>43</sup> Schnittebenenverfahren, häufig auch mit dem englischsprachigen Begriff Cutting Plane-Methoden bezeichnet, verkleinern den zulässigen Lösungsraum durch immer neue Nebenbedingungen, sogenannte Cuts, bis die optimale ganzzahlige Lösung gefunden ist. Ausgangspunkt ist hierbei ein relaxiertes Problem ohne Ganzzahligkeitsnebenbedingungen. Die Cuts werden so hinzugefügt, dass der Lösungsraum auf die zulässigen ganzzahligen Bereiche beschnitten wird.<sup>44</sup> Aus der Verknüpfung beider zuvor vorgestellter Ansätze entstehen Branch & Cut-Verfahren. Neben sogenannten globalen Cuts, die für das Gesamtproblem gültig sind, können nun außerdem lokale Cuts hinzugefügt werden, die nur für bestimmte Bereiche des Verzweigungsbaumes passend sind. Hierdurch werden die individuellen Vorteile beider Verfahren kombiniert.<sup>45</sup>

Zur Lösung von LP und MILP Problemen kann verschiedene Standardsoftware genutzt werden. Die verbreitetsten kommerziellen Programme sind CPLEX, LINDO und Xpress-MP. Für einen Vergleich der drei Standardsolver

---

<sup>40</sup>Dies ist der Fall, wenn alle ganzzahligen Variablen nach unten und oben begrenzt sind.

Für rein binäre Entscheidungsprobleme ist dies folgerichtig immer der Fall.

<sup>41</sup>Vgl. z. B. *Floudas* (1995), S. 101 oder *Kistner* (2003), S.184.

<sup>42</sup>Vgl. z. B. *Domschke und Drexl* (2007), S. 127 f., *Pochet und Wolsey* (2006), S. 77 ff.

<sup>43</sup>Vgl. z. B. *Morton und Pentico* (1993), S. 93 ff.

<sup>44</sup>Vgl. z. B. *Ellinger et al.* (2003), S. 153 ff., *Kistner* (2003), S. 175 ff.

<sup>45</sup>Vgl. *Pochet und Wolsey* (2006), S. 101 ff.

hinsichtlich ihrer Fähigkeiten und Eigenschaften sei auf *Atamtürk* und *Savelsbergh* (2005) verwiesen. Eine Übersicht nicht-kommerzieller Software geben *Linderoth* und *Ralphs* (2006). Die in den Solvern verwendeten Modellierungssprachen sind in *Kallrath* (2004) ausführlich beschrieben. Die Lösungsfähigkeit mit Hinblick auf die behandelbare Größe des Problems und die Geschwindigkeit, mit der es gelöst wird, haben in den letzten beiden Jahrzehnten immens zugenommen.<sup>46</sup> Dies wurde durch die Weiterentwicklung der Optimierungsalgorithmen, die ständige Verbesserung der eingesetzten Software und der parallel stattfindenden Entwicklung der eingesetzten Hardware möglich. Ausschlaggebend für eine effiziente Lösung ist immer auch eine gute Modellformulierung. Dasselbe Problem kann meist auf verschiedene Art und Weise beschrieben werden.<sup>47</sup> Je „enger“ die Modellformulierung desto schneller wird der Lösungsprozess.<sup>48</sup> Eine Modellformulierung wird dann als „eng“ angesehen, wenn die Ganzzahligkeitslücke zwischen der optimalen Lösung (mit Rücksicht auf die Ganzzahligkeitsrestriktionen) und der optimalen Lösung des LP-relaxierten Modells möglichst gering ist. Ausführliche Darstellungen zu MILP und den dabei eingesetzten Algorithmen sowie Vorgehensweisen der Modellierung finden sich beispielsweise in *Kallrath* (2002a), *Nemhauser* und *Wolsey* (1999) oder *Pochet* und *Wolsey* (2006).

NLP- und MINLP-Probleme beinhalten eine nicht-lineare Zielfunktion und/ oder mindestens eine nicht-lineare Nebenbedingung. Für sie existiert kein universell einsetzbares Lösungsverfahren. Für eine Systematisierung der Problemtypen und der vorhandenen Lösungsverfahren sei daher für Probleme ohne Ganzzahligkeitsrestriktionen auf *Jahn* (2007) und im Allgemeinen auf *Floudas* (1995) verwiesen.

## Dynamische Programmierung

Mit der von *Bellmann* (1957) begründeten *dynamischen Programmierung* (DP) können Entscheidungsprobleme gelöst werden, die sich als Folge voneinander abhängiger Teilentscheidungen darstellen lassen. Der Begriff dynamisch ist insoweit irreführend, als sich nicht nur zeitliche Folgen, sondern auch deterministisch anderweitig unterteilbare Probleme auf diese Weise lösen lassen. Das Gesamtproblem muss in kleinere Subprobleme der gleichen Art aufteilbar sein. Die DP kann nur angewendet werden, wenn für die optimale Gesamtlösung gilt, dass ihre Subprobleme ebenfalls optimal gelöst sind. Vorteilhaft für die Lösungseffizienz eines DP-Algorithmus ist, dass dieselben Subprobleme wiederholt als Bestandteil anderer Probleme auftauchen. In diesen Fällen erübrigt sich eine Neuberechnung und es kann auf die bereits beim ersten Auftreten des

<sup>46</sup>Vgl. hierzu z. B. *Bixby et al.* (2000), *Bixby* und *Rothberg* (2007) sowie *Ashford* (2007).

<sup>47</sup>Vgl. zu dieser Thematik auch *Brüggemann et al.* (2003a).

<sup>48</sup>Vgl. z. B. *Suerie* (2005), S. 73 f.

Subproblems gespeicherte Lösung zurückgegriffen werden. Eine ausführliche Darstellung der DP findet sich beispielsweise in *Bertsekas* (2005, 2007).

## Constraint Programming

Grundsätzliche Idee des *Constraint Programming* (CP) ist die Darstellung der Verknüpfungen zwischen den Variablen eines Problems durch Nebenbedingungen. Zusätzlich wird für jede Variable ein finiter Definitionsbereich angegeben. Das daraus resultierende *Constraint Satisfaction Problem* (CSP) ist gelöst, wenn jeder Variablen unter Einhaltung ihres Definitionsbereiches ein Wert zugewiesen wurde und dabei alle Nebenbedingungen eingehalten werden. Bei der Darstellung von Nebenbedingungen sind hierbei mehr Möglichkeiten als mit MILP-Modellen gegeben. So lassen sich beispielsweise disjunkte Nebenbedingungen direkt, statt über Einführung von Binärvariablen definieren. Durch die fehlende Berücksichtigung einer Zielfunktion ist die Lösung eines CSP immer nur zulässig aber nicht unbedingt optimal. Durch einen iterativen Prozess kann jedoch auch eine echte Optimierung erfolgen. Hierzu wird eine Zielfunktionsvariable eingeführt und eine Nebenbedingung hinzugefügt, die für diese nur Werte akzeptiert, die besser sind als die bisher gefundenen. *Lustig* und *Puget* (2001) geben eine Einführung in CP insbesondere für Leser, die bereits mit MILP vertraut sind. Weitere ausführlichere Darstellungen der CP finden sich in *Brailsford et al.* (1999) sowie *Frühwirth* und *Abdennadher* (2003).

### 3.2.2 Heuristiken

Lässt sich für das Planungsproblem eine mathematische Modellformulierung aufstellen, ist es zumindest theoretisch durch mathematische Optimierung lösbar. Hinsichtlich des Rechenaufwandes spielen hierbei jedoch Problemkomplexität und -größe eine erhebliche Rolle. Formal lassen sich Probleme hierbei in verschiedene Komplexitätsklassen einordnen.<sup>49</sup> Die Klasse  $\mathcal{P}$  besteht aus allen Entscheidungsproblemen, d. h. Problemen, deren Fragestellung mit „ja“ oder „nein“ beantwortet werden kann, für die ein Lösungsalgorithmus mit maximal polynomialem Rechenaufwand existiert. Entscheidungsprobleme, die sich auf einer nicht-deterministischen Turing-Maschine in polynomialer Rechenzeit lösen lassen beziehungsweise für die eine geratene Lösung auf einer deterministischen Turing-Maschine in polynomialer Rechenzeit verifiziert werden kann, bilden die Klasse  $\mathcal{NP}$ . Damit ist die Klasse  $\mathcal{P}$  Teilmenge von  $\mathcal{NP}$ . Ein Entscheidungsproblem, auf welches sich alle Probleme in  $\mathcal{NP}$  in polynomialer Rechenzeit transformieren lassen, heißt  $\mathcal{NP}$ -vollständig. Würde

---

<sup>49</sup>Für die im Folgenden beschriebene Klassifizierung vgl. z. B. *Brucker* und *Knust* (2006), S. 24 ff., *Brüggemann* (1995), S. 69 ff., *Korte* und *Vygen* (2008), S. 359 ff.

für eines dieser Probleme ein Algorithmus mit polynomialem Rechenaufwand gefunden werden, wäre  $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ . Alle Probleme, für die aus Folge einer polynomialen Lösbarkeit  $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$  gelten würde, heißen  $\mathcal{NP}$ -schwer. Alle  $\mathcal{NP}$ -vollständigen Probleme sind damit auch  $\mathcal{NP}$ -schwer. Ebenso sind alle Optimierungsversionen  $\mathcal{NP}$ -vollständiger Entscheidungsprobleme  $\mathcal{NP}$ -schwer. Während ein  $\mathcal{NP}$ -vollständiges Problem immer auch zur Klasse  $\mathcal{NP}$  gehört, muss ein  $\mathcal{NP}$ -schweres Problem damit nicht notwendigerweise in  $\mathcal{NP}$  liegen.

Da es bisher nicht gelungen ist, den Nachweis zu erbringen, dass  $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$  gilt, sind  $\mathcal{NP}$ -schwere Optimierungsprobleme bei steigender Problemgröße oftmals nicht mehr in akzeptabler Rechenzeit lösbar. In diesem Fall kann auf Heuristiken zurückgegriffen werden. Das Wort Heuristik entstammt dem griechischen *heurískein*, welches *finden* beziehungsweise *entdecken* bedeutet.<sup>50</sup> Heuristiken sind effiziente Methoden beziehungsweise Vorschriften zur Suche nach möglichst guten Lösungen, für die im Allgemeinen jedoch keine Konvergenz zur optimalen Lösung nachgewiesen werden kann.<sup>51</sup> Damit kann das Auffinden der optimalen Lösung bei Nutzung von Heuristiken nicht garantiert werden. Ebenfalls kann keine Aussage über den Abstand zwischen der besten gefundenen und der optimalen Lösung getroffen werden.

Heuristiken können grundsätzlich in *Eröffnungs-* und *Verbesserungsverfahren* unterteilt werden.<sup>52</sup> Eröffnungsverfahren dienen lediglich zum Auffinden zulässiger Lösungen. Verbesserungen einer einmal bekannten Lösung finden nicht statt. Wie ihr Name andeutet, dienen die durch sie gefundenen Lösungen in der Regel als Ausgangspunkt für die Verbesserungsverfahren. Letztere versuchen bereits zulässige Lösungen schrittweise zu verbessern. Dies geschieht durch zielgerichtete oder zufällige Modifikationen der Ursprungslösung. Dabei wird in den meisten Fällen der Raum zulässiger Lösungen nicht mehr verlassen, d. h. eine Modifikation wird nur akzeptiert, falls diese zu einer wiederum zulässigen Lösung führt.<sup>53</sup> Aufgrund der bereits angesprochenen im Allgemeinen fehlenden Konvergenz zur optimalen Lösung benötigen iterative Verbesserungsverfahren künstliche Abbruchkriterien.<sup>54</sup>

Desweiteren können problemspezifische Heuristiken, die auf eine konkrete Problemstellung zugeschnitten sind, und sogenannte *Metaheuristiken* unterschieden werden. Eine Metaheuristik ist ein übergeordneter iterativer Prozess, der ihm untergeordnete Heuristiken lenkt und steuert, um den Lösungsraum auf intelligente Weise effizient zu durchsuchen. Metaheuristiken sind allgemein-

<sup>50</sup>Siehe *Dudenredaktion* (2006).

<sup>51</sup>Es sei darauf hingewiesen, dass für einige Heuristiken theoretische Konvergenznachweise unter Annahme bestimmter Voraussetzungen existieren, die jedoch in praktischen Anwendungen meist nicht eingehalten werden können (Siehe *Osman und Kelly* (1996), S. 3).

<sup>52</sup>Vgl. z. B. *Berens et al.* (2004), S. 122 f. und *Zäpfel und Braune* (2005), S. 23.

<sup>53</sup>Vgl. *Berens et al.* (2004), S. 118.

<sup>54</sup>Vgl. *Berens et al.* (2004), S. 118.

gültig auf verschiedenste Probleme anwendbar.<sup>55</sup>

Die nächsten beiden Abschnitte widmen sich der Vorstellung verschiedener heuristischer Ansätze. Die klassischen heuristischen Methoden finden meist als Grundlage spezieller Suchverfahren Anwendung. Im zweiten Abschnitt werden einige moderne Metaheuristiken vorgestellt.

#### 3.2.2.1 Klassische Methoden der Heuristik

Ein grundlegendes Prinzip vieler heuristischer Verfahren ist die *lokale Nachbarschaftssuche*. Ausgangspunkt der Nachbarschaftssuche ist eine zulässige Lösung, die entweder durch eine Eröffnungsheuristik, Zufall oder anderweitig beschafft wurde. Die Nähe zur Ausgangslösung, d. h. deren Nachbarschaft, kann unterschiedlich definiert werden.<sup>56</sup> Häufig verwendete Kriterien sind je nach Art des vorliegenden Problems der euklidische Abstand, Vertauschungen in der Reihenfolge oder der Hamming-Abstand<sup>57</sup>. In einem iterativen Verfahren wird dann eine zulässige Lösung der Nachbarschaft ausgewählt und mit dieser der Prozess fortgesetzt. Es gibt dabei zwei Möglichkeiten, den Auswahlprozess zu gestalten. Im ersten Fall werden zunächst alle zulässigen Lösungen der Nachbarschaft bestimmt und evaluiert. Erst dann erfolgt die Auswahl unter Kenntnis der soeben berechneten Daten. Im anderen Fall werden die zulässigen Lösungen der Nachbarschaft schrittweise bestimmt. Sobald eine gefundene Lösung bestimmten Kriterien genügt, wird mit ihr der nächste Iterationsschritt begonnen, ohne dass alle Lösungen der Nachbarschaft bestimmt wurden und zum Entscheidungsprozess beitragen. Dies ermöglicht Rechenzeiteinsparungen, birgt aber die Gefahr größere Verbesserungsschritte zu übersehen. Sinnvoll ist eine solche Vorgehensweise daher besonders dann, wenn bereits über andere, leichter zu errechnende Kriterien eine vielversprechende Suchrichtung innerhalb der Nachbarschaft vorgegeben werden kann. Sind in der Nachbarschaft der Startlösung keine zulässigen Lösungen vorhanden, die den Mindestanforderungen genügen, um mit ihnen die Suche im nächsten Iterationsschritt fortzusetzen, muss das Verfahren abgebrochen werden. Gegebenenfalls kann ein Abbruch durch eine temporäre Ausweitung der Nachbarschaft hinausgezögert werden. Um den Rechenaufwand in Relation zur erwarteten Verbesserung zu begrenzen, kann das Iterationsverfahren außerdem

---

<sup>55</sup>Vgl. u. a. Blum und Roli (2003), S. 270 f., Brüggemann (1995), S. 18 f., Glover et al. (1999), S. ix sowie Zäpfel und Braune (2005), S. 24 f.

<sup>56</sup>Vgl. z. B. Zäpfel und Braune (2005), S. 27.

<sup>57</sup>Der Hamming-Abstand beziehungsweise die Hamming-Distanz ist ein Maß für den Abstand zweier binärer Zahlen. Er gibt an, in wievielen Stellen sich diese unterscheiden. Zum Beispiel beträgt der Hamming-Abstand der binären Zahlen 10011 und 11010 zwei. Der Hamming-Abstand lässt sich als Definitionskriterium für die Nähe zweier Lösungen verwenden, wenn sich diese in binärer Form darstellen lassen.

durch andere Abbruchkriterien vorzeitig beendet werden.<sup>58</sup>

In klassischen Heuristiken ist das Kriterium zur Auswahl der Lösung, mit der der Iterationsprozess fortgeführt wird, deren Güte, die meist durch einen Zielfunktionswert repräsentiert wird. Die Nachbarschaftssuche wird somit iterativ mit einer jeweils besseren Lösung fortgesetzt. Die Methodik der *schrittweisen Verbesserung* wird auch mit dem englischsprachigen Begriff *Hill-Climbing* bezeichnet.<sup>59</sup> Abbildung 3.4 zeigt die Vorgehensweise einer Nachbarschaftssuche mit schrittweiser Verbesserung in Pseudocode. Da nur ein begrenzter Bereich

```

Initialisiere Startlösung sol
repeat
  Finde eine zulässige Lösung sol' in der Nachbarschaft von sol
  if sol' besser als sol then
    sol = sol'
  end if
until keine bessere zulässige Lösung in Nachbarschaft von sol

```

(a) Wahl der ersten gefundenen besseren Lösung aus der Nachbarschaft

```

Initialisiere Startlösung sol
repeat
  Finde alle zulässigen Lösungen in der Nachbarschaft von sol
  Bestimme die beste dieser Lösungen sol'
  if sol' besser als sol then
    sol = sol'
  end if
until keine bessere zulässige Lösung in Nachbarschaft von sol

```

(b) Wahl der besten Lösung aus der gesamten Nachbarschaft

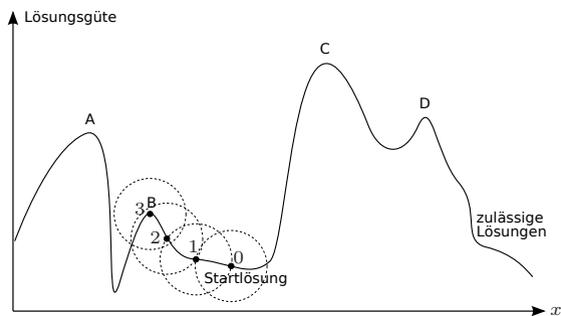
Abbildung 3.4: Lokale Nachbarschaftssuche (Pseudocode)

in der Nähe einer Lösung durchsucht wird und nur bessere Lösungen akzeptiert werden, wird das Verfahren durch das Auffinden eines lokalen Optimums beendet. Je kleiner die Nachbarschaft gewählt wird, desto höher ist die Gefahr, dass der Iterationsprozess schnell beendet ist. Je größer jedoch die Nachbarschaft, desto mehr Rechenzeit wird für einen Schritt benötigt.<sup>60</sup> Das Beispiel in Abbildung 3.5 verdeutlicht die Reichweite der Entscheidung für die Größe der Nachbarschaft und die Wahl der Startlösung. Es zeigt drei verschiedene

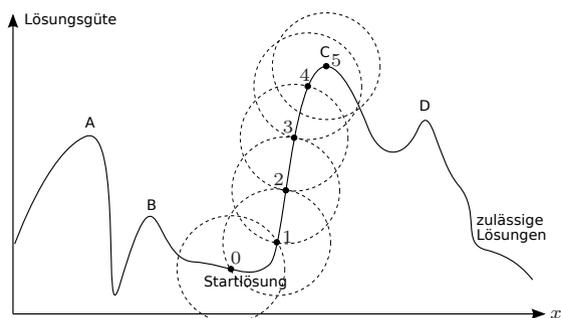
<sup>58</sup>Vgl. Michalewicz und Fogel (2004), S. 40 ff. sowie Zäpfel und Braune (2005), S. 27 ff.

<sup>59</sup>Vgl. z. B. Michalewicz und Fogel (2004), S. 43 ff.

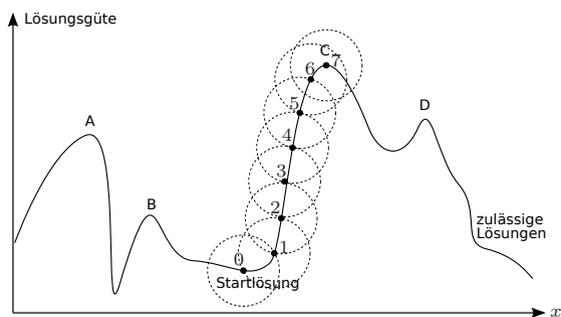
<sup>60</sup>Im Extremfall würde die Nachbarschaft der Ausgangslösung den gesamten Lösungsraum beinhalten. Zur Bestimmung der nächsten (und letzten) Lösung wäre dann eine vollständige Enumeration notwendig.



(a) Ausgangs-Beispiel



(b) Variation 1: Vergrößerung der Nachbarschaft



(c) Variation 2: Änderung der Startlösung

Abbildung 3.5: Beispiele lokaler Nachbarschaftssuche mit iterativer Verbesserung

Nachbarschaftssuchen für dasselbe Problem, für das die Lösungsgüte von der Variation einer Variablen  $x$  abhängig sei. In Punkt C ist das globale Maximum des Problems erreicht. Die Punkte A, B und C hingegen stellen nur lokale Maxima dar. Die Wahl der Startlösung und der Nachbarschaft in Abbildung 3.5a führt zur Beendigung des iterativen Verbesserungsprozesses in Punkt B, einem lokalen Optimum. Eine geringe Ausweitung der Nachbarschaft unter gleichzeitiger Beibehaltung der Startlösung, dargestellt in Abbildung 3.5b, führt jedoch zur global optimalen Lösung in Punkt C. Auch eine geringe Veränderung der Startlösung unter Verwendung der ursprünglichen Nachbarschaft (siehe Abbildung 3.5c) führt zur global optimalen Lösung. Der Einfluss der Wahl der Startlösung kann begrenzt werden, indem der Iterationsprozess für verschiedene Startlösungen wiederholt wird, d. h. die eigentliche Heuristik mehrfach unter Variation der Startlösung für das gleiche Problem angewendet wird. Eine solche Vorgehensweise bezeichnet man auch als *Multistart*-Verfahren.<sup>61</sup> Im Vergleich der Iterationsprozesse wird ebenfalls deutlich, dass eine Vorhersage über die Rechenzeit einer Heuristik nur schwer möglich ist. Je nach Wahl der Startlösung und Nachbarschaftsgröße, kann der Iterationsprozess mehr oder weniger schnell beendet sein (z. B. nach vier, sechs oder acht Iterationen in den Beispielen der Abbildung 3.5).

Häufige Verwendung in Heuristiken finden *Prioritätsregelverfahren*. Sie sind vor allem aus der Reihenfolgeplanung bekannt.<sup>62</sup> Im Aufbau einer Lösung wird dabei für jeden möglichen Schritt eine Priorität zugewiesen. Diese richtet sich in abstrakter Weise nach der erwarteten positiven Auswirkung auf die Gesamtlösung. Es wird der Schritt ausgewählt und ausgeführt, der die höchste Priorität besitzt. Alternativ kann die Auswahl auch stochastisch auf Basis der ermittelten Prioritäten erfolgen, wobei die Wahrscheinlichkeit der Ausführung von der Höhe der Priorität abhängt. Da die Prioritäten sich in der Regel nach jedem Schritt im Aufbau der Gesamtlösung ändern beziehungsweise Schritte nicht mehr ausführbar sind oder neue möglich werden, muss vor jedem Schritt eine Neuberechnung stattfinden.

### 3.2.2.2 Moderne Metaheuristiken

Zu den bekanntesten Metaheuristiken gehören evolutionäre Algorithmen, Simulated Annealing, Tabu Search und Ant Colony Optimization.<sup>63</sup>

*Evolutionäre Algorithmen* bilden den natürlichen Evolutionsprozess nach. Ein bekanntes Beispiel sind die auf *Holland* (1975) zurückgehenden *Genetischen Algorithmen*. Im Gegensatz zu Heuristiken, die sequentiell von einer Lösung zur nächsten springen, existiert hier eine Menge individueller Lösun-

<sup>61</sup>Vgl. z. B. *Martí* (2003).

<sup>62</sup>Vgl. z. B. *Haupt* (1996).

<sup>63</sup>Vgl. z. B. *Dréo et al.* (2006), S. v.

gen, die sogenannte Population. Für alle Individuen wird die Lösungsgüte bestimmt, die im Zusammenhang mit evolutionären Algorithmen als Fitness-Wert bezeichnet wird. Aus der gesamten Population werden dann verschiedene Kandidaten zufällig als Eltern selektiert, um miteinander gekreuzt zu werden. Dabei ist die Wahrscheinlichkeit für ein Individuum, zur Erzeugung von Nachkommen genutzt zu werden, in der Regel umso höher, je besser sein Fitness-Wert ist. Ein Nachkomme entsteht, indem Teile der Elternlösungen zu einer neuen kombiniert werden. Zusätzlich können einzelne Individuen einer Mutation unterzogen werden. Dies ermöglicht die Diversifikation des Genpools der Population und verhindert damit eine vorzeitige Konvergenz zu lokalen Optima. Nach der Erzeugung von Nachkommen und Mutationen ist die Population gewachsen. Um die Größe der Population stabil zu halten, werden daher in der Regel nur die besten Angehörigen in den nächsten Iterationsschritt übernommen. Mit der neuen Population beginnt der nächste Iterationsschritt. Das Verfahren wird beendet, wenn ein bestimmtes Abbruchkriterium erreicht wird. Für eine ausführlichere Darstellung evolutionärer Algorithmen sei auf *Dréo et al.* (2006) sowie *Michalewicz* (1999) verwiesen.

Das Verfahren des *Simulated Annealing*<sup>64</sup> (SA) geht auf *Kirkpatrick et al.* (1983) sowie *Černý* (1985) zurück. Die Idee für SA stammt aus der Thermodynamik. Wird ein Stoff verflüssigt und danach abgekühlt, ist die Beschaffenheit seiner kristallinen Struktur abhängig von der Geschwindigkeit der Erkaltung. Bei natürlicher, d. h. genügend langsamer Abkühlung, kann eine kristalline Struktur gebildet werden, welche einem Zustand minimaler Energie entspricht. Kühlt der Stoff jedoch zu schnell aus, können sich die Atome nicht in einer kristallinen Struktur anordnen und es entsteht eine amorphe, polykristalline Struktur, die nur einem energetisch lokalen Minimum entspricht. Die Wahrscheinlichkeit eines Systems bei einer bestimmten Temperatur  $T$  die Energie  $E$  zu besitzen entspricht  $e^{-E/(k_B T)}$ , wobei  $k_B$  für die Boltzmann-Konstante steht.<sup>65</sup> D. h. auch bei niedrigen Temperaturen sind Zustände mit hoher Energie möglich. Im Gegensatz zur lokalen Suche mit iterativer Verbesserung wird beim Simulated Annealing daher auch eine Verschlechterung der Lösung mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit erlaubt. Unter Anwendung des Metropolis-Algorithmus<sup>66</sup> aus der statistischen Mechanik beträgt diese  $e^{-\Delta E/T}$ , wobei  $\Delta E$  der Zielfunktionswertdifferenz zweier aufeinanderfolgender Lösungen entspricht. Die Begriffsentsprechungen zwischen Thermodynamik und Heuristik sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Abbildung 3.6 zeigt den Pseudocode eines SA-Algorithmus. Ausgehend von einer eher zufälligen Suche, die durch die zunächst hohen Temperaturen  $T$  bedingt ist, nähert sich der Algorithmus durch Absenken dieser in der äußeren Schleife dem iterativen

<sup>64</sup>eng., hier: simuliertes Abkühlen.

<sup>65</sup>Vgl. *Metropolis et al.* (1953).

<sup>66</sup>Siehe *Metropolis et al.* (1953).

Thermodynamik	Optimierung
Zustand	zulässige Lösung
Temperatur	Parameter $T$
Energie	Zielfunktionswert (Minimierungsproblem)
minimaler Energiezustand	optimale Lösung
schnelles Abkühlen	lokale Suche
langsames Abkühlen	SA

Tabelle 3.1: Begriffsentsprechungen zwischen Thermodynamik und Optimierung (Vgl. *Michalewicz* und *Fogel* (2004), S. 121)

```

Initialisiere Startlösung  $sol$ 
Initialisiere optimale Lösung  $sol^* = sol$ 
Initialisiere Temperatur  $T$ 
repeat
  repeat
    Bestimme  $sol'$  durch Modifikation von  $sol$ 
    if  $E(sol') - E(sol) = \Delta E \leq 0$  then
       $sol = sol'$ 
    else
       $sol = sol'$  mit Wahrscheinlichkeit  $e^{-\frac{\Delta E}{T}}$ 
    end if
    if  $sol$  besser als  $sol^*$  then
       $sol^* = sol$ 
    end if
  until inneres Abbruchkriterium erfüllt
  Vermindere  $T$ 
until äußeres Abbruchkriterium erfüllt

```

Abbildung 3.6: Simulated Annealing (Pseudocode)

Verbesserungsprozess aus Abbildung 3.4a. Für  $T = 0$  entsprechen sich die beiden Vorgehensweisen. Ausführlichere Betrachtungen von SA-Algorithmen finden sich beispielsweise in *Dréo et al.* (2006) sowie *Zäpfel* und *Braune* (2005).

Eine vereinfachte Form des SA ist das *Threshold Accepting*.<sup>67</sup> Während die Akzeptanz einer schlechteren Lösung beim SA wahrrscheinlichkeitsabhängig ist, wird beim Threshold Accepting jede Lösung akzeptiert, wenn die Verschlechterung  $\Delta E$  kleiner eines bestimmten maximalen Akzeptanzwertes  $\widehat{\Delta E}$  bleibt. Die Abkühlung erfolgt dabei durch eine Reduktion der maximalen Akzeptanzdifferenz  $\widehat{\Delta E}$ .

*Tabu Search* (TS) als Metaheuristik wurde als erstes von *Glover* (1986) und *Hansen* (1986) formalisiert beschrieben. TS ist eine erweiterte Nachbarschaftssuche. Die Nachbarschaft besteht aus der Menge der Lösungen, die durch eine Transformation der ursprünglichen Lösung erreicht werden können. Der Transformationsschritt von der ursprünglichen Lösung zu einer in deren Nachbarschaft wird als Zug bezeichnet.<sup>68</sup> Der nächste Iterationsschritt wird jeweils mit der besten Lösung aus der gesamten Nachbarschaft fortgesetzt. Dabei wird auch eine Verschlechterung gegenüber der aktuellen Lösung akzeptiert. Dies ermöglicht es, lokale Optima zu verlassen. Um eine Wiederholung von Iterationsschritten und damit ein Kreisen zu vermeiden, werden solche Züge tabuisiert, die zu einer bereits besuchten Lösung zurückführen. Sie bilden die Tabuliste. Ein Zug wird allerdings nur für eine begrenzte Anzahl von Iterationsschritten auf diese gesetzt. Die Länge der Tabuliste ist ein wichtiger Parameter für eine TS. Im Gegensatz zu SA besitzt TS in der Grundform keine stochastischen Elemente. Die hier beschriebene Basisvariante des TS (siehe auch Abbildung 3.7) kann vielfach variiert und erweitert werden. Eine ausführliche Betrachtung der TS findet sich unter anderem in *Glover* und *Laguna* (1997).

Sogenannte *Ant Colony Optimization*-Algorithmen (ACO) sind durch das Verhalten von Ameisenkolonien auf der Nahrungssuche inspiriert. Sie wurden erstmals von *Colormi et al.* (1991) beschrieben. Ameisen auf der Suche nach dem kürzesten Weg zwischen ihrem Bau und einer Nahrungsquelle hinterlassen chemische Botenstoffe, eine Pheromonspur, die von anderen Ameisen erkannt werden und für diese als Entscheidungsgrundlage für die Wahl ihrer eigenen Wege dienen. In der ACO-Metaheuristik (siehe Abbildung 3.8) repräsentiert jede Ameise einen Agenten, der in jeder Iteration eine Lösung konstruiert. Die Konstruktion der Lösung erfolgt durch Zusammensetzung von Lösungskomponenten. Die Verbindung zwischen den ausgewählten Komponenten entspricht dabei dem Weg, den der Agent (die Ameise) beschreitet. Die Wahl des Weges erfolgt auf stochastischem Weg, aber unter Einbeziehung der von anderen

<sup>67</sup>Vgl. *Dueck* und *Scheuer* (1990).

<sup>68</sup>Vgl. z. B. *Zäpfel* und *Braune* (2005), S. 89.

```

Initialisiere Startlösung  $sol$ 
Initialisiere optimale Lösung  $sol^* = sol$ 
Initialisiere leere Tabuliste
repeat
  Finde alle zulässigen Lösungen in der Nachbarschaft von  $sol$ , die durch
  erlaubte Züge erreichbar sind
  Bestimme die beste dieser Lösungen  $sol'$ 
  if  $sol'$  besser als  $sol^*$  then
     $sol^* = sol'$ 
  end if
  Erweitere Tabuliste um Zug  $sol'$  zu  $sol$ 
  Entferne ältesten Zug aus Tabuliste, falls ihre maximale Größe über-
  schritten wurde
   $sol = sol'$ 
until Abbruchkriterium erfüllt

```

Abbildung 3.7: Tabu Search (Pseudocode)

```

Initialisiere Ameisenanzahl
Initialisiere Pheromonspuren
repeat
  for alle Ameisen do
    Konstruiere Lösung
    Aktualisiere Pheromonspur
  end for
  Ausführung der Pheromonverdunstung
  Ausführung zentraler Prozesse
until Abbruchkriterium erfüllt

```

Abbildung 3.8: Ant Colony Optimization (Pseudocode)

Agenten gelegten Pheromonspur. Die gelegten Pheromonspuren können mit der Zeit verdunsten. Damit sinkt der Einfluss weiter zurückliegender Entscheidungen anderer Agenten auf die aktuelle Entscheidung. Dies ermöglicht eine größere Diversifikation. Im Widerspruch zum eigentlich dezentralisierten Ansatz der ACO können aber auch zentrale Prozesse ausgeführt werden. Dies ist dann erwünscht, wenn eine globale Steuerung notwendig ist, die außerhalb der Möglichkeiten eines einzelnen Agenten liegt. Eine ausführliche Betrachtung von ACO findet sich beispielsweise in *Dorigo* und *Stützle* (2004).

Die *Variable Neighborhood Search* (VNS) wurde erstmals von *Mladenović* und *Hansen* (1997) beschrieben. Sie ist ein lokales Suchverfahren, das nicht nur eine einzige definierte Nachbarschaft berücksichtigt. Aus lokalen Optima wird ausgebrochen, indem die Nachbarschaft der aktuellen Lösung erweitert wird, wenn keine Verbesserung mehr möglich ist. Die Basisvariante beinhaltet stochastische Komponenten und folgt immer der ersten besseren Lösung. Eine deterministische Ausprägung der VNS ist *Variable Neighborhood Descent* (VND). Dadurch, dass bei diesem Verfahren jeweils die gesamte aktuelle Nachbarschaft durchsucht wird, sind keine stochastischen Auswahlprozesse mehr notwendig. Die *Variable Neighborhood Decomposition Search* (VNDS) ist eine weitere Variante der VNS.<sup>69</sup> Hierbei ist die Nachbarschaft über die Anzahl variabler Entscheidungsdimensionen definiert.<sup>70</sup>

## 3.3 Modellformulierungen

Auslöser für einen Planungsprozess ist ein real existierendes Problem. Das Realproblem wird im ersten Schritt der Abstraktion in ein Realmodell überführt. Alle für die Planung wichtigen Aspekte sind als Entscheidungsmodell im Realmodell enthalten. Dieses liegt oftmals nur in verbaler Form vor. Teilweise ist der Komplexitätsgrad zu hoch, um mathematische Lösungsverfahren effizient einzusetzen. Das Realmodell wird daher in einem zweiten Schritt in ein Formalmodell überführt. Letzteres ist mathematisch beschreibbar und dient als Grundlage für den Einsatz verschiedener Lösungsverfahren.<sup>71</sup>

Insbesondere auf dem Gebiet der mathematischen Optimierung<sup>72</sup> entscheidet die Formulierung des Formalmodells mit über die Effizienz des Lösungsverfahrens.<sup>73</sup> Auch wenn die Algorithmen der mathematischen Programmierung letztendlich nicht zum Einsatz kommen, erfolgt die Beschreibung des Formal-

---

<sup>69</sup>Vgl. *Hansen et al.* (2001).

<sup>70</sup>Vgl. *Hansen* und *Mladenović* (2001, 2003).

<sup>71</sup>Vgl. *Schmeweiß* (2002), S. 109 ff.

<sup>72</sup>Siehe Abschnitt 3.2.

<sup>73</sup>Im Kontext der formalen Komplexitätsbestimmung von Problemen weisen *Brüggemann et al.* (2003a,b) darauf hin, dass oft fälschlicherweise von einer beliebigen Modellformulierung auf die Komplexität des zugrundeliegenden Problems geschlossen wird.

modells häufig in der für die mathematische Optimierung gebräuchlichen Form. Im Bereich der Produktionsplanung sind dabei vor allem für die Darstellung von Prozessen und für die Repräsentation der Zeit verschiedene Ansätze verfolgt worden. Diese werden in den folgenden Unterabschnitten näher erläutert.

### 3.3.1 Darstellung von Prozessen

Herkömmlicherweise wird in der chemischen Industrie ein Prozess mit Hilfe eines Rezeptes beziehungsweise einer Rezeptur beschrieben. Oft werden synonym auch die Begriffe Herstellungs- oder Verfahrensvorschrift verwendet. Nach *Loos* (1997, S. 174 f.) beinhaltet ein Rezept folgende Informationen:

- Liste der Einsatzstoffe mit allen notwendigen Einsatzmaterialien
- Verfahrensbeschreibung für den Normalbetrieb und für Sonderfälle
- Beschreibung notwendiger Produktionsanlagen
- Beschreibung sonstiger notwendiger Ressourcen
- Beschreibung der erzeugten Produkte, d. h. erwünschter als auch sonstiger Nebenprodukte
- Hinweise zur Gefährlichkeit von Produkten und Verfahrensschritten

Für die Produktionsplanung sind jedoch nicht alle diese Informationen relevant. Außerdem besteht hier die zusätzliche Anforderung Produktionszusammenhänge wie beispielsweise Zyklen übersichtlich und schnell erfassbar darzustellen. Letzteres kann über Flussdiagramme beziehungsweise Verfahrensflißschemata geschehen.

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird zur Beschreibung der Prozesse das von *Kondili et al.* (1993, S. 213 ff.) eingeführte *State-Task-Netzwerk* (STN) genutzt. In einem STN existieren zwei verschiedene Arten von Knoten:

- *States* repräsentieren Rohstoffe, Zwischen- und Endprodukte.
- *Tasks* repräsentieren die eigentlichen Prozess(schritt)e, die einen oder mehrere Einsatzstoffe in einen oder mehrere Ausbringungsstoffe überführen.

Abbildung 3.9 zeigt die Nomenklatur eines STN. Jeder Task-Knoten (dargestellt durch Rechtecke) wird mit den jeweils relevanten State-Knoten (dargestellt durch Kreise) mit Hilfe von Pfeilen in Richtung des Materialflusses verbunden.

Ein Task kann eine Zusammenfassung eines hierarchisch niedrigeren State-Task-Netzwerkes darstellen.<sup>74</sup> In diesem Fall müssen alle States innerhalb des zu ersetzenden State-Task-Netzwerkes internalisiert werden, d. h. sie dürfen

---

<sup>74</sup>Vgl. *Yang* (2005), S. 46 f.

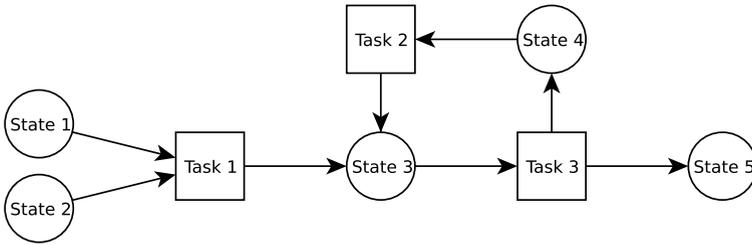


Abbildung 3.9: Beispiel einer STN-Darstellung

keine Materialflussverbindungen zu anderen Tasks besitzen. Ob eine Ersetzung sinnvoll und angebracht ist, muss im Einzelfall entschieden werden.

Mit Hilfe von State-Task-Netzwerken lassen sich eine Vielzahl verschiedener Prozesse beschreiben, die sich auf den unterschiedlichsten Anwendungsgebieten der Prozessindustrie wiederfinden.<sup>75</sup> *Pantelides* (1994, S. 266) führt jedoch einige Nachteile der Darstellung als STN insbesondere bei Verwendung für eine MILP-Formulierung auf:

- Ein Task ist immer mit einem State verknüpft. Dies erschwert die Berücksichtigung und Darstellung von materialflussunabhängigen Tasks wie Reinigung oder Rüsten.
- Ein Task muss immer genau einer Ressource zugeordnet werden. Es existieren jedoch Tasks, die mehrere Ressourcen gleichzeitig in Anspruch nehmen.
- Produktionsanlagen werden einzeln als eindeutige Einheiten behandelt. Je größer die Menge gleichartiger alternativer Produktionsanlagen, desto ineffizienter werden MILP-basierte Lösungsansätze.
- Verschiedene Typen von Ressourcen erfordern verschiedene Klassen von Nebenbedingungen. Dies kann zu Problemen bei Abdeckung neuer Problemklassen und Ressourceneigenschaften führen. Außerdem steigt der Mehraufwand bei Betrachtung alternativer mathematischer Formulierungen oder der Ausweitung der Problemstellung durch die nötige Berücksichtigung einer Vielzahl von Spezialfällen.<sup>76</sup>

Das später vorgestellte Planungsmodell vermeidet die aufgeführten Nachteile jedoch beziehungsweise kompensiert sie in ausreichender Weise. *Pantelides* (1994) schlägt eine eigene Darstellung als *Resource-Task-Netzwerk* vor, um die

<sup>75</sup>Vgl. *Pantelides* (1994), S. 265 f.

<sup>76</sup>Eine individuelle Berücksichtigung verschiedener Ressourcentypen ermöglicht jedoch die Ausnutzung typenspezifischer Eigenschaften in der Modellierung.

von ihm aufgeführten Nachteile auszuräumen. Hierbei gelten alle Materialien und Produktionsanlagen als Ressourcen, die von Tasks ver- und gebraucht werden.

Der Vollständigkeit halber sei ebenfalls das *State-Sequence-Netzwerk* (SSN) von *Majozzi* und *Zhu* (2001) erwähnt. Aus Gründen der mathematischen Modellierung wird hierbei auf Tasks verzichtet. Das Netzwerk besteht nur aus States die in Richtung des Materialflusses verbunden werden. Die strukturelle Übersichtlichkeit geht hierbei allerdings verloren.

### 3.3.2 Darstellung der Zeit

Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal bei der Formulierung von Planungsmodellen ist die Darstellung der Zeit. Sie erfolgt entweder *diskret* oder *kontinuierlich*.

Für eine *diskrete* Zeitdarstellung wird der Planungszeitraum in Perioden unterteilt, deren Anzahl, Reihenfolge und Länge vorgegeben ist. Ereignisse wie Prozessstart und -ende fallen dabei immer auf die Grenzen dieser Perioden (vgl. Abbildung 3.10a). Dies reduziert die Planungskomplexität, stellt aber oftmals auch eine zusätzliche Einschränkung des ursprünglichen Problems dar. Die Entscheidung über die Anzahl und Länge der Perioden muss sorgfältig getroffen werden. Eine zu geringe Periodenanzahl kann zu einer zu großen Vereinfachung oder zu einer Unlösbarkeit des Modells führen. Wird die Anzahl jedoch zu hoch gewählt, steigt die Modellgröße auf Kosten der Lösungsgeschwindigkeit beziehungsweise -qualität. Sind alle Perioden gleich lang, spricht man von einer uniformen diskreten Zeitdarstellung, andernfalls von einer nicht-uniformen. Außerdem kann weiter danach unterschieden werden, ob das Zeitgitter global für das gesamte Modell gilt oder beispielsweise einzelne Ressourcen unterschiedliche Zeitgitter besitzen.<sup>77</sup>

Im Gegensatz zur diskreten können bei der *kontinuierlichen* Zeitdarstellung Prozesse zu jedem beliebigen Zeitpunkt stattfinden. Dies wird trotz diskreter Modellierung dadurch erreicht, dass die Länge der Perioden nun nicht mehr vorgegeben ist. Es existieren drei verschiedene Ansätze, um so eine kontinuierliche Zeitrepräsentation zu erreichen. Im ersten Fall muss der Start eines Prozesses sowie dessen Ende mit den Periodengrenzen zusammenfallen (vgl. Abbildung 3.10b). Im zweiten Fall bleibt diese Einschränkung für den Start erhalten, das Ende eines Prozesses darf nun aber auch zwischen zwei Periodengrenzen liegen (vgl. Abbildung 3.10c). Im dritten Ansatz wird der Planungszeitraum anstatt global in Perioden produktionsanlagenabhängig in Ereignisse unterteilt, die über Nebenbedingungen zur Reihenfolgebeziehung verknüpft sind (vgl. Abbildung 3.10d). Das  $k$ -te Ereignis auf einer Anlage

<sup>77</sup>Vgl. *Méndez et al.* (2006), S. 918 f. und *Suerie* (2005), S. 56 f.

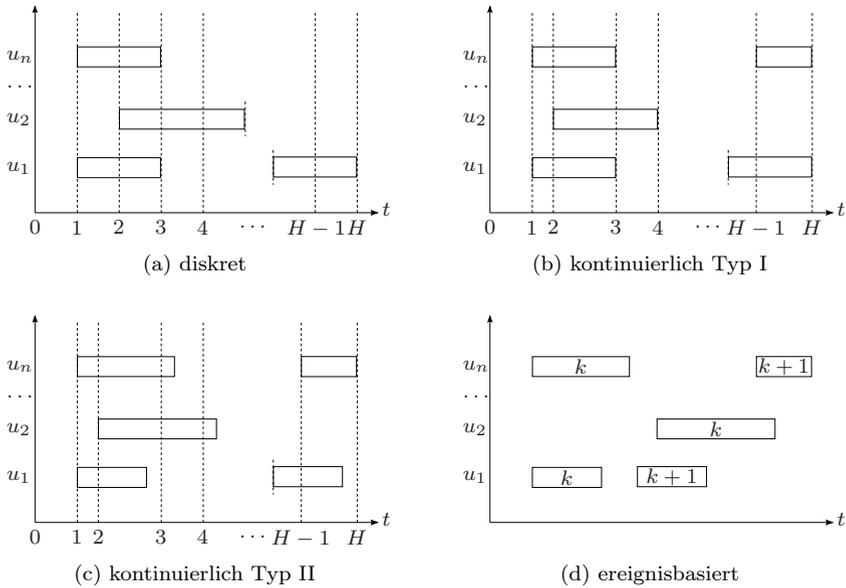


Abbildung 3.10: Darstellung der Zeit

kann dabei nach dem  $(k + 1)$ -ten Ereignis auf einer anderen Anlage stattfinden. Da die Anzahl der Ereignisse nur so hoch sein muss, wie die auf einer Anlage startenden Prozesse, lassen sich so kleinere Formulierungen für eine Probleminstanz erreichen.<sup>78</sup>

Eine Gegenüberstellung verschiedener Modelle mit unterschiedlicher Zeitdarstellung findet sich beispielsweise in *Floudas und Lin (2004)*.

## 3.4 Methoden zur Reduktion der Modellgröße

### 3.4.1 Dekomposition

Ein intuitiver Ansatz zur Lösung eines großen Problems ist, dieses in kleinere, einfacher lösbare Teil- beziehungsweise Subprobleme aufzuteilen. Dekomposition bedeutet genau dies. Sie kommt zum Einsatz, wenn der Bedarf an Rechenzeit und Speicherplatz zur Lösung des Gesamtproblems zu groß ist oder aber gar kein geeignetes Lösungsverfahren existiert. Zunächst wird das Gesamtproblem in eine Anzahl kleinerer Subprobleme zerlegt. Anschließend

<sup>78</sup>Vgl. *Maravelias und Grossmann (2003b)*, S. 3056 f. und *Suerie (2005)*, S. 61.

werden die Subprobleme einzeln gelöst. Abschließend wird aus den Lösungen der Subprobleme die Gesamtlösung konstruiert. Problematisch ist hierbei vor allem der letzte Schritt. Existieren zu große Abhängigkeiten zwischen den Subproblemen (vgl. Abbildung 3.11a), ist es sehr schwer, die optimale oder gar eine zulässige Gesamtlösung zu erhalten.<sup>79</sup>

Es werden grundsätzlich zwei Methoden der Dekomposition unterschieden.<sup>80</sup> Im Fall der *horizontalen* oder auch *parallelen* Dekomposition sind alle Subprobleme gleichrangig (vgl. Abbildung 3.11b). Die Koordination der Subprobleme erfolgt über eine zentrale Steuereinheit. Sie verarbeitet die von den Subproblemen erhaltenen Lösungen und gibt gegebenenfalls daraus resultierende Einschränkungen an die anderen Subprobleme weiter. Hierdurch werden unter Umständen mehrere Iterationen notwendig, bis alle Subprobleme unter Berücksichtigung der anderen Subproblemlösungen optimiert sind.

Besitzen die Subprobleme jedoch eine natürliche Ordnung handelt es sich um eine *vertikale* beziehungsweise *sequentielle* Dekomposition (vgl. Abbildung 3.11c). Die Lösung eines Subproblems erfolgt auf Basis der bereits berechneten Lösungen seiner Vorgänger. Damit wird klar, dass die Lösung eines Subproblems stark von bereits in anderen Subproblemen getroffenen Entscheidungen abhängig sein kann. Daher sollten bei der Lösung eines Subproblems die Auswirkungen auf die nachfolgenden Subprobleme soweit möglich antizipiert werden. Andernfalls kann die Gesamtlösung in erheblicher Weise negativ beeinflusst werden oder im schlimmsten Fall ein Subproblem durch bereits getroffene Entscheidungen seiner Vorgänger keine zulässige Lösung mehr besitzen. Neben einer rein horizontalen und vertikalen Zerlegung sind auch Mischformen beider Dekompositionsarten möglich.

### 3.4.2 Modellvereinfachungen

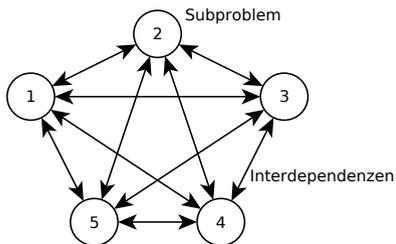
Die Rechenzeit und Qualität, mit der ein bestehendes Problem zu lösen ist, stehen in starker Korrelation zu seiner Komplexität. Durch Vereinfachung der Problemstellung und einer damit verbundenen Reduktion der Komplexität kann daher auf die Laufzeit eingewirkt werden.<sup>81</sup> Das Modell sollte jedoch ausreichend genau bleiben, um die Fragestellung in aussagekräftiger Weise zu lösen. In den folgenden Absätzen sind unterschiedliche Vorgehensweisen zur Modellvereinfachung erläutert.

Unter Umständen ist der Einfluss einer Entscheidungsvariablen auf die Qualität der Lösung im Verhältnis zu anderen Entscheidungen nur gering. In diesem Fall besteht eine mögliche Vereinfachung des Problems darin, dieser

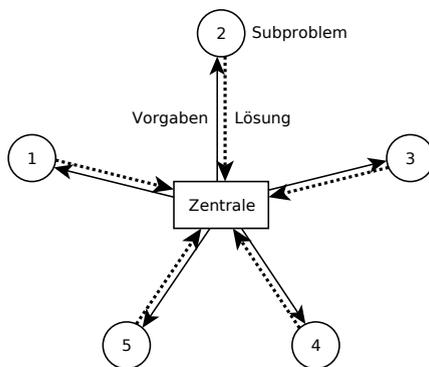
<sup>79</sup>Vgl. Scholl (2001), S. 35.

<sup>80</sup>Vgl. hierzu und im Folgenden Berens et al. (2004), S. 116, Bloech et al. (2004), S. 119, Stadler (1988), S. 24 ff., Steven (1994), S. 35 f. und Suerie (2005), S. 82 f.

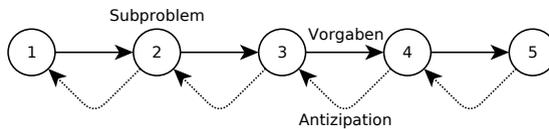
<sup>81</sup>Vgl. z. B. Rhode und Wagner (2008), S. 171.



(a) Beziehungen zwischen Subproblemen



(b) horizontale Dekomposition



(c) vertikale Dekomposition

Abbildung 3.11: Dekomposition (nach *Kistner* und *Steven* (1990), S. 306, *Steven* (1994), S. 34 f. und *Suerie* (2005), S. 82)

Entscheidungsvariablen einen konstanten Wert zuzuweisen. Dadurch kann die Problemgröße erheblich reduziert werden. In Abbildung 3.12 ist die Abhängigkeit eines Zielfunktionswertes  $z$  von zwei Variablen,  $x_1$  und  $x_2$ , dargestellt. Der Zielfunktionswert  $z$  wird jedoch nur in geringem Maße von Variable  $x_1$  beeinflusst. Für diese könnte daher ein konstanter Wert angenommen werden, so dass das Problem nur unter Berücksichtigung von Variable  $x_2$  zu lösen wäre.<sup>82</sup>

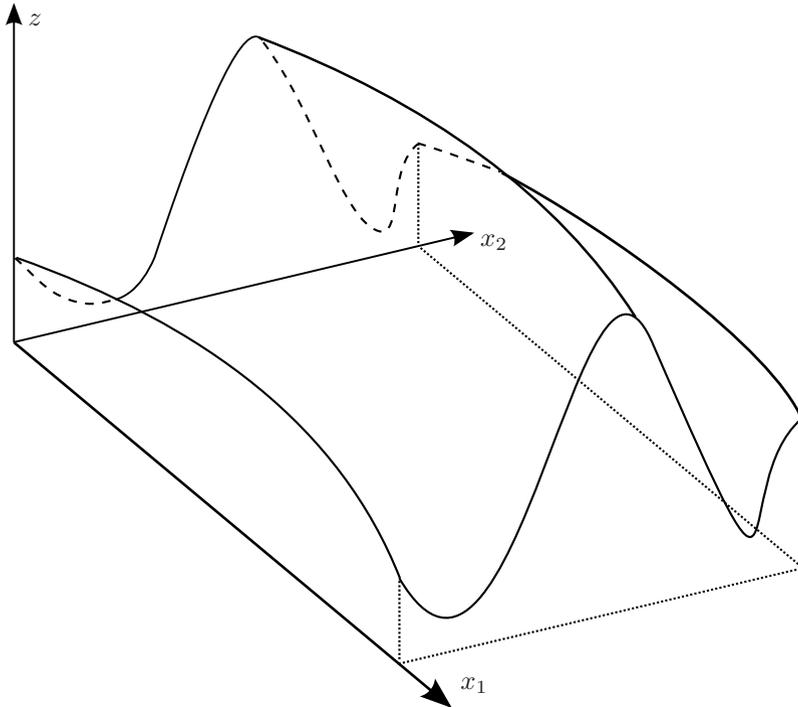


Abbildung 3.12: Zielfunktion in Abhängigkeit zweier Variablen (Vgl. *Berens et al.* (2004), S. 115)

Hinsichtlich der im Realmodell aufgestellten Restriktionen können ebenfalls Vereinfachungen getroffen werden. Dies kann zum einen durch einfaches Vernachlässigen oder aber durch Approximation geschehen. Dabei ist immer eine Abwägung zwischen dem erwarteten Nutzen der Vereinfachung und der resultierenden Aussagekraft des Formalmodells zu treffen. Ein schnell lösbares Formalmodell, welches wesentliche Nebenbedingungen nicht korrekt abbildet,

<sup>82</sup>Vgl. *Berens et al.* (2004), S. 115.

ist letztendlich nutzlos. Häufig angewendet wird in diesem Sinne die Vernachlässigung von Ganzzahligkeitsrestriktionen oder aber auch die Approximation nichtlinearer Wirkungszusammenhänge durch lineare Beziehungen.<sup>83</sup>

Unter Aggregation versteht man die Reduktion des Detaillierungsgrades von Daten und Entscheidungsvariablen durch sinnvolle Zusammenfassung und Gruppierung, um die Modellkomplexität und Datenmenge zu reduzieren.<sup>84</sup> Ziel der Aggregation ist neben der Verringerung der Rechenzeit, die zur Lösung des Problems benötigt wird, außerdem die Reduktion des Datenverwaltungsaufwands, eine Erhöhung der Datengenauigkeit durch Verminderung von Unsicherheiten sowie die Herbeiführung eines dem Problem entsprechenden Detaillierungsgrades.<sup>85</sup> Je höher die hierarchische Planungsebene desto höher ist daher auch der Aggregationsgrad. Eine Aggregation gilt dann als perfekt, wenn sie zu einer dem detaillierten Ausgangsmodell äquivalenten Lösung führt.<sup>86</sup> Verschiedene gleichartige Produkte werden häufig zu einer Produktgruppe aggregiert. Von Vorteil ist dabei eine starke Ähnlichkeit der Produkte hinsichtlich Kapazitätsbedarf, Rüstvorgängen, Produktionskosten, Rohstoffbedarf und Nachfragezyklus. Auch kann eine Aggregation von Ressourcen zu Ressourcengruppen stattfinden. Neben einer hohen Ähnlichkeit kann auch eine fest zu durchlaufende Reihenfolge als Motivation zur Aggregation dienen. Weit verbreitet ist ebenfalls die zeitliche Aggregation. Dabei werden beispielsweise Tagesperioden zu Monatsperioden aggregiert. Wie bereits im Zusammenhang mit der Darstellung von Prozessen angeführt (siehe Abschnitt 3.3.1), können auch diese aggregiert werden. Dies ist im Kontext der Pharmawirkstoffherstellung besonders dort interessant, wo Prozesse durch nicht lagerfähige Produkte gekoppelt sind. Am Ende der Aggregation steht meist die Disaggregation der durch die Lösung erhaltenen Daten, um den Detaillierungsgrad wiederzugewinnen.<sup>87</sup>

#### 3.4.3 Reaktive Planung

Die *prädikative* Planung geht in der Regel von einem statischen Planungsumfeld aus.<sup>88</sup> Unter Annahme der Korrektheit der vorliegenden Daten wird offline ein deterministischer Plan erstellt. Treten Abweichungen der angenommenen Daten auf, sei es durch Störereignisse oder Konkretisierung stochastischer Ereignisse, ist der vorliegende Plan oft obsolet. Dies begründet die Notwendigkeit eines neuen Gesamtplanes. Je nach Häufigkeit und Auswirkung abweichender

---

<sup>83</sup>Vgl. *Berens et al.* (2004), S. 115 f.

<sup>84</sup>Vgl. *Kistner und Steven* (1990), S. 305.

<sup>85</sup>Vgl. *Stadtler* (1988), S. 80.

<sup>86</sup>Vgl. *Stadtler* (1996), S. 634.

<sup>87</sup>Vgl. u.a. *Stadtler* (2000), S. 4.

<sup>88</sup>Vgl. *Neuhaus* (2008), S. 28.

Ereignisse steht dies jedoch nicht im Verhältnis mit dem dafür notwendigen Aufwand. Daher findet in solchen Fällen eine *reaktive* Planung statt. Hierbei werden gezielt auf das vorliegende Störereignis Anpassungsmaßnahmen durchgeführt, ohne dass ein neuer Gesamtplan erstellt werden muss. In einem hochgradig dynamischen Umfeld ist es sogar möglich, dass Änderungen der Daten schneller eintreten als die Berechnung eines neuen Gesamtplans dauern würde. In solchen Fällen kann gänzlich auf eine prädikative Planung verzichtet werden. In der Regel kann aber davon ausgegangen werden, dass neben der reaktiven Planung eine prädikative Planung stattfindet. Eine Modellvereinfachung findet daher nur zu den Planungszeitpunkten statt, in denen die reaktive Planung einen neuen Gesamtentwurf ersetzt. Die Vereinfachung erfolgt dabei in der Regel über eine Fixierung der nicht durch die Änderung tangierten Planelemente.<sup>89</sup>

---

<sup>89</sup>Vgl. *Neuhaus* (2008), S. 27 ff.



# 4 Lösungsansätze für Planungsprobleme der Prozessindustrie

Die Literatur zu Planungsproblemen in der Prozessindustrie ist umfangreich und wächst aufgrund des gestiegenen Interesses immer weiter an. *Blömer* (1999) bietet eine umfangreiche Übersicht nach Prozessführung und Planungsebene. Einen umfassenden Überblick mit Schwerpunkt auf die Art der verwendeten MILP-Modellierung findet sich in *Suerie* (2005), *Floudas* und *Lin* (2005) sowie *Méndez et al.* (2006). Die in diesem Kapitel vorgestellte Literatur beschränkt sich daher auf neuere Veröffentlichungen. Im ersten Abschnitt werden zunächst Lösungsansätze für Probleme mit kontinuierlicher Prozessführung vorgestellt. Im zweiten Abschnitt erfolgt eine Übersicht der Ansätze zu Problemen, die Batchprozesse involvieren. Dort werden einige Modelle in Teilen detailliert dargestellt.

## 4.1 Kontinuierliche Prozessführung

*Günther et al.* (2006) entwickeln in ihrer Arbeit einen Lösungsansatz zur Verwendung des Blockplanungskonzeptes für eine Make & Pack-Produktion in der Konsumgüterindustrie. Bei einer Blockplanung wird die Reihenfolge der zu produzierenden Produkte nicht individuell neu geplant. Vielmehr steht diese innerhalb von Blocks bereits fest, wodurch die Problemstellung erheblich vereinfacht wird. Das Planungskonzept der Blockplanung ist dort weit verbreitet, wo die optimale Reihenfolge verschiedener Produkte bereits bekannt und relativ eindeutig ist, wie etwa bei der Produktion verschiedener Farbvarianten eines Produktes von hell nach dunkel. *Günther et al.* entwickeln hierfür ein MILP-Modell mit kontinuierlicher Darstellung der Zeit zur Minimierung der Rüst- und Lagerkosten. Alternative Zielfunktionen und Erweiterungen werden vorgeschlagen, aber nicht implementiert. Es wird außerdem gezeigt, dass das Konzept der Blockplanung sich in das Advanced Planning System des Anbieters SAP integrieren lässt. Eine Fallstudie mit 156 Produktionsaufträgen für 26 Produkte in sechs Perioden lässt sich in weniger als einer Sekunde Rechenzeit optimal lösen. Durch die Annahmen des Blockplanungskonzeptes ist die sich

ergebende Modellformulierung mit 780 Variablen und 786 Nebenbedingungen recht klein.

*Erdirik-Dogan* und *Grossmann* (2006) beschäftigen sich in ihrer Arbeit mit einem einstufigen Planungsproblem bei kontinuierlicher Prozessführung auf einer Mehrproduktanlage. Sie formulieren zunächst ein das Gesamtproblem umfassendes MILP-Modell mit kontinuierlicher Zeitdarstellung. Um dabei Nicht-Linearitäten zu vermeiden, werden die Lagerhaltungskosten überschätzt. Das ursprüngliche MILP-Modell ist jedoch für größere Probleminstanzen nicht mehr effizient lösbar. Daher schlagen sie einen iterativen Dekompositionsansatz vor. Das MILP-Modell der höheren Ebene ist eine relaxierte Version des Gesamtmodells. Seine Lösung stellt daher eine obere Schranke für den zu maximierenden Gewinn dar. Das korrespondierende MILP-Modell auf der unteren Ebene wird unter Einschränkung des Lösungsraumes durch Berücksichtigung der Ergebnisse aus der höheren Ebene gelöst. Das Ergebnis entspricht einer zulässigen Lösung für das Gesamtproblem und bildet somit eine neue untere Schranke für den zu maximierenden Gewinn. Vor der nächsten Iteration werden nun Cuts zur höheren Ebene hinzugefügt, um Lösungen und Teillösungen auszuschließen, die entweder bereits bekannt sind oder mit Sicherheit gegen die Kapazitätsnebenbedingungen verstoßen. Der Prozess wird so lange fortgeführt bis sich die untere und die obere Grenze ausreichend angenähert haben. Für acht verschiedene Testinstanzen mit jeweils fünf Produkten und einem Planungshorizont zwischen vier und 24 Wochen ist der Dekompositionsansatz signifikant besser als die Lösung mit dem vollständigen MILP-Modell. Letzteres weist auch nach Rechenzeiten von fast einer Stunde in den meisten Fällen immer noch eine Ganzzahligkeitslücke von über zehn Prozent auf. Der Dekompositionsansatz führt für die Testinstanzen jedoch meist in wenigen Minuten oder sogar Sekunden zu einer Lösung mit kleiner Lücke. Auch hier steigen die Rechenzeiten extrem an, wenn die Lücke durch weitere Iterationen des Dekompositionsalgorithmus verkleinert werden soll. In einer späteren Arbeit erweitern *Erdirik-Dogan* und *Grossmann* (2007) ihren Ansatz auf parallele Produktionsanlagen und verändern den Dekompositionsansatz, so dass nun auf der höheren Ebene auch Reihenfolgeentscheidungen berücksichtigt werden. Während Testinstanzen mit kurzen Planungszeiträumen in wenigen Sekunden oder Minuten für maximal zehn Produkte auf fünf Anlagen gelöst werden können, steigt die Rechenzeit auch unter Verwendung des Dekompositionsalgorithmus auf mehrere Stunden, wenn der Planungshorizont 24 Wochen beträgt. *Erdirik-Dogan* und *Grossmann* entwickeln ihren Dekompositionsansatz auch zur Anwendung auf Batchprozesse fort (siehe hierzu Abschnitt 4.2).

*Bhattacharya* und *Bose* (2007) widmen sich in ihrer Arbeit einem mehrstufigen Planungsproblem auf Mehrproduktanlagen bei kontinuierlicher Prozessführung. Ziel ist es, die Kosten zu minimieren. Die zeitlichen Auswirkungen von Rüstvorgängen werden vernachlässigt, jedoch werden reihenfolgeunabhän-

gige Rüstkosten veranschlagt. *Bhattacharya* und *Bose* formulieren zunächst ein MINLP-Modell. Die Nichtlinearität ergibt sich durch Modellierung von Produktzufluss und -abfluss von Tanks mit begrenzter Kapazität, deren Überschreitung zu einem Verlust des Produktes führt. *Bhattacharya* und *Bose* können das MINLP- jedoch in ein MILP-Modell überführen, da die nicht linearen Terme aus Produkten kontinuierlicher und binärer Variablen bestehen, welche sich unter Anwendung von Standardmethoden unter Einführung zusätzlicher Hilfsvariablen und Nebenbedingungen linearisieren lassen.<sup>90</sup> Die Darstellung der Zeit erfolgt in ihrem Modell in diskreter Form. Je feiner die Granulierung der Periodeneinteilung hierbei ist, desto näher liegt die optimale Lösung der vorgeschlagenen Formulierung an der exakten bei angenommener kontinuierlicher Zeiteinteilung. Das MILP-Modell lässt sich jedoch für drei Produktlinien auf drei Anlagen nur für kurze Planungshorizonte in annehmbarer Rechenzeit lösen. Für einen Planungszeitraum von zwölf Perioden (eine Periode entspricht hierbei einem Tag) ist mehr als eine Stunde Rechenzeit notwendig, bevor die optimale Lösung erreicht wird. Bereits für eine Verlängerung des Planungszeitraumes auf 13 Perioden werden sieben Stunden für die Erreichung der optimalen Lösung benötigt.

*Fündeling* und *Trautmann* (2007) entwickeln in ihrer Arbeit einen hierarchischen Dekompositionsansatz zur Produktionsplanung auf einer Make & Pack-Anlage mit kontinuierlicher Prozessführung. Für ein aus *Bousonville* (2002) bekanntes Fallbeispiel (fünf Produktionsmaschinen und fünf Tanks sowie sieben Maschinen auf der Verpackungsebene für 20 Produktgruppen) mit der Zielsetzung, eine minimale Zykluszeit zu erreichen, erfolgt dabei eine Dekomposition in Mengen- und Ablaufplanung. Auf beiden Ebenen werden heuristische Lösungsverfahren eingesetzt. Die Mengenplanung erfolgt dabei unter der Prämisse, die einzelnen Produktbedarfe mit möglichst wenigen Produktionsläufen unter maximaler Ausnutzung der begrenzten Zwischenlager zu erfüllen. Die anschließende Ablaufplanung erfolgt prioritätsregelbasiert in einem mehrstufigen Verfahren. *Fündeling* und *Trautmann* testeten 205 verschiedene Kombinationen anwendbarer Prioritätsregeln in jeweils mehreren Durchläufen. Das Verfahren liefert mit einer durchschnittlichen Rechenzeit von 0,025 Sekunden sehr schnell befriedigende Ergebnisse. Für die beste von *Fündeling* und *Trautmann* (2007) gefundene Lösung beträgt die Lücke bezogen auf die beste für das Problem bekannte Lösung aus *Bousonville* (2002) jedoch 14,6%<sup>91</sup> und im Durchschnitt sogar 33,7%.

---

<sup>90</sup>Vgl. hierzu *Glover* (1975).

<sup>91</sup>Die beste bekannte Lösung aus *Bousonville* (2002) beträgt 382.559. Für sie wurde ohne Angabe der verwendeten Hardware eine Rechenzeit von 1.000s benötigt (*Bousonville*, 2002, S. 188). Die Angabe von „12,8%“ in *Fündeling* und *Trautmann* (2007, S. 315) ergibt sich durch Bezug der Differenz auf die beste von *Fündeling* und *Trautmann* gefundenen Lösung von 438.550,5.

*Herrmann* und *Schwindt* (2007) beschäftigen sich in ihrer Arbeit mit einem kurzfristigen Planungsproblem auf kontinuierlich produzierenden Mehrproduktanlagen. Ziel ist es dabei, unter Berücksichtigung reihenfolgeabhängiger Rüstzeiten und beschränkter Lagerkapazitäten die Produktionsdauer zu minimieren. Hierzu wird das Planungsproblem durch eine hierarchische Dekomposition in eine Mengen- und Ablaufplanung unterteilt. Die Mengenplanung erfolgt durch ein MINLP-Modell mit kontinuierlicher Zeitdarstellung unter Verwendung von Standardsoftware. Für die Ablaufplanung wird eine zweistufige prioritätsregelbasierte Heuristik vorgeschlagen. Auf der ersten Stufe wird die Materialverfügbarkeit berücksichtigt und auf der zweiten die beschränkten Lagerkapazitäten. *Herrmann* und *Schwindt* testen ihr Lösungsverfahren an acht Testinstanzen einer für kontinuierliche Produktionsweise modifizierten Version des Westenberger-Kallrath-Problems.<sup>92</sup> Die Testinstanzen unterscheiden sich durch verschiedene Nachfrageprofile der Endprodukte. Für die Testinstanz mit der geringsten Nachfrage können in der Mehrzahl der Heuristikdurchläufe zulässige Lösungen gefunden werden. In weiteren sinkt der Anteil erfolgreicher Durchläufe aber auf bis zu 2,6%. Die Rechenzeiten betragen allerdings nur wenige Sekunden. Es werden jedoch keine Angaben über die Güte der erreichten Lösungen gemacht.

*Chen et al.* (2008) betrachten ein einstufiges Planungsproblem bei kontinuierlicher Produktion in einer Mehrproduktanlage. Unter Maximierung des Gewinnes müssen beschränkte Lagerkapazitäten und reihenfolgeabhängiges Rüsten beachtet werden. Bedarfe für Produkte können am Ende jeder Woche auftreten. Spätlieferungen sind möglich, verursachen aber Strafkosten. Das Problem wird als MILP mit einer hybriden Zeitdarstellung formuliert. Wochenperioden werden hierbei diskret behandelt, während jede einzelne Woche zeitkontinuierlich dargestellt wird. Die Formulierung basiert in Teilen auf der Arbeit von *Casas-Liza* und *Pinto* (2005). In einer Rechenzeit von knapp über zehn Minuten kann mit der Basisformulierung für eine Testinstanz mit zehn Produkten, die für zehn Kunden in einem Planungszeitraum von vier Wochen produziert werden, eine Lösung mit einer Ganzzahligkeitslücke von knapp unter 5% erreicht werden. Nach der Einführung von zusätzlichen Cuts, verbessert sich die Effizienz des Modells. In Rechenzeiten von einer Stunde können nun auch Planungshorizonte von sieben Wochen im besten Fall mit einer Ganzzahligkeitslücke von fast 6% gelöst werden. Das vorgeschlagene Modell erweist sich damit für kleine Modellinstanzen als konkurrenzfähig. Größere Probleminstanzen bereiten jedoch Probleme. *Chen et al.* schlagen daher die Verwendung ihrer Formulierung in einem Dekompositionsverfahren wie dem von *Erdirik-Dogan* und *Grossmann* (2006) vor.

---

<sup>92</sup>Eine ausführliche Darstellung der von *Westenberger* und *Kalrath* (1994) vorgestellten Testinstanz findet sich in *Kalrath* (2002b), S. 239-247 und *Kalrath* (2003), S. 31-39.

In Tabelle 4.1 sind die in diesem Abschnitt vorgestellten Ansätze aus der Literatur in einer Übersicht zusammengestellt.

Ansatz	Verfahrenstiefe	Anlagentyp	Rüsten Reinigen	Lager	Sonstige Merkmale	Zeitdarstellung	Lösungsansatz	Bemerkung
<i>Bhattacharya und Bose (2007)</i>	Make & Pack einstufig mehrstufig	Mono Mehrprodukt Mehrzweck	Reihenfolgeabh. keine Reihenfolgeabh.	UIS FIS NIS		diskret kontinuierlich		
<i>Chen et al. (2008)</i>	•	•	•	•	Min! Kosten	•	MINLP linearisiert zu MILP	kurzfristige Planungsprobleme
<i>Erdirik-Dogan und Grossmann (2006)</i>	•	•	•	•	Max! Gewinn nur eine Produktionsanlage	•	MILP; Dekomposition	Fallbeispiel Polymerproduktion; Vergleich mit <i>Erdirik-Dogan und Grossmann (2006)</i>
<i>Erdirik-Dogan und Grossmann (2007)</i>	•	•	•	•	Max! Gewinn parallele Produktionsanlagen	•	MILP; Dekomposition	Erweiterung von <i>Erdirik-Dogan und Grossmann (2006)</i> um parallele Produktionsanlagen
<i>Fündeling und Trautmann (2007)</i>	•	•	•	•	Min! Zykluszeit		hierarchische Dekomposition Heuristiken, u. a. prioritätsreguliert	Fallstudie Konsumgüterindustrie aus <i>Bousonville, (2002)</i>

Tabelle 4.1: Literaturübersicht – Planungsmodelle in der Prozessindustrie bei kontinuierlicher Prozessführung

Ansatz	Verfahrenstiefe	Anlagentyp	Rüsten Reinigen	Lager	Sonstige Merkmale	Zeitdar- stellung	Lösungsansatz	Bemerkung
	einstufig Make & Pack mehrstufig	Mono Mehrprodukt Mehrzweck	Reihenfolgeabh. Reihenfolgeunabh. keine	UIS FIS NIS		diskret kontinuierlich		
<i>Günther et al.</i> (2006)	•	•	•	•	Min! Kosten	•	Blockplanung; MILP; Integration in APS eines führenden Anbieters	Fallbeispiel Konsumgüterin- dustrie Haarfärbemittel
<i>Herrmann und Schwindt</i> (2007)	•	•	•	•	Min! Produk- tionsdauer	•	hierarchische Dekomposition: MINLP + priori- tatsregelbasierte Heuristik	kurzfristiges Planungsproblem

Tabelle 4.1: Literaturübersicht – Planungsmodelle in der Prozessindustrie bei kontinuierlicher Prozessführung

## 4.2 Diskrete Prozessführung

In den folgenden Unterabschnitten erfolgt eine Übersicht über Lösungsansätze für Planungsprobleme, die eine diskrete Prozessführung beinhalten, d. h. Batchprozesse involvieren. Im ersten Unterabschnitt sind solche Modellierungsansätze aufgeführt, die explizit die Bildung von Kampagnen berücksichtigen. Da hier das Problem einzuordnen ist, für das in dieser Arbeit ein Lösungsansatz vorgestellt wird, werden die Ansätze dieses Abschnittes in Teilen im Detail dargestellt. Im zweiten Abschnitt werden dann Ansätze aufgezeigt, die auf den Short-term-mode ausgelegt sind. Zusammenfassend zeigt Tabelle 4.2 anschließend eine Übersicht der vorgestellten Ansätze.

### 4.2.1 Kampagnenplanung

Das von *Berning et al.* (2004) beziehungsweise *Berning et al.* (2002) untersuchte mehrstufige Planungsproblem umfasst mehrere hundert Prozesse und über tausend Teilanlagen. Die aus dieser Anzahl entstehenden Probleme werden jedoch durch eine eindeutige Zuordnung eines Produktes zu einem einzigen Prozess und der vorgegebenen Verknüpfungen zwischen verschiedenen Prozessen, die bestimmte Teilanlagen durchlaufen, entschärft. Im Planungszeitraum existieren Bedarfe für verschiedene Endprodukte. Für jede Bedarfsmenge lässt sich ausgehend vom Endprodukt eine Kaskade bestehend aus Produktionskampagnen für alle Vorprodukte erstellen. Meist kann ein Prozess verschiedenen Produktionsanlagen zugeordnet werden. Somit existieren meist auch mehrere Möglichkeiten, eine Kaskade zu konstruieren. Ist ein Bedarf (Menge und Zeitpunkt) und die Wahl der Produktionsanlagen vorgegeben, wird zunächst versucht die Produktionskampagnen rückwärts ausgehend vom Nachfragezeitpunkt unter Berücksichtigung ihrer gegenseitigen Mindestabstände einzuplanen. Ist dies nicht möglich, greift ein vorwärts einplanender Algorithmus, der dann erzwungenermaßen zu einer Spätlieferung führt.<sup>93</sup> Die erlaubte Verspätung ist nicht begrenzt, wird aber mit Strafkosten belegt. Es kann somit kein unzulässiger Produktionsplan generiert werden. Vor der Einplanung werden Bedarfe zusammengefasst, um eine Überproduktion durch die Berücksichtigung der minimalen Kampagnenlänge für kleine Bedarfsmengen zu vermeiden. Nach Fertigstellung des Plans werden Kampagnen gekürzt und teilweise verschoben, um die fehlende Berücksichtigung tatsächlicher Lagerbestände in den Einplanungsalgorithmen zu kompensieren. Die Planerstellung wird von *Berning et al.* in einen genetischen Algorithmus eingebettet. Jedes Individuum ist durch die Vorgabe einer Bearbeitungsreihenfolge für die vorliegenden Bedarfe und der Anlagenbelegung für die Kampagnen, die zur

<sup>93</sup>Andere Möglichkeiten, eine Spätlieferung zu vermeiden, wie beispielsweise die parallele Produktion einer Stufe in zwei Kampagnen, werden nicht untersucht.

Befriedigung jedes einzelnen Bedarfes benötigt werden, gekennzeichnet. Der Fitnesswert entspricht einer gewichteten multikriteriellen Zielfunktion. Eine neue Population entsteht durch Rekombination und Mutation sowie durch das Überleben von Individuen der alten. Die Heuristik wurde in ein Advanced Planning System mit der Möglichkeit interaktiver Eingriffe eingebunden. *Berning et al.* (2004) erreichen nach ihren Angaben gute Lösungswerte in einer maximalen Rechenzeit von zwei Stunden. Sie machen jedoch keine quantitativen Angaben über die erreichte Güte ihrer Lösung.

*Suerie* (2005) erweitert herkömmliche zeitdiskrete MILP-Modelle wie das Proportional Lot-Sizing and Scheduling Problem (PLSP) sowie das Capacitated Lot-Sizing Problem with Linked Lot Sizes (CLSPL), so dass trotz zeitdiskreter Modellierung zeitkontinuierliche Prozesse abgebildet werden können. Dies geschieht dadurch, dass der Rüstzustand einer Periode in die nächste übernommen werden kann und Batches sowie Rüstzeiten sich über Periodengrenzen hinweg erstrecken dürfen. In PLSP-Modellen existiert üblicherweise eine kontinuierliche Variable  $Q_{sk}$ , die die Produktionsmenge von Produkt  $s \in \mathcal{S}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$  angibt, wobei  $\mathcal{S}$  die Menge aller Produkte und  $\mathcal{K}$  die Menge aller Perioden bezeichnet. Zur Abbildung von Kampagnen wird zusätzlich eine ebenfalls kontinuierliche Variable  $Q_{sk}^C$  eingeführt, die die kumulierte Produktionsmenge der letzten beziehungsweise gerade in Periode  $k$  laufenden Kampagne für Produkt  $s$  angibt. Eine Kampagne des einzigen Prozesses  $i_s$ , mit dem ein Produkt  $s$  produziert werden kann, kann  $\check{n}_{i_s}$  bis  $\hat{n}_{i_s}$  Batches enthalten. Unter Berücksichtigung der Outputmenge  $q_{i_s s}^{\text{Out}}$  eines Batches ergibt sich die maximale Produktionsmenge einer Kampagne zu  $\hat{n}_{i_s} q_{i_s s}^{\text{Out}}$ . Die binäre Rüstvariable  $X_{sk}^{\text{SU}}$  wird eins, für die Periode  $k$ , in der eine Kampagne für Produkt  $s$  startet. Die folgenden Nebenbedingungen stellen dann den Zusammenhang zwischen den Produktionsmengen einer Kampagne  $Q_{sk}^C$  und einer Periode  $Q_{sk}$  her:

$$Q_{sk}^C \leq Q_{sk-1}^C + Q_{sk} \quad \forall s \in \mathcal{S}, k \in \mathcal{K} \quad (4.1)$$

$$Q_{sk}^C \geq Q_{sk-1}^C + Q_{sk} - \hat{n}_{i_s} q_{i_s s}^{\text{Out}} X_{sk+1}^{\text{SU}} \quad \forall s \in \mathcal{S}, 1 \leq k < |\mathcal{K}| \quad (4.2)$$

$$Q_{sk}^C \leq \hat{n}_{i_s} q_{i_s s}^{\text{Out}} (1 - X_{sk+1}^{\text{SU}}) \quad \forall s \in \mathcal{S}, 1 \leq k < |\mathcal{K}| \quad (4.3)$$

Die minimale Kampagnengröße  $\check{n}_{i_s} q_{i_s s}^{\text{Out}}$  muss erreicht sein, sobald eine Kampagne für ein anderes Produkt begonnen wird. Die maximale Kampagnengröße darf zu keiner Zeit überschritten werden. Dies wird durch die folgenden Nebenbedingungen erreicht:

$$Q_{sk-1}^C + Q_{sk} \geq \check{n}_{i_s} q_{i_s s}^{\text{Out}} \sum_{s' \in \mathcal{S} \setminus \{s\}} X_{s'k}^{\text{SU}} \quad \forall s \in \mathcal{S}, k \in \mathcal{K} \quad (4.4)$$

$$Q_{sk-1}^C + Q_{sk} \leq \hat{n}_{i_s} q_{i_s s}^{\text{Out}} \quad \forall s \in \mathcal{S}, 1 < k \leq |\mathcal{K}| \quad (4.5)$$

Um zu erreichen, dass Kampagnen nur aus einer ganzzahligen Anzahl Batches bestehen, müssen zwei weitere neue Variablen eingeführt werden. Die ganzzahlige Variable  $N_{sk}$  gibt die Anzahl der Batches der letzten beziehungsweise gerade in Periode  $k$  laufenden Kampagne an, mit der Produkt  $s$  hergestellt wird. Die Produktionsmenge eines Batches, das an einer Periodengrenze noch nicht beendet ist, wird durch  $\tilde{Q}_{sk}$  ausgedrückt. Damit eine Kampagne eine ganzzahlige Anzahl Batches enthält, muss  $\tilde{Q}_{sk}$  den Wert null annehmen, sobald eine Kampagne für ein anderes Produkt gestartet wird:

$$Q_{sk-1}^C + Q_{sk} = q_{i_s s}^{\text{Out}} N_{sk} + \tilde{Q}_{sk} \quad \forall s \in \mathcal{S}, 1 < k \leq |\mathcal{K}| \quad (4.6)$$

$$\tilde{Q}_{sk} \leq q_{i_s s}^{\text{Out}} \left( 1 - \sum_{s' \in \mathcal{S} \setminus \{s\}} X_{s'k}^{\text{SU}} \right) \quad \forall s \in \mathcal{S}, 1 < k \leq |\mathcal{K}| \quad (4.7)$$

Die Materialbilanzen an den Periodengrenzen werden unter Berücksichtigung der neuen Variablen  $\tilde{Q}_{sk-1}$  und  $\tilde{Q}_{sk}$  sowie der Lagerbestände  $H_{sk-1}$  und  $H_{sk}$  nun so gegenüber der herkömmlichen Formulierung geändert, dass nur die Produktionsmenge bereits beendeter Batches zur Befriedigung der Nachfrage  $d_{sk}$  am Ende von Periode  $k$  zur Verfügung steht:

$$H_{sk-1} + Q_{sk} + \tilde{Q}_{sk-1} - \tilde{Q}_{sk} = H_{sk} + d_{sk} \quad \forall s \in \mathcal{S}, k \in \mathcal{K} \quad (4.8)$$

Um eine Umgehung der Batchrestriktion auszuschließen, müssen aufeinanderfolgende Kampagnen desselben Prozesses explizit unter Berücksichtigung der binären Rüstzustandsvariable  $X_{sk}^P$  (1, wenn zu Beginn der Periode  $k$  für die Produktion von Produkt  $s$  gerüstet ist) ausgeschlossen werden:

$$X_{sk}^{\text{SU}} \leq 1 - X_{sk-1}^P \quad \forall s \in \mathcal{S}, k \in \mathcal{K} \quad (4.9)$$

Dies ist jedoch problematisch, da durch Berücksichtigung der maximalen Kampagnengröße Fälle entstehen können, die für eine optimale Lösung die Möglichkeit aufeinanderfolgender Kampagnen desselben Prozesses benötigen. *Suerie* (2005) ersetzt daher die PeriodenproduktionsmengenvARIABLE  $Q_{sk}$  durch zwei Variablen  $Q_{sk}^{\rightarrow}$  und  $Q_{sk}^{\leftarrow}$ . Diese geben die Produktionsmenge von Produkt  $s$  zu Beginn beziehungsweise Ende der Periode  $k$  an.  $Q_{sk}^{\leftarrow}$  kann nur größer null werden, wenn in der gleichen Periode auf Produkt  $s$  gerüstet wurde,  $Q_{sk}^{\rightarrow}$  nur wenn bereits in der vorherigen Periode auf  $s$  gerüstet war. Somit kann die Produktionsmenge einer einzigen Periode auch bei aufeinanderfolgenden Kampagnen desselben Prozesses eindeutig der vorherigen oder folgenden Kampagne zugewiesen werden. Die Lösungseffizienz der Modelle wird durch zusätzliche zulässige Nebenbedingungen (Cuts) unterstützt, die zu engeren Formulierungen führen. Für größere Modellinstanzen wird eine von *Stadtler* (2003) vorgeschlagene zeitliche Dekompositionsheuristik übernommen und so adaptiert,

dass sie mit den vorgeschlagenen Modellformulierungen kompatibel ist. Die Dekomposition beruht auf einem rollierend, detailliert geplanten Zeitfenster. Während die Rüstvorgänge vor dem gerade betrachteten Zeitfenster bereits durch frühere Entscheidungen fixiert sind, wird der dem Zeitfenster folgende Zeitraum relaxiert beziehungsweise nur unter Abschätzung betrachtet. *Suerie* (2005) führt umfangreiche Tests verschiedener vorgeschlagener Modellformulierungen an verschiedenen Probleminstanzen durch.<sup>94</sup> Für ein Problembeispiel mit vier Produkten, die auf einer einzigen Produktionsanlage gefertigt werden, sowie einer Unterteilung des Planungszeitraumes in 20 Perioden werden 180 verschiedene Testinstanzen überprüft. Für fast die Hälfte kann bei Begrenzung der Rechenzeit auf drei Minuten die optimale Lösung gefunden werden. Für die übrigen Fälle liegt die verbleibende Ganzzahligkeitslücke bei maximal 30%. Diese Werte können bei Berücksichtigung von Preprocessingschritten, die sich durch die geschlossene Batchproduktion ergeben, verbessert werden. Größere Problembeispiele mit bis zu acht Produkten und 40 Perioden sind erheblich schwerer zu lösen und erfordern wesentlich mehr Rechenzeit, auch ohne dass Kampagnenlängenrestriktionen und geschlossene Batchproduktion berücksichtigt werden.

*Yang* (2005) verfolgt einen der hierarchischen Produktionsplanung angelehnten Ansatz zur Lösung einer Fallstudie aus der chemisch-pharmazeutischen Industrie.<sup>95</sup> Die zwei Planungsebenen, die Kampagnen- und die Ablaufplanung, werden hierbei sukzessive gelöst. Für die Kampagnenplanung kommen zunächst verschiedene Aggregationstechniken für Prozesse, Produktionsanlagen und Bedarfe zum Einsatz. Außerdem werden mögliche Materialflusspläne erstellt, die unter Nutzung von Expertenwissen weiter eingeschränkt werden können. Das Kampagnenplanungsproblem wird als MILP-Modell formuliert. Hierbei wird die Summe aus Lager-, Transport-, Rüst- und Reinigungskosten minimiert. Hinsichtlich der Lagerkosten wird nur der Bestand der Endprodukte an Periodengrenzen explizit berücksichtigt. Für jedes Produktionswerk  $p \in \mathcal{P}$ , welches eine Aggregation von Teilanlagen  $u \in \mathcal{U}_p$  darstellt, ist eine Anzahl optionaler Kampagnen  $c \in \mathcal{C}_p$  vorgegeben.<sup>96</sup> Eine Kampagne, die durch Zuordnung eines der für sie möglichen Prozesse  $i \in \mathcal{I}_c$  realisiert wird, wird als aktiv

<sup>94</sup>Die im folgenden angegebenen Tests beziehen sich (soweit nicht anders angemerkt) nur auf die Modellformulierungen, die alle für die Abbildung von Kampagnen notwendigen Restriktionen einschließlich einer geschlossenen Produktion innerhalb von Batchen beinhalten. Es sei darauf hingewiesen, dass *Suerie* (2005) eine Vielzahl weiterer Formulierungen und Problembeispiele betrachtet, die keine oder nicht alle kampagnentypischen Restriktionen berücksichtigen.

<sup>95</sup>Siehe auch *Grunow et al.* (2003, 2007).

<sup>96</sup>*Yang* (2005) berücksichtigt außerdem eine Teilmenge an Kampagnen, die unbedingt aktiv sein müssen. Für diese können einige der im Folgenden beschriebenen Nebenbedingungen entfallen oder vereinfacht werden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sei hier auf eine explizite Darstellung dieser Fälle verzichtet.

bezeichnet. Die Aktivität einer Kampagne wird dadurch gekennzeichnet, dass die binäre Entscheidungsvariable  $X_c$  den Wert eins annimmt. Die folgenden Nebenbedingungen verhindern eine Degeneration der Lösung durch Sortierung aktiver und inaktiven Kampagnen:

$$X_c \leq X_{c-1} \quad \forall p \in \mathcal{P}, c \in \mathcal{C}_p \quad (4.10)$$

Die binäre Variable  $A_{ci}$  wird eins, wenn der Prozess  $i \in \mathcal{I}_c$  der Kampagne  $c$  zugeordnet wird. Einer aktiven Kampagne kann nur genau ein Prozess zugeordnet werden:

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_c} A_{ci} = X_c \quad \forall p \in \mathcal{P}, c \in \mathcal{C}_p \quad (4.11)$$

Die Kampagnendauer  $T_c^{\mathcal{C}}$  setzt sich unter Berücksichtigung ihrer Aktivität aus der Rüst-, Reinigungs- und Produktionszeit des Prozesses zusammen, der der Kampagne zugeordnet wurde:

$$T_c^{\mathcal{C}} = \sum_{i \in \mathcal{I}_c} ((t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{Cl}}) A_{ci} + t_i^{\text{P}} N_{ci}) \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (4.12)$$

Die ganzzahlige Anzahl der Batches einer Kampagnen-Prozess-Kombination wird mit  $N_{ci}$  bezeichnet. Sie ist nach unten und oben durch  $\check{n}_i$  und  $\hat{n}_i$  begrenzt und muss null ergeben, wenn der Prozess  $i$  nicht der Kampagne  $c$  zugeordnet ist:

$$\check{n}_i A_{ci} \leq N_{ci} \leq \hat{n}_i A_{ci} \quad \forall c \in \mathcal{C}, i \in \mathcal{I}_c \quad (4.13)$$

Innerhalb jedes Produktionswerkes  $p$  existieren mehrere Teilanlagen  $u \in \mathcal{U}_p$ , so dass prinzipiell eine maximale Anzahl  $\hat{z}_p^{\mathcal{C} \Rightarrow}$  von Kampagnen parallel produziert werden kann. Daher kann die Reihenfolge der Kampagnen generell über die folgenden Nebenbedingungen dargestellt werden:

$$T_c^{\mapsto} + T_c^{\mathcal{C}} \leq T_{c+1}^{\mapsto} + T_{c+1}^{\mathcal{C}} \quad \forall p \in \mathcal{P}, c \in \mathcal{C}_p \quad (4.14)$$

$$T_{c-\hat{z}_p^{\mathcal{C} \Rightarrow}}^{\mapsto} + T_{c-\hat{z}_p^{\mathcal{C} \Rightarrow}}^{\mathcal{C}} \leq T_c^{\mapsto} \quad \forall p \in \mathcal{P}, c \in \mathcal{C}_p \mid c - \hat{z}_p^{\mathcal{C} \Rightarrow} \in \mathcal{C}_p \quad (4.15)$$

Es muss jedoch ausgeschlossen werden, dass Kampagnen, die genau dieselben Teilanlagen  $u \in \mathcal{U}_p$  nutzen, überlappen. Hierzu wird zunächst die binäre Variable  $F_{c'c}^{\mathcal{C} \leq \mathcal{C}}$  definiert, die genau dann eins wird, wenn die Prozesse  $i_c$  und  $i_{c'}$  zweier Kampagnen  $c$  und  $c'$ , die eigentlich überlappen könnten, dieselbe Teilanlage  $u \in \mathcal{U}_p \cap \mathcal{U}_{i_{c'}} \cap \mathcal{U}_{i_c}$  nutzen müssen:

$$F_{c'c}^{\mathcal{C} \leq \mathcal{C}} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_u} (A_{ci} + A_{c'i}) - 1$$

$$\forall p \in \mathcal{P}, u \in \mathcal{U}_p \mid |\mathcal{I}_u| > 1, c \in \mathcal{C}_p, c' \in \mathcal{C}_p \mid c - \hat{z}_p^{\mathcal{C} \Rightarrow} < c' < c \quad (4.16)$$

Eine Überlappung zweier Kampagnen, welche dieselbe Teilanlage nutzen, kann somit mit Hilfe von  $F_{c'c}^{C \leq C}$  und einer ausreichend großen Zahl  $M$  ausgeschlossen werden:

$$T_{c'}^{\mapsto} + T_{c'}^C \leq T_c^{\mapsto} + M \left(1 - F_{c'c}^{C \leq C}\right) \quad \forall p \in \mathcal{P}, c \in \mathcal{C}_p, c' \in \mathcal{C}_p \mid c - \hat{z}_p^{C \mapsto} < c' < c \quad (4.17)$$

Der Materialfluss eines Produktes  $s$  wird von Kampagne zu Kampagne mit Hilfe der kontinuierlichen Variablen  $Q_{scc'}^{C \rightarrow C}$  modelliert. Für diese muss gelten:

$$\sum_{c' \in \mathcal{C}_c^{\text{In}}} Q_{scc'}^{C \rightarrow C} \leq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} N_{ci} \quad \forall c \in \mathcal{C}, s \in \mathcal{S} \setminus \mathcal{S}^{\text{fin}} \quad (4.18)$$

$$\sum_{c \in \mathcal{C}_{c'}^{\text{Out}}} Q_{scc'}^{C \rightarrow C} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} N_{ci} \quad \forall c' \in \mathcal{C}, s \in \mathcal{S} \setminus \mathcal{S}^{\text{fin}} \quad (4.19)$$

Die binäre Variable  $A_{cc'}^{C \rightarrow C}$  gibt durch Annahme des Wertes eins an, dass Material zwischen zwei Kampagnen transferiert wird. Falls dies nicht der Fall ist, wird die korrespondierende Materialflussmenge auf null gezwungen.

$$Q_{scc'}^{C \rightarrow C} \leq M A_{cc'}^{C \rightarrow C} \quad \forall c \in \mathcal{C}, c' \in \mathcal{C}_c^{\text{In}}, s \in \mathcal{S} \setminus \mathcal{S}^{\text{fin}} \quad (4.20)$$

Die zeitliche Lage der Kampagnen zur Sicherstellung des Materialflusses wird unter der Berücksichtigung einer Transferzeit  $t_{cc'}^{\text{Transfer}}$  zwischen zwei Kampagnen  $c$  und  $c'$  dann durch die folgende Nebenbedingung gesichert:

$$T_c^{\mapsto} + T_c^C - \sum_{i \in \mathcal{I}_c} t_i^{\text{Cl}} A_{ci} + t_{cc'}^{\text{Transfer}} + t^{\text{PH}} \left( A_{cc'}^{C \rightarrow C} - 1 \right) \leq T_{c'}^{\mapsto} \quad \forall c \in \mathcal{C}, c' \in \mathcal{C}_c^{\text{In}} \quad (4.21)$$

Damit wird auf der Ebene der Kampagnenplanung die vollständige Fertigstellung aller Batches einer Kampagne vorausgesetzt, bevor deren Output weiterverwendet werden kann. Um die Erfüllung der vorgegebenen Bedarfe für alle Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  zu modellieren, wird die binäre Variable  $F_{ck}^{\text{EL} \leq k}$  notwendig. Sie nimmt genau dann den Wert eins an, wenn die Produktion der Kampagne  $c$  vor dem Periodenende  $kt^k$  beendet ist oder genau mit diesem zusammenfällt. Dies wird durch die folgenden Nebenbedingungen unter Verwendung einer kleinen Zahl  $\epsilon$  sichergestellt:

$$T_c^{\mapsto} + T_c^C - \sum_{i \in \mathcal{I}_c} t_i^{\text{Cl}} A_{ci} + t^{\text{PH}} \left( F_{ck}^{\text{EL} \leq k} - 1 \right) \leq kt^k \quad (4.22)$$

$$T_c^{\mapsto} + T_c^C - \sum_{i \in \mathcal{I}_c} t_i^{\text{Cl}} A_{ci} + t^{\text{PH}} F_{ck}^{\text{EL} \leq k} \leq kt^k + \epsilon \quad (4.23)$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, k \in \mathcal{K} \quad (4.22), (4.23)$$

Die Materialflussmenge des Endproduktes  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  von Kampagne  $c$  zur Befriedigung der Nachfrage  $d_{sk}$  am Ende der Periode  $k$  wird durch die kontinuierliche Variable  $Q_{sck}^{C \rightarrow k}$  bezeichnet und unterliegt den folgenden Einschränkungen:

$$Q_{sck}^{C \rightarrow k} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}} \cap \mathcal{I}_c} q_{is}^{\text{Out}} A_{ci} - M \left( 1 - F_{ck}^{\text{EL} \leq k} \right) \quad (4.24)$$

$$Q_{sck}^{C \rightarrow k} \leq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}} \cap \mathcal{I}_c} q_{is}^{\text{Out}} A_{ci} \quad (4.25)$$

$$Q_{sck}^{C \rightarrow k} \leq M F_{ck}^{\text{EL} \leq k} \quad (4.26)$$

$$\forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, c \in \mathcal{C}_s^{\text{Out}}, k \in \mathcal{K} \quad (4.24)-(4.26)$$

Am Ende der Periode  $k$  ergeben die kumulierten Materialflüsse abzüglich der bis dahin zu berücksichtigenden Bedarfe  $d_{sk'}$  den Lagerbestand  $H_{sk}$ :

$$\sum_{c \in \mathcal{C}_s^{\text{Out}}} \sum_{k' \leq k} Q_{sck'}^{C \rightarrow k} = H_{sk} + \sum_{k' \leq k} d_{sk'} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, k \in \mathcal{K} \quad (4.27)$$

Weitere Verringerungen der Modellgröße ergeben sich durch die Berücksichtigung eingeschränkter Startzeitfenster für einzelne Kampagnen, auf deren Darstellung hier verzichtet wird. Das MILP-Modell ist nur für kleinere Instanzen effizient lösbar. Für realistische Problemgrößen schlägt *Yang* daher ein iteratives Lösungsverfahren vor. Für dieses werden zunächst alle Bedarfe am Ende des Planungszeitraumes aggregiert. Anschließend findet in den Iterationsschritten eine rückwärts rollierende Bedarfsdisaggregation statt. Hierbei werden unterschiedlich stark eingeschränkte Materialflusspläne berücksichtigt. Zum Abschluss wird der erstellte Plan bereinigt und postoptimiert. Dies geschieht durch einfache Vorwärtsverschiebung von Kampagnen<sup>97</sup> und Vernachlässigung unnötig gesetzter Kampagnenaktivitäten.<sup>98</sup> Die der Kampagnenplanung folgende Ablaufplanung besteht im Wesentlichen aus der Disaggregation der durch die obere Planungsebene erhaltenen Vorgaben und kann auf Werksebene stattfinden. Zur Lösung wird ein zeitkontinuierliches MILP-Modell genutzt, das auf einer Modifikation der Arbeit von *Méndez et al.* (2001) beruht. *Yang* erprobt das vorgeschlagene Verfahren an einem Beispiel mit acht Endprodukten sowie 29 Rohstoffen und Zwischenprodukten. Die Produkte werden durch 44 Prozesse in acht Produktionswerken in einem Planungszeitraum von 18

<sup>97</sup>Die Vorwärtsverschiebung von Kampagnen führt zu einer Optimierung, da die Lagerkosten von Zwischenprodukten nicht explizit in der Zielfunktion des MILP-Modells berücksichtigt werden.

<sup>98</sup>Unnötigerweise aktive Kampagnen können durch die Übernahme suboptimaler Lösungen bei vorzeitigem Rechenabbruch (durch Begrenzung der Rechenzeit oder Akzeptanz einer Ganzzahligkeitslücke größer null) entstehen.

Monaten gefertigt. Bedarfe treten ab Ende des neunten Monats monatlich auf. Die Kampagnenplanung wird in zehn Iterationsschritten und in weniger als zwölf Minuten gelöst.<sup>99</sup> Durch die in wenigen Sekunden abgeschlossene Postoptimierung kann der Produktionsplan um 9% verbessert werden. *Yang* macht keine Aussagen zur Lösungsgüte des iterativen Verfahrens im Vergleich mit einem ganzheitlichen Einsatz der Kampagnenplanung. Die Ablaufplanung für die einzelnen Werke kann aufgrund der geringen Problemgrößen, die sich durch die Vorgaben der oberen Planungsebene ergeben, in Rechenzeiten von unter einer Sekunde optimal gelöst werden.

Ein mittelfristiges Planungsproblem aus der biopharmazeutischen Industrie wird von *Lakhdar et al.* (2005) als zeitdiskretes MILP-Modell formuliert. Es basiert auf der Formulierung von *Papageorgiou et al.* (2001) zur Kapazitätsplanung. Der Planungszeitraum der betrachteten Probleminstanzen wird in sechs beziehungsweise neun Perioden unterteilt. Auf drei Bioreaktoren und zwei Aufreinigungsanlagen, die durch Zwischenlager verbunden sind, müssen drei Produkte gefertigt werden. Neben Strafkosten für Spätlieferungen wird auch die begrenzte Haltbarkeit der Produkte berücksichtigt. Die MILP-Formulierung wird mit Standardsoftware unter Vorgabe einer Ganzzahligkeitslücke von 5% gelöst. Angaben zur Lösungsgeschwindigkeit machen *Lakhdar et al.* nicht. Im Vergleich mit einem einfachen regelbasierten heuristischen Ansatz, wie er bei herkömmlicher Planung angewendet werden könnte, wird der Zielfunktionswert (Gewinn) um 13% beziehungsweise 40% verbessert. In *Lakhdar et al.* (2007) wird das Modell für eine langfristige Planung modifiziert. Es muss nun nicht mehr zwischen verschiedenen Anlagentypen unterschieden werden. Jedoch werden mehrere Produktionsstätten betrachtet. Zusätzlich zu bereits im früheren Modell berücksichtigten maximalen Lagerkapazitäten und begrenzten Haltbarkeiten für die verschiedenen Produkte, werden Nebenbedingungen eingeführt, die zur strategischen Minimierung eines Ausfallrisikos eine Produktion desselben Produktes in mehr als einer Produktionsstätte erzwingen. Neben der regulären Zielfunktion zur Gewinnmaximierung betrachten *Lakhdar et al.* außerdem die Erweiterung dieser um andere nicht-monetäre Ziele, so dass ein multikriterielles Entscheidungsproblem entsteht. Dieses lösen sie mit einem Goal-Programming-Ansatz. Die auf realen Fallbeispielen basierende Testinstanz besteht aus 15 Produkten, die in zehn verschiedenen Produktionsstätten hergestellt werden. Der Planungszeitraum beträgt 15 Jahre und wird in 60 Perioden unterteilt. *Lakhdar et al.* vergleichen die Auswirkung für verschiedene Nachfrageszenarien sowie die der Berücksichtigung der Nebenbedingungen zur strategischen Risikominimierung. Für den Goal-Programming-Ansatz werden verschiedene Optimierungsschwerpunkte betrachtet und Sensitivitätsanalysen

---

<sup>99</sup> *Yang* gibt hierbei eine maximale Rechenzeit von 100s und eine ausreichende Lösungsgüte von 5% (Ganzzahligkeitslücke) für jede Iteration vor.

durchgeführt. *Lakhdar et al.* machen jedoch keine Angaben zu Lösungsgüte und -rechenzeit.

*Brandenburg und Tölle* (2007) stellen ein Lösungsverfahren für ein relativ umfangreiches Kampagnenplanungsproblem der Spezialchemie vor. Die Problemstruktur entspricht der aus *Berning et al.* (2004). Deterministische Algorithmen zum Einsatz im Preprocessing werden von dort übernommen. Für jeden Bedarf  $d \in \mathcal{D}$  wird zunächst eine Kombination von Produktionskampagnen, eine Kaskade, berechnet, mit der die nachgefragte Menge unabhängig von anderen Kampagnen produziert werden kann. Aufgrund der je nach Prozess vorhandenen Möglichkeit, eine Kampagne  $c$  unterschiedlichen Produktionsanlagen  $u$  zuzuordnen, existieren auch mehrere Möglichkeiten eine einzelne Nachfrage zu bedienen. Die Menge der Kaskaden  $g$ , mit der eine Bedarf  $d$  bedient werden kann, sind der Menge  $\mathcal{G}_d$  zugeordnet. Während *Berning et al.* einen genetischen Algorithmus nutzen, um Pläne durch Kombination der unterschiedlichen Varianten zu erstellen, schlagen *Brandenburg und Tölle* eine zweistufige mathematische Optimierung vor. Auf der ersten Stufe erfolgt die Zuweisung der Kampagnen zu den Produktionsanlagen, auf der zweiten die Ablaufplanung. Die Zuweisung der Kampagnen zu den Produktionsanlagen erfolgt unter Minimierung von  $\hat{T}_U^P$ , der maximalen Zeit, die auf einer einzelnen Anlage  $u \in \mathcal{U}$  durch Produktion belegt ist. Die binäre Entscheidungsvariable  $X_g$  nimmt den Wert eins an, wenn die Kaskade  $g$  für die Befriedigung des ihr zugeordneten Bedarfes genutzt wird. Die Kampagne  $c$ , die Teil der Kaskade  $g$  ist ( $c \in \mathcal{C}_g$ ), besitzt  $n_c$  Batches. Die Produktionszeit eines Batches beträgt  $t_c^P$ . Dann wird  $\hat{T}_U^P$  für jede Produktionsanlage von unten wie folgt begrenzt:

$$\sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{g \in \mathcal{G}_d} \sum_{c \in \mathcal{C}_g | u_c = u} n_c t_c^P X_g \leq \hat{T}_U^P \quad \forall u \in \mathcal{U} \quad (4.28)$$

Hierbei muss gesichert sein, dass für jeden Bedarf genau eine Kaskade ausgewählt wird:

$$\sum_{g \in \mathcal{G}_d} X_g = 1 \quad \forall d \in \mathcal{D} \quad (4.29)$$

Nach Ausführung der Optimierung für die Anlagenzuweisung ist nun für die detaillierte Ablaufplanung für jeden Bedarf  $d \in \mathcal{D}$  eine Kaskade  $g \in \mathcal{G}_d$  vorgegeben, die aus mehreren Kampagnen  $c \in \mathcal{C}_g = \mathcal{C}_d$  besteht. In der Zielfunktion für die Ablaufplanung werden Lagerkosten nur implizit berücksichtigt, indem der zeitliche Abstand zwischen zwei Kampagnen einer Kaskade, von denen die eine ein Produkt produziert, welches von der anderen verbraucht wird, mit Strafkosten belegt wird. Außerdem beinhaltet die zu minimierende Zielfunktion Strafkosten für Spätlieferungen, Rüstkosten und eine Bewertung des

Endes der letzten Kampagne  $\widehat{T}_c^{\leftarrow}$ . Die Verspätung  $T_d^{\text{Late}}$  der Erfüllung eines Bedarfes  $d$  ergibt sich durch die Differenz des Kampagnenendes  $T_c^{\leftarrow}$  und des Nachfragezeitpunktes  $t_d$ :

$$T_c^{\leftarrow} - t_d \leq T_d^{\text{Late}} \quad \forall d \in \mathcal{D}, c \in \mathcal{C}_d \quad (4.30)$$

Der Endzeitpunkt der letzten Kampagne  $\widehat{T}_c^{\leftarrow}$  muss größer sein als alle Kampagnenendzeitpunkte:

$$T_c^{\leftarrow} \leq \widehat{T}_c^{\leftarrow} \quad \forall d \in \mathcal{D}, c \in \mathcal{C}_d \quad (4.31)$$

Zwischen dem Start  $T_c^{\rightarrow}$  und dem Ende  $T_c^{\leftarrow}$  einer Kampagne  $c$  vergeht genau die Zeit, die zur Produktion ihrer  $n_c$  Batches notwendig ist:

$$T_c^{\leftarrow} = T_c^{\rightarrow} + n_c t_c^{\text{P}} \quad \forall d \in \mathcal{D}, c \in \mathcal{C}_d \quad (4.32)$$

Für die Kampagnen  $c$  und  $c'$  einer Kaskade, von denen die erste ein Produkt  $s$  produziert, welches die zweite verbraucht ( $s \in \mathcal{S}_c^{\text{Out}} \cap \mathcal{S}_{c'}^{\text{In}}$ ) können im Preprocessing zeitliche Mindestabstände  $\check{t}_{cc'}^{\Delta c \rightarrow c'}$  (bezogen auf ihre Startzeitpunkte) berechnet werden. Da jede Kaskade ihren Bedarf unabhängig von anderen Kaskaden befriedigen kann, sind keine expliziten Nebenbedingungen für die Einhaltung der Materialbilanz notwendig. Der Materialfluss kann somit allein durch Einhaltung der Mindestabstände in den Nebenbedingungen (4.33) gesichert werden. Durch die unabhängige Betrachtung jeder einzelnen Kaskade verzichten *Brandenburg* und *Tölle* jedoch auf Optimierungspotential, welches sich durch Kombination oder parallele Produktion von Kampagnen ergeben kann.

$$T_c^{\rightarrow} + \check{t}_{cc'}^{\Delta c \rightarrow c'} \leq T_{c'}^{\rightarrow} \quad \forall d \in \mathcal{D}, c \in \mathcal{C}_d, c' \in \mathcal{C}_d \mid \mathcal{S}_c^{\text{Out}} \cap \mathcal{S}_{c'}^{\text{In}} \neq \emptyset \quad (4.33)$$

Die binäre Variable  $F_{cc'}^{c \leq c'}$  nimmt den Wert eins an, wenn Kampagne  $c'$  direkt nach Kampagne  $c$  auf einer gemeinsam genutzten Produktionsanlage  $u$  folgt. Die Berücksichtigung der Rüstzeit  $t_{cc'}^{\text{SU}}$  zwischen zwei Kampagnen und der Ausschluss von Überlappungen erfolgt dann gemäß der Nebenbedingungen (4.34). Mit Hilfe einer ausreichend großen Zahl  $M$  wird die Nebenbedingung relaxiert, wenn  $c'$  nicht direkt auf  $c$  folgt.

$$T_c^{\leftarrow} + t_{cc'}^{\text{SU}} - M \left( 1 - F_{cc'}^{c \leq c'} \right) \leq T_{c'}^{\rightarrow} \quad \forall d \in \mathcal{D}, c \in \mathcal{C}_d, d' \in \mathcal{D}, c' \in \mathcal{C}_{d'} \mid u_c = u_{c'} \quad (4.34)$$

Unter Berücksichtigung einer Start- und End-Dummy-Kampagne ( $c_u^{\text{F}}$  und  $c_u^{\text{L}}$ ) für jede Produktionsanlage  $u \in \mathcal{U}$  sind außerdem die folgenden Nebenbedin-

gungen für eine korrekte Evaluierung von  $F_{cc'}^{C \leq C}$  notwendig:

$$\sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{c \in \mathcal{C}_d} F_{cc'}^{C \leq C} + F_{c_u' c'}^{C \leq C} = 1 \quad \forall d' \in \mathcal{D}, c' \in \mathcal{C}_{d'}, u' = u_{c'} \quad (4.35)$$

$$\sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{c \in \mathcal{C}_d} F_{cc_{u'}}^{C \leq C} + F_{c_u' c_{u'}}^{C \leq C} = 1 \quad \forall u' \in \mathcal{U} \quad (4.36)$$

$$\sum_{d' \in \mathcal{D}} \sum_{c' \in \mathcal{C}_{d'}} F_{cc'}^{C \leq C} + F_{cc_{u'}}^{C \leq C} = 1 \quad \forall d \in \mathcal{D}, c \in \mathcal{C}_d, u = u_c \quad (4.37)$$

$$\sum_{d' \in \mathcal{D}} \sum_{c' \in \mathcal{C}_{d'}} F_{c_u' c'}^{C \leq C} + F_{c_u' c_{u'}}^{C \leq C} = 1 \quad \forall u' \in \mathcal{U} \quad (4.38)$$

Zusätzlich wird  $F_{cc'}^{C \leq C}$  für einige logisch nicht mögliche Reihenfolgebeziehungen null gesetzt. Da sich das MILP-Modell für die Ablaufplanung jedoch nur für einige der kleineren Testinstanzen<sup>100</sup> in annehmbarer Rechenzeit optimal lösen lässt, schlagen *Brandenburg* und *Tölle* eine iterative Heuristik zur Komplexitätsreduktion vor. Diese nutzt die gleichmäßige Verteilung der Bedarfe  $d \in \mathcal{D}$  im Planungszeitraum aus, um diese in nacheinander zu bearbeitende, chronologisch geordnete Pakete zu unterteilen. Jede Kampagne, die zu einem später bearbeiteten Paket gehört, muss nach allen Kampagnen der vorherigen Pakete starten. Mit vier bis sechs Iterationen konnten unter den angenommenen Restriktionen optimierte Produktionspläne in Rechenzeiten von 350-540s gefunden werden. Die Iterationsheuristik weist im Vergleich mit einer durch eine LP-Relaxation des MILP-Modells zur Ablaufplanung gewonnen unteren Grenze eine Lücke von bis zu 12% auf.<sup>101</sup> Die Lücke zu einer unteren Grenze ohne Verwendung des Dekompositionsverfahrens oder sogar ohne die Festlegung auf autarke Kaskaden für jeden Bedarf wird von *Brandenburg* und *Tölle* nicht angegeben.

## 4.2.2 Short-term-mode

Aufbauend auf einer Idee von *Jain* und *Grossmann* (2001) sowie *Harjunkoski* und *Grossmann* (2002) entwickeln *Maravelias* und *Grossmann* (2003a) einen kombinierten Lösungsansatz aus ganzzahliger Optimierung und Constraint Programming zur Planung von Batchprozessen. Die übergeordnete MILP-Formulierung ist eine relaxierte Form des Gesamtproblems und beinhaltet nur

<sup>100</sup>Die kleineren Testinstanzen, für die sich das MILP-Modell für die Ablaufplanung lösen ließ, besitzen maximal maximal 55 Kampagnen. Höchstens acht Kampagnen teilen sich hierbei eine Produktionsanlage. Jedoch befinden sich auch unter den kleineren Testinstanzen Fälle, für die das MILP-Modell nicht in annehmbarer Rechenzeit zu einer optimalen Lösung führt.

<sup>101</sup>Dies gilt für eine ausgewogene Zielfunktion. Die Lücke wird größer, wenn die Zielfunktion auf einen Aspekt (mit Ausnahme der Lagerkostenminimierung) eingegrenzt wird.

die Zuweisung zu Produktionsanlagen sowie die Festlegung der Batchgrößen und aggregierte Materialbilanzgleichungen am Ende des Planungszeitraumes. Mit Hilfe des MILP-Modells können somit nur Partiallösungen erzeugt werden, welche keine zulässige Lösung garantieren und nur potentiell zu guten Gesamtlösungen führen. Mit Hilfe des CP erfolgt dann eine detaillierte Reihenfolgeplanung und somit eine Überprüfung der Zulässigkeit sowie die Erzeugung kompletter Pläne. Beide Schritte werden in einem iterativen Lösungsprozess kombiniert, bei dem das CP genutzt wird, um Cuts für das MILP-Modell zu generieren. Die Cuts sind so strukturiert, dass Lösungen ausgeschlossen werden, die sich auf der unteren Ebene als unzulässig erweisen oder die bereits bekannt sind. Um die Effizienz des Lösungsverfahrens zu erhöhen wird im Preprocessing das belegbare Zeitfenster jeder Produktionsanlage eingeschränkt. *Maravelias* und *Grossmann* (2003a) testen den Ansatz für zwei Probleme aus *Papageorgiou* und *Pantelides* (1996). Ersteres besteht aus drei Endprodukten, die auf drei Anlagen mit Zwischenlagern durch neun verschiedene Prozesse gefertigt werden. Unter Vorgabe des Planungshorizontes von maximal 25 Stunden und Maximierung des Gewinnes wird die optimale Lösung in etwa einer Sekunde gefunden. Damit ist der Lösungsansatz effizienter als die einer zuvor in *Maravelias* und *Grossmann* (2003b) vorgeschlagenen reinen MILP-Formulierung. Unter Minimierung der Makespan bei Vorgabe der Nachfrage kann die optimale Lösung mit Hilfe des MILP/ CP-Ansatzes in bis zu 20s gefunden werden, während mit dem reinen MILP-Gesamtmodell aus *Maravelias* und *Grossmann* (2003b) keine oder nur suboptimale Lösungen in 10 Stunden gefunden werden. Auch für das zweite aus *Papageorgiou* und *Pantelides* (1996) entnommene Planungsproblem können mit dem MILP/ CP-Ansatz in wenigen Sekunden optimale Lösungen erreicht werden. Für 27 Produkte, die durch 19 verschiedene Prozesse auf acht Anlagen gefertigt werden, muss hierbei die Makespan minimiert werden. Die optimale Lösung besteht aus 22 Kampagnen die innerhalb von 15 Stunden gefertigt werden. Der kombinierte MILP/ CP-Ansatz wird in *Maravelias* und *Grossmann* (2004b) weiterverfolgt und verfeinert. Es werden weitere problemspezifische Vereinfachungen in den Modellformulierungen vorgeschlagen und für weitere Fallbeispiele getestet.

*Burkard* und *Hatzl* (2006) beschreiben eine Heuristik zur Minimierung der Produktionsdauer für mehrstufige Batchprozesse auf Mehrproduktanlagen. Es werden keine Rüst- oder Reinigungsvorgänge berücksichtigt. Grundsätzliche Konzepte des Lösungsansatzes sind *Burkard et al.* (1998) entlehnt, unterliegen aber teilweise einer substantiellen Modifikation. Die vorgeschlagene iterative Heuristik unterteilt den Planungszeitraum in Perioden. In jedem Planungsschritt wird beginnend mit der ersten genau eine Zeitperiode betrachtet. Für diese Periode wird unter Berücksichtigung der bisher geplanten die bestmögliche Planalternative gesucht. Die Entscheidungen der vorherigen Zeitperioden sind dabei fixiert. Durch Zufallselemente findet eine Diversifikation dieser Suche

statt. Auf jeder Zeitperiodenebene kann die Suche mehrmals ausgeführt werden, so dass ein Pool aus mehreren Teilplänen vorliegt. Zur Intensivierung der Suche werden bei Betrachtung der darauffolgenden Zeitperiode nur die besten Lösungen aus dem Pool herangezogen. Die Heuristik wird an vier Problemen erprobt. Die beiden aus *Shah et al.* (1993) (neun Produkte, sechs Prozesse, 4 Produktionsanlagen) sowie *Papageorgiou* und *Pantelides* (1993) (16 Produkte, 23 Prozesse, acht Produktionsanlagen) bekannten Problembeispiele weisen nur lineare Materialflüsse auf. Alle Testinstanzen dieser beiden Probleme können in Rechenzeiten von unter acht Minuten mit einer durchschnittlichen Lücke zur optimalen oder besten bekannten Lösung von unter 5% gelöst werden. Die beiden anderen Problembeispiele, die mit leichten Modifikationen aus *Kondili et al.* (1993) (zehn Produkte, neun Prozesse, vier Produktionsanlagen) sowie *Westenberger* und *Kallrath* (1994)<sup>102</sup> (19 Produkte, 24 Prozesse, neun Produktionsanlagen) übernommen wurden, weisen vernetzte Materialflüsse auf. Mit dem vorgeschlagenen Lösungsverfahren können einige Testinstanzen gelöst werden, für die bis dahin noch keine Lösung mit MILP-Ansätzen gefunden werden konnte. Für das kleinere der beiden Probleme werden Rechenzeiten von wenigen Minuten benötigt, um Lösungen mit einer durchschnittlichen Lücke von 1,5% zu erreichen.<sup>103</sup> Das größere Westenberger-Kallrath-Problem erfordert Rechenzeiten von bis zu fünf Stunden, um Lösungen mit einer Lücke von durchschnittlich fast 6% zu finden.<sup>104</sup>

*Gaglioppa et al.* (2006) formulieren ein MILP-Modell für mehrstufige Batchprozesse auf Mehrproduktanlagen zur Minimierung der Summe aus Lager-, Produktions- und Rüstkosten. Die Darstellung der Zeit erfolgt diskret in Perioden. Die Rüstvorgänge sind reihenfolgeunabhängig und es ist keine Nachlieferung erlaubt. Das Modell wird zunächst für nur eine Produktionsanlage formuliert, aber dann auf mehrere Anlagen ausgeweitet. Beide Modelle weisen in der LP-Relaxation eine hohe Ganzzahligkeitslücke auf. *Gaglioppa et al.* verbessern die Modelle durch Einführung zusätzlicher zulässiger Nebenbedingungen (Cuts). Diese führen zu einer Verringerung der Ganzzahligkeitslücke in der LP-Relaxation und zu besseren Rechenzeiten. Das Modell für Problemstellungen mit nur einer Produktionsanlage wird an mehreren Testinstanzen erprobt. Diese beinhalten verschiedene Materialflussstrukturen, maximal 15 Produkte und höchstens 14 Prozesse bei unterschiedlichen Nachfrageprofilen und Planungshorizonten. Nicht für alle Testinstanzen kann eine optimale Lösung in

<sup>102</sup>Eine ausführliche Darstellung findet sich in *Kallrath* (2002b), S. 239-247 und *Kallrath* (2003), S. 31-39.

<sup>103</sup>Im Vergleich mit der optimalen beziehungsweise besten bekannten Lösung und Annahme der besten Heuristikparameter. Die Lösungsgüte für Testinstanzen ohne Referenzlösung bleibt hierbei unberücksichtigt.

<sup>104</sup>Im Vergleich mit der optimalen beziehungsweise besten bekannten Lösung und Annahme der besten Heuristikparameter. Die Lösungsgüte für Testinstanzen ohne Referenzlösung bleibt hierbei unberücksichtigt.

der vorgegebenen Rechenzeit von knapp sieben Stunden gefunden werden. Im schlechtesten Fall beträgt die Lücke noch knapp 50%. Kleinere Instanzen können jedoch in Rechenzeiten von wenigen Sekunden oder Minuten optimal gelöst werden. Die Modellformulierung für mehrere Produktionsanlagen wird zur Lösung von Testinstanzen angewendet, die auf Problemfällen aus *Sahinidis* und *Grossmann* (1991) sowie *Papageorgiou* und *Pantelides* (1996) basieren. Sie enthalten maximal 13 Produkte, die auf sechs verschiedenen Anlagen durch höchstens zehn Prozesse gefertigt werden müssen. Für alle fünf betrachteten Testinstanzen können optimale Lösungen in Rechenzeiten von maximal knapp zwei Stunden gefunden werden.

*Janak et al.* (2006a) stellen ein MILP-basierendes Dekompositionsverfahren zur Kurzfristplanung auf Mehrproduktanlagen vor. Auf den meisten der Anlagen findet eine Batchproduktion statt, jedoch muss auf wenigen auch eine kontinuierliche Prozessführung berücksichtigt werden. Zwischenlager sind zusätzlich beschränkt. Das Dekompositionsverfahren ist eine Erweiterung der Arbeit von *Lin et al.* (2002). Der Planungszeitraum wird dabei unter Anwendung eines MILP-Modells in kleinere Zeitfenster unterteilt. Dies geschieht unter Maximierung des Zeitfensters und der Anzahl der Produkte, die in diesem Zeitfenster zu berücksichtigen sind, sowie unter Bestrafung der Überschreitung eines vorgegebenen Komplexitätslimits für das entstehende Teilproblem. Für die sequentielle Lösung der Subprobleme, die aus der Unterteilung des Planungszeitraumes entstehen, kommt ein weiteres ereignisorientiertes zeitkontinuierliches MILP-Modell zum Einsatz, welches auf früheren Arbeiten von *Ierapetritou* und *Floudas* (1998a,b), *Ierapetritou et al.* (1999), *Lin* und *Floudas* (2001), *Lin et al.* (2002) sowie *Janak et al.* (2004) beruht, welche für das vorliegende Problem erweitert und verbessert wurden. Der Lösungsansatz wird an einem Problem getestet, welches aus etwa 80 verschiedenen Produktionsanlagen besteht, die sich jedoch in sieben verschiedene Typklassen einteilen lassen. Der Materialfluss weist nur lineare Strukturen auf und ist maximal fünfstufig. Der Planungszeitraum beträgt 19 Tage. An den ersten 14 Tagen tritt Nachfrage auf. Der Planungszeitraum wird durch die Anwendung des ersten MILP-Modells in acht Subprobleme unterteilt, in denen etwa jeweils 50 Produkte berücksichtigt werden müssen. Für das eigentliche Planungs-MILP wird die Rechenzeit für jedes Zeitfenster auf drei Stunden begrenzt, in denen sich jeweils mindestens eine zulässige Lösung findet. *Janak et al.* machen jedoch keine Angaben zur verbleibenden Ganzzahligkeitslücke der Subprobleme noch zur Lösungsgüte des Dekompositionsansatzes im Vergleich zu einer ganzheitlichen Betrachtung des Problems.

*Janak et al.* (2006b) erweitern die zuvor vorgestellte Vorgehensweise aus *Janak et al.* (2006a) um die Möglichkeit des reaktiven Scheduling. Damit ist die Möglichkeit gegeben, auf Anlagenausfälle und Auftragsänderungen reagieren zu können, ohne eine komplette Neuplanung durchzuführen. Hierzu wird die

Planungsmethode aus *Janak et al.* (2006a) um einen Fixierungsalgorithmus erweitert, der je nach Störereignis Teilelemente des ursprünglichen Plans fixiert. Unter Berücksichtigung der fixierten Elemente ist eine Neuplanung im Vergleich zu einer neuen Gesamtplanung im Umfang erheblich reduziert.

*Schoner* (2008) verfolgt in seiner Arbeit einen Dekompositionsansatz. Zunächst wird ein Verfahren für die Ablaufplanung eines mehrstufigen Batchprozesses mit reihenfolgeabhängigen Reinigungsvorgängen auf Mehrzweckanlagen mit Zwischenlagern unter dem Ziel der Minimierung der Makespan entwickelt. Hierfür wird auf eine graphentheoretische Modellierung des Prozesses zurückgegriffen. Die Optimierung der Prozessreihenfolge findet in lokalen Suchverfahren ausgehend von einer Startlösung mit Hilfe dreier Verfahren statt, von denen die ersten beiden ineinander verschachtelt sind. Auf der inneren Stufe wird die Reihenfolge von Abfüll- und Reinigungsprozessen verändert, auf der äußeren die Zuordnung und Abfolge der Batches auf den einzelnen Produktionsanlagen. Als Lösungsverfahren wird Simulated Annealing eingesetzt. Das dritte Verfahren verbessert die Makespan unter Optimierung der Zwischenlagernutzung. Die Ablaufplanung, für welche jeweils nur ein Zeitfenster mit der Dauer eines Tages betrachtet wird, wird anschließend mit einem Verfahren zur Losgrößenplanung (Anzahl und Größe der Batches) kombiniert. Das Verfahren plant iterativ die vorliegenden Aufträge ein. Bei kritischen Änderungen in einer Periode wird für diese die Reihenfolgeoptimierung durchgeführt. Die Ablaufplanung verfügt über eine Rückkopplung zu der ihr übergeordneten Planungsebene und kann somit falls notwendig eine Nachoptimierung auf dieser anstoßen. Leider macht *Schoner* keine Angaben über lösbare Problemgrößen und Rechenzeiten.

*Castro et al.* (2008)<sup>105</sup> beschäftigen sich mit der Kurzfristplanung einstufiger Batchprozesse auf parallelen Ressourcen mit reihenfolgeabhängigen Rüstvorgängen. Batchgröße und -zeiten werden als fix angenommen. Zur Lösung schlagen sie zwei verschiedene zeitkontinuierliche MILP-Modelle vor. Das erste besitzt nicht-uniforme Zeitgitter. In herkömmlichen Modellen für die Kurzfristplanung von Batchprozessen stellt ein Prozessobjekt jeweils genau ein Batch dar. Für wiederholte Ausführungen desselben Prozesses, d. h. Einplanungen von mehr als einem Batch, müssen daher in der Regel mehrere Prozessobjekte modelliert werden. *Castro et al.* führen stattdessen eine zusätzliche ganzzahlige Variable ein, die der Anzahl der Batches eines Prozesses entspricht, die auf derselben Anlage ausgeführt werden, und sparen somit zusätzliche Prozessobjekte zur Modellierung wiederholter Ausführungen. Das zweite vorgeschlagene MILP-Modell beruht auf globalen Reihenfolgebeziehungen. Die Modelle werden an verschiedenen Fallbeispielen erprobt. Für die kleinste von vier Problembeispielen zur Gewinnmaximierung (mit jeweils drei Testinstanzen, die sich durch ihre Planungshorizonte unterscheiden) müssen

---

<sup>105</sup>Vgl. auch die früheren Arbeiten *Castro et al.* (2006, 2007).

fünf Produkte auf zwei Anlagen hergestellt werden. Das größte Problembeispiel umfasst zehn Produkte auf vier Anlagen. Mit dem ersten MILP-Modell kann die optimale Lösung mit Ausnahme einer Testinstanz in Rechenzeiten von bis zu knapp 40 Minuten gefunden werden. Im Gegensatz hierzu wird mit dem zweiten MILP-Modell nach teils sogar mehrstündiger Rechenzeit die optimale Lösung nicht erreicht.

*Erdirik-Dogan* und *Grossmann* (2008) verfolgen die Lösung eines zweistufigen kurzfristigen Planungsproblems auf Mehrproduktanlagen mit reihenfolgeabhängigen Rüstvorgängen. Das zunächst für das Gesamtproblem als zeitkontinuierliches MILP formulierte Modell lässt sich nur für kleine Probleminstanzen effizient lösen. Für größere erfolgt eine Dekomposition unter Vernachlässigung einer detaillierten Ablaufplanung auf der hierarchisch höheren Ebene. Die Auswirkungen reihenfolgebedingter Rüstwechsel werden allerdings auch auf dieser Ebene berücksichtigt. Beide Ebenen werden durch einen iterativen Lösungsprozess verknüpft. Dieser aus *Erdirik-Dogan* und *Grossmann* (2006) bekannte und später in *Erdirik-Dogan* und *Grossmann* (2007) auf parallele Maschinen erweiterte Dekompositionsansatz für die Planung kontinuierlicher Prozesse kann somit auch auf die Batchproduktion übertragen werden. Der Lösungsansatz wird an verschiedenen Testinstanzen mit maximal sechs Produkten, die auf vier Anlagen hergestellt werden, und einem Planungszeitraum von längstens zwei Wochen erprobt. Gegenüber dem MILP-Gesamtmodell werden erhebliche Verbesserungen bezüglich der Rechenzeit erreicht. Für die betrachteten Testinstanzen liegen die Rechenzeiten bei unter acht Minuten. Lediglich für eine der Testinstanzen sind fast zwei Stunden zur Lösung notwendig.

*Sundaramoorthy* und *Maravelias* (2008) formulieren ein MILP-Modell für die Kurzfristplanung von mehrstufigen Batchprozessen auf Mehrproduktanlagen. Batchbildung und detaillierte Ablaufplanung werden simultan in einem Modell gelöst. Batchgröße und -zeiten sind variabel. Die MILP-Formulierung basiert auf globalen Reihenfolgevariablen. Um reihenfolgeabhängige Rüstzeiten zu berücksichtigen, erstellen *Sundaramoorthy* und *Maravelias* eine zweite Variante ihres Modells, welche auf lokalen Reihenfolgevariablen basiert.<sup>106</sup> Um die Lösungsgeschwindigkeit durch eine engere Formulierungen zu verbessern, werden weitere zulässige Nebenbedingungen (Cuts) hinzugefügt. Der Lösungsansatz wird an Testinstanzen mit maximal zwölf Bedarfen sowie zwei Produktionsstufen mit jeweils drei Produktionsanlagen getestet. Optimale Lösungen für die kleinen Testinstanzen können in wenigen Minuten gefunden werden.

<sup>106</sup>Eine globale Reihenfolgevariable nimmt den Wert eins an, wenn eine Aktivität vor einer anderen ausgeführt wird. Dabei ist es irrelevant, wieviele andere Aktivitäten dazwischen ausgeführt werden. Zur Modellierung reihenfolgeabhängiger Rüstzeiten, darf die Reihenfolgevariable jedoch nur den Wert eins annehmen, wenn die andere Aktivität der *direkte* Vorgänger beziehungsweise Nachfolger ist.

Ansatz	Verfahrens- tiefe	Anlagen- typ	Rüsten Reinigen	Lager	Sonstige Merkmale	Zeitdar- stellung	Lösungsansatz	Bemerkung
<i>Berning et al.</i> (2002)	Make & Pack einstufig mehrstufig	Mono Mehrprodukt Mehrzweck	Reihenfolgeabh. keine Reihenfolgeabh.	UIS FIS NIS		diskret kontinuierlich	GA	Implementierung Bayer AG
<i>Berning et al.</i> (2004)					gewichtete multikriteriel- le Zielfunktion		GA	Implementierung Bayer AG
<i>Brandenburg und Tölle</i> (2007)					Min! Kosten; allgemeine Materialfluss- struktur		Dekomposition: MILP+MILP und Heuristik	Kurz- und Mit- telfristplanung; Fallbeispiel Spezialchemie (Aronen, Düfte,...)
<i>Burkard und Hatzl</i> (2006)					Min! Produk- tionsdauer; Batchgröße variabel		Heuristik: iterative Konstruktion unter Zeitrau- merweiterung	basiert auf <i>Burkard et al.</i> (1998)
<i>Castro et al.</i> (2008)					Max! Gewinn od. Min! Makespan; Batchgröße/- zeit fix		MILP (nicht-uniforme Zeitgitter oder Reihenfol- genbgd.)	kurzfristiger Planungshorizont

Tabelle 4.2: Literaturübersicht – Planungsmodelle in der Prozessindustrie bei diskreter Prozessführung

Ansatz	Verfahrenstiefe	Anlagentyp	Rüsten Reinigen	Lager	Sonstige Merkmale	Zeitdar- stellung	Lösungsansatz	Bemerkung
<i>Erdirik-Dogan und Grossmann (2008)</i>	einstufig Make & Pack mehrstufig	Mono Mehrprodukt Mehrzweck	Reihenfolgeabh. Reihenfolgeunabh. keine	UIS FIS NIS		diskret kontinuierlich		
<i>Gaglioppa et al. (2006)</i>	•	•	•	•	Max! Gewinn	•	MILP, Dekomposition	kurzfristiger Pla- nungshorizont; Fallbeispiel Dow Chemical
<i>Janak et al. (2006a)</i>	•	•	•	•	Min! Kosten	•	MILP	
	•	•	•	•	Batchgröße und -zeiten variabel	•	MILP (nicht-uniforme Zeitgitter) + Dekomposition: Rolling-Horizon- Heuristik	Kurz- und Mit- telfristplanung; erweitert u. a. Arbeit von <i>Jerapetrou</i> und <i>Floudas (1998a)</i> und <i>Lin et al.</i> (2002)
<i>Janak et al. (2006b)</i>	•	•	•	•		•	MILP + Dekomposition + Fixierungsalgo- rithmus	Reaktives Scheduling, Erweiterung von <i>Janak et al.</i> (2006a)
<i>Lakhdar et al. (2005)</i>	•	•	•	•	FW, nur eine Produktions- anlage; Max! Gewinn		MILP	Fallbeispiel bio- pharmazeutische Industrie

Tabelle 4.2: Literaturübersicht – Planungsmodelle in der Prozessindustrie bei diskreter Prozessführung

Ansatz	Verfahrenstiefe	Anlagentyp	Rüsten Reinigen	Lager	Sonstige Merkmale	Zeitdarstellung	Lösungsansatz	Bemerkung
<i>Lakhdar et al.</i> (2007)	Make & Pack einstufig	Mehrprodukt	Reihenfolgeabh. keine	UIS FIS NIS		diskret kontinuierlich	a) MILP b) Goal Programming	Fallbeispiel bio-pharmazeutische Industrie; Weiterentwicklung von <i>Lakhdar et al.</i> (2005)
	Mehrzweck							
<i>Maravelias und Grossmann</i> (2003a)	•	•	•	•	FW, mehrere Produktionsanlagen; Zielfunktion: a) Max! Gewinn b) Opt! Kosten+Servicegrad+Kapazitätsnutzung		hierarchische Dekomposition: MILP/CP	siehe auch <i>Maravelias und Grossmann</i> (2004a) sowie <i>Maravelias und Grossmann</i> (2004b)
	•	•	•	•	Max! Profit, Min! Kosten od. Produktionsdauer variable Batchgröße		Dekomposition: Mengenplanungsalgorithmus (rollierend) + Heuristik (u. a. SA)	
<i>Schoner</i> (2008)	•	•	•	•	Min! Produktionsdauer			
<i>Suerie</i> (2005)	•	•	•	•	Min! Kosten	•	MILP (+ Dekomposition)	Dekomposition beruht auf <i>Stadler</i> (2003)

Tabelle 4.2: Literaturübersicht – Planungsmodelle in der Prozessindustrie bei diskreter Prozessführung

Ansatz	Verfahrens- tiefe	Anlagen- typ	Rüsten Reinigen	Lager	Sonstige Merkmale	Zeitdar- stellung	Lösungsansatz	Bemerkung
<i>Sundaramoorthy und Maravelias (2008)</i>	einstufig	Mono	Reihenfolgeabh.	UIS		diskret		
	Make & Pack mehrstufig	Mehrprodukt	keine Reihenfolgeunabh.	FIS		kontinuierlich		
<i>Yang (2005)</i>	•	•	•	•	Batchgröße und -zeit variabel Min! Kos- ten/Produktionsdauer od. Max! Gewinn	•	MILP (Reihenfolge)	
	•	•	•	•	hierarchische Dekomposition MILP (STN)	•	hierarchische Dekomposition MILP (STN)	Aggregationstechniken; Fallbeispiel

Tabelle 4.2: Literaturübersicht – Planungsmodelle in der Prozessindustrie bei diskreter Prozessführung

### 4.3 Kritische Würdigung

Die Produktionsplanung in der Prozessindustrie ist, wie durch die Vielzahl unterschiedlicher Lösungsansätze deutlich wird, Gegenstand großen Interesses. In einem heterogenen Umfeld verschiedener Problemstrukturen steht eine Vielzahl unterschiedlicher Lösungsansätze zur Verfügung. Gemessen an der Zahl der Veröffentlichungen ist hierbei die Lösung kurzfristiger Planungsprobleme am meisten untersucht worden. Hierfür formulierte MILP-Modelle können bereits mit Standardsoftware der mathematischen Optimierung in kurzen Rechenzeiten optimal gelöst werden. Kernpunkt der Forschung ist hierbei die Suche nach der besten Modellierung, die eine kleine Ganzzahligkeitslücke aufweist. Je besser die Formulierung desto größer ist das in annehmbarer Rechenzeit lösbare Problem. Da schon die meisten Ablaufplanungsprobleme, für die eine Zielfunktion unter Einhaltung mehrerer Nebenbedingungen optimiert werden soll,  $\mathcal{NP}$ -schwer sind,<sup>107</sup> existieren für die betrachteten Probleme wahrscheinlich keine Lösungsalgorithmen mit polynomialem Rechenaufwand.<sup>108</sup> Die Grenze effizienter Rechenzeiten ist somit schnell überschritten und die Lösung größerer Probleme daher immens erschwert.

Eine Vereinfachung des ursprünglichen Problems durch Vernachlässigung von Randbedingungen ist nur sinnvoll, wenn die Lösung entscheidungsrelevante Rückschlüsse zulässt. Die Unterteilung des ursprünglichen Problems mittels Dekomposition kann die in Abschnitt 3.4.1 angeführten negativen Auswirkungen, wie die nicht garantierte Optimalität hinsichtlich des Gesamtproblems, besitzen. Die Möglichkeit der Anwendung verschiedener Dekompositionsansätze hängt zudem immer von der Struktur des zu lösenden Problems ab. Eine getrennte Mengen- und Reihenfolgeplanung kann, beispielsweise bei langen Rüst- und Reinigungszeiten, zu weit suboptimalen oder sogar nur unzulässigen Plänen führen. Die Güte einer zeitlichen Dekomposition ist von der möglichen Antizipation zukünftiger Entscheidungen abhängig. Bei langen mehrstufigen Produktionsketten, die verschiedene Produktionsalternativen beinhalten und dadurch in unterschiedlichen Mengenauflösungen resultieren können, sowie bei starker Konkurrenz auf Produktionsanlagen verhindern die extremen Interdependenzen einfache Vorhersagen. Neben der Vereinfachung der Problemstruktur kann auch auf andere nicht exakte Lösungsverfahren zurückgegriffen werden. Für die verschiedenen Metaheuristiken müssen dann Problembeschreibungen gefunden werden, die den jeweiligen Anforderungen entsprechen. Aber auch hier kann der Detaillierungsgrad des vorliegenden Planungsproblems Einsatzmöglichkeiten unterbinden. So sollte die Kreuzungsvorschrift eines GA einfach genug sein, um schnell berechnet zu werden, und

<sup>107</sup>Vgl. z. B. *Brucker et al.* (1997), S. 47.

<sup>108</sup>*Brüggemann und Jahnke* (2000a,b) weisen beispielsweise für das Discrete Lot-Sizing and Scheduling Problem (DLSP) nach, dass es streng  $\mathcal{NP}$ -schwer ist.

außerdem die Zulässigkeit der Nachkommen zumindest in den meisten Fällen garantieren, ohne wichtige Restriktionen zu vernachlässigen. Kann aber keine solche Kreuzungsvorschrift gefunden werden, ist auch ein GA nicht sinnvoll einsetzbar. Für größere detailreiche Planungsprobleme, die durch große Interdependenzen gekennzeichnet sind, können allgemeine Lösungsansätze nur mit Einschränkungen verwendet werden. Um eine ausreichende Lösungsgüte und -geschwindigkeit zu erreichen, müssen daher individuelle Eigenschaften des Planungsproblems berücksichtigt werden. Obwohl maßgeschneidert, kann dabei zumindest für Teilprobleme oder Teilfragen auf standardisierte Lösungsmethoden zurückgegriffen werden. Die in diesem Abschnitt zuvor vorgestellten Lösungsansätze sind für die Größe des im Folgenden dargestellten Problems nicht anwendbar oder schränken bewusst die Freiheitsgrade der Planungsentscheidungen unter Verzicht auf Optimierungspotential ein. Außerdem können nicht alle Modelle alle Merkmale des Problems berücksichtigen.



# 5 Problembeschreibung und Modellformulierung

Nachdem in den vorherigen Kapiteln ein Überblick über verschiedene Problemtypen sowie Lösungsmethoden und -verfahren gegeben wurde, wird nun die Entwicklung eines neuen Lösungsansatzes für ein Fallbeispiel aus der Pharmawirkstoffproduktion aufgezeigt. Hierzu erfolgt in diesem Kapitel zunächst eine Beschreibung und Strukturierung des dieser Arbeit zugrunde liegenden Planungsproblems sowie dessen Formulierung als MILP-Modell.

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird das Grundproblem überwiegend verbal beschrieben. Außerdem wird bereits hier in die im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendete Nomenklatur eingewiesen. Im darauffolgenden Abschnitt wird ein MILP-Modell formuliert, mit dem sich das zuvor beschriebene Planungsproblem darstellen lässt. Für eine Abbildung des kompletten Problems sind jedoch Erweiterungen des Grundmodells notwendig. Diese werden inklusive der erweiternden Formulierungen zur Ergänzung des MILP-Modells im dritten und letzten Abschnitt dieses Kapitels beschrieben.

## 5.1 Problembeschreibung

In diesem Abschnitt erfolgt eine Beschreibung des diese Arbeit motivierenden Grundproblems in zwei Teilen. Im ersten werden die Restriktionen und Einschränkungen des Produktionsumfeldes aufgezeigt. Im zweiten werden dann die Kriterien zur Bewertung eines Produktionsplanes erläutert. Hierbei wird in die im Folgenden verwendete mathematische Nomenklatur eingewiesen.

### 5.1.1 Restriktionen

Der Planungszeitraum hat eine feste Länge  $t^{\text{PH}}$ . Er wird in  $|\mathcal{K}|$  Perioden  $k \in \mathcal{K}$  gleicher Länge  $t^k$  unterteilt und hat somit die  $|\mathcal{K}|$ -fache Länge einer Periode:  $|\mathcal{K}|t^k = t^{\text{PH}}$ . Abbildung 5.1 zeigt eine schematische Darstellung des Planungszeitraumes.

Ein Produkt  $s \in \mathcal{S}$  kann je nach seinen Eigenschaften mindestens einer der folgenden Untermengen zugeordnet werden:<sup>109</sup>

<sup>109</sup>Das Wort „Produkt“ wird hier und im Folgenden als Synonym für eine Materialart

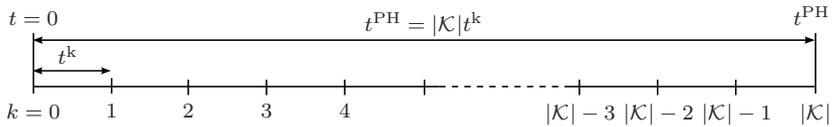


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung des Planungszeitraumes

- Outputprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{Out}}$  werden durch einen Prozess erzeugt.
- Inputprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{In}}$  werden durch einen Prozess verbraucht.
- Für Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  existiert zu mindestens einem Zeitpunkt im Planungshorizont eine externe Nachfrage. Externe Nachfrage kann auch nach Produkten existieren, die von einem anderen Prozess verbraucht werden, so dass dann  $\mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \mathcal{S}^{\text{In}} \neq \emptyset$  gilt.

Die Menge der Outputprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{Out}}$  entspricht im Grundmodell – ohne die explizite Modellierung von Rohstoffen – der Gesamtmenge aller Produkte  $\mathcal{S}$ . Abbildung 5.2 zeigt eine Mengendarstellung der drei Produkttypen. Die

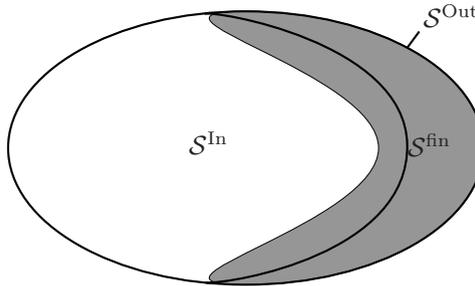


Abbildung 5.2: Mengendarstellung der Produkttypen I

Nachfrage nach Endprodukt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  am Ende von Periode  $k$  ist bekannt und beträgt  $d_{s,k}$ . Es sei zunächst angenommen, dass sie vollständig und rechtzeitig erfüllt werden muss. Der Lagerbestand von Produkt  $s$ , der zu Beginn des Planungszeitraumes zur Verfügung steht, beträgt  $h_s^0$ .

Produktanlageneinheiten werden mit dem Index  $u$  und ihre Menge mit  $\mathcal{U}$  bezeichnet. Die Menge aller Prozesse, die die Anlageneinheit  $u$  nutzen, sei  $\mathcal{I}_u$ .

Prozesse werden mit  $i$  indiziert und bilden die Menge  $\mathcal{I}$ . Einem Prozess sind folgende Informationen zugeordnet:

---

beziehungsweise einen Stoff verwendet. Für die Benennung ist es unerheblich, ob der Stoff tatsächlich in einem Prozess produziert wird oder nur als Einsatzstoff dient.

- die Menge seiner Outputprodukte  $\mathcal{S}_i^{\text{Out}}$
- die Menge seiner Inputprodukte  $\mathcal{S}_i^{\text{In}}$
- die Outputmengen pro Batch  $q_{is}^{\text{Out}}$  für jedes seiner Outputprodukte  $s \in \mathcal{S}_i^{\text{Out}}$
- die Inputmengen pro Batch  $q_{is}^{\text{In}}$  für jedes seiner Inputprodukte  $s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}}$
- die Produktionszeit pro Batch  $t_i^{\text{P}}$
- die Rüstzeit zu Beginn einer Kampagne  $t_i^{\text{SU}}$
- die Reinigungszeit zu Ende einer Kampagne  $t_i^{\text{Cl}}$
- die Menge der Anlageneinheiten, die von diesem Prozess benötigt werden  $\mathcal{U}_i$
- die minimale Batchanzahl pro Kampagne  $\check{n}_i$
- die maximale Batchanzahl pro Kampagne  $\hat{n}_i$

Prozesse werden als Kampagnen umgesetzt. Ein Prozess kann keine, eine oder mehrere Kampagnen im Planungszeitraum bilden. Kampagnen des gleichen Prozesses  $i$  werden mit  $c$  indiziert. Eine Kampagne ist damit durch Verwendung des Doppelindex  $ic$  eindeutig gekennzeichnet.<sup>110</sup>  $\mathcal{C}_i$  ist die Menge der Kampagnen von Prozess  $i$  im Planungszeitraum. Kampagnen sind dreigeteilt in Rüsten, Produktion und Reinigen. Die Anzahl der Batches in einer Kampagne  $N_{ic}$  ist durch die vom Prozess vorgegebene minimale und maximale Kampagnengröße,  $\check{n}_i$  und  $\hat{n}_i$ , begrenzt. Eine Kampagne kann nur aus einer ganzzahligen Anzahl Batches bestehen. Die Gesamtlänge einer Kampagne ergibt sich somit zu  $T_{ic}^{\text{C}} = t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} N_{ic} + t_i^{\text{Cl}}$ . Eine Kampagne  $ic$  verfügt über einen Startzeitpunkt  $T_{ic}^{\rightarrow}$  und einen Endzeitpunkt  $T_{ic}^{\leftarrow}$ , welche sich beide innerhalb des Planungszeitraumes befinden müssen. Abbildung 5.3 zeigt die schematische Darstellung einer Kampagne.

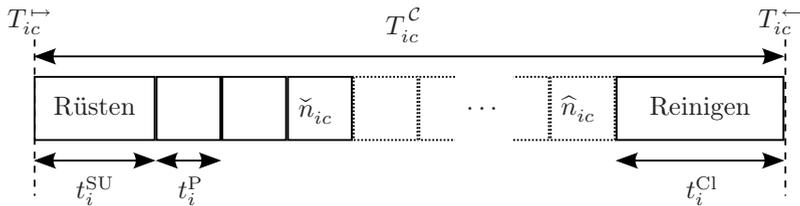


Abbildung 5.3: Schematische Darstellung einer Kampagne  $ic$

Zur Bildung eines Produktionsplanes muss für jeden Prozess die Entscheidung getroffen werden, wieviele Kampagnen welcher zeitlichen Länge bezie-

<sup>110</sup> *Grunow et al.* (2003, 2007) sowie *Yang* (2005) kennzeichnen eine Kampagne eindeutig mit nur einem Index. Hierdurch benötigen sie aber binäre Zuordnungsvariablen für die Verknüpfung von Kampagnen und Prozessen. Vergleiche hierzu auch Abschnitt 4.2.1.

ungsweise Größe (gemessen in Anzahl der Batches) zu welchem Zeitpunkt starten. Der Plan ist dann zulässig, wenn sich keine Kampagnen überschneiden, d. h. keine Anlageneinheit zu einem Zeitpunkt doppelt belegt ist. Zur Einhaltung der Zulässigkeit muss außerdem der Lagerbestand für jedes Produkt zu jeder Zeit nicht-negativ sein. Für Endprodukte schließt dies die Berücksichtigung des zwingenden Abgangs von Material zur Befriedigung der Nachfrage ein. Eine Obergrenze der Lagerkapazität ist nicht zu berücksichtigen.

### 5.1.2 Bewertung

Als Maßstab für die Bewertung eines Produktionsplanes dienen die von ihm verursachten Kosten. Erlöse, die durch die Bedienung der Nachfrage entstehen, werden nicht durch den Produktionsplan beeinflusst. Sie werden daher bei der Evaluierung eines Plans nicht berücksichtigt. Im Folgenden werden die einzelnen Kostentypen benannt und definiert.

#### Produktions-, Rüst- und Reinigungskosten

Kampagnen verursachen Produktions-, Rüst- und Reinigungskosten. Die Produktionskosten sind mit der Auflage eines Batches verbunden. Sie ergeben sich beispielsweise aus dem Verbrauch von Hilfs- und Betriebsstoffen. Aus den Produktionskosten pro Batch  $c_i^P$  lassen sich die Gesamtproduktionskosten ermitteln. Pro Rüstvorgang, d. h. pro Kampagne eines Prozesses  $i$ , fallen Rüstkosten in Höhe von  $c_i^{SU}$  an. Entsprechend werden für den Reinigungsvorgang am Ende jeder Kampagne Kosten in Höhe von  $c_i^{Cl}$  erhoben. Um Präferenzen für oder Abneigungen gegen bestimmte Prozesse abzubilden, besteht durch den Kostensatz  $c_i^{PPen}$  zusätzlich die Möglichkeit, Produktionsstrafkosten zu erheben. Mit  $c_i^{SUPen}$  und  $c_i^{ClPen}$  stehen entsprechende Strafkostensätze für Rüst- und Reinigungsvorgänge zur Verfügung. Die Summe der Produktions- sowie Rüst- und Reinigungskosten ergibt sich dann aus der Summe der Kosten, die von jeder einzelnen Kampagne verursacht werden, gemäß den Gleichungen (5.1) und (5.2).

$$C^P = \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (c_i^P + c_i^{PPen}) N_{ic} \quad (5.1)$$

$$C^{SUCl} = \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (c_i^{SU} + c_i^{SUPen} + c_i^{Cl} + c_i^{ClPen}) \quad (5.2)$$

#### Kapitalkosten

Das für Produktion sowie Rüsten und Reinigen eingesetzte Kapital verursacht Opportunitätskosten. Der entgangene Nutzen besteht hierbei in einem an-

derweitig, beispielsweise am Geldmarkt, erzielbaren Zinsgewinn. Steht das Kapital nicht zur Verfügung, muss es durch tatsächlich zu leistende Zinszahlungen erkaufte werden. Betroffen sind hiervon allerdings nur die Kosten, die tatsächliche Auszahlungen verursachen, d. h. keine Strafkosten, die eine monetäre Bewertung nicht-monetärer Ziele darstellen.<sup>111</sup> Es sei näherungsweise angenommen, dass der Zahlungsstrom immer zu Beginn des auslösenden Ereignisses stattfindet, d. h. im speziellen

- für Rüstkosten zu Beginn des Rüstvorganges,
- für Produktionskosten zu Beginn jedes Batches und
- für Reinigungskosten zu Beginn des Reinigungsvorganges.

Das im Anfangslagerbestand gebundene Kapital ist nicht zu beeinflussen und damit für jeden möglichen erstellbaren Produktionsplan gleich. Daher kann es im Vergleich unterschiedlicher Pläne bei der Berechnung der Kapitalkosten vernachlässigt werden. Da die Nachfrage bekannt und nicht variabel ist, werden auch deren Erlöse als konstant angenommen. Somit muss die Reduktion der Kapitalkosten, die durch diese finanziellen Rückflüsse verursacht wird, ebenfalls nicht berücksichtigt werden. Unter der Annahme eines jährlichen Zinssatzes in Höhe von  $i^a$  und einer Anzahl von  $k^a$  Perioden pro Jahr ergeben sich die Kapitalkosten  $C^{\text{FC}}$  gemäß der Gleichungen (5.3) und (5.4). Zur besseren Übersicht sind sie nach den verursachenden Auszahlungen aufgeteilt. Zinsezinsen sind dabei vernachlässigt.

$$C^{\text{FC}} = C_{\text{SU}}^{\text{FC}} + C_{\text{P}}^{\text{FC}} + C_{\text{Cl}}^{\text{FC}} \quad (5.3)$$

$$C_{\text{SU}}^{\text{FC}} = \frac{i^a}{k^a t^k} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{SU}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (t^{\text{PH}} - T_{ic}^{\text{I} \rightarrow}) \quad (5.4a)$$

$$\begin{aligned} C_{\text{P}}^{\text{FC}} &= \frac{i^a}{k^a t^k} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{P}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \sum_{n=1}^{N_{ic}} (t^{\text{PH}} - (T_{ic}^{\text{I} \rightarrow} + t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} (n-1))) \\ &= \frac{i^a}{k^a t^k} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{P}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ic} \left( t^{\text{PH}} - \left( T_{ic}^{\text{I} \rightarrow} + t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} \frac{N_{ic} - 1}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad (5.4b)$$

$$C_{\text{Cl}}^{\text{FC}} = \frac{i^a}{k^a t^k} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{Cl}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (t^{\text{PH}} - (T_{ic}^{\text{I} \rightarrow} + t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} N_{ic})) \quad (5.4c)$$

<sup>111</sup>Mit Strafkosten ist hier nur die Darstellung nicht-monetärer Ziele gemeint. Etwaig tatsächlich zu leistende Vertragsstrafen müssten natürlich ebenfalls bei den Kapitalkosten berücksichtigt werden.

### Wertänderung des Lagerbestandes

In die Bewertung der Pläne muss auch die Lagerbestandsänderung im Planungszeitraum einfließen. Eine Absenkung des Lagerbestandes entspricht dem Abbau bestehenden Lagerwertes. Gleichzeitig werden hierdurch Produktionskosten eingespart, die angefallen wären, wenn nicht auf den Lagerbestand zurückgegriffen worden wäre. Eine Erhöhung des Lagerbestandes hingegen entspricht einer Investition, auf die zu späteren Zeitpunkten zurückgegriffen werden kann. Es muss allerdings vermieden werden, dass eine Produktion auf Lager zu vermeintlichen Gewinnen führt. Dies wäre der Fall, wenn der Lagerbestandswert höher wäre als die zu seiner Produktion notwendigen Kosten. Durch die Lagerbestandsbewertung zu minimalen Herstellkosten  $\check{c}_s^P$  ist dies jedoch ausgeschlossen. Die Kosten der Lagerbestandsänderung  $C^{\Delta\text{Inv}}$  ergeben sich dann gemäß Gleichung (5.5), wobei  $H_s^{\text{PH}}$  den Lagerbestand am Ende und  $h_s^0$  zu Beginn des Planungszeitraumes für Produkt  $s$  darstellen.

$$C^{\Delta\text{Inv}} = \sum_{s \in \mathcal{S}} \check{c}_s^P (h_s^0 - H_s^{\text{PH}}) \quad (5.5)$$

## 5.2 Modellformulierung

### Zielfunktion

Im Grundmodell ist, wie in Gleichung (5.6) dargestellt, die Summe aus Produktions-, Rüst- und Reinigungskosten sowie Kapitalbindungskosten unter Berücksichtigung der Lagerbestandswertänderung zu minimieren.

$$\text{Min!} \quad C^P + C^{\text{SUCI}} + C^{\text{FC}} + C^{\Delta\text{Inv}} \quad (5.6)$$

Die Berechnung der Kosten ändert sich aufgrund der im Folgenden erläuterten Modelleigenschaften gegenüber den in Abschnitt 5.1.2 eingeführten Gleichungen. Für ihre genaue Bestimmung sei daher auf das Ende dieses Abschnittes verwiesen.

### Kampagnengröße, -länge und -aktivität

Die Anzahl der Kampagnen jedes Prozesses ist eine Variable der Optimierung. Sie ist jedoch durch die maximal zu produzierende Menge<sup>112</sup> bei minimaler Kampagnenlänge sowie durch die verfügbare Kapazität nach oben begrenzt.

<sup>112</sup>Wie in Abschnitt 5.1.2 dargelegt, sind die Produktionskosten einer zusätzlichen nicht benötigten Menge mindestens so hoch wie die hierdurch verursachte Erhöhung im Lagerbestandswert. Eine Überproduktion führt somit nie zu einer Verbesserung des Plans. Hinzu kommen etwaige Rüst- und Reinigungskosten der Kampagnen sowie die Kapitalkosten, womit eine Überproduktion in der Regel sogar eine Verschlechterung der Zielfunktion bedeutet.

Unter der Gefahr, dass das Auffinden der optimalen Lösung durch Einschränkung des Lösungsraumes ausgeschlossen wird, kann für die obere Grenze auch auf Expertenwissen oder ein iteratives Verfahren<sup>113</sup> zurückgegriffen werden. Die maximale Anzahl der Kampagnen eines Prozesses  $i$  sei im Folgenden mit  $|\mathcal{C}_i|$  bezeichnet. Dabei bilden alle  $c \in \mathcal{C}_i$  die Menge der möglichen Kampagnen des Prozesses  $i$ . Die binäre Aktivitätsvariable  $X_{ic}$  unterscheidet aktive Kampagnen von inaktiven. Sie nimmt den Wert eins genau dann an, wenn Kampagne  $ic$  aktiv ist und den Wert null, wenn sie inaktiv ist. Die Batchanzahl  $N_{ic}$  einer inaktiven Kampagne  $ic$  muss null betragen. Für aktive Kampagnen ist die Batchanzahl durch die vom Prozess vorgegebene Unter- und Obergrenze eingeschränkt. Dies wird durch die Nebenbedingungen (5.7) und (5.8) erreicht.

$$N_{ic} \geq \check{n}_i X_{ic} \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.7)$$

$$N_{ic} \leq \hat{n}_i X_{ic} \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.8)$$

Zur Vereinfachung wird die Hilfsvariable  $\check{N}_{ic}^*$  zur Substitution von  $N_{ic} - \check{n}_i X_{ic}$  eingeführt. Die Ungleichungen (5.9) ersetzen dann in Kombination mit den Nichtnegativitätsbedingungen für alle  $\check{N}_{ic}^*$  die Nebenbedingungen (5.7) und (5.8).

$$\check{N}_{ic}^* \leq (\hat{n}_i - \check{n}_i) X_{ic} \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.7),(5.8) \rightarrow (5.9)$$

Die zeitliche Dauer einer Kampagne  $ic$  ergibt sich gemäß der Gleichungen (5.10) aus der Summe der Rüst- und Reinigungszeit sowie der Produktionszeit ihrer Batches. Ist die Kampagne inaktiv, d. h. nimmt  $X_{ic}$  den Wert null an, evaluiert sich ihre Länge  $T_{ic}^C$  in Kombination mit (5.9) ebenfalls zu null.

$$T_{ic}^C = (t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} \check{n}_i + t_i^{\text{Cl}}) X_{ic} + t_i^{\text{P}} \check{N}_{ic}^* \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.10)$$

Um eine Degeneration der optimalen Lösung zu vermeiden, werden die Startzeitpunkte inaktiver Kampagnen durch die Nebenbedingungen (5.11) an das Ende des Planungszeitraumes gezwungen. Für aktive Kampagnen ( $X_{ic} = 1$ ) sind die Nebenbedingungen relaxiert ( $0 \leq T_{ic}^{\text{PH}}$ ).

$$t^{\text{PH}} (1 - X_{ic}) \leq T_{ic}^{\text{PH}} \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.11)$$

### Kampagnenreihenfolge

Ungleichungen (5.12) zwingen das Ende einer Kampagne  $ic$  vor den Start derjenigen Kampagne mit dem nächsthöheren Index  $c+1$  desselben Prozesses  $i$ .

<sup>113</sup>Hierbei wird die Obergrenze der Kampagnenanzahl zunächst gering gewählt und unter wiederholter Lösung des Modells sukzessive erhöht. Die Iteration wird abgebrochen, sobald keine Planverbesserung mehr eintritt beziehungsweise ein anderes Abbruchkriterium erreicht ist.

Dadurch werden die Kampagnen eines Prozesses in eine zeitliche Reihenfolge gemäß ihrer Indizes  $c$  sortiert. Die Nebenbedingungen (5.13) sorgen dafür, dass das Ende der letzten Kampagne jedes Prozesses innerhalb des Planungszeitraumes liegt. Die Auswirkungen beider Nebenbedingungen sind in Abbildung 5.4 beispielhaft dargestellt.

$$T_{ic}^{\mapsto} + T_{ic}^{\mathcal{C}} \leq T_{ic+1}^{\mapsto} \quad \forall i \in \mathcal{I}, 1 \leq c < |\mathcal{C}_i| \quad (5.12)$$

$$T_{ic}^{\mapsto} + T_{ic}^{\mathcal{C}} \leq t^{\text{PH}} \quad \forall i \in \mathcal{I}, c = |\mathcal{C}_i| \quad (5.13)$$

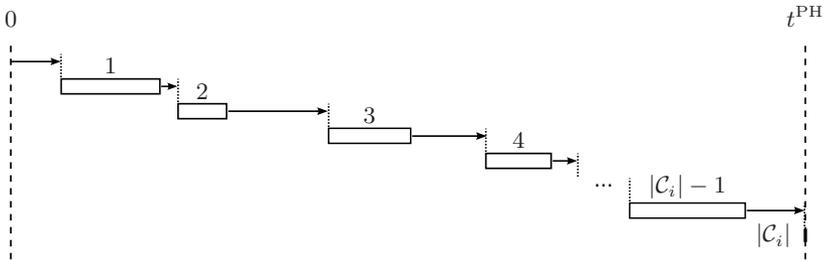


Abbildung 5.4: Reihenfolge von Kampagnen eines Prozesses im Planungszeitraum gemäß Nebenbedingungen (5.12) und (5.13) (Die letzte Kampagne  $|\mathcal{C}_i|$  ist hierbei inaktiv.)

Überschneidungen zwischen einer Kampagne  $ic$  und allen anderen Kampagnen, die mindestens eine gemeinsame Produktionsanlage nutzen, werden durch die Nebenbedingungen (5.14) und (5.15) vermieden. Die Binärvariable  $F_{ici'c'}^{\mathcal{C} \leq \mathcal{C}}$  drückt hierbei die Reihenfolge der beiden Kampagnen aus. Sie nimmt genau dann den Wert eins an, wenn Kampagne  $ic$  vor  $i'c'$  startet. Eine der korrespondierenden Nebenbedingungen wird somit relaxiert, während die andere den Startzeitpunkt der späteren Kampagne nach das Ende der vorgehenden zwingt. Tabelle 5.1 gibt einen Überblick über die Evaluierung der Nebenbedingungen unter Berücksichtigung der möglichen Reihenfolge.

$$T_{ic}^{\mapsto} + T_{ic}^{\mathcal{C}} \leq T_{i'c'}^{\mapsto} + t^{\text{PH}} \left(1 - F_{ici'c'}^{\mathcal{C} \leq \mathcal{C}}\right) \quad (5.14)$$

$$T_{i'c'}^{\mapsto} + T_{i'c'}^{\mathcal{C}} \leq T_{ic}^{\mapsto} + t^{\text{PH}} F_{ici'c'}^{\mathcal{C} \leq \mathcal{C}} \quad (5.15)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_i^{\mathcal{U}} \mid i < i', c' \in \mathcal{C}_{i'} \quad (5.14), (5.15)$$

	$(i'c') < (ic)$	$(ic) < (i'c')$
$F_{ici'c'}^{C \leq C}$	0	1
(5.14)	$T_{ic}^{\mapsto} + T_{ic}^C \leq T_{i'c'}^{\mapsto} + t^{\text{PH}}$	$T_{ic}^{\mapsto} + T_{ic}^C \leq T_{i'c'}^{\mapsto}$
(5.15)	$T_{i'c'}^{\mapsto} + T_{i'c'}^C \leq T_{ic}^{\mapsto}$	$T_{i'c'}^{\mapsto} + T_{i'c'}^C \leq T_{ic}^{\mapsto} + t^{\text{PH}}$

 Tabelle 5.1: Kampagnenreihenfolge-Nebenbedingungen und  $F_{ici'c'}^{C \leq C}$ 

### Einhaltung des Materialflusses

Hinsichtlich des Materialflusses muss zu den Zeitpunkten des Materialverbrauchs beziehungsweise -abgangs gewährleistet sein, dass der Lagerbestand keine negativen Werte annimmt. Hierzu werden Nebenbedingungen für die Zeitpunkte der Batchstarts sowie der Nachfrage formuliert.

Die Nebenbedingungen (5.16) sichern für jedes Produkt  $s$ , dass zu Beginn jedes Batches  $n'$  der Kampagne  $i'c'$  der Anfangslagerbestand zuzüglich der Menge des bis dahin produzierten Materials die eingesetzte Menge übersteigt. Die bis dahin produzierte Menge ergibt sich aus dem Output der bis zum betrachteten Zeitpunkt fertiggestellten Batches anderer Kampagnen. Deren Anzahl wird für jede Kampagne  $ic$  durch die ganzzahlige Variable  $N_{ici'c'n'}^{F \leq S_n}$  ausgedrückt. Äquivalent lässt sich die verbrauchte Menge auf den Input der bis zum betrachteten Zeitpunkt gestarteten Batches zurückführen. Deren Anzahl wird für jede Kampagne  $ic$  inklusive  $i'c'$  selbst durch die ganzzahlige Variable  $N_{ici'c'n'}^{S \leq S_n}$  ausgedrückt. Im Fall der Endprodukte muss zusätzlich die bis dahin abgelieferte Menge berücksichtigt werden. Die Binärvariable  $F_{ki'c'n'}^{k < S_n}$  gibt hierbei an, ob das Ende der Periode  $k$  vor ( $F_{ki'c'n'}^{k < S_n} = 1$ ) oder nach (beziehungsweise zeitgleich) dem Start ( $F_{ki'c'n'}^{k < S_n} = 0$ ) des  $n$ -ten Batches der Kampagne  $ic$  liegt. Die auferlegte Restriktion zu Startzeitpunkten fiktiver Batches  $n' > N_{i'c'}$  führt hierbei zunächst nicht zu Problemen, da der Lagerbestand zu keinem Zeitpunkt negativ werden darf.

$$h_s^0 + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ici'c'n'}^{F \leq S_n} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ici'c'n'}^{S \leq S_n} \quad \forall s \in \mathcal{S} \setminus \mathcal{S}^{\text{fin}}, i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, 1 \leq n' \leq \hat{n}_{i'} \quad (5.16a)$$

$$h_s^0 + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ici'c'n'}^{F \leq S_n} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ici'c'n'}^{S \leq S_n} + \sum_{k \in \mathcal{K} | d_{sk} > 0} d_{sk} F_{ki'c'n'}^{k < S_n} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, 1 \leq n' \leq \hat{n}_{i'} \quad (5.16b)$$

Unter Umständen ist die Überprüfung nicht zu Beginn jedes Batches not-

wendig. Können die Prozesse, die ein Produkt konsumieren und produzieren, nicht parallel ausgeführt werden und handelt es sich nicht um ein Endprodukt, genügt die Betrachtung des Zeitpunktes, an dem das erste Batch jeder verbrauchenden Kampagne beginnt ( $n' = 1$ ). Die rechte Seite in den Nebenbedingungen (5.16a) ändert sich dabei zu:

$$\sum_{i=i'} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c=1}^{c'} \left( \check{n}_i X_{ic} + N_{ic}^* \right) + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}} \setminus i'} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ici'c'n'}^{S \leq S_n}$$

Für Endprodukte muss zusätzlich für die Zeitpunkte, an denen eine Nachfrage auftritt, sichergestellt sein, dass genügend Material vorrätig ist, um diese zu bedienen. Dies geschieht durch die Einhaltung der Nebenbedingungen (5.17). Analog zu den ganzzahligen Variablen  $N_{ici'c'n'}^{F \leq S_n}$  und  $N_{ici'c'n'}^{S \leq S_n}$  aus den Nebenbedingungen (5.16) werden hierzu die ebenfalls ganzzahligen Variablen  $N_{ick}^{F \leq k}$  und  $N_{ick}^{S \leq k}$  eingeführt. Sie stellen die Anzahl der von Kampagne  $ic$  fertiggestellten beziehungsweise begonnenen Batches zum Zeitpunkt  $kt^k$  dar.

$$h_s^0 + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ick}^{F \leq k} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ick}^{S \leq k} + \sum_{k'=1}^k d_{sk'} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, k \in \mathcal{K} \quad (5.17)$$

### Hilfsvariablen der Materialfluss-Nebenbedingungen

Für alle  $N_{ici'c'n'}^{F \leq S_n}$  genügen hinsichtlich ihrer Verwendung in den Nebenbedingungen (5.16) obere Grenzen.<sup>114</sup> Hierfür ist die Einführung der Binärvariablen  $F_{ici'c'n'}^{\text{EF} \leq S_n}$  notwendig. Sie drücken durch Annahme des Wertes eins aus, dass der Endzeitpunkt des ersten Batches der Kampagne  $ic$  nicht nach dem Start des  $n'$ -ten Batches der Kampagne  $i'c'$  liegt. Nimmt sie den Wert null an, wird (5.20) relaxiert und  $N_{ici'c'n'}^{F \leq S_n}$  durch (5.18) gleich null gesetzt. Im entgegengesetzten Fall, d. h. für  $F_{ici'c'n'}^{\text{EF} \leq S_n} = 1$ , sind die Nebenbedingungen (5.18) relaxiert. Die Beschränkung von  $N_{ici'c'n'}^{F \leq S_n}$  erfolgt dann durch die Nebenbedingungen (5.19) und (5.20). Die Anzahl fertiggestellter Batches einer Kampagne darf die Anzahl der Batches in dieser Kampagne durch die Nebenbedingungen (5.19) nicht überschreiten. Außerdem muss das Ende des  $N_{ici'c'n'}^{F \leq S_n}$ -ten Batches spätestens zum Start des  $n'$ -ten Batches der Kampagne  $i'c'$  stattfinden. Tabelle 5.2 gibt einen Überblick über das Verhalten der Nebenbedingungen (5.18), (5.19) und

<sup>114</sup>Durch untere Grenzen kann allerdings eine etwaige Degeneration der optimalen Lösung verhindert werden.

(5.20) im Zusammenhang mit der Binärvariablen  $F_{ici'c'n'}^{\text{EF} \leq \text{Sn}}$ .

$$N_{ici'c'n'}^{\text{F} \leq \text{Sn}} \leq \widehat{n}_i F_{ici'c'n'}^{\text{EF} \leq \text{Sn}} \quad (5.18)$$

$$N_{ici'c'n'}^{\text{F} \leq \text{Sn}} \leq \check{n}_i X_{ic} + \dot{N}_{ic} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} T_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} X_{ic} + t_i^{\text{P}} N_{ici'c'n'}^{\text{F} \leq \text{Sn}} &\leq \\ T_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} X_{i'c'} + t^{\text{PH}} \left( 1 - F_{ici'c'n'}^{\text{EF} \leq \text{Sn}} \right) &\quad (5.20) \\ \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_{S_i^{\text{In}}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, 1 \leq n' \leq \widehat{n}_i, &\quad (5.18)-(5.20) \end{aligned}$$

	$\text{Sn}(i'c'n') < \text{EF}(ic)$	$\text{EF}(ic) \leq \text{Sn}(i'c'n')$
$F_{ici'c'n'}^{\text{EF} \leq \text{Sn}}$	0	1
(5.18)	$N_{ici'c'n'}^{\text{F} \leq \text{Sn}} \leq 0$	$N_{ici'c'n'}^{\text{F} \leq \text{Sn}} \leq \widehat{n}_i$
(5.19)	$N_{ici'c'n'}^{\text{F} \leq \text{Sn}} \leq \check{n}_i X_{ic} + \dot{N}_{ic}$	$N_{ici'c'n'}^{\text{F} \leq \text{Sn}} \leq \check{n}_i X_{ic} + \dot{N}_{ic}$
(5.20)	$T_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} X_{ic} + t_i^{\text{P}} N_{ici'c'n'}^{\text{F} \leq \text{Sn}} \leq T_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} X_{i'c'} + t^{\text{PH}}$	$T_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} X_{ic} + t_i^{\text{P}} N_{ici'c'n'}^{\text{F} \leq \text{Sn}} \leq T_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} X_{i'c'}$

Tabelle 5.2: Nebenbedingungen für  $N_{sici'c'n'}^{\text{F} \leq \text{Sn}}$  und  $F_{sici'c'n'}^{\text{EF} \leq \text{Sn}}$

Die Materialfluss-Nebenbedingungen (5.16) erfordern untere Grenzen für alle  $N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$ . Die hierfür zusätzlich eingeführte Binärvariable  $F_{ici'c'n'}^{\text{SL} \leq \text{Sn}}$  nimmt den Wert eins an, wenn der Start des letzten Batches der Kampagne  $ic$  nicht nach dem Start des  $n'$ -ten Batches der Kampagne  $i'c'$  liegt. Ist dies der Fall, stellt die Batchanzahl in Kampagne  $ic$  gemäß Nebenbedingungen (5.21) die untere Grenze für  $N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$ , während die Nebenbedingungen (5.22) relaxiert sind. Nimmt  $F_{ici'c'n'}^{\text{SL} \leq \text{Sn}}$  den Wert null an, wird (5.21) relaxiert und die untere Grenze durch (5.22) gestellt. Dabei muss der Startzeitpunkt des  $n'$ -ten Batches der Kampagne  $i'c'$  vor dem Ende des  $N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$ -ten Batches der Kampagne  $ic$  liegen.<sup>115</sup> Mit Hilfe einer kleinen Zahl  $\epsilon$  lassen sich die „ $<$ “-Ungleichungen (5.22)

<sup>115</sup>Die vermeintlich einfachere Form der Nebenbedingung

$$T_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} X_{i'c'} \leq T_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} X_{ic} + t_i^{\text{P}} \left( N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} - X_{ic} \right) + t^{\text{PH}} F_{ici'c'n'}^{\text{SL} \leq \text{Sn}}$$

nicht verwendet werden. Sie führt für den Fall, dass  $F_{ici'c'n'}^{\text{SL} \leq \text{Sn}} = 0$  und gleichzeitig  $N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} = 0$ , zu folgender falschen Aussage:

$$T_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} X_{i'c'} \leq T_{ic}^{\rightarrow} + \left( t_i^{\text{SU}} - t_i^{\text{P}} \right) X_{ic}$$

in die „ $\leq$ “-Nebenbedingungen (5.23) überführen. Das Verhalten der Nebenbedingungen (5.21) und (5.23) ist in Tabelle 5.3 als Übersicht dargestellt.

$$\check{n}_i X_{ic} + \overset{*}{N}_{ic} - \hat{n}_i \left(1 - F_{ici'c'n'}^{\text{SL} \leq \text{Sn}}\right) \leq N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} \quad (5.21)$$

$$T_{i'c'}^{\mapsto} + t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} X_{i'c'} < T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} X_{ic} + t_i^{\text{P}} N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} + t^{\text{PH}} F_{ici'c'n'}^{\text{SL} \leq \text{Sn}} \quad (5.22)$$

$$T_{i'c'}^{\mapsto} + (t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} + \epsilon) X_{i'c'} \leq$$

$$T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} X_{ic} + t_i^{\text{P}} N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} + (t^{\text{PH}} + \epsilon) F_{ici'c'n'}^{\text{SL} \leq \text{Sn}} \quad (5.22) \rightarrow (5.23)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_{S_i^{\text{In}}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, 1 \leq n' \leq \hat{n}_{i'} \quad (5.21)-(5.23)$$

	$\text{Sn}(i'c'n') < \text{SL}(ic)$	$\text{SL}(ic) \leq \text{Sn}(i'c'n')$
$F_{ici'c'n'}^{\text{SL} \leq \text{Sn}}$	0	1
(5.21)	$\check{n}_i X_{ic} + \overset{*}{N}_{ic} \leq N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} + \hat{n}_i$	$\check{n}_i X_{ic} + \overset{*}{N}_{ic} \leq N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$
(5.23)	$T_{i'c'}^{\mapsto} + (t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} + \epsilon) X_{i'c'} \leq$ $T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} X_{ic} + t_i^{\text{P}} N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$	$T_{i'c'}^{\mapsto} + (t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} + \epsilon) X_{i'c'} - \epsilon \leq$ $T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} X_{ic} + t_i^{\text{P}} N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} + t^{\text{PH}}$

Tabelle 5.3: Nebenbedingungen für  $N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$  und  $F_{ici'c'n'}^{\text{SL} \leq \text{Sn}}$

Für die Binärvariablen  $F_{kicn}^{\text{k} < \text{Sn}}$  aus den Nebenbedingungen (5.16b) sind nur untere Grenzen notwendig, d. h. sie müssen auf den Wert eins forciert werden, wenn das Ende von Periode  $k$  vor dem Start des  $n$ -ten Batches der Kampagne  $ic$  stattfindet. Dies wird durch Verwendung der Nebenbedingungen (5.24) gesichert.

$$T_{ic}^{\mapsto} + t_{in-1}^{\text{SUnP}} X_{ic} \leq kt^k + (t^{\text{PH}} - kt^k) F_{kicn}^{\text{k} < \text{Sn}}$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_{S_n^{\text{In}}}, c \in \mathcal{C}_i, 1 \leq n \leq \hat{n}_i, k \in \mathcal{K} \quad (5.24)$$

Auch für die Variablen  $N_{ick}^{\text{F} \leq \text{k}}$  aus den Nebenbedingungen (5.17) sind zur Einhaltung der Zulässigkeit nur obere Grenzen notwendig. Die hierfür zusätzlich eingeführte Binärvariable  $F_{ick}^{\text{EF} \leq \text{k}}$  nimmt den Wert eins an, wenn sich das Ende des ersten Batches der Kampagne  $ic$  nicht nach dem Ende der Periode  $k$  ereignet. Für  $F_{ick}^{\text{EF} \leq \text{k}} = 0$  wird  $N_{ick}^{\text{F} \leq \text{k}}$  durch (5.25) auf null forciert. Für  $F_{ick}^{\text{EF} \leq \text{k}} = 1$  ist (5.25) relaxiert und  $N_{ick}^{\text{F} \leq \text{k}}$  wird durch eine Kombination aus (5.26) sowie (5.27) so beschränkt, dass hierbei weder die tatsächliche Kampagnengröße noch die zur Verfügung stehende Produktionszeit überschritten werden. Tabelle 5.4 gibt einen Überblick über das Verhalten der eben

beschriebenen Nebenbedingungen.

$$N_{ick}^{F \leq k} \leq \hat{n}_i F_{ick}^{EF \leq k} \quad (5.25)$$

$$N_{ick}^{F \leq k} \leq \check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic}^* \quad (5.26)$$

$$T_{ic}^{\mapsto} + t_i^P N_{ick}^{F \leq k} + (t_i^{SU} + t^{PH} - kt^k) F_{ick}^{EF \leq k} \leq t^{PH} \quad (5.27)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_{S^{\text{fin}}^{\text{out}}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \quad (5.25)-(5.27)$$

	$kt^k < EF(ic)$	$EF(ic) \leq kt^k$
$F_{ick}^{EF \leq k}$	0	1
(5.25)	$N_{ick}^{F \leq k} \leq 0$	$N_{ick}^{F \leq k} \leq \hat{n}_i$
(5.26)	$N_{ick}^{F \leq k} \leq \check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic}^*$	$N_{ick}^{F \leq k} \leq \check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic}^*$
(5.27)	$T_{ic}^{\mapsto} + t_i^P N_{ick}^{F \leq k} \leq t^{PH}$	$T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{SU} + t_i^P N_{ick}^{F \leq k} \leq kt^k$

Tabelle 5.4: Nebenbedingungen für  $N_{ick}^{F \leq k}$  und  $F_{ick}^{EF \leq k}$

Für die Anzahl der Batches einer Kampagne  $ic$ , die zum Zeitpunkt  $kt^k$  gestartet sind, sind nur untere Grenzen notwendig. Die Nebenbedingungen (5.28) sind genau dann relaxiert, wenn es die korrespondierenden Nebenbedingungen (5.29) nicht sind. Dies wird mit Hilfe der Binärvariable  $F_{ick}^{SL \leq k}$  ermöglicht. Die „ $<$ “-Ungleichungen (5.29) lassen sich mit Hilfe einer kleinen Zahl  $\epsilon$  in die Nebenbedingungen (5.30) überführen. Eine Übersicht der Evaluierung dieser Nebenbedingungen gibt Tabelle 5.5.

$$\check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic}^* - \hat{n}_i \left(1 - F_{ick}^{SL \leq k}\right) \leq N_{ick}^{S \leq k} \quad (5.28)$$

$$kt^k \left(1 - F_{ick}^{SL \leq k}\right) < T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{SU} X_{ic} + t_i^P N_{ick}^{S \leq k} \quad (5.29)$$

$$kt^k \left(1 - F_{ick}^{SL \leq k}\right) + \epsilon \left(X_{ic} - F_{ick}^{SL \leq k}\right) \leq T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{SU} X_{ic} + t_i^P N_{ick}^{S \leq k} \quad (5.29) \rightarrow (5.30)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_{S^{\text{fin}}^{\text{in}}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \quad (5.28)-(5.30)$$

## Kosten

Aufgrund der notwendigen Einführung neuer Variablen ändert sich die Berechnung der verschiedenen Kosten. Eine Ursache hierfür ist die zuvor feh-

	$kt^k < \text{SL}(ic)$	$\text{SL}(ic) \leq kt^k$
$F_{ick}^{\text{SL} \leq k}$	0	1
(5.28)	$\check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic} \leq N_{ick}^{\text{S} \leq k} + \hat{n}_i$	$\check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic} \leq N_{ick}^{\text{S} \leq k}$
(5.30)	$kt^k + \epsilon X_{ic} \leq$ $T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} X_{ic} + t_i^{\text{P}} N_{ick}^{\text{S} \leq k}$	$0 \leq$ $T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} X_{ic} + t_i^{\text{P}} N_{ick}^{\text{S} \leq k}$

Tabelle 5.5: Nebenbedingungen für  $N_{ick}^{\text{S} \leq k}$  und  $F_{ick}^{\text{SL} \leq k}$

lende Berücksichtigung der möglichen Inaktivität von Kampagnen. Diese dürfen natürlich keine Kosten verursachen. Betroffen sind hierfür zunächst die Produktions- sowie Rüst- und Reinigungskosten, für die nun die Aktivitätsvariable  $X_{ic}$  in die Berechnung integriert werden muss. Sie ergeben sich dann gemäß der Gleichungen (5.31) und (5.32).

$$C^{\text{P}} = \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (c_i^{\text{P}} + c_i^{\text{PPen}}) (\check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic}) \quad (5.1) \rightarrow (5.31)$$

$$C^{\text{SUCl}} = \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (c_i^{\text{SU}} + c_i^{\text{SUPen}} + c_i^{\text{Cl}} + c_i^{\text{ClPen}}) X_{ic} \quad (5.2) \rightarrow (5.32)$$

Für die Berücksichtigung der Wertänderung des Lagerbestandes muss der Lagerendbestand  $H_s^{\text{PH}}$  in Gleichung (5.5) genauer bestimmt werden. Er besteht aus der Summe des Anfangslagerbestandes  $h_s^0$  und aller Bestandsänderungen während des Planungszeitraumes.<sup>116</sup> Letztere bestehen aus dem Output aller Kampagnen unter Abzug der dabei verbrauchten Menge sowie der Ablieferung zur Bedienung der Nachfrage. Damit ergibt sich die geänderte Version der Gleichung (5.5) zu (5.33).

$$\begin{aligned} C^{\Delta \text{Inv}} &= \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}} \check{c}_s^{\text{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} \\ &+ \sum_{s \in \mathcal{S}} \check{c}_s^{\text{P}} \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (\check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic}) \\ &- \sum_{s \in \mathcal{S}} \check{c}_s^{\text{P}} \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (\check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic}) \end{aligned} \quad (5.5) \rightarrow (5.33)$$

<sup>116</sup>In Gleichung (5.5) entfällt hierdurch der Anfangslagerbestand  $h_s^0$  und es müssen nur noch die Bestandsänderungen berücksichtigt werden.

Die Kapitalkosten aus (5.4) ergeben sich nunmehr zu:

$$C_{\text{SU}}^{\text{FC}} = \frac{i^{\text{a}}}{k^{\text{a}} t^{\text{k}}} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{SU}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (t^{\text{PH}} - T_{ic}^{\text{I} \rightarrow}) \quad (5.4\text{a}) = (5.34\text{a})$$

$$\begin{aligned} C_{\text{P}}^{\text{FC}} &= \frac{i^{\text{a}}}{k^{\text{a}} t^{\text{k}}} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{P}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \sum_{n=1}^{N_{ic}} (t^{\text{PH}} - (T_{ic}^{\text{I} \rightarrow} + (t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} (n-1)) X_{ic})) \\ &= \frac{i^{\text{a}}}{k^{\text{a}} t^{\text{k}}} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{P}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (\check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic}^*) \\ &\quad \left( t^{\text{PH}} - \left( T_{ic}^{\text{I} \rightarrow} + t_i^{\text{SU}} X_{ic} + t_i^{\text{P}} \frac{(\check{n}_{ic} - 1) X_{ic} + \check{N}_{ic}^*}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad (5.4\text{b}) \rightarrow (5.34\text{b})$$

$$C_{\text{Cl}}^{\text{FC}} = \frac{i^{\text{a}}}{k^{\text{a}} t^{\text{k}}} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{Cl}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (t^{\text{PH}} - (T_{ic}^{\text{I} \rightarrow} + (t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} \check{n}_i) X_{ic} + t_i^{\text{P}} N_{ic})) \quad (5.4\text{c}) \rightarrow (5.34\text{c})$$

Offensichtlich enthalten die durch die Produktionsausgaben bedingten Kapitalkosten in Gleichung (5.4b) eine Nichtlinearität. Einzig aus Gründen der Übersichtlichkeit erfolgt eine Substitution des geklammerten Zeitterms mit  $\tau_{ic}$  gemäß Gleichung (5.35). Es sei darauf hingewiesen, dass sich  $\tau_{ic}$  für inaktive Kampagnen zu null ergibt. Daher kann die Aktivitätsvariable  $X_{ic}$  im Summand  $\check{n}_i X_{ic} \tau_{ic}$  ersatzlos entfallen. Gleichung (5.34b) kann nun als (5.36) geschrieben werden.

$$\tau_{ic} = t^{\text{PH}} - \left( T_{ic}^{\text{I} \rightarrow} + t_i^{\text{SU}} X_{ic} + t_i^{\text{P}} \frac{(\check{n}_{ic} - 1) X_{ic} + \check{N}_{ic}^*}{2} \right) \quad (5.35)$$

$$\begin{aligned} C_{\text{P}}^{\text{FC}} &= \frac{i^{\text{a}}}{k^{\text{a}} t^{\text{k}}} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{P}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \tau_{ic} (\check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic}^*) \\ &= \frac{i^{\text{a}}}{k^{\text{a}} t^{\text{k}}} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{P}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \tau_{ic} (\check{n}_i + \check{N}_{ic}^*) \end{aligned} \quad (5.34\text{b}) \rightarrow (5.36)$$

Um den Term zu linearisieren muss in Adaption der von *Glover* (1975, S. 456 ff.) vorgeschlagenen Vorgehensweise zunächst  $\check{N}_{ic}^*$  in einem vorbereitenden Schritt so substituiert werden, dass der ersetzende Term nur noch Binärvariablen enthält. Anschließend kann das resultierende Produkt aus Binärvariable und der kontinuierlicher Variable  $\tau_{ic}$  mit Hilfe einer weiteren Substitution und Einführung neuer Nebenbedingungen linearisiert werden. Im Folgenden werden zwei verschiedenen Varianten dieser Ersetzung vorgestellt.

Die erste Variante ergibt sich durch die Nebenbedingungen (5.37). Die neue Binärvariable  $X_{icn}$  soll dabei genau dann den Wert eins annehmen, wenn die Größe der Kampagne  $ic$   $n > \check{n}_i$  Batchen entspricht.<sup>117</sup> Die Variablen  $X_{icn}$  werden daher für jede Kampagne  $ic$  als ein Special Ordered Set (SOS) des Typs 1 definiert.<sup>118</sup>

$$N_{ic}^* = \sum_{n=\check{n}_i+1}^{\hat{n}_i} (n - \check{n}_i) X_{icn} \quad \forall i \in \mathcal{I}^{\text{sos1}}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.37)$$

$$\left\{ X_{ic\check{n}_i+1}, X_{ic\check{n}_i+2}, \dots, X_{ic\hat{n}_i} \right\} = \text{SOS1} \quad \forall i \in \mathcal{I}^{\text{sos1}}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.38)$$

Unter Umständen wird der Vorteil einer SOS Typ 1 Repräsentation durch eine zu hohe Anzahl benötigter Binärvariablen  $X_{icn}$  aufgehoben. In diesem Fall kann die Substitution in einer zweiten Variante auch gemäß der Gleichungen (5.39) erfolgen. Dabei wird mit Hilfe der Binärvariablen  $X_{icm}$  eine binäre Codierung von  $N_{ic}^*$  erreicht.<sup>119</sup>

$$N_{ic}^* = \sum_{m=0}^{\lfloor \log_2(\hat{n}_i - \check{n}_i) \rfloor} 2^m X_{icm} \quad \forall i \in \mathcal{I}^{\text{bin}}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.39)$$

Wann welche der Formulierungen zu kürzeren Rechenzeiten führt, läßt sich ohne explizite Kenntnis der von der Standardsoftware genau verwendeten Algorithmen nur experimentell bestimmen. Ceteris paribus ist hierbei jedoch die Spannweite zwischen minimaler und maximaler Kampagnengröße ausschlaggebend. Je höher die Differenz  $\hat{n}_i - \check{n}_i$  eines Prozesses, desto eher ist die Darstellung durch eine binäre Codierung die effizientere Vorgehensweise. Da diese Differenz jedoch nicht für jeden Prozess gleich ist, sondern sogar stark unterschiedlich ausfallen kann, ist es sinnvoll, die Art der Substitution prozessabhängig zu ermöglichen. Die Prozesse, für die eine Substitution gemäß der ersten, d. h. der SOS Typ 1 Repräsentation erfolgt, seien mit  $\mathcal{I}^{\text{sos1}}$  bezeichnet. Für alle Prozesse  $i \in \mathcal{I}^{\text{bin}}$  wird nach der zweiten Variante in binärer Codierung substituiert. Die Zuordnung eines Prozesses muss eindeutig sein,

<sup>117</sup>Tatsächlich wäre die Substitution nicht falsch, wenn mehr als eine Variable den Wert eins annimmt (beispielsweise  $X_{ic2} = X_{ic3} = X_{ic4} = 1$  oder  $X_{ic4} = X_{ic5} = 1$  statt  $X_{ic9} = 1$ ). Die Forderung nach genau einer Variable erzwingt jedoch eine eindeutige Substitution und verhindert somit die Degeneration der optimalen Lösung. Außerdem erfordern später erfolgenden Erweiterungen dieses Modells eine eindeutige Substitution im beschriebenen Sinn (siehe Abschnitt 5.3.5).

<sup>118</sup>Der Begriff des *Special Ordered Sets* wurde erstmals von *Beale* und *Tomlin* (1970) eingeführt. In einem Special Ordered Set des Typs 1 darf höchstens eine Variable einen positiven Wert annehmen. Dieser Umstand lässt sich zusammen mit der Ordnung der Variablen im Branch & Bound-Verfahren effizienzsteigernd ausnutzen.

<sup>119</sup>Vgl. *Pressmar* (1985), S. 107 f.

d. h.  $\mathcal{I}^{\text{bin}} \cap \mathcal{I}^{\text{sos1}} = \emptyset$ . Nach der Substitution ergeben sich die Kapitalkosten gemäß Gleichung (5.40).

$$C_P^{\text{FC}} = \frac{i^a}{k^{\text{a}t^k}} \sum_{i \in \mathcal{I}^{\text{sos1}}} c_i^{\text{P}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_i \tau_{ic} + \sum_{n=\check{n}_i+1}^{\hat{n}_i} (n - \check{n}_i) X_{icn} \tau_{ic} \right) + \frac{i^a}{k^{\text{a}t^k}} \sum_{i \in \mathcal{I}^{\text{bin}}} c_i^{\text{P}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_i \tau_{ic} + \sum_{m=0}^{\lfloor \log_2(\hat{n}_i - \check{n}_i) \rfloor} 2^m X_{icm} \tau_{ic} \right) \quad (5.36) \rightarrow (5.40)$$

Die nicht linearen Terme  $X_{icn} \tau_{ic}$  und  $X_{icm} \tau_{ic}$  können nun nach herkömmlichen Methoden linearisiert werden.<sup>120</sup> Hierzu werden sie in Gleichung (5.40) durch die neuen kontinuierlichen Variablen  $T_{icn}^{\text{FC}}$  und respektive  $T_{icm}^{\text{FC}}$  substituiert.

$$C_P^{\text{FC}} = \frac{i^a}{k^{\text{a}t^k}} \sum_{i \in \mathcal{I}^{\text{sos1}}} c_i^{\text{P}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_i \tau_{ic} + \sum_{n=\check{n}_i+1}^{\hat{n}_i} (n - \check{n}_i) T_{icn}^{\text{FC}} \right) + \frac{i^a}{k^{\text{a}t^k}} \sum_{i \in \mathcal{I}^{\text{bin}}} c_i^{\text{P}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_i \tau_{ic} + \sum_{m=0}^{\lfloor \log_2(\hat{n}_i - \check{n}_i) \rfloor} 2^m T_{icm}^{\text{FC}} \right) \quad (5.40) \rightarrow (5.41)$$

Außerdem werden die Nebenbedingungen (5.42)-(5.49) eingeführt. Diese sichern, dass die Variablen  $T_{icn}^{\text{FC}}$  und  $T_{icm}^{\text{FC}}$  die für die Substitution korrekten Werte annehmen. Dabei repräsentieren die Parameter  $\check{\tau}_{ic}^{X_{ic}}$  und  $\hat{\tau}_{ic}^{X_{ic}}$  die untere und obere Grenze für  $\tau_{ic}$  (siehe Gleichungen (5.35)) unter der Voraussetzung, dass die Kampagne  $ic$  aktiv ist. Trivialerweise ergibt sich die obere Grenze unter Berücksichtigung eines frühestmöglichen Kampagnenstarts zu Beginn des Planungszeitraums und die untere Grenze durch einen spätestmöglichen Kampagnenstart bei minimaler Kampagnenlänge. Schärfere Grenzen führen jedoch zu einer merklichen Reduktion der Ganzzahligkeitslücke. Sie können durch Ausnutzung zwanghafter Reihenfolgen, wie zum Beispiel der Kampagnenreihenfolge innerhalb eines Prozesses und unter Einbeziehung von Materialflussbedingungen, bestimmt werden. Unter Umständen lohnt außerdem die wiederholte Lösung einer relaxierten Version dieses MILP-Modells,<sup>121</sup> wobei die Zielfunktion jeweils durch den zu minimierenden beziehungsweise zu maximierenden Startzeitpunkt einer erzwungen aktiven Kampagne ersetzt

<sup>120</sup>Vgl. *Petersen* (1971) und *Glover* (1975).

<sup>121</sup>Mit relaxiert ist hierbei die Lösung des dazugehörigen um die Ganzzahligkeitsbedingungen entlasteten Modells gemeint. Alternativ kann das Branch & Bound-Verfahren nach Überschreiten einer Zeitgrenze abgebrochen werden, um die bis dahin untere beziehungsweise obere Grenze als Parameter zu nutzen.

wird. Die oberen Begrenzungen für  $T_{icn}^{\text{FC}}$  und  $T_{icm}^{\text{FC}}$  durch die Nebenbedingungen (5.42), (5.43), (5.46) und (5.47) sind eigentlich nicht notwendig, um eine zulässige optimale Lösung zu erhalten. Sie stellen aber dennoch zulässige Nebenbedingungen dar, die die Lösung des Problems beschleunigen können.

$$T_{icn}^{\text{FC}} \leq \tau_{ic} - \check{\tau}_{ic}^{X^{ic}} (X_{ic} - X_{icn}) \quad (5.42)$$

$$T_{icn}^{\text{FC}} \leq \hat{\tau}_{ic}^{X^{ic}} X_{icn} \quad (5.43)$$

$$T_{icn}^{\text{FC}} \geq \tau_{ic} - \hat{\tau}_{ic}^{X^{ic}} (X_{ic} - X_{icn}) \quad (5.44)$$

$$T_{icn}^{\text{FC}} \geq \check{\tau}_{ic}^{X^{ic}} X_{icn} \quad (5.45)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}^{\text{sos1}}, c \in \mathcal{C}_i, \check{n}_i < n \leq \hat{n}_i \quad (5.42)-(5.45)$$

$$T_{icm}^{\text{FC}} \leq \tau_{ic} - \check{\tau}_{ic}^{X^{ic}} (X_{ic} - X_{icm}) \quad (5.46)$$

$$T_{icm}^{\text{FC}} \leq \hat{\tau}_{ic}^{X^{ic}} X_{icm} \quad (5.47)$$

$$T_{icm}^{\text{FC}} \geq \tau_{ic} - \hat{\tau}_{ic}^{X^{ic}} (X_{ic} - X_{icm}) \quad (5.48)$$

$$T_{icm}^{\text{FC}} \geq \check{\tau}_{ic}^{X^{ic}} X_{icm} \quad (5.49)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}^{\text{bin}}, c \in \mathcal{C}_i, 0 \leq m \leq \lfloor \log_2 (\hat{n}_i - \check{n}_i) \rfloor \quad (5.46)-(5.49)$$

### Ganzzahligkeits- und Binärbedingungen

Außerdem gelten die folgenden Einschränkungen:

$$X_{ic} \in \{0; 1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.50)$$

$$N_{ic}^* \in \mathbb{N} \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.51)$$

$$X_{icn} \in \{0; 1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}^{\text{sos1}}, c \in \mathcal{C}_i, \check{n}_i < n \leq \hat{n}_i \quad (5.52)$$

$$X_{icm} \in \{0; 1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}^{\text{bin}}, c \in \mathcal{C}_i, 0 \leq m \leq \lfloor \log_2 (\hat{n}_i - \check{n}_i) \rfloor \quad (5.53)$$

$$F_{ici'c'}^{\mathcal{C} \leq \mathcal{C}} \in \{0; 1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}^{\mathcal{U}}, c' \in \mathcal{C}_{i'} \quad (5.54)$$

$$F_{ici'c'n'}^{\text{EF} \leq \text{Sn}} \in \{0; 1\} \quad (5.55)$$

$$N_{ici'c'n'}^{\text{F} \leq \text{Sn}} \in \mathbb{N} \quad (5.56)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_{S_i^{\text{Out}}}^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, 1 \leq n' \leq \hat{n}_i \quad (5.55),(5.56)$$

$$F_{ici'c'n'}^{\text{SL} \leq \text{Sn}} \in \{0; 1\} \quad (5.57)$$

$$N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} \in \mathbb{N} \quad (5.58)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_{S_i^{\text{In}}}^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, 1 \leq n' \leq \hat{n}_i \quad (5.57),(5.58)$$

$$F_{kicn}^{k < S_n} \in \{0; 1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}_{\mathcal{S}^{\text{fin}}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, 1 \leq n \leq \hat{n}_i, k \in \mathcal{K} \quad (5.59)$$

$$F_{ick}^{\text{EF} \leq k} \in \{0; 1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}_{\mathcal{S}^{\text{fin}}}^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \quad (5.60)$$

$$N_{ick}^{\text{F} \leq k} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in \mathcal{I}_{\mathcal{S}^{\text{fin}}}^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \quad (5.61)$$

$$F_{ick}^{\text{SL} \leq k} \in \{0; 1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}_{\mathcal{S}^{\text{fin}}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \quad (5.62)$$

$$N_{ick}^{\text{S} \leq k} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in \mathcal{I}_{\mathcal{S}^{\text{fin}}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \quad (5.63)$$

Die Ganzzahligkeitsrestriktion für  $N_{ic}^*$  ergibt sich bereits implizit aus den Nebenbedingungen (5.37) in Kombination mit (5.50) und (5.52) (beziehungsweise aus (5.39) in Kombination mit (5.50) und (5.53)). Eine explizite Definition durch die Nebenbedingungen (5.51) kann jedoch unter Umständen zu Rechenzeitverbesserungen bei der Lösungsfindung führen.

## 5.3 Problem- und Modellerweiterungen

Bisher wurde in diesem Kapitel die Grundversion des diese Arbeit motivierenden Planungsproblems beschrieben. Außerdem erfolgte im letzten Abschnitt die Formulierung eines entsprechenden MILP-Basismodells. Das Gesamtproblem enthält jedoch weitere Charakteristika, die berücksichtigt werden sollen. Daher wird das zuvor formulierte MILP-Modell in den folgenden Unterabschnitten um weitere Restriktionen und Merkmale, wie Betriebsstillstände, Qualitätskontrollzeiten, nicht lagerfähige Produkte, Rohstoffe, Fehlmengen und einzuhaltende Sicherheitsbestände erweitert. Hierbei können Änderungen an bereits eingeführten Nebenbedingungen und Variableneigenschaften auftreten.

### 5.3.1 Betriebsstillstände

Aufgrund von Betriebsferien oder anderen deterministischen Ursachen sind im Planungszeitraum Betriebsstillstände  $b \in \mathcal{B}$  zu berücksichtigen. Der Betriebsstillstand  $b$  beginnt zum bekannten Zeitpunkt  $t_b^{\rightarrow}$  und endet nach einer Dauer von  $t_b^{\mathcal{B}}$  zum Zeitpunkt  $t_b^{\leftarrow}$ . Er betrifft die Anlageneinheiten  $u \in \mathcal{U}_b$  und damit die Kampagnen der Prozesse  $i \in \mathcal{I}_b^{\mathcal{U}}$ . Kampagnen müssen vor dem Beginn eines Betriebsstillstandes beendet sein oder dürfen erst nach ihm beginnen. Eine Unterbrechung der Kampagne für die Dauer des Betriebsstillstandes ist nicht erlaubt. Nachfragezeitpunkte können jedoch auch während eines Betriebsstillstandes auftreten.

Die neu eingeführte Binärvariable  $F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}}$  nimmt den Wert eins an, wenn der Beginn des Betriebsstillstandes  $b$  vor Kampagne  $ic$  liegt. Ist die Kampagne jedoch vor dem Betriebsstillstand beendet, ergibt sich  $F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}}$  zu null. Durch die Nebenbedingungen (5.64) und (5.65) werden Überlappungen von Kampagnen und Betriebsstillständen ausgeschlossen. Das Verhalten der Betriebsstillstands-Nebenbedingungen ist in Tabelle 5.6 dargestellt.

$$T_{ic}^{\mapsto} + T_{ic}^{\mathcal{C}} \leq t_b^{\mapsto} + (t^{\text{PH}} - t_b^{\mapsto}) F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}} \quad \forall b \in \mathcal{B}, i \in \mathcal{I}_b^{\mathcal{U}}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.64)$$

$$t_b^{\leftarrow} F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}} \leq T_{ic}^{\mapsto} \quad \forall b \in \mathcal{B}, i \in \mathcal{I}_b^{\mathcal{U}}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.65)$$

$$F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}} \in \{0, 1\} \quad \forall b \in \mathcal{B}, i \in \mathcal{I}_b^{\mathcal{U}}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.66)$$

	$ic$ vor $b$	$b$ vor $ic$
$F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}}$	0	1
(5.64)	$T_{ic}^{\mapsto} + T_{ic}^{\mathcal{C}} \leq t_b^{\mapsto}$	$T_{ic}^{\mapsto} + T_{ic}^{\mathcal{C}} \leq t^{\text{PH}}$
(5.65)	$0 \leq T_{ic}^{\mapsto}$	$t_b^{\leftarrow} \leq T_{ic}^{\mapsto}$

Tabelle 5.6: Betriebsstillstands-Nebenbedingungen und  $F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}}$

### 5.3.2 Qualitätskontrolle

Mit der Beendigung eines Batches ist der Transformationsprozess von Input- zu Outputprodukten abgeschlossen. Dennoch darf die soeben produzierte Materialmenge noch nicht genutzt werden, um weiterverarbeitet zu werden oder Nachfrage zu befriedigen. Dies ist erst nach einer Zeitspanne  $t_s^{\text{QC}}$  der Fall, in der das Produkt die Qualitätskontrolle durchläuft. Eine Belegung von Produktionsanlagen findet hierbei nicht statt. Es sei weiterhin angenommen, dass die Qualitätsprüfung immer positiv ausfällt. Der Wert  $t_s^{\text{QC}}$  wird somit nur genutzt, um eine Verzögerung zwischen dem Produktionsende und dem ersten Zeitpunkt, an dem das Material verbraucht werden darf, abzubilden (vgl. Abbildung 5.5). Somit können auch andere Kausalitäten, wie beispielsweise benötigte Transportzeiten, zur Erhebung dieses Wertes angeführt werden. Außerdem kann  $t_s^{\text{QC}}$  zur Berücksichtigung von Pufferzeiten im Materialfluss dienen.

Es sei angenommen, dass der Anfangslagerbestand  $h_s^0$  bereits qualitätsgeprüft ist, so dass für alle Produkte  $s$  gilt:  $h_s^0 = h_s^{\text{Q0}}$ . Alle Ereignisse, auch das

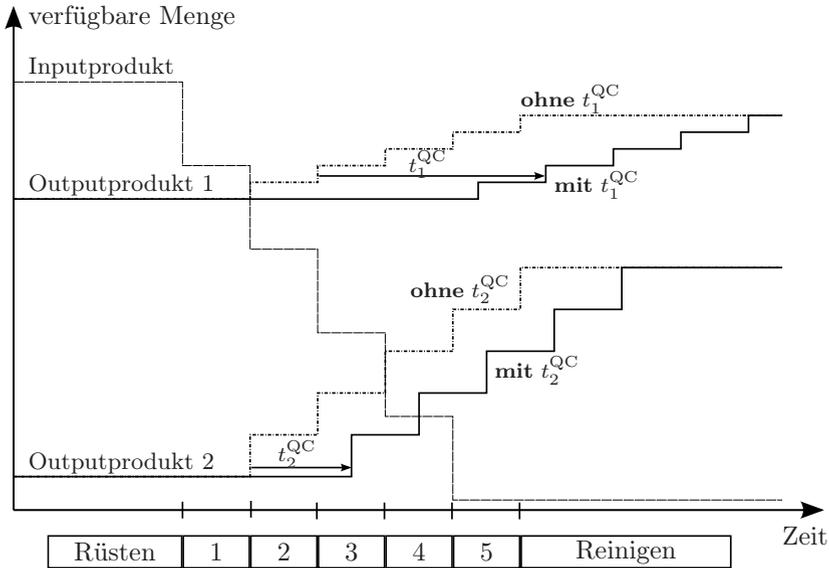


Abbildung 5.5: Auswirkung der Qualitätskontrolle auf den Materialfluss

Ende der Qualitätskontrolle des Outputs eines Batches, sollen im Planungszeitraum liegen. Ist die maximale Qualitätskontrollzeit der Outputprodukte eines Prozesses länger als die Reinigungszeit am Ende der Kampagne, muss die Nebenbedingung (5.13) geändert werden. Es genügt in diesem Fall aufgrund der möglichen Inaktivität von Kampagnen nicht, die Restriktion auf die letzte Kampagne  $|C_i|$  eines Prozesses  $i$  anzuwenden. Dies wird durch die neuen Nebenbedingungen (5.67b) unter Erweiterung des Definitionsbereiches gesichert. Für alle anderen Fälle, bleibt die ursprüngliche Restriktion (5.13) wie in (5.67a) gezeigt bestehen.

$$T_{ic}^{\mapsto} + T_{ic}^C \leq t^{\text{PH}} \quad \forall i \in \mathcal{I} \mid t_i^{\text{Cl}} \geq \max_{s \in \mathcal{S}_i^{\text{out}}} t_s^{\text{QC}}, c = |C_i| \quad (5.13) \rightarrow (5.67a)$$

$$T_{ic}^{\mapsto} + T_{ic}^C + \left( \max_{s \in \mathcal{S}_i^{\text{out}}} t_s^{\text{QC}} - t_i^{\text{Cl}} \right) X_{ic} \leq t^{\text{PH}} \\ \forall i \in \mathcal{I} \mid t_i^{\text{Cl}} < \max_{s \in \mathcal{S}_i^{\text{out}}} t_s^{\text{QC}}, c \in C_i \quad (5.13) \rightarrow (5.67b)$$

Die Änderung des Zeitpunktes, zu dem die von einem Batch produzierte Menge weiterverwendet werden darf, muss auch in den Materialfluss-Nebenbedingungen berücksichtigt werden. Hierzu wird  $N_{ic'c'n'}^{\text{F} \leq \text{Sn}}$  zur ebenfalls

ganzzahligen Variable  $N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn}$  erweitert.  $N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn}$  bezeichnet die Anzahl der Batches der Kampagne  $ic$ , für die der Output von Produkt  $s$  zum Zeitpunkt, an dem das  $n'$ -te Batch der Kampagne  $i'c'$  beginnt, qualitätsgeprüft ist.  $N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn}$  besitzt wegen der Abhängigkeit von der produktspezifischen Qualitätskontrollzeit einen Index mehr als  $N_{sici'c'n'}^{F \leq Sn}$ . Die sich daraus ergebenden Änderungen sind in den Nebenbedingungen (5.68a) und (5.68b) aufgezeigt.

$$h_s^{Q0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{sici'c'n'}^{S \leq Sn} \quad \forall s \in \mathcal{S} \setminus \mathcal{S}^{\text{fin}}, i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, 1 \leq n' \leq \hat{n}_{i'} \quad (5.16a) \rightarrow (5.68a)$$

$$h_s^{Q0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{sici'c'n'}^{S \leq Sn} + \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} F_{ki'c'n'}^{k < Sn} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, 1 \leq n' \leq \hat{n}_{i'} \quad (5.16b) \rightarrow (5.68b)$$

Analog wird die bekannte ganzzahlige Variable  $N_{sick}^{F \leq k}$  um den Index  $s$  zu  $N_{sick}^{FQ \leq k}$  erweitert.  $N_{sick}^{FQ \leq k}$  bezeichnet dann die Anzahl der Batches der Kampagne  $ic$ , deren Output von Produkt  $s$  spätestens zum Zeitpunkt  $kt^k$  qualitätsgeprüft ist. Die Nebenbedingungen (5.17) ändern sich somit zu (5.69).

$$h_s^{Q0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{sick}^{FQ \leq k} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{sick}^{S \leq k} + \sum_{k'=1}^k d_{sk'} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, k \in \mathcal{K} \mid d_{sk} > 0 \quad (5.17) \rightarrow (5.69)$$

Entsprechend der Änderungen von  $N_{sici'c'n'}^{F \leq Sn}$  und  $N_{sick}^{F \leq k}$  zu  $N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn}$  und  $N_{sick}^{FQ \leq k}$  müssen auch die dazugehörigen binären Hilfsvariablen  $F_{sici'c'n'}^{\text{EF} \leq Sn}$  und  $F_{sick}^{\text{EF} \leq k}$  durch  $F_{sici'c'n'}^{\text{EFQ} \leq Sn}$  und  $F_{sick}^{\text{EFQ} \leq k}$  ersetzt werden. Die entsprechenden Nebenbedingungen zur oberen Begrenzung von  $N_{sici'c'n'}^{F \leq Sn}$  und  $N_{sick}^{F \leq k}$  ändern sich damit zu (5.70)-(5.72) für  $N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn}$  und (5.73)-(5.75) für  $N_{sick}^{FQ \leq k}$ .

$$N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn} \leq \hat{n}_i F_{sici'c'n'}^{\text{EFQ} \leq Sn} \quad (5.18) \rightarrow (5.70)$$

$$N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn} \leq \check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic}^* \quad (5.19) \rightarrow (5.71)$$

$$T_{ic}^{\text{I} \rightarrow} + t_i^{\text{SU}} X_{ic} + t_i^{\text{P}} N_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq Sn} + t_s^{\text{QC}} X_{ic} \leq$$

$$T_{i'c'}^{\text{I} \rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} X_{i'c'} + t^{\text{PH}} \left( 1 - F_{sici'c'n'}^{\text{EF} \leq Sn} \right) \quad (5.20) \rightarrow (5.72)$$

$$\forall s \in \mathcal{S}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, 1 \leq n' \leq \hat{n}_{i'} \quad (5.70)-(5.72)$$

$$N_{sick}^{FQ \leq k} \leq \hat{n}_i F_{sick}^{EFQ \leq k} \quad (5.25) \rightarrow (5.73)$$

$$N_{sick}^{FQ \leq k} \leq \check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic}^* \quad (5.26) \rightarrow (5.74)$$

$$T_{ic}^{\mapsto} + t_i^P N_{sick}^{FQ \leq k} + (t_i^{SU} + t_s^{QC} + t^{PH} - kt^k) F_{sick}^{EFQ \leq k} \leq t^{PH} \quad (5.27) \rightarrow (5.75)$$

$$\forall s \in \mathcal{S}^{fin}, i \in \mathcal{I}_s^{Out}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \quad (5.73)-(5.75)$$

Hierbei ist insbesondere die nun erfolgende Berücksichtigung der Qualitätskontrollzeit  $t_s^{QC}$  in den Nebenbedingungen (5.72) und (5.75) zu beachten. Die Definitionsbereiche der veränderten Variablen sind in (5.76)-(5.79) angegeben.

$$F_{sici'c'n'}^{EFQ \leq Sn} \in \{0, 1\} \quad (5.55) \rightarrow (5.76)$$

$$N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn} \in \mathbb{N} \quad (5.56) \rightarrow (5.77)$$

$$\forall s \in \mathcal{S}, i \in \mathcal{I}_s^{Out}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_s^{In}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, 1 \leq n' \leq \hat{n}_i \quad (5.76), (5.77)$$

$$F_{sick}^{EFQ \leq k} \in \{0, 1\} \quad (5.60) \rightarrow (5.78)$$

$$N_{sick}^{FQ \leq k} \in \mathbb{N} \quad (5.61) \rightarrow (5.79)$$

$$\forall s \in \mathcal{S}^{fin}, i \in \mathcal{I}_s^{Out}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \quad (5.78), (5.79)$$

### 5.3.3 Nicht lagerfähige Produkte

Im Folgenden wird das Modell für die Berücksichtigung nicht lagerfähiger Produkte  $s \in \mathcal{S}^{ZW}$  erweitert. In Abbildung 5.6 sind diese mit den bereits eingeführten anderen Produkttypen schematisch dargestellt. Die Produktion nicht lagerfähiger Produkte zieht deren direkte Weiterverarbeitung oder Entsorgung nach sich. Eine Entsorgung sollte nur notwendig sein, wenn der Prozess, von dem das nicht lagerfähige Material produziert wird, andere Outputprodukte besitzt. Sind zwei Kampagnen durch Output und Input eines nicht lagerfähigen Produktes verbunden, spricht man auch von einer Zwangskopplung der beiden Kampagnen. Kampagnen, die das Produkt produzieren, seien im Folgenden als Outputkampagnen bezeichnet. Analog sind unter Inputkampagnen die Kampagnen zu verstehen, die das Produkt verbrauchen.

Es ist denkbar, dass mehr als zwei Kampagnen über dasselbe nicht lagerfähige Produkt miteinander verkoppelt sind. In Abbildung 5.7a ist dies am Beispiel einer Input- und zweier Outputkampagnen dargestellt. Dies ist jedoch bei positiven Rüst- und Reinigungszeiten nur möglich, wenn mehrere untereinander anlagenunabhängige Prozesse auf der Output- und/oder Inputseite existieren. Ohne große Einschränkungen sei daher vereinfachend angenommen, dass einer Outputkampagne genau eine Inputkampagne zugeordnet ist (vgl. Abbildung 5.7b).

Der eingangs erwähnte Entsorgungsfall kann durch einen zusätzlichen Prozess, der keine Anlageneinheiten belegt und keine Rüst- oder Reinigungsvor-

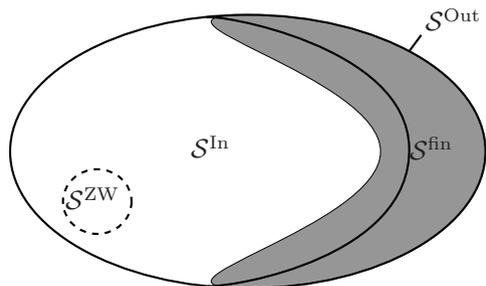
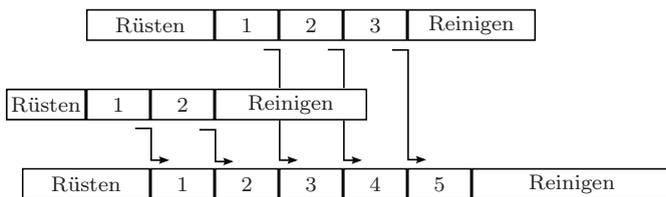
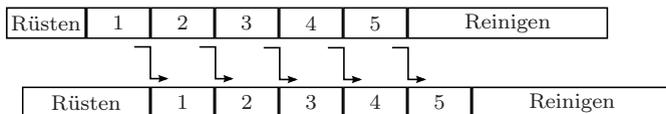


Abbildung 5.6: Mengendarstellung der Produkttypen II



(a) mehrfach



(b) paarweise

Abbildung 5.7: Zwangskopplung von Kampagnen

gänge besitzt, modelliert werden. Durch die eben eingeführte Einschränkung der eindeutig paarweisen Zwangskopplung ist es nun auch möglich, eine modifizierte Kopie des ursprünglichen Prozesses zu definieren, der keinen Output des betroffenen nicht lagerfähigen Produktes ausbringt.

Tatsächlich sind als nicht lagerfähig bezeichnete Produkte oftmals dennoch über einen, wenn auch sehr kurzen, Zeitraum stabil. Unter Umständen muss dies erzwungenermaßen durch eine kurzfristige „Lagerung“ ausgenutzt werden. So wird beispielsweise der Output zweier Batches kurzfristig zwischengelagert, um dann zusammen mit dem Output des dritten Batches den Input für ein einziges Batch der verbrauchenden, zwangsgekoppelten Kampagne zu bilden. Um dies im Modell einfacher abzubilden, werden die drei Inputbatches zu einem zusammengefasst, so dass Output- und Inputmenge pro Batch übereinstimmen (siehe Abbildung 5.8).

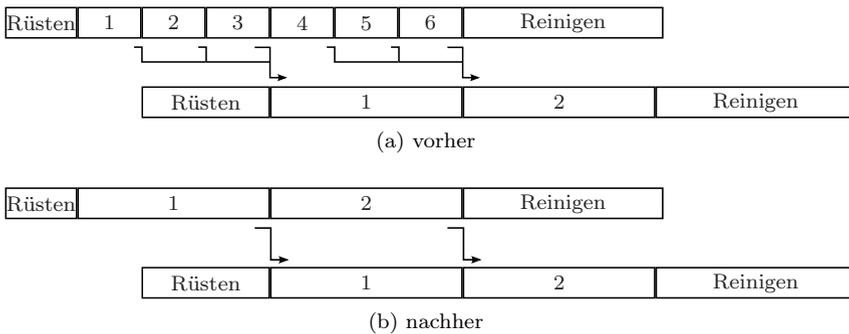


Abbildung 5.8: Batchzusammenfassung zur Darstellung zwangsgekoppelter Kampagnen

Weitere Anpassungen der zwangsgekoppelten Prozesse sind notwendig, wenn zwar die Batchmengen übereinstimmen, aber die Batchzeiten leicht variieren. Im Fall relativ kleiner Kampagnen erfolgt dabei tatsächlich oftmals eine sehr kurzfristige Lagerung, bis die entsprechende Menge verbraucht wird (siehe Abbildung 5.9a). Ist die Wartezeit jedoch zu hoch wird die Abfolge der Batches kurzfristig unterbrochen, wie in Abbildung 5.9b schematisch aufgezeigt ist. In beiden Fällen werden die Batchzeiten zur modelltechnischen Abbildung auf den größeren Wert angeglichen (siehe Abbildung 5.9c). Da aber eigentlich das erste (letzte) Batch der Outputkampagne (Inputkampagne) nicht verlängert werden müsste, kann eine entsprechende Kürzung der Rüstzeit (Reinigungszeit) erfolgen.

Infolgedessen gelten für zwei Prozesse, von denen der erste  $i$  ein nicht lagerfähiges Produkt  $s \in \mathcal{S}_i^{\text{out}}$  produziert, das der zweite  $i' \in \mathcal{I}_s^{\text{in}}$  verbraucht, folgende Einschränkungen:

## 5 Problembeschreibung und Modellformulierung

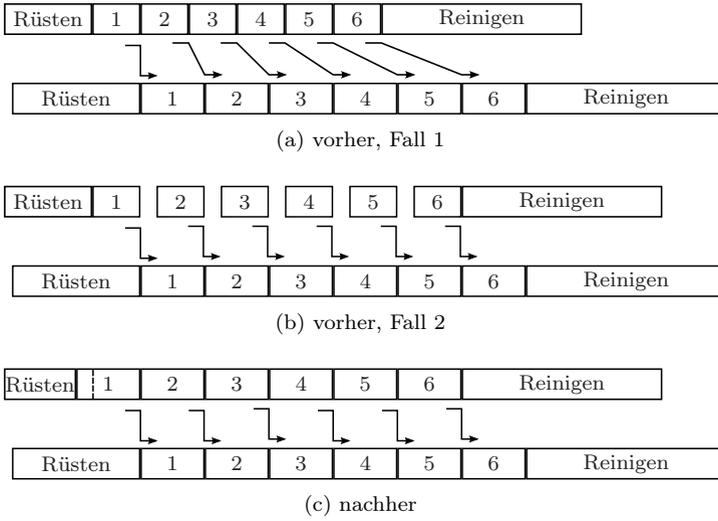


Abbildung 5.9: Batchverlängerung zur Darstellung zwangsgekoppelter Kampagnen

- $q_{is}^{\text{Out}} = q_{i's}^{\text{In}}$
- $t_i^{\text{P}} = t_{i'}^{\text{P}}$
- $\check{n}_i = \check{n}_{i'}$
- $\hat{n}_i = \hat{n}_{i'}$

Das Problem der modelltechnischen Abbildung nicht lagerfähiger Produkte kann umgangen werden, wenn produzierende und konsumierende Prozesse zu jeweils einem Prozess aggregiert werden. Dadurch wird das nicht lagerfähige Produkt internalisiert. Der Aggregationsfehler der Belegungszeit für die Produktionsanlageneinheit  $u$ , der sich aus der Fusion der ehemaligen Prozesse  $i \in \mathcal{I}_{\text{SZW}}^{\text{Out}}$  und  $i' \in \mathcal{I}_{\text{SZW} \cap \mathcal{S}_i^{\text{Out}}}^{\text{In}}$  ergibt, ist den Gleichungen (5.80) zu entnehmen. Abbildung 5.10 verdeutlicht das Auftreten des Aggregationsfehlers anhand eines Beispiels.

$$\begin{aligned}
 \text{Fehler}_{u,i'} = & \begin{cases} t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} - t_{i'}^{\text{SU}} & \text{wenn } t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} - t_{i'}^{\text{SU}} > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \\
 & + \begin{cases} 0 & \text{wenn } t_{i'}^{\text{P}} + t_{i'}^{\text{Cl}} - t_i^{\text{Cl}} \geq 0 \\ t_i^{\text{Cl}} - t_{i'}^{\text{P}} - t_{i'}^{\text{Cl}} & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.80a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Fehler_{U_i} = & \begin{cases} 0 & \text{wenn } t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} - t_i^{\text{SU}} \geq 0 \\ t_{i'}^{\text{SU}} - t_i^{\text{SU}} - t_i^{\text{P}} & \text{sonst} \end{cases} \\
 & + \begin{cases} t_{i'}^{\text{P}} + t_{i'}^{\text{Cl}} - t_i^{\text{Cl}} & \text{wenn } t_{i'}^{\text{P}} + t_{i'}^{\text{Cl}} - t_i^{\text{Cl}} > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.80b)
 \end{aligned}$$

$U_i$	Rüsten	1	2	3	4	5	6	Reinigen
-------	--------	---	---	---	---	---	---	----------

$U_{i'}$	Rüsten	1	2	3	4	5	6	Reinigen
----------	--------	---	---	---	---	---	---	----------

(a) vorher

$U_i$	Rüsten	1	2	3	4	5	6	Reinigen
$U_{i'}$	Rüsten	1	2	3	4	5	6	Reinigen

$Fehler_{U_i}$   $\longleftarrow$

$\longleftarrow$   $Fehler_{U_{i'}}$

(b) nachher

Abbildung 5.10: Aggregation zwangsgekoppelter Kampagnen bzw. der dazugehörigen Prozesse

Können nicht alle nicht lagerfähigen Produkte durch Aggregation internalisiert werden, sind Veränderungen und Erweiterungen am Grundmodell notwendig. Die neue Binärvariable  $A_{ici'c'}^{\text{ZW}}$  nimmt den Wert eins an, wenn die aktiven Kampagnen  $ic$  und  $i'c'$  zwangsgekoppelt sind. Das nicht lagerfähige Produkt, welches die Zwangskopplung verursacht, wird hierbei von  $ic$  produziert und von  $i'c'$  verbraucht. Durch die Nebenbedingungen (5.81) und (5.82) wird eine eindeutige Paarbildung zwischen aktiven Kampagnen erzwungen.

$$\sum_{i' \in \mathcal{I}_{S_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{Out}} \cap \mathcal{S}^{\text{ZW}}} \text{ } c' \in \mathcal{C}_{i'}} A_{ici'c'}^{\text{ZW}} = X_{ic} \quad \forall i \in \mathcal{I}_{S^{\text{Out}}}, c \in \mathcal{C}_i \quad (5.81)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_{S_i^{\text{Out}} \cap \mathcal{S}^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{ZW}}} \text{ } c \in \mathcal{C}_i} A_{ici'c'}^{\text{ZW}} = X_{i'c'} \quad \forall i' \in \mathcal{I}_{S^{\text{In}}}, c' \in \mathcal{C}_{i'} \quad (5.82)$$

Zwangsgekoppelte Kampagnen sind in ihren Startzeitpunkten voneinander abhängig, da der Output des ersten Vorgängerbatches zeitlich mit dem Input des ersten Nachfolgerbatches übereinstimmen muss. Die Nebenbedingungen (5.83) und (5.84) sorgen für die Einhaltung dieser Restriktion. Außerdem

muss die Batchanzahl beider Kampagnen identisch sein. Dies wird durch die Berücksichtigung der Ungleichungen (5.85) und (5.86) erzwungen. Sind die Startzeitpunkte und die Anzahl der Batches in beiden Kampagnen korrekt aufeinander abgestimmt, ist die Zulässigkeit des Materialflusses automatisch gesichert. Alle zuvor eingeführten Materialfluss-Nebenbedingungen können daher für nicht lagerfähige Produkte  $s \in \mathcal{S}^{ZW}$  entfallen.

$$T_{ic}^{\rightarrow} + (t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}}) X_{ic} \leq T_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'}^{\text{SU}} X_{i'c'} + t^{\text{PH}} (X_{i'c'} - A_{ici'c'}^{\text{ZW}}) \quad (5.83)$$

$$T_{ic}^{\rightarrow} + (t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}}) X_{ic} \geq T_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'}^{\text{SU}} X_{i'c'} - t^{\text{PH}} (X_{ic} - A_{ici'c'}^{\text{ZW}}) \quad (5.84)$$

$$\check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic} \leq \check{n}_{i'} X_{i'c'} + \check{N}_{i'c'} + \hat{n}_i (X_{ic} - A_{ici'c'}^{\text{ZW}}) \quad (5.85)$$

$$\check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic} \geq \check{n}_{i'} X_{i'c'} + \check{N}_{i'c'} - \hat{n}_{i'} (X_{i'c'} - A_{ici'c'}^{\text{ZW}}) \quad (5.86)$$

$$A_{ici'c'}^{\text{ZW}} \in \{0, 1\} \quad (5.87)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_{\mathcal{S}^{ZW}}^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_{\mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{ZW}}^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'} \quad (5.83)-(5.87)$$

### 5.3.4 Rohstoffe

Rohstoffe  $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$  sind Produkte, die nicht selbst produziert werden können und daher von außerhalb des Unternehmens bezogen werden müssen. Abbildung 5.11 zeigt die Menge der Rohstoffe im Kontext der anderen Produkttypen. Eine Rohstofflieferung erfolgt zum Ende einer Periode in Höhe

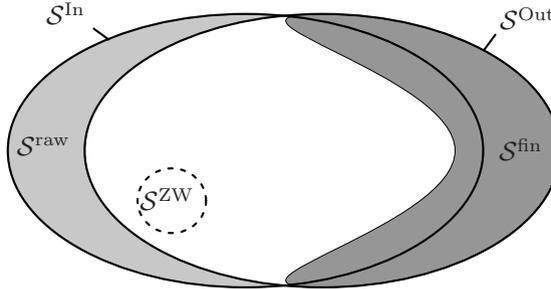


Abbildung 5.11: Mengendarstellung der Produkttypen III

der Menge  $R_{sk}$ . Falls eine Lieferung stattfindet, muss diese zwischen einer Mindest- und Höchstbestellmenge,  $\check{r}_{sk}$  und  $\hat{r}_{sk}$ , liegen. Die Bestellung erfolgt ebenfalls am Ende einer Periode. Die Lieferzeit beträgt  $k_s^{\text{Order}}$  Perioden. Zu Beginn des Planungszeitraumes, d. h. bis einschließlich Periode  $k_s^{\text{Order}}$ , stehen die Liefermengen in Höhe von jeweils  $r_{sk}$  fest. Abbildung 5.12 verdeutlicht diese Zusammenhänge anhand eines Beispiels für  $k_s^{\text{Order}} = 3$ . Die Lieferung

eines Rohstoffes kostet  $p_s^{\text{raw}}$  Geldeinheiten pro Mengeneinheit. Es sei angenommen, dass die Kosten zum Zeitpunkt der Lieferung zu begleichen sind. Ein fixer Lieferkostenanteil existiert nicht oder ist als vernachlässigbar klein anzunehmen.

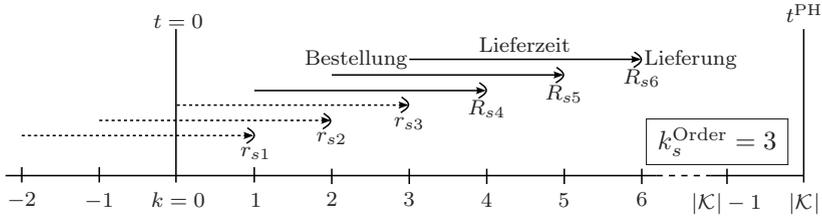


Abbildung 5.12: Rohstoffbestellung und -lieferung (für  $k_s^{\text{Order}} = 3$ )

Damit ergeben sich die Lieferkosten  $C_{S^{\text{raw}}}^{\text{Order}}$  gemäß Gleichung (5.88). Der Bestandswertverlust  $C_{S^{\text{raw}}}^{\Delta \text{Inv}}$  besteht aus der Differenz der verbrauchten sowie gelieferten Menge. Vereinfachend lassen sich die Lieferkosten und der Bestandswertverlust zu den Kosten des tatsächlich verbrauchten Rohstoffes  $C_{S^{\text{raw}}}^{\text{In}}$  zusammenfassen. Letztere ergeben sich dann aus Gleichung (5.90). Hinzu kommt der durch die Ausgaben für Rohstoffe verursachte Anteil der Kapitalkosten. Er ist in Gleichung (5.91) angegeben.

$$C_{S^{\text{raw}}}^{\text{Order}} = \sum_{s \in S^{\text{raw}}} p_s^{\text{raw}} \sum_{k \in K} R_{sk} \quad (5.88)$$

$$C_{S^{\text{raw}}}^{\Delta \text{Inv}} = \sum_{s \in S^{\text{raw}}} p_s^{\text{raw}} \left( \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (\tilde{n}_i X_{ic} + \tilde{N}_{ic}^*) - \sum_{k \in K} R_{sk} \right) \quad (5.5) \rightarrow (5.89)$$

$$\begin{aligned} C_{S^{\text{raw}}}^{\text{In}} &= C_{S^{\text{raw}}}^{\text{Order}} + C_{S^{\text{raw}}}^{\Delta \text{Inv}} \\ &= \sum_{s \in S^{\text{raw}}} p_s^{\text{raw}} \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (\tilde{n}_i X_{ic} + \tilde{N}_{ic}^*) \quad (5.88), (5.89) \rightarrow (5.90) \end{aligned}$$

$$C_{S^{\text{raw}}}^{\text{FC}} = \frac{i^a}{k^a} \sum_{s \in S^{\text{raw}}} p_s^{\text{raw}} \sum_{k \in K} (|\mathcal{K}| - k) R_{sk} \quad (5.91)$$

Die Begrenzung der Bestellmengen für Rohstoffe ergibt sich gemäß der Nebenbedingungen (5.92). Für Perioden, für welche die Bestellmenge noch nicht feststeht, wird  $R_{sk}$  in (5.92a) als semikontinuierliche Variable definiert,<sup>122</sup>

<sup>122</sup>Die herkömmliche Modellierung einer semikontinuierlichen Variable erfolgt über die

andernfalls wird die Variable in (5.92b) entsprechend der bekannten Bestellmenge  $r_{sk}$  fixiert.

$$R_{sk} \in \{0, \check{r}_{sk} \dots \hat{r}_{sk}\} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}, k_s^{\text{Order}} < k \leq |\mathcal{K}| \quad (5.92a)$$

$$R_{sk} = r_{sk} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}, 1 \leq k \leq k_s^{\text{Order}} \quad (5.92b)$$

Auch für Kampagnen, die Rohstoffe verbrauchen, gilt, dass die entsprechende Menge zu Beginn jedes Batches zur Verfügung stehen muss. Allerdings sind für Rohstoffe die Zeitpunkte der möglichen Materialzugänge - nämlich zum Ende einer Periode - bekannt. Ist jeweils exakt vor dem Eintreffen einer neuen Lieferung die bis dahin verbrauchte Menge kleiner als die bis dahin angelieferte Menge, so ist die Zulässigkeit des Materialflusses gesichert. Dies wird durch die Nebenbedingungen (5.93) ausgedrückt. Die ganzzahlige Variable  $N_{ick}^{S < k}$  bezeichnet hierbei die Anzahl der vor dem Zeitpunkt  $kt^k$  gestarteten Batches der Kampagne  $ic$ .

$$h_s^0 + \sum_{k'=1}^{k-1} R_{sk'} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ick}^{S < k} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}, k \in \mathcal{K} \quad (5.93)$$

Die alternative Formulierung über die Startzeitpunkte der verbrauchenden Batches ist aufgrund der dann einzuführenden Binärvariablen  $F_{ki'c'n'}^{k \leq \text{Sn}}$  sowie der zu behebenden Nicht-Linearität  $R_{sk} F_{ki'c'n'}^{k \leq \text{Sn}}$  nicht zu bevorzugen:

$$h_s^0 + \sum_{k \in \mathcal{K}} R_{sk} F_{ki'c'n'}^{k \leq \text{Sn}} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ic'i'c'n'}^{S \leq \text{Sn}} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}, i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, 1 \leq n' \leq \hat{n}_{i'}$$

Nach bekanntem Schema bauen sich die Nebenbedingungen (5.94) und (5.95) für die korrekte Evaluierung von  $N_{ick}^{S < k}$  auf. Diese enthalten die neue Binärvariable  $F_{ick}^{\text{SL} < k}$ , die den Wert eins annimmt, wenn das letzte Batch der Kampagne  $ic$  vor  $kt^k$  beginnt (siehe auch Tabelle 5.7). Außerdem müssen natürlich die Definitionsbereiche der Variablen in (5.96) und (5.97) berücksichtigt

---

zusätzliche Einführung einer binären Hilfsvariable  $BV_{sk}$  und der Berücksichtigung dieser in Nebenbedingungen für die obere und untere Schranke:

$$\check{r}_{sk} BV_{sk} \leq R_{sk} \quad \text{und} \quad R_{sk} \leq \hat{r}_{sk} BV_{sk}$$

Die Definition als semikontinuierliche Variable führt bei Verwendung der entsprechenden Standardsoftware gegenüber der herkömmlichen Modellierung jedoch zu Rechenzeitverbesserungen. Diese ergeben sich aus einer frühzeitigen Erkennung des Umstandes, dass die die semikontinuierliche Variable  $R_{sk}$  bereits einen zulässigen Wert annimmt, ohne dass die in der herkömmlichen Modellierung verwendete binäre Hilfsvariable  $BV_{sk}$  noch auf einen ganzzahligen Wert gezwungen werden muss. (Vgl. *Heipcke* (2002), S. 39).

werden.

$$\check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic} - \hat{n}_i (1 - F_{ick}^{SL<k}) \leq N_{ick}^{S<k} \quad (5.94)$$

$$kt^k (1 - F_{ick}^{SL<k}) \leq T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{SU} X_{ic} + t_i^P N_{ick}^{S<k} \quad (5.95)$$

$$N_{ick}^{S<k} \in \mathbb{N} \quad (5.96)$$

$$F_{ick}^{SL<k} \in \{0, 1\} \quad (5.97)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_{S_{\text{raw}}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \quad (5.94)-(5.97)$$

	$kt^k \leq SL(ic)$	$SL(ic) < kt^k$
$F_{ick}^{SL<k}$	0	1
(5.94)	$\check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic} \leq N_{ick}^{S<k} + \hat{n}_i$	$\check{n}_i X_{ic} + \check{N}_{ic} \leq N_{ick}^{S<k}$
(5.95)	$kt^k \leq T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{SU} X_{ic} + t_i^P N_{ick}^{S<k}$	$0 \leq T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{SU} X_{ic} + t_i^P N_{ick}^{S<k}$

Tabelle 5.7: Nebenbedingungen für  $N_{ick}^{S<k}$  und  $F_{ick}^{SL<k}$

### 5.3.5 Verspätete Bedienung der Nachfrage

Bisher wurde davon ausgegangen, dass die Nachfrage nach einem Endprodukt immer rechtzeitig befriedigt werden muss. Im Folgenden sei jedoch auch eine verspätete Bedienung der Nachfrage erlaubt. Diese ist jedoch nur bis zu einem bestimmten Grad tolerierbar. Ein Produktionsplan bleibt daher unzulässig, wenn die Verspätung einer Nachfrageerfüllung mehr als  $k_s^{\text{Bl}}$  Perioden beträgt beziehungsweise die Fehlmenge den daraus resultierenden maximal erlaubten Rückstand  $\hat{bl}_{sk}$  am Ende von Periode  $k$  übersteigt. Wurde die Nachfrage nach einem Endprodukt zum Ende der Periode  $k$  nicht komplett erfüllt, darf es erst wieder von anderen Prozessen verbraucht werden, wenn genügend Material produziert wurde, um den Nachfragerückstand vollständig auszugleichen.<sup>123</sup> Die Materialnutzung zur Bedienung der Nachfrage genießt somit eine höhere Priorität als andere Verwendungen.

Spätlieferungen sind generell unerwünscht. Oftmals existieren qualitative Ziele, die die Liefereinhaltung bewerten. Um diese nicht monetäre Zielsetzung im Kontext von Kosten berücksichtigen zu können, ist eine Überführung in eine monetäre Repräsentation notwendig. Hierzu dient der Strafkostensatz  $c_s^{\text{BlPen}}$ ,

<sup>123</sup>Diese Einschränkung ist allerdings nur für Endprodukte relevant, die gleichzeitig als Inputprodukt eines anderen Prozesses genutzt werden können, d. h.  $\forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \mathcal{S}^{\text{In}}$ .

der für eine Spätlieferung des Produktes  $s$  pro Mengeneinheit und Periode erhoben wird. Darüber hinaus kann eine Spätlieferung mit tatsächlichen Kosten verbunden sein, wenn beispielsweise Vertragsstrafen zu zahlen sind. Es sei vereinfachend angenommen, dass sich diese ebenfalls in Relation zur Höhe der Spätlieferung bewegen und periodenweise erhoben werden. Sie werden durch den Kostensatz  $c_s^{\text{Bl}}$  repräsentiert, der ebenfalls pro Mengeneinheit und Periode zu verrechnen ist. Die periodenweise Erhebung bedeutet, dass beide Kostensätze,  $c_s^{\text{BlPen}}$  und  $c_s^{\text{Bl}}$ , immer für eine ganze Periode erhoben werden, auch wenn die tatsächliche Nachlieferung früher erfolgt.

Die neue kontinuierliche Variable  $Bl_{sk}$  gibt die Fehlmenge des Endproduktes  $s$  zu Ende der Periode  $k$  an. Hierbei wird bereits die Nachfrage zum Zeitpunkt  $kt^k$  berücksichtigt. Die Nebenbedingungen (5.98) begrenzen  $Bl_{sk}$  nach oben. Für Endprodukte, die gleichzeitig Inputprodukt mindestens eines Prozesses sind, darf die Spätlieferung von Periode zu Periode höchstens um die Menge steigen, die in dieser nachgefragt wird (siehe Nebenbedingungen (5.99)). Dies verhindert, dass Produktmengen zu Lasten bereits bedienter Nachfrage als Input verwendet werden. Die Fehlmenge kann generell keine negativen Werte annehmen (siehe Nebenbedingungen (5.100)).

$$Bl_{sk} \leq \widehat{bl}_{sk} \quad \text{mit} \quad \widehat{bl}_{sk} = \sum_{k'=\max\{1, k-k^{\text{Bl}}+1\}}^k d_{sk'} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, \quad k \in \mathcal{K} \quad (5.98)$$

$$Bl_{sk} \leq d_{sk} + Bl_{sk-1} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \mathcal{S}^{\text{In}}, \quad k \in \mathcal{K} \quad (5.99)$$

$$Bl_{sk} \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, \quad k \in \mathcal{K} \quad (5.100)$$

Wie bereits zuvor verdeutlicht, darf ein Endprodukt nur von einem Prozess als Input verbraucht werden, wenn die gesamte vorangegangene Nachfrage befriedigt wurde. Hierzu muss zum Startzeitpunkt des verbrauchenden Batches die Summe aus Anfangsbestand und bis dahin produzierter Menge die Summe aus bis dahin verbrauchter und nachgefragter Menge übersteigen. Die im Grundmodell eingeführten Nebenbedingungen (5.68b) drücken dies für alle realisierten Batches  $n \leq N_{ic}$  einer aktiven Kampagne aus. Allerdings gelten sie auch für die fiktiven, nicht realisierten Batches  $n > N_{ic}$ , an deren Startzeitpunkten unzulässigerweise die gleiche Einschränkung erhoben wird. Die Nebenbedingungen (5.68b) müssen folglich dahingehend geändert werden, dass sie für diese Fälle relaxiert sind. Für Batches  $n \leq \check{n}_i$  ergibt sich die Notwendigkeit einer Relaxation direkt aus der fehlenden Aktivität der dazugehörigen Kampagne. Für die übrigen Batches  $n > \check{n}_i$  muss eine Relaxation genau dann erfolgen, wenn gilt  $(1 - \sum_{n'=n > \check{n}_i}^{\widehat{n}_i} X_{icn'}) = 1$ . Die binäre

Codierung der Batchanzahl kann hier nicht genutzt werden und ist somit für alle Kampagnen  $ic$ , die ein Endprodukt verbrauchen, nicht zweckmäßig, d. h.  $\mathcal{I}_{\mathcal{S}^{\text{fin}}}^{\text{In}} \subset \mathcal{I}^{\text{SOS1}}$ .<sup>124</sup> Zur Relaxation genügt die Addition der maximalen Fehlmenge, die während des Planungszeitraumes auftreten kann, zur linken Seite der Ungleichung. Die Nebenbedingungen (5.68b) ändern sich somit zu (5.101). Außerdem müssen natürlich die Nebenbedingungen (5.69), welche die Einhaltung des Materialflusses an Periodengrenzen sichern, zu (5.102) angepasst werden, um die Fehlmenge  $B l_{sk}$  zu berücksichtigen.

$$\begin{aligned}
 & h_s^{\text{Q0}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}} + \\
 & \max_{k \in \mathcal{K}} \widehat{b} l_{sk} \begin{cases} (1 - X_{ic}) & \text{wenn } n \leq \check{n}_i \\ (1 - \sum_{n'=n}^{\check{n}_i} X_{icn'}) & \text{wenn } n > \check{n}_i \end{cases} \geq \\
 & \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ic\bar{i}'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} + \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} F_{ki'c'n'}^{\text{k} < \text{Sn}} \\
 & \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, 1 \leq n' \leq \widehat{n}_{i'} \quad (5.68b) \rightarrow (5.101)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_s^{\text{Q0}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{sick}^{\text{FQ} \leq k} + B l_{sk} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ick}^{\text{S} \leq k} + \sum_{k'=1}^k d_{sk'} \\
 \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, k \in \mathcal{K} \mid \widehat{b} l_{sk} > 0 \quad (5.69) \rightarrow (5.102)
 \end{aligned}$$

Die durch verspätete Erfüllung der Nachfrage verursachten Kosten  $C^{\text{Bl}}$  ergeben sich gemäß Gleichungen (5.103) und (5.104). Bei den Kapitalkosten  $C_{\mathcal{S}^{\text{fin}}}^{\text{FC}}$  muss wiederum nur der Kostensatz für die tatsächlich zu leistenden monetären Strafkosten berücksichtigt werden.

$$C^{\text{Bl}} = \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}} (c_s^{\text{Bl}} + c_s^{\text{BlPen}}) \sum_{k \in \mathcal{K}} B l_{sk} \quad (5.103)$$

$$C_{\mathcal{S}^{\text{fin}}}^{\text{FC}} = \frac{i^{\text{a}}}{k^{\text{a}}} \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}} c_s^{\text{Bl}} \sum_{k \in \mathcal{K}} (|\mathcal{K}| - k) B l_{sk} \quad (5.104)$$

<sup>124</sup>Die Menge der Prozesse, die Endprodukte verbrauchen, ist in der Regel gering, so dass die Festlegung auf die SOS1-Darstellung für diese Fälle die Größe des Gesamtmodells nicht erheblich beeinflusst.

### 5.3.6 Sicherheitsbestand

Für einige Rohstoffe, Zwischen- und Endprodukte soll ein Sicherheitsbestand vorgehalten werden. Die Menge der Sicherheitsbestandsprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}$  ist in Abbildung 5.13 zusammen mit den anderen Produkttypen schematisch dargestellt. Der Sicherheitsbestand wird am Ende jeder  $k^{\text{SSChk}}$ -ten Periode überprüft.

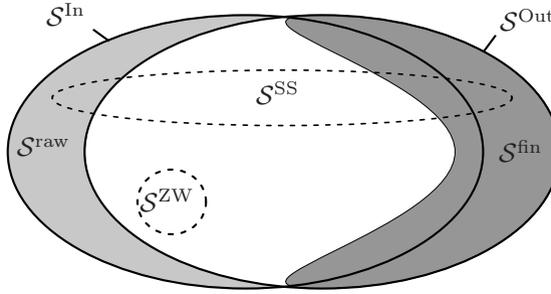


Abbildung 5.13: Mengendarstellung der Produkttypen IV

Die Menge dieser Perioden sei mit  $\mathcal{K}^{\text{SS}}$  bezeichnet. Die letzte Überprüfung des Sicherheitsbestandes fällt mit dem Ende des Planungszeitraumes zusammen. Die Höhe des von Produkt  $s$  am Ende von Periode  $k$  einzuhaltenden Sicherheitsbestandes beträgt  $ss_{sk}$ . Hierbei darf nur Lagerbestand berücksichtigt werden, der bereits die Qualitätskontrolle durchlaufen hat. Eine Unterschreitung des Sicherheitsbestandes ist unerwünscht. Das Fehlen einer Mengeneinheit wirkt dabei umso schwerwiegender, je niedriger der erreichte Erfüllungsgrad ist. Der Sicherheitsbestand wird daher in  $|\mathcal{F}|$  Fragmente unterteilt, innerhalb derer das Fehlen einer Mengeneinheit gleich schwer wiegt. Die obere Grenze des Fragmentes  $f$  beträgt  $ss_{sfk} = f_{sf}^{\text{SS}} ss_{sk}$  mit  $0 < f_{s1}^{\text{SS}} < f_{s2}^{\text{SS}} < \dots < f_{s|\mathcal{F}|}^{\text{SS}} = 1$ . Die absolute Unterschreitung  $SSs_{sfk}$  im Fragment  $f$  verursacht  $c_{sf}^{\text{SS}}$  Kosten pro Mengeneinheit und Periode. Um nicht monetäre Zielsetzungen auszudrücken, wird zusätzlich der Strafkostensatz  $c_{sf}^{\text{SSPen}}$  pro Mengeneinheit und Periode erhoben. Eine Unterschreitung am Ende von  $k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}$  wird bei der Berechnung der Kosten für den Zeitraum bis zur nächsten Überprüfung des Sicherheitsbestandes, d. h. für  $k^{\text{SSChk}}$  Perioden, veranschlagt. Dies gilt auch für das Ende der letzten Periode  $|\mathcal{K}^{\text{SS}}|$  im Planungszeitraum. Eine Unterschreitung zu einem Zeitpunkt zwischen zwei Überprüfungszeitpunkten bleibt jedoch ohne Folgen. Für die Strafkostensätze  $c_{sf}^{\text{SS}}$  und  $c_{sf}^{\text{SSPen}}$  gilt:

$$\begin{aligned} c_{s1}^{\text{SS}} &\geq c_{s2}^{\text{SS}} \geq \dots \geq c_{s|\mathcal{F}|}^{\text{SS}} > 0 && \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \\ c_{s1}^{\text{SSPen}} &\geq c_{s2}^{\text{SSPen}} \geq \dots \geq c_{s|\mathcal{F}|}^{\text{SSPen}} > 0 && \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \end{aligned}$$

Für Sicherheitsbestandsprodukte, die gleichzeitig Endprodukt sind, verursacht eine Spätlieferung außerdem immer höhere Kosten als eine Unterschreitung im teuersten Fragment des Sicherheitsbestandes, so dass gilt:

$$\begin{aligned} c_s^{\text{Bl}} + c_s^{\text{BlPen}} &\geq k^{\text{SSChk}} (c_{s1}^{\text{SS}} + c_{s1}^{\text{SSPen}}) && \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}} \\ c_s^{\text{Bl}} &\geq k^{\text{SSChk}} c_{s1}^{\text{SS}} && \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}} \end{aligned}$$

Abbildung 5.14 zeigt die Unterteilung des Sicherheitsbestandes anhand eines Beispiels mit vier Fragmenten.

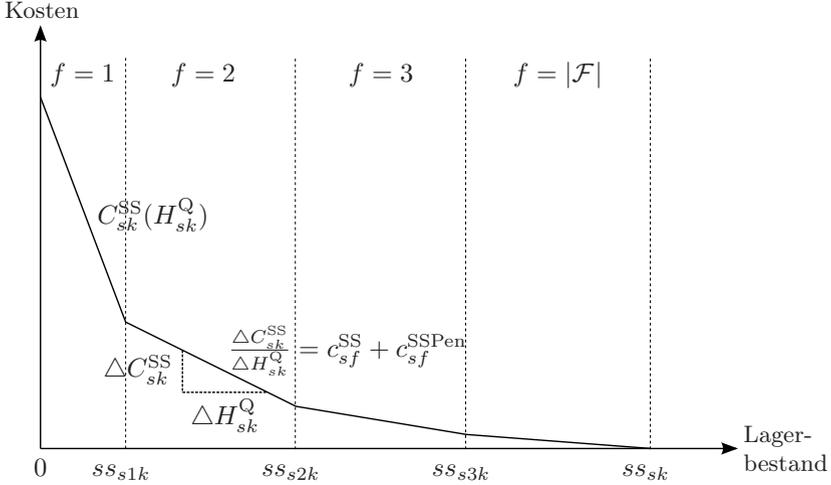


Abbildung 5.14: Fragmentierung des Sicherheitsbestandes

Die kontinuierliche Variable  $SS_{sfk}$  bezeichnet die Höhe der Unterschreitung im Fragment  $f$  des Sicherheitsbestandes am Ende von Periode  $k$  für Produkt  $s$ . Die Nebenbedingungen (5.105) sichern die korrekte Distribution der Sicherheitsbestandsunterschreitungen auf die einzelnen Fragmente, indem sie diese auf die jeweils maximale Höhe nach oben begrenzt. Die Unterschreitung darf nie negative Werte annehmen (siehe Nebenbedingungen (5.106)).

$$SS_{sfk} \leq (f_{sf}^{\text{SS}} - f_{sf-1}^{\text{SS}}) ss_{sfk} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}, f \in \mathcal{F}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \quad (5.105)$$

$$SS_{sfk} \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}, f \in \mathcal{F}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \quad (5.106)$$

Die bereits eingeführten Materialfluss-Nebenbedingungen werden um die Ungleichungen (5.107) erweitert. Diese gelten an den Zeitpunkten, an denen der Sicherheitsbestand auf Einhaltung überprüft wird. Sie unterscheiden sich von

den bisher vorgestellten Nebenbedingungen zur Einhaltung des Materialflusses durch die Addition des einzuhaltenden Sicherheitsbestandes auf der Materialverbrauchsseite und der Addition der Variablen, welche die Unterschreitung der einzelnen Fragmente ausdrücken, auf der Zugangsseite. Je nach betroffener Produktgruppe ergeben sich unterschiedliche Nebenbedingungen. Für Endprodukte kann die vorhandene Nebenbedingung (5.102) mit der hier aufzustellenden zu (5.107b) fusioniert werden. Für Perioden, an deren Ende eine Nachfrage existiert, aber keine Einhaltung des Sicherheitsbestandes überprüft werden muss, sowie für Endprodukte ohne einzuhaltenden Sicherheitsbestand bleibt (5.102), allerdings in der ursprünglichen Form gemäß (5.107e) und (5.107d), erhalten.

$$\begin{aligned}
 & h_s^{Q0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{sick}^{\text{FQ} \leq k} + \sum_{f \in \mathcal{F}} SSS_{sfk} \geq \\
 & sss_k + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ick}^{S \leq k} \\
 & \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \setminus \{ \mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}} \}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \quad (5.107a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & h_s^{Q0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{sick}^{\text{FQ} \leq k} + \sum_{f \in \mathcal{F}} SSS_{sfk} + Bl_{sk} \geq \\
 & sss_k + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ick}^{S \leq k} + \sum_{k'=1}^k d_{sk'} \\
 & \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \quad (5.102) \rightarrow (5.107b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & h_s^{Q0} + \sum_{k'=1}^k R_{sk'} + \sum_{f \in \mathcal{F}} SSS_{sfk} \geq \\
 & sss_k + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ick}^{S \leq k} \\
 & \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \cap \mathcal{S}^{\text{raw}}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \quad (5.107c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & h_s^{Q0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{sick}^{\text{FQ} \leq k} + Bl_{sk} \geq \\
 & \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} N_{ick}^{S \leq k} + \sum_{k'=1}^k d_{sk'} \\
 & \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \setminus \mathcal{S}^{\text{SS}}, k \in \mathcal{K} \quad (5.102) \rightarrow (5.107d)
 \end{aligned}$$

$$\text{und } \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}}, k \in \mathcal{K} \setminus \mathcal{K}^{\text{SS}} \quad (5.107e)$$

Für die Variablen  $N_{sick}^{FQ \leq k}$  (und  $F_{sick}^{EFQ \leq k}$ ) sowie  $N_{ick}^{S \leq k}$  (und  $F_{ick}^{SL \leq k}$ ) können die bereits in früheren Abschnitten vorgestellten Nebenbedingungen angewendet werden. Die einzige Änderung besteht daher in der Erweiterung der Definitionsbereiche entsprechend den Nebenbedingungen (5.107).

Gleichung (5.108) zeigt die Summe der durch die Unterschreitung verursachten Strafkosten  $C^{SS}$ . Die durch diese Strafkosten ausgelöste Erhöhung der Kapitalkosten  $C_{SS}^{FC}$  ergibt sich gemäß Gleichung (5.109) ausgedrückt. Auch hier wird wiederum nur der Anteil der Strafkosten berücksichtigt, der tatsächliche Ausgaben verursacht.

$$C^{SS} = \sum_{s \in S^{SS}} \sum_{f \in \mathcal{F}} k^{SSChk} (c_{sf}^{SS} + c_{sf}^{SSPen}) \sum_{k \in \mathcal{K}^{SS}} SSS_{sfk} \quad (5.108)$$

$$C_{SS}^{FC} = \frac{i^a}{k^a} \sum_{s \in S^{SS}} \sum_{f \in \mathcal{F}} k^{SSChk} c_{sf}^{SS} \sum_{k \in \mathcal{K}^{SS}} (|\mathcal{K}| - k) SSS_{sfk} \quad (5.109)$$



# 6 Heuristisches Lösungsverfahren

## 6.1 Entwicklung und Übersicht des heuristischen Lösungsansatzes

Das im vorherigen Kapitel vorgestellte MILP-Modell ist heutzutage für die in dieser Arbeit betrachtete Problemstellung und -größe nicht mehr mit vertretbarem Rechenaufwand lösbar.<sup>125</sup> Daher müssen Dekomposition und/ oder heuristische Verfahren zur Lösung eingesetzt werden, die leistungsfähig genug sind, das Problem mit allen Randbedingungen zu erfassen.

Der oft verwendete Ansatz einer zeitlichen Dekomposition zur sequentiellen Lösung kleinerer gleichartiger Subprobleme<sup>126</sup> ist hier aufgrund der starken Interdependenzen nicht oder nur sehr schwer möglich. Schlecht antizipierbare Abhängigkeiten zwischen möglichen Zeitfenstern entstehen durch enorme Unterschiede in den Kampagnenzeiten, stark unterschiedliche Produktkettenlängen und der erheblich variierenden Zeitdauer zwischen zwei Kampagnen eines Prozesses<sup>127</sup>.

Aufgrund der Größe und Komplexität der Problemstellung kann jedoch kein exaktes Lösungsverfahren angewendet werden, welches den gesamten Lösungsraum abdeckt und in annehmbarer Zeit lösbar ist. Viele umfassende detailreiche Probleme, wie auch das vorliegende, sind durch relativ kleine zulässige Bereiche im Lösungsraum gekennzeichnet. Statt eine Heuristik einzusetzen, die relativ wahllos im gesamten Lösungsraum nach einer Lösung sucht (vgl. Abbildung 6.1a), ist es effizienter den Lösungsaufwand auf die Regionen des Lösungsraumes zu konzentrieren, die eine möglichst hohe Dichte an zulässigen Lösungen aufweisen (vgl. Abbildung 6.1b). Das im Folgenden vorgestellte Lösungsverfahren unterteilt sich daher in eine Eröffnungs- und eine Verbesserungsheuristik. Aufgabe der Eröffnungsheuristik ist die Konstruktion zulässiger Lösungen. In einfachen Multistart-Verfahren wird je Durchlauf der Verbesserungsheuristik genau ein Durchlauf der Eröffnungsheuristik gestartet

<sup>125</sup>Bereits sehr kleine Testinstanzen für das Grundmodell (ohne Berücksichtigung der in Abschnitt 5.3 beschriebenen Erweiterungen) konnten in mehrere Stunden Rechenzeit nicht bis zur Optimalität gelöst werden.

<sup>126</sup>Vgl. u. a. *Dillenberger et al.* (1993), *Blömer* (1999), *Stadtler* (2003), auf letzterem aufbauend *Suerie* (2005), *Burkard und Hatzl* (2006) sowie *Janak et al.* (2006a).

<sup>127</sup>Diese entsteht durch unterschiedliche Höhe der Nachfrage in Relation zur minimalen Kampagnenlänge eines Prozesses.

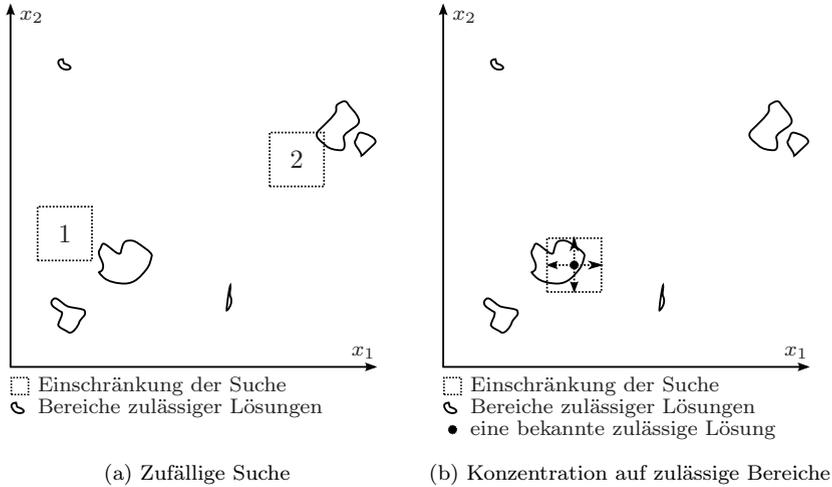


Abbildung 6.1: Abdeckung des Lösungsraumes durch Lösungsverfahren (Beispiel eines zweidimensionalen Entscheidungsraumes)

und damit jeweils nur eine Lösung gleichzeitig bearbeitet.<sup>128</sup> Die hier vorgestellte Eröffnungsheuristik generiert vor Ausführung der Verbesserungsheuristik eine Population zulässiger Lösungen. Dies erlaubt es, den Rechenaufwand, den die Verbesserungsheuristik verursacht, auf die besten Individuen der Startpopulation zu konzentrieren.

Für den Einplanungsalgorithmus der Eröffnungsheuristik wird die Idee des stochastischen Konstruktionsansatzes zur Reihenfolgeplanung von *Drexel* (1991) adaptiert. Dieser wird um eine selbstlernende Komponente erweitert. Ähnlich wie bei der ACO beeinflussen eigentlich unabhängige vorangegangene Planungsversuche hierbei Entscheidungen in darauffolgenden Ausführungen der Heuristik.<sup>129</sup> Die Einplanungsheuristik ist einer Steuerheuristik untergeordnet. Diese verwaltet die gesammelten Erfahrungen und legt die einzuplanenden

<sup>128</sup>Für einen Überblick verschiedener Multistart-Methoden siehe *Martí* (2003).

<sup>129</sup>Bei der ACO (vgl. *Colormi et al.*, 1991) geschieht dies durch die Pheromonspur, die gute Lösungen kennzeichnet. Um eine zu frühe Konvergenz zu vermeiden, unterliegt diese in der Regel einer Verdunstung, d. h. eine einmal gelegte Pheromonspur verliert je nach Variante der ACO mit wiederholter Durchführung ihren Einfluss (siehe hierzu auch Ausführungen auf S. 32). In der hier vorgeschlagenen Eröffnungsheuristik wird eine durch erfolglose Planversuche gelegte Spur berücksichtigt, um die Wahrscheinlichkeit, eine zulässige Lösung zu erhalten, zu erhöhen.

Produktionsmengen innerhalb der zulässigen Grenzen<sup>130</sup> je nach Schwierigkeitsgrad der Planung fest.

Ist eine zulässige Lösung gegeben, kann diese schrittweise durch ein lokales Suchverfahren verbessert werden. Dies geschieht in der Regel dadurch, dass zur Eingrenzung des Problems zunächst eine abgegrenzte Nachbarschaft definiert wird. Enthält die Nachbarschaft der Startlösung eine bessere Lösung wird der Prozess mit letzterer fortgesetzt. Die Problematik liegt hierbei immer darin, lokale Optima zu verlassen, da sich nur dadurch der global optimalen Lösung so weit wie möglich genähert werden kann.<sup>131</sup> Während das eingesetzte Multistart-Verfahren die Wahrscheinlichkeit erhöht, unter vielen Lösungen ein besonders gutes lokales Optimum zu erreichen, bleibt die grundsätzliche Problematik für jeden einzelnen Durchlauf aber zunächst bestehen. In vielen Verfahren werden schlechtere Lösungen akzeptiert, um das lokale Optimum zu verlassen. Hier erfolgt stattdessen die Definition verschiedener Nachbarschaften zu einer zulässigen Lösung, die zunächst mit hoher Wahrscheinlichkeit durch verschiedene lokale Optima gekennzeichnet sind. Ein Abbruch des Verbesserungsprozesses erfolgt erst dann, wenn die erreichte Lösung einem lokalen Optimum in allen definierten Nachbarschaften entspricht. Die Bildung verschiedener Nachbarschaften erfolgt durch nachfolgend erläuterten Dekompositionsansatz.

Wie bereits festgestellt, scheitern exakte Verfahren wie die mathematische Optimierung schnell an der Größe und Komplexität eines Problems, da sich diese negativ auf die notwendige Rechenzeit auswirken. Die Modellierung einzelner Entscheidungen, die zur Lösung einer Problemstellung notwendig sind, trägt hierbei meist in unterschiedlichem Ausmaß dazu bei. Der hier vorgeschlagene und umgesetzte Dekompositionsansatz zur Bildung der verschiedenen Nachbarschaften erfolgt daher auf Grundlage der Entscheidungsdimensionen der gegebenen Problemstellung. Die Zerlegung des Problems erfolgt so, dass für die Subprobleme, die aus den Nachbarschaften entstehen, dazu passende Lösungsverfahren zielgerichtet zum Einsatz kommen können. So ist es zum Beispiel denkbar, für kontinuierliche Entscheidungen mathematische Optimierung einzusetzen und für Reihenfolgeentscheidungen auf einen genetischen Algorithmus oder eine zugbasierte Verbesserungsheuristik wie Tabu Search zurückzugreifen. Während im Allgemeinen die Nutzung jeglicher Lösungsverfahren möglich ist, wird hier – wie in den folgenden Abschnitten ausgeführt – neben mehreren heuristischen Verfahren für ein Subproblem mathematische Optimierung eingesetzt. Die durch Dekomposition des Gesamtproblems gebildeten Subprobleme dürfen Schnittmengen in ihren Entscheidungsdimensionen aufweisen. Diese sollten jedoch nicht zu groß sein, um Redundanzen im

<sup>130</sup>Diese ergeben sich aus vollständiger Berücksichtigung des Sicherheitsbestandes und maximaler Spätlieferung. Das Konzept wird im folgenden Abschnitt detailliert erläutert.

<sup>131</sup>Siehe hierzu auch Erläuterungen in Abschnitt 3.2.2.

Lösungsprozess auszuschließen.

Die Verknüpfung der einzelnen durch die verschiedenen Nachbarschaften gebildeten Subprobleme zu einem schrittweisen Verbesserungsverfahren erfolgt in Anlehnung der von *Hansen et al.* (2001) vorgeschlagenen Variable Neighborhood Decomposition Search (VNDS).<sup>132</sup> Bei der VNDS wird die Nachbarschaft durch Aufnahme zusätzlicher variabler Entscheidungsdimensionen vergrößert, falls ein lokales Optimum erreicht ist. Dies führt bei erfolgloser Suche in einer Nachbarschaft zu einer beständigen Vergrößerung des zu lösenden Subproblems. Die hier vorgeschlagene Vorgehensweise definiert die neue Nachbarschaft unter Veränderung und nicht unter Ausweitung der variablen Entscheidungsdimensionen. Zusätzlich kann statt einer durchgängigen eine stufenweise Bearbeitung der aus der Eröffnungsheuristik übernommenen Lösungen stattfinden.<sup>133</sup> Dies erlaubt es bei Nachbarschaftswechseln ähnlich wie beim Übergang von Eröffnungs- zu Verbesserungsheuristik von der Weiterbearbeitung der bis dahin schlechtesten Lösungen abzusehen.

Abbildung 6.2 zeigt eine Gesamtübersicht des für die Heuristik verwendeten Dekompositionsschemas. Die folgenden beiden Abschnitte stellen die Eröffnungs- sowie die Verbesserungsheuristik im Detail dar.

## 6.2 Eröffnungsheuristik

### 6.2.1 Einführung

Die Einbettung der Verbesserungsheuristik in ein Multistart-Verfahren erfordert die Konstruktion mehrerer zulässiger Produktionspläne. Dies geschieht durch die Eröffnungsheuristik. Primäre Aufgabe der Eröffnungsheuristik ist es, Produktionspläne zu generieren, die keine Restriktionen verletzen. Erst sekundäre Zielsetzung ist es, dass die generierten zulässigen Lösungen bereits einen möglichst guten Zielfunktionswert aufweisen. Aus Gründen der Diversifikation sollten die konstruierten Pläne möglichst unterschiedlich sein. Von den erstellten Pläne müssen nicht alle an die Verbesserungsheuristik weitergereicht werden. Stattdessen kann die Bearbeitung nur mit den vielversprechendsten Lösungen, d. h. den bis dahin besten, fortgesetzt werden. Die Eröffnungsheuristik besteht aus einer Steuerheuristik, der eigentlichen Einplanungsheuristik und verschiedenen Heilungsmethoden (vgl. Abbildung 6.3).

Die Steuerheuristik stößt verschiedene Planerstellungsvorhaben durch die Einplanungsheuristik an. Sie gibt hierbei vor, in welcher Höhe Sicherheits-

---

<sup>132</sup>Siehe auch Abschnitt 3.2.2.2.

<sup>133</sup>Eine durchgängige Bearbeitung, d. h. die Bearbeitung einer Lösung über alle Nachbarschaftswchsel bis zur Erreichung eines Abbruchkriterium wird in den folgenden Ausführungen als *vertikal* bezeichnet. Im Gegensatz hierzu bezeichnet eine *horizontale* Vorgehensweise die stufenweise Abarbeitung eines Nachbarschaftstyps für alle Lösungen.

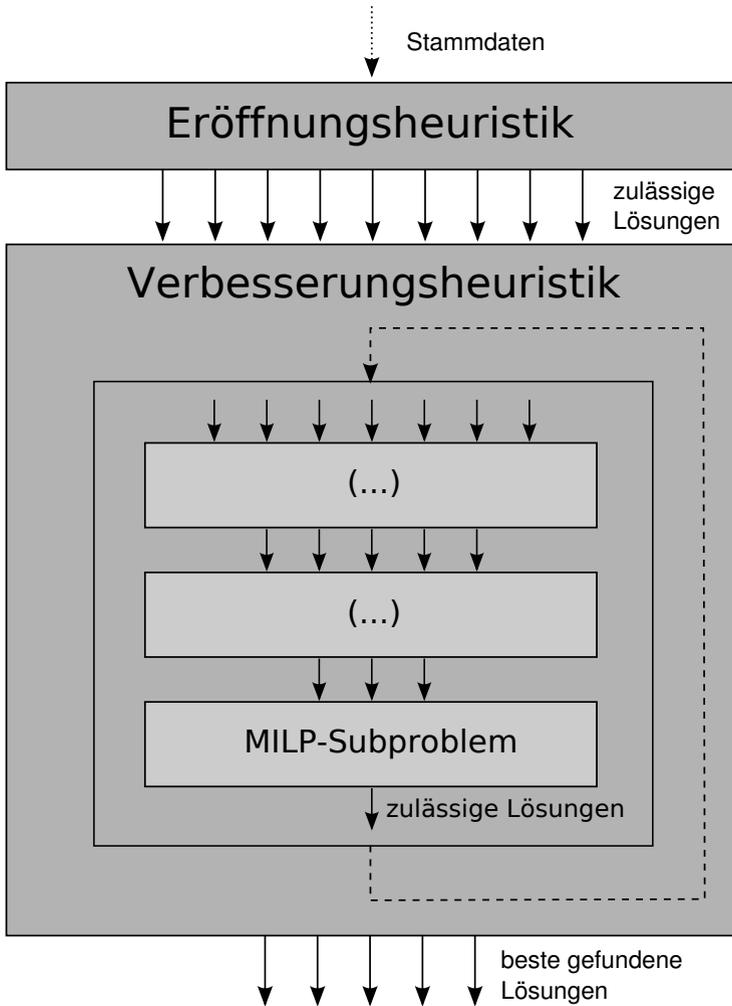


Abbildung 6.2: Dekompositionsschema der Heuristik

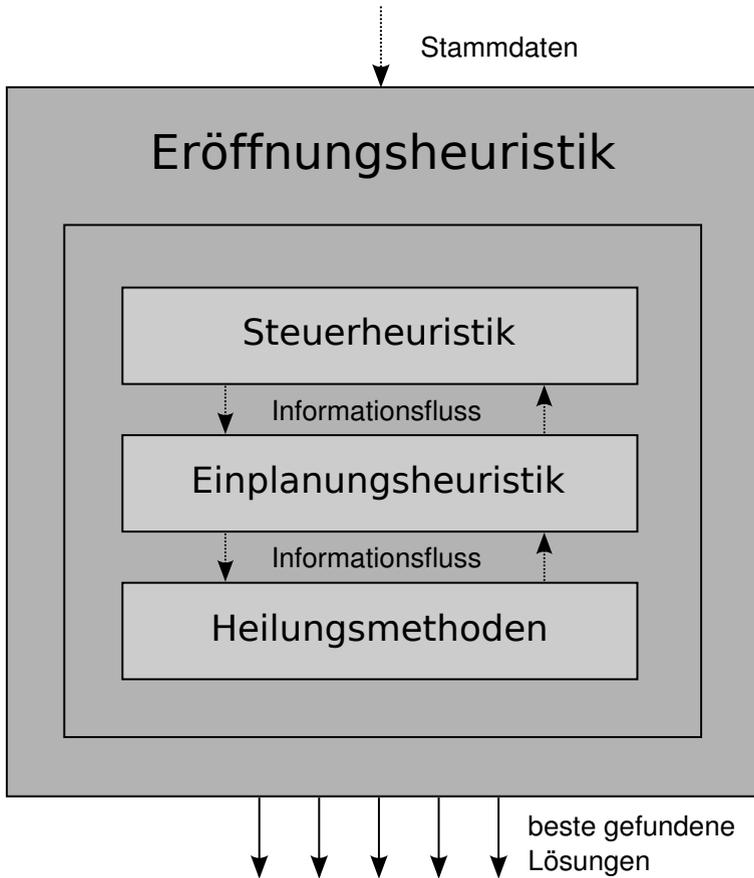


Abbildung 6.3: Aufbau der Eröffnungsheuristik

bestände befriedigt werden müssen und/ oder Spätlieferungen erlaubt sind. Generell wird versucht einen hohen Einhaltungsggrad der Sicherheitsbestände und eine rechtzeitige Erfüllung der Endproduktbedarfe zu erreichen. Dies beruht auf der Annahme, dass so bessere Zielfunktionswerte erreicht werden können. Da absichtliche, anderweitig unbegründete Fehlmengen durch hohe Strafkostensätze verhindert werden, kann die vorgenannte Annahme nur bei einer sehr hohen Kapazitätsauslastung verletzt werden, welche zu einer gesteigerten Vorproduktionszeit und erhöhtem Work-in-Process führt. In diesen Fällen ist es für die Eröffnungsheuristik jedoch ohnehin sehr schwierig, zulässige Lösungen zu konstruieren. Die Steuerheuristik besteht aus drei Bausteinen, die verschiedene Strategien zur Änderung der Vorgaben hinsichtlich Sicherheitsbestand und Spätlieferung beinhalten. Diese verwalten auch die Rückmeldung über erfolglose Planerstellungsversuche. Diese Information wird genutzt, um die Vorgaben hinsichtlich des Erfüllungsgrades der Sicherheitsbestände und der Pünktlichkeit der Nachfragebedienung zu senken oder zu erhöhen. Die aus vorangegangenen erfolglosen Planungsversuchen gewonnene Information wird auch an die untergeordnete Ebene der Einplanungsheuristik weitergegeben, um dort Einplanungsversuche vielversprechend zu beeinflussen. Je nach Baustein der Steuerheuristik unterscheidet sich die Nachwirkungsdauer vorangegangener erfolgloser Planerstellungsversuche.<sup>134</sup>

Jeder Aufruf der Einplanungsheuristik durch die Steuerheuristik führt zu einem neuen Planungsversuch, welcher mit einem Produktionsplan beginnt, der noch keine Kampagnen im Planungszeitraum enthält und in der Regel unzulässig ist.<sup>135</sup> Für jedes Endprodukt tritt spätestens an der Periodengrenze, an der der Anfangslagerbestand eines Endproduktes komplett verbraucht wurde und die maximale Spätlieferungsmenge überschritten wird, eine Unzulässigkeit im Plan auf. Kampagnen, die zur Beseitigung dieser Unzulässigkeiten eingeplant werden, verbrauchen wiederum andere Produkte, was wiederum zu Unzulässigkeiten führt.<sup>136</sup> Aufgabe der Planerstellung ist es, diese Unzulässigkeiten im Materialfluss zu beheben, indem Produktionskampagnen erstellt und auf den entsprechenden Anlagen eingelastet werden, ohne dass sie sich mit anderen Produktionskampagnen überlappen. Die Auswahl, welche Unzulässigkeit wie behoben wird, erfolgt hierbei in Adaption des stochastischen Konstruktionsansatzes zur Reihenfolgeplanung von *Drexel* (1991).

Die Planerstellung scheidet, wenn nicht genügend Kapazität auf den erforder-

<sup>134</sup>Übertragen auf ACO würde dies verschiedenen Verdunstungsweisen für die gelegte Pheromonspur entsprechen.

<sup>135</sup>Ein leerer Plan ist nur genau dann zulässig, wenn für jedes Endprodukt genügend Anfangslagerbestand vorhanden ist, um seine Nachfrage bis auf die maximal erlaubte Spätlieferungsmenge am Ende des Planungszeitraumes erfüllen zu können.

<sup>136</sup>Dies ist nicht der Fall, wenn der Lagerbestand der verbrauchten Produkte ausreichend hoch ist.

lichen Anlageneinheiten vorhanden ist, um eine benötigte Produktionsmenge rechtzeitig zur Verfügung zu stellen. Für diese Fälle stehen verschiedene Heilungsmethoden zur Verfügung. Diese versuchen den Plan so zu verändern, dass die Möglichkeit besteht, mit der Einplanungsheuristik fortzufahren.

## 6.2.2 Steuerheuristik

In diesem Unterabschnitt erfolgt die Beschreibung der in der Eröffnungsheuristik verwendeten Steuerheuristik. Zunächst wird eine Methode entwickelt, um die Vorgabe des Erfüllungsgrades hinsichtlich der Sicherheitbestände und der Nachfrage exakt zu definieren und variieren zu können. Anschließend erfolgt die Erläuterung der drei Bausteine, die zur Steuerung der Variation dienen. Im letzten Teil wird dargestellt, wie die einzelnen Bausteine miteinander verknüpft werden.

### 6.2.2.1 Pseudounzulässigkeit

Um zu entscheiden, wie hoch der Erfüllungsgrad der Sicherheitsbestände und Nachfrage sein soll, wird das Konstrukt der *Pseudounzulässigkeit* eingeführt. Diese gibt das Niveau des Sicherheitsbestandes beziehungsweise der Spätlieferung an, dessen Unterschreitung als unzulässig angesehen wird.

Die Pseudounzulässigkeit wird für jedes Produkt  $s$  durch den Pseudounzulässigkeitsfaktor  $\lambda_s$  angegeben. Abhängig vom Produkttyp kann dieser Werte zwischen minus eins und eins annehmen. Ein positiver Wert ist nur für Produkte möglich, für die ein Sicherheitsbestand vorgehalten werden soll. Die Pseudounzulässigkeitsgrenze der Bestandshöhe liegt für die Periode  $k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}$  dann bei  $\lambda_s s s_{sk}$ . Für alle Endprodukte kann der Pseudounzulässigkeitsfaktor auch negative Werte annehmen. Spätlieferungen sind normalerweise bis zu einer Höhe von  $\widehat{bl}_{sk}$  möglich. Die dispositive Lagerbestandsgrenze der Pseudounzulässigkeit beträgt dann  $\lambda_s \widehat{bl}_{sk}$ .<sup>137</sup> Für Produkte, für die weder eine Nachfrage existiert noch die Einhaltung eines Sicherheitsbestandes erwünscht ist, kann die Zulässigkeitsgrenze nicht variiert werden. Ein negativer Lagerbestand ist für diese zu jedem Zeitpunkt unzulässig, ein positiver führt nicht zu einer Reduktion von etwaigen Strafkosten.

Die Pseudounzulässigkeit ist nur zu den relevanten Zeitpunkten zu berücksichtigen, d. h. dann, wenn Strafkosten ausgelöst werden können. Für Unterschreitungen des Sicherheitsbestandes erfolgt dies jeweils zum Ende der Perioden  $k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}$ , für Spätlieferungen zum Ende jeder Periode  $k$ , wenn  $\widehat{bl}_{sk} > 0$ . Zu allen anderen Material verbrauchenden Ereignissen wird der Lagerbestand wie für alle anderen Produkttypen auf reguläre Zulässigkeit geprüft. Dies

<sup>137</sup>Diese ist nicht positiv, da  $\lambda_s \leq 0$  und  $\widehat{bl}_{sk} \geq 0$ .

bedeutet, dass ein Materialverbrauch als Batchinput immer unzulässig ist, wenn hierdurch der dispositive Lagerbestand unter null sinkt.

Zusammenfassend zeigt Abbildung 6.4 eine schematische Darstellung der Zusammenhänge von Zulässigkeit und Pseudounzulässigkeit verschiedener Produkttypen.

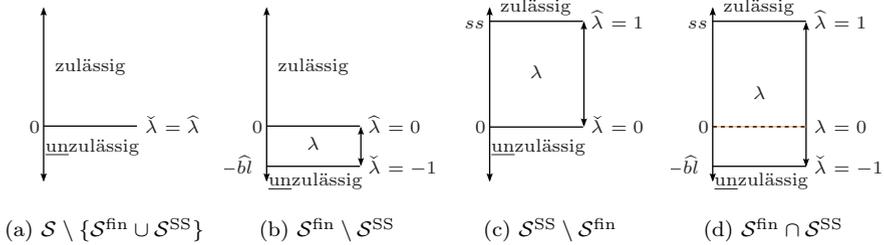


Abbildung 6.4: Zulässigkeit und Pseudounzulässigkeit verschiedener Produkttypen

Die Steuerheuristik verwaltet die Höhe der Pseudounzulässigkeitsgrenze aller Produkte und gibt diese an die untergeordnete Einplanungsheuristik weiter. Diese versucht dann, gegen die durch die Pseudounzulässigkeitsfaktoren vorgegebenen Bedarfsgrenzen spätestmöglich eine Produktion einzuplanen. Ist eine Planerstellung unter diesen Voraussetzungen nicht möglich, wird der Planungsversuch unter Vorbehalt der später beschriebenen Heilungsmethoden eingestellt. Hierbei erfolgt eine Rückmeldung über den Auslöser des Scheiterns.

### 6.2.2.2 Bausteine der Steuerheuristik

Die Bausteine der Steuerheuristik repräsentieren verschiedene Möglichkeiten, die Pseudounzulässigkeitsfaktoren zu variieren. Durch **Curtain** findet eine allgemeine Absenkung der Pseudounzulässigkeitsfaktoren statt, während **Dribble** für eine produktspezifische Herabsetzung sorgt. Mit der Methode **Rise** werden die Pseudounzulässigkeitsfaktoren angehoben.

#### Beschreibung von **Curtain**

Abbildung 6.5 zeigt den Pseudocode für den Baustein **Curtain**. Zu jedem Zeitpunkt während der **Curtain**-Ausführung besitzen alle Produkte den gleichen Pseudounzulässigkeitsfaktor  $\lambda^{\text{Curtain}}$ , soweit dies aufgrund ihrer produkttypen-abhängigen Einschränkungen möglich ist. Eine Absenkung des allgemeinen Pseudounzulässigkeitsfaktors  $\lambda^{\text{Curtain}}$  erfolgt nach  $\hat{z}_{\text{Curtain}}^{\dots i \dots}$  aufeinanderfolgenden erfolglosen Planerstellungsversuchen. Je nachdem, ob bereits eine Lösung

```

 $\lambda^{\text{Curtain}} = 1$ 
 $\lambda_s = \min\{\max\{\lambda^{\text{Curtain}}, \check{\lambda}_s\}; \widehat{\lambda}_s\} \quad \forall s \in \mathcal{S}$ 
 $z_s^{\check{\cdot}} = 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, \quad z^{\circ} = 0, \quad z_{\text{Curtain}}^{\text{sols}} = 0, \quad z^{\check{\cdot}\check{\cdot}} = 0, \quad z^{\lambda=\check{\lambda}} = 0$ 
repeat
   $z^{\circ} = z^{\circ} + 1$ 
   $sol \leftarrow \text{Scheduler}(\lambda_s \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{SS}})$  //Starte Planerstellungsversuch
  if  $sol$  pseudozulässig then
    Speichere  $sol$ 
     $z_{\text{Curtain}}^{\text{sols}} = z_{\text{Curtain}}^{\text{sols}} + 1$ 
    if  $z_{\text{Curtain}}^{\text{sols}} = 1$  then
       $\lambda_s^{\text{Rise}} = \lambda_s \quad \forall s \in \mathcal{S}$ 
    else if  $z_{\text{Curtain}}^{\text{sols}} = \widehat{z}_{\text{Curtain}}^{\text{sols}}$  then
      end Curtain
    end if
     $z^{\check{\cdot}\check{\cdot}} = 0$ 
  else
     $z_s^{\check{\cdot}} = z_s^{\check{\cdot}} + 1$  für das Produkt  $s$ , an dem die Planerstellung scheiterte
     $z^{\check{\cdot}\check{\cdot}} = z^{\check{\cdot}\check{\cdot}} + 1$ 
    if  $z^{\check{\cdot}\check{\cdot}} = \widehat{z}_{\text{Curtain}}^{\check{\cdot}\check{\cdot}}$  then
       $z^{\check{\cdot}\check{\cdot}} = 0$ 
      if  $\exists s \in \mathcal{S} \mid \lambda_s > \check{\lambda}_s$  then
        if  $z_{\text{Curtain}}^{\text{sols}} = 0$  then
           $\lambda^{\text{Curtain}} = \lambda^{\text{Curtain}} - \Delta\lambda_{\text{Curtain}}^{\text{sols}=0}$ 
        else
           $\lambda^{\text{Curtain}} = \lambda^{\text{Curtain}} - \Delta\lambda_{\text{Curtain}}^{\text{sols} \geq 1}$ 
        end if
         $\lambda_s = \min\{\max\{\lambda^{\text{Curtain}}, \check{\lambda}_s\}; \widehat{\lambda}_s\} \quad \forall s \in \mathcal{S}$ 
      else
         $z^{\lambda=\check{\lambda}} = z^{\lambda=\check{\lambda}} + 1$ 
        if  $z^{\lambda=\check{\lambda}} = \widehat{z}_{\text{Curtain}}^{\lambda=\check{\lambda}}$  then end Curtain
      end if
       $z_s^{\check{\cdot}} = 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}$ 
    end if
  end if
until  $z^{\circ} = \widehat{z}_{\text{Curtain}}^{\circ}$ 

```

Abbildung 6.5: Curtain (Pseudocode)

gefunden wurde, kann  $\lambda^{\text{Curtain}}$  in verschieden großen Schritten abgesenkt werden. Dies ist vorteilhaft, um mit  $\Delta\lambda_{\text{Curtain}}^{|sols|=0} > \Delta\lambda_{\text{Curtain}}^{|sols|\geq 1}$  zunächst eine schnellere Absenkung zu erreichen. Damit kann der Bereich hoher Pseudounzulässigkeitsgrenzen, für den gegebenenfalls gar keine zulässigen Lösungen existieren, schneller verlassen werden. Nach jeder Absenkung der Pseudounzulässigkeitsfaktoren werden die Zähler  $z_s^t$ , mit denen gespeichert wird, wie oft ein Produkt den Abbruch eines Planerstellungsversuches ausgelöst hat, für alle Produkte  $s \in \mathcal{S}$  zurückgesetzt. Damit erlischt die Einflussnahme vorangegangener Planerstellungsversuche abrupt.

Die **Curtain**-Ausführung wird beendet, wenn

- die maximal erwünschte Anzahl Lösungen  $\widehat{z}_{\text{Curtain}}^{\text{sols}}$  gefunden wurde,
- eine Absenkung der Pseudounzulässigkeitsfaktoren  $\widehat{z}_{\text{Curtain}}^{\lambda=\check{\lambda}}$ -mal nicht möglich war, weil bereits für jedes Produkt  $s \in \mathcal{S}$  der minimale Pseudounzulässigkeitsfaktor  $\check{\lambda}_s$  erreicht wurde, oder
- die maximal erwünschte Anzahl von Planerstellungsversuchen  $\widehat{z}_{\text{Curtain}}^{\circ}$  durchgeführt wurde.

Somit stehen verschiedene Parameter zur Verfügung, um **Curtain** zu beeinflussen. Es sind jedoch auch andere Ausgestaltungen der Abbruchkriterien denkbar, die ebenfalls ähnliche Ergebnisse hervorbringen würden.

### Beschreibung von **Dribble**

Der Pseudocode für den Steuerheuristikbaustein **Dribble** ist der Abbildung 6.6 zu entnehmen. Im Gegensatz zu **Curtain** wird in **Dribble** keine allgemeine Absenkung des Pseudounzulässigkeitsniveaus vorgenommen. Stattdessen wird jeweils ein Produkt  $s \in \mathcal{S}$  zur Senkung seines ihm zugeordneten Pseudounzulässigkeitsfaktors  $\lambda_s$  ausgewählt. Zur Auswahl kann jedem Produkt eine Priorität beziehungsweise ein Malus  $m_s$  zugeordnet werden. Statt sich deterministisch für das Produkt mit dem niedrigsten Malus zu entscheiden, erfolgt die Auswahl stochastisch. Dies verhindert, dass bei gleicher Ausgangslage in jeder Ausführung der **Dribble**-Methode  $\lambda_s$  für dieselben Produkte in derselben Reihenfolge gesenkt wird. Aus den Malussen der einzelnen Produkte wird nach Gleichung (6.1) das stochastische Gewicht  $w_s^{\text{Dribble}}$  berechnet.<sup>138</sup> Die Produktauswahl erfolgt anschließend proportional zu  $w_s^{\text{Dribble}}$ , so dass der Pseudounzulässigkeitsfaktor  $\lambda_s$  des Produktes  $s$  mit der Wahrscheinlichkeit  $p_s$  gemäß Gleichung (6.2) gesenkt wird. Mit dem Parameter  $\alpha^{S|\lambda>\check{\lambda}}$  kann fließend zwischen einer gänzlich zufälligen ( $\alpha^{S|\lambda>\check{\lambda}} = 0$ ) und einer deterministischen

<sup>138</sup>Vgl. *Drexel* (1991), S. 1593.

**Require:**  $\lambda^{\text{Dribble}}$ 

$$\lambda_s = \min\{\max\{\lambda^{\text{Dribble}}; \check{\lambda}_s\}; \hat{\lambda}_s\} \quad \forall s \in \mathcal{S}$$

$$z_s^{\downarrow} = 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, \quad z^{\circ} = 0, \quad z_{\text{Dribble}}^{\text{sols}} = 0, \quad z^{\dots\downarrow} = 0, \quad z^{\lambda=\check{\lambda}} = 0,$$

$$z^{\lambda\downarrow} = 0, \quad z_{sz}^{\downarrow} = 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, \quad z = z^{\lambda\downarrow}$$

**repeat**

$$z^{\circ} = z^{\circ} + 1$$

$$sol \leftarrow \text{Scheduler}(\lambda_s \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{SS}}) \quad // \text{Starte Planerstellungversuch}$$
**if**  $sol$  pseudozulässig **then**Speichere  $sol$ 

$$z_{\text{Dribble}}^{\text{sols}} = z_{\text{Dribble}}^{\text{sols}} + 1$$

**if**  $z_{\text{Dribble}}^{\text{sols}} = 1$  **then**

$$\lambda_s^{\text{Rise}} = \lambda_s \quad \forall s \in \mathcal{S}$$

**else if**  $z_{\text{Dribble}}^{\text{sols}} = \hat{z}_{\text{Dribble}}^{\text{sols}}$  **then****end Dribble****end if**

$$z^{\dots\downarrow} = 0$$

**else** $z_s^{\downarrow} = z_s^{\downarrow} + 1$  für das Produkt  $s$ , an dem die Planerstellung scheiterte $z_{sz}^{\downarrow} = z_{sz}^{\downarrow} + 1$  für das Produkt  $s$ , an dem die Planerstellung scheiterte

$$z = z^{\lambda\downarrow}$$

$$z^{\dots\downarrow} = z^{\dots\downarrow} + 1$$

**if**  $z^{\dots\downarrow} = \hat{z}_{\text{Dribble}}^{\dots\downarrow}$  **then**

$$z^{\dots\downarrow} = 0$$

**if**  $\exists s \in \mathcal{S} \mid \lambda_s > \check{\lambda}_s$  **then**Wähle ein Produkt  $s \in \mathcal{S} \mid \lambda_s > \check{\lambda}_s$  unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeiten  $p_s^{\text{Dribble}}$  gemäß der Gleichungen (6.2)**if**  $z_{\text{Dribble}}^{\text{sols}} = 0$  **then**  $\lambda_s = \lambda_s - \Delta\lambda_{\text{Dribble}}^{\text{sols}=0}$  **else**  $\lambda_s = \lambda_s - \Delta\lambda_{\text{Dribble}}^{\text{sols} \geq 1}$ **else**

$$z^{\lambda=\check{\lambda}} = z^{\lambda=\check{\lambda}} + 1$$

**if**  $z^{\lambda=\check{\lambda}} = \hat{z}_{\text{Dribble}}^{\lambda=\check{\lambda}}$  **then** **end Dribble****end if**

$$z_s^{\downarrow} = \sum_{z=z^{\lambda\downarrow} - \Delta z^{\lambda\downarrow} + 1}^{z^{\lambda\downarrow}} z_{sz}^{\downarrow} \quad \forall s \in \mathcal{S}$$

$$z^{\lambda\downarrow} = z^{\lambda\downarrow} + 1$$

$$z_{sz}^{\downarrow} = 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, \quad z = z^{\lambda\downarrow}$$

**end if****end if****until**  $z^{\circ} = \hat{z}_{\text{Dribble}}^{\circ}$ 

Abbildung 6.6: Dribble (Pseudocode)

$(\alpha^{S|\lambda > \check{\lambda}} = \infty)$  Auswahl variiert werden.

$$w_s^{\text{Dribble}} = \left( \max_{s' \in \mathcal{S} | \lambda_s > \check{\lambda}_s} m_{s'}^{\text{Dribble}} - m_s^{\text{Dribble}} + \epsilon \right)^{\alpha^{S|\lambda > \check{\lambda}}} \quad \forall s \in \mathcal{S} | \lambda_s > \check{\lambda}_s \quad (6.1)$$

$$p_s^{\text{Dribble}} = \frac{w_s^{\text{Dribble}}}{\sum_{s' \in \mathcal{S} | \lambda_s > \check{\lambda}_s} w_{s'}^{\text{Dribble}}} \quad \forall s \in \mathcal{S} | \lambda_s > \check{\lambda}_s \quad (6.2)$$

Der Malus des Produktes  $s$  wird durch die Anzahl der erfolglosen Planerstellungsversuche beeinflusst, die durch dieses ausgelöst wurden. Die myopische Vorgehensweise der Einplanung hinsichtlich der Mehrstufigkeit langer Produktketten führt jedoch dazu, dass eine schlechte Einplanung auf der Stufe des Produktes  $s$  erst bei der Einplanung seiner Vorgänger im Materialfluss  $s' \in \mathcal{S}_s^{\text{Pre}}$  als Fehler bemerkt werden kann und somit zu einer Erhöhung des Zählers eines Vorgängers  $s'$  und nicht von  $s$  selber führt. Daher wird bei der Berechnung des Malusses nicht nur der Zählerstand  $z_s^{\check{\lambda}}$  des Produktes  $s$  berücksichtigt, sondern auch der aller möglichen Vorgänger im Materialfluss  $s' \in \mathcal{S}_s^{\text{Pre}}$ . Je höher dieser ist, desto niedriger ist der resultierende Malus  $m_s^{\text{Dribble}}$  des Produktes. Weisen zwei Produkte einen etwa gleichen Zählerstand auf, sollte zunächst eine Absenkung für dasjenige vorgenommen werden, welches den höheren Pseudounzulässigkeitsfaktor besitzt. Daher ist der Malus zusätzlich an die Höhe des Pseudounzulässigkeitsfaktors gekoppelt.

Die Absenkung erfolgt in der Höhe von  $\Delta\lambda_{\text{Dribble}}^{|sols|=0}$  beziehungsweise  $\Delta\lambda_{\text{Dribble}}^{|sols|\geq 1}$  wie auch in *Curtain* je nachdem, ob bereits eine Lösung gefunden wurde oder nicht. Durch die begrenzte einzelne Herabsetzung entstehen nur geringe Veränderung zur vorherigen Planungssituation. Daher wird im Unterschied zu *Curtain* hier der Zähler  $z_s^{\check{\lambda}}$  nicht nach jeder  $\lambda_s$ -Absenkung für alle Produkte zurückgesetzt. Nach einigen Schleifen sind die zurückliegenden Erhöhungen des Zählers jedoch auch hier nicht mehr für die Schwierigkeiten, die mit einem Produkt in der jetzigen Planungssituation verbunden sind, repräsentativ. Daher wird nur der Zähleranstieg berücksichtigt, der sich seit den letzten  $\Delta z^{\lambda}$  Absenkungen ereignet hat. Die *Dribble*-Ausführung wird beendet, wenn

- die maximal erwünschte Anzahl von Lösungen  $\hat{z}_{\text{Dribble}}^{\text{sols}}$  gefunden wurde,
- eine Absenkung der Pseudounzulässigkeitsfaktoren  $\hat{z}_{\text{Dribble}}^{\lambda=\check{\lambda}}$ -mal nicht möglich war, weil bereits für jedes Produkt  $s \in \mathcal{S}$  der minimale Pseudounzulässigkeitsfaktor  $\check{\lambda}_s$  erreicht wurde, oder
- die maximal erwünschte Anzahl von Planerstellungsversuchen  $\hat{z}_{\text{Dribble}}^{\circ}$  durchgeführt wurde.

### Beschreibung von Rise

Abbildung 6.7 zeigt den Pseudocode für den Steuerheuristikbaustein *Rise*. Im

```

Require:  $\lambda_s^{\text{Rise}} \quad \forall s \in \mathcal{S}$ 
 $\lambda_s = \min\{\max\{\lambda_s^{\text{Rise}}, \check{\lambda}_s\}; \hat{\lambda}_s\} \quad \forall s \in \mathcal{S}$ 
 $z_s^{\downarrow} = 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, \quad z^{\circ} = 0, \quad z^{\cdot\downarrow\cdot\cdot} = 0, \quad z^{\lambda=\hat{\lambda}} = 0$ 
repeat
   $z^{\circ} = z^{\circ} + 1$ 
   $sol \leftarrow \text{Scheduler}(\lambda_s \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{SS}})$  //Starte Planerstellungsversuch
  if  $sol$  pseudozulässig then
    Speichere  $sol$ 
     $z_{\text{Rise}}^{\text{sols}} = z_{\text{Rise}}^{\text{sols}} + 1$ 
    if  $\exists s \in \mathcal{S} \mid \lambda_s < \hat{\lambda}_s$  then
      Wähle ein Produkt  $s \in \mathcal{S} \mid \lambda_s < \hat{\lambda}_s$  unter Berücksichtigung der
      Wahrscheinlichkeiten  $p_s^{\text{Rise}}$  gemäß der Gleichungen (6.4)
       $\lambda_s = \lambda_s + \Delta\lambda_{\text{Rise}}$ 
    else
       $z^{\lambda=\hat{\lambda}} = z^{\lambda=\hat{\lambda}} + 1$ 
      if  $z^{\lambda=\hat{\lambda}} = \hat{z}_{\text{Rise}}^{\lambda=\hat{\lambda}}$  then end Rise
    end if
     $z^{\cdot\downarrow\cdot\cdot} = 0$ 
     $z_s^{\downarrow} = 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}$ 
  else
     $z^{\cdot\downarrow\cdot\cdot} = z^{\cdot\downarrow\cdot\cdot} + 1$ 
    if  $z^{\cdot\downarrow\cdot\cdot} = \hat{z}_{\text{Rise}}^{\cdot\downarrow\cdot\cdot}$  then end Rise
  end if
until  $z^{\circ} = \hat{z}_{\text{Rise}}^{\circ}$ 

```

Abbildung 6.7: Rise (Pseudocode)

Unterschied zu **Curtain** und **Dribble** erfolgt hier keine Absenkung, sondern eine Anhebung der Pseudounzulässigkeitsgrenzen. Nach jeder erfolgreichen Planerstellung wird ein Produkt  $s^*$  ausgewählt, dessen Pseudounzulässigkeitsfaktor um  $\Delta\lambda_{\text{Rise}}$  erhöht wird. Die Auswahl erfolgt dabei zufällig unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeiten, die sich aus den Gleichungen (6.3) und (6.4) ergeben.

$$w_s^{\text{Rise}} = \left( \max_{s' \in \mathcal{S} | \lambda_s < \hat{\lambda}_s} m_{s'}^{\text{Rise}} - m_s^{\text{Rise}} + \epsilon \right)^{\alpha^{\mathcal{S} | \lambda < \hat{\lambda}}} \quad \forall s \in \mathcal{S} \mid \lambda_s < \hat{\lambda}_s \quad (6.3)$$

$$p_s^{\text{Rise}} = \frac{w_s^{\text{Rise}}}{\sum_{s' \in \mathcal{S} | \lambda_s < \hat{\lambda}_s} w_{s'}^{\text{Rise}}} \quad \forall s \in \mathcal{S} \mid \lambda_s < \hat{\lambda}_s \quad (6.4)$$

Der Malus  $m_s^{\text{Rise}}$  eines Produktes  $s$  ist hierbei umso größer, desto höher sein eigener Zähler  $z_s^{\downarrow}$  sowie die Zähler  $z_{s'}^{\downarrow}$  seiner Vorgänger im Materialfluss  $s' \in \mathcal{S}_s^{\text{Pre}}$  sind. Ein Produkt unterliegt damit einer höheren Wahrscheinlichkeit, seinen Pseudounzulässigkeitsfaktor erhöht zu bekommen, je weniger es für Planfehlversuche verantwortlich gemacht werden kann. Außerdem wirkt die derzeitige Höhe von  $\lambda_s$  verstärkend auf den Malus, d. h. absenkend auf die Wahrscheinlichkeit ausgewählt zu werden.

Die **Rise**-Ausführung wird beendet, wenn

- die maximale Anzahl aufeinanderfolgender erfolgloser Planungsversuche  $\hat{z}_{\text{Rise}}^{\dots\downarrow\dots}$  erreicht wurde,
- eine Erhöhung der Pseudounzulässigkeitsfaktoren  $\hat{z}_{\text{Rise}}^{\lambda=\hat{\lambda}}$ -mal nicht möglich war, weil bereits für jedes Produkt  $s \in \mathcal{S}$  der minimale Pseudounzulässigkeitsfaktor  $\hat{\lambda}_s$  erreicht wurde, oder
- die maximal erwünschte Anzahl von Planerstellungsversuchen  $\hat{z}_{\text{Rise}}^{\circ}$  durchgeführt wurde.

### 6.2.2.3 Verknüpfung der Bausteine

Die Steuerheuristik besteht – wie beschrieben – aus den drei Bausteinen **Curtain**, **Dribble** und **Rise**. Sie stellen verschiedene Varianten dar, die Pseudounzulässigkeitsgrenzen zu verschieben. **Curtain** eignet sich gut, um schnell erste zulässige Lösungen zu erhalten, da durch die allgemeine Absenkung immer alle Produkte betroffen sind. Es ist jedoch offensichtlich, dass hierdurch auch Produkte unnötigerweise einer Absenkung unterzogen werden, obwohl für ihre Produktion ausreichend Kapazität zu den richtigen Zeitpunkten zur Verfügung steht. **Dribble** hingegen nimmt die Senkung für jedes Produkt einzeln vor. Hierdurch können die speziellen Erfordernisse der einzelnen Produkte berücksichtigt werden. Jedoch ist **Dribble** in der Ausführung langsamer

als **Curtain**.<sup>139</sup> **Rise** kann eingesetzt werden, um sich ausgehend von einem Pseudounzulässigkeitsniveau, für das bereits zulässige Pläne erstellt wurden, an höhere Level heranzutasten. Die Steuerheuristik kombiniert diese Bausteine wie in Abbildung 6.8 als Pseudocode dargestellt. Zu Beginn wird **Curtain**

```

Curtain
if  $z_{\text{Curtain}}^{\text{sols}} > 0$  then Rise( $\lambda^{\text{Rise}}$ )
 $\lambda^{\text{Dribble}} = 1$ 
repeat
  Dribble( $\lambda^{\text{Dribble}}$ )
  if  $z_{\text{Dribble}}^{\text{sols}} > 0$  then
     $\lambda^{\text{Dribble}} = \min \left\{ 1; \lambda^{\text{Dribble}} + \Delta \lambda_{\text{Curtain}}^{|sols|=0} \right\}$ 
    if  $(C_{sol^*}^{\text{Dribble}} - \check{c}^{\text{opt}}) / (C_{sol^*} - \check{c}^{\text{opt}}) - 1 \leq \chi^{\text{Rise}}$  then Rise( $\lambda^{\text{Rise}}$ )
  else
     $\lambda^{\text{Dribble}} = \max \left\{ 0; \lambda^{\text{Dribble}} - \Delta \lambda_{\text{Curtain}}^{|sols|=0} \right\}$ 
  end if
until Abbruchkriterium erreicht
return gefundenen Lösungen

```

Abbildung 6.8: Steuerheuristik (Pseudocode)

einmalig ausgeführt. Danach folgt die Ausführung von **Rise** ausgehend vom Pseudounzulässigkeitsniveau der ersten in **Curtain** erstellten Lösung. Hiernach wird **Dribble** so oft ausgeführt bis eines der Abbruchkriterien (maximale Rechenzeit, maximale Anzahl von **Dribble**-Ausführungen, erwünschte Anzahl erstellter Lösungen) erreicht ist. Das Pseudounzulässigkeitsniveau, mit dem **Dribble** jeweils gestartet wird, richtet sich dabei nach dem Erfolg der letzten Ausführungen. Für jeden **Dribble**-Durchlauf, in dem mindestens eine Lösung gefunden wurde, wird das Ausgangsniveau des Pseudounzulässigkeitsfaktors  $\lambda^{\text{Dribble}}$  um  $\Delta \lambda_{\text{Curtain}}^{|sols|=0}$  erhöht. Umgekehrt wird er nach jeder erfolglosen Ausführung von **Dribble** um  $\Delta \lambda_{\text{Curtain}}^{|sols|=0}$  gesenkt. Nach jedem **Dribble** folgt eine Ausführung von **Rise**, falls die beste im letzten **Dribble**-Durchlauf gefundene Lösung  $C_{sol^*}^{\text{Dribble}}$  nicht wesentlich schlechter als die bisher beste insgesamt gefundene Lösung  $C_{sol^*}$  ist. Zum Vergleich werden die jeweiligen Differenzen zur unteren Schranke der Gesamtkosten  $\check{c}^{\text{opt}}$ , welche in vorbereitenden Berechnungen bestimmt wird<sup>140</sup>, herangezogen. Als Grenzwert für den prozentualen Unterschied dient der einstellbare Parameter  $\chi^{\text{Rise}}$ . Es wird folglich genau dann auf eine Ausführung von **Rise** verzichtet, wenn die wiederholte Erhö-

<sup>139</sup>Unter Berücksichtigung gleicher Parameter.

<sup>140</sup>Siehe hierzu Abschnitt 6.4.4.

hung des Pseudounzulässigkeitsniveaus zu langwierig ist, bis hinsichtlich des Zielfunktionswertes vielversprechende Höhen erreicht werden. **Rise** wird nach **Dribble** mit dem Pseudounzulässigkeitsniveau initialisiert, bei dem im letzten **Dribble**-Durchlauf die erste Lösung gefunden wurde.

### 6.2.3 Einplanungsheuristik zur Planerstellung

Die Planerstellung beginnt mit einem leeren Produktionsplan sowie den von der äußeren Steuerheuristik vorgegebenen Parametern. Dies sind die Pseudounzulässigkeitsfaktoren sowie der Zählerstand, aus dem hervorgeht, welche Produkte den Abbruch früherer Planstellungsversuche ausgelöst haben. Bei der Erstellung des Plans muss darüber entschieden werden, welches Produkt in welcher Menge zu welchem Zeitpunkt wie produziert werden soll. Die im Folgenden vorgestellte Einplanungsheuristik beantwortet diese Fragen in genau dieser Reihenfolge.

Zunächst wird ein Produkt ausgewählt, dessen Materialfluss eine Unzulässigkeit aufweist. Für dieses lässt sich der erste Bedarfszeitpunkt im Planungszeitraum und die Produktionsmenge, die zur Erfüllung dieses Bedarfes notwendig ist, bestimmen. Anschließend wird darüber entschieden, wie die Produktionsanforderung des Produktes erfüllt wird. Hierfür stehen gegebenenfalls verschiedene Prozesse zur Verfügung. Des Weiteren kann entweder eine neue Kampagne erstellt werden oder eine Erweiterung bereits bestehender erfolgen. Natürlich ist auch eine Kombination dieser Produktionsweisen denkbar. Ist der Bedarf für das Produkt zu diesem Zeitpunkt erfüllt, beginnt der Durchlauf von vorne, bis der resultierende Plan pseudozulässig ist.

Tritt die Situation ein, in der eine Unzulässigkeit nicht durch die Standardvorgehensweise behoben werden kann, kann zunächst auf Heilungsmethoden zurückgegriffen werden. Diese gestatten unter Umständen die Fortsetzung der Standardeinplanung, indem sie zielgerichtete Änderungen an bereits eingeplanten Objekten vornehmen oder bestimmte Parameter temporär modifizieren. Sind jedoch alle anwendbaren Heilungsmethoden unwirksam, muss die Planerstellung erfolglos abgebrochen werden. Um aus dem fehlerhaften Vorgehen zu lernen, wird das Produkt, das das Scheitern der Planerstellung auslöst, der übergeordneten Steuerheuristik gemeldet.

#### 6.2.3.1 Auswahl des zu bearbeitenden Produktes

Alle Produkte, für die der Lagerbestand im Laufe des Planungszeitraumes nach derzeitigem Planungsstand die Pseudounzulässigkeitsgrenze unterschreitet, begründen die Notwendigkeit, weitere Produktionsprozesse einzuplanen. Die Menge dieser Produkte sei im Folgenden mit  $S^{\lambda_i}$  bezeichnet. Unter ihnen muss jeweils ein einziges Produkt  $s$  für die Bearbeitung ausgewählt werden.

Jedem Produkt kann hierfür eine Priorität zugeordnet werden. Statt jedoch deterministisch das Produkt mit der höchsten Priorität zu bearbeiten, dienen die Prioritäten als stochastische Gewichte  $w_s^{\lambda_i}$  für eine zufällige Auswahl. Die stochastische Komponente im Auswahlverfahren verhindert, dass in allen Planerstellungsversuchen nach derselben Reihenfolge der zu bearbeitenden Produkte vorgegangen wird.<sup>141</sup>

Die Wahrscheinlichkeit  $p_s^{\lambda_i}$ , mit der ein Produkt zur Bearbeitung ausgewählt wird, ergibt sich gemäß der Gleichungen (6.5), während das stochastische Gewicht  $w_s^{\lambda_i}$  aus den den einzelnen Produkten zugeordneten Malussen  $m_s^{\lambda_i}$  gemäß der Gleichungen (6.6) ermittelt wird.<sup>142</sup> Mit dem Parameter  $\alpha^{\lambda_i}$  kann hierbei fließend zwischen einer gänzlich zufälligen ( $\alpha^{\lambda_i} = 0$ ) und einer deterministischen ( $\alpha^{\lambda_i} = \infty$ ) Auswahl variiert werden.

$$p_s^{\lambda_i} = \frac{w_s^{\lambda_i}}{\sum_{s' \in \mathcal{S}^{\lambda_i}} w_{s'}^{\lambda_i}} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\lambda_i} \quad (6.5)$$

$$w_s^{\lambda_i} = \left( \max_{s' \in \mathcal{S}^{\lambda_i}} m_{s'}^{\lambda_i} - m_s^{\lambda_i} + \epsilon \right)^{\alpha^{\lambda_i}} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\lambda_i} \quad (6.6)$$

Zwei Aspekte werden bei der Berechnung des Malusses eines Produktes berücksichtigt: der Zeitpunkt, zu dem eine eventuell einzuplanende Produktion spätestens enden muss, sowie die Historie des Produktes und seiner Vorgänger bezüglich des Scheiterns von Planerstellungsversuchen.

Die Einplanung von Kampagnen beziehungsweise Batches muss spätestens zu einem bestimmten Bedarfszeitpunkt erfolgen, da die (Pseudo)Unzulässigkeiten im Lagerbestandsverlauf sonst nicht beseitigt werden. Allerdings existiert auch eine untere Grenze, vor welcher keine Belegung erfolgen darf oder kann. Im trivialsten Fall entspricht diese dem Beginn des Planungszeitraumes. Da aber zu verbrauchende Rohstoffe nicht immer in ausreichender Menge zur Verfügung stehen, kann die untere Grenze auch höher ausfallen. Dasselbe gilt für den Verbrauch anderer Produkte, für die unter denselben Einschränkungen genügend Zeit bleiben muss, um ebenfalls produziert zu werden. Je kleiner das Zeitfenster ist, das sich daraus ergibt, desto häufiger existiert keine zulässige

<sup>141</sup>Die Bearbeitungsreihenfolge wird indirekt allerdings auch durch Entscheidungen über die Produktionsweise eines Produktes beeinflusst. Durch zufällige Elemente auf dieser untergeordneten Ebene würden auch die Prioritäten an dieser Stelle zwischen den einzelnen Planerstellungsversuchen variieren. Bei der Entscheidung über das erste zu bearbeitende Produkt würde aber immer dieselbe Wahl getroffen werden. Tendenziell trifft dies auch auf die ersten weiteren Entscheidungen zu. Mit der Anzahl der getroffenen Entscheidungen würde dann auch die Varianz der möglichen Bearbeitungsreihenfolge steigen.

<sup>142</sup>Vgl. *Drexl* (1991), S. 1593.

Einplanungsmöglichkeit. Die Beplanung kritischer Stellen soll mit erhöhter Priorität erfolgen, um unvermeidbare Unzulässigkeiten früh und damit ohne Verschwendung von Rechenzeit zu identifizieren. Eine exakte, wiederkehrende Berechnung des Zeitfensters, das für eine eventuelle Einplanung zur Verfügung steht, ist jedoch zu rechenzeitaufwändig. Unter Vernachlässigung von Rohstoffen, anderen Inputprodukten sowie der benötigten Produktionszeit kann die Länge des Zeitfensters mit dem Zeitpunkt, zu dem eine eventuell einzuplanende Produktion spätestens enden muss, abgeschätzt werden. Die Verwendung dieses Zeitpunktes als Merkmal der Priorität zur Bearbeitungsreihenfolge ist außerdem vorteilhaft, wenn an kritischen Punkten alle möglichen Handlungsalternativen der Einplanung zur Verfügung stehen sollen. Diese können sonst durch Kampagnenbelegungen, die durch die Bearbeitung von Produkten mit späteren Bedarfszeitpunkten entstehen, unnötig eingeschränkt werden.

Da das Kriterium des spätestmöglichen Produktionsendes jedoch nur abschätzend und myopisch ist, wird bei der Berechnung des Malusses außerdem die Historie des Produktes und seiner Materialflussvorgänger hinsichtlich des Scheiterns früherer Einplanungsversuche berücksichtigt. Die Anzahl der abgebrochenen Planerstellungen  $z_s^i$ , die aufgrund einer Einplanung von Produkt  $s$  bereits erfolgte, ist ein Maß für die Problematik, die bei der Einplanung von Kampagnen und Batches existiert, die Produkt  $s$  produzieren. Außerdem muss der Umstand berücksichtigt werden, dass sich durch die Einplanung meist neue Bedarfe für die verbrauchten Produkte ergeben. Daher wird bei der Berechnung des Malusses für Produkt  $s$  der maximal unter  $s$  und seinen Vorgängern  $s' \in \mathcal{S}_s^{\text{Pre}}$  auftretende Wert berücksichtigt.

Die Gleichungen (6.7) zeigen die exakte Berechnung der Malusse. Vom Zeitpunkt  $t^{\lambda_i}$ , an dem die Pseudounzulässigkeitsgrenze zum ersten Mal unterschritten wird, muss noch die Qualitätskontrollzeit abgezogen werden, um das späteste Produktionsende zu erhalten. Um den zählerinduzierten Anteil des Malusses hierzu in feste Relation zu stellen, wird dieser auf eine zeitliche Länge zwischen null und  $t^{\text{PH}}$  normalisiert. Außerdem besteht die Möglichkeit über den Faktor  $\chi^{z^i}$  den Einfluss des zählerinduzierten Anteiles zu kontrollieren.

$$\tilde{m}_s^{\lambda_i} = t^{\lambda_i} - t_s^{\text{QC}} - \chi^{z^i} \frac{\max_{s' \in \mathcal{S}_s^{\text{Pre}} \cup \{s\}} z_{s'}^i}{\max \left\{ 1; \max_{s' \in \mathcal{S}} z_{s'}^i \right\}} t^{\text{PH}} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\lambda_i} \quad (6.7a)$$

$$m_s^{\lambda_i} = \tilde{m}_s^{\lambda_i} - \min \left\{ 0; \min_{s' \in \mathcal{S}^{\lambda_i}} \tilde{m}_{s'}^{\lambda_i} \right\} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\lambda_i} \quad (6.7b)$$

### 6.2.3.2 Wahl des Outputprozesses und der Produktionsweise

Nach der Auswahl eines Produktes erfolgt nun die Entscheidung darüber, wie die notwendige Produktion einzuplanen ist. Hierbei muss entschieden werden, welcher Prozess  $i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}$  genutzt wird, um das Produkt  $s$  zu produzieren. Außerdem ist zwischen der Erstellung einer neuen Kampagne mit minimaler Länge ( $\text{Gen}_i$ ) und dem Hinzufügen einzelner Batches zu bereits bestehenden Kampagnen ( $\text{Add}_i$ ) zu wählen. Die beiden Entscheidungen können nicht sequentiell erfolgen, da sich die Kriterien zu ihrer Auswahl für jeweils eine konkrete Kombination aus Prozess und Produktionsweise unterscheiden. Eine vereinfachte Betrachtung kann daher nur stattfinden, wenn das ausgewählte Produkt  $s$  nur durch einen einzigen Prozess  $i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}$  produziert werden kann.

#### Vorgehensweise für Produkte mit einem einzigen Outputprozess

Für ein Produkt  $s$  mit einem einzigen Outputprozess  $i$  muss nur darüber entschieden werden, ob eine neue Kampagne minimaler Länge erstellt ( $\text{Gen}_i$ ) oder ob die zu produzierende Menge zu bereits bestehenden Kampagnen hinzugefügt ( $\text{Add}_i$ ) werden soll. Zu Beginn des Entscheidungsprozesses muss die exakte Produktionsanforderung bestimmt werden. Diese gibt an, wieviele Batches des Prozesses  $i$  spätestens zu welchem Zeitpunkt beendet sein müssen, um die Unzulässigkeit am ersten Bedarfszeitpunkt des Produktes  $s$  zu erfüllen. Steht sie bereits anhand schnell bestimmbarer Kriterien als unzulässig fest, kann die Auswahl abgebrochen werden. Da die Produktionsanforderung die Menge eines Batches und auch die einer Kampagne mit minimaler Länge übersteigen kann, wird der Auswahlprozess so lange wiederholt, bis die Produktionsanforderung komplett erfüllt ist oder keine Einplanmöglichkeit mehr besteht. Da die Überprüfung der Zulässigkeit der Ausführung der Einplanung aufwändiger als das Auswahlverfahren ( $\text{Add}_i$  oder  $\text{Gen}_i$ ) ist, wird zuerst letzteres durchgeführt. Erst danach erfolgt eine Überprüfung der Durchführbarkeit. Führt diese zu einem negativen Ergebnis, wird anschließend versucht, die alternative Vorgehensweise zu verfolgen. Ist auch diese nicht durchführbar, muss die Einplanung abgebrochen werden. Die eigentliche Auswahl der Vorgehensweise erfolgt gemäß der Evaluierung einer gleichverteilten Zufallsvariablen. Die stochastischen Gewichte der beiden Alternativen,  $w_i^{\text{Add}}$  und  $w_i^{\text{Gen}}$ , sind so gewählt, dass die Wahrscheinlichkeit eine Kampagne mit minimaler Kampagnenlänge  $\tilde{n}_i$  zu erstellen genauso hoch ist, wie die Wahrscheinlichkeit  $\tilde{n}_i$ -mal hintereinander ein einzelnes Batch zu bereits bestehenden Kampagnen hinzuzufügen. Abbildung 6.9 zeigt den zuvor beschriebenen Ablauf als Pseudocode.

```

Require:  $s \mid |\mathcal{I}_s^{\text{Out}}| = 1$ 
  Berechne Produktionsanforderung in Abhängigkeit des einzigen Output-
  prozesses  $i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}$ 
  if Produktionsanforderung unzulässig then
    return unlösbar wegen unzulässiger Produktionsanforderung
  end if
  Initialisiere  $w_i^{\text{Add}}$  und  $w_i^{\text{Gen}}$ , so dass  $p_i^{\text{Add}} = (p_i^{\text{Gen}})^{\check{n}_i} = 1 - p_i^{\text{Gen}}$ 
  while  $n_i^{\text{ToProd}} > 0$  do
    if gleichverteilte  $[0, 1)$ -Zufallsvariable  $< p_i^{\text{Add}}$  then
      if  $\text{Add}_i$  ausführbar then
         $\text{Add}_i$ 
         $n_i^{\text{ToProd}} = n_i^{\text{ToProd}} - 1$ 
      else if  $\text{Gen}(i)$  ausführbar then
         $\text{Gen}_i$ 
         $n_i^{\text{ToProd}} = n_i^{\text{ToProd}} - \check{n}_i$ 
      else
        return unlösbar ohne Kampagnenverschiebung
      end if
    else
      if  $\text{Gen}_i$  ausführbar then
         $\text{Gen}_i$ 
         $n_i^{\text{ToProd}} = n_i^{\text{ToProd}} - \check{n}_i$ 
      else if  $\text{Add}_i$  ausführbar then
         $\text{Add}_i$ 
         $n_i^{\text{ToProd}} = n_i^{\text{ToProd}} - 1$ 
      else
        return unlösbar ohne Kampagnenverschiebung
      end if
    end if
  end while
return ok

```

Abbildung 6.9: SubScheduler-1 (Pseudocode)

### Vorgehensweise für Produkte mit mehreren Outputprozessen

Im Fall, dass zur Produktion des zu bearbeitenden Produktes  $s$  verschiedene Outputprozesse  $i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}$  zur Verfügung stehen, wird die Auswahl der Produktionsweise schwieriger. Zunächst muss die allgemeine Produktionsanforderung des Produktes  $s$  bestimmt werden. Da noch keine Festlegung auf einen bestimmten Prozess mit einer bestimmten Batchgröße erfolgt ist, kann hier statt einer Batchanzahl nur eine Menge  $q_s^{\text{ToProd}}$  errechnet werden, die zu einem bestimmten Zeitpunkt fertiggestellt sein muss. Ist an dieser bereits eine Unzulässigkeit eindeutig erkennbar, wird der Auswahlprozess abgebrochen. Die Standardoptionen zur Produktion eines Produktes ergeben sich aus der Kombination der Outputprozesse  $i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}$  sowie ihrer Produktionsalternativen  $\text{Gen}_i$  und  $\text{Add}_i$ . Pro Produkt stehen daher  $2|\mathcal{I}_s^{\text{Out}}|$  Produktionsmöglichkeiten zur Verfügung. Diese werden zu Beginn des eigentlichen Auswahlprozesses in einen *Optionscontainer* übernommen. Aus der Menge der in diesem enthaltenen Optionen  $\mathcal{O}^{\text{Cont}}$  wird dann zufällig unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeiten, die sich aus den Gleichungen (6.8) und (6.9) ergeben, so lange jeweils eine Option  $o^*$  entnommen, bis sich diese ausführen lässt. Die Überprüfung, ob eine zulässige Ausführung der Option möglich ist, erfolgt somit wiederum erst nach der Auswahl der Option. Abbildung 6.10 zeigt den Ablauf des Auswahlvorganges in Pseudocode.

$$w_o = \left( \max_{o' \in \mathcal{O}^{\text{Cont}}} m_{o'} - m_o + \epsilon \right)^{\alpha^{i-\text{Add}/\text{Gen}}} \quad \forall o \in \mathcal{O}^{\text{Cont}} \quad (6.8)$$

$$p_o = \frac{w_o}{\sum_{o' \in \mathcal{O}^{\text{Cont}}} w_{o'}} \quad \forall o \in \mathcal{O}^{\text{Cont}} \quad (6.9)$$

Da das zu produzierende Produkt durch verschiedene Prozesse erstellt werden kann, ergibt sich aus der Wahl der Produktionsweise auch eine Entscheidung über die Kapazitätsauslastung der betroffenen Produktionsanlageneinheiten. Außerdem sind unterschiedliche Batchgrößen und Mindestkampagnenlängen im Zusammenhang mit einer gegebenenfalls möglichen Überproduktion zu berücksichtigen.

Die aktuelle Kapazitätsauslastung einer einzelnen Anlageneinheit  $u$  lässt sich schnell bestimmen. Wichtiger ist jedoch, die erwartete Auslastung einschätzen zu können, um in den Fällen, in denen eine Alternative existiert, gegensteuern zu können. Eine ständige Aktualisierung der Erwartungswerte unter genauer Berücksichtigung der bereits getroffenen Entscheidungen während des Planungsprozesses ist jedoch zu rechenzeitintensiv. Daher werden in vorbereitenden Berechnungen die folgenden Grenzfälle für alle Anlageneinheiten  $u$  bestimmt:<sup>143</sup>

<sup>143</sup>Für die genaue Vorgehensweise zur Bestimmung der Parameter sei zunächst auf den

```

Require:  $s \mid |\mathcal{I}_s^{\text{Out}}| > 1$ 
  Berechne allgemeine Produktionsanforderung für Produkt  $s$ 
  if Produktionsanforderung unzulässig then
    return unlösbar wegen unzulässiger Produktionsanforderung
  end if
  Initialisiere Standardoptionen
  while  $q_s^{\text{ToProd}} > 0$  do
    Initialisiere Optionscontainer  $\mathcal{O}^{\text{Cont}}$  mit Standardoptionen
    Berechne Malus  $m_o \forall o \in \mathcal{O}^{\text{Cont}}$ 
    repeat
      Wähle eine Option  $o$  unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeiten  $p_o$  gemäß der Gleichungen (6.9)
       $\mathcal{O}^{\text{Cont}} = \mathcal{O}^{\text{Cont}} \setminus \{o\}$ 
      if Option  $o$  ausführbar then
        Führe Option  $o$  aus
         $q_s^{\text{ToProd}} = q_s^{\text{ToProd}} - q_o^{\text{Out}}$ 
      else
        if  $\mathcal{O}^{\text{Cont}} = \emptyset$  then
          return unlösbar ohne Kampagnenverschiebung
        else
          Aktualisiere Malus  $m_o \forall o \in \mathcal{O}^{\text{Cont}}$ 
        end if
      end if
    until Ausführung erfolgreich
  end while
  return ok

```

Abbildung 6.10: SubScheduler-n (Pseudocode)

- die minimale Nutzungsdauer  $\check{t}_u$
- die minimale Nutzungsdauer  $\check{t}_u^{\text{NS}}$  unter der Annahme, dass kein Produkt eine Unterschreitung des Sicherheitsbestandes oder eine Nachfragefehlmenge aufweist
- die minimale Nutzungsdauer  $\check{t}_u^{|\widehat{\mathcal{C}}|}$  bei Verteilung der zu produzierenden Batches jedes Prozesses auf die maximal mögliche Anzahl von Kampagnen
- die minimale Nutzungsdauer  $\check{t}_u^{\text{NS}|\widehat{\mathcal{C}}|}$  bei Verteilung der zu produzierenden Batches jedes Prozesses auf die maximal mögliche Anzahl von Kampagnen unter der Annahme, dass kein Produkt eine Unterschreitung des Sicherheitsbestandes oder eine Nachfragefehlmenge aufweist
- die maximale Nutzungsdauer  $\widehat{t}_u$
- die maximale Nutzungsdauer  $\widehat{t}_u^{|\widehat{\mathcal{C}}|}$  bei Verteilung der zu produzierenden Batches jedes Prozesses auf die geringst mögliche Anzahl von Kampagnen

Um die Auswirkungen des Produktionsprogrammes und der zur Verfügung stehenden Prozesse korrekt einschätzen zu können, wird bei der Bestimmung der Werte auf die natürliche Obergrenze der Nutzungsdauer  $t^{\text{PH}}$  verzichtet. Definitionsgemäß gelten folgende Relationen zwischen den Parametern:

$$\begin{array}{ccc}
 \check{t}_u & \leq & \check{t}_u^{|\widehat{\mathcal{C}}|} \\
 & \leq & \leq \\
 \check{t}_u^{\text{NS}} & \leq & \check{t}_u^{\text{NS}|\widehat{\mathcal{C}}|} \\
 & \leq & \leq \\
 \widehat{t}_u^{|\widehat{\mathcal{C}}|} & \leq & \widehat{t}_u
 \end{array}$$

Wie in Gleichungen (6.10) zu sehen, steigt der Malusfaktor  $\dot{m}_u$  der Anlageneinheit  $u$  mit der aktuellen Auslastung. Er nimmt jedoch mindestens den Wert der minimalen Nutzungsdauer  $\check{t}_u$  an. Außerdem wird der Parameter  $\widehat{t}_u$  erhöhend und der Parameter  $\check{t}_u^{\text{NS}}$  senkend berücksichtigt. Der Malusfaktor  $\dot{m}_i^{\mathcal{U}}$  fasst für den Prozess  $i$  die Malusse der von ihm genutzten Anlageneinheiten  $\mathcal{U}_i$  zusammen. Gemäß Gleichung (6.11) erfolgt dies in gewichteter Form. Der höchste Malusfaktor  $\dot{m}_u$  der Anlageneinheiten, die von Prozess  $i$  genutzt werden, wird hierbei am stärksten gewichtet. Nutzt ein Prozess mehr Anlageneinheiten als andere Prozesse, soll dies bei der Evaluierung des Malusfaktors deutlich werden. Jedoch soll eine mäßige Auslastung vieler Anlageneinheiten nicht zu einer schlechteren Bewertung als die zu hohe Auslastung einer einzelnen

---

später folgenden Abschnitt 6.4.3 verwiesen.

Anlageneinheit führen. Die verwendeten Gewichtungsfaktoren sind so gewählt, dass sie ein ausgewogenes Verhältnis der beiden Aspekte garantieren.

$$\dot{m}_u = \frac{\hat{t}_u}{t^{\text{PH}}} \max \left\{ \check{t}_u; \sum_{i \in \mathcal{I}_u} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \bar{T}_{ic}^c \right\} \frac{1}{\check{t}_u^{\text{NS}}} \quad \forall u \in \mathcal{U}_{\mathcal{I}_s^{\text{Out}}} \quad (6.10)$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_i^{\mathcal{U}} &= \dot{m}_u + \frac{1}{2} \dot{m}_{u'} + \frac{1}{4} \dot{m}_{u''} + \frac{1}{8} \dot{m}_{u'''} + \dots \\ &\text{mit } \dot{m}_u \geq \dot{m}_{u'} \geq \dot{m}_{u''} \geq \dots \end{aligned} \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}} \quad (6.11)$$

Die erwartete Auslastung ist auch bei der Wahl zwischen den Produktionsweisen **Add** und **Gen** zu berücksichtigen. Durch die Rüst- und Reinigungszeit ist es kapazitätsaufwändiger eine Kampagne einzuplanen, statt Batches zu bereits bestehenden hinzuzufügen. Existiert nur ein Outputprozess wird die gesamte Produktionsmenge des Produktes auf denselben Anlagen produziert. Eine tendenziell zu häufige Kampageneinlastung kann durch die später vorgestellte Heilungsmethode der Kampagnenfusion geheilt werden. Daher wird bei nur einem Outputprozess auf eine spezielle Einflussnahme durch kapazitätsorientierte Faktoren verzichtet. Im hier betrachteten Fall mehrerer Outputprozesse verteilen sich die erstellten Kampagnen jedoch in der Regel auf verschiedene Prozesse, so dass Heilungsmethoden wie die Kampagnenfusion weniger häufig anwendbar sind. Daher wird bereits an dieser Stelle beeinflussend eingegriffen. Hierzu wird für jeden Prozess der Malusfaktor  $\dot{m}_i^{\text{Gen}}$ , der sich gemäß der Gleichungen (6.12) berechnet, genutzt. Er wird erst größer eins, falls die maximale Nutzungsdauer  $\hat{t}_u$  eines der betroffenen Anlageneinheiten die Länge des Planungszeitraumes  $t^{\text{PH}}$  übersteigt. Übersteigen andere Parameter der Kapazitätsauslastung ebenfalls den Planungshorizont, werden weitere Wertepaare bei der Berechnung des Malusfaktors berücksichtigt. Ein Wertepaar besteht dabei aus der Nutzungsdauer bei maximaler sowie minimaler Kampagnenanzahl unter sonst gleichen Voraussetzungen.<sup>144</sup> Es drückt somit den Unterschied zwischen einem Vorgehen unter ständiger Einlastung neuer Kampagnen (**Gen**) und einem Vorgehen bei meistmöglichem Hinzufügen von Batches zu bereits bestehenden Kampagnen (**Add**) aus.

<sup>144</sup>Bei einer Minimierung (Maximierung) der Nutzungsdauer ergibt sich implizit eine minimale (maximale) Kampagnenanzahl.

$$\dot{m}_i^{\text{Gen}} = \max_{u \in \mathcal{U}_i} \begin{cases} 1 & \text{wenn } \hat{t}_u < t^{\text{PH}} \\ \frac{\hat{t}_u}{\hat{t}_u^{|\hat{C}|}} \frac{\check{t}_u^{|\hat{C}|}}{\check{t}_u} & \text{wenn } \check{t}_u^{\text{NS}|\hat{C}|} < t^{\text{PH}} \leq \hat{t}_u \\ \frac{\hat{t}_u}{\hat{t}_u^{|\hat{C}|}} \frac{\check{t}_u^{|\hat{C}|}}{\check{t}_u} \frac{\check{t}_u^{\text{NS}|\hat{C}|}}{\check{t}_u^{\text{NS}}} & \text{wenn } \check{t}_u^{|\hat{C}|} < t^{\text{PH}} \leq \check{t}_u^{\text{NS}|\hat{C}|} \\ \frac{\hat{t}_u}{\hat{t}_u^{|\hat{C}|}} \frac{\check{t}_u^{|\hat{C}|}}{\check{t}_u} \frac{\check{t}_u^{\text{NS}|\hat{C}|}}{\check{t}_u^{\text{NS}}} \frac{\check{t}_u^{|\hat{C}|}}{\check{t}_u} & \text{wenn } t^{\text{PH}} \leq \check{t}_u^{|\hat{C}|} \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}} \quad (6.12)$$

Neben der Berücksichtigung anlagenbezogener Faktoren, muss auch der Prozess selber in Verknüpfung mit seiner Produktionsweise betrachtet werden. Hierbei ist ausschlaggebend, wie lange die Produktion die entsprechenden Anlageneinheiten belegen wird. Da je nach gewählter Option eine unterschiedliche immer noch zu produzierende Restmenge  $q_s^{\text{ToProd}}$  verbleibt, die wiederum in Kapazitätsauslastungen resultiert, darf nicht nur Belegungszeit berücksichtigt werden, die direkt durch eine einfache Ausführung der Option verursacht wird. Deshalb werden die Optionen unter der Annahme verglichen, dass sie so lange wiederholt werden, bis durch sie entweder die gesamte Restmenge oder die maximal durch eine Produktionsalternative in einem Schritt ausbringbare Menge produziert ist. Ohne Berücksichtigung einer Mindestkampagnenlänge ergibt sich die daraus resultierende Batchanzahl gemäß Gleichung (6.13) zu  $\tilde{N}_i$ . Der Malus  $m_i^{\text{Add}}$  für die Produktionsweise  $\text{Add}_i$  des Prozesses  $i$  ergibt sich dann gemäß (6.14). Bei Berechnung des Malus  $m_i^{\text{Gen}}$  desselben Prozesses müssen zusätzlich die Mindestkampagnengröße sowie die Rüst- und Reinigungszeiten berücksichtigt werden (siehe Gleichungen (6.15)).

$$\tilde{N}_i = \left\lceil \min \left\{ q_s^{\text{ToProd}}; \max_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} \check{n}_{i'} q_{i's}^{\text{Out}} \right\} / q_{is}^{\text{Out}} \right\rceil \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}} \quad (6.13)$$

$$m_i^{\text{Add}} = \dot{m}_i^{\mathcal{U}} t_i^{\text{P}} \tilde{N}_i \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}} \quad (6.14)$$

$$m_i^{\text{Gen}} = \dot{m}_i^{\text{Gen}} \dot{m}_i^{\mathcal{U}} \left( t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} \max \left\{ \check{n}_i; \tilde{N}_i \right\} + t_i^{\text{Cl}} \right) \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}} \quad (6.15)$$

### 6.2.3.3 Ausführbarkeit der ausgewählten Produktionsweise

Die Ausführbarkeit von  $\text{Gen}_i$ , d. h. die mögliche Platzierung einer neuen Kampagne minimaler Länge eines Prozesses  $i$ , wird unter der Vorgabe des spätestmöglichen Endzeitpunktes überprüft. Der Planungszeitraum wird dabei ausgehend vom spätestmöglichen Endzeitpunkt rückwärts durchsucht, um

ein Zeitfenster auf den erforderlichen Anlageneinheiten  $u \in \mathcal{U}_i$  zu finden, das ausreichend groß ist, um die Kampagne überlappungsfrei einzulasten. Hierbei werden Kampagnen, die bereits eingeplant sind, nicht verschoben. Ist ein möglicher Belegungszeitpunkt gefunden, erfolgt eine Überprüfung hinsichtlich der Zulässigkeit des Materialflusses. Hierbei werden jedoch nur die Inputprodukte des betroffenen Prozesses überprüft, die entweder Rohstoff, Nebenprodukt oder nicht lagerfähig sind. Andere Inputprodukte  $s' \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{DOut}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}\}$  werden durch eine gegebenenfalls neu verursachte Unterschreitung ihrer Pseudounzulässigkeitsgrenze in die Menge  $\mathcal{S}^{\lambda_i}$  übernommen.

Für Rohstoffe wird zunächst die Verfügbarkeit der maximalen Bestellmenge angenommen.<sup>145</sup> Ist für den Rohstoff ein Sicherheitsbestand einzuhalten, erfolgt die Überprüfung auf Materialverfügbarkeit unter Beachtung der Pseudounzulässigkeitsgrenze. Nebenprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{DOut}}$  entstehen in Prozessen, die mehr als ein Outputprodukt besitzen. Eines dieser Outputprodukte wird als Hauptprodukt definiert. Mit ihm wird der Hauptstrang im Materialfluss fortgesetzt, wohingegen die übrigen Nebenprodukte meist Rückwärtszyklen begründen und nach Aufbereitungsprozessen dem Materialfluss zurückgeführt werden. Da sie immer „nebenbei“ anfallen und nicht treibende Kraft der Einplanung sind, werden sie hinsichtlich ihrer Verwendung ähnlich wie Rohstoffe behandelt. Allerdings erfolgt für Sie die Überprüfung der Materialverfügbarkeit nach der bei derzeitigem Planungsstand tatsächlich vorhandenen Menge. Die Überprüfung der Materialverfügbarkeit erstreckt sich in beiden Fällen, d. h. für Rohstoffe und Nebenprodukte, nicht nur auf die Zeitpunkte, an denen die neu hinzugefügten verbrauchenden Batches starten, sondern auf den gesamten Planungszeitraum (ab dem Zeitpunkt des ersten Batchbeginns). Dies garantiert, dass durch einen neuen Materialverbrauch früh im Planungszeitraum, keine Unzulässigkeiten zu späteren Zeitpunkten entstehen. Für den Fall, dass die Materialverfügbarkeit verneint wird, ist es nicht nötig nach einem anderen früheren Belegungszeitpunkt zu suchen. Dieses würde spätestens zu exakt demselben Zeitpunkt wie zuvor zu einer Unterschreitung der (Pseudo)Unzulässigkeitsgrenze führen. Für den Sonderfall, dass die Kampagne ein nicht lagerfähiges Produkt verbraucht, wird zusätzlich überprüft, ob die gleichen Voraussetzungen für mindestens einen der in Frage kommenden Zwangskopplungspartner erfüllt sind. Eine definitive Entscheidung über den einzulastenden Zwangskopplungspartner findet aber an dieser Stelle noch nicht statt. Die Belegungszeit wird hierbei in Übereinstimmung mit der spätestmöglichen Kombinationsmöglichkeit gegebenenfalls weiter verfrüht.

Die Überprüfung der Ausführbarkeit von  $\text{Add}_i$ , d. h. dem Hinzufügen eines

<sup>145</sup>Die exakten Bestellmengen und Zeitpunkte werden am Ende der Planerstellung unter Annahme einer spätestmöglichen Lieferung bestimmt. Etwaig einzuhaltende Sicherheitsbestände werden dabei bestmöglich erfüllt. Eine Bestimmung der optimalen Bestellmengen erfolgt erst in einem Modul der Verbesserungsheuristik.

Batches zu einer bereits bestehenden Kampagne desselben Prozesses  $i$ , erfolgt unter ähnlichen Voraussetzung wie die von  $\text{Gen}_i$ . Auch hier wird ein spätestmöglicher Endzeitpunkt vorgegeben. Ausgehend von diesem wird rückwärts nach bereits bestehenden Kampagnen desselben Prozesses  $i$  gesucht. Das Batch wird spätestmöglich entweder nach dem letzten oder vor dem ersten Batch dieser Kampagne eingefügt. Hierzu muss nach beziehungsweise vor der Kampagne auf den entsprechenden Anlageneinheiten  $u \in \mathcal{U}_i$  ein genügend großes Zeitfenster der Länge  $t_i^P$  zur Verfügung stehen. Eine Verschiebung anderer Kampagnen zur Schaffung dieses Zeitfensters findet auch hier zunächst nicht statt. Die Überprüfung hinsichtlich der Materialverfügbarkeit von Rohstoffen und Nebenprodukten erfolgt wie bei  $\text{Gen}_i$ . In Bezug auf gegebenenfalls verbrauchte nicht lagerfähige Produkte ist die Überprüfung jedoch einfacher, da die Kampagne, die um ein Batch verlängert wird, in diesem Fall bereits einen festen Zwangskopplungspartner besitzt, der genau dieselben Bedingungen erfüllen muss.

#### 6.2.3.4 Berücksichtigung von Zwangskopplungen bei der Einplanung

Die Einplanung einer Kampagne ( $\text{Gen}_i$ ), die ein nicht lagerfähiges Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{ZW}} \cap \mathcal{S}_i^{\text{In}}$  verbraucht, stößt sofort die Einplanung einer zwangsgekoppelten Kampagne an, die dieses produziert. Während der Überprüfung der Ausführbarkeit vor der Einplanung wurde bereits sichergestellt, dass mindestens eine zulässige Möglichkeit zur Bereitstellung einer zwangsgekoppelten Kampagne besteht. Jedoch ist nicht unbedingt die Zulässigkeit aller Optionen bekannt, so dass zunächst alle Prozesse  $i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}$  in den Optionscontainer  $\mathcal{I}_s^{\text{Cont}}$  übernommen werden. Die Auswahl des Prozesses wird unter der Berücksichtigung der in den Gleichungen (6.17) angegebenen Wahrscheinlichkeiten getroffen. Stellt sich die gewählte Option als nicht ausführbar heraus, wird sie aus dem Optionscontainer  $\mathcal{I}_s^{\text{Cont}}$  entfernt.

$$w_i^{\text{Gen}} = \left( \max_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}}} m_{i'}^{\text{Gen}} - m_i^{\text{Gen}} + \epsilon \right)^{\alpha^{\text{ZW}}} \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}} \quad (6.16)$$

$$p_i^{\text{Gen}} = \frac{w_i^{\text{Gen}}}{\sum_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}}} w_{i'}^{\text{Gen}}} \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}} \quad (6.17)$$

Der Malus  $m_i^{\text{Gen}}$ , der zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten herangezogen wird, ergibt sich aus dem produktabhängigen Malusfaktor  $\dot{m}_i^{\text{U}}$ , der sich aus den Gleichungen (6.11) ergibt, und der minimalen Kampagnenlänge  $\check{t}_i^{\text{C}}$ . Zwar ist die minimale Batchanzahl der Kampagnen sowie die Produktionszeit eines Batches für alle  $i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}$  eines Produktes  $s \in \mathcal{S}^{\text{ZW}}$  gleich,<sup>146</sup> jedoch kann sich

<sup>146</sup>Siehe Abschnitt 5.3.3.

ihre Länge aufgrund unterschiedlicher Rüst- und Reinigungszeiten,  $t_i^{\text{SU}}$  und  $t_i^{\text{Cl}}$ , voneinander unterscheiden.

$$m_i^{\text{Gen}} = \dot{m}_i^{\mathcal{U}} \check{t}_i^{\mathcal{C}} \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}} \quad (6.18)$$

Wird ein Batch zu einer Kampagne hinzugefügt (Add), die ein nicht lagerfähiges Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{ZW}}$  verbraucht, wird ebenfalls sofort ein Batch zu der bekannten zwangsgekoppelten Kampagne hinzugefügt, die  $s$  produziert. Eine Entscheidung über den Prozess der zwangsgekoppelten Kampagne wurde bereits bei der Generierung der Kampagnen wie oben beschrieben getroffen. Ein weiteres Auswahlverfahren ist somit nicht notwendig, wenn die in Abschnitt 5.3.3 eingeführte eindeutige Zwangskopplung eingehalten wird.

### 6.2.3.5 Methoden zur Heilung von Plänen

Falls ein Produkt nicht eingeplant werden kann, muss der Planerstellungsversuch dennoch nicht sofort aufgegeben werden. Es besteht die Möglichkeit verschiedene Heilungsmethoden anzuwenden, um eine fortgesetzte (pseudo)zulässige Einplanung zu ermöglichen. Die Anwendung der Heilungsmethoden richtet sich teilweise nach der vermuteten Ursache der gescheiterten Standardeinplanung, wie sie von `SubScheduler-1` beziehungsweise `SubScheduler-n` zurückgemeldet wird. Außerdem erfolgt sie in verschiedenen Eskalationsstufen. Diese richten sich nach dem Rechenzeitaufwand sowie der erwarteten Auswirkung auf den Zielfunktionswert in Relation zur Wahrscheinlichkeit der Problembhebung. Abbildung 6.11 zeigt den Pseudocode des `Scheduler`-Algorithmus zur Planerstellung in Bezug auf die Anwendung der im folgenden vorgestellten Heilungsmethoden.

#### Kampagnenfusion Typ 1

Einplanungsversuche scheitern häufig daran, dass nicht genügend Kapazität zum richtigen Zeitpunkt zur Verfügung steht. Die zufallsbedingte Wahl zwischen `Gen` und `Add` kann darin resultieren, dass zwei Kampagnen desselben Prozesses dicht oder sogar ohne Abstand direkt aufeinanderfolgen. In diesen Fällen ist die Fusion dieser beiden Kampagnen ein geeignetes Mittel, um die Belegungszeit der betroffenen Kampagnen um die Summe aus Rüst- und Reinigungszeit zu reduzieren.<sup>147</sup> Außerdem wird das freie Zeitfenster, das

<sup>147</sup>Hierbei wird davon ausgegangen, dass für alle Prozesse gilt  $t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{Cl}} > 0$ . Ist dies nicht der Fall, stellt eine Fusion keine Kapazitätsentlastung dar, sondern nur eine Verschiebung der Batches der betroffenen Kampagne. Damit wird allerdings die vorher zwischen den Kampagnen eingeschlossene Leerzeit an den Rand der dann fusionierten verschoben. Wenn diese vorher nicht ausreichte, um eine Kampagne minimaler Länge aufzunehmen, kann sie jetzt gegebenenfalls mit anderen leeren Belegungsfenstern hierfür kombiniert werden. In diesen Fällen ist eine Fusion selbst bei fehlenden Rüst- und Reinigungszeiten vorteilhaft.

```

Require:  $\lambda_s \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{SS}}$ 
Initialisiere  $\mathcal{S}^{\lambda_i}$ 
while  $\mathcal{S}^{\lambda_i} \neq \emptyset$  do
  Wähle ein Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\lambda_i}$  unter der Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeiten  $p_s^{\lambda_i}$  gemäß der Gleichungen (6.5)
  repeat
     $ret \leftarrow \text{SubScheduler-1}(s)$  bzw.  $\text{SubScheduler-n}(s)$ 
    if  $ret \neq \text{ok}$  then
      CFusion1 //Kampagnenfusion Typ 1
      if erfolgreich then  $ret \leftarrow \text{SubScheduler-1}(s)$  bzw.  $\text{SubScheduler-n}(s)$ 
    end if
    if  $ret = \text{unlösbar wegen unzulässiger Produktionsanforderung}$  then
      TmpPInfFDecrease //Begrenzte Herabsetzung von  $\lambda_s$ 
      if erfolglos then
        CFusion2 //Kampagnenfusion Typ 2
        if erfolglos then return  $\frac{1}{2}$  wegen  $s$ 
      end if
    else if  $ret = \text{unlösbar ohne Kampagnenverschiebung}$  then
       $ret \leftarrow \text{ShiftScheduler}(s)$  //Einplanung mit Verschiebung
      if  $ret \neq \text{ok}$  then
        CFusion2 //Kampagnenfusion Typ 2
        if erfolglos then return  $\frac{1}{2}$  wegen  $s$ 
      end if
    end if
  until  $ret = \text{ok}$ 
  Aktualisiere  $\mathcal{S}^{\lambda_i}$ 
end while
Bestimme spätestmögliche Rohstofflieferungen
return Lösung  $sol$ 

```

Abbildung 6.11: Scheduler (Pseudocode)

zuvor zwischen den Kampagnen eingeschlossen war, vor oder nach der dann fusionierten Kampagne zur Verfügung gestellt. Dies kann vorteilhaft sein, wenn der Abstand zwischen den Kampagnen vor der Fusion zu gering war, um eine Kampagne minimaler Länge aufzunehmen. Abbildung 6.12 zeigt die generelle Vorgehensweise der Methode `CFusion1` zur Kampagnenfusion des Typs 1 in Pseudocode. Die eigentliche Fusion findet nur für aufeinanderfolgen-

```

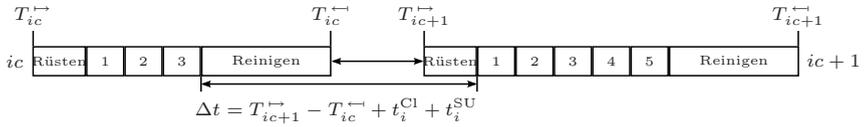
for all  $i \in \mathcal{I}$  do
   $c = 0$ 
  while  $c < \mathcal{C}_i$  do
    Prüfe Fusion der Kampagnen  $ic$  und  $ic + 1$  unter Fixierung von  $ic + 1$ 
    if erfolgreich then
      Fusioniere Kampagnen unter Fixierung von  $ic + 1$ 
    else
      Prüfe Fusion der Kampagnen  $ic$  und  $ic + 1$  unter Fixierung von  $ic$ 
      if erfolgreich then
        Fusioniere Kampagnen unter Fixierung von  $ic$ 
      else
         $c = c + 1$ 
      end if
    end if
  end while
end for

```

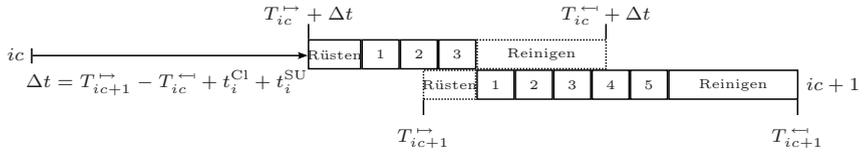
Abbildung 6.12: `CFusion1` (Pseudocode)

de Kampagnen desselben Prozesses statt. Einschränkend wird dabei jeweils eine Kampagne fixiert. Es existieren daher zwei verschiedene Richtungen, in die die Kampagnen miteinander fusionieren können. Abbildung 6.13 zeigt ein Beispiel für die Fusionsmöglichkeiten zweier Kampagnen. Die Ausgangslage ist in Abbildung 6.13a dargestellt. Die Fusion erfolgt dann entweder gemäß Abbildung 6.13b und c unter Fixierung der zweiten Kampagne oder umgekehrt gemäß Abbildung 6.13d und e unter Fixierung der ersten Kampagne. Der Fusionsalgorithmus prüft hierbei zunächst die zuerst beschriebene Variante auf (Pseudo)Zulässigkeit. Ist sie ausführbar, wird sie der anderen vorgezogen. Der Vorzug beruht auf der angestrebten spätestmöglichen Bereitstellung von Produktionsmengen. Damit eine Kampagnenfusion ausgeführt werden kann und soll, sind außerdem folgende Bedingungen einzuhalten:

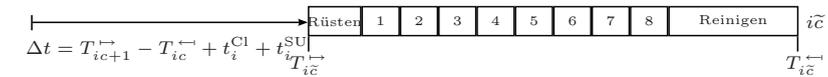
- Die maximale Kampagnengröße  $\hat{n}_i$  darf auch nach der Fusion nicht überschritten werden.
- Die Kampagne  $ic + 1$  muss der Kampagne  $ic$  auf allen Anlageneinhei-



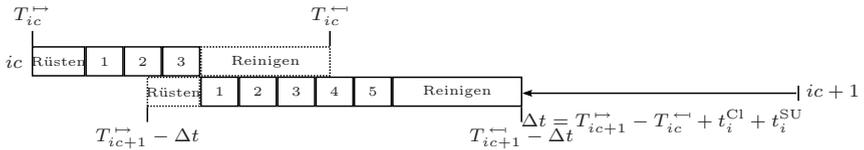
(a) Ausgangssituation



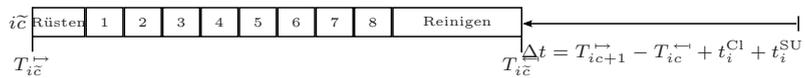
(b) Zwischenschritt: Verschiebung der Kampagne  $ic$



(c) Ergebnis nach Fusion der Kampagnen  $ic$  und  $ic + 1$  unter Fixierung von  $T_{ic+1}^{\rightarrow}$



(d) Zwischenschritt: Verschiebung der Kampagne  $ic + 1$



(e) Ergebnis nach Fusion der Kampagnen  $ic$  und  $ic + 1$  unter Fixierung von  $T_{ic}^{\leftarrow}$

Abbildung 6.13: Prinzip der Kampagnenfusion mit CFusion1

ten  $u \in \mathcal{U}_i$  folgen, ohne dass eine andere Kampagne oder ein Betriebsstillstand dazwischen liegt.

- Der Abstand zwischen den beiden Kampagnen darf das  $\chi_{CF1}^{\max \tilde{t}}$ -fache der Mindestkampagnenlängen der Prozesse  $i'$  der Kampagnen  $i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}$ , die direkt oder indirekt mit der Kampagne  $ic$  und  $ic+1$  zwangsgekoppelt sind, nicht überschreiten.
- Es dürfen keine neuen (Pseudo)Unzulässigkeiten durch die Verschiebung der von der aufgelösten Kampagne übernommenen Batches entstehen. Bei einer Übernahme von  $ic$  durch  $ic+1$  genügt eine Überprüfung der Outputprodukte  $s \in \mathcal{S}_i^{\text{Out}}$ , im umgekehrten Fall die der Inputprodukte  $s \in \mathcal{S}_s^{\text{In}}$ .<sup>148</sup>
- Gegebenenfalls zwangsgekoppelte Kampagnen müssen demselben Prozess angehören. Ihre Fusion muss dieselben Bedingungen erfüllen.

Die Fusion von Kampagnen eines Prozesses  $i$  kann dazu führen, dass einer abgelehnten Fusionsanfrage zweier Kampagnen eines zuvor bearbeiteten Prozesses  $i' < i$  nun doch stattgegeben werden könnte. Dies ist jedoch nur über eine Änderung der Materialflüsse möglich. Da der Abstand zweier zu fusionierender Kampagnen aber begrenzt ist, entstehen hierdurch keine großen Änderungen, die wiederholte Durchläufe von `CFusion1` in Anbetracht der hierfür nötigen Rechenzeit rechtfertigen.

## Kampagnenfusion Typ 2

Die Kampagnenfusion des Typs 2 erweitert die Umstände, unter denen eine Fusion stattfinden darf. Der Pseudocode der ausführenden Methode `CFusion2` ist in Abbildung 6.14 dargestellt. Die Forderung, dass zwischen den beiden Kampagnen keine anderen liegen darf, wird nun fallengelassen. Da `CFusion2` als letztes Mittel der Heilung eingesetzt wird, ist nur in Ausnahmefällen damit zu rechnen, dass vor beziehungsweise nach der Kampagne des betrachteten Prozesses genügend freie Kapazität vorhanden ist, um mit der Vorgänger- oder Nachfolgerkampagne desselben Prozesses zu fusionieren. Daher wird die Möglichkeit eröffnet, Drittkampagnen, die die Fusion blockieren, zu verschieben. Diese Verschiebungen dürfen auch wieder neue Verschiebungen aufgrund von Konflikten in der Anlagenbelegung auslösen. Die Verschiebung der Drittkampagnen erfolgt entgegengesetzt zu der der nicht fixierten, zu fusionierenden

<sup>148</sup>Dies gilt mit Ausnahme derjenigen Inputprodukte, die gleichzeitig Endprodukt sind. Für sie muss der Materialfluss zusätzlich auch bei einer Übernahme der Batches aus Kampagne  $ic$  durch Kampagne  $ic+1$  überprüft werden. Dies ist notwendig, da durch Spätlieferungen dispositiv negative Lagerbestände entstehen können, aber Input nur aus positivem Bestand bedient werden darf. Eine anfangs zulässige Lösung kann somit durch eine Verschiebung unzulässig werden, wenn der Input eines Batches anfangs vor und nun nach einem Nachfragezeitpunkt liegt, der nicht bedient werden kann.

```

for all  $i \in \mathcal{I}_{\mathcal{O}_{\text{out}}}^{\mathcal{U}}$  in zufallsgenerierter Reihenfolge do
   $c = 0$ 
  while  $c < \mathcal{C}_i$  do
    Prüfe Fusion der Kampagnen  $ic$  und  $ic + 1$  unter Fixierung von  $ic$ 
    if erfolgreich then
      Fusioniere Kampagnen unter Fixierung von  $ic$  und Vorwärtsver-
      schiebung anderer Kampagnen
    else
      Prüfe Fusion der Kampagnen  $ic$  und  $ic + 1$  unter Fixierung von
       $ic + 1$ 
      if erfolgreich then
        Fusioniere Kampagnen unter Fixierung von  $ic + 1$  und Rück-
        wärtsverschiebung anderer Kampagnen
      else
         $c = c + 1$ 
      end if
    end if
  end while
end for

```

Abbildung 6.14: CFusion2 (Pseudocode)

Kampagne. Da Verschiebungen von Drittkampagnen in der Regel umfangreicher ausfallen als die einzelne der zu fusionierenden Kampagne, wird die Reihenfolge der Fusionsrichtungen wegen des Prinzips der spätestmöglichen Bereitstellung von Produktionsmengen gegenüber der Methode CFusion1 umgekehrt. In CFusion2 wird damit zunächst eine Fusion unter Fixierung der früheren Kampagne geprüft. Wie zuvor müssen für eine zulässige und erwünschte Fusion weitere Bedingungen erfüllt sein:

- Die maximale Kampagnengröße  $\hat{n}_i$  darf auch nach der Fusion nicht überschritten werden.
- Es dürfen keine neuen (Pseudo)Unzulässigkeiten durch die Verschiebung des übernommenen Teils sowie dritter Kampagnen entstehen. Kampagnen die vorwärts (rückwärts) verschoben werden, lösen eine Überprüfung des Materialflusses ihrer Outputprodukte (Inputprodukte) aus.<sup>149</sup> Die Überprüfung des Materialflusses einzelner Produkte muss unter

<sup>149</sup>Dies gilt mit Ausnahme derjenigen Inputprodukte, die gleichzeitig Endprodukt sind. Für sie muss der Materialfluss zusätzlich auch bei einer Vorwärtsverschiebung überprüft werden. Dies ist notwendig, da durch Spätlieferungen dispositiv negative Lagerbestände entstehen können, aber Input nur aus positivem Bestand bedient werden darf. Eine anfangs zulässige Lösung kann somit durch eine Verschiebung unzulässig werden, wenn

Berücksichtigung aller Verschiebungen erfolgen.

- Der Abstand zwischen den beiden zu fusionierenden Kampagnen darf das  $\chi_{CF2}^{\max \tilde{t}}$ -fache der Mindestkampagnenlängen der Prozesse  $i'$  der Kampagnen  $i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}$ , die direkt oder indirekt mit der Kampagne  $ic$  und  $ic + 1$  zwangsgekoppelt sind, nicht überschreiten.
- Gegebenenfalls zwangsgekoppelte Kampagnen müssen demselben Prozess angehören. Ihre Fusion muss dieselben Bedingungen erfüllen.

Die Abbildung 6.15 erläutert die Vorgehensweise einer Kampagnenfusion des Typs 2 anhand eines Beispiels. Der Ausschnitt zeigt die Belegung zweier Anlageneinheiten mit vier unterschiedlichen Kampagnen. Überprüft wird eine Fusion der Kampagnen  $ic$  und  $ic + 1$  unter Fixierung ersterer. Wie in Abbildung 6.15b zu sehen ist, ist der Abstand  $\Delta t'$  zu gering, um die beiden Kampagnen zu fusionieren, ohne dass Konflikte mit anderen Kampagnen entstehen. Daher wird eine Verschiebung der Kampagne  $i'c'$  angestoßen (siehe Abbildung 6.15c), welche wiederum eine Verschiebung der Kampagne  $i''c''$  auf der Anlageneinheit  $u'$  auslöst. Werden alle anderen Bedingungen wie oben aufgeführt eingehalten, führt dies zur erfolgreichen Ausführung der Fusion sowie der Verschiebung und damit zu dem in Abbildung 6.15d dargestellten Ergebnis.

### Begrenzte Absenkung des Pseudounzulässigkeitsfaktors

Die Heilungsmethode einer begrenzten  $\lambda$ -Absenkung (`TmpPInfFDcrease`) kann generell nur für solche Produkte  $s$  eingesetzt werden, für die der minimale Pseudounzulässigkeitsfaktor  $\check{\lambda}_s$  kleiner als der maximale  $\hat{\lambda}_s$  ist. Dies trifft nur für End- und Sicherheitsbestandsprodukte  $s$  zu. Die Methode wird eingesetzt, wenn die Einplanung von Produktionsmengen bereits an der Pseudozulässigkeit der Produktionsanforderung scheitert. Die Manipulation des Pseudounzulässigkeitsfaktors  $\lambda_s$  findet nur für den Zeitpunkt statt, an dem nach derzeitigem Planungsstand die Pseudounzulässigkeitsgrenze zum ersten Mal unterschritten wird. Er wird soweit abgesenkt, dass eine Unterschreitung gerade nicht mehr stattfindet.<sup>150</sup> Ist dies auch bei minimalem Pseudounzulässigkeitsfaktor  $\check{\lambda}_s$  nicht möglich, d. h. ist die Planungssituation allgemein unzulässig, so scheidet die Anwendung dieser Heilungsmethode.

Die Beeinflussung der Pseudounzulässigkeitsgrenze durch Variation der Pseudounzulässigkeitsfaktoren  $\lambda_s$  ist eigentlich Aufgabe der äußeren Steuer-

---

der Input eines Batches anfangs vor und nun nach einem Nachfragezeitpunkt liegt, der nicht bedient werden kann.

<sup>150</sup>Die eigentliche Implementierung erfolgt nicht über eine direkte Absenkung des Pseudounzulässigkeitsfaktors. Vielmehr wird vor den betroffenen Ereignissen (Überprüfung des Sicherheitsbestandes, Nachfrage) ein Lagerbestandsdummy eingefügt, der den Lagerbestand um die entsprechende Menge erhöht. Hinter den Ereignissen wird die gleiche Menge durch einen weiteren Dummy sofort wieder abgezogen.

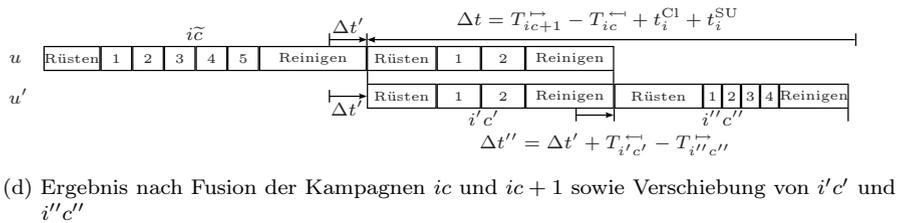
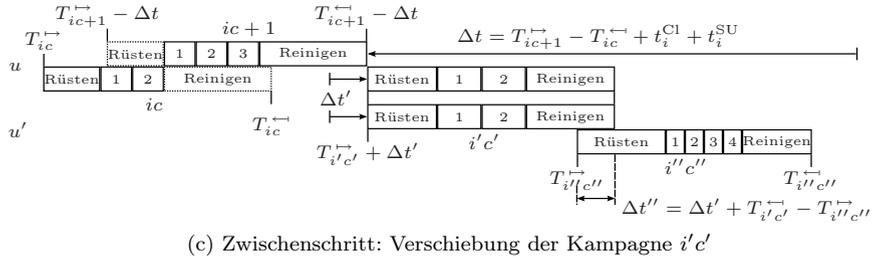
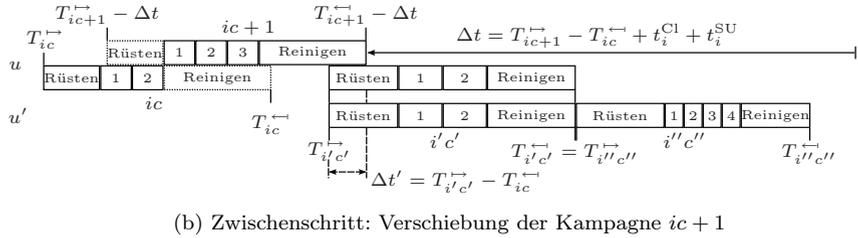
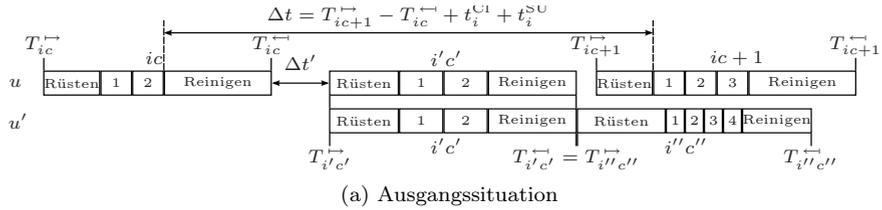


Abbildung 6.15: Beispiel der Anwendung von CFusion2 unter Fixierung der Kampagne  $ic$

heuristik. Dennoch findet auch durch diese Methode eine Manipulation der Pseudounzulässigkeitsgrenze statt. Diese erfolgt jedoch nur begrenzt für einen Zeitpunkt, ohne sich auf den gesamten Planungszeitraum auszuwirken. Eine wiederholte Anwendung ist aufgrund der restriktiven Bedingungen für den Aufruf der Methode (Unzulässigkeit der Produktionsanforderung) ausgeschlossen. Durch die Methode wird vielmehr die Möglichkeit geschaffen, die für den gesamten Planungszeitraum geltenden Vorgaben punktuell zu lockern. Dies ist insbesondere für kritische Umstände am Anfang des Planungszeitraumes hilfreich, wenn hierdurch auf eine allgemeine Absenkung verzichtet werden kann.

### Einplanung mit Kampagnenverschiebung

Die Heilungsmethode `ShiftScheduler` zur Einplanung mit Kampagnenverschiebung wird aufgerufen, wenn eine reguläre Einlastung der vom Produkt angeforderten Produktionsmenge nicht auf herkömmliche Weise stattfinden kann. Dies bedeutet, dass weder für eine Kampagne minimaler Länge noch für ein einzelnes Batch ein passendes Zeitfenster zur Verfügung steht. Mit Hilfe der herkömmlichen Einplanungsmethoden wird nur nach bereits bestehenden Zeitfenstern gesucht, ohne dass andere Kampagnen zur Schaffung dieser verschoben werden dürfen.<sup>151</sup> Da die Überprüfung und Anwendung der Kampagnenverschiebung eine in Relation zur bisher beschriebenen Einplanungsweise rechenzeitintensive Vorgehensweise ist, kommt sie nur in den Fällen, in denen die vorherige versagt, und nicht generell zum Einsatz. Ebenso wie zuvor unterscheidet sich der Ansatz für Produkte mit nur einem von dem für Produkte mit mehreren Outputprozessen.

Abbildung 6.16 zeigt den vereinfachten Pseudocode für die Vorgehensweise bei nur einem Outputprozess  $i$ . Der Aufruf dieser Heilungsmethode impliziert eine relativ hohe Kapazitätsauslastung zum betroffenen Zeitraum. Daher wird zunächst immer versucht, dem Plan nur ein einzelnes Batch hinzuzufügen (Add). Dies ist jedoch nur möglich, wenn sich Kampagnen desselben Prozesses vor dem spätesten Produktionsende befinden, und hierdurch keine neuen (Pseudo)Unzulässigkeiten im Materialfluss hervorgerufen werden. Es erfolgt nur eine Überprüfung des möglichen Hinzufügens an den Anfang einer Kampagne. Die Überprüfung beginnt mit der letzten Möglichkeit vor dem spätestmöglichen Ende des hinzuzufügenden Batches. Damit das Batch zum Anfang der überprüften Kampagne hinzugefügt werden kann, muss ein Zeitraum der Länge  $t_i^P$  auf allen Anlageneinheiten  $u \in \mathcal{U}_i$  vor der überprüften Kampagne zur Verfügung stehen. Dieser Zeitraum ist aber durch andere Kampagnen blockiert, da eine Einplanung sonst schon nach der herkömmlichen Methode möglich gewesen wäre. Somit wird eine Verschiebung der blockieren-

<sup>151</sup>Siehe Abschnitt 6.2.3.2.

```

Require:  $s \mid |T_s^{\text{Out}}| = 1$ 
  Prüfe Kampagnenverschiebung für  $\text{Add}_i$ 
  if erfolgreich then
    Verschiebe Kampagnen
     $\text{Add}_i$ 
  return ok
  else
    Prüfe Kampagnenverschiebung für  $\text{Gen}_i$ 
    if erfolgreich then
      Verschiebe Kampagnen
       $\text{Gen}_i$ 
    return ok
  else
    return unlösbar
  end if
end if

```

Abbildung 6.16: ShiftScheduler-1 (Pseudocode)

den Kampagne(n) notwendig, um die Einplanung noch erreichen zu können. Die Rückwärtsverschiebung der blockierenden Kampagne(n) kann weitere Rückwärtsverschiebungen auslösen. Diese können durch Anlagenkonkurrenz, Zwangskopplung und Materialflusskonflikte verursacht werden. Erst wenn alle Einplanungsversuche für ein einzelnes Batch erfolglos waren, wird versucht eine Kampagne minimaler Größe einzuplanen. Hierzu muss ein Zeitraum der Länge  $\check{t}_i^C$  freigeschoben werden. Da keine ausreichend große Leerzeit zur Verfügung steht, in die eine Kampagne dieses Prozesses bei Berücksichtigung der Materialflussbedingungen platziert werden kann, müssen wieder Rückwärtsverschiebungen von anderen Kampagnen angestoßen werden. Diese richten sich nach denselben Prinzipien wie bei der Einplanung eines einzelnen Batches.

Sobald ein Batch oder eine Kampagne minimaler Länge eingeplant wurde, wird die Einplanung von Produktionsmengen abgebrochen, selbst wenn die ursprüngliche Produktionsanforderung des Produktes noch nicht gänzlich erfüllt ist. Durch die vorgenommenen Verschiebungen können sich Änderungen dieser ergeben haben, so dass eine Neuberechnung erforderlich ist. Dies betrifft nicht nur eine mögliche Mengenänderung, sondern auch den Zeitpunkt der Anforderung. Die herkömmlichen Methoden zur Einplanung sind somit gegebenenfalls wieder anwendbar. Da sich aber auch die Priorität für die Auswahl des zu bearbeitenden Produktes geändert haben kann, erfolgt sogar eine erneute

Auswahl des zu bearbeitenden Produktes.<sup>152</sup>

Abbildung 6.17 zeigt den Pseudocode für die Vorgehensweise bei mehreren Outputprozessen. Wie bei Produkten mit nur einem Outputprozess wird

```

Require:  $s \mid |\mathcal{I}_s^{\text{Out}}| > 1$ 
 $\mathcal{I}_s^{\text{Cont}} = \mathcal{I}_s^{\text{Out}}$ 
while  $\mathcal{I}_s^{\text{Cont}} \neq \emptyset$  do
  Wähle ein  $i \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}}$  unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeiten  $p_i^{\text{Add}}$  gemäß Gleichungen (6.21)
   $\mathcal{I}_s^{\text{Cont}} = \mathcal{I}_s^{\text{Cont}} \setminus \{i\}$ 
  Prüfe Kampagnenverschiebung für  $\text{Add}_i$ 
  if erfolgreich then
    Verschiebe Kampagnen
    Führe  $\text{Add}_i$  aus
    return ok
  end if
end while
 $\mathcal{I}_s^{\text{Cont}} = \mathcal{I}_s^{\text{Out}}$ 
while  $\mathcal{I}_s^{\text{Cont}} \neq \emptyset$  do
  Wähle ein  $i \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}}$  unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeiten  $p_i^{\text{Gen}}$  gemäß Gleichungen (6.24)
   $\mathcal{I}_s^{\text{Cont}} = \mathcal{I}_s^{\text{Cont}} \setminus \{i\}$ 
  Prüfe Kampagnenverschiebung für  $\text{Gen}_i$ 
  if erfolgreich then
    Verschiebe Kampagnen
     $\text{Gen}_i$ 
    return ok
  end if
end while
return unlösbar

```

Abbildung 6.17: ShiftScheduler-n (Pseudocode)

hierbei zunächst versucht, Kapazitäten für das Hinzufügen eines Batches freizuschieben. Erst wenn dies für alle Outputprozesse fehlgeschlagen ist, wird die Möglichkeit geprüft, Kampagnenverschiebungen für das Einfügen kompletter Kampagnen minimaler Länge vorzunehmen. In beiden Fällen muss entschieden werden, in welcher Prozessreihenfolge die Einplanungsversuche stattfinden. Dies geschieht zufällig unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeiten, die

<sup>152</sup>Siehe Abbildung 6.16 in Kombination mit Abbildung 6.11.

sich aus den Gleichungen (6.21) beziehungsweise (6.24) ergeben.

$$m_i^{\text{Add}} = \dot{m}_i^{\text{U}} t_i^{\text{P}} \left[ \frac{q_s^{\text{ToProd}}}{q_{i_s}^{\text{Out}}} \right] \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}} \quad (6.19)$$

$$w_i^{\text{Add}} = \left( \max_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}}} m_{i'}^{\text{Add}} - m_i^{\text{Add}} + \epsilon \right)^{\alpha^{\text{Add}_i}} \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}} \quad (6.20)$$

$$p_i^{\text{Add}} = \frac{w_i^{\text{Add}}}{\sum_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}}} w_{i'}^{\text{Add}}} \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}} \quad (6.21)$$

$$m_i^{\text{Gen}} = \dot{m}_i^{\text{U}} \left( t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} \min \left\{ \tilde{n}_i; \left[ \frac{q_s^{\text{ToProd}}}{q_{i_s}^{\text{Out}}} \right] \right\} + t_i^{\text{Cl}} \right) \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}} \quad (6.22)$$

$$w_i^{\text{Gen}} = \left( \max_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}}} m_{i'}^{\text{Gen}} - m_i^{\text{Gen}} + \epsilon \right)^{\alpha^{\text{Gen}_i}} \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}} \quad (6.23)$$

$$p_i^{\text{Gen}} = \frac{w_i^{\text{Gen}}}{\sum_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}}} w_{i'}^{\text{Gen}}} \quad \forall i \in \mathcal{I}_s^{\text{Cont}} \quad (6.24)$$

## 6.2.4 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt wurde die Eröffnungsheuristik vorgestellt. Sie besteht aus einer äußeren Steuerheuristik und einer dieser hierarchisch untergeordneten Einplanungsheuristik sowie verschiedenen Heilungsmethoden.

Die Aufgabe der Steuerheuristik ist es, wiederholte Durchläufe der Einplanungsheuristik unter Variation der Pseudounzulässigkeitsfaktoren zu koordinieren. Durch die Pseudounzulässigkeitsfaktoren wird eine Bedarfsgrenze beschrieben, nach der die Einplanung erfolgt. Die Steuerheuristik besteht aus den drei Bausteinen **Curtain**, **Dribble** und **Rise**. Während die Methode **Curtain** das Pseudounzulässigkeitsniveau allgemein für alle Produkte senkt, verläuft die Senkung in **Dribble** schrittweise für jedes Produkt unterschiedlich. In **Rise** hingegen wird eine Erhöhung der Faktoren herbeigeführt. Sie erfolgt schritt- und produktweise. Die drei Bausteine verwalten auch die aus erfolglosen Planerstellungsversuchen gewonnene Information ähnlich einer aus der Ant Colony Optimization bekannten Pheromonspur.

Die Einplanungsheuristik besteht aus einer Auswahlmethode, die das zu bearbeitende Produkt festlegt, sowie aus den Einlastungsmethoden, die je nach Anzahl der Outputprozesse des Produktes variieren. Die Methoden bauen hierzu auf dem stochastischen Konstruktionsansatz zur Reihenfolgeplanung von *Drexel* (1991) auf.

Die Einplanungsheuristik wird durch einige Heilungsmethoden ergänzt, die die Möglichkeit bieten, in kritischen Einplanungssituationen die Kapazitätsauslastung zu senken beziehungsweise Kapazitäten zu den richtigen Zeitpunkten

freizuschieben. Durch den modularen Aufbau ist es mit geringem Aufwand möglich, weitere Methoden, die gegebenenfalls durch eine besondere Problemstellung vorteilhaft erscheinen, in die Heuristik zu integrieren.

Die verschiedenen voreinstellbaren Parameter erlauben es dem Benutzer, flexibel auf andere Eigenschaften der Problemdata zu reagieren. Insbesondere durch die Steuerheuristik kann die Geschwindigkeit der Suche und die erzielbare Lösungsanzahl beeinflusst werden. Am Ende der Durchführung ist eine Menge zulässiger Lösungen generiert worden. Es ist nicht auszuschließen, dass dieselbe Lösung mehrmals in dieser Menge enthalten ist. Jedoch ist die Wahrscheinlichkeit hierfür bei ausreichender Problemgröße durch die Vielzahl an zufallsorientierten Entscheidungen, die in der Heuristik getroffen werden, äußerst gering.

## 6.3 Verbesserungsheuristik

Die im vorherigen Abschnitt beschriebene Eröffnungsheuristik dient zur Generierung zulässiger Lösungen. Da das primäre Ziel dort die Zulässigkeit der erstellten Pläne ist, weisen diese in der Regel Spielraum zur Verbesserung ihrer Zielfunktionswerte auf. Hier setzt die im Folgenden beschriebene Heuristik an, indem sie ausgehend von einem zulässigen Produktionsplan diesen so verändert, dass sich eine Verbesserung des Zielfunktionswertes einstellt.

Die Verbesserungsheuristik beginnt jeweils mit der Übernahme einer zulässigen Lösung, welche aus der Eröffnungsheuristik stammt. Da letztere viele Lösungen mit einer nicht geringen Varianz des Zielfunktionswertes generiert, von denen in der Regel nicht alle die rechenzeitintensivere Verbesserungsheuristik durchlaufen können, werden diejenigen zuerst bearbeitet, für welche die Erreichung eines sehr guten Zielfunktionswertes am wahrscheinlichsten ist. Dies ist vom bisher erreichten Zielfunktionswert sowie dem Verbesserungspotential der Lösung abhängig. Da sich das Verbesserungspotential nicht ausreichend schnell unter Berücksichtigung der vorzunehmenden Verbesserungsschritte bestimmen lässt, wird vereinfachend nur der bisher erreichte Zielfunktionswert der Lösung als Auswahlkriterium herangezogen. Alternativ kann die Verbesserungsheuristik zur Unterstützung menschlicher Planer eingesetzt werden. Während die Einhaltung aller Nebenbedingungen, d. h. die Zulässigkeit von Entscheidungen, durch letztere bei der Planerstellung gut berücksichtigt werden kann, sind die Zusammenhänge, die auf die Gesamtkosten wirken, sehr vielschichtig und daher in der Regel nur in groben Zügen überschaubar. An dieser Stelle kann die Verbesserungsheuristik, gegebenenfalls unter Einschränkung der von ihr vorzunehmenden Änderungen, hilfreich sein.

Die Verbesserungsheuristik besteht entsprechend dem in Abschnitt 6.1 vorgeschlagenen Dekompositionsschema aus verschiedenen Modulen, welche jeweils

verschiedene Entscheidungsdimensionen des Gesamtproblems als variabel annehmen, während die restlichen fixiert sind. Jedes Modul beginnt mit der Übernahme eines zulässigen Plans und durchsucht die für das Modul definierte Nachbarschaft nach besseren Lösungen. Das Modul wird mit der Rückgabe eines hinsichtlich des Zielfunktionswertes verbesserten (beziehungsweise mindestens genauso guten) Plans beendet. Dieser stellt ein lokales Optimum für die Nachbarschaft des Moduls dar. Durch den Wechsel zu einem anderen Modul, d. h. einer Änderung der betrachteten Nachbarschaft, kann dem lokalen Optimum (des vorherigen Moduls) entkommen werden. Erst wenn das lokale Optimum für alle Module übereinstimmt, ist keine weitere Verbesserung möglich. Durch den modularen Aufbau und die Möglichkeit überlappender Nachbarschaften, ist die Erweiterung der Verbesserungsheuristik um weitere Module sowie die Änderung der Bearbeitungsreihenfolge der Module jederzeit möglich.

Die folgenden Unterabschnitte widmen sich der ausführlichen Darstellung der einzelnen Module. Hierbei wird zunächst das Modul beschrieben, in welchem ein Subproblem mit Hilfe der mathematischen Optimierung gelöst wird. Dem folgt die Beschreibung der weiteren Module, bevor im letzten Unterabschnitt auf die Verknüpfung der einzelnen Module eingegangen wird.

### 6.3.1 MILP-basierte Kampagnenverschiebung

Dieses Modul verwendet Verfahren der mathematische Optimierung zur Erreichung einer Verbesserung. Hierzu wird ein MILP-Modell genutzt, das aus der in Kapitel 5 vorgestellten Formulierung abgeleitet ist. Um die Modellgröße zu reduzieren und von der Vorgabe des eingangs übernommenen zulässigen Plans zu profitieren, werden einzelne seiner Merkmale als Datum übernommen. Dabei wird der Lösungsraum so weit eingeschränkt, dass die vorliegenden Problemgrößen in akzeptabler Rechenzeit lösbar sind.

Im ersten Unterabschnitt wird dargestellt, welche Entscheidungsdimensionen des ursprünglichen Modells fixiert werden und welche Auswirkungen dies hat. Im darauffolgenden Unterabschnitt wird die Modellformulierung vorgestellt, die sich aus diesen Einschränkungen ergibt. Für die Eingrenzung einiger Variablen werden vorbereitende Berechnungen (Preprocessing) notwendig. Diese werden im letzten Unterabschnitt erläutert.

#### 6.3.1.1 Einschränkung der Entscheidungsdimensionen

Die Variablen des ursprünglichen Modells können zu einem Subproblem eingeschränkt werden, für welches – unter Kenntnis des übernommenen Produktionsplanes – mindestens eine zulässige Lösung existiert. Die Einschränkungen erfolgen hierbei entweder durch Festlegung oder Beschränkung einzelner Va-

riablen. Tabelle 6.1 gibt einen Überblick über die Entscheidungsdimensionen des ursprünglichen Gesamtproblems.

Die Anzahl der möglichen Kampagnen eines Prozesses ist im ursprünglichen MILP-Modell mit  $|\mathcal{C}_i|$  begrenzt. Die tatsächliche Anzahl ergibt sich aus der Binärvariablen  $X_{ic}$ , die sich in vielen der Nebenbedingungen als Schalter für die Berücksichtigung einzelner Terme wiederfindet. Durch die Festlegung der Anzahl der Kampagnen kann die daraus erwachsene Ganzzahligkeitslücke geschlossen werden. Weiterhin werden die Nebenbedingungen eingespart, die zuvor für die eigentlich inaktiven Kampagnen aufgestellt werden mussten, d. h. für die Kampagnen  $ic$  für die gilt  $\sum_{c' \in \mathcal{C}_i} \bar{X}_{ic'} < c \leq |\mathcal{C}_i|$ .<sup>153</sup>

Die Kapitalkosten der Produktion  $C_p^{\text{FC}}$  enthielten in der ursprünglichen Formulierung eine Nichtlinearität. Diese entstand durch die Multiplikation der ganzzahligen Kampagnengröße mit ihrem kontinuierlichen Startzeitpunkt. Die notwendige Linearisierung führte zur Einführung zusätzlicher binärer Variablen  $X_{icn}$  beziehungsweise  $X_{icm}$ , den korrespondierenden kontinuierlichen Variablen  $T_{icn}^{\text{FC}}$  beziehungsweise  $T_{icm}^{\text{FC}}$  und einer Vielzahl von Nebenbedingungen. Durch die Festlegung der Kampagnengröße ( $N_{ic} \rightarrow \bar{N}_{ic}$ ) entfällt die ursprüngliche Nichtlinearität. Damit sind die zur Linearisierung verwendeten Variablen und Nebenbedingungen obsolet. Weiterhin entfallen die Nebenbedingungen, die für die Batches  $\bar{N}_{ic} < n \leq \hat{n}_i$  aufgestellt werden mussten. Mit der Größe einer Kampagne steht auch ihre Länge  $T_{ic}^{\text{C}}$  fest. Die Nebenbedingungen der Hilfsvariablen, die zur Einhaltung des Materialflusses benötigt werden, lassen sich nun ebenfalls schärfer formulieren.

Die Reihenfolgebeziehung zwischen zwei Kampagnen, die eine gemeinsame Anlageneinheit nutzen, wird durch die Binärvariable  $F_{ic'c'}^{\text{C} \leq \text{C}}$  ausgedrückt. Sie sorgt dafür, dass jeweils eine von zwei Nebenbedingungen relaxiert ist, während die andere das Ende der einen Kampagne vor den Start der anderen zwingt. Diese Art der Formulierung bedingt jedoch eine relativ hohe Ganzzahligkeitslücke. Steht die Reihenfolge fest, kann die Binärvariable und die Hälfte der Nebenbedingungen entfallen. Des Weiteren lassen sich in Kombination mit den festgelegten Kampagnengrößen schärfere untere und obere Schranken für die Startzeitpunkte der Kampagnen formulieren, die durch die Reihung der Vorgänger und Nachfolger entstehen. Die frühest- und spätestmöglichen Startzeitpunkte können in anderen Nebenbedingungen, wie beispielsweise denen des Materialflusses, für schärfere Formulierung genutzt werden.

Ähnliches gilt für die Beziehungen zwischen Kampagnen und Betriebsstillständen. Letztere finden allerdings zu einer vorgegebenen feststehenden Zeit statt. Eine Fixierung der Reihenfolge zwingt eine Kampagne damit in ein Zeitfenster zwischen die umschließenden Betriebsstillstände. Da die Lage

<sup>153</sup>Ehemalige Variablen, deren Wert nun festgelegt ist, werden durch einen Überstrich gekennzeichnet. Beispiel:  $X_{ic} \rightarrow \bar{X}_{ic}$ .

Entscheidung	Variable	Typ	Definitionsbereich
Anzahl der Kampagnen	$X_{ic}$	$\{0; 1\}$	$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i$
Kampagnengröße/ -länge	$N_{ic}$	$\mathbb{N}$	$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i$
	$X_{icn}$	$\mathbb{N}$	$\forall i \in \mathcal{I}^{\text{sos1}}, c \in \mathcal{C}_i, \check{n}_i < n \leq \hat{n}_i$
	$T_{icn}^{\text{FC}}$	$\mathbb{R}_+$	$\forall i \in \mathcal{I}^{\text{sos1}}, c \in \mathcal{C}_i, \check{n}_i < n \leq \hat{n}_i$
	$X_{icm}$	$\{0; 1\}$	$\forall i \in \mathcal{I}^{\text{bin}}, c \in \mathcal{C}_i, 0 \leq m \leq \lfloor \log_2(\hat{n}_i - \check{n}_i) \rfloor$
	$T_{icm}^{\text{FC}}$	$\mathbb{R}_+$	$\forall i \in \mathcal{I}^{\text{bin}}, c \in \mathcal{C}_i, 0 \leq m \leq \lfloor \log_2(\hat{n}_i - \check{n}_i) \rfloor$
	$(T_{ic}^{\text{C}})$	$\mathbb{R}_+$	$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i$
Kampagnenreihenfolge	$F_{ici'c'}^{\text{C} \leq \text{C}}$	$\{0; 1\}$	$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}^{\mathcal{M}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}$
Kampagnen/Betriebs- stillstands-Reihenfolge	$F_{bic}^{\text{B} \leq \text{C}}$	$\{0; 1\}$	$\forall b \in \mathcal{B}, i \in \mathcal{I}_b^{\mathcal{M}}, c \in \mathcal{C}_i$
Zwangskopplung	$A_{ici'c'}^{\text{ZW}}$	$\{0; 1\}$	$\forall i \in \mathcal{I}_{\text{SZW}}^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_{\text{SZW}}^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}$
Rohstofflieferungen	$R_{sk}$	$\{0; \check{r} \dots \hat{r}\}$	$\forall s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}, k_s^{\text{Order}} < k \leq  \mathcal{K} $
Kampagnenstart	$T_{ic}^{\text{I} \rightarrow}$	$\mathbb{R}_+$	$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i$
Spätlieferungsmenge	$Bl_{sk}$	$\mathbb{R}_+$	$\forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, k \in \mathcal{K}$
Unterschreitung des Si- cherheitsbestandes	$SSS_{sk}$	$\mathbb{R}_+$	$\forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}$
Materialfluss	$N_{(\dots)}^{(\dots)}$	$\mathbb{N}$	$\forall (\dots)$
	$F_{(\dots)}^{(\dots)}$	$\{0; 1\}$	$\forall (\dots)$

Tabelle 6.1: Entscheidungsdimensionen und -variablen der ursprünglichen Modellformulierung für das Gesamtproblem

der Betriebsstillstände je nach den Vorgaben des zu lösenden Problems variieren kann, ist dies keine allgemein anwendbare Einschränkung. Durch die Beschränkung der Startzeitpunkte einer Kampagne durch andere Festlegungen können aber auch hier Teile der benötigten Variablen und Nebenbedingungen entfallen.

Die Abstimmung zwangsgekoppelter Kampagnen wird im ursprünglichen Modell durch eine Binärvariable sichergestellt. Als Nebeneffekt der Festlegung von Kampagnenanzahl, -reihenfolge und -größe sind die Möglichkeiten stark eingeschränkt, einer Kampagne einen anderen Zwangskopplungspartner zuzuweisen als den aus dem übernommenen Produktionsplan. Dies ist überhaupt nur möglich, wenn zwei Kampagnen ihre Partner tauschen können, d. h. die gleiche Größe besitzen, und nicht durch Reihenfolgebeziehungen am Tausch gehindert werden. Es ist daher nicht sinnvoll, auf die Zuordnungsinformation aus dem Produktionsplan zu verzichten, und die Binärvariablen  $A_{ici'c}^{ZW}$  neu zu bestimmen.

Eine Festlegung der semikontinuierlichen Variablen zur Repräsentation der Rohstofflieferungen  $R_{sk}$  gemäß des übernommenen Plans würde die mögliche Rückwärtsverschiebung von Kampagnen durch die spätestmögliche Bereitstellung von Rohstoffmengen verhindern. Eine Festlegung der Variablen auf ihre maximal möglichen Werte  $\hat{r}_{sk}$  behebt dieses Problem. Jedoch sind hierdurch die Kapitalkosten der Rohstoffbestellungen konstant. Damit würde ein wesentlicher Einflussfaktor für die zielkostenoptimale Terminierung der Kampagnen fehlen. Daher bleiben die Rohstofflieferungen als Variablen erhalten.

Die Variablen für Startzeitpunkte und Bestandsunterschreitungen können aufgrund ihrer Kontinuität eher bedenkenlos beibehalten werden. Jedoch hat insbesondere das Startzeitfenster einer Kampagne wesentlichen Einfluss auf die Notwendigkeit weiterer binärer und ganzzahliger Variablen, die in den Materialfluss-Nebenbedingungen benötigt werden. Je kleiner das Zeitfenster für den Start einer Kampagne ist, desto größer ist der Zeitraum, für den der Einfluss dieser Kampagne auf den Materialfluss seiner Input- und Outputprodukte bekannt ist. Vor dem frühestmöglichen Start der Kampagne ist kein Verbrauch und auch kein möglicher Output durch sie zu berücksichtigen. Nach dem spätestmöglichen Ende muss die gesamte Menge berücksichtigt werden.<sup>154</sup> Dies führt zu einer Verringerung der Zahl notwendiger Nebenbedingungen und Hilfsvariablen zur Bestimmung des Materialflusses. Wird das Wissen über den Materialfluss einzelner Kampagnen kombiniert, kann der minimale Lagerbestand für einen Zeitpunkt bestimmt werden. Ist dieser positiv beziehungsweise größer als der gegebenenfalls einzuhaltende Sicherheitsbestand, können die

<sup>154</sup>Genauer sind hier die Startzeitpunkte der einzelnen Batches, sowie ihre Endzeitpunkt zuzüglich der Qualitätskontrollzeiten zu berücksichtigen. Die detaillierte Vorgehensweise zur Berechnung der einschränkenden Parameter findet sich im später folgenden Abschnitt 6.3.1.3.

Materialfluss-Nebenbedingungen für diesen Zeitpunkt entfallen. Dadurch lassen sich binäre und ganzzahlige Hilfsvariablen einsparen, die eigentlich für diesen notwendig geworden wären. Die Einschränkung der Startzeitpunkte erfolgt bereits indirekt über die festgelegte Kampagnenreihenfolge sowie -länge, Zwangskopplungen und Materialflussabhängigkeiten. Wenn die Modellformulierung durch die noch notwendigen Materialfluss-Nebenbedingungen und -hilfsvariablen zu groß bleibt, können weitere künstliche Einschränkungen erfolgen. Hierzu bietet es sich an, den spätestmöglichen Startzeitpunkt weiter zu senken. Bei seiner Berechnung unter Berücksichtigung des Materialflusses werden Sicherheitsbestände vernachlässigt und eine maximale Spätlieferung angenommen. Er fällt daher in der Regel weitaus höher als der tatsächliche Startzeitpunkt in der optimalen Lösung aus. Damit aber garantiert ist, dass mindestens eine zulässige Lösung existiert, darf er keine Werte unterhalb des Startzeitpunktes der übernommenen Lösung annehmen.

Für die folgende Modellformulierung erfolgt daher eine Festlegung

- der Kampagnenanzahl  $|C_i|$  für alle Prozesse  $i$ ,
- der Batchanzahl  $N_{ic}$  für alle Kampagnen  $ic$ ,
- der Reihenfolge der Kampagnen  $ic$  und  $i'c'$ , die mindestens eine Anlageneinheit  $u$  gemeinsam nutzen, und
- der Zuordnung von zwangsgekoppelten Kampagnen zu ihren Partnern.

Variabel bleiben nach der Fixierung der oben genannten Planmerkmale

- die Rohstoffbestellungen  $R_{sk}$ ,
- die Startzeitpunkte aller Kampagnen  $T_{ic}^{\leftrightarrow}$ ,
- die Reihenfolge von Kampagnen und Betriebstillständen  $F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}}$ ,
- die Unterschreitungen des Sicherheitsbestandes  $SSS_{sfk}$  sowie die Spätlieferungen  $Bl_{sk}$  und
- alle Hilfsvariablen die zur Formulierung der übrigen Restriktionen benötigt werden.

Der dem Modul übergebene komplette Plan ist auch eine bekannte zulässige Lösung des MILP-Modells. Dessen Zielfunktionswert wird daher der zur Lösung des Modells eingesetzten Standardsoftware mitgeteilt und von dieser im Branch & Bound-Verfahren als Abbruchkriterium im Entscheidungsbaum genutzt.

### 6.3.1.2 Modellformulierung

#### Zielfunktion

Durch die Fixierung ehemaliger Entscheidungsvariablen werden nicht mehr alle Kostenbestandteile des Produktionsplanes beeinflusst. In Tabelle 6.2 sind die

Kosten	Variablen im MILP-Modell für das	
	Gesamtproblem	Subproblem
$C^{\text{SUCl}}$	$X_{ic}$	-
$C^{\text{P}}$	$N_{ic}$	-
$C_{\text{Sraw}}^{\text{In}}$	$N_{ic}$	-
$C^{\text{Bl}}$	$Bl_{sk} (\Leftarrow T_{ic}^{\mapsto}, N_{ic})$	$Bl_{sk} (\Leftarrow T_{ic}^{\mapsto})$
$C^{\text{SS}}$	$SSS_{sfk} (\Leftarrow T_{ic}^{\mapsto}, N_{ic})$	$SSS_{sfk} (\Leftarrow T_{ic}^{\mapsto})$
$C_{\text{SU}}^{\text{FC}}$	$T_{ic}^{\mapsto}, (X_{ic})$	$T_{ic}^{\mapsto}$
$C_{\text{Cl}}^{\text{FC}}$	$T_{ic}^{\mapsto}, X_{ic}$	$T_{ic}^{\mapsto}$
$C_{\text{P}}^{\text{FC}}$	$T_{ic}^{\mapsto}, N_{ic}$	$T_{ic}^{\mapsto}$
$C_{\text{Sraw}}^{\text{FC}}$	$R_{sk}$	$R_{sk}$
$C_{\text{Sfin}}^{\text{FC}}$	$Bl_{sk} (\Leftarrow T_{ic}^{\mapsto}, N_{ic})$	$Bl_{sk} (\Leftarrow T_{ic}^{\mapsto})$
$C_{\text{SSS}}^{\text{FC}}$	$SSS_{sfk} (\Leftarrow T_{ic}^{\mapsto}, N_{ic})$	$SSS_{sfk} (\Leftarrow T_{ic}^{\mapsto})$
$C^{\Delta\text{Inv}}$	$N_{ic}$	-

Tabelle 6.2: Abhängigkeiten der Kostenbestandteile vor und nach Fixierung der Variablen

Variablenabhängigkeiten der einzelnen Kostenbestandteile vor und nach der Fixierung gegenübergestellt. Da Kampagnenanzahl und -größe nun nicht mehr variabel sind, nehmen die Produktionskosten  $C^{\text{P}}$ , die Rüst- und Reinigungskosten  $C^{\text{SUCl}}$ , die Rohstoffverbrauchskosten  $C_{\text{Sraw}}^{\text{In}}$  und der Lagerbestandswertverlust  $C^{\Delta\text{Inv}}$  feste Werte an. Somit müssen nur noch die Kapitalkosten  $C^{\text{FC}}$  sowie die Strafkosten für Spätlieferungen  $C^{\text{Bl}}$  und Unterschreitungen des Sicherheitsbestandes  $C^{\text{SS}}$  in der Zielfunktion berücksichtigt werden. Wie bisher soll ihre Summe minimiert werden, so dass sich die Zielfunktion gemäß Gleichung (6.25) ergibt.

$$\text{Min!} \quad C^{\text{FC}} + C^{\text{Bl}} + C^{\text{SS}} \quad (6.25)$$

Für die Berechnung der meisten Kostenbestandteile können die Gleichungen aus der Formulierung für das Gesamtmodell übernommen werden. Einzig für die Kapitalkosten  $C_{\text{P}}^{\text{FC}}$  und  $C_{\text{Cl}}^{\text{FC}}$ , die durch Produktion sowie Reinigung hervorgerufen werden, sind Änderungen vorzunehmen. Da Kampagnenanzahl und -länge nun feststehen, kann zu der vereinfachten Berechnungsweise aus der

Problembeschreibung<sup>155</sup> zurückgekehrt werden. Insbesondere für die produktionsinduzierten Kapitalkosten ergibt sich durch Wegfall der Nichtlinearität eine erhebliche Vereinfachung der Modellstruktur. Die in der Zielfunktion berücksichtigten Kostenbestandteile ergeben sich demnach gemäß den nachfolgend aufgeführten Gleichungen:

$$C_{\text{SU}}^{\text{FC}} = \frac{i^a}{k^a t^k} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{SU}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (t^{\text{PH}} - T_{ic}^{\mapsto}) \quad (5.4a)$$

$$\begin{aligned} C_{\text{P}}^{\text{FC}} &= \frac{i^a}{k^a t^k} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{P}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \sum_{n=1}^{\bar{N}_{ic}} (t^{\text{PH}} - (T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} (n-1))) \\ &= \frac{i^a}{k^a t^k} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{P}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \bar{N}_{ic} \left( t^{\text{PH}} - \left( T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} \frac{\bar{N}_{ic} - 1}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad (5.4b)$$

$$C_{\text{Cl}}^{\text{FC}} = \frac{i^a}{k^a t^k} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{Cl}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} (t^{\text{PH}} - (T_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} \bar{N}_{ic})) \quad (5.4c)$$

$$C_{\text{S}^{\text{raw}}}^{\text{FC}} = \frac{i^a}{k^a} \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}} p_s^{\text{raw}} \sum_{k \in \mathcal{K}} (|\mathcal{K}| - k) R_{sk} \quad (5.91)$$

$$C^{\text{Bl}} = \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}} (c_s^{\text{Bl}} + c_s^{\text{BlPen}}) \sum_{k \in \mathcal{K}} Bl_{sk} \quad (5.103)$$

$$C_{\text{S}^{\text{fin}}}^{\text{FC}} = \frac{i^a}{k^a} \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}} c_s^{\text{Bl}} \sum_{k \in \mathcal{K}} (|\mathcal{K}| - k) Bl_{sk} \quad (5.104)$$

$$C^{\text{SS}} = \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}} \sum_{f \in \mathcal{F}} k^{\text{SSChk}} (c_{sf}^{\text{SS}} + c_{sf}^{\text{SSPen}}) \sum_{k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}} SSS_{sfk} \quad (5.108)$$

$$C_{\text{S}^{\text{SS}}}^{\text{FC}} = \frac{i^a}{k^a} \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}} \sum_{f \in \mathcal{F}} k^{\text{SSChk}} c_{sf}^{\text{SS}} \sum_{k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}} (|\mathcal{K}| - k) SSS_{sfk} \quad (5.109)$$

### Terminierung der Kampagnen

Der Kampagnenstart  $T_{ic}^{\mapsto}$  wird durch die in vorbereitenden Berechnungen ermittelten frühest- und spätestmöglichen Startzeitpunkte  $\check{t}_{ic}^{\mapsto}$  und  $\hat{t}_{ic}^{\mapsto}$  be-

---

<sup>155</sup>Siehe Abschnitt 5.1.

grenzt:<sup>156</sup>

$$T_{ic}^{\mapsto} \leq \widehat{t}_{ic}^{\mapsto} \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i \quad (6.26)$$

$$T_{ic}^{\mapsto} \geq \check{t}_{ic}^{\mapsto} \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i \quad (6.27)$$

Der absolute Anteil des Startzeitpunktes  $T_{ic}^{\mapsto}$ , der über den frühestmöglichen Startzeitpunkt  $\check{t}_{ic}^{\mapsto}$  hinausgeht, sei mit  $T_{ic}^{*\mapsto}$  bezeichnet, so dass gilt:

$$T_{ic}^{\mapsto} = \check{t}_{ic}^{\mapsto} + T_{ic}^{*\mapsto} \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i \quad (6.28)$$

Damit können die Nebenbedingungen (6.26) und (6.27) durch die Nebenbedingungen (6.29) sowie die Nichtnegativitätsbedingung (6.30) ersetzt werden:

$$T_{ic}^{*\mapsto} \leq \widehat{t}_{ic}^{\mapsto} - \check{t}_{ic}^{\mapsto} \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i \quad (6.26)-(6.28) \rightarrow (6.29)$$

$$T_{ic}^{*\mapsto} \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i \quad (6.26)-(6.28) \rightarrow (6.30)$$

Die Reihenfolge für Kampagnen, die mindestens eine gemeinsame Anlageneinheit nutzen, ist ebenfalls vorgegeben. In der Modellformulierung des Gesamtproblems entspricht dies einer Fixierung der Binärvariablen  $F_{ic'i'c'}^{\mathcal{C} \leq \mathcal{C}}$  für  $i \in \mathcal{I}_i^{\mathcal{U}}$  in den Nebenbedingungen (5.14) und (5.15). Hierdurch bleibt für jedes Kampagnenpaar, welches mindestens eine gemeinsame Anlageneinheit nutzt, eine nicht redundante Nebenbedingung bestehen. Es genügt jedoch das Ende einer Kampagne  $ic$  nach oben auf den Beginn seiner direkten Nachfolger zu begrenzen, um Änderungen der Reihenfolge und Überlappungen auszuschließen. Dies geschieht durch den eingeschränkten Definitionsbereich der Nebenbedingungen (6.31). Dabei bezeichnet  $\mathcal{C}_{ic}^{\text{DSuc}}$  die Menge der direkten Nachfolger einer Kampagne  $ic$ . Eine einzelne Kampagne  $ic$  kann entsprechend der Anzahl, der von ihr belegten Anlageneinheiten, bis zu  $|\mathcal{U}_i|$  direkte Nachfolger besitzen.

$$\check{t}_{ic}^{\mapsto} + T_{ic}^{*\mapsto} + \overline{T}_{ic}^{\mathcal{C}} \leq \check{t}_{i'c'}^{\mapsto} + \overline{T}_{i'c'}^{*\mapsto} \quad \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_i^{\mathcal{U}}, c' \in \mathcal{C}_{i'} \mid i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{\text{DSuc}} \quad (6.31)$$

Aus dem übernommenen Plan wird die Zuordnung der zwangsgekoppelten Kampagnen zu ihren Partnern adoptiert. Dies entspricht einer Fixierung der Binärvariablen  $A_{ic'i'c'}^{\text{Zw}}$  aus der Modellformulierung des Gesamtproblems. Außerdem muss die Anzahl der Batches durch die Fixierung der Kampagnengröße nicht mehr explizit betrachtet werden. Somit bleiben aus den in Abschnitt 5.3.3 vorgestellten Restriktionen des Gesamtproblems nur die nicht redundanten

<sup>156</sup>Für die genaue Vorgehensweise zur Bestimmung der Startzeitfenster der einzelnen Kampagnen sei zunächst auf den später folgenden Abschnitt 6.3.1.3 verwiesen.

Bedingung		$F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}}$	(6.33)	(6.34)
graphisch	mathematisch			
	$t_b^{\leftarrow} \leq \check{t}_{ic}^{\rightarrow}$	1	-	-
	$t_b^{\rightarrow} - \overline{T}_{ic}^{\mathcal{C}} < \check{t}_{ic}^{\rightarrow} < t_b^{\leftarrow}$	1	-	•
	$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} \leq t_b^{\rightarrow} - \overline{T}_{ic}^{\mathcal{C}} < t_b^{\leftarrow} \leq \hat{t}_{ic}^{\rightarrow}$	{0; 1}	•	•
	$t_b^{\rightarrow} - \overline{T}_{ic}^{\mathcal{C}} < \hat{t}_{ic}^{\rightarrow} < t_b^{\leftarrow}$	0	•	-
	$\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} \leq t_b^{\rightarrow} - \overline{T}_{ic}^{\mathcal{C}}$	0	-	-

Legende: Kampagne Betriebsstillstand

Tabelle 6.3: Fixierung der Binärvariablen  $F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}}$  und Anwendungsbereich der Betriebsstillstands-Nebenbedingungen

Fälle der Nebenbedingungen (5.83) und (5.84) zu berücksichtigen. Diese lassen sich zu den Gleichungen (6.32) zusammenfassen. Für ein Paar zwangsgekoppelter Kampagnen genügt es also, ihre Startzeitpunkte aufeinander abzustimmen. Hierzu muss der Output des ersten Batches der produzierenden Kampagne zeitlich mit dem Input des ersten Batches der verbrauchenden Kampagne zusammenfallen.

$$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + T_{ic}^* + t_{i1}^{\text{SU}n\text{P}} = \check{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + T_{i'c'}^* + t_{i'}^{\text{SU}}$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_{\text{SZW}}^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_{\text{SZW} \cap \mathcal{S}_i^{\text{Out}}}^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'} \mid \overline{A}_{ici'c'}^{\text{ZW}} = 1 \quad (6.32)$$

Die Reihenfolge der Kampagnen auf einer Anlage ist nun zwar vorgegeben, jedoch kann eine Kampagne immer noch vor oder hinter einem Betriebsstillstand platziert werden. Damit entfällt die Binärvariable  $F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}}$ , welche die Reihenfolge des Betriebsstillstandes  $b$  und der Kampagne  $ic$  angibt, nicht. In einigen Fällen kann sie jedoch unter Ausnutzung der frühest- und spätestmöglichen Startzeitpunkte der Kampagne  $ic$ ,  $\check{t}_{ic}^{\rightarrow}$  und  $\hat{t}_{ic}^{\rightarrow}$ , auf einen Wert fixiert werden. Tabelle 6.3 zeigt die unterschiedlichen Voraussetzungen für eine Fixierung.<sup>157</sup> Die Neben-

<sup>157</sup>Die semifixierten Fälle in der zweiten und vierten Zeile der Tabelle werden allerdings

bedingungen (6.33) und (6.34), welche Überlappungen von Kampagnen und Betriebsstillständen verhindern, sind daher in ihren Definitionsbereichen gegenüber den ursprünglichen Formulierungen (5.64) und (5.65) aus Abschnitt 5.3.1 eingeschränkt. Außerdem können frühest- und spätestmöglicher Kampagnenstart zur schärferen Formulierung genutzt werden. Die Nebenbedingungen sind genau dann redundant, wenn es die korrespondierende Nebenbedingung für die gleiche Betriebsstillstand-Kampagnen-Kombination nicht ist. Tabelle 6.4 zeigt das Verhalten der Betriebsstillstands-Nebenbedingungen bei unterschiedlicher Evaluation der Binärvariablen  $F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}}$ .

$$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + \overset{*}{T}_{ic}^{\rightarrow} + \bar{T}_{ic}^{\mathcal{C}} \leq t_b^{\rightarrow} + \left( \hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + \bar{T}_{ic}^{\mathcal{C}} - t_b^{\rightarrow} \right) F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}} \quad \forall b \in \mathcal{B}, i \in \mathcal{I}_b^{\mathcal{M}}, c \in \mathcal{C}_i \mid t_b^{\rightarrow} < \hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + \bar{T}_{ic}^{\mathcal{C}} \quad (6.33)$$

$$(t_b^{\leftarrow} - \check{t}_{ic}^{\rightarrow}) F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}} \leq \overset{*}{T}_{ic}^{\rightarrow} \quad \forall b \in \mathcal{B}, i \in \mathcal{I}_b^{\mathcal{M}}, c \in \mathcal{C}_i \mid \check{t}_{ic}^{\rightarrow} < t_b^{\leftarrow} \quad (6.34)$$

	$ic$ vor $b$	$b$ vor $ic$
$F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}}$	0	1
(6.33)	$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + \overset{*}{T}_{ic}^{\rightarrow} + \bar{T}_{ic}^{\mathcal{C}} \leq t_b^{\rightarrow}$	$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + \overset{*}{T}_{ic}^{\rightarrow} \leq \hat{t}_{ic}^{\rightarrow}$
(6.34)	0	$\leq \overset{*}{T}_{ic}^{\rightarrow} \quad t_b^{\leftarrow} \leq \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + \overset{*}{T}_{ic}^{\rightarrow}$

Tabelle 6.4: Betriebsstillstands-Nebenbedingungen und  $F_{bic}^{\mathcal{B} \leq \mathcal{C}}$

### Einhaltung des Materialflusses

Der Materialfluss muss zu jedem Zeitpunkt gesichert sein. Dies bedeutet, dass der Lagerbestand niemals negativ werden darf. Es genügt, diesen Sachverhalt nur zu den Zeitpunkten, an denen Materialmengen verbraucht werden, zu überprüfen. Tabelle 6.5 gibt eine Übersicht der Materialfluss-Nebenbedingungen und der Hilfsvariablen, die bei ihrer Aufstellung benötigt werden. Die bekannten Hilfsvariablen der Form  $N_{\dots}$  sind hierbei durch die Summe ihrer unteren Grenze  $\check{n}_{\dots}$  und dem verbleibenden variablen Anteil  $\check{N}_{\dots}$  ersetzt.<sup>158</sup> Zu jedem

bereits bei der Berechnung der Startzeitfenster der Kampagnen berücksichtigt (hierzu sei zunächst auf den später folgenden Abschnitt 6.3.1.3 verwiesen). Somit nehmen die frühest- und spätestmöglichen Startzeiten keine Werte ein, die eine Einordnung in diese Bereiche erzwingen würden. Die Aufführung an dieser Stelle, dient somit nur der vollständigen Strukturierung der kausalen Zusammenhänge.

<sup>158</sup>Beispielsweise:  $N_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}} = \check{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}} + \check{N}_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}}$ . Details der Ersetzung sind dem Abschnitt über die Nebenbedingungen der Hilfsvariablen zu entnehmen.

Auslöser	Produkte	Zeitpunkt	Variablen	Nbdg.
$q^{\text{In}}$	$S^{\text{In}} \setminus \{S^{\text{raw}} \cup S^{\text{ZW}} \cup S^{\text{fin}}\}$	$T_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'}^{\text{SuP}} - 1$	$\tilde{N}_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}}, \tilde{N}_{sici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$	(6.35a)
	$S^{\text{In}} \cap S^{\text{fin}}$	$T_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'}^{\text{SuP}} - 1$	$\tilde{N}_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}}, \tilde{N}_{sici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}, F_{ki'c'n'}^{\text{k} < \text{Sn}}$	(6.35b)
	$S^{\text{raw}}$	$kt^{\text{k}} - \epsilon$	$R_{sk' < k}, \tilde{N}_{ick}^{\text{S} < \text{k}}$	(6.36)
	$S^{\text{ZW}}$	Materialfluss wird bereits durch (6.32) gesichert		
$ss$	$S^{\text{SS}} \setminus \{S^{\text{fin}} \cup S^{\text{raw}}\}$	$kt^{\text{k}} \mid k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}$	$SSS_{sfk}, \tilde{N}_{sick}^{\text{FQ} \leq \text{k}}, \tilde{N}_{ick}^{\text{S} \leq \text{k}}$	(6.37a)
	$S^{\text{SS}} \cap S^{\text{raw}}$	$kt^{\text{k}} \mid k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}$	$SSS_{sfk}, R_{sk' \leq k}, \tilde{N}_{ick}^{\text{S} \leq \text{k}}$	(6.37c)
$ss$ und $d$	$S^{\text{fin}} \cap S^{\text{SS}}$	$kt^{\text{k}} \mid k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}$	$Bl_{sk}, SSS_{sfk}, \tilde{N}_{sick}^{\text{FQ} \leq \text{k}}, \tilde{N}_{ick}^{\text{S} \leq \text{k}}$	(6.37b)
$d$	$S^{\text{fin}} \setminus S^{\text{SS}}$	$kt^{\text{k}}$	$Bl_{sk}, \tilde{N}_{sick}^{\text{FQ} \leq \text{k}}, \tilde{N}_{ick}^{\text{S} \leq \text{k}}$	(6.37d)
	$S^{\text{fin}} \cap S^{\text{SS}}$	$kt^{\text{k}} \mid k \notin \mathcal{K}^{\text{SS}}$	$Bl_{sk}, \tilde{N}_{sick}^{\text{FQ} \leq \text{k}}, \tilde{N}_{ick}^{\text{S} \leq \text{k}}$	(6.37e)

Tabelle 6.5: Übersicht der Materialfluss-Nebenbedingungen

Batchbeginn muss – wie im Grundmodell durch die Nebenbedingungen (5.68) sichergestellt – die bis dahin produzierte und qualitätsgeprüfte Materialmenge zuzüglich des Anfangslagerbestandes mindestens der bis dahin verbrauchten Menge entsprechen. Dies schließt die Materialbewegungen zu diesem Zeitpunkt mit ein, d. h. auch die Inputmenge des Batches, das gerade beginnt. Dies wird hier durch die Nebenbedingungen (6.35a) erreicht. Für Endprodukte muss zusätzlich die bis dahin nachgefragte Menge berücksichtigt werden (siehe Nebenbedingungen (6.35b)). Eine mögliche Spätlieferung darf hierbei nicht positiv berücksichtigt werden, da in einem solchen Fall zunächst die ausstehende Nachfrage bedient werden muss und somit kein Input verbrauchender Batch erlaubt ist.<sup>159</sup> Die jeweilige Nebenbedingung kann entfallen, wenn die im Preprocessing<sup>160</sup> bestimmte minimale Bestandshöhe qualitätsgeprüften Materials  $\check{h}_{si'c'n'}^{Q \leq S_n}$  nicht negativ ist.

$$\begin{aligned}
h_s^{Q0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq S_n} + N_{sici'c'n'}^{*\text{FQ} \leq S_n} \right) \geq \\
\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_{ici'c'n'}^{S \leq S_n} + N_{sici'c'n'}^{*S \leq S_n} \right) \\
\forall s \in \mathcal{S}^{\text{In}} \setminus \{ \mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}} \}, i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, \\
c' \in \mathcal{C}_{i'}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'} \mid \check{h}_{si'c'n'}^{Q \leq S_n} < 0 \quad (6.35a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_s^{Q0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq S_n} + N_{sici'c'n'}^{*\text{FQ} \leq S_n} \right) \geq \\
\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_{ici'c'n'}^{S \leq S_n} + N_{sici'c'n'}^{*S \leq S_n} \right) + \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} F_{ki'c'n'}^{k < S_n} \\
\forall s \in \mathcal{S}^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}}, i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'} \mid \check{h}_{si'c'n'}^{Q \leq S_n} < 0 \quad (6.35b)
\end{aligned}$$

Wie in der Formulierung für das Gesamtmodell<sup>161</sup> kann die Überprüfung des Rohstoffverbrauchs vereinfacht erfolgen. Es genügen Nebenbedingungen, die sicherstellen, dass gerade vor Eintreffen der nächsten Rohstoffanlieferung der Lagerbestand nicht negativ ist. In den Nebenbedingungen (6.36) besteht die linke Seite aus dem Anfangslagerbestand sowie der Menge der Lieferungen

<sup>159</sup>Im Gesamtmodell war bei Einführung möglicher Spätlieferungen eine Relaxation für alle inaktiven Batches  $n > N_{ic}$  notwendig, welche durch Ersetzung der Nebenbedingungen (5.68b) mit (5.101) erreicht wurde. Durch die Fixierung aller Kampagnengrößen und der damit verbundenen Einschränkung des Definitionsbereiches auf  $n' \in \mathcal{N}_{i'c'}$  ist dies nicht mehr erforderlich.

<sup>160</sup>Siehe Abschnitt 6.3.1.3.

<sup>161</sup>Siehe Nebenbedingungen (5.93) in Abschnitt 5.3.4.

bis einschließlich Periode  $k - 1$ , d. h. ohne die Lieferung zum Ende der  $k$ -ten Periode selbst. Diese Menge muss mindestens genügen, um den Verbrauch bis unmittelbar vor Ende der Periode  $k$  zu decken. Der Verbrauch zum Zeitpunkt  $kt^k$  kann bereits wieder durch die Anlieferungen zu diesem Zeitpunkt gedeckt werden. Die Nebenbedingungen müssen nur für diejenigen Perioden berücksichtigt werden, für die der minimale qualitätsgeprüfte Lagerbestand kurz vor Ende der Periode negativ ist.

$$h_s^0 + \sum_{k'=1}^{k-1} R_{sk'} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_{ick}^{\text{S} \leq k} + \check{N}_{ick}^{\text{S} \leq k} \right) \\ \forall s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}, k \in \mathcal{K} \mid \check{h}_{sk}^{\text{Q} \leq k} < 0 \quad (6.36)$$

An den Periodenenden wird die Nachfrage bedient. Hierbei muss für die Einhaltung der Lagerbestandsgrenzen unter Berücksichtigung der maximalen Spätlieferung gesorgt werden. Diese Restriktionen überschneiden sich mit den Nebenbedingungen zur Bestimmung der Spätlieferungsmengen und der Unterschreitung der Sicherheitsbestände. Die Nebenbedingungen (6.37) ersetzen die Restriktionen (5.107) des Gesamtmodells aus Abschnitt 5.3.6. Durch die Nebenbedingungen (6.37a) wird die korrekte Höhe der Sicherheitsbestandsunterschreitungen für die Produkte eingehalten, die nicht gleichzeitig Endprodukt oder Rohstoff sind. Die Nebenbedingungen (6.37b) enthalten zusätzlich die Spätlieferung  $Bl_{sk}$  und die aggregierte Nachfrage. Die Unterschreitung des Sicherheitsbestandes von Rohstoffen, wird durch die Nebenbedingungen (6.37c) bestimmt. Der in den anderen Ungleichungen enthaltene Term für den bis zum Überprüfungszeitpunkt produzierten und qualitätsgeprüften Output wird hierbei durch die Rohstoffanlieferungen ersetzt. Die Anwendung der Nebenbedingungen zur Bestimmung der Unterschreitungen des Sicherheitsbestandes erübrigt sich, wenn die minimale Bestandshöhe qualitätsgeprüfter Produktmengen  $\check{h}_{sk}^{\text{Q} \leq k}$  garantiert mindestens so hoch ist wie der einzuhaltende Sicherheitsbestand  $ss_{sk}$ .

$$h_s^{\text{Q}0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} + \check{N}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} \right) + \sum_{f \in \mathcal{F}} SSS_{sfk} \geq \\ ss_{sk} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_{ick}^{\text{S} \leq k} + \check{N}_{ick}^{\text{S} \leq k} \right) \\ \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \setminus \{ \mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}} \}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \mid \check{h}_{sk}^{\text{Q} \leq k} < ss_{sk} \quad (6.37a)$$

$$\begin{aligned}
h_s^{\text{Q0}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} + N_{sick}^{*\text{FQ} \leq k} \right) + Bl_{sk} + \sum_{f \in \mathcal{F}} SSS_{sfk} \geq \\
SS_{sk} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_{ick}^{\text{S} \leq k} + N_{ick}^{*\text{S} \leq k} \right) + \sum_{k'=1}^k d_{sk'} \\
\forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \mathcal{S}^{\text{SS}}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \mid \check{h}_{sk}^{\text{Q} \leq k} < SS_{sk} \quad (6.37b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_s^{\text{Q0}} + \sum_{k'=1}^k R_{sk'} \sum_{f \in \mathcal{F}} SSS_{sfk} \geq \\
SS_{sk} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_{ick}^{\text{S} \leq k} + N_{ick}^{*\text{S} \leq k} \right) \\
\forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \cap \mathcal{S}^{\text{raw}}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \mid \check{h}_{sk}^{\text{Q} \leq k} < SS_{sk} \quad (6.37c)
\end{aligned}$$

Die Nebenbedingungen (6.37d) und (6.37e) gelten für nicht sicherheitsbestandsrelevante Periodenenden und für Endprodukte, für die generell kein Sicherheitsbestand vorgehalten werden muss. Die Anwendung der Nebenbedingungen kann außerdem für die Perioden entfallen, für die der minimale qualitätsgeprüfte Lagerbestand  $\check{h}_{sk}^{\text{Q} \leq k}$  nicht negativ ist.

$$\begin{aligned}
h_s^{\text{Q0}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} + N_{sick}^{*\text{FQ} \leq k} \right) + Bl_{sk} \geq \\
\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \left( \check{n}_{ick}^{\text{S} \leq k} + N_{ick}^{*\text{S} \leq k} \right) + \sum_{k'=1}^k d_{sk'} \\
\forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \setminus \mathcal{S}^{\text{SS}}, k \in \mathcal{K} \quad \mid \check{h}_{sk}^{\text{Q} \leq k} < 0 \quad (6.37d) \\
\text{und } \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \mathcal{S}^{\text{SS}}, k \in \mathcal{K} \setminus \mathcal{K}^{\text{SS}} \mid \check{h}_{sk}^{\text{Q} \leq k} < 0 \quad (6.37e)
\end{aligned}$$

### Rohstofflieferungen und Fehlmengen

Die Rohstoffanlieferungen werden abermals als semikontinuierliche Variable definiert, d. h. sie können entweder den Wert null annehmen oder müssen mindestens die minimale Bestellmenge  $\check{r}_{sk}$  erreichen. Außerdem sind sie durch die maximale Bestellmenge  $\hat{r}_{sk}$  begrenzt. Bis einschließlich Periode  $k_s^{\text{Order}}$  sind die Rohstoffanlieferungen durch die Bestellungen fixiert, die vor dem Beginn des Planungszeitraumes getätigt wurden. Damit entsprechen die Nebenbedingungen (6.38) denen aus dem Gesamtmodell (5.92) in Abschnitt 5.3.4.

$$R_{sk} \in \{0, \check{r}_{sk} \dots \hat{r}_{sk}\} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}, k_s^{\text{Order}} < k \leq |\mathcal{K}| \quad (6.38a)$$

$$R_{sk} = r_{sk} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}, 1 \leq k \leq k_s^{\text{Order}} \quad (6.38b)$$

Die Spätlieferungsmenge  $Bl_{sk}$  des Produktes  $s$  am Ende der Periode  $k$  ist wie im Gesamtmodell<sup>162</sup> durch ihre Obergrenze  $\hat{bl}_{sk}$  beschränkt (siehe Nebenbedingungen (6.39)). Für die Endprodukte, die gleichzeitig auch Inputprodukt mindestens eines Prozesses sind, darf die Spätlieferungsmenge von Periode zu Periode höchstens um die entsprechende Nachfragemenge steigen. Dies wird durch die Nebenbedingungen (6.40) ausgedrückt.<sup>163</sup> Ist der Mindestbestand der Vorperiode  $\check{h}_{sk-1}^{Q \leq k}$  hierbei nicht negativ ergibt sich  $Bl_{sk-1} = 0$ . Beide Restriktionen sind immer erfüllt, wenn der minimale Lagerbestand  $\check{h}_{sk}^{Q \leq k}$  der betrachteten Periode nicht negativ ist.

$$Bl_{sk} \leq \hat{bl}_{sk} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, k \in \mathcal{K} \mid \check{h}_{sk}^{Q \leq k} < 0 \quad (6.39)$$

$$Bl_{sk} \leq \begin{cases} d_{sk} + Bl_{sk-1} & \text{wenn } \check{h}_{sk-1}^{Q \leq k} < 0 \\ d_{sk} & \text{wenn } \check{h}_{sk-1}^{Q \leq k} \geq 0 \end{cases} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \mathcal{S}^{\text{In}}, k \in \mathcal{K} \mid \check{h}_{sk}^{Q \leq k} < 0 \quad (6.40)$$

$$Bl_{sk} \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, k \in \mathcal{K} \mid \check{h}_{sk}^{Q \leq k} < 0 \quad (6.41)$$

Die Nebenbedingungen (6.42) sichern die Einhaltung der Höchstmengen für die einzelnen Fragmente des Sicherheitsbestandes.<sup>164</sup> Unter Berücksichtigung des minimalen Lagerbestandes zu Ende der betrachteten Periode kann die Obergrenze für das entsprechende Fragment unter die allgemeine Obergrenze  $(f_f^{\text{SS}} - f_{f-1}^{\text{SS}})ss_{sk}$  gesenkt werden.

$$SSS_{sfk} \leq \begin{cases} (f_f^{\text{SS}} - f_{f-1}^{\text{SS}})ss_{sk} & \text{wenn } \check{h}_{sk}^{Q \leq k} \leq f_{f-1}^{\text{SS}}ss_{sk} \\ f_f^{\text{SS}}ss_{sk} - \check{h}_{sk}^{Q \leq k} & \text{wenn } f_{f-1}^{\text{SS}}ss_{sk} < \check{h}_{sk}^{Q \leq k} < f_f^{\text{SS}}ss_{sk} \\ 0 & \text{wenn } f_f^{\text{SS}}ss_{sk} \leq \check{h}_{sk}^{Q \leq k} \end{cases} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}, f \in \mathcal{F}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \quad (6.42)$$

$$SSS_{sfk} \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}, f \in \mathcal{F}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \mid \check{h}_{sk}^{Q \leq k} \leq f_{f-1}^{\text{SS}}ss_{sk} \quad (6.43)$$

### Hilfsvariablen der Materialfluss-Nebenbedingungen

Für die Materialfluss-Nebenbedingungen werden verschiedene Hilfsvariablen benötigt. Diese müssen durch weitere Nebenbedingungen zur Annahme zulässiger Werte gezwungen werden. Hierzu sind wiederum, wie aus der Modellformulierung des Gesamtproblems bekannt, weitere Binärvariablen notwendig. Tabelle 6.6 zeigt eine Übersicht der benötigten Hilfsvariablen und ihrer Nomenklatur.

<sup>162</sup>Siehe Nebenbedingungen (5.98) in Abschnitt 5.3.5.

<sup>163</sup>Vgl. Nebenbedingungen (5.99) in Abschnitt 5.3.5.

<sup>164</sup>Vgl. Nebenbedingungen (5.105) des Gesamtmodells in Abschnitt 5.3.6.

	Ende der Periode $k$		Beginn des $n'$ -ten Batches der Kampagne $ic$	
	vorher	spätestens	vorher	spätestens
<hr/>				
Anzahl				
fertiggestellte und hinsichtlich Produkt $s$ qualitätsgeprüfte Batches der Kampagne $ic$	-	$N_{sick}^{FQ \leq k}$	-	$N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn}$
begonnene Batches der Kampagne $ic$	$N_{ick}^{S < k}$	$N_{ick}^{S \leq k}$	-	$N_{ici'c'n'}^{S \leq Sn}$
<hr/>				
Reihenfolge				
Ende der Qualitätsprüfung des ersten Batches der Kampagne $ic$ hinsichtlich Produkt $s$	-	$F_{sick}^{EFQ \leq k}$	-	$F_{sici'c'n'}^{EFQ \leq Sn}$
Beginn des letzten Batches der Kampagne $ic$	$F_{ick}^{SL < k}$	$F_{ick}^{SL \leq k}$	-	$F_{ici'c'n'}^{SL \leq Sn}$
Ende der Periode $k$	-	-	$F_{ki'c'n'}^{k < Sn}$	-

Tabelle 6.6: Hilfsvariablen der Materialfluss-Nebenbedingungen und ihre Nomenklatur

Die bekannte ganzzahlige Variable  $N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn}$  wird unter Berücksichtigung ihrer unteren Grenze  $\check{n}_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn}$  gemäß der Gleichungen (6.44) durch die ebenfalls ganzzahlige Variable  $\hat{N}_{sici'c'n'}^{*FQ \leq Sn}$  ersetzt. Steht der Wert von  $N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn}$  durch Gleichheit seiner Unter- und Obergrenze fest, ergibt sich  $\hat{N}_{sici'c'n'}^{*FQ \leq Sn}$  immer zu null (siehe Gleichungen (6.45)). Die Binärvariable  $F_{sici'c'n'}^{EFQ \leq Sn}$  muss den Wert eins annehmen, wenn  $\check{n}_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn} > 0$  ist (siehe Gleichungen (6.46)).

$$N_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn} = \check{n}_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn} + \hat{N}_{sici'c'n'}^{*FQ \leq Sn} \quad (6.44)$$

$$\hat{N}_{sici'c'n'}^{*FQ \leq Sn} = 0 \quad \forall s. u. \mid \check{n}_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn} = \hat{n}_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn} \quad (6.45)$$

$$F_{sici'c'n'}^{EFQ \leq Sn} = 1 \quad \forall s. u. \mid 0 < \check{n}_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn} \leq \hat{n}_{sici'c'n'}^{FQ \leq Sn} \quad (6.46)$$

$$\forall s \in \mathcal{S} \setminus \mathcal{S}^{ZW}, i \in \mathcal{I}_s^{Out}, c \in \mathcal{C}_i, \\ i' \in \mathcal{I}_s^{In}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'} \quad (6.44)-(6.46)$$

Die oberen Grenzen für nicht festgelegte  $\hat{N}_{sici'c'n'}^{*FQ \leq Sn}$  ergeben sich dann gemäß der Nebenbedingungen (6.47) und (6.48). Sie ersetzen die Nebenbedingun-

gen (5.70)-(5.72) des Gesamtmodells<sup>165</sup> und müssen nur dann berücksichtigt werden, wenn die dazugehörigen Materialfluss-Nebenbedingungen ebenfalls verwendet werden. Dies ist immer dann der Fall, wenn der minimale Lagerbestand  $\check{h}_{s'i'c'n'}^{Q \leq Sn}$  des Produktes  $s$  zum Start des  $n'$ -ten Batches der Kampagne  $i'c'$  negativ ist. Die Nebenbedingungen (6.47) sind immer dann redundant, wenn es die korrespondierenden Nebenbedingungen (6.48) nicht sind. Tabelle 6.7 zeigt das Verhalten der Nebenbedingungen in Abhängigkeit der Binärvariablen  $F_{s'ic'i'n'}^{EFQ \leq Sn}$ .

$$N_{s'ic'i'n'}^{*FQ \leq Sn} \leq \left( \hat{n}_{s'ic'i'n'}^{FQ \leq Sn} - \check{n}_{s'ic'i'n'}^{FQ \leq Sn} \right) F_{s'ic'i'n'}^{EFQ \leq Sn} \quad (6.47)$$

$$\begin{aligned} & \check{t}_{ic}^{\mapsto} + \hat{T}_{ic}^{\mapsto} + t_i^P N_{s'ic'i'n'}^{*FQ \leq Sn} + \\ & \left( t_i^{SU} + t_i^P \check{n}_{s'ic'i'n'}^{FQ \leq Sn} + t_s^{QC} - t_{i'n'-1}^{SUP} + \hat{t}_{ic}^{\mapsto} - \check{t}_{i'c'}^{\mapsto} \right) F_{s'ic'i'n'}^{EFQ \leq Sn} \leq \\ & \hat{T}_{i'c'}^{\mapsto} + \hat{t}_{ic}^{\mapsto} \end{aligned} \quad (6.48)$$

$$\forall s \in \mathcal{S} \setminus \mathcal{S}^{ZW}, i \in \mathcal{I}_s^{Out}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_s^{In}, c' \in \mathcal{C}_{i'}$$

$$n' \in \mathcal{N}_{i'c'} \mid \check{h}_{s'i'c'n'}^{Q \leq Sn} < 0 \wedge \check{n}_{s'ic'i'n'}^{FQ \leq Sn} < \hat{n}_{s'ic'i'n'}^{FQ \leq Sn} \quad (6.47), (6.48)$$

	$Sn(i'c'n') < EFQ(sic)$	$EFQ(sic) \leq Sn(i'c'n')$
$F_{s'ic'i'n'}^{EFQ \leq Sn}$	0	1
$N_{s'ic'i'n'}^{*FQ \leq Sn}$	$0 = \check{n}_{s'ic'i'n'}^{FQ \leq Sn}$	$0 < \hat{n}_{s'ic'i'n'}^{FQ \leq Sn}$
(6.47)	$N_{s'ic'i'n'}^{*FQ \leq Sn} \leq 0$	$N_{s'ic'i'n'}^{*FQ \leq Sn} \leq \hat{n}_{s'ic'i'n'}^{FQ \leq Sn} - \check{n}_{s'ic'i'n'}^{FQ \leq Sn}$
(6.48)	$\check{t}_{ic}^{\mapsto} + \hat{T}_{ic}^{\mapsto} + t_i^P N_{s'ic'i'n'}^{*FQ \leq Sn} \leq \hat{T}_{i'c'}^{\mapsto} + \hat{t}_{ic}^{\mapsto}$	$\check{t}_{ic}^{\mapsto} + \hat{T}_{ic}^{\mapsto} + t_i^{SU} + t_i^P \left( \check{n}_{s'ic'i'n'}^{FQ \leq Sn} + N_{s'ic'i'n'}^{*FQ \leq Sn} \right) + t_s^{QC} \leq \check{t}_{i'c'}^{\mapsto} + \hat{T}_{i'c'}^{\mapsto} + t_{i'n'-1}^{SUP}$

Tabelle 6.7: Nebenbedingungen für  $N_{s'ic'i'n'}^{*FQ \leq Sn}$  und  $F_{s'ic'i'n'}^{EFQ \leq Sn}$

Die neuen ganzzahligen Variablen  $\check{N}_{ic'i'c'n'}^{S \leq Sn}$  ersetzen die bekannten  $N_{ic'i'c'n'}^{S \leq Sn}$  unter Berücksichtigung ihrer im Vorfeld<sup>166</sup> berechneten unteren Grenzen  $\check{n}_{ic'i'c'n'}^{S \leq Sn}$  gemäß der Gleichungen (6.49). Im Fall, dass ihre untere Grenze der oberen  $\hat{n}_{ic'i'c'n'}^{S \leq Sn}$  entspricht, kann  $\check{N}_{ic'i'c'n'}^{S \leq Sn}$  auf null fixiert werden (siehe Gleichun-

<sup>165</sup>Siehe Abschnitt 5.3.2.

<sup>166</sup>Siehe hierzu Abschnitt 6.3.1.3.

gen (6.50)). Die Binärvariable  $F_{ici'c'n'}^{SL \leq Sn}$  nimmt entsprechend der Gleichungen (6.51) ebenfalls feste Werte an.

$$N_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} = \check{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} + \overset{*}{N}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} \quad (6.49)$$

$$\overset{*}{N}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} = 0 \quad \forall \text{ s. u. } | \check{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} = \widehat{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} \quad (6.50)$$

$$F_{ici'c'n'}^{SL \leq Sn} = 0 \quad \forall \text{ s. u. } | \check{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} \leq \widehat{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} < \bar{N}_{ic} \quad (6.51)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_{S_i^{\text{In}} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}\}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'} \quad (6.49)-(6.51)$$

Die Nebenbedingungen (6.52) und (6.53) sichern die Einhaltung der unteren Grenzen für alle  $\overset{*}{N}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn}$ . Sie sind immer gerade dann redundant, wenn es die korrespondierende andere Nebenbedingung nicht ist. Sie ersetzen die Nebenbedingungen (5.21) und (5.23) des Gesamtmodells und müssen nur berücksichtigt werden, wenn die Variablen in den Materialfluss-Nebenbedingungen benötigt werden. Dies ist der Fall, wenn mindestens ein Produkt  $s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}_{i'}^{\text{In}} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}\}$  existiert, für welches der minimale Lagerbestand  $\check{h}_{si'c'n'}^{Q \leq Sn}$  zum Zeitpunkt, an dem das  $n'$ -te Batch der Kampagne  $i'c'$  beginnt, negativ ist. Tabelle 6.8 gibt einen Überblick des Verhaltens der beschriebenen Nebenbedingungen in Abhängigkeit der Evaluierung der Binärvariablen  $F_{ici'c'n'}^{SL \leq Sn}$ .

$$\left( \widehat{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} - \check{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} \right) F_{ici'c'n'}^{SL \leq Sn} \leq \overset{*}{N}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} \quad \forall \text{ s. u. } \wedge \check{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} < \widehat{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} = \bar{N}_{ic} \quad (6.52)$$

$$\begin{aligned} & \check{t}_{i'c'}^{\mapsto} + \overset{*}{T}_{i'c'}^{\mapsto} + t_{i'n'-1}^{\text{SUP}} + \\ & \left( \check{t}_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} \widehat{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} - \epsilon - \widehat{t}_{i'c'}^{\mapsto} - t_{i'n'-1}^{\text{SUP}} \right) F_{ici'c'n'}^{SL \leq Sn} \leq \\ & \check{t}_{ic}^{\mapsto} + \overset{*}{T}_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} \left( \check{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} + \overset{*}{N}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} \right) - \epsilon \\ & \quad \forall \text{ s. u. } \wedge \check{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} < \widehat{n}_{ici'c'n'}^{S \leq Sn} \end{aligned} \quad (6.53)$$

$$\begin{aligned} & \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_{S_i^{\text{In}} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}\}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'} | \\ & \quad \exists s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}_{i'}^{\text{In}} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}\} | \check{h}_{si'c'n'}^{Q \leq Sn} < 0 \end{aligned} \quad (6.52),(6.53)$$

Die ganzzahligen Variablen  $N_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  werden gemäß der Gleichungen (6.54) unter Nutzung ihrer zuvor bestimmten unteren Grenzen  $\check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  mit den neuen ganzzahligen Variablen  $\overset{*}{N}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  ersetzt. Steht der Wert von  $N_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  durch Gleichheit ihrer unteren und oberen Grenzen fest, kann  $\overset{*}{N}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  auf null fixiert werden. Außerdem nimmt die Binärvariable  $F_{sick}^{\text{EFQ} \leq k}$  gemäß der Gleichun-

	$\text{Sn}(i'c'n') < \text{SL}(ic)$	$\text{SL}(ic) \leq \text{Sn}(i'c'n')$
$F_{ici'c'n'}^{\text{SL} \leq \text{Sn}}$	0	1
$N_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$	$\check{n}_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} < \bar{N}_{ic}$	$\hat{n}_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} = \bar{N}_{ic}$
(6.52)	$0 \leq \hat{N}_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$	$\hat{n}_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} - \check{n}_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} \leq \hat{N}_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$
(6.53)	$\check{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + \check{T}_{i'c'}^* + t_{i'n'}^{\text{SUP}} + \epsilon$ $\leq \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + \check{T}_{ic}^* + t_i^{\text{SU}} +$ $t_i^{\text{P}} \left( \check{n}_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} + \hat{N}_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} \right)$	$\check{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + \check{T}_{i'c'}^* - \hat{t}_{i'c'}^{\rightarrow} \leq$ $\check{T}_{ic}^* + t_i^{\text{P}} \left( \check{n}_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} + \hat{N}_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} - \hat{n}_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} \right)$

Tabelle 6.8: Nebenbedingungen für  $\hat{N}_{ici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$  und  $F_{ici'c'n'}^{\text{SL} \leq \text{Sn}}$

gen (6.56) feste Werte an, wenn  $\check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} > 0$  ist.

$$N_{sick}^{\text{FQ} \leq k} = \check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} + \hat{N}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} \quad (6.54)$$

$$\hat{N}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} = 0 \quad \forall s. \text{ u. } | \quad \check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} = \hat{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} \quad (6.55)$$

$$F_{sick}^{\text{EFQ} \leq k} = 1 \quad \forall s. \text{ u. } | \quad 0 < \check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} \leq \hat{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} \quad (6.56)$$

$$\forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}$$

$$\text{und } \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \quad (6.54)-(6.56)$$

Die Einhaltung der aufgrund der Materialfluss-Nebenbedingungen notwendigen oberen Grenzen für alle  $\hat{N}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  wird durch die Nebenbedingungen (6.57) und (6.58) gesichert. Jeweils eine der Nebenbedingungen wird redundant, wenn es die zu ihr korrespondierende andere nicht ist. Sie ersetzen die Nebenbedingungen (5.73)-(5.75) des Gesamtmodells<sup>167</sup> und können vernachlässigt werden, wenn der minimale Lagerbestand  $\check{h}_{sk}^{\text{Q} \leq k}$  am Ende von Periode  $k$  für das Endprodukt  $s$  nicht negativ ist. Für Produkte, die nicht End- sondern nur Sicherheitsbestandsprodukt sind, sind die Nebenbedingungen nur vernachlässigbar, wenn der minimale Lagerbestand nicht unterhalb des Sicherheitsbestandes liegt. Tabelle 6.9 zeigt das Verhalten der Nebenbedingungen für  $N_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  in Abhängigkeit der Evaluation von  $F_{sick}^{\text{EFQ} \leq k}$ .

<sup>167</sup>Siehe Abschnitt 5.3.2.

$$N_{sick}^{*FQ \leq k} \leq \left( \widehat{n}_{sick}^{FQ \leq k} - \check{n}_{sick}^{FQ \leq k} \right) F_{sick}^{EFQ \leq k} \quad (6.57)$$

$$\check{t}_{ic}^{\mapsto} + \check{T}_{ic}^{\mapsto} + t_i^P N_{sick}^{*FQ \leq k} + \left( t_i^{SU} + t_i^P \check{n}_{sick}^{FQ \leq k} + t_s^{QC} + \check{t}_{ic}^{\mapsto} - kt^k \right) F_{sick}^{EFQ \leq k} \leq \widehat{t}_{ic}^{\mapsto} \quad (6.58)$$

$$\begin{aligned} & \forall s \in \mathcal{S}^{fin}, i \in \mathcal{I}_s^{Out}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \mid \\ & \check{h}_{sk}^{Q \leq k} < 0 \quad \wedge \quad \check{n}_{sick}^{FQ \leq k} < \widehat{n}_{sick}^{FQ \leq k} \\ & \text{und } \forall s \in \mathcal{S}^{SS}, i \in \mathcal{I}_s^{Out}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}^{SS} \mid \\ & \check{h}_{sk}^{Q \leq k} < s s_{sk} \wedge \check{n}_{sick}^{FQ \leq k} < \widehat{n}_{sick}^{FQ \leq k} \quad (6.57), (6.58) \end{aligned}$$

	$k < EFQ(sic)$	$EFQ(sic) \leq k$
$F_{sick}^{EFQ \leq k}$	0	1
$N_{sick}^{FQ \leq k}$	$0 = \check{n}_{sick}^{FQ \leq k}$	$0 < \widehat{n}_{sick}^{FQ \leq k}$
(6.57)	$N_{sick}^{*FQ \leq k} \leq 0$	$N_{sick}^{*FQ \leq k} \leq \widehat{n}_{sick}^{FQ \leq k} - \check{n}_{sick}^{FQ \leq k}$
(6.58)	$\check{t}_{ic}^{\mapsto} + \check{T}_{ic}^{\mapsto} + t_i^P N_{sick}^{*FQ \leq k} \leq \widehat{t}_{ic}^{\mapsto}$	$\check{t}_{ic}^{\mapsto} + \check{T}_{ic}^{\mapsto} + t_i^{SU} + t_i^P \left( \check{n}_{sick}^{FQ \leq k} + N_{sick}^{*FQ \leq k} \right) + t_s^{QC} \leq kt^k$

Tabelle 6.9: Nebenbedingungen für  $N_{sick}^{*FQ \leq k}$  und  $F_{sick}^{EFQ \leq k}$

Die ganzzahligen Variablen  $N_{ick}^{S \leq k}$  werden zunächst auch hier unter Berücksichtigung ihrer unteren Grenzen  $\check{n}_{ick}^{S \leq k}$  gemäß den Gleichungen (6.59) mit den neuen ebenfalls ganzzahligen Variablen  $\check{N}_{ick}^{S \leq k}$  ersetzt. Diese nehmen den Wert null an, wenn die untere Grenze von  $N_{ick}^{S \leq k}$  ihrer oberen entspricht (siehe Gleichungen (6.60)). Die Binärvariablen  $F_{ick}^{SL \leq k}$  nehmen gemäß den Gleichungen (6.61) feste Werte an.

$$N_{ick}^{S \leq k} = \check{n}_{ick}^{S \leq k} + \check{N}_{ick}^{S \leq k} \quad (6.59)$$

$$\check{N}_{ick}^{S \leq k} = 0 \quad \forall s. \text{ u. } \mid \check{n}_{ick}^{S \leq k} = \widehat{n}_{ick}^{S \leq k} \quad (6.60)$$

$$F_{ick}^{SL \leq k} = 0 \quad \forall s. \text{ u. } \mid \check{n}_{ick}^{S \leq k} \leq \widehat{n}_{ick}^{S \leq k} < \overline{N}_{ic} \quad (6.61)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_{S^{fin}}^{In}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \text{ und } \forall i \in \mathcal{I}_{S^{SS}}^{In}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}^{SS} \quad (6.59)-(6.61)$$

Die Nebenbedingungen (6.62) und (6.63) stellen die unteren Grenzen für die Variablen  $\check{N}_{ick}^{S \leq k}$ . Sie ersetzen die Nebenbedingungen (5.25)-(5.27) des Gesamtmodells und sind jeweils dann redundant, wenn es die korrespondierende Nebenbedingung nicht ist. In den Fällen, in denen die entsprechende

Materialfluss-Nebenbedingung aufgrund garantierter Mindestlagerbestände entfällt, sind auch diese Nebenbedingungen unnötig. Tabelle 6.10 zeigt eine Übersicht des Verhaltens der verschiedenen Nebenbedingungen für  $\hat{N}_{ick}^{S \leq k}$  unter Berücksichtigung der Evaluierung von  $F_{ick}^{SL \leq k}$ .

$$\left( \hat{n}_{ick}^{S \leq k} - \check{n}_{ick}^{S \leq k} \right) F_{ick}^{SL \leq k} \leq \hat{N}_{ick}^{S \leq k} \quad \forall s. u. \wedge \check{n}_{ick}^{S \leq k} < \hat{n}_{ick}^{S \leq k} = \bar{N}_{ic} \quad (6.62)$$

$$kt^k + \left( \check{t}_{ic}^{\mapsto} + t_i^{SU} + t_i^P \hat{n}_{ick}^{S \leq k} - \epsilon - kt^k \right) F_{ick}^{SL \leq k} \leq \check{t}_{ic}^{\mapsto} + \hat{T}_{ic}^{\mapsto} + t_i^{SU} + t_i^P \left( \check{n}_{ick}^{S \leq k} + \hat{N}_{ick}^{S \leq k} \right) - \epsilon \quad \forall s. u. \wedge \check{n}_{ick}^{S \leq k} < \hat{n}_{ick}^{S \leq k} \quad (6.63)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_{S_{in}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \mid \exists s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}} \mid \check{h}_{sk}^{Q \leq k} < 0$$

$$\text{und } \forall i \in \mathcal{I}_{S_{SS}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \mid \exists s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{SS}} \mid \check{h}_{sk}^{Q \leq k} < s s_{sk} \quad (6.62), (6.63)$$

	$k < SL(ic)$	$SL(ic) \leq k$
$F_{ick}^{SL \leq k}$	0	1
$\hat{N}_{ick}^{S \leq k}$	$\check{n}_{ick}^{S \leq k} < \bar{N}_{ic}$	$\hat{n}_{ick}^{S \leq k} = \bar{N}_{ic}$
(6.62)	$0 \leq \hat{N}_{ick}^{S \leq k}$	$\hat{n}_{ick}^{S \leq k} - \check{n}_{ick}^{S \leq k} \leq \hat{N}_{ick}^{S \leq k}$
(6.63)	$kt^k + \epsilon \leq \check{t}_{ic}^{\mapsto} + \hat{T}_{ic}^{\mapsto} + t_i^{SU} + t_i^P \left( \check{n}_{ick}^{S \leq k} + \hat{N}_{ick}^{S \leq k} \right)$	$0 \leq \hat{T}_{ic}^{\mapsto} + t_i^P \left( \check{n}_{ick}^{S \leq k} + \hat{N}_{ick}^{S \leq k} - \hat{n}_{ick}^{S \leq k} \right)$

Tabelle 6.10: Nebenbedingungen für  $\hat{N}_{ick}^{S \leq k}$  und  $F_{ick}^{SL \leq k}$

Wie auch bei den anderen Variablen werden die ganzzahligen Variablen  $N_{ick}^{S < k}$  unter Berücksichtigung ihrer unteren Grenzen  $\check{n}_{ick}^{S < k}$  durch  $\hat{N}_{ick}^{S < k}$  gemäß der Gleichungen (6.64) ersetzt. Entspricht die untere Grenze von  $\hat{N}_{ick}^{S < k}$  ihrer maximalen, so nimmt  $\hat{N}_{ick}^{S < k}$  immer den Wert null an (siehe Gleichungen (6.65)). Den Gleichungen (6.66) ist zu entnehmen, in welchen Fällen die Binärvariablen  $F_{ick}^{SL < k}$  einen festen Wert annehmen.

$$N_{ick}^{S < k} = \check{n}_{ick}^{S < k} + \hat{N}_{ick}^{S < k} \quad \forall i \in \mathcal{I}_{S_{raw}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \quad (6.64)$$

$$\hat{N}_{ick}^{S < k} = 0 \quad \forall i \in \mathcal{I}_{S_{raw}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \mid \check{n}_{ick}^{S < k} = \hat{n}_{ick}^{S < k} \quad (6.65)$$

$$F_{ick}^{SL < k} = 0 \quad \forall i \in \mathcal{I}_{S_{raw}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \mid \check{n}_{ick}^{S < k} \leq \hat{n}_{ick}^{S < k} < \bar{N}_{ic} \quad (6.66)$$

Die Nebenbedingungen (6.67) und (6.68) folgen der üblichen Systematik zur Einhaltung der unteren Grenzen für alle  $\hat{N}_{ick}^{S<k}$ . Sie ersetzen die Nebenbedingungen (5.94) und (5.95) des Gesamtmodells.<sup>168</sup> In den Fällen, in denen eine bekannte Redundanz besteht oder die Mindestlagerbestandsmengen ausreichend hoch sind, können sie entfallen. Tabelle 6.11 zeigt das Verhalten der Nebenbedingungen für die beiden Evaluationsmöglichkeiten der Binärvariablen  $F_{ick}^{SL<k}$ .

$$\left(\hat{n}_{ick}^{S<k} - \check{n}_{ick}^{S<k}\right) F_{ick}^{SL<k} \leq \hat{N}_{ick}^{S<k} \quad \forall \text{ s.u.} \quad \wedge \quad \check{n}_{ick}^{S<k} < \hat{n}_{ick}^{S<k} = \bar{N}_{ic} \quad (6.67)$$

$$\begin{aligned} kt^k + \left(\check{t}_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} \hat{n}_{ick}^{S<k} - kt^k\right) F_{ick}^{SL<k} \leq \\ \check{t}_{ic}^{\mapsto} + \hat{T}_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} \left(\check{n}_{ick}^{S<k} + \hat{N}_{ick}^{S<k}\right) \\ \forall \text{ s.u.} \quad \wedge \quad \check{n}_{ick}^{S<k} < \hat{n}_{ick}^{S<k} \end{aligned} \quad (6.68)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_{\text{Sraw}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \mid \exists s \in \mathcal{I}_i^{\text{In}} \cap \text{Sraw} \mid \check{h}_{sk}^{\text{Q}<k} < 0 \quad (6.67), (6.68)$$

	$k \leq \text{SL}(ic)$	$\text{SL}(ic) < k$
$F_{ick}^{SL<k}$	0	1
$\hat{N}_{ick}^{S<k}$	$\check{n}_{ick}^{S<k} < \bar{N}_{ic}$	$\hat{n}_{ick}^{S<k} = \bar{N}_{ic}$
(6.67)	$0 \leq \hat{N}_{ick}^{S<k}$	$\hat{n}_{ick}^{S<k} - \check{n}_{ick}^{S<k} \leq \hat{N}_{ick}^{S<k}$
(6.68)	$kt^k \leq \check{t}_{ic}^{\mapsto} + \hat{T}_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{P}} \left(\check{n}_{ick}^{S<k} + \hat{N}_{ick}^{S<k}\right)$	$0 \leq \hat{T}_{ic}^{\mapsto} + t_i^{\text{P}} \left(\check{n}_{ick}^{S<k} + \hat{N}_{ick}^{S<k} - \hat{n}_{ick}^{S<k}\right)$

Tabelle 6.11: Nebenbedingungen für  $\hat{N}_{ick}^{S<k}$  und  $F_{ick}^{SL<k}$

Die Binärvariable  $F_{ick}^{k<\text{Sn}}$  kann gegenüber der Formulierung des Gesamtmodells in einigen Fällen gemäß der Gleichungen (6.69) fixiert werden. In den übrigen Fällen wird sie durch die Nebenbedingungen (6.70), welche die Nebenbedingungen (5.24) des Gesamtmodells ersetzen, zur Annahme des Wertes eins gezwungen, wenn der Start des  $n$ -ten Batches der Kampagne  $ic$  nach dem

<sup>168</sup>Siehe Abschnitt 5.3.4.

Ende der Periode  $k$  erfolgt.

$$F_{kicn}^{k < S_n} = \begin{cases} 0 & \text{wenn } \hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{in-1}^{\text{SUnP}} \leq kt^k \\ (6.70) & \text{wenn } \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{in-1}^{\text{SUnP}} \leq kt^k < \hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{in-1}^{\text{SUnP}} \\ 1 & \text{wenn } kt^k < \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{in-1}^{\text{SUnP}} \end{cases}$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_{\mathcal{S}^{\text{In}}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, n \in \mathcal{N}_{ic}, k \in \mathcal{K} \mid \exists s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}} \mid \check{h}_{s ic n}^{\text{Q} \leq S_n} < 0 \quad (6.69)$$

$$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + \hat{T}_{ic}^* + t_{in-1}^{\text{SUnP}} \leq kt^k + (\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{in-1}^{\text{SUnP}} - kt^k) F_{kicn}^{k < S_n} \quad (6.70)$$

### Ganzzahligkeits- und Binärbedingungen

Außerdem gelten für die verwendeten Variablen folgende Einschränkungen hinsichtlich ihrer Definitionsbereiche:

$$F_{s ic i' c' n'}^{\text{EFQ} \leq S_n} \in \{0; 1\} \quad (6.71)$$

$$N_{s ic i' c' n'}^{\text{FQ} \leq S_n} \in \mathbb{N} \quad (6.72)$$

$$\forall s \in \mathcal{S} \setminus \mathcal{S}^{\text{ZW}}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, \\ i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, n' \in \mathcal{N}_{i' c'} \mid \check{h}_{s i' c' n'}^{\text{Q} \leq S_n} < 0 \quad (6.71), (6.72)$$

$$F_{ic i' c' n'}^{\text{SL} \leq S_n} \in \{0; 1\} \quad (6.73)$$

$$N_{ic i' c' n'}^{\text{S} \leq S_n} \in \mathbb{N} \quad (6.74)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_{\mathcal{S}_i^{\text{In}} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}\}}^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, n' \in \mathcal{N}_{i' c'} \\ \mid \exists s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}_{i'}^{\text{In}} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}\} \mid \check{h}_{s i' c' n'}^{\text{Q} \leq S_n} < 0 \quad (6.73), (6.74)$$

$$F_{s ic k}^{\text{EFQ} \leq k} \in \{0; 1\} \quad (6.75)$$

$$N_{s ic k}^{\text{FQ} \leq k} \in \mathbb{N} \quad (6.76)$$

$$\forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \mid \check{h}_{s ic k}^{\text{Q} \leq k} < 0 \\ \text{und } \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \mid \check{h}_{s ic k}^{\text{Q} \leq k} < s s_{s k} \quad (6.75), (6.76)$$

$$F_{ic k}^{\text{SL} \leq k} \in \{0; 1\} \quad (6.77)$$

$$N_{ic k}^{\text{S} \leq k} \in \mathbb{N} \quad (6.78)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_{\mathcal{S}^{\text{SS}}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \mid \exists s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{SS}} \mid \check{h}_{s ic k}^{\text{Q} \leq k} < s s_{s k} \\ \text{und } \forall i \in \mathcal{I}_{\mathcal{S}^{\text{fin}}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \mid \exists s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}} \mid \check{h}_{s ic k}^{\text{Q} \leq k} < 0 \quad (6.77), (6.78)$$

$$\check{N}_{ick}^{S<k} \in \mathbb{N} \quad (6.79)$$

$$F_{ick}^{SL<k} \in \{0, 1\} \quad (6.80)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_{\mathcal{S}^{\text{raw}}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \mid \exists s \in \mathcal{I}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{raw}} \mid \check{h}_{sk}^{\text{Q}<k} < 0 \quad (6.79), (6.80)$$

$$F_{kicn}^{\text{k}<\text{Sn}} \in \{0, 1\}$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_{\mathcal{S}^{\text{fin}}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, n \in \mathcal{N}_{ic}, k \in \mathcal{K} \mid \exists s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}} \mid \check{h}_{s icn}^{\text{Q}\leq\text{Sn}} < 0 \quad (6.81)$$

## Bemerkungen

Das Modell kann außerdem um weitere zulässige Nebenbedingungen (Cuts) erweitert werden. Diese haben das Ziel, die Ganzzahligkeitslücke zu reduzieren und somit zu einer Verbesserung der Lösungszeit zu führen. Ein bedeutender Ansatz zur Konstruktion zusätzlicher Nebenbedingungen ist die Verknüpfung der verschiedenen Hilfsvariablen unter- und miteinander. Hierbei werden zwei oder drei Variablen unter Fixierung eines gemeinsamen Bezugspunktes miteinander verglichen. Durch Ausnutzung erzwungener und logischer Reihenfolgebeziehungen entsteht so eine Vielzahl von Nebenbedingungen, die zu einer Verbesserung der Lösungszeit führen können.

### 6.3.1.3 Preprocessing

#### Bestimmung der Startzeitfenster einer Kampagne

Es gibt mehrere Ursachen, die zu einer Erhöhung der frühestmöglichen Startzeit einer Kampagne  $\check{t}_{ic}^{\rightarrow}$  beziehungsweise einer Senkung der spätestmöglichen Startzeit  $\hat{t}_{ic}^{\rightarrow}$  führen:

- Begrenzung des Planungszeitraumes
- Betriebsstillstände
- minimaler Startzeitpunkt der Vorgängerkampagnen beziehungsweise maximaler Startzeitpunkt der Nachfolgerkampagnen auf gemeinsam genutzten Anlagen
- minimaler beziehungsweise maximaler Startzeitpunkt zwangsgekoppelter Kampagnen
- Verfügbarkeit der zum Input benötigten Rohstoffmenge
- Verfügbarkeit und Bereitstellung der zum Input benötigten Produktmenge
- Bereitstellung der zur Bedienung der Nachfrage benötigten Produktmenge

Wie der Aufzählung zu entnehmen ist, kann die Änderung des Zeitfensters einer Kampagne verschiedenartig auf das einer anderen Kampagne einwirken. Eine unabhängige lineare Berechnung ist daher nicht möglich. Abbildung 6.18

```

Berechne Mindestabstände der Kampagnen und initialisiere  $\mathcal{C}^{\text{Pre}}$  und  $\mathcal{C}^{\text{Suc}}$ 
 $\check{t}_{ic}^{\rightarrow} = 0 \quad \forall ic$ 
 $\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} = t^{\text{PH}} - \left\{ t_{iN_{ic}}^{\text{SUP}} + \max \left\{ t_i^{\text{Cl}}, \max_{s \in \mathcal{S}_i^{\text{Out}}} t_s^{\text{QC}} \right\} \right\} \quad \forall ic$ 
repeat
  repeat
    for all  $ic$  aufsteigend nach übergebenen  $T_{ic}^{\rightarrow}$  do
       $\check{t}_{ic}^{\rightarrow} \Leftarrow \mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}}$ 
       $\check{t}_{jc}^{\rightarrow} \Leftarrow \mathcal{B}_i^{\mathcal{U}}$ 
       $\check{t}_{jc}^{\rightarrow} \Leftarrow \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{raw}}$ 
       $\check{t}_{ic}^{\rightarrow}$  und  $\check{t}_{i'c'}^{\rightarrow} \Leftarrow \mathcal{S}_i^{\text{In}} \setminus \{ \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}} \}$ 
    end for
  until keine Veränderung von  $\check{t}_{ic}^{\rightarrow}$  und  $\hat{t}_{ic}^{\rightarrow}$  für alle  $ic$ 
  repeat
    for all  $ic$  absteigend nach übergebenen  $T_{ic}^{\rightarrow}$  do
       $\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} \Leftarrow \mathcal{C}_{ic}^{\text{Suc}}$ 
       $\hat{t}_{jc}^{\rightarrow} \Leftarrow \mathcal{B}_i^{\mathcal{U}}$ 
       $\hat{t}_{ic}^{\rightarrow}$  und  $\hat{t}_{i'c'}^{\rightarrow} \Leftarrow \mathcal{S}_i^{\text{In}} \setminus \{ \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}} \}$ 
    end for
  until keine Veränderung von  $\check{t}_{ic}^{\rightarrow}$  und  $\hat{t}_{ic}^{\rightarrow}$  für alle  $ic$ 
until keine Veränderung von  $\check{t}_{ic}^{\rightarrow}$  und  $\hat{t}_{ic}^{\rightarrow}$  für alle  $ic$ 
Führe benutzerdefinierte Einschränkung von  $\hat{t}_{ic}^{\rightarrow}$  für alle  $ic$  durch

```

Abbildung 6.18: Berechnung der Kampagnenstartzeitfenster (Pseudocode)

zeigt die hier angewendete Methode, die es ermöglicht, alle Aspekte zu berücksichtigen. Vorbereitend erfolgt zunächst die Berechnung der Mindestabstände zwischen zwei Kampagnen basierend auf der Anlagenreihenfolge sowie den Zwangskopplungen. Danach werden die frühest- und spätestmöglichen Startzeitpunkte einer Kampagne gemäß der Begrenzung durch den Planungshorizont initialisiert. Hinsichtlich der spätestmöglichen Startzeit ist zu beachten, dass nicht nur die gesamte Kampagne im Planungszeitraum liegen soll, sondern auch das Ende der Qualitätsprüfung des von ihr produzierten Outputs. Erst hiernach erfolgt die sukzessive Erhöhung der frühestmöglichen sowie die sukzessive Absenkung der spätestmöglichen Startzeiten unter Berücksichtigung der verschiedenen Einflussfaktoren. Die für die Gesamtberechnung nötigen Subalgorithmen sind im Folgenden beschrieben.

Der Pseudocode für die Berechnung der Mindestabstände zwischen den Startzeitpunkten zweier Kampagnen sowie der Initialisierung der Vorgänger- und Nachfolgerkampagnen ist in Abbildung 6.19 dargestellt. Die Menge der Vorgänger  $\mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}}$  einer Kampagne  $ic$  setzt sich zunächst aus den Kampagnen

```

 $\mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}} = \mathcal{C}_{ic}^{\text{DPre}} \cup \{ic\} \quad \forall ic$ 
Äußere Schleife:
for all  $ic$  aufsteigend nach übergebenen  $T_{ic}^{\rightarrow}$  do
  for all  $i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{\text{DPre}}$  do
     $\checkmark_{\Delta\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow} = \overline{T}_{i'c'}$ 
     $\mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}} = \mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}} \cup \mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Pre}}$ 
     $\checkmark_{\Delta\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow} = \checkmark_{\Delta\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow} + \checkmark_{i'c'ic}$   $\forall i''c'' \in \mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Pre}}$ 
  end for
repeat
  for  $i'c' \mid \overline{A}_{i'c'ic}^{\text{ZW}} = 1 \wedge t_{i'1}^{\text{SUnP}} \leq t_i^{\text{SU}}$  do
     $\checkmark_{\Delta\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow} = \widehat{\checkmark}_{\Delta\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow} = t_{i'1}^{\text{SUnP}} - t_i^{\text{SU}}$ 
    ZW-Subalgorithmus
  end for
  for  $i'c' \mid \overline{A}_{ici'c'}^{\text{ZW}} = 1 \wedge t_{i1}^{\text{SUnP}} < t_{i'}^{\text{SU}}$  do
     $\checkmark_{\Delta\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow} = \widehat{\checkmark}_{\Delta\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow} = t_{i1}^{\text{SUnP}} - t_{i'}^{\text{SU}}$ 
    ZW-Subalgorithmus
  end for
until keine Änderung
   $\mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Suc}} = \mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Suc}} \cup \{ic\} \quad \forall i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}}$ 
end for

```

(a) Hauptalgorithmus

```

Require:  $ic, i'c' \mid (\overline{A}_{i'c'ic}^{\text{ZW}} = 1 \wedge t_{i'1}^{\text{SUnP}} \leq t_i^{\text{SU}}) \vee (\overline{A}_{ici'c'}^{\text{ZW}} = 1 \wedge t_{i1}^{\text{SUnP}} < t_{i'}^{\text{SU}})$ 
 $\mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Pre}} = \mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Pre}} \cup \mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}}$ 
break = false
for all  $i''c'' \in \mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Pre}}$  do
  if  $\checkmark_{\Delta\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow} < \checkmark_{\Delta\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow} - \checkmark_{i'c'ic}$  then
     $\checkmark_{\Delta\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow} = \checkmark_{\Delta\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow} - \checkmark_{i'c'ic}$ 
    break = true
  end if
end for
if break then Wiederhole äußere Schleife im Hauptalgorithmus ab  $ic = i'c'$ 
 $\mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}} = \mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}} \cup \mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Pre}}$ 
 $\checkmark_{\Delta\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow} = \checkmark_{\Delta\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow} + \checkmark_{i'c'ic}$   $\forall i''c'' \in \mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Pre}}$ 

```

(b) ZW-Subalgorithmus

Abbildung 6.19: Berechnung der Mindestabstände zwischen den Startzeitpunkten zweier Kampagnen und Initialisierung von  $\mathcal{C}^{\text{Pre}}$  und  $\mathcal{C}^{\text{Suc}}$  (Pseudocode)

zusammen, die direkter Vorgänger von  $ic$  auf mindestens einer gemeinsam genutzten Anlageneinheit  $u \in \mathcal{U}_i \cap \mathcal{U}_{i'}$  sind. Die Menge der Kampagnen wird dann in einer äußeren Schleife aufsteigend nach den Startzeitpunkten der Kampagnen im übernommenen Produktionsplan durchlaufen (siehe äußere Schleife in Abbildung 6.19a). Für jede spätere Kampagne wird während der Durchführung die Menge der Vorgänger um die Kampagnen erweitert, die Vorgänger der Vorgänger sind. Da jede bearbeitete Kampagne später als die vorherige beginnt und somit keinen anlagenbezogenen Einfluss auf die Vorgänger seiner eigenen Vorgänger hat, genügt scheinbar ein einziger kompletter Durchlauf der äußeren Schleife. Jedoch wird die rein anlagenbezogene Reihenfolge der Kampagnen durch Zwangskopplungen ergänzt. Zwangsgekoppelte Kampagnen sind fest miteinander verknüpft. Für sie ist der Mindestabstand zwischen ihren Startzeitpunkten  $\check{t}_{i'c'ic}^{\Delta C \mapsto C \mapsto}$  gleich dem Maximalabstand  $\hat{t}_{i'c'ic}^{\Delta C \mapsto C \mapsto}$ , so dass jede als Vorgänger der anderen betrachtet werden kann. Infolgedessen existiert nun aber auch die Möglichkeit einer Einflussnahme auf Vorgänger, die der Bearbeitungsreihenfolge der äußeren Schleife entgegensteht. Erfolgt eine Änderung der Vorgängermenge einer Kampagne, die durch den Durchlauf einer späteren zwangsgekoppelten Kampagne ausgelöst wird, muss der Berechnungsprozess ab dieser in der äußeren Schleife wiederholt werden (siehe „break“ in Abbildung 6.19b). Am Ende jeder Schleife des Hauptalgorithmus wird die betrachtete Kampagne  $ic$  den Nachfolgermengen  $\mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Suc}}$  jeder ihrer Vorgängerkampagnen  $i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}}$  hinzugefügt.

Nachdem die Initialisierungsphase mit der Berechnung der Mindestabstände zwischen Kampagnenstarts aufgrund von Anlagenbelegung und Zwangskopplung abgeschlossen ist, kann nun sukzessive eine Erhöhung der frühestmöglichen Startzeitpunkte der einzelnen Kampagnen erfolgen. Auch hier wird rechenzeitsparend mit der ersten Kampagne im Planungszeitraum nach Vorgabe des übernommenen Produktionsplanes begonnen. Abbildung 6.20a zeigt den Pseudocode zur Erhöhung der frühestmöglichen Startzeit mit Hilfe der eben initialisierten Parameter. Anschließend wird der minimale Kampagnenstart gemäß dem Pseudocode in Abbildung 6.20b an die Lage der Betriebsstillstände angepasst. Dies ist möglich, wenn zwischen minimalem Kampagnenstart und Betriebsstillstand nicht genügend Zeit bleibt, um die Kampagne zu beenden (siehe hierzu Kampagne  $ic$  und Betriebsstillstand  $b = 1$  in Abbildung 6.21). Zuletzt wird die Verfügbarkeit von Rohstoffen als einschränkendes Merkmal für den frühestmöglichen Start einer Kampagne berücksichtigt (siehe Abbildung 6.20c) Dies betrifft natürlich nur Kampagnen, die auch Rohstoffe  $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$  verbrauchen. Betrachtet wird hierbei jeder einzelne Verbrauchszeitpunkt innerhalb der Kampagne  $ic$ , d. h. der Beginn jedes einzelnen Batches  $n \in \mathcal{N}_{ic}$ . Unter Berücksichtigung der bisher errechneten Startzeitfenster kann die Menge  $\check{t}_{s ic n}^{\text{In} \leq \text{Sn}}$ , die bis einschließlich dieses Zeitpunktes von allen Kampagnen

```

Require:  $ic$ 
for all  $i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}}$  do
  if  $\check{t}_{ic}^{\rightarrow} < \check{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + \check{t}_{i'c'ic}^{\Delta C \mapsto C \mapsto}$  then  $\check{t}_{ic}^{\rightarrow} = \check{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + \check{t}_{i'c'ic}^{\Delta C \mapsto C \mapsto}$ 
end for

```

(a) Berechnung unter Ausnutzung der Kampagnenvorgänger  $\mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}}$ 

```

Require:  $ic$ 
for all  $b \in \mathcal{B}_i^{\mathcal{M}}$  do
  if  $t_b^{\rightarrow} - \bar{T}_{ic}^C < \check{t}_{ic}^{\rightarrow} < t_b^{\leftarrow}$  then  $\check{t}_{ic}^{\rightarrow} = t_b^{\leftarrow}$ 
end for

```

(b) Berechnung unter Ausnutzung der Betriebsstillstände  $\mathcal{B}_i^{\mathcal{M}}$ 

```

Require:  $ic$ 
for all  $s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{raw}}$  do
  for all  $n \in \mathcal{N}_{ic}$  do
    for all  $k \in \mathcal{K}$  do
      if  $h_s^0 + \sum_{k'=1}^{\min\{k; k_s^{\text{Order}}\}} r_{sk'} + \sum_{k'=k_s^{\text{Order}+1}}^k \hat{r}_{sk'} < \check{q}_{s ic n}^{\text{In} \leq \text{Sn}}$  then
        if  $\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{in-1}^{\text{SUP}} < (k+1)t^k$  then  $\check{t}_{ic}^{\rightarrow} = (k+1)t^k - t_{in-1}^{\text{SUP}}$ 
        end if
      end for
    end for
  end for
end for

```

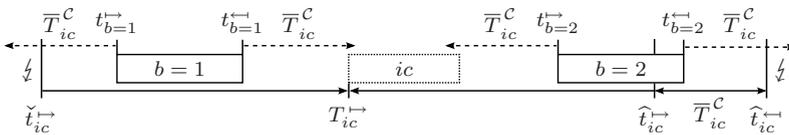
(c) Berechnung unter Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Menge der Rohstoffe  $\mathcal{S}^{\text{raw}} \cap \mathcal{S}_i^{\text{In}}$ Abbildung 6.20: Berechnung der frühestmöglichen Startzeit  $\check{t}_{ic}^{\rightarrow}$  einer Kampagne  $ic$  (Pseudocode)

Abbildung 6.21: Voraussetzungen für die Änderung des Startfensters einer Kampagne aufgrund der Lage von Betriebsstillständen

mindestens verbraucht wird, gemäß den Gleichungen (6.82) bestimmt werden. Auf die Berechnung der hierin enthaltenen Parameter  $\check{n}_{i'c'icn}^{S \leq Sn}$  sei auf die Ausführungen weiter unten in diesem Abschnitt verwiesen.<sup>169</sup>

$$\check{q}_{icn}^{In \leq Sn} = \sum_{i' \in \mathcal{I}_s^{In}} \sum_{c' \in \mathcal{C}_{i'}} q_{i's}^{In} \check{n}_{i'c'icn}^{S \leq Sn} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{raw}, i \in \mathcal{I}_s^{In}, c \in \mathcal{C}_i, n \in \mathcal{N}_{ic} \quad (6.82)$$

Neben dem Anfangslagerbestand des Rohstoffes  $s \in \mathcal{S}^{raw}$  ist auch seine maximal verfügbare angelieferte Menge bekannt. Diese besteht für die ersten  $k_s^{Order}$  Perioden aus den vor Beginn des Planungszeitraumes bestellten Mengen  $r_{sk}$  sowie für die Perioden hiernach aus der maximalen Bestellmenge pro Periode  $\hat{r}_{sk}$ . Der Beginn des  $n$ -ten Batches kann nur erfolgen, wenn die bis dahin verfügbare Menge die bis dahin mindestens verbrauchte übersteigt. Liegt der frühestmögliche Startzeitpunkt vor der daraus resultierenden Grenze, wird er entsprechend erhöht.

Die Berechnung der spätestmöglichen Startzeitpunkte  $\hat{t}_{ic}^{\rightarrow}$  einer Kampagne  $ic$  erfolgt zunächst ebenfalls unter Ausnutzung der zuvor errechneten Mindestabstände (siehe Abbildung 6.22a). Anschließend wird nach den gleichen Prinzipien wie bei der Erhöhung der frühestmöglichen Startzeit eine Absenkung der spätestmöglichen Startzeit nach Lage der Betriebsstillstände gemäß Abbildung 6.22b vorgenommen. Das in Abbildung 6.21 gezeigte Beispiel erlaubt eine Absenkung des spätestmöglichen Startzeitpunktes der Kampagne  $ic$  auf  $t_b^{\rightarrow} - \bar{T}_{ic}^C$ . Während bei der Erhöhung der frühestmöglichen Startzeitpunkte die Verfügbarkeit von Rohstoffen berücksichtigt werden konnte, ist es nun möglich, die Nachfrage nach Endprodukten zur Absenkung heranzuziehen (siehe Abbildung 6.22c). Betrachtet werden für jede Kampagne die Zeitpunkte, an denen der Output ihrer Batches unmittelbar vor Ende der Qualitätsprüfung steht. Zu diesen kann die bis dahin maximal produzierte Menge  $\hat{q}_{sincn}^{Out < EnQ}$  sowie die minimal verbrauchte Menge  $\check{q}_{sincn}^{In < EnQ}$  unter Voraussetzung der bis dahin bestimmten Kampagnenstartzeitfenster gemäß der Gleichungen (6.83) und (6.84) berechnet werden. Für die Bestimmung der dabei genutzten Parameter  $\hat{n}_{i'c'icn}^{FQ < EnQ}$  sowie  $\check{n}_{si'c'icn}^{S < EnQ}$  sei auf die Ausführungen weiter unten in diesem Abschnitt verwiesen.<sup>170</sup>

<sup>169</sup>Siehe hierzu unter anderem Tabelle 6.21.

<sup>170</sup>Siehe hierzu unter anderem Tabelle 6.24.

**Require:**  $ic$   
**for all**  $i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{\text{Suc}}$  **do**  
  **if**  $\widehat{t}_{i'c'}^{\rightarrow} < \widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + \check{t}_{ici'c'}^{\Delta C \rightarrow C}$  **then**  $\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} = \widehat{t}_{i'c'}^{\rightarrow} - \check{t}_{ici'c'}^{\Delta C \rightarrow C}$   
**end for**

(a) Berechnung unter Ausnutzung der Kampagnennachfolger  $\mathcal{C}_{ic}^{\text{Suc}}$

**Require:**  $ic$   
**for all**  $b \in \mathcal{B}_i^{\mathcal{U}}$  **do**  
  **if**  $t_b^{\rightarrow} - \overline{T}_{ic}^{\mathcal{C}} < \widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} < t_b^{\leftarrow}$  **then**  $\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} = t_b^{\rightarrow} - \overline{T}_{ic}^{\mathcal{C}}$   
**end for**

(b) Berechnung unter Ausnutzung der Betriebsstillstände  $\mathcal{B}_i^{\mathcal{U}}$

**Require:**  $ic$   
**for all**  $s \in \mathcal{S}_i^{\text{Out}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}}$  **do**  
  **for all**  $n \in \mathcal{N}_{ic}$  **do**  
    **for all**  $k \in \mathcal{K}$  **do**  
      **if**  $h_s^{\text{Q0}} + \widehat{q}_{sincn}^{\text{Out} < \text{EnQ}} + \widehat{bl}_k < \check{q}_{sincn}^{\text{In} < \text{EnQ}} + \sum_{k'=1}^k d_{sk'}$  **then**  
        **if**  $kt^k < \widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{in}^{\text{SUnP}} + t_s^{\text{QC}} < t_b^{\leftarrow}$  **then**  $\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} = kt^k - t_s^{\text{QC}} - t_{in}^{\text{SUnP}}$   
      **end if**  
    **end for**  
  **end for**  
**end for**

(c) Berechnung unter Ausnutzung der Nachfrage der Endprodukte  $\mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \mathcal{S}_i^{\text{Out}}$

Abbildung 6.22: Berechnung der spätestmöglichen Startzeit  $\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow}$  einer Kampagne  $ic$  (Pseudocode)

$$\widehat{q}_{sincn}^{\text{Out} < \text{EnQ}} = \sum_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{i's}^{\text{Out}} \sum_{c' \in \mathcal{C}_{i'}} \widehat{n}_{i'c'icn}^{\text{FQ} < \text{EnQ}} \quad (6.83)$$

$$\check{q}_{sincn}^{\text{In} < \text{EnQ}} = \sum_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{i's}^{\text{In}} \sum_{c' \in \mathcal{C}_{i'}} \check{n}_{si'c'icn}^{\text{S} < \text{EnQ}} \quad (6.84)$$

$$\forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, i \in \mathcal{S}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, n \in \mathcal{N}_{ic} \quad (6.83), (6.84)$$

Zum Ende der Periode  $k$  steht die bis dahin mindestens abzuliefernde Nachfragemenge mit  $\sum_{k'=1}^k d_{sk'} - \widehat{bl}_{sk}$  fest. Kann diese Menge nicht unter Berücksichtigung des Anfangslagerbestandes  $h_s^{\text{Q0}}$  durch  $\widehat{q}_{sincn}^{\text{Out} < \text{EnQ}} - \check{q}_{sincn}^{\text{In} < \text{EnQ}}$  gedeckt werden, muss der Endzeitpunkt des  $n$ -ten Batches der Kampagne  $ic$  so

erfolgen, dass sein Output des Produktes  $s$  spätestens zum Ende der Periode  $k$  qualitätsgeprüft zur Verfügung steht.

Bisher wurden materialflussrelevante Restriktionen nur im Zusammenhang mit Produkten ausgenutzt, die durch Materialbewegungen an Periodenenden gekennzeichnet sind. Zur Erhöhung der frühestmöglichen Startzeitpunkte waren dies Rohstoffe, zur Absenkung der spätestmöglichen Startzeitpunkte die Endprodukte. Der in Abbildung 6.23 beschriebene Algorithmus nutzt jedoch die Restriktionen aus, die gegebenenfalls durch die Materialflussabhängigkeit zweier Kampagnen  $ic$  und  $i'c'$  in Folge der Zwischenprodukte  $s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}_{i'}^{\text{Out}}$  entstehen. Hierbei werden für alle Batchkombinationen die beiden resultierenden

```

Require:  $ic$ 
for all  $s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}\}$  do
  for all  $n \in \mathcal{N}_{ic}$  do
    for all  $i' \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'}$  do
      if  $h_s^{\text{Q0}} + \hat{q}_{si'c'n'}^{\text{Out} < \text{EnQ}} < \check{q}_{s ic n}^{\text{In} \leq \text{Sn}} + \sum_{k'=1}^{\lfloor \hat{t}_{icn}^{\rightarrow} / t^k \rfloor} d_{sk'}$  then
        if  $\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{in-1}^{\text{SUnP}} < \hat{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'}^{\text{SUnP}} + t_s^{\text{QC}}$  then
           $\hat{t}_{i'c'}^{\rightarrow} = \hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{in-1}^{\text{SUnP}} - t_s^{\text{QC}} - t_{i'n'}^{\text{SUnP}}$ 
        end if
        if  $\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{in-1}^{\text{SUnP}} < \check{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'}^{\text{SUnP}} + t_s^{\text{QC}}$  then
           $\check{t}_{ic}^{\rightarrow} = \check{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{in-1}^{\text{SUnP}} + t_s^{\text{QC}} - t_{i'n'}^{\text{SUnP}}$ 
        end if
      end if
    end for
  end for
end for

```

Abbildung 6.23: Berechnung der frühest- und spätestmöglichen Kampagnenstartzeiten unter Ausnutzung der Materialverfügbarkeit und -bereitstellung (Pseudocode)

Zeitpunkte, Ende der Qualitätsprüfung beziehungsweise Beginn eines Batches, gegenübergestellt.<sup>171</sup> Ist die maximal verfügbare Menge (Anfangslagerbestand und Output) geringer als die mindestens verbrauchte und gegebenenfalls abgelieferte, muss

- das spätestmögliche Ende der Qualitätsprüfung des Outputs des produzierenden Batches höchstens zum spätestmöglichen Startzeitpunkt des verbrauchenden Batches erfolgen und

<sup>171</sup>Auf die Berücksichtigung rechenzeitsparender Schleifenabbrüche wurde bei der Darstellung dieses und anderer Algorithmen (weitgehend) verzichtet, um die Übersichtlichkeit des Pseudocodes zu wahren.

- der frühestmögliche Startzeitpunkt des verbrauchenden Batches mindestens so spät erfolgen wie das früheste Ende der Qualitätsprüfung des Outputs des produzierenden Batches.

### Bestimmung unterer und oberer Grenzen für die Materialflussvariablen

Während der Bestimmung der Kampagnenstartfenster wurden bereits die Parameter  $\hat{n}_{i'c'icn}^{\text{FQ} < \text{EnQ}}$ ,  $\check{n}_{si'c'icn}^{\text{S} < \text{EnQ}}$  und  $\check{n}_{i'c'icn}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$  genutzt. Ihre Berechnung erfolgt dabei unter Verwendung der zum Zeitpunkt der Nutzung *vorläufigen* frühest- und spätestmöglichen Kampagnenstarts. Nachdem die Berechnung der Startzeitfenster nun für alle Kampagnen beendet ist, können auch sie abschließend berechnet werden. Dies ist jedoch für die Parameter  $\hat{n}_{i'c'icn}^{\text{FQ} < \text{EnQ}}$  und  $\check{n}_{si'c'icn}^{\text{S} < \text{EnQ}}$  nicht mehr notwendig, da sie nicht für weitere Berechnungen benötigt werden, während  $\check{n}_{i'c'icn}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$  als Datum in das MILP-Modell eingeht. Tabelle 6.12 gibt eine Übersicht der Parameter, deren Berechnungsweise im Folgenden vorgestellt wird. Ihre Anwendung erfolgt wie im MILP-Modell aus Abschnitt 6.3.1.2 beschrieben.

Die ganzzahlige Variable  $N_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  wird durch  $\check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  nach unten und durch  $\hat{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  nach oben begrenzt:

$$\check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} \leq N_{sick}^{\text{FQ} \leq k} \leq \hat{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}$$

und  $\forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}$  (6.85)

Tabelle 6.13 zeigt die Berechnung der unteren Schranke  $\check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$ . Diese ergibt sich im Vergleich mit dem spätestmöglichen Start der betrachteten Kampagne  $ic$ . Liegt das Ende des  $k$ -ten Batches vor dem spätestmöglichen Zeitpunkt, an dem der Output des ersten Batches der Kampagne  $ic$  hinsichtlich Produkt  $s$  qualitätsgeprüft ist, beträgt  $\check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  null. Folgt oder gleicht das Ende des  $k$ -ten Batches jedoch dem spätestmöglichen Zeitpunkt, an dem der Output des letzten Batches der Kampagne  $ic$  hinsichtlich Produkt  $s$  qualitätsgeprüft ist, entspricht  $\check{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  der Anzahl der Batches  $\bar{N}_{ic}$  in der Kampagne. In den übrigen Fällen ergibt sich die Mindestanzahl fertiggestellter und qualitätsgeprüfter Batches aus der zwischen spätestmöglichem Kampagnenstart und Periodenende (unter Berücksichtigung von Rüst- und Qualitätskontrollzeit) zur Verfügung stehenden Produktionszeit. Die Berechnung der oberen Schranke  $\hat{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  ist Tabelle 6.14 zu entnehmen. Diese ergibt sich unter Berücksichtigung des frühestmöglichen Starts der betrachteten Kampagne  $ic$ . Liegt der frühestmögliche Zeitpunkt, an dem der Output des ersten Batches dieser Kampagne hinsichtlich Produkt  $s$  qualitätsgeprüft ist, nach dem Ende der  $k$ -ten Periode, beträgt  $\hat{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  null. Folgt oder gleicht das Periodenende jedoch dem frühestmöglichen Zeitpunkt, an dem der Output des letzten Batches dieser Kampagne hinsichtlich Produkt  $s$  qualitätsgeprüft ist, ergibt sich  $\hat{n}_{sick}^{\text{FQ} \leq k}$  zur Gesamtzahl der

S		FQ		
	vorher	spätestens	vorher	spätestens
k	$\tilde{n}_{ick}^{S < k} \leq \hat{n}_{ick}^{S < k}$	$\tilde{n}_{ick}^{S \leq k} \leq \hat{n}_{ick}^{S \leq k}$		$\tilde{n}_{sick}^{FQ < k} \leq \hat{n}_{sick}^{FQ < k}$
Sn		$\tilde{n}_{ic'i'c'n'}^{S \leq Sn} \leq \hat{n}_{ic'i'c'n'}^{S \leq Sn}$		$\tilde{n}_{sick'i'c'n'}^{FQ \leq Sn} \leq \hat{n}_{sick'i'c'n'}^{FQ \leq Sn}$
EnQ	$\tilde{n}_{sick'i'c'n'}^{S < EnQ}$		$\tilde{n}_{ic'i'c'n'}^{FQ < EnQ}$	

Legende

FQ fertiggestellte und hinsichtlich Produkt *s* qualitätsgeprüfte Batches der Kampagne *ic*

S begonnene Batches der Kampagne *ic*

k Ende der Periode *k*

Sn Beginn des *n'*-ten Batches der Kampagne *i'c'*

EnQ Zeitpunkt, an dem der Output von Produkt *s* des *n'*-ten Batches der Kampagne *i'c'* die Qualitätsprüfung beendet

Tabelle 6.12: Übersicht der für die Materialfluss-Nebenbedingungen zu bestimmenden Parameter

$\check{n}_{sick}^{FQ \leq k} =$	Bedingung
0	$kt^k < \hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i1}^{SUnP} + t_s^{QC}$
$\left\lfloor \frac{1}{t_i^P} (kt^k - (\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{SU} + t_s^{QC})) \right\rfloor$	$\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i1}^{SUnP} + t_s^{QC} \leq kt^k < \hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\overline{N}_{ic}}^{SUnP} + t_s^{QC}$
$\overline{N}_{ic}$	$\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\overline{N}_{ic}}^{SUnP} + t_s^{QC} \leq kt^k$
$\forall s \in \mathcal{S}^{fin}, i \in \mathcal{I}_s^{Out}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}$ und $\forall s \in \mathcal{S}^{SS}, i \in \mathcal{I}_s^{Out}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}^{SS}$	

Tabelle 6.13: Bestimmung von  $\check{n}_{sick}^{FQ \leq k}$ 

Batches  $\overline{N}_{ic}$  in der Kampagne. Für die dazwischenliegenden Fälle berechnet sich  $\hat{n}_{sick}^{FQ \leq k}$  aus der zwischen frühestmöglichem Kampagnenstart und Periodenende (unter Berücksichtigung von Rüst- und Qualitätskontrollzeit) zur Verfügung stehenden Produktionszeit.

$\hat{n}_{sick}^{FQ \leq k} =$	Bedingung
0	$kt^k < \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i1}^{SUnP} + t_s^{QC}$
$\left\lfloor \frac{1}{t_i^P} (kt^k - (\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{SU} + t_s^{QC})) \right\rfloor$	$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i1}^{SUnP} + t_s^{QC} \leq kt^k < \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\overline{N}_{ic}}^{SUnP} + t_s^{QC}$
$\overline{N}_{ic}$	$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\overline{N}_{ic}}^{SUnP} + t_s^{QC} \leq kt^k$
$\forall s \in \mathcal{S}^{fin}, i \in \mathcal{I}_s^{Out}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}$ und $\forall s \in \mathcal{S}^{SS}, i \in \mathcal{I}_s^{Out}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}^{SS}$	

Tabelle 6.14: Bestimmung von  $\hat{n}_{sick}^{FQ \leq k}$ 

Die Anzahl der Batches einer Kampagne  $ic$ , die spätestens zum Ende der Periode  $k$  gestartet sind, ist durch  $\check{n}_{ick}^{S \leq k}$  nach unten und durch  $\hat{n}_{ick}^{S \leq k}$  nach oben begrenzt:

$$\check{n}_{ick}^{S \leq k} \leq N_{ick}^{S \leq k} \leq \hat{n}_{ick}^{S \leq k} \quad \forall i \in \mathcal{I}_{S^{In}}^{In}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}$$

$$\text{und } \forall i \in \mathcal{I}_{S^{SS}}^{In}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}^{SS} \quad (6.86)$$

Die Berechnung der unteren Schranke  $\check{n}_{ick}^{S \leq k}$  ist in Tabelle 6.15 dargestellt. Die minimale Anzahl gestarteter Batches der Kampagne  $ic$  zum Ende der  $k$ -ten Periode ergibt sich hierbei unter Berücksichtigung ihres spätestmöglichen Startzeitpunktes  $\hat{t}_{ic}^{\rightarrow}$ . Liegt das Periodenende vor dem spätestmöglichen Start des ersten Batches der Kampagne, ergibt sich  $\check{n}_{ick}^{S \leq k}$  zu null. Folgt oder gleicht

das Ende der Periode jedoch dem spätestmöglichen Start des letzten Batches der Kampagne, entspricht  $\check{n}_{ick}^{S \leq k}$  der Anzahl der Batches  $\bar{N}_{ic}$  in der Kampagne. Für die dazwischenliegenden Fälle ergibt sich  $\check{n}_{ick}^{S \leq k}$  aus der Anzahl Batches, die zwischen spätestmöglichem Kampagnenstart und Periodenende (unter Berücksichtigung der Rüstzeit) begonnen werden können. Hierbei wird auch das Batch berücksichtigt, dessen möglicher Beginn mit dem Periodenende zusammenfällt. Tabelle 6.16 zeigt die Berechnung der oberen Grenze  $\hat{n}_{ick}^{S \leq k}$ .

$\check{n}_{ick}^{S \leq k} =$	Bedingung
0	$kt^k < \hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}}$
$1 + \left\lfloor \frac{1}{t_i^{\text{P}}} (kt^k - (\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}})) \right\rfloor$	$\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} \leq kt^k < \hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\bar{N}_{ic}-1}^{\text{SU}}$
$\bar{N}_{ic}$	$\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\bar{N}_{ic}-1}^{\text{SU}} \leq kt^k$
$\forall i \in \mathcal{I}_{\text{Sfin}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}$ und $\forall i \in \mathcal{I}_{\text{SS}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}$	

Tabelle 6.15: Bestimmung von  $\check{n}_{ick}^{S \leq k}$

Liegt das Ende der  $k$ -ten Periode vor dem frühestmöglichen Start des ersten Batches der Kampagne  $ic$ , ergibt sich  $\hat{n}_{ick}^{S \leq k}$  zu null. Folgt oder gleicht das Periodenende jedoch dem frühestmöglichen Start des letzten Batches der Kampagne, so entspricht  $\hat{n}_{ick}^{S \leq k}$  der Batchanzahl  $\bar{N}_{ic}$  der Kampagne. Für alle anderen Fälle ergibt sich  $\hat{n}_{ick}^{S \leq k}$  aus der Anzahl der Batches, die zwischen frühestmöglichem Start (unter Berücksichtigung der Rüstzeit) und Periodenende begonnen werden können. Hierbei wird auch das Batch berücksichtigt, dessen möglicher Beginn mit dem Periodenende zusammenfällt.

$\hat{n}_{ick}^{S \leq k} =$	Bedingung
0	$kt^k < \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}}$
$1 + \left\lfloor \frac{1}{t_i^{\text{P}}} (kt^k - (\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}})) \right\rfloor$	$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} \leq kt^k < \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\bar{N}_{ic}-1}^{\text{SU}}$
$\bar{N}_{ic}$	$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\bar{N}_{ic}-1}^{\text{SU}} \leq kt^k$
$\forall i \in \mathcal{I}_{\text{Sfin}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}$ und $\forall i \in \mathcal{I}_{\text{SS}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}$	

Tabelle 6.16: Bestimmung von  $\hat{n}_{ick}^{S \leq k}$

Der minimale dispositive Lagerbestandwert qualitätsgeprüften Materials des Produktes  $s$ , lässt sich durch die Annahme minimaler Zugänge und maximaler Verbräuche berechnen. Hierzu werden die zuvor bestimmten Parameter  $\check{n}_{sick}^{FQ \leq k}$  und  $\hat{n}_{ick}^{S \leq k}$  benötigt. Je nach Produkttyp ergeben sich dann die Gleichungen (6.87):

$$\check{h}_{sk}^{Q \leq k} = h_s^{Q0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \check{n}_{sick}^{FQ \leq k} - \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \hat{n}_{ick}^{S \leq k} - \sum_{k' \leq k} d_{sk'} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, k \in \mathcal{K} \quad (6.87a)$$

$$\check{h}_{sk}^{Q \leq k} = h_s^{Q0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \check{n}_{sick}^{FQ \leq k} - \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \hat{n}_{ick}^{S \leq k} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}}\}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \quad (6.87b)$$

$$\check{h}_{sk}^{Q \leq k} = h_s^{Q0} + \sum_{k' \leq \max\{k; k_s^{\text{Order}}\}} r_{sk'} - \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \hat{n}_{ick}^{S \leq k} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \cap \mathcal{S}^{\text{raw}}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \quad (6.87c)$$

Die Anzahl der Batches der Kampagne  $ic$ , die vor dem Ende der Periode  $k$ , d. h. ausschließlich vor dem Zeitpunkt  $kt^k$  gestartet sind, ist durch  $\check{n}_{ick}^{S \leq k}$  nach unten und durch  $\hat{n}_{ick}^{S \leq k}$  nach oben begrenzt.

$$\check{n}_{ick}^{S \leq k} \leq N_{ick}^{S \leq k} \leq \hat{n}_{ick}^{S \leq k} \quad \forall i \in \mathcal{I}_{\text{Sraw}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K} \quad (6.88)$$

Tabelle 6.17 zeigt die Berechnung der unteren Schranke  $\check{n}_{ick}^{S \leq k}$ . Diese ergibt sich analog zu  $\check{n}_{ick}^{S \leq k}$  (vergleiche Tabelle 6.15). Ein Batch, dessen Beginn mit dem Ende der betrachteten Periode  $k$  zusammenfällt wird hierbei jedoch nicht berücksichtigt. Die Berechnung der oberen Schranke  $\hat{n}_{ick}^{S \leq k}$  ist in Tabelle 6.18

$\check{n}_{ick}^{S \leq k} =$	Bedingung
0	$kt^k \leq \hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}}$
$\left\lceil \frac{1}{t_i^{\text{P}}} (kt^k - (\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}})) \right\rceil$	$\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} < kt^k \leq \hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{iN_{ic}-1}^{\text{SUNP}}$
$\bar{N}_{ic}$	$\hat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{iN_{ic}-1}^{\text{SUNP}} < kt^k$
$\forall i \in \mathcal{I}_{\text{Sraw}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}$	

Tabelle 6.17: Bestimmung von  $\check{n}_{ick}^{S \leq k}$

dargestellt. Sie erfolgt analog der von  $\hat{n}_{ick}^{S \leq k}$  (vergleiche Tabelle 6.16). Jedoch

werden hier – wie auch bei der unteren Grenze – keine Batches berücksichtigt, deren Beginn mit dem Periodenende zusammenfällt.

$\hat{n}_{ick}^{S<k} =$	Bedingung
0	$kt^k \leq \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{SU}$
$\left[ \frac{1}{t_i^{\rightarrow}} (kt^k - (\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{SU})) \right]$	$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{SU} < kt^k \leq \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\overline{N}_{ic-1}}^{SUnP}$
$\overline{N}_{ic}$	$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\overline{N}_{ic-1}}^{SUnP} < kt^k$
$\forall i \in \mathcal{I}_{S^{\text{raw}}}^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, k \in \mathcal{K}$	

Tabelle 6.18: Bestimmung von  $\hat{n}_{ick}^{S<k}$

Mit Hilfe des Parameters  $\hat{n}_{ick}^{S<k}$  lässt sich die unmittelbar vor dem Zeitpunkt  $kt^k$  mindestens vorhandene Lagerbestandsmenge errechnen:

$$\check{h}_{sk}^{Q<k} = h_s^0 + \sum_{k' \leq \max\{k-1; k_s^{\text{Order}}\}} r_{sk'} - \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \hat{n}_{ick}^{S<k} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}, k \in \mathcal{K} \quad (6.89)$$

Die Anzahl der Batches der Kampagne  $ic$ , die zum Start des  $n'$ -ten Batches der Kampagne  $i'c'$  fertiggestellt und hinsichtlich Produkt  $s$  qualitätsgeprüft sind, ist nach unten durch  $\check{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ}\leq\text{Sn}}$  und nach oben durch  $\hat{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ}\leq\text{Sn}}$  begrenzt:

$$\check{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ}\leq\text{Sn}} \leq N_{sici'c'n'}^{\text{FQ}\leq\text{Sn}} \leq \hat{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ}\leq\text{Sn}} \\ \forall s \in \mathcal{S}^{\text{In}} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{raw}} \cap \mathcal{S}^{\text{ZW}}\}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, \\ i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'} \quad (6.90)$$

Die Bestimmung von  $\check{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ}\leq\text{Sn}}$  erfolgt gemäß Tabelle 6.19. Im Vergleich zu den Parametern, die sich auf das Ende einer Periode beziehen, ist hier der Bezugspunkt innerhalb eines Zeitfensters variabel. Liegt dann der spätestmögliche Zeitpunkt, an dem der Output eines Batches qualitätsgeprüft ist, nicht hinter dem frühestmöglichen Bezugszeitpunkt, muss das Batch fertiggestellt und sein Output qualitätsgeprüft sein. In einigen Fällen, nämlich dann, wenn zwischen der betrachteten Kampagne  $ic$  und der für den Bezugspunkt verantwortlichen Kampagne  $i'c'$  eine Vorgänger-Nachfolger-Beziehung besteht, kann die Bestimmung der Parameter noch genauer, unter Berücksichtigung des Mindestabstandes  $\check{t}_{ici'c'}^{\Delta C \rightarrow C}$  erfolgen. Die Bestimmung von  $\check{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ}\leq\text{Sn}}$  erfolgt analog. Falls der frühestmögliche Zeitpunkt der Fertigstellung inklusive Qualitätsprüfung nach dem spätestmöglichen Bezugszeitpunkt folgt, bedeutet dies,

$\succ_{\text{FC} \leq \text{Sn}}$ $\tilde{n}_{\text{sicl}'c'n'}$	Bedingung
0	$\check{t}_{i/c'}^{\rightarrow} + t_{i/n'-1}^{\text{SU}} < \widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i/n'-1}^{\text{SU}} + t_{i/n'-1}^{\text{QC}} + t_{i/n'-1}^{\text{QC}}$
$\left\lfloor \frac{1}{t_i^{\text{P}}} \left( \check{t}_{i/c'}^{\rightarrow} + t_{i/n'-1}^{\text{SU}} - (\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} + t_{i/n'-1}^{\text{QC}}) \right) \right\rfloor$	$\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i/n'-1}^{\text{SU}} + t_{i/n'-1}^{\text{QC}} \leq \check{t}_{i/c'}^{\rightarrow} + t_{i/n'-1}^{\text{SU}} + t_{i/n'-1}^{\text{QC}} + t_{i/n'-1}^{\text{QC}}$
$\overline{N}_{ic}$	$\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i/n'-1}^{\text{SU}} + t_{i/n'-1}^{\text{QC}} \leq \check{t}_{i/c'}^{\rightarrow} + t_{i/n'-1}^{\text{SU}}$
$\forall s \in \mathbf{S}^{\text{In}} \setminus \{ \mathbf{S}^{\text{raw}} \cap \mathbf{SZW} \}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{C}_i \mid ic \notin \mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Pre}}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'}$	
0	$\check{t}_{ic/c'}^{\Delta C \rightarrow C} + t_{i/n'-1}^{\text{SU}} < t_{i/n'-1}^{\text{SU}} + t_{i/n'-1}^{\text{QC}}$
$\left\lfloor \frac{1}{t_i^{\text{P}}} \left( \check{t}_{ic/c'}^{\Delta C \rightarrow C} + t_{i/n'-1}^{\text{SU}} - t_i^{\text{SU}} - t_{i/n'-1}^{\text{QC}} \right) \right\rfloor$	$t_{i/n'-1}^{\text{SU}} + t_{i/n'-1}^{\text{QC}} \leq \check{t}_{ic/c'}^{\Delta C \rightarrow C} + t_{i/n'-1}^{\text{SU}} + t_{i/n'-1}^{\text{QC}}$
$\overline{N}_{ic}$	$t_{i/n'-1}^{\text{SU}} + t_{i/n'-1}^{\text{QC}} \leq \check{t}_{ic/c'}^{\Delta C \rightarrow C} + t_{i/n'-1}^{\text{SU}}$
$\forall s \in \mathbf{S}^{\text{In}} \setminus \{ \mathbf{S}^{\text{raw}} \cap \mathbf{SZW} \}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{C}_i \mid ic \in \mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Pre}}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'}$	

Tabelle 6.19: Bestimmung von  $\succ_{\text{FC} \leq \text{Sn}}$   
 $\tilde{n}_{\text{sicl}'c'n'}$

dass das Batch niemals vor dem Bezugszeitpunkt fertiggestellt und qualitätsgeprüft sein kann. Besteht eine Abhängigkeit zum Bezugszeitpunkt dadurch, dass Kampagne  $i'c'$  Vorgänger der Kampagne  $ic$  ist, kann  $\check{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}}$  unter Berücksichtigung des Mindestabstandes  $\check{t}_{i'c'ic}^{\Delta \mathcal{C} \mapsto \mathcal{C} \mapsto}$  zwischen den Kampagnen bestimmt werden. Tabelle 6.20 zeigt die Vorgehensweise zur Berechnung der  $\check{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}}$ .

Die Anzahl der Batches der Kampagne  $ic$ , die zum Zeitpunkt des Beginns des  $n'$ -ten Batches der Kampagne  $i'c'$  bereits gestartet wurden, ist nach unten durch  $\check{n}_{sici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$  und nach oben durch  $\hat{n}_{sici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}}$  begrenzt:

$$\check{n}_{sici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} \leq N_{sici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} \leq \hat{n}_{sici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} \\ \forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I} \mid \exists s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}_{i'}^{\text{In}} \setminus \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}, \\ c' \in \mathcal{C}_{i'}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'} \quad (6.91)$$

Die Bestimmung der begrenzenden Parameter ist Tabelle 6.21 und Tabelle 6.22 zu entnehmen. Ihre Berechnung erfolgt analog der begrenzenden Parameter zu  $N_{ick}^{\text{S} \leq k}$  hinsichtlich der zu bestimmenden Anzahl und analog  $N_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}}$  hinsichtlich des Bezugszeitpunktes.

Der qualitätsgeprüfte Mindestlagerbestand des Produktes  $s$  zum Zeitpunkt des Beginns des  $n'$ -ten Batches der Kampagne  $ic$ ,  $\check{h}_{sici'c'n'}^{\text{Q} \leq \text{Sn}}$ , kann nach demselben Schema wie die anderen Mindestlagerbestände errechnet werden. Unter der Annahme minimaler Zugänge und maximaler Verbräuche ergibt sich je nach Produkttyp:

$$\check{h}_{sici'c'n'}^{\text{Q} \leq \text{Sn}} = h_s^{\text{Q0}} + \sum_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{out}}} q_{i's}^{\text{Out}} \sum_{c' \in \mathcal{C}_{i'}} \check{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}} - \sum_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{i's}^{\text{In}} \sum_{c' \in \mathcal{C}_{i'}} \hat{n}_{sici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} - \sum_{k' < \lceil (\hat{t}_{ic}^{\text{FQ}} + \hat{t}_{in-1}^{\text{SUnP}}) \rceil} d_{sk'} \\ \forall s \in \mathcal{S}^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}} \setminus \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, n \in \mathcal{N}_{ic} \quad (6.92a)$$

$$\check{h}_{sici'c'n'}^{\text{Q} \leq \text{Sn}} = h_s^{\text{Q0}} + \sum_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{out}}} q_{i's}^{\text{Out}} \sum_{c' \in \mathcal{C}_{i'}} \check{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ} \leq \text{Sn}} - \sum_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{i's}^{\text{In}} \sum_{c' \in \mathcal{C}_{i'}} \hat{n}_{sici'c'n'}^{\text{S} \leq \text{Sn}} \\ \forall s \in \mathcal{S}^{\text{In}} \setminus \mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c \in \mathcal{C}_i, n \in \mathcal{N}_{ic} \quad (6.92b)$$

Abschließend wird nun die Berechnung der Parameter, die ausschließlich während der Bestimmung der Startzeitfenster der Kampagnen genutzt werden, beschrieben. Die Berechnung von  $\hat{n}_{i'c'icn}^{\text{FQ} < \text{EnQ}}$  und  $\check{n}_{sici'c'n'}^{\text{S} < \text{EnQ}}$  erfolgt äquivalent zu der der vorherigen Parameter. Jedoch muss für beide der Bezugszeitpunkt durch den Zeitpunkt ersetzt werden, zu dem die Qualitätsprüfung der Outputmenge des Produktes  $s$ , die durch das  $n'$ -te Batch der Kampagne  $i'c'$  produziert wird, beendet wird. Dabei muss außerdem berücksichtigt werden, dass der Bezugszeitpunkt selbst nicht in die Betrachtung eingeschlossen ist. Da sich für den Parameter  $\hat{n}_{i'c'icn}^{\text{FQ} < \text{EnQ}}$  die Qualitätsprüfung der fertiggestellten Batches und

	Bedingung
$\widehat{n}_{sict'c'n'}^{\text{FO} \leq \text{Sn}}$	
0	$\widehat{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} < \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i1}^{\text{SUnP}} + t_s^{\text{QC}}$
$\left[ \frac{1}{\check{t}_i^{\text{P}}} \left( t_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} - (t_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} + t_s^{\text{QC}}) \right) \right]$	$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i1}^{\text{SUnP}} + t_s^{\text{QC}} \leq \widehat{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} < \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\overline{N}_{ic}}^{\text{SUnP}} + t_s^{\text{QC}}$
$\overline{N}_{ic}$	$\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\overline{N}_{ic}}^{\text{SUnP}} + t_s^{\text{QC}} \leq \widehat{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}}$
$\forall s \in \mathcal{S}^{\text{In}} \setminus \{ \mathcal{S}^{\text{raw}} \cap \mathcal{S}^{\text{Zw}} \}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'} \mid i'c' \notin \mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'}$	
0	$t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} < \check{t}_{i'c'ic}^{\Delta C \rightarrow C \rightarrow} + t_{i1}^{\text{SUnP}} + t_s^{\text{QC}}$
$\left[ \frac{1}{\check{t}_i^{\text{P}}} \left( t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} - \check{t}_{i'c'ic}^{\Delta C \rightarrow C \rightarrow} - t_i^{\text{SU}} - t_s^{\text{QC}} \right) \right]$	$\check{t}_{i'c'ic}^{\Delta C \rightarrow C \rightarrow} + t_{i1}^{\text{SUnP}} + t_s^{\text{QC}} \leq t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}} < \check{t}_{i'c'ic}^{\Delta C \rightarrow C \rightarrow} + t_{i\overline{N}_{ic}}^{\text{SUnP}} + t_s^{\text{QC}}$
$\overline{N}_{ic}$	$\check{t}_{i'c'ic}^{\Delta C \rightarrow C \rightarrow} + t_{i\overline{N}_{ic}}^{\text{SUnP}} + t_s^{\text{QC}} \leq t_{i'n'-1}^{\text{SUnP}}$
$\forall s \in \mathcal{S}^{\text{In}} \setminus \{ \mathcal{S}^{\text{raw}} \cap \mathcal{S}^{\text{Zw}} \}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}, c' \in \mathcal{C}_{i'} \mid i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'}$	

Tabelle 6.20: Bestimmung von  $\widehat{n}_{sict'c'n'}^{\text{FO} \leq \text{Sn}}$

$\overset{\infty}{n}_{ic'c'n'} \leq \text{Sn}$	Bedingung
0	$\checkmark_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{UnP}} < \widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}}$
$1 + \left[ \frac{1}{t_i^{\text{P}}} \left( \checkmark_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{UnP}} - (t_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}}) \right) \right]$	$\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} \leq \checkmark_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{UnP}} < \widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{iN_{ic}^{\text{N}}}^{\text{UnP}} - 1$
$\overline{N}_{ic}$	$\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{iN_{ic}^{\text{N}}}^{\text{UnP}} \leq \checkmark_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{UnP}}$
$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I} \mid \exists s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}_{i'}^{\text{In}} \setminus \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}, c' \in \mathcal{C}_{i'} \mid ic \notin \mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Pre}}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'}$	
0	$\checkmark_{ic'c'}^{\Delta C \rightarrow C} + t_{i'n'-1}^{\text{UnP}} < t_i^{\text{SU}}$
$1 + \left[ \frac{1}{t_i^{\text{P}}} \left( \checkmark_{ic'c'}^{\Delta C \rightarrow C} + t_{i'n'-1}^{\text{UnP}} - t_i^{\text{SU}} \right) \right]$	$t_i^{\text{SU}} \leq \checkmark_{ic'c'}^{\Delta C \rightarrow C} + t_{i'n'-1}^{\text{UnP}} < t_{iN_{ic}^{\text{N}}}^{\text{UnP}} - 1$
$\overline{N}_{ic}$	$t_{iN_{ic}^{\text{N}}}^{\text{UnP}} \leq \checkmark_{ic'c'}^{\Delta C \rightarrow C} + t_{i'n'-1}^{\text{UnP}}$
$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I} \mid \exists s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}_{i'}^{\text{In}} \setminus \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}, c' \in \mathcal{C}_{i'} \mid ic \in \mathcal{C}_{i'c'}^{\text{Pre}}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'}$	

Tabelle 6.21: Bestimmung von  $\overset{\infty}{n}_{ic'c'n'} \leq \text{Sn}$

$\widehat{n}_{i'c'l',c'n'}^{S \leq \text{Sn}}$ =	Bedingung
0	$\widehat{t}_{i'l',c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{UnP}} < \widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}}$
$1 + \left[ \frac{1}{t_i^{\text{P}}} \left( \widehat{t}_{i'l',c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{UnP}} - \left( \widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} \right) \right) \right]$	$\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} \leq \widehat{t}_{i'l',c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{UnP}} < \widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{iN_{ic}-1}^{\text{UnP}}$
$\overline{N}_{ic}$	$\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{iN_{ic}-1}^{\text{UnP}} \leq \widehat{t}_{i'l',c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'-1}^{\text{UnP}}$
$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I} \mid \exists s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}_{i'}^{\text{In}} \setminus \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}, c' \in \mathcal{C}_{i'} \mid i'l' \notin \mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}}, n' \in \mathcal{N}_{i'l'}$	
0	$t_{i'n'-1}^{\text{UnP}} < \widehat{t}_{i'l',c'}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}}$
$1 + \left[ \frac{1}{t_i^{\text{P}}} \left( t_{i'n'-1}^{\text{UnP}} - \widehat{t}_{i'l',c'}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} \right) \right]$	$\widehat{t}_{i'l',c'}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} \leq t_{i'n'-1}^{\text{UnP}} < \widehat{t}_{i'l',c'}^{\rightarrow} + t_{iN_{ic}-1}^{\text{UnP}}$
$\overline{N}_{ic}$	$\widehat{t}_{i'l',c'}^{\rightarrow} + t_{iN_{ic}-1}^{\text{UnP}} \leq t_{i'n'-1}^{\text{UnP}}$
$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I} \mid \exists s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}_{i'}^{\text{In}} \setminus \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}, c' \in \mathcal{C}_{i'} \mid i'l' \in \mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}}, n' \in \mathcal{N}_{i'l'}$	

Tabelle 6.22: Bestimmung von  $\widehat{n}_{i'c'l',c'n'}^{S \leq \text{Sn}}$

des Bezugszeitpunktes immer auf dasselbe Produkt beziehen und sich damit bei der Berechnung die Qualitätskontrollzeiten gegenseitig aufheben, kann die Indizierung mit  $s$  entfallen. Die genaue Bestimmung der Parameter  $\hat{n}_{i'c'icn}^{FQ < EnQ}$  ist Tabelle 6.23 und die der Parameter  $\tilde{n}_{si'c'icn}^{S < EnQ}$  Tabelle 6.24 zu entnehmen.

### 6.3.2 Heuristiken zur schrittweisen Verbesserung

Die Heuristiken zur schrittweisen Verbesserung suchen gezielt nach begrenzten Veränderungen des Produktionsplanes, die zu einer Reduktion des Zielfunktionswertes (Kosten) führen. Die hierfür zur Verfügung stehenden Module führen die Züge Kampagnentausch, Batchelimination, Kampagnenfusion und Batchverschiebung aus. Da die verschiedenen Module in ihrem Aufbau und ihrer Struktur sehr ähnlich sind und von Veränderungen der anderen Module direkt profitieren können, werden sie gemeinsam in ein Supermodul integriert (siehe Abbildung 6.24).

```

repeat
   $sol \leftarrow \text{DelBatches}(sol)$            //Batchelimination
   $sol \leftarrow \text{CSwitchShift}(sol)$       //Kampagnentausch
   $sol \leftarrow \text{CFusion3}(sol)$          //Kampagnenfusion
   $sol \leftarrow \text{BatchShift}(sol)$        //Batchverschiebung
until keine Verbesserung von  $sol$ 

```

Abbildung 6.24: Supermodul bestehend aus Heuristiken zur schrittweisen Verbesserung

#### 6.3.2.1 Kampagnentausch

Das zuvor in Abschnitt 6.3.1 vorgestellte Modell der MILP-basierten Kampagnenverschiebung übernimmt die Reihenfolge der Kampagnen auf den einzelnen Anlageneinheiten, wie sie vom übergebenen zulässigen Produktionsplan vorgegeben wird. Hierdurch können einige Nebenbedingungen und die Binärvariablen  $F_{ici'c'}^{C \leq C}$  eingespart werden. Des Weiteren resultiert eine Festlegung der anlagenbezogenen Kampagnenreihenfolge in kleineren Startzeitfenster für die einzelnen Kampagnen und somit auch in schärferen Einschränkungen der Materialfluss-Hilfsvariablen. Die versuchsweise Aufhebung der Reihenfolgebeschränkung für direkt benachbarte Kampagnen im MILP-basierten Modell der Kampagnenverschiebung führte zu einer inakzeptablen Erhöhung der Lösungszeit für die betrachtete Problemgröße. Diese resultiert aus den relaxierteren Grenzen der Kampagnenstartzeitfenster und den zumindest für

$\widehat{n}_{sici'c'n'}^{\text{FQ}<\text{EnQ}}$ =	Bedingung
0	$\widehat{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'}^{\text{SUnP}} \leq \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}}$ $\left[ \frac{1}{t_i^{\text{SU}}} \left( \widehat{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'}^{\text{SUnP}} - (\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}}) \right) \right] - 1$ $\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} < \widehat{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'}^{\text{SUnP}} \leq \check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{iN_{ic}}^{\text{SUnP}}$ $\check{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{iN_{ic}}^{\text{SUnP}} < \widehat{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'}^{\text{SUnP}}$
$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_{\text{SOut}}^{\text{Out}}, c' \in \mathcal{C}_{i'} \mid i'c' \notin \mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'}$	
0	$t_{i'n'}^{\text{SUnP}} \leq \check{t}_{i'c'ic}^{\Delta\text{C}\rightarrow\text{C}\rightarrow} + t_i^{\text{SU}}$ $\left[ \frac{1}{t_i^{\text{SU}}} \left( t_{i'n'}^{\text{SUnP}} - \check{t}_{i'c'ic}^{\Delta\text{C}\rightarrow\text{C}\rightarrow} - t_i^{\text{SU}} \right) \right] - 1$ $\check{t}_{i'c'ic}^{\Delta\text{C}\rightarrow\text{C}\rightarrow} + t_i^{\text{SU}} < t_{i'n'}^{\text{SUnP}} \leq \check{t}_{i'c'ic}^{\Delta\text{C}\rightarrow\text{C}\rightarrow} + t_{iN_{ic}}^{\text{SUnP}}$ $\check{t}_{i'c'ic}^{\Delta\text{C}\rightarrow\text{C}\rightarrow} + t_{iN_{ic}}^{\text{SUnP}} < t_{i'n'}^{\text{SUnP}}$
$\forall i \in \mathcal{I}, c \in \mathcal{C}_i, i' \in \mathcal{I}_{\text{SOut}}^{\text{Out}}, c' \in \mathcal{C}_{i'} \mid i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{\text{Pre}}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'}$	

Tabelle 6.23: Bestimmung von  $\widehat{n}_{i'c'k}^{\text{FQ}<\text{EnQ}}$

$\tilde{n}_{sicl'cn'}^{S<EnQ} =$	Bedingung
0	$\tilde{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'}^{SUnP} + t_s^{QC} \leq \widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{SU}$
$\left[ \frac{1}{t_i^P} \left( \tilde{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'}^{SUnP} + t_s^{QC} - (\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{SU}) \right) \right]$	$\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_i^{SU} < \tilde{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'}^{SUnP} + t_s^{QC} \leq \widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\overline{N}_{ic}}^{SUnP} - 1$
$\overline{N}_{ic}$	$\widehat{t}_{ic}^{\rightarrow} + t_{i\overline{N}_{ic-1}}^{SUnP} < \tilde{t}_{i'c'}^{\rightarrow} + t_{i'n'}^{SUnP} + t_s^{QC}$
$\forall s \in S, i \in \mathcal{I}_s^{Out}, c \in C_i, i' \in \mathcal{I}_s^{In}, c' \in C_{i'} \mid ic \notin C_{i'}^{Pre}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'}$	
0	$\tilde{t}_{ici'c'}^{\Delta C \rightarrow C \rightarrow} + t_{i'n'}^{SUnP} + t_s^{QC} \leq t_i^{SU}$
$\left[ \frac{1}{t_i^P} \left( \tilde{t}_{ici'c'}^{\Delta C \rightarrow C \rightarrow} + t_{i'n'}^{SUnP} + t_s^{QC} - t_i^{SU} \right) \right]$	$t_i^{SU} < \tilde{t}_{ici'c'}^{\Delta C \rightarrow C \rightarrow} + t_{i'n'}^{SUnP} + t_s^{QC} \leq t_{i\overline{N}_{ic}}^{SUnP} - 1$
$\overline{N}_{ic}$	$t_{i\overline{N}_{ic-1}}^{SUnP} < \tilde{t}_{ici'c'}^{\Delta C \rightarrow C \rightarrow} + t_{i'n'}^{SUnP} + t_s^{QC}$
$\forall s \in S, i \in \mathcal{I}_s^{Out}, c \in C_i, i' \in \mathcal{I}_s^{In}, c' \in C_{i'} \mid ic \in C_{i'}^{Pre}, n' \in \mathcal{N}_{i'c'}$	

Tabelle 6.24: Bestimmung von  $\tilde{n}_{ick}^{S<EnQ}$

einige Kampagnenkombinationen wieder benötigten Binärvariablen  $F_{ic'i'c'}^{C \leq C}$ .<sup>172</sup> Um dennoch von der Möglichkeit zu profitieren, Verbesserungen des Produktionsplanes durch Änderung der Reihenfolge zu erreichen, wird die im Folgenden beschriebene schrittweise Verbesserungsheuristik genutzt.

Der Hauptalgorithmus `CSwitchShift` dieses Moduls ist als Pseudocode in Abbildung 6.25 dargestellt. Er beginnt mit der Übernahme eines zu verbessern- den zulässigen Produktionsplanes. In jedem Durchlauf der äußeren Schleife findet eine komplette Bearbeitung aller Kampagnen statt. Die Schleife wird beendet, wenn im letzten Durchlauf kein Tausch durchgeführt wurde oder wenn in  $\widehat{z}_{\text{CSwitchShift}}^{\text{sol}}$  aufeinanderfolgenden Durchläufen nur zielfunktionsneutrale Änderungen stattfanden. Der Abbruch sollte nicht nach dem ersten zielfunktionsneutralen Tausch erfolgen, da sich die Nachbarschaft der Lösung geändert haben kann und somit neue Tauschmöglichkeiten eröffnet werden. Allerdings kann es sich auch um den Beginn einer Endlosschleife handeln, die aus dem Hin- und Hertauschen zweier Kampagnen besteht. Letzteres entspricht einem lokalen Optimum für dieses Modul, in dem benachbarte Lösungen eine Basis bilden. Um eine größtmögliche Diversifikation in Verbindung mit den anderen Verbesserungsmodulen zu erreichen, sollte nur nach einer ungeraden Anzahl zielfunktionsneutraler Durchläufe abgebrochen werden.

Innerhalb eines Durchlaufes werden die Kampagnen in der Reihenfolge ihrer Startzeiten einzeln bearbeitet. Da von Veränderungen einer zwangsgekoppelten Kampagne auch alle ihre direkten und indirekten Partner betroffen sind, genügt es, den Tausch ausgehend von einer dieser Kampagnen zu untersuchen. Hier ist das die Kampagne, welche kein nicht lagerfähiges Produkt produziert, d. h. die im Materialfluss letzte Kampagne in der Zwangskopplungskette. Für die Kampagne, die zur Bearbeitung ausgewählt ist, wird nun ein Tausch mit ihrem Nachfolger beziehungsweise Nachfolgern geprüft. Dafür muss zunächst entschieden werden, wie der Tausch stattfinden soll. Hierbei sind unterschiedliche Ausprägungen hinsichtlich der Anzahl der Nachfolger, des Abstands zu ihnen und der Länge der zu tauschenden Kampagnen sowie Verknüpfung mit zwangsgekoppelten Partnern und blockierende Drittkampagnen zu berücksichtigen.

Der Subalgorithmus `CSwitchShift-CalcEnd` dient der Bestimmung der neuen Lage der zu tauschenden Kampagne  $ic$ . Abbildung 6.26 zeigt seinen Pseudocode zur Berechnung des neuen Kampagnenendes  $\widetilde{T}_{ic}^{\leftarrow}$ . Für die Kampagne  $ic$  wird die Menge ihrer direkten anlagenbezogenen Nachfolger  $i'c' \in C_{ic}^{\text{DSuc}}$

<sup>172</sup>Diese tragen jedoch am meisten zur Erhöhung der Ganzzahligkeitslücke bei. Während im ursprünglichen Modell die Binärvariablen  $F_{ic'i'c'}^{C \leq C}$  für weiter entfernte Kampagnen durch Materialfluss-Abhängigkeiten oder durch den Einfluss anderer dazwischenliegender Kampagnen relativ eindeutige Werte in der LP-Relaxation annehmen, trifft dies nicht auf direkt benachbarte Kampagnen zu, die in Konkurrenz um dasselbe Belegungszeitfenster auf einer Anlageneinheit stehen.

```

Require: zulässiger Produktionsplan
 $z^{=sol} = 0$ 
repeat
   $switch = false$ 
  for all  $ic$  aufsteigend nach  $T_{ic}^{\leftarrow}$  aus übernommenen Produktionsplan
  do
    if  $i \notin \mathcal{I}_{Szw}^{Out}$  then
       $\tilde{T}_{ic}^{\leftarrow} = \text{CSwitchShift-CalcEnd}(ic; T_{ic}^{\leftarrow})$ 
      if  $T_{ic}^{\leftarrow} < \tilde{T}_{ic}^{\leftarrow}$  then
        Prüfe Rückwärtsverschiebung blockierender Kampagnen und
        berechne eventuelle Zielfunktionsverbesserung  $\Delta C_{sol}$ 
        if zulässig und  $\Delta C_{sol} \geq 0$  then
          Verschiebe  $ic$  vorwärts, so dass  $T_{ic}^{\leftarrow} = \tilde{T}_{ic}^{\leftarrow}$ 
          Verschiebe blockierende Kampagnen rückwärts
           $switch = true$ 
        end if
      end if
    end if
  end for
  if  $switch = false$  then
     $z^{=sol} = \hat{z}_{CSwitchShift}^{=sol}$ 
  else if  $C_{sol_{nachher}} = C_{sol_{vorher}}$  then
     $z^{=sol} = z^{=sol} + 1$ 
  else
     $z^{=sol} = 0$ 
  end if
until  $z^{=sol} = \hat{z}_{CSwitchShift}^{=sol}$ 
return verbesserten und zulässigen Produktionsplan

```

Abbildung 6.25: Hauptalgorithmus CSwitchShift (Pseudocode)

```

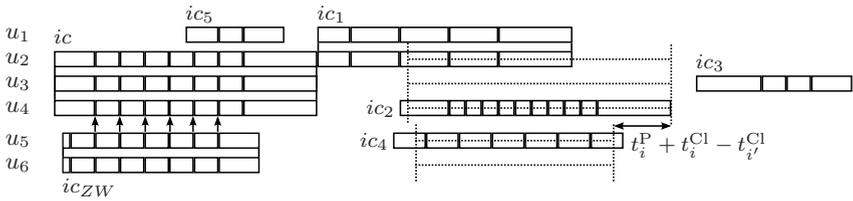
Require: zulässiger Produktionsplan;  $ic$ ;  $\tilde{T}_{ic}^{\leftarrow}$ 
for all  $i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{\text{DSuc}}$  aufsteigend nach  $T_{i'c'}^{\rightarrow}$  do
  if  $T_{ic}^{\leftarrow} < \tilde{T}_{ic}^{\leftarrow} \leq T_{i'c'}^{\rightarrow}$  then
    break (verlasse Schleife)
  else if  $\tilde{T}_{ic}^{\leftarrow} < T_{i'c'}^{\rightarrow}$  then
     $\tilde{T}_{ic}^{\leftarrow} = T_{i'c'}^{\rightarrow}$ 
  end if
end for
if  $i \in \mathcal{I}_{\text{Szw}}^{\text{In}}$  then
   $\tilde{T}_{ic}^{\leftarrow} = \text{CSwitchShift-CalcEnd}(i'c' \mid A_{i'c'ic}^{\text{ZW}} = 1; \tilde{T}_{ic}^{\leftarrow} - t_i^{\text{Cl}} - t_i^{\text{P}} + t_{i'}^{\text{Cl}} - t_{i'}^{\text{Cl}} + t_i^{\text{P}} + t_i^{\text{Cl}})$ 
  return  $\text{CSwitchShift-CalcEnd}(ic; \tilde{T}_{ic}^{\leftarrow})$ 
else
  return  $\tilde{T}_{ic}^{\leftarrow}$ 
end if

```

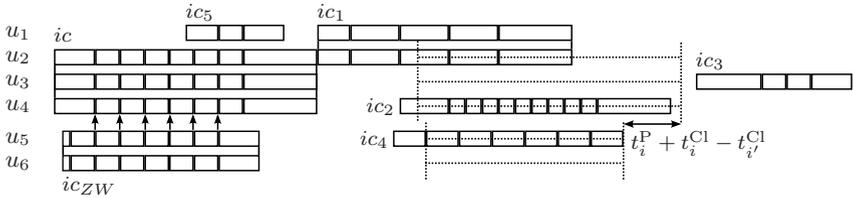
Abbildung 6.26: Subalgorithmus CSwitchShift-CalcEnd

in aufsteigender Reihenfolge ihrer Startzeitpunkte  $T_{i'c'}^{\rightarrow}$  durchlaufen. Im Beispiel der Abbildung 6.27a entspricht dies den Kampagnen  $ic_1$ ,  $ic_2$  und  $ic_3$ . Etwaig dahinter liegende Kampagnen gehören nicht mehr zu der Gruppe der direkten Nachfolger. Das neue Ende der Kampagne  $ic$  entspricht dabei jeweils dem spätesten Ende der bisher betrachteten Nachfolger. Liegt der Start des Nachfolgers jedoch hinter dem bereits gesetzten neuen Ende, werden er und andere später startende Nachfolger nicht mehr berücksichtigt. Ein Abbruch, der durch den ersten betrachteten Nachfolger ausgelöst wird, wird verhindert, indem zusätzlich die Forderung nach mindestens einer erfolgten Erhöhung gestellt wird ( $T_{ic}^{\leftarrow} < \tilde{T}_{ic}^{\leftarrow}$  in Kombination mit der Initialisierung  $T_{ic}^{\leftarrow} = \tilde{T}_{ic}^{\leftarrow}$ ). Im Beispiel der Abbildung 6.27a bedeutet dies, dass das neue Kampagnenende  $\tilde{T}_{ic}^{\leftarrow}$  zunächst dem Ende des zweiten Nachfolgers  $ic_2$  gleicht. Da Kampagne  $ic$  jedoch über eine zwangsgekoppelte Partnerkampagne verfügt, wird  $\text{CSwitchShift-CalcEnd}$  auch für diese ausgeführt. In diesem Fall wird das bereits errechnete neue Ende ( $\tilde{T}_{ic}^{\leftarrow} = T_{ic_2}^{\leftarrow}$ ) abzüglich des Zwangskopplungsversatzes zur Initialisierung übergeben. Wie in Abbildung 6.27b zu sehen, führt dies zu einer weiteren Erhöhung des neuen Endzeitpunktes. Da sich durch die Veränderungen nun neue Überlappungen mit bisher zu weit entfernten direkten Nachfolgern ergeben haben können, muss  $\text{CSwitchShift-CalcEnd}$  nochmals, aber mit Initialisierung durch den bisher spätesten neuen Endzeitpunkt, ausgeführt werden. Im betrachteten Beispiel liegt der Startzeitpunkt der Kampagne  $ic_3$  jedoch immer noch hinter dem neuen Ende  $\tilde{T}_{ic}^{\leftarrow}$ , so dass

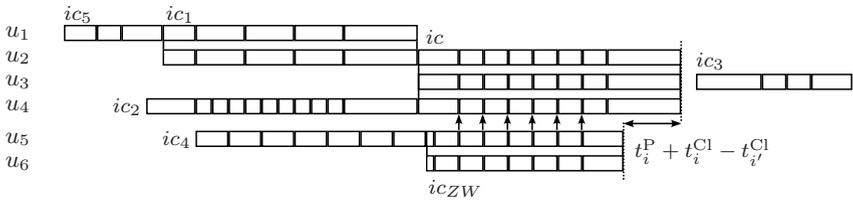
sich keine Änderung ergibt.



(a) Vor Tausch und Verschiebung – Berechnung ohne Berücksichtigung der Zwangskopplung



(b) Vor Tausch und Verschiebung – Berechnung mit Berücksichtigung der Zwangskopplung



(c) Nach Tausch und Verschiebung

Abbildung 6.27: Beispiel Kampagnentausch

Wie an den gestrichelten Linien in Abbildung 6.27b zu erkennen ist, überlappen die Kampagnen mit denen, mit denen sie getauscht werden sollen. Statt diese jedoch exakt auf den alten Start der Kampagne  $ic$  zu setzen, wird unter Berücksichtigung der neuen Lage der Kampagne  $ic$  und seiner zwangsgekoppelten Partner geprüft, ob sich diese ausgehend von ihren ursprünglichen Positionen rückwärts verschieben lassen. Hierbei können sie auch die Verschiebung dritter, eigentlich unbeteiligter Kampagnen wie die der Kampagne fünf veranlassen. Zudem müssen nach der Ausführung aller Aktionen, d. h. der Vorwärtsverschiebung von Kampagne  $ic$  und seiner zwangsgekoppelten Partnerkampagnen sowie der hierdurch ausgelösten Rückwärtsverschiebung aller blockierender Kampagnen (siehe Abbildung 6.27c), die Materialflussbe-

dingungen erfüllt sein. Selbst wenn auch dies der Fall ist und der so veränderte Produktionsplan hinsichtlich aller Nebenbedingungen zulässig ist, muss mit der Änderung keine Verbesserung des Zielfunktionswertes verbunden sein. Der Tausch wird nur ausgeführt, wenn er keine Verschlechterung der Lösung herbeiführt.

### 6.3.2.2 Batchelimination

Da die Produktion diskontinuierlich in Batches erfolgt und die Kampagnen eine minimale Größe besitzen müssen, wird nur in wenigen Fällen die exakt benötigte Menge produziert. Eine Überproduktion erhöht jedoch die Kosten des Produktionsplanes. Werden alle Bedarfszeitpunkte eines Produktes chronologisch bearbeitet und durch aufeinanderfolgende Produktion bedient, führt dies zu einer Überproduktion am Planungshorizont, welche geringer bleibt als der maximal von einer Kampagne minimaler Länge produzierte Output  $\max_{i \in \mathcal{I}^{\text{Out}}} \check{n}_i q_{is}^{\text{Out}}$ . Jedoch ist dies bereits in der Eröffnungsheuristik nicht der Fall, da erstens die Einplanung der Produktion zur Bedienung eines Bedarfszeitpunktes vor der eines früheren erfolgen kann und zweitens durch die Einplanung von Prozessen, die dieses Produkt verbrauchen, neue Bedarfszeitpunkte vor schon bearbeiteten entstehen können. In den anderen Modulen der Verbesserungsheuristik finden zusätzlich Verschiebungen, Vertauschungen und Fusionen statt, so dass die ursprüngliche Reihenfolge von Kampagnen, die dasselbe Produkt produzieren, nicht mehr übereinstimmen muss. Damit ergibt sich die Möglichkeit, Verbesserungen der bestehenden Lösung zu erreichen, indem der Plan systematisch nach Überproduktion durchsucht wird, die sich ursprünglich aus Batch- und Kampagnengrößenrestriktionen ergeben hat. Diese kann dann durch die Elimination von Batches oder gegebenenfalls sogar ganzer Kampagnen beseitigt werden.

Abbildung 6.28 zeigt den Ablauf des Hauptalgorithmus dieses Moduls. In einem Container sind die Prozesse enthalten, die auf eine mögliche Entfernung von Batches geprüft werden. Er wird mit allen Prozessen initialisiert, die lagerfähige Produkte produzieren. Für nicht lagerfähige Produkte ist aufgrund der Zwangskopplung keine Überproduktion möglich. Der jeweils zu überprüfende Prozess wird aus dem Container entfernt. Entstehen Änderungen im Bestandsverlauf eines Produktes durch die Elimination von Batches, die dieses verbrauchen, müssen seine Outputprozesse dem Container zur wiederholten Überprüfung zurückgefügt werden. Für den Fall eines nicht lagerfähigen Produktes wird diese Forderung durch die Zwangskopplungskette weitergereicht. Wenn der Container geleert ist, ist der Verbesserungsprozess abgeschlossen.

Für jeden einzelnen Prozess werden alle seine Kampagnen in der Reihenfolge ihrer Startzeiten  $T_{ic}^{\rightarrow}$  bearbeitet. Diese wiederum werden zunächst auf eine mögliche Elimination von Batches an ihrem Anfang und erst dann auf die an ihrem

```

Require: zulässiger Produktionsplan
 $\mathcal{I}^{\text{Cont}} = \mathcal{I}_S^{\text{Out}} \setminus \mathcal{S}_{\text{zw}}$ 
while  $\mathcal{I}^{\text{Cont}} \neq \emptyset$  do
  Entnehme zufallsgeneriert ein  $i$  aus  $\mathcal{I}^{\text{Cont}}$ 
  for all  $c \in \mathcal{C}_i$  aufsteigend nach  $T_{ic}^{\mapsto}$  do
     $n^{\text{ToDel}} = \text{DelBatches-FromStart}(ic)$ 
    if  $n^{\text{ToDel}} = N_{ic}$  then
      Entferne Kampagne  $ic$  und alle gegebenenfalls zwangsgekoppelten
      Kampagnen
    else if  $0 < n^{\text{ToDel}}$  then
      Entferne  $n^{\text{ToDel}}$  Batches vom Start der Kampagne  $ic$  und aller
      gegebenenfalls zwangsgekoppelten Kampagnen
       $n^{\text{ToDel}} = \text{DelBatches-FromEnd}(ic)$ 
      if  $n^{\text{ToDel}} = N_{ic}$  then
        Entferne Kampagne  $ic$  und alle gegebenenfalls zwangsgekoppel-
        ten Kampagnen
      else if  $0 < n^{\text{ToDel}}$  then
        Entferne  $n^{\text{ToDel}}$  Batches vom Ende der Kampagne  $ic$  und aller
        gegebenenfalls zwangsgekoppelten Kampagnen
      end if
    end if
  end for
  Aktualisiere  $\mathcal{I}^{\text{Cont}}$  unter Berücksichtigung der Änderungen
end while
return zulässigen Produktionsplan

```

Abbildung 6.28: Hauptalgorithmus DelBatches (Pseudocode)

Ende geprüft. Dies geschieht in dieser Reihenfolge, da Batcheliminationen zu Beginn des Planungszeitraumes aufgrund der Kapitalkosten einen größeren Einfluss auf die Güte des Produktionsplanes besitzen als spätere. Die Anzahl der zu entfernenden Batches wird in den Subalgorithmen `DelBatches-FromStart` beziehungsweise `DelBatches-FromEnd` bestimmt (siehe Abbildung 6.29). Hierbei wird die zu entfernende Menge am Ende jedes überprüften Batches mit dem minimalen dispositiven qualitätsgeprüften Lagerbestand verglichen, der die maximale Pseudounzulässigkeitsgrenze zwischen dem Endzeitpunkt der Qualitätsprüfung des Batchoutputs und dem Planungshorizont übersteigt. Das heißt mit anderen Worten, dass ein Batch nur entfernt werden kann, wenn im restlichen Planungszeitraum keine Unterschreitung der maximalen Pseudounzulässigkeitsgrenze existiert oder hierdurch hervorgerufen wird. Im Subalgorithmus `DelBatches-FromStart` wird die Überprüfung der Vorgängerbatches nicht durch die Ausweitung der zu eliminierenden Batchanzahl beeinflusst. Im Subalgorithmus `DelBatches-FromEnd` werden die Batches jedoch rückwärts ausgehend vom Ende der Kampagne betrachtet. Durch die Erhöhung der Anzahl der zu entfernenden Batches wird somit auch die nun fehlende Menge an den Zeitpunkten der eigentlich bereits überprüften Batches erhöht. Daher ist eine weitere innere Schleife notwendig, in welcher die Überprüfung unter Berücksichtigung der erhöhten Mengen wiederholt wird.

Beide Subalgorithmen berücksichtigen, dass entweder die gesamte Kampagne entfernt werden muss oder dass mindestens eine Kampagne minimaler Länge bestehen bleibt. Die Entfernung von  $n^{\text{ToDel}}$  Batches am Anfang einer Kampagne  $ic$  führt zu neuen Startzeitpunkten  $\tilde{T}_{i'c'}$  und Kampagnengrößen  $\tilde{N}_{i'c'}$  für alle mit  $ic$  direkt oder indirekt zwangsgekoppelten Kampagnen einschließlich  $ic$  selbst:

$$\tilde{T}_{i'c'} = T_{i'c'} + t_{i'}^P n^{\text{ToDel}} \quad \forall i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{\text{ZW}}$$

$$\tilde{N}_{i'c'} = N_{i'c'} - n^{\text{ToDel}} \quad \forall i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{\text{ZW}}$$

Die daraus resultierende Kostenreduktion  $\Delta C_{sol}$  des Produktionsplanes besteht für jeden beteiligten Prozess  $i'$  zunächst aus:

- den eingesparten Produktionskosten,
- den davon abhängigen Kapitalkosten,
- den Kapitalkosten, welche durch die um  $t_{i'}^P n^{\text{ToDel}}$  verspätete Ausführung des Rüstvorganges eingespart werden, und
- der Zunahme des Lagerendbestandwertes durch die nun nicht mehr verbrauchten Inputprodukte abzüglich
- der Abnahme des Lagerendbestandwertes, die durch die nun fehlenden Überproduktionsmengen der entfernten Batches verursacht wird.

```

Require: zulässiger Produktionsplan,  $ic$ 
 $n^{\text{ToDel}} = 0$ 
for all  $n \in \mathcal{N}_{ic} \mid n \leq N_{ic} - \check{n}_i \vee n = N_{ic}$  aufsteigend nach  $n$  do
  for all  $s \in \mathcal{S}_i^{\text{Out}} \setminus \mathcal{S}^{\text{ZW}}$  do
    if  $\check{h}_{s|icn}^{\check{Q} > \widehat{\lambda}_{\text{EnQ} \rightarrow \text{t}^{\text{PH}}}} < n q_{is}^{\text{Out}}$  then
      return  $n^{\text{ToDel}}$ 
    end if
  end for
   $n^{\text{ToDel}} = n$ 
end for
return  $n^{\text{ToDel}}$ 

```

(a) Am Start einer Kampagne  $ic$ : **DelBatches-FromStart** (Pseudocode)

```

Require: zulässiger Produktionsplan,  $ic$ 
 $n^{\text{ToDel}} = 0$ 
for all  $n \in \mathcal{N}_{ic} \mid \check{n}_i < n \vee n = 1$  absteigend nach  $n$  do
  for all  $s \in \mathcal{S}_i^{\text{Out}} \setminus \mathcal{S}^{\text{ZW}}$  do
    for all  $n' \in \mathcal{N}_{ic} \mid n \leq n' \leq N_{ic}$  absteigend nach  $n'$  do
      if  $\check{h}_{s|icn'}^{\check{Q} > \widehat{\lambda}_{\text{EnQ} \rightarrow \text{t}^{\text{PH}}}} < (n' - n + 1) q_{is}^{\text{Out}}$  then
        return  $n^{\text{ToDel}}$ 
      end if
    end for
  end for
   $n^{\text{ToDel}} = N_{ic} - n + 1$ 
end for
return  $n^{\text{ToDel}}$ 

```

(b) Am Ende einer Kampagne  $ic$ : **DelBatches-FromEnd** (Pseudocode)

Abbildung 6.29: Bestimmung der Anzahl zu löschender Batches  $n^{\text{ToDel}}$

Die Strafkosten für Spätlieferungen und Sicherheitsbestandsunterschreitungen ändern sich hingegen nicht, da eine Batchelimination nur bei Einhaltung der maximalen Pseudounzulässigkeitsgrenze erfolgt.

$$\begin{aligned}
 \Delta C_{sol} = & \sum_{i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}} (c_{i'}^P + c_{i'}^{PPen}) n^{\text{ToDel}} \\
 & + \frac{i^a}{k^a t^k} \sum_{i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}} c_{i'}^P \sum_{n=1}^{n^{\text{ToDel}}} (t^{\text{PH}} - (T_{i'c'}^{\leftarrow} + t_{i'n-1}^{\text{SUUnP}})) \\
 & + \frac{i^a}{k^a t^k} \sum_{i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}} c_{i'}^{\text{SU}} t_{i'}^P n^{\text{ToDel}} \\
 & + \sum_{i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}} \left( \sum_{s \in \mathcal{S}_{i'}^{\text{In}} \setminus \mathcal{S}^{\text{raw}}} \check{c}_s^P q_{is}^{\text{In}} + \sum_{s \in \mathcal{S}_{i'}^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{raw}}} p_s^{\text{raw}} q_s^{\text{In}} - \sum_{s \in \mathcal{S}_{i'}^{\text{Out}}} \check{c}_s^P q_{is}^{\text{Out}} \right) n^{\text{ToDel}}
 \end{aligned}$$

Da aufgrund der Bewertung des Lagerendbestandes mit minimalen Herstellkosten<sup>173</sup>  $\check{c}_s^P$  jederzeit

$$(c_i^P + c_i^{\text{PPen}}) \geq \sum_{s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \setminus \mathcal{S}^{\text{raw}}} \check{c}_s^P q_{is}^{\text{In}} + \sum_{s \in \mathcal{S}_i^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{raw}}} p_s^{\text{raw}} q_s^{\text{In}} - \sum_{s \in \mathcal{S}_i^{\text{Out}}} \check{c}_s^P q_{is}^{\text{Out}}$$

gilt, ist  $\Delta C_{sol}$  nie negativ.

Die Änderungen der Startzeitpunkte und Kampagnengrößen, die durch Entfernung der Batches vom Ende einer Kampagne verursacht werden, ergeben sich zu:

$$\begin{aligned}
 \tilde{T}_{i'c'}^{\leftarrow} &= T_{i'c'}^{\leftarrow} - t_{i'}^P n^{\text{ToDel}} & \forall i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW} \\
 \tilde{N}_{i'c'} &= N_{i'c'} - n^{\text{ToDel}} & \forall i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}
 \end{aligned}$$

Bei der Berechnung der Kostenreduktion  $\Delta C_{sol}$  muss nun jeweils die um  $t_{i'}^P n^{\text{ToDel}}$  verfrühte Reinigung statt des verspäteten Rüstvorganges berücksichtigt werden:

<sup>173</sup>Für die genaue Berechnung der minimalen Herstellkosten sei zunächst auf den später folgenden Abschnitt 6.4.2 verwiesen.

$$\begin{aligned}
 \Delta C_{sol} = & \sum_{i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}} (c_{i'}^P + c_{i'}^{PPen}) n^{\text{ToDel}} \\
 & + \frac{i^a}{k^a t^k} \sum_{i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}} c_{i'}^P \sum_{n=N_{i'c'}-n^{\text{ToDel}+1}}^{N_{i'c'}} (t^{\text{PH}} - (T_{i'c'}^{\mapsto} + t_{i'n-1}^{\text{SUnP}})) \\
 & - \frac{i^a}{k^a t^k} \sum_{i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}} c_{i'}^{\text{CltP}} t_{i'}^P n^{\text{ToDel}} \\
 & + \sum_{i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}} \left( \sum_{s \in \mathcal{S}_{i'}^{\text{In}} \setminus \mathcal{S}^{\text{raw}}} \check{c}_s^P q_{is}^{\text{In}} + \sum_{s \in \mathcal{S}_{i'}^{\text{In}} \cap \mathcal{S}^{\text{raw}}} p_s^{\text{raw}} q_s^{\text{In}} - \sum_{s \in \mathcal{S}_{i'}^{\text{Out}}} \check{c}_s^P q_{is}^{\text{Out}} \right) n^{\text{ToDel}}
 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich die Problematik, dass nicht mehr generell von einer Planverbesserung ausgegangen werden kann. Durch Umformung ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 c_i^P \sum_{n=N_{ic}-n^{\text{ToDel}+1}}^{N_{ic}} (t^{\text{PH}} - (T_{ic}^{\mapsto} + t_{in-1}^{\text{SUnP}})) = \\
 c_i^P \left( t^{\text{PH}} - T_{ic}^{\mapsto} - t_i^{\text{SU}} - t_i^P \left( N_{ic} - \frac{n^{\text{ToDel}} + 1}{2} \right) \right) n^{\text{ToDel}} \geq \\
 c_i^P \left( t^{\text{PH}} - T_{ic}^{\mapsto} - t_{iN_{ic}-1}^{\text{SUnP}} \right) n^{\text{ToDel}}
 \end{aligned}$$

Neben der Abschätzung  $n^{\text{ToDel}} = 1$  innerhalb des geklammerten Terms, können die tatsächlichen Produktionskosten als Änderung des Lagerendbestandswertes unterschätzt werden. Eine Planverschlechterung findet daher niemals statt, wenn

$$\sum_{i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}} c_{i'}^P \left( t^{\text{PH}} - T_{i'c'}^{\mapsto} - t_{i'N_{i'c'}-1}^{\text{SUnP}} \right) \geq \sum_{i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}} c_{i'}^{\text{CltP}} t_{i'}^P$$

Tendenziell tritt eine Planverschlechterung durch Batchelimination also eher dann auf, wenn

- die Produktionskosten pro Batch sehr gering sind,
- die Reinigungskosten hoch sind,
- die betroffenen Kampagnen spät enden (der Vorteil der eingesparten Kapitalkosten für die Produktion des Batches ist dann geringer)<sup>174</sup> und
- der betroffene Prozess die günstigste Produktionsmöglichkeit für seine Outputprodukte ist.

<sup>174</sup>Dieser Aspekt fällt unter die generelle Problematik eines begrenzten Planungszeitraumes.

Da Batches immer erst am Anfang einer Kampagne und erst danach vom Ende entfernt werden, muss zudem mindestens ein Bedarfszeitpunkt innerhalb der betroffenen Kampagne *ic* existieren, der eine Batchelimination vom Kampagnenanfang verhindert. Tritt eine solche Verschlechterung dennoch auf, fällt sie in Relation zu anderen Kosten sehr geringfügig aus. Außerdem bezieht sich die hier betrachtete Planverschlechterung nur auf eine betrachtete Kampagne (inklusive ihrer Zwangskopplungen). Die hierdurch gegebenenfalls ermöglichte weitere Elimination für Prozesse, die ein Produkt produzieren, welches von der soeben betrachteten Kampagne verbraucht wird, wird hierbei nicht berücksichtigt. Es gibt drei Möglichkeiten die Problematik einer möglichen Planverschlechterung zu beheben:

- Eine Ausführung nur zielfunktionsverbessernder Aktionen verlangsamt den Algorithmus durch die notwendigen detaillierten Berechnungen und verhindert die mögliche Folgeeliminationen von Vorprodukten.
- Eine Verfolgung mehrerer Entscheidungswege (Ausführung, Nicht-Ausführung) überlastet den Algorithmus in Relation zur erwarteten Verbesserung durch die Zwischenspeicherung der Lösungen an den Entscheidungsknoten und dem erhöhten Rechenaufwand für Durchläufe in anschließend verworfenen Zweigen.
- In Anbetracht der Nachteile der vorherigen Alternativen ist die Ausführung der Batchelimination ohne exakte Überprüfung der Zielfunktionswertänderung die hier angewendete. Eine geringfügige Verschlechterung bei der Entfernung von Batches einer einzigen Kampagne wird hierbei akzeptiert.

### 6.3.2.3 Kampagnenfusion Typ 3

Die Kampagnenfusion des Typs 3 (`CFusion3`) ist stark an der des Typs 2 (`CFusion2`), die als Heilungsmethode in Abschnitt 6.2.3.5 vorgestellt wurde, angelehnt. Abbildung 6.30 zeigt den Pseudocode von `CFusion3`. Alle Prozesse werden in zufallsgenerierter und die Kampagnen in der Reihenfolge ihrer Startzeitpunkte bearbeitet. Vor der Ausführung einer Fusion werden jedoch nun immer beide Optionen, d. h. die Fusion unter Fixierung der ersten Kampagne *ic* beziehungsweise unter Fixierung der zweiten *ic* + 1, geprüft. Damit eine Fusion stattfinden darf, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

- Die maximale Kampagnengröße  $\hat{n}_i$  darf auch nach der Fusion nicht überschritten werden.
- Es dürfen keine Unzulässigkeiten durch die Verschiebung der Batches der aufgelösten Kampagne sowie dritter Kampagnen entstehen. Kampagnen die vorwärts (rückwärts) verschoben werden, lösen eine Überprüfung

```

Require: zulässiger Produktionsplan
for all  $i \in \mathcal{I} \setminus \mathcal{I}_{S_{zw}}^{Out}$  in zufallsgenerierter Reihenfolge do
   $c = 0$ 
  while  $c < C_i$  do
    Prüfe Fusion der Kampagnen  $ic$  und  $ic + 1$  unter Fixierung von  $ic$ 
    und berechne  $\Delta C_{sol}^{2 \rightarrow 1}$ 
    Prüfe Fusion der Kampagnen  $ic$  und  $ic + 1$  unter Fixierung von  $ic + 1$ 
    und berechne  $\Delta C_{sol}^{1 \rightarrow 2}$ 
    if  $\Delta C_{sol}^{2 \rightarrow 1} \geq \Delta C_{sol}^{1 \rightarrow 2}$  then
      if  $\Delta C_{sol}^{2 \rightarrow 1} \geq 0$  then
        Fusioniere Kampagnen unter Fixierung von  $ic$  und Vorwärtsver-
        schiebung anderer Kampagnen
      end if
    else if  $\Delta C_{sol}^{1 \rightarrow 2} \geq 0$  then
      Fusioniere Kampagnen unter Fixierung von  $ic + 1$  und Rückwärts-
      verschiebung anderer Kampagnen
    else
       $c = c + 1$ 
    end if
  end while
end for
return zulässigen und verbesserten Produktionsplan

```

Abbildung 6.30: CFusion3 (Pseudocode)

des Materialflusses ihrer Outputprodukte (Inputprodukte) aus.<sup>175</sup> Die Überprüfung des Materialflusses einzelner Produkte muss dabei unter Berücksichtigung aller Verschiebungen und der Fusion selbst erfolgen.

- Gegebenenfalls zwangsgekoppelte Kampagnen müssen demselben Prozess angehören. Ihre Fusion muss dieselben Bedingungen erfüllen.

Im Unterschied zu den Methoden CFusion1 und CFusion2 ist hier der Abstand zwischen den beiden zu fusionierenden Kampagnen nicht begrenzt. Stattdessen wird nun nach Feststellung der Zulässigkeit der Fusion, die damit verbundene Verbesserung des Zielfunktionswertes berechnet. Unter Fixierung der ersten

<sup>175</sup>Dies gilt mit Ausnahme derjenigen Inputprodukte, die gleichzeitig Endprodukt sind. Für sie muss der Materialfluss zusätzlich auch bei einer Vorwärtsverschiebung überprüft werden. Dies ist notwendig, da durch Spätlieferungen dispositiv negative Lagerbestände entstehen können, aber Input nur aus positivem Bestand bedient werden darf. Eine anfangs zulässige Lösung kann somit durch eine Verschiebung unzulässig werden, wenn der Input eines Batches anfangs vor und nun nach einem Nachfragezeitpunkt liegt, der nicht bedient werden kann.

Kampagne  $ic$  müssen dabei folgende Änderungen berücksichtigt werden:

- Wegfall der Rüst- und Reinigungskosten der ehemaligen Kampagne  $ic+1$  und aller anderen zwangsgekoppelten Kampagnen  $i'c' \in \mathcal{C}_{ic+1}^{ZW}$  inklusive der durch sie verursachten Kapitalkosten
- Erhöhung der Kapitalkosten durch die frühere Produktion ehemaliger Batches der Kampagne  $ic+1$  und der mit ihr zwangsgekoppelten  $i'c' \in \mathcal{C}_{ic+1}^{ZW}$
- Reduktion der Kapitalkosten durch verspätetes Reinigen der neuen Kampagne
- Senkung der Kapitalkosten durch alle vorwärts verschobenen Kampagnen (Rüsten, Produktion und Reinigen)
- Änderung der Kapitalkosten der Rohstoffbestellungen (Absenkungen durch Vorwärtsverschiebungen, Erhöhung durch Fusion)
- Änderung der Kosten für Unterschreitungen des Sicherheitsbestandes und der dadurch verursachten Kapitalkosten
- Änderung der Spätlieferungskosten und der dadurch verursachten Kapitalkosten

Im Gegensatz hierzu besteht die Änderung im Fall der Fusion unter Fixierung der zweiten Kampagne  $ic+1$  aus:

- Wegfall der Rüst- und Reinigungskosten der ehemaligen Kampagne  $ic$  und aller anderen zwangsgekoppelten Kampagnen  $i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}$  inklusive der durch sie verursachten Kapitalkosten
- Reduktion der Kapitalkosten durch spätere Produktion ehemaliger Batches der Kampagne  $ic$  und der mit ihr zwangsgekoppelten  $i'c' \in \mathcal{C}_{ic}^{ZW}$
- Erhöhung der Kapitalkosten durch verfrühtes Rüsten der neuen kombinierten Kampagnenverschiebung
- Erhöhung der Kapitalkosten durch alle rückwärts verschobenen Kampagnen (Rüsten, Produktion und Reinigen)
- Änderung der Kapitalkosten der Rohstoffbestellungen (Erhöhung durch Rückwärtsverschiebungen, Absenkung durch Fusion)
- Änderung der Kosten für Unterschreitungen des Sicherheitsbestandes und der dadurch verursachten Kapitalkosten
- Änderung der Spätlieferungskosten und der dadurch verursachten Kapitalkosten

Es wird die Fusionsvariante ausgeführt, welche die Kosten des Produktionsplanes um den größeren Betrag senkt. Eine Fusion wird aber nur ausgeführt, wenn eine Verbesserung erreicht wird.

Auch für diesen Fusionsalgorithmus gilt, dass er ausgehend von einer zulässigen Lösung nur einen bestimmten Weg durch die Nachbarschaft beschreitet.

Eine Diversifikation oder das Aufspannen eines Entscheidungsbaumes mit mehreren Suchwegen findet an dieser Stelle nicht statt. Der Verzicht begründet sich auf der Abwägung der zu investierenden Rechenzeit im Verhältnis zur erwarteten Verbesserung des Zielfunktionswertes.

### 6.3.2.4 Verschiebung einzelner Batches

Während die Heilungsmethoden zur Kampagnenfusion `CFusion1` und `CFusion2` die Hauptintention verfolgen, Kapazitäten durch die Reduktion von Rüst- und Reinigungsvorgängen zu schaffen, folgt die in der Verbesserungsheuristik verwendete Kampagnenfusion `CFusion3` der Zielsetzung, die Kosten des Produktionsplanes zu verringern. Motivation ist dabei die Einsparung der Rüst- und Reinigungskosten für eine Kampagne. Wie in Abschnitt 6.3.2.3 dargestellt, werden aber auch andere Kostenbestandteile unter Umständen erheblich beeinflusst. Eine komplette Fusion zweier Kampagnen ist zudem oftmals nicht zulässig, weil die Auswirkungen auf den Produktionsplan zu erheblich sind. Das im Folgenden vorgestellte Verbesserungsmodul setzt daher im kleineren Maßstab an. Statt wie bei einer Fusion, eine ganze Kampagne aufzulösen und ihre gesamten Batches einer anderen hinzuzufügen, wird hier die Verschiebung einzelner Batches von einer Kampagne zu einer anderen auf ihre kostenrelevante Auswirkung geprüft und gegebenenfalls ausgeführt. Abbildung 6.31 zeigt den Pseudocode des hierfür verwendeten Moduls `BatchShift`.

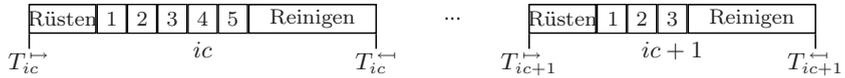
Der grobe Ablauf des Moduls entspricht dem der Kampagnenfusion `CFusion3`. Statt einer Überprüfung der Fusion, wird die Verschiebung jeweils genau eines Batches betrachtet. Abbildung 6.32 zeigt die beiden Möglichkeiten der Batchverschiebung. Ausgehend von der in Abbildung 6.32b dargestellten Situation, zeigen Abbildung 6.32b und c die Verschiebung des letzten Batches der Kampagne  $ic$  an den Anfang der Kampagne  $ic + 1$ , während Abbildung 6.32d und e den umgekehrten Fall der Verschiebung des ersten Batches der Kampagne  $ic + 1$  zum Ende der Kampagne  $ic$  zeigen. Die Batchverschiebung zwischen beiden Kampagnen darf nur stattfinden, wenn die Kampagnengrößenrestriktionen gewahrt bleiben. Durch den bei Verschiebung eines Batches zusätzlich benötigten Produktionszeitbedarf nach Kampagne  $ic$  beziehungsweise vor Kampagne  $ic + 1$  können anlagenabhängige Verschiebungen dritter Kampagnen verursacht werden. Einschränkend ist dabei jedoch keine Verschiebung der Kampagne erlaubt, die um ein Batch reduziert wird. Es wird jeweils die Variante ausgeführt, die den Produktionsplan stärker verbessert als die andere. Eine Verschiebung wird allerdings nur ausgeführt, wenn sie mindestens kostenneutral ist. Nach der Verschiebung des ersten Batches zwischen zwei Kampagnen, werden so lange weitere in dieselbe Richtung verschoben, bis dies nicht mehr möglich ist oder hierdurch eine Verschlechterung des Plans eintreten würde. Erst dann wird das betrachtete Kampagnenpaar gewechselt.

```

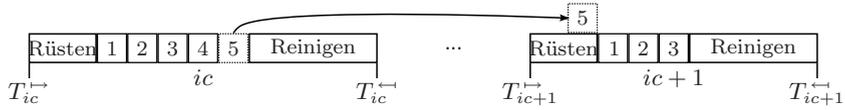
Require: zulässiger Produktionsplan
for all  $i \in \mathcal{I} \setminus \mathcal{I}_{S_{zw}}^{Out}$  in zufallsgenerierter Reihenfolge do
   $c = 0$ 
  while  $c < C_i$  do
    Prüfe Verschiebung des letzten Batches der Kampagne  $ic$  zum Anfang
    der Kampagne  $ic + 1$  und berechne  $\Delta C_{sol}^{1 \rightarrow 2}$ 
    Prüfe Verschiebung des ersten Batches der Kampagne  $ic + 1$  zum
    Ende der Kampagne  $ic$  und berechne  $\Delta C_{sol}^{2 \rightarrow 1}$ 
    if  $\Delta C_{sol}^{2 \rightarrow 1} > \Delta C_{sol}^{1 \rightarrow 2}$  then
      while  $\Delta C_{sol}^{2 \rightarrow 1} \geq 0$  do
        Kürze Kampagne  $ic + 1$  um ihr erstes Batch, verlängere  $ic$  um
        eines und führe Vorwärtsverschiebung anderer Kampagnen aus
        Prüfe erneut Verschiebung des ersten Batches der Kampagne  $ic +$ 
        1 zum Ende der Kampagne  $ic$  und berechne  $\Delta C_{sol}^{2 \rightarrow 1}$ 
      end while
    else
      while  $\Delta C_{sol}^{1 \rightarrow 2} \geq 0$  do
        Kürze Kampagne  $ic$  um ein Batch, verlängere  $ic + 1$  um ein Batch
        an ihrem Anfang und führe Rückwärtsverschiebung anderer
        Kampagnen aus
        Prüfe erneut Verschiebung des letzten Batches der Kampagne  $ic$ 
        zum Anfang der Kampagne  $ic + 1$  und berechne  $\Delta C_{sol}^{1 \rightarrow 2}$ 
      end while
    end if
     $c = c + 1$ 
  end while
end for
return zulässigen und verbesserten Produktionsplan

```

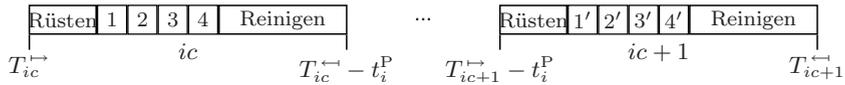
Abbildung 6.31: BatchShift (Pseudocode)



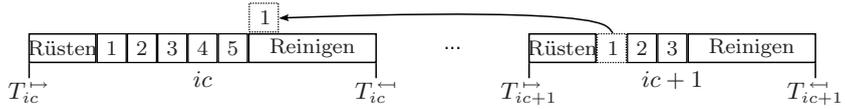
(a) Ausgangssituation



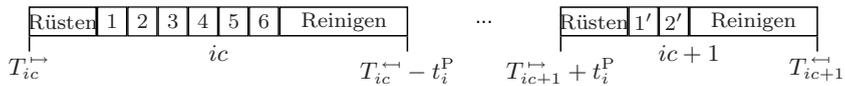
(b) Prüfung der Verschiebung von  $ic$  nach  $ic + 1$



(c) Situation nach der Verschiebung von  $ic$  nach  $ic + 1$



(d) Prüfung der Verschiebung von  $ic + 1$  nach  $ic$



(e) Situation nach der Verschiebung von  $ic + 1$  nach  $ic$

Abbildung 6.32: Überprüfte Möglichkeiten der Batchverschiebung in BatchShift

### 6.3.3 Einplanung zusätzlicher Produktionsmengen

Die vorherigen Verbesserungsmodule behalten die jeweils eingeplanten Produktionsmengen, die durch die Anzahl und Größe der Kampagnen vorgegeben sind, bei. Ausnahme hiervon ist die Batchelimination, die jedoch nur reduzierende, geringfügige Eingriffe vornimmt. Ein wichtiges Merkmal der Eröffnungsheuristik zur Erstellung von Produktionsplänen ist jedoch die Absenkung der Pseudounzulässigkeitsgrenzen der verschiedenen Produkte. Dies führt dazu, dass nicht nur im Planungszeitraum gegen relaxierte Bedarfsgrenzen geplant wird, sondern dass auch am Planungshorizont nicht die Menge zur Verfügung stehen muss, durch die Strafkosten gänzlich vermieden werden. Das im Folgenden vorgestellte Modul der Verbesserungsheuristik versucht daher, die Produktionsmengen des bestehenden zulässigen Plans durch die Einplanung zusätzlicher Kampagnen und Batches zu erhöhen.

Die übergeordnete Methode **XGenAddMaster** steuert die eigentliche Verbesserungsheuristik **XGenAdd**. Ihr Pseudocode ist in Abbildung 6.33 dargestellt. Zu

```

Require: zulässiger Produktionsplan  $sol_0$ 
 $z^{\circlearrowleft} = 0$ 
 $z^{=sol} = 0$ 
repeat
   $z^{\circlearrowleft} = z^{\circlearrowleft} + 1$ 
   $sol \leftarrow \mathbf{XGenAdd}(sol_0)$ 
  if  $C_{sol} < C_{sol^*}^{\mathbf{XGenAddMaster}}$  then
     $sol_{\mathbf{XGenAddMaster}}^* = sol$ 
     $z^{=sol} = 0$ 
  else
     $z^{=sol} = z^{=sol} + 1$ 
  end if
until  $z^{\circlearrowleft} = \hat{z}_{\mathbf{XGenAddMaster}}^{\circlearrowleft} \vee z^{=sol} = \hat{z}_{\mathbf{XGenAddMaster}}^{=sol}$ 
return  $sol_{\mathbf{XGenAddMaster}}^*$ 

```

Abbildung 6.33: **XGenAddMaster** (Pseudocode)

Beginn wird eine zulässige Lösung  $sol_0$  übernommen. **XGenAddMaster** übergibt diese dann an **XGenAdd** zur Verbesserung. Dies geschieht wiederholt in mehreren Durchgängen, um eine Diversifikation durch die in **XGenAdd** enthaltenen Zufallselemente zu erreichen. Erst wenn die maximale Anzahl von Durchläufen  $\hat{z}_{\mathbf{XGenAddMaster}}^{\circlearrowleft}$  erreicht ist oder sich seit  $\hat{z}_{\mathbf{XGenAddMaster}}^{=sol}$  Durchläufen keine Verbesserung der Lösung  $sol_{\mathbf{XGenAddMaster}}^*$  ergeben hat, wird das Modul mit der Rückgabe der besten gefundenen Lösung beendet.<sup>176</sup> Beide Abbruchkriterien

<sup>176</sup>Die einzelnen Lösungen stellen alternative Änderungen desselben vollständigen zulässigen

können vom Anwender eingestellt werden.

Abbildung 6.34 zeigt den Pseudocode von **XGenAdd**. Ausgehend von der übergebenen Lösung wird zunächst die Menge der Produkte  $s$  initialisiert, die am Ende des Planungszeitraumes nicht den Lagerbestand  $H_s^{\text{QPH}}$  aufweisen, der zur Vermeidung von Strafkosten für Unterschreitungen des Sicherheitsbestandes und Spätlieferungen nötig wäre. Aus dieser Menge wird in jedem Durchgang ein Produkt zur Bearbeitung entnommen. Diese konkurrieren jedoch miteinander um die knappen noch zur Verfügung stehenden Kapazitäten. Daher erfolgt die Auswahl nicht gänzlich zufällig, sondern in Abhängigkeit des erwarteten Nutzens der Einplanung zusätzlicher Mengen. Hierzu wird jedem Produkt zunächst ein Malus gemäß der Gleichungen (6.93) zugewiesen. Der Malus ist umso größer, je höher die für das Produkt anfallenden Strafkosten sind.

$$m_s^{\text{XGenAdd}} = \begin{cases} C_s^{\text{SS}} + C_s^{\text{Bl}} & \text{wenn } s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}} \\ C_s^{\text{SS}} & \text{wenn } s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \setminus \mathcal{S}^{\text{fin}} \\ C_s^{\text{Bl}} & \text{wenn } s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \setminus \mathcal{S}^{\text{SS}} \end{cases} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{XGenAdd}} \quad (6.93)$$

Die Umrechnung der Malusse in stochastische Gewichte in den Gleichungen (6.94) geschieht unter Einfluss des Parameters  $\alpha^{\text{XGenAdd}}$ , mit dem das Ausmaß der Zufälligkeit zwischen gleichverteilt und deterministisch variiert werden kann.<sup>177</sup> Die Wahrscheinlichkeiten ergeben sich dann gemäß der Gleichungen (6.95).

$$w_s^{\text{XGenAdd}} = \left( \max_{s' \in \mathcal{S}^{\text{XGenAdd}}} m_{s'}^{\text{XGenAdd}} - m_s^{\text{XGenAdd}} + \epsilon \right)^{\alpha^{\text{XGenAdd}}} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{XGenAdd}} \quad (6.94)$$

$$p_s^{\text{XGenAdd}} = \frac{w_s^{\text{XGenAdd}}}{\sum_{s' \in \mathcal{S}^{\text{XGenAdd}}} w_{s'}^{\text{XGenAdd}}} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{XGenAdd}} \quad (6.95)$$

Ist das Produkt ausgewählt, wird mit ihm ausgehend vom derzeitigen Produktionsplan *sol* die Einplanung zusätzlicher Mengen durch **XGenAddScheduler** angestoßen. **XGenAddScheduler** plant jedoch nur Mengen für das ausgewählte Produkt  $s$  ein. Hierdurch entstehen in der Regel jedoch neue Unzulässigkeiten im Plan, da die Outputprozesse von  $s$  wiederum andere Produkte verbrauchen. Um diese Unzulässigkeiten zu beseitigen, wird ausgehend von dieser Planungssituation die aus der Eröffnungsheuristik stammende Einplanungsmethode **Scheduler** aufgerufen. Die hierfür erforderlichen Pseudounzulässigkeitsgrenzen werden so gesetzt, dass sie innerhalb des gesamten Plans von jedem

---

Produktionsplanes dar. Daher sind sie in großen Teilen sehr ähnlich, und stellen vielmehr leichte Variationen statt wirkliche Alternativen dar. Es besteht jedoch trotzdem die Möglichkeit, alle generierten Lösungen zu speichern.

<sup>177</sup>Vgl. Drexl (1991), S. 1593.

```

Require: zulässige Lösung  $sol_0$ 
 $sol = sol_0$ 
 $\mathcal{S}^{XGenAdd} =$ 
 $\{s \in \mathcal{S}^{SS} \setminus \mathcal{S}^{raw} \mid H_s^{QPH} < ss_{s|\mathcal{K}}\} \cup \{s \in \mathcal{S}^{fin} \setminus \mathcal{S}^{SS} \mid H_s^{QPH} < 0\}$ 
 $\mathcal{S}^{Cont} = \emptyset$ 
while  $\mathcal{S}^{XGenAdd} \neq \emptyset$  do
  Wähle ein Produkt  $s \in \mathcal{S}^{XGenAdd}$  unter der Berücksichtigung der
  Wahrscheinlichkeiten  $p_s^{XGenAdd}$  gemäß der Gleichungen (6.95)
   $sol \leftarrow XGenAddScheduler(sol; s)$  //  $sol$  kann nun unzulässig sein
  if Einplanung erfolgreich then
    Setze minimal erreichte  $\lambda_{s'}$  für alle Produkte  $s' \in \mathcal{S}^{SS} \cup \mathcal{S}^{fin}$ 
     $sol \leftarrow Scheduler(sol; \lambda_{s'}, \forall s' \in \mathcal{S}^{SS} \cup \mathcal{S}^{fin})$  (siehe Abbildung 6.11)
    if  $sol$  zulässig then
       $sol_{last} = sol$ 
      if  $C_{sol} < C_{sol^*}^{XGenAdd}$  then  $sol_{XGenAdd}^* = sol$ 
    else
       $\mathcal{S}^{Cont} = \mathcal{S}^{Cont} \cup \{s\}$ 
       $sol = sol_{last}$ 
    end if
  else
     $\mathcal{S}^{Cont} = \mathcal{S}^{Cont} \cup \{s\}$ 
  end if
   $\mathcal{S}^{XGenAdd} =$ 
   $\{\{s \in \mathcal{S}^{SS} \setminus \mathcal{S}^{raw} \mid H_s^{QPH} < ss_{s|\mathcal{K}}\} \cup \{s \in \mathcal{S}^{fin} \setminus \mathcal{S}^{SS} \mid H_s^{QPH} < 0\}\} \setminus$ 
   $\mathcal{S}^{Cont}$ 
end while
repeat
   $sol_{XGenAdd}^* \leftarrow DelBatches(sol_{XGenAdd}^*)$ 
   $sol_{XGenAdd}^* \leftarrow CSwitchShift(sol_{XGenAdd}^*)$ 
   $sol_{XGenAdd}^* \leftarrow CFusion3(sol_{XGenAdd}^*)$ 
   $sol_{XGenAdd}^* \leftarrow BatchShift(sol_{XGenAdd}^*)$ 
until keine Verbesserung von  $sol_{XGenAdd}^*$ 
return  $sol_{XGenAdd}^*$ 

```

Abbildung 6.34: XGenAdd (Pseudocode)

Produkt eingehalten werden. Ist dies für ein Produkt  $s'$  nicht möglich, wird sein Pseudounzulässigkeitsfaktor  $\lambda_{s'}$  auf seinen minimalen Wert  $\lambda_{s'}$  gesetzt. Eine zulässige Lösung wird als letzte konstruierte zulässige Lösung  $sol_{last}$  gespeichert. Dies ist nötig, um zu dieser zurückzukehren, falls eine Behebung der Unzulässigkeiten nicht möglich ist. Das Produkt  $s$ , für das eine Einplanung durch `XGenAddScheduler` oder in der Folge durch `Scheduler` scheitert, wird in eine Liste verbotener Produkte  $\mathcal{S}^{Cont}$  aufgenommen. Diese Produkte werden bei der Aktualisierung der Menge  $\mathcal{S}^{XGenAdd}$  nicht mehr berücksichtigt. Sind schließlich alle Produkte, die am Planungshorizont nicht ihre maximale Pseudounzulässigkeitsgrenze erfüllen, in dieser Liste enthalten, kann `XGenAdd` beendet werden. Jedoch wird die beste gefundene Lösung zuvor an das Supermodul der iterativen Verbesserungsheuristiken übergeben, welches in `XGenAdd` integriert ist. Dies geschieht, um den Spielraum, der sich durch die von den Einplanungsheuristiken unter primär kapazitätsorientierten Gesichtspunkten vorgenommenen Änderungen ergibt, zu weiteren Verbesserungen zu nutzen und die Vergleichbarkeit der von verschiedenen `XGenAdd`-Aufrufen generierten Lösungen im `XGenAddMaster` zu erhöhen.<sup>178</sup> `XGenAdd` wird dann mit der Rückgabe der besten gefundenen und durch das Supermodell verbesserten Lösung beendet.

Die eigentliche Einplanung der zusätzlichen Mengen erfolgt über die Methode `XGenAddScheduler`, deren Pseudocode in Abbildung 6.35 zu sehen ist. Ihr Aufbau ähnelt dem der aus der Eröffnungsheuristik bekannten Methode `Scheduler` (siehe Abbildung 6.11). Zunächst erfolgt der Aufruf der Einplanungssubalgorithmen je nach Anzahl der Outputprozesse des Produktes  $s$ . Diese unterscheiden sich nur geringfügig von der der Eröffnungsheuristik. Die zu bedienende Produktionsanforderung ergibt sich für diese einzig unter Überprüfung des Planungshorizontes und der dort bis zur maximalen Pseudounzulässigkeitsgrenze fehlenden Menge. Außerdem wird der Subalgorithmus bereits dann beendet, wenn die Einplanung eines einzigen Batches (`Add`) oder einer einzigen Kampagne minimaler Länge (`Gen`) erfolgt ist. Die Heilungsmethode `TmpPInfDecrease` wird hier nicht berücksichtigt, da sie der Motivation und Absicht dieses Verbesserungsmoduls entgegensteht. Statt einer zielfunktionsunabhängigen Kampagnenfusion wird auch hier die Verbesserungsheuristik `CFusion3` eingesetzt. Sie wird jedoch nur für diejenigen Prozesse ausgeführt, die mindestens eine Produktionsanlageneinheit gemeinsam mit einem der Outputprozesse des Produktes  $s$  nutzen.

---

<sup>178</sup>Obwohl in der Regel mehr als eine zulässige Lösung konstruiert wird, wird nur die beste eines `XGenAdd`-Durchlaufs vom Supermodell der iterativen Verbesserungsheuristiken bearbeitet. Steht genügend Rechenzeit zur Verfügung kann auch jede gefundene zwischengespeicherte zulässige Lösung zwecks besserer Vergleichbarkeit das Supermodell durchlaufen.

```

Require:  $sol, s$ 
repeat
   $ret \leftarrow \text{XGenAddSubScheduler-1}(s)$  bzw.  $\text{XGenAddSubScheduler-n}(s)$ 
  if  $ret \neq \text{ok}$  then
    CFusion1
    if erfolgreich then
       $ret \leftarrow \text{XGenAddSubScheduler-1}(s)$  bzw.
       $\text{XGenAddSubScheduler-n}(s)$ 
    end if
  end if
  if  $ret = \text{unlösbar wegen unzulässiger Produktionsanforderung}$  then
    CFusion3( $i \in \mathcal{I}_{T_s^{\text{out}}}$ )
    if erfolglos then return  $\zeta$ 
  else if  $ret = \text{unlösbar ohne Kampagnenverschiebung}$  then
     $ret \leftarrow \text{XGenAddShiftScheduler}(s)$ 
    if  $ret \neq \text{ok}$  then
      CFusion3( $i \in \mathcal{I}_{T_s^{\text{out}}}$ )
      if erfolglos then return  $\zeta$ 
    end if
  end if
until  $ret = \text{ok}$ 
return  $sol$ 

```

Abbildung 6.35: XGenAddScheduler (Pseudocode)

### 6.3.4 Verknüpfung der Module

Die verschiedenen Module der Verbesserungsheuristik können auf vielfältige Weise miteinander verknüpft werden. Grundsätzlich muss über zwei Dimensionen der Verknüpfung entschieden werden:

- Ausführungsreihenfolge aus Sicht einer zu verbessernden Lösung
- Bearbeitungsreihenfolge der zu verbessernden Lösungen

Zur Bestimmung der Ausführungsreihenfolge werden die Module Heuristikstufen zugeordnet, die von einer Lösung während ihrer Bearbeitung durchlaufen werden. Das Modul zur Einplanung zusätzlicher Produktionsmengen `XGenAddMaster` integriert bereits das Supermodul der Heuristiken zur schrittweisen Verbesserung, bestehend aus `DelBatches`, `CSwitchShift`, `CFusion3` und `BatchShift`. Eine Ausführung dieser Module auf einer Stufe direkt nach `XGenAddMaster` ist daher nicht notwendig. Werden die Heuristikstufen unter Vermeidung dieser Redundanz mehrfach durchlaufen, bis keine signifikanten

Verbesserungen mehr möglich sind, ist die exakte Zuordnung der Module zu den einzelnen Stufen zunächst vernachlässigbar.

Die Bearbeitungsreihenfolge der Verbesserungsheuristik kann vertikal oder horizontal strukturiert werden. Abbildung 6.36a zeigt den Pseudocode einer vertikalen Bearbeitungsreihenfolge. Hierbei wird jeweils eine Lösung einer Verbesserung über alle Stufen, d. h. durch alle Module unterzogen, bevor derselbe Prozess mit der nächsten zu bearbeitenden Lösung fortgesetzt wird. Der Pseudocode einer horizontalen Bearbeitungsreihenfolge ist in Abbildung 6.36b zu sehen. Hier werden alle zu bearbeitenden Lösungen zunächst auf einer Stufe der Verbesserung des gleichen Moduls unterzogen, bevor auf der nächsten Stufe ein anderes Modul zum Einsatz kommt. Beide führen in dieser Form zu denselben Ergebnissen. Die horizontale Vorgehensweise bietet jedoch zusätzlich die Möglichkeit, die Anzahl der zu verbessernden Lösungen unter Berücksichtigung ihrer Güte von Stufe zu Stufe weiter einzuschränken, indem immer nur eine stetig abnehmende Anzahl von Lösungen weiterverarbeitet wird. Für eine besonders effiziente Anordnung sollten dabei die Verbesserungsmodule nach ihrer erwarteten Rechenzeit ansteigend geordnet werden. Aus diesem Grund wird das Supermodul der schrittweisen Verbesserungsheuristiken der ersten Stufe zugeordnet. Hiernach sollte die Einplanung zusätzlicher Produktionsmengen und abschließend die MILP-basierte Kampagnenverschiebung folgen. Der von Stufe zu Stufe in der Anzahl der bearbeiteten Lösungen degressiv ausgeführte horizontale Durchlauf kann abschließend mit einem vertikalen Durchlauf für eine kleine Anzahl Lösungen kombiniert werden. Der Pseudocode dieser Vorgehensweise ist in Abbildung 6.36c gezeigt.

Sind nur wenige zulässige Lösungen aus der Eröffnungsheuristik bekannt oder ist die Problemgröße klein, verliert die Anordnung der Module nach zunehmenden Rechenaufwand wie sie in der horizontal degressiven Verknüpfung verwendet wird ihre Vorteile. In diesen Fällen kann eine Variation der Ausführungsreihenfolge eine zusätzliche Diversifikation des untersuchten Lösungsraumes ermöglichen.

### 6.4 Globales Preprocessing

In diesem Abschnitt sind Berechnungen, die vor der Ausführung der Heuristik erfolgen, beschrieben. Im ersten Unterabschnitt wird ein MILP-Modell zur Reduktion der Anzahl abzubildender Anlageneinheiten vorgestellt. Eine häufig in Teilen redundante Darstellung von Anlageneinheiten in der ursprünglichen Datenmenge kann so durch eine zahlenmäßig minimale Darstellung ersetzt werden. Dies führt an den Stellen zu Rechenzeiteinsparungen, an denen der Rechenaufwand direkt von der Anzahl der jeweils betroffenen Anlageneinheiten abhängig ist. Im zweiten Unterabschnitt wird die Berechnung der minimalen

```

Require:  $\mathcal{L}$ 
for die besten  $\hat{z}_{vert}^{\circ}$  Lösungen in  $\mathcal{L}$  do
  repeat
    repeat
       $sol \leftarrow \text{DelBatches}(sol)$ 
       $sol \leftarrow \text{CSwitchShift}(sol)$ 
       $sol \leftarrow \text{CFusion3}(sol)$ 
       $sol \leftarrow \text{BatchShift}(sol)$ 
    until keine Verbesserung von  $sol$ 
     $sol \leftarrow \text{XGenAddMaster}(sol)$ 
     $sol \leftarrow$  MILP-basierte Kampagnenverschiebung für  $sol$ 
  until keine oder nicht signifikante Verbesserung von  $sol$  oder anderes
  Abbruchkriterium erreicht
end for

```

(a) vertikal

```

Require:  $\mathcal{L}$ 
repeat
  for die besten  $\hat{z}_{hor}^{\circ}$  Lösungen in  $\mathcal{L}$  do
    repeat
       $sol \leftarrow \text{DelBatches}(sol)$ 
       $sol \leftarrow \text{CSwitchShift}(sol)$ 
       $sol \leftarrow \text{CFusion3}(sol)$ 
       $sol \leftarrow \text{BatchShift}(sol)$ 
    until keine Verbesserung von  $sol$ 
  end for
   $sol \leftarrow \text{XGenAddMaster}(sol)$ 
end for
for die besten  $\hat{z}_{hor}^{\circ}$  Lösungen in  $\mathcal{L}$  do
   $sol \leftarrow$  MILP-basierte Kampagnenverschiebung für  $sol$ 
end for
until keine oder nicht signifikante Verbesserung von  $sol$  oder anderes
  Abbruchkriterium erreicht

```

(b) horizontal

Abbildung 6.36: Möglichkeiten der Modulverknüpfung (Pseudocode)

```

Require:  $\mathcal{L}$ 
for die besten  $\hat{z}_{hor1}^{\circ}$  Lösungen in  $\mathcal{L}$  do
  repeat
     $sol \leftarrow \text{DelBatches}(sol)$ 
     $sol \leftarrow \text{CSwitchShift}(sol)$ 
     $sol \leftarrow \text{CFusion3}(sol)$ 
     $sol \leftarrow \text{BatchShift}(sol)$ 
  until keine Verbesserung von  $sol$ 
end for
for die besten  $\hat{z}_{hor2}^{\circ}$  Lösungen in  $\mathcal{L}$  do
   $sol \leftarrow \text{XGenAddMaster}(sol)$ 
end for
for die besten  $\hat{z}_{hor3}^{\circ}$  Lösungen in  $\mathcal{L}$  do
   $sol \leftarrow \text{MILP-basierte Kampagnenverschiebung für } sol$ 
end for
for die besten  $\hat{z}_{hor4}^{\circ}$  Lösungen in  $\mathcal{L}$  do
   $sol \leftarrow \text{vertikale Verbesserung von } sol$ 
end for

```

(c) horizontal degressiv mit vertikalem Abschluss

Abbildung 6.36: Möglichkeiten der Modulverknüpfung (Pseudocode), Fortsetzung

Herstellkosten aufgezeigt. Diese ist für die Bewertung der Lagerbestandsänderung innerhalb der Zielfunktion notwendig.<sup>179</sup> Im dritten Unterabschnitt erfolgt die Beschreibung der Berechnung der verschiedenen Ober- unter Untergrenzen für die Kapazitätsnutzung der Anlageneinheiten. Diese werden als Parameter in den Einplanungsalgorithmen benötigt.<sup>180</sup> Im letzten Unterabschnitt wird die Vorgehensweise zur Berechnung einer unteren Schranke für die Kosten des optimalen Produktionsplanes erläutert. Dieser Parameter wird innerhalb der Steuerebene der Eröffnungsheuristik benötigt.<sup>181</sup> Darüberhinaus kann er zur abschließenden Bewertung der Lösungsqualität herangezogen werden.

### 6.4.1 Reduktion der Anzahl abzubildender Anlageneinheiten

Im MILP-Modell für das Gesamtproblem, welches in Kapitel 5 vorgestellt wurde, und in dem Modell für das Modul der Kampagnenverschiebung aus der Verbesserungsheuristik (siehe Abschnitt 6.3.1) sind die Reihenfolgebeziehungen nicht abhängig von der Anzahl der belegten Anlageneinheiten formuliert, sondern für jedes Prozesspaar  $i$  und  $i' \in \mathcal{I}_i^u$  definiert, das mindestens eine gemeinsame Anlageneinheit  $u$  nutzt. Auch die Reihenfolgebeziehungen zwischen Kampagnen und Betriebsstillständen sind nicht über die Anlageneinheiten selber, sondern über Prozess-Betriebsstillstands-Paare  $i$  und  $b \in \mathcal{B}_i^u$  modelliert. Die Implementierung der Heuristiken und andere hilfsweise benutzter MILP-Formulierungen<sup>182</sup> führt jedoch dazu, dass eine höhere Anzahl Anlageneinheiten längere Rechenzeiten erfordert. Werden die Anlageneinheiten entsprechend ihrer realen Vorkommnisse in das Modell übernommen, führt dies unter Umständen zu unnötigem Rechenaufwand. Für das Beispiel in Tabelle 6.25a ist dies offensichtlich der Fall. Um die Rechenzeit zu verkürzen, lässt sich die Anzahl der ursprünglichen Anlageneinheiten hier bereits durch Vernachlässigung solcher, die nur von einem Prozess genutzt werden, und Aggregation vermindern.

An eine einzelne Anlageneinheit sind keine spezifischen Daten gebunden.<sup>183</sup> Einzig indirekt über ihre Zuordnung zu verschiedenen Prozessen und Betriebsstillständen sind sie Informationsträger darüber, ob Kampagnen überlappend (bei unterschiedlicher Anlagennutzung) oder nur aufeinanderfolgend (bei gemeinsamer Nutzung mindestens einer Anlageneinheit) platziert werden können. Diese Information kann genutzt werden, um eine neue, kleinere Menge vir-

<sup>179</sup>Siehe unter anderem Gleichung (5.5) auf S. 80.

<sup>180</sup>Siehe S. 134 ff.

<sup>181</sup>Siehe u. a. Abbildung 6.8 in Abschnitt 6.2.2.3 auf S. 128.

<sup>182</sup>Siehe hierzu die folgenden Abschnitte.

<sup>183</sup>Falls anlageneinheitenabhängige Kosten existieren, werden diese über die Prozesse abgebildet, die diese nutzen.

tueller Anlageneinheiten zu definieren, die zu denselben Restriktionen führt. Zusätzlich zu einer Reduktion der Gesamtzahl der Anlageneinheiten ist es hinsichtlich der Lösungsgeschwindigkeit der Heuristik außerdem vorteilhaft, die Anzahl der Prozess-Anlageneinheit-Zuordnungen gering zu halten. Tabelle 6.25b zeigt eine mögliche Substitution der ursprünglichen Anlageneinheiten aus Tabelle 6.25a, die über eine einfache Aggregation hinausgeht.

Die Anzahl der benötigten virtuellen Anlageneinheiten wird mit Hilfe eines MILP-Modells bestimmt. Ihre Anzahl ist durch die Anzahl der realen Anlageneinheiten  $|\mathcal{U}|$  nach oben beschränkt. Es werden folgende Binärvariablen benötigt:

$X_v$	$\forall 1 \leq v \leq  \mathcal{U} $	1, wenn $v$ zur Abbildung benötigt wird 0, sonst
$A_{vi}$	$\forall 1 \leq v \leq  \mathcal{U} , i \in \mathcal{I}$	1, wenn $v$ dem Prozess $i$ zugeordnet ist 0, sonst
$A_{vb}$	$\forall 1 \leq v \leq  \mathcal{U} , b \in \mathcal{B}$	1, wenn $v$ dem Betriebsstillstand $b$ zugeordnet ist 0, sonst
$A_{vii'}$	$\forall 1 \leq v \leq  \mathcal{U} , i \in \mathcal{I}, i' \in \mathcal{I}_i^{\mathcal{U}}$	1, wenn $v$ gleichzeitig den Prozessen $i$ und $i'$ zugeordnet ist 0, sonst
$A_{vib}$	$\forall 1 \leq v \leq  \mathcal{U} , i \in \mathcal{I}, b \in \mathcal{B}_i^{\mathcal{U}}$	1, wenn $v$ gleichzeitig den Prozessen $i$ und $b$ zugeordnet ist 0, sonst

Die zu minimierende Zielfunktion besteht aus mehreren Teilen. Der erste gibt die Anzahl der tatsächlich genutzten virtuellen Anlageneinheiten  $v$  an. Um Redundanzen und eine Degeneration der optimalen Lösung zu vermeiden, werden die Einheiten untereinander mit ihrem Index gewichtet. Der zweite Teil besteht aus der Anzahl der Prozess-Anlageneinheit-Zuordnungen. Er stellt allerdings ein nachrangigeres Ziel dar. Der Einfluss einer Änderung fällt hier durch die niedrigere Gewichtung immer geringer aus als eine Änderung im ersten Teil der Zielfunktion.

$$\text{Min!} \quad (|\mathcal{U}||\mathcal{I}| + 1) \sum_{v=1}^{|\mathcal{U}|} v X_v + \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{v=1}^{|\mathcal{U}|} A_{vi} \quad (6.96)$$

Falls Kampagnen der Prozesse  $i$  und  $i'$  nicht gleichzeitig stattfinden können, d. h. wenn  $i' \in \mathcal{I}_i^{\mathcal{U}}$ , müssen diese mindestens eine virtuelle Anlageneinheit  $v$  ge-

$u$	Prozess $i$											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	•	•	•	•	•	•	•					
2	•	•	•	•								
3	•	•	•				•	•	•			
4	•						•		•	•		
5		•										
6										•		
7		•	•	•	•	•	•				•	
8	•											•
9	•											•
10												•
11				•								•
12					•							
13						•						
14												•
15					•	•						
16				•								
17	•		•					•	•	•	•	

(a) Ursprüngliche Anlageneinheiten  $u$ 

$v$	Prozess $i$											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	•		•				•	•	•	•	•	
b	•	•	•	•	•	•	•				•	
c		•						•	•			
d	•			•								•

(b) Neue, virtuelle Anlageneinheiten  $v$ 

Tabelle 6.25: Reduktion der Anlageneinheiten – Beispiel

meinsam nutzen. Dies wird durch die Nebenbedingungen (6.97) erreicht. Falls die Kampagnen der Prozesse jedoch gleichzeitig stattfinden können, dürfen sie keine virtuelle Anlageneinheiten gemeinsam nutzen (siehe Nebenbedingungen (6.98)). Die Nebenbedingungen (6.99) verhindern, dass eine etwaige gegenseitige Blockierung zweier Prozesse nicht auf die virtuelle Anlageneinheit  $v$  zurückzuführen ist, falls ihr nicht beide Prozesse zugeordnet sind. Falls virtuelle Anlageneinheiten nicht genutzt werden, erzwingen die Nebenbedingungen (6.100), dass sie keinem einzigen Prozess  $i$  zugeordnet werden. Umgekehrt gilt auch, dass die virtuelle Anlageneinheit  $v$  nicht genutzt wird, wenn keine Zuordnung zu irgendeinem Prozess  $i$  existiert. Dies wird durch die allerdings redundanten Nebenbedingungen (6.101) beschrieben.

$$\sum_{v=1}^{|\mathcal{U}|} A_{vii'} \geq 1 \quad \forall i \in \mathcal{I}, i' \in \mathcal{I}_i^{\mathcal{U}} \quad (6.97)$$

$$A_{vi} + A_{vi'} \leq X_v \quad \forall 1 \leq v \leq |\mathcal{U}|, i \in \mathcal{I}, i' \in \mathcal{I} \setminus \mathcal{I}_i^{\mathcal{U}} \quad (6.98)$$

$$A_{vi} + A_{vi'} \geq 2A_{vii'} \quad \forall 1 \leq v \leq |\mathcal{U}|, i \in \mathcal{I}, i' \in \mathcal{I}_i^{\mathcal{U}} \quad (6.99)$$

$$X_v \geq A_{vi} \quad \forall 1 \leq v \leq |\mathcal{U}|, i \in \mathcal{I} \quad (6.100)$$

$$X_v \leq \sum_{i \in \mathcal{I}} A_{vi} \quad \forall 1 \leq v \leq |\mathcal{U}| \quad (6.101)$$

Für Prozess-Betriebstillstands-Paare ergeben sich die Nebenbedingungen (6.102), (6.103) und (6.104) welche analog zu den Nebenbedingungen für die Prozesspaare  $i$  und  $i'$  aufgebaut sind. Da eine Anlageneinheit, die nur von Betriebsstillständen und nicht von Prozessen belegt ist, nicht abgebildet werden muss, entfällt der Einfluss auf die Aktivität einer virtuellen Anlageneinheit durch die Betriebsstillstände, wie sie sich entsprechend der Prozess-Nebenbedingungen (6.100) und (6.101) ergeben würde. Falls für alle Prozesse dieselben anlagenunabhängigen Betriebsstillstände zu berücksichtigen sind, können die Betriebsstillstands-Nebenbedingungen aufgrund ihrer Redundanz entfallen.

$$\sum_{v=1}^{|\mathcal{U}|} A_{vib} \geq 1 \quad \forall i \in \mathcal{I}, b \in \mathcal{B}_i^{\mathcal{U}} \quad (6.102)$$

$$A_{vi} + A_{vb} \leq X_v \quad \forall 1 \leq v \leq |\mathcal{U}|, i \in \mathcal{I}, b \in \mathcal{B} \setminus \mathcal{B}_i^{\mathcal{U}} \quad (6.103)$$

$$A_{vi} + A_{vb} \geq 2A_{vib} \quad \forall 1 \leq v \leq |\mathcal{U}|, i \in \mathcal{I}, b \in \mathcal{B}_i^{\mathcal{U}} \quad (6.104)$$

Im Übrigen gelten die binären Einschränkungen:

$$X_v \in \{0, 1\} \quad \forall 1 \leq v \leq |\mathcal{U}| \quad (6.105)$$

$$A_{vi} \in \{0, 1\} \quad \forall 1 \leq v \leq |\mathcal{U}|, i \in \mathcal{I} \quad (6.106)$$

$$A_{vb} \in \{0, 1\} \quad \forall 1 \leq v \leq |\mathcal{U}|, b \in \mathcal{B} \quad (6.107)$$

$$A_{vii'} \in \{0, 1\} \quad \forall 1 \leq v \leq |\mathcal{U}|, i \in \mathcal{I}, i' \in \mathcal{I}_i^{\mathcal{U}} \quad (6.108)$$

$$A_{vib} \in \{0, 1\} \quad \forall 1 \leq v \leq |\mathcal{U}|, i \in \mathcal{I}, b \in \mathcal{B}_i^{\mathcal{U}} \quad (6.109)$$

Aus dem Ergebnis wird die Menge der virtuellen Anlageneinheiten  $v$ , für die gilt  $X_v = 1$ , als neue Menge  $\mathcal{U}$  übernommen. Die Prozess-Anlageneinheit-Zuordnung muss dann den Werten  $A_{vi}$  entsprechen.

### 6.4.2 Minimale Herstellkosten eines Produktes

Das im Folgenden vorgestellte LP-Modell kann zur Berechnung der minimalen Herstellkosten  $\check{c}_{s^*}^P$  eines Produktes  $s^*$  genutzt werden.

Variabel ist hierbei die Anzahl der produzierten Batches  $N_i$  für alle Prozessschritte  $i \in \mathcal{I}$ . Entgegen der üblichen Bedingungen ist hierbei jedoch keine Ganzzahligkeit gefordert, da bei unbegrenztem Planungshorizont und beliebig hoher Produktionsmenge eine optimale Kombination ganzzahliger Ansatzkombinationen existiert, bei der keine Überproduktion aufgrund von nicht abgestimmten Output- und Inputgrößen auftritt.

Die zu minimierende Zielfunktion (6.110) repräsentiert die zu bestimmenden minimalen Herstellkosten. Sie besteht aus dem Wert der verbrauchten Rohstoffe und den Produktionskosten.

$$\text{Min!} \quad \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}} \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} p_s^{\text{raw}} N_i + \sum_{i \in \mathcal{I}} (c_i^{\text{P}} + c_i^{\text{PPen}}) N_i \quad (6.110)$$

Die Nebenbedingung (6.111) erzwingt die Herstellung genau einer Mengeneinheit des Produktes  $s^*$ . Die Gleichungen (6.112) sichern die Einhaltung der Materialbilanz für alle weiteren Produkte. Die Variable  $Q_s^+$  zeigt durch positive Werte an, dass neben der einen Mengeneinheit des Produktes  $s^*$  (gemäß Nebenbedingung (6.111)) zusätzlicher Output eines anderen Produktes  $s$  produziert wird. Sie ist notwendig, falls durch Kuppelproduktion Produktionsmengen anfallen, die bei Herstellung einer Mengeneinheit des Produktes  $s^*$  nicht mehr verbraucht werden. Zwar ist der günstigste Produktionsweg für eine Mengeneinheit von Produkt  $s^*$  auch bekannt, wenn  $Q_s^+$  positive Werte annimmt, allerdings sind dann nicht alle entstandenen Kosten allein  $s^*$  zurechenbar.<sup>184</sup> Können die minimalen Herstellkosten der Produkte  $s$ , für die gilt

<sup>184</sup>Die Zuordnung ist nicht eindeutig unter der Annahme, dass die Produktionskosten  $c_i^{\text{P}} + c_i^{\text{PPen}}$  für ein Batch aller Outputprozesse des betroffenen Produktes positiv sind.

$Q_s^+ > 0$ , in entsprechenden eigenen LP-Modellen eindeutig bestimmt werden, ergeben sich die minimalen Herstellkosten  $\check{c}_{s^*}^P$  des Produktes  $s^*$  gemäß dem Zielfunktionswert abzüglich  $\sum_{s \in \mathcal{S} \setminus \mathcal{S}^{\text{raw}} | \bar{Q}_s^+ > 0} \bar{Q}_s^+ \check{c}_s^P$ . Können die minimalen Herstellkosten der anderen Produkte, für die gilt  $Q_s^+ > 0$ , jedoch ebenfalls nicht eindeutig bestimmt werden, muss eine Aufteilung der entstandenen Kosten durch den Anwender erfolgen. Dies ist bei Kuppelproduktion ohne zyklischen Rückfluss der Fall.

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_{s^*}^{\text{Out}}} q_{is^*}^{\text{Out}} N_i = 1 + \sum_{i \in \mathcal{I}_{s^*}^{\text{In}}} q_{is^*}^{\text{In}} N_i \quad (6.111)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} N_i = Q_s^+ + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} N_i \quad \forall s \in \mathcal{S} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \{s^*\}\} \quad (6.112)$$

$$N_i \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (6.113)$$

$$Q_s^+ \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \{s^*\}\} \quad (6.114)$$

### 6.4.3 Ober- und Untergrenzen der Kapazitätsnutzung einzelner Anlageneinheiten

Die Parameter zur Einordnung der Kapazitätsauslastung einer Anlageneinheit  $u$  werden in den Einplanungsheuristiken zur Auswahl zwischen mehreren Produktionsweisen genutzt.<sup>185</sup> Ihre Berechnung erfolgt vor dem Start der eigentlichen Heuristik mit Hilfe gemischt-ganzzahliger Optimierung. Für jeden Parameter in Tabelle 6.26 muss in Kombination mit jeder Anlageneinheit  $u$  jeweils ein MILP-Modell gelöst werden. In der Formulierung, die einen Ausschnitt des gesamten Planungsumfeldes darstellt, müssen neben den Prozessen  $i \in \mathcal{I}_u$ , die  $u$  nutzen, auch immer diejenigen Prozesse berücksichtigt werden, die durch Verbindungen im Materialfluss Einfluss auf die Belegung von  $u$  haben können. Diese Menge sei mit  $\mathcal{I}_u^{\text{Affected}}$  bezeichnet. Sie schließt die Menge der Prozesse  $\mathcal{I}_u$ , die  $u$  belegen, ein, so dass gilt  $\mathcal{I}_u \subseteq \mathcal{I}_u^{\text{Affected}}$ . Die Menge der Input- und Outputprodukte  $s$  der Prozesse  $i \in \mathcal{I}_u^{\text{Affected}}$  sei mit  $\mathcal{S}_u^{\text{Affected}}$  bezeichnet.

#### Minimale Nutzungsdauer einer Anlageneinheit

Die zu minimierende Zielfunktion (6.115) entspricht der Nutzungsdauer der Anlageneinheit  $u$ . Sie besteht aus der Summe der Betriebsstillstandslängen  $t_b^B$  sowie der Belegungsdauer jedes Prozesses  $i \in \mathcal{I}_u$  in Abhängigkeit seiner

<sup>185</sup>Siehe Abschnitt 6.2.3.2.

Parameter	Nutzungsdauer	Kampagnenanzahl	$SSS_{s \mathcal{K} } + Bl_{s \mathcal{K} }$
$\check{t}_u$	Min!	(min)	$\geq 0$
$\check{t}_u^{\text{NS}}$	Min!	(min)	$= 0$
$\check{t}_u^{ \widehat{\mathcal{C}} }$	Min!	max	$\geq 0$
$\check{t}_u^{\text{NS} \widehat{\mathcal{C}} }$	Min!	max	$= 0$
$\widehat{t}_u$	Max!	(max)	$(= 0)$
$\widehat{t}_u^{ \widehat{\mathcal{C}} }$	Max!	min	$(= 0)$

Tabelle 6.26: Parameter der Kapazitätsauslastung (geklammerte Einschränkungen ergeben sich implizit)

Kampagnenanzahl  $Y_i$  sowie der Anzahl der Batches, die über die minimale Anzahl  $\check{n}_i Y_i$  hinausgeht,  $N_i^*$ .

$$\text{Min!} \quad \sum_{b \in \mathcal{B}_u} t_b^{\mathcal{B}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_u} \left( t_i^{\mathcal{P}} \left( \check{n}_i Y_i + N_i^* \right) + \left( t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{Cl}} \right) Y_i \right) \quad (6.115)$$

Die Nebenbedingungen (6.116) sichern die Einhaltung der minimalen und maximalen Kampagnengrößen. Da die aus  $N_i^*$  und  $Y_i$  resultierende Produktionszeit minimiert wird, wird die Kampagnengröße immer voll ausgeschöpft.

$$N_i^* \leq (\widehat{n}_i - \check{n}_i) Y_i \quad \forall i \in \mathcal{I}_u^{\text{Affected}} \quad (6.116)$$

Die Materialfluss-Nebenbedingungen (6.117) der verschiedenen Produkte sichern, dass die zur Verfügung stehende Menge eines Produktes mindestens so groß ist wie die verbrauchte. Eine Obergrenze für die Produktionsmenge eines Produktes ist hier nicht notwendig, da diese automatisch zu erhöhtem Kapazitätsbedarf führen würde. Für Endprodukte ist nur die minimal zu bedienende Nachfrage zu berücksichtigen. Diese besteht aus der kumulierten Nachfragemenge abzüglich der maximalen Spätlieferung. Da Rohstoffe nicht produziert werden können, wird für sie die maximal mögliche Liefermenge als Zugang angenommen (siehe Nebenbedingungen (6.117c)).

$$h_s^{\text{Q0}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \left( \check{n}_i Y_i + N_i^* \right) \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \left( \check{n}_i Y_i + N_i^* \right) \quad \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \setminus \{ \mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{DOut} \circ} \} \quad (6.117a)$$

$$h_s^{Q0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) + \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} - \widehat{bl}_{s|\mathcal{K}} \quad \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}} \quad (6.117b)$$

$$h_s^0 + \sum_{k=1}^{k_s^{\text{Order}}} r_{sk} + \sum_{k=k_s^{\text{Order}}+1}^{|\mathcal{K}|} \widehat{r}_{sk} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) \quad \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \cap \mathcal{S}^{\text{raw}} \quad (6.117c)$$

Für nicht lagerfähige Produkte gelten die folgenden Einschränkungen zur Einhaltung des Materialflusses:

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} Y_i = \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} Y_i \quad (6.118)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) = \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) \quad (6.119)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) = \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) \quad (6.120)$$

$$\forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \cap \mathcal{S}^{\text{ZW}} \quad (6.118)-(6.120)$$

Mitunter spielen in der Belegung einer Anlageneinheit Nebenprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{DOut}\circ}$ , die Rückwärtszyklen begründen, eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Da ein zeitlicher Bezug der Produktionsmengen in den bisher formulierten Nebenbedingungen fehlt, kann die Outputmenge eines Produktes  $s \in \mathcal{S}^{\text{DOut}\circ}$  als Input in dem Zyklus verwendet werden, in dem sie hergestellt wird. Zwar führt dies zu einer korrekten unteren Abschätzung der minimalen Belegungszeit, jedoch kann sie durch die folgenden Nebenbedingungen schärfer gefasst werden. Hierzu wird der Umstand genutzt, dass der Output der letzten Kampagne, die ein rückwärtszyklusbegründendes Nebenprodukt  $s \in \mathcal{S}^{\text{DOut}\circ}$  produziert, nicht mehr sinnvoll weiterverwendet werden kann, ohne dass es selber wieder nebenbei als Produkt anfällt.<sup>186</sup> Dies würde jedoch bedeuten, dass die vermeintlich letzte Outputkampagne doch nicht die letzte ist.

<sup>186</sup>Eine Ausnahme hierzu würde existieren, wenn die wiederaufbereitenden Prozesse schnell genug und parallel zu der das Nebenprodukt produzierenden Kampagne stattfinden können, so dass der Output der ersten Batches schnell genug aufbereitet ist, um für die letzten Batches derselben Kampagne zur Verfügung zu stehen. Dies schließt die Pufferzeiten für die Qualitätsprüfungen mit ein. Ist eine derartige Konstellation der Daten gegeben, muss auf die Berücksichtigung der Nebenbedingungen für das betroffene Produkt verzichtet werden.

Für die Modellierung ist eine Abwandlung der Materialfluss-Nebenbedingungen (6.117a) zu (6.121) notwendig, indem von der eigentlichen Produktionsmenge die der letzten Kampagne abgezogen wird. Die Aktivitätsvariable  $X_i^{\text{lastdOut}\circ}$  nimmt dabei den Wert eins an, wenn der Prozess  $i$  die letzte Outputkampagne für ein Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{DOut}\circ}$  stellt. Die ganzzahlige Variable  $N_i^{\text{lastdOut}\circ}$  bezeichnet dabei die Anzahl der Batches, die über die minimale Kampagnenlänge hinausgehen.

$$h_s^0 + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \left( \check{n}_i Y_i + N_i^* - \left( \check{n}_i X_i^{\text{lastdOut}\circ} + N_i^{\text{lastdOut}\circ} \right) \right) \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \left( \check{n}_i Y_i + N_i^* \right) \quad \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \cap \mathcal{S}^{\text{DOut}\circ} \quad (6.121)$$

Um für die in (6.121) eingeführten Variablen  $X_i^{\text{lastdOut}\circ}$  und  $N_i^{\text{lastdOut}\circ}$  die richtigen Werte zu erzwingen, sind weitere Restriktionen notwendig.

Die Nebenbedingungen (6.122) sorgen dafür, dass es nur eine letzte Kampagne geben kann, wenn überhaupt eine Kampagne existiert. Die für normale Kampagnen gültige Größenrestriktion (siehe Nebenbedingungen (6.116)) muss durch die Nebenbedingungen (6.123) auch von der letzten Kampagne eingehalten werden. Da die letzte Kampagne Teil der übrigen regulär modellierten ist und nicht zusätzliche Mengen produziert, muss die Kampagnengrößenrestriktion auch nach Abzug der in der letzten Kampagne enthaltenen Batches für alle übrigen Kampagnen eingehalten werden. Dies wird durch die Nebenbedingungen (6.124) sichergestellt. Die Nebenbedingungen (6.125) erzwingen, dass die letzte Kampagne nicht mehr Batches enthält als die Summe aller Kampagnen. Die Nebenbedingungen (6.126) garantieren, dass es nur eine Kampagne für jedes Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{DOut}\circ}$  geben kann, die dieses als letztes zum Output hat. Außerdem muss mindestens eine letzte Kampagne existieren, die  $s$  als Output hat, wenn es mindestens eine Kampagne im Planungszeitraum gibt, die  $s$  produziert (siehe Nebenbedingungen (6.127)).  $M$  repräsentiert hierbei eine Zahl, die mindestens so groß gewählt werden muss, dass keine suboptimale Begrenzung von  $Y_i$  stattfindet.<sup>187</sup>

<sup>187</sup>Eine implizite Begrenzung von  $Y_i$  ergibt sich, wenn eine Kampagne existiert, für die  $X_i^{\text{lastdOut}\circ}$  den Wert eins annimmt, da dann gilt  $M \geq Y_i$ .

$$X_i^{\text{lastdOut}\circ} \leq Y_i \quad (6.122)$$

$$\tilde{N}_i^{\text{lastdOut}\circ} \leq (\hat{n}_i - \tilde{n}_i) X_i^{\text{lastdOut}\circ} \quad (6.123)$$

$$\tilde{N}_i^* - \tilde{N}_i^{\text{lastdOut}\circ} \leq (\hat{n}_i - \tilde{n}_i) \left( Y_i - X_i^{\text{lastdOut}\circ} \right) \quad (6.124)$$

$$\tilde{n}_i X_i^{\text{lastdOut}\circ} + \tilde{N}_i^{\text{lastdOut}\circ} \leq \tilde{n}_i Y_i + \tilde{N}_i^* \quad (6.125)$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_u^{\text{Affected}} \cap \mathcal{I}_{\mathcal{S}^{\text{DOut}\circ}}^{\text{Out}} \quad (6.122)-(6.125)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} X_i^{\text{lastdOut}\circ} \leq 1 \quad \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \cap \mathcal{S}^{\text{DOut}\circ} \quad (6.126)$$

$$\sum_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} X_{i'}^{\text{lastdOut}\circ} \geq \frac{Y_i}{M} \quad \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \cap \mathcal{S}^{\text{DOut}\circ}, i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}} \quad (6.127)$$

### Minimale Nutzungsdauer einer Anlageneinheit bei maximaler Kampagnenanzahl

Zur Bestimmung der minimalen Nutzungsdauer einer Anlageneinheit  $u$  bei maximaler Kampagnenanzahl  $\tilde{t}_u^{[\text{C}]}$  wird das Modell zur Minimierung der einfachen Nutzungsdauer erweitert. Durch die alte Zielfunktion (siehe Gleichung (6.115)) wird  $Y_i$ , die Anzahl der Kampagnen von Prozess  $i$ , implizit minimiert. Um aber eine entsprechende Anzahl von Rüst- und Reinigungsvorgängen zu berücksichtigen, die durch eine maximale Kampagnenanzahl entstehen würden, wird die ganzzahlige Variable  $\hat{Y}_i$  für alle  $i \in \mathcal{I}_u^{\text{Affected}}$  eingeführt. Sie gibt die maximal mögliche Anzahl von Kampagnen unter Berücksichtigung der Batchgrößen und minimalen Kampagnenlängen bei gegebener Produktionsmenge an.

Die zu minimierende Zielfunktion ändert sich nun zu (6.128).

$$\text{Min!} \quad \sum_{b \in \mathcal{B}} t_b^{\mathcal{B}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_u} \left( t_i^{\text{P}} \left( \tilde{n}_i Y_i + \tilde{N}_i^* \right) + \left( t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{Cl}} \right) \hat{Y}_i \right) \quad (6.115) \rightarrow (6.128)$$

Alle Nebenbedingungen des vorherigen Modells werden übernommen. Zusätzlich sichern die Nebenbedingungen (6.129), dass die maximale Anzahl der Kampagnen  $\hat{Y}_i$  größer ist als die hinsichtlich der Produktionsmenge nötige, die durch  $Y_i$  ausgedrückt wird. Außerdem muss die untere Grenze gemäß der Nebenbedingungen (6.130) eingehalten werden. Sie resultiert daraus, dass die maximale Kampagnenanzahl  $\hat{Y}_i$  durch die Verteilung der zu produzierenden Batches ( $\tilde{n}_i Y_i + \tilde{N}_i^*$ ) auf Kampagnen minimaler Länge entsteht. Ihre Herleitung

ist in den (Un)Gleichungen (6.131) gezeigt.

$$\widehat{Y}_i \geq Y_i \quad \forall i \in \mathcal{I}_u^{\text{Affected}} \quad (6.129)$$

$$\widehat{Y}_i \geq Y_i + \frac{N_i^* + 1}{\check{n}_i} - 1 \quad \forall i \in \mathcal{I}_u^{\text{Affected}} \quad (6.130)$$

$$\begin{aligned} \widehat{Y}_i &= \left\lfloor \frac{\check{n}_i Y_i + N_i^*}{\check{n}_i} \right\rfloor \\ &\leq \frac{\check{n}_i Y_i + N_i^*}{\check{n}_i} \\ &< \frac{\check{n}_i Y_i + N_i^* + 1}{\check{n}_i} \leq \widehat{Y}_i + 1 \end{aligned} \quad (6.131a)$$

$$\widehat{Y}_i - 1 < \frac{\check{n}_i Y_i + N_i^* + 1}{\check{n}_i} - 1 \leq \widehat{Y}_i \quad (6.131b)$$

### Minimale Nutzungsdauer einer Anlageneinheit ohne Unterschreitung des Sicherheitsbestandes und ohne Spätlieferungen

Ausgehend vom Modell zur Bestimmung der einfachen minimalen Nutzungsdauer müssen für Berechnung der minimale Nutzungsdauer einer Anlageneinheit ohne Unterschreitung des Sicherheitsbestandes und ohne Spätlieferungen  $\check{t}_u^{\text{NS}}$  nur die Materialfluss-Nebenbedingungen für End- und Sicherheitsbestandsprodukte angepasst werden, da nun keine Spätlieferungen und Unterschreitungen des Sicherheitsbestandes mehr erlaubt sind. Die Nebenbedingungen (6.117) ändern sich – soweit zutreffend – durch Addition von  $ss_{s|\mathcal{K}|}$  und  $\widehat{bl}_{s|\mathcal{K}|}$ <sup>188</sup> zu (6.132).

$$\begin{aligned} h_s^{\text{Q0}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \left( \check{n}_i Y_i + N_i^* \right) &\geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \left( \check{n}_i Y_i + N_i^* \right) \\ \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \setminus \{ \mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{SS}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{DOut}} \} &\quad (6.117a) \rightarrow (6.132a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_s^{\text{Q0}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \left( \check{n}_i Y_i + N_i^* \right) &\geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \left( \check{n}_i Y_i + N_i^* \right) + ss_{s|\mathcal{K}|} \\ \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \cap \mathcal{S}^{\text{SS}} \setminus \{ \mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{DOut}} \} &\quad (6.117a) \rightarrow (6.132b) \end{aligned}$$

<sup>188</sup>Damit entfällt der Term  $-\widehat{bl}_{s|\mathcal{K}|}$  aus den Gleichungen (6.117b) in (6.132c) und (6.132d).

$$h_s^{Q0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) + \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} \quad \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}} \setminus \mathcal{S}^{\text{SS}} \quad (6.117b) \rightarrow (6.132c)$$

$$h_s^{Q0} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) + \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} + ss_s |\mathcal{K}| \quad \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \cap \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \mathcal{S}^{\text{SS}} \quad (6.117b) \rightarrow (6.132d)$$

$$h_s^0 + \sum_{k=1}^{k_s^{\text{Order}}} r_{sk} + \sum_{k=k_s^{\text{Order}}+1}^{|\mathcal{K}|} \hat{r}_{sk} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) \quad \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \cap \mathcal{S}^{\text{raw}} \setminus \mathcal{S}^{\text{SS}} \quad (6.117c) \rightarrow (6.132e)$$

$$h_s^0 + \sum_{k=1}^{k_s^{\text{Order}}} r_{sk} + \sum_{k=k_s^{\text{Order}}+1}^{|\mathcal{K}|} \hat{r}_{sk} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) + ss_s |\mathcal{K}| \quad \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \cap \mathcal{S}^{\text{raw}} \cap \mathcal{S}^{\text{SS}} \quad (6.117c) \rightarrow (6.132f)$$

### Minimale Nutzungsdauer einer Anlageneinheit ohne Unterschreitung des Sicherheitsbestandes und ohne Fehlmenge bei maximaler Kampagnenanzahl

Die hier geltenden Restriktionen

- keine Unterschreitung von Sicherheitsbeständen und keine Spätlieferung sowie
- Verteilung der zu produzierenden Batches auf eine größtmögliche Anzahl von Kampagnen

entsprechen einer Kombination der beiden vorherigen Erweiterungen. Das MILP-Modell zur Bestimmung des Parameters  $\check{t}_u^{\text{NS}[\hat{C}]}$  setzt sich daher aus dem Grundmodell und den Änderungen der vorgenannten Erweiterungen zusammen. Zusätzliche Variablen und Nebenbedingungen sind nicht notwendig.

### Maximale Nutzungsdauer einer Anlageneinheit

Statt einer Untergrenze der Nutzungsdauer einer Anlageneinheit wird nun ihre größtmögliche Auslastung  $\hat{t}_u$  bestimmt. Der Term in der Zielfunktion (6.133)

entspricht dem aus der Zielfunktion (6.115) zur Minimierung der Nutzungsdauer. Allerdings ist er hier zu maximieren.

$$\text{Max!} \quad \sum_{b \in \mathcal{B}} t_b^{\mathcal{B}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_u} \left( t_i^{\mathcal{P}} \left( \check{n}_i Y_i + N_i^* \right) + (t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{Cl}}) Y_i \right) \quad (6.115) \rightarrow (6.133)$$

Ohne eine obere Grenze für die einzuplanende Produktionsmenge ist das Problem unbegrenzt. Eine vermeidbare Überproduktion ist jedoch nicht erwünscht und besitzt keinen positiven Einfluss auf die Güte eines Produktionsplanes. Sobald die Mindestproduktionsmenge zur Vermeidung von Strafkosten erreicht ist, ist es immer kostenintensiver zusätzliche Mengen zu produzieren statt darauf zu verzichten.<sup>189</sup> Damit ist der Anteil der Produktionsmenge zu berücksichtigen, der gerade für eine Überschreitung der Mindestproduktionsmenge (in Abhängigkeit von Nachfrage, Sicherheitsbestand, Verbrauch) sorgt. Im Einplanungsablauf kann eine Steigerung der Produktionsmengen entweder durch Hinzufügen eines einzelnen Batches oder aber einer neuen Kampagne (mit minimaler Länge) erfolgen.

Die Binärvariable  $X_i^{\text{last}}$  gibt an, ob Prozess  $i$  für eine Überschreitung der Mindestproduktionsmenge seines Hauptoutputproduktes verantwortlich ist, und die ganzzahlige Variable  $N_i^{\text{last}}$  in welcher Höhe. Die Nebenbedingungen (6.134) verhindern, dass Prozess  $i$  für die Überschreitung der Mindestproduktionsmenge verantwortlich ist, wenn keine Kampagnen für  $i$  hinzugefügt wurden. Falls Prozess  $i$  nicht verantwortlich ist, erzwingen die Nebenbedingungen (6.135), dass  $N_i^{\text{last}}$  den Wert null annimmt. Für den Fall das  $i$  doch die letzte produzierende Kampagne ist, darf  $N_i^{\text{last}}$  die minimale Kampagnenlänge nicht überschreiten. Gemäß der Nebenbedingungen (6.136) darf  $N_i^{\text{last}}$  außerdem nicht größer sein als die Anzahl der im gesamten Planungszeitraum hinzugefügten Batches.

$$X_i^{\text{last}} \leq Y_i \quad \forall i \in \mathcal{I}_u^{\text{Affected}} \quad (6.134)$$

$$N_i^{\text{last}} \leq \check{n}_i X_i^{\text{last}} \quad \forall i \in \mathcal{I}_u^{\text{Affected}} \quad (6.135)$$

$$N_i^{\text{last}} \leq \check{n}_i Y_i + N_i^* \quad \forall i \in \mathcal{I}_u^{\text{Affected}} \quad (6.136)$$

Die Nebenbedingungen (6.137) sichern, dass nur ein Prozess  $i$  dafür verantwortlich sein kann, dass die Mindestproduktionsmenge von  $s$  gerade erreicht wird. Dies gilt nicht für Nebenprodukte. Wenn Kampagnen des Prozesses  $i$  existieren, die  $s$  produzieren, muss es auch eine letzte produzierende Kampagne für  $s$  geben. Dies wird durch die Nebenbedingungen (6.138) erzwungen.

<sup>189</sup>Die Lagerbestände, die durch die Überproduktion entstehen, werden mit minimalen Herstellkosten bewertet. Zusätzlich müssen jedoch auch anfallende Kapitalkosten durch die zusätzliche Produktion berücksichtigt werden.

$M$  muss hierbei mindestens so groß gewählt werden, dass keine unzulässig einschränkende Obergrenze für die Anzahl der Kampagnen  $Y_i$  entsteht.<sup>190</sup>

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} X_i^{\text{last}} \leq 1 \quad \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{DOut}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}\} \quad (6.137)$$

$$\sum_{i' \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} X_{i'}^{\text{last}} \geq \frac{Y_i}{M} \\ \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{DOut}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}}\}, \quad i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}} \quad (6.138)$$

Die Materialfluss-Nebenbedingungen (6.132) aus dem Modell zur Minimierung der Nutzungsdauer bei Verbot der Sicherheitsbestandsunterschreitung und Spätlieferung können hier übernommen werden. Zusätzlich werden die Ungleichungen (6.139) eingeführt, die angeben, dass vor dem letzten Hinzufügen von  $N_i^{\text{last}}$  Batches die Mindestproduktionsmenge gerade noch nicht erreicht wurde.<sup>191</sup> In den Fällen, in denen keine Batches zur Produktion von  $s$  hinzugefügt wurden, beispielsweise weil der Anfangslagerbestand ausreicht, um alle Bedarfe zu decken, müssen die Nebenbedingungen (6.139) relaxiert werden. Außerdem gelten sie nicht für Nebenprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{DOut}}$ .

$$h_s^0 + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} (\check{n}_i Y_i + \check{N}_i - N_i^{\text{last}}) + \epsilon \leq \\ \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} (\check{n}_i Y_i + \check{N}_i) + \left( 1 - \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} X_i^{\text{last}} \right) (h_s^0 + \epsilon) \\ + \begin{cases} \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} & \text{wenn } s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \setminus \mathcal{S}^{\text{SS}} \\ \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} + ss|\mathcal{K}| & \text{wenn } s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \mathcal{S}^{\text{SS}} \\ ss|\mathcal{K}| & \text{wenn } s \in \mathcal{S}^{\text{SS}} \setminus \mathcal{S}^{\text{fin}} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \\ \forall s \in \mathcal{S}_u^{\text{Affected}} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{ZW}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}} \cup \mathcal{S}^{\text{DOut}}\} \quad (6.139)$$

Die Nebenbedingungen für nicht lagerfähige Produkte (6.118)-(6.120) bleiben bestehen. Außerdem entsprechen die Kampagnengrößenrestriktionen weiterhin den Nebenbedingungen (6.116). Auch die Nebenbedingungen (6.121)-(6.127) zur näherungsweisen Abbildung von Rückwärtszyklen werden unverändert übernommen.

<sup>190</sup>Im Fall, dass sich der Summenterm in (6.138) zu eins evaluiert, ergibt sich:  $M \geq Y_i$ .

<sup>191</sup>Um die  $<$ -Relation in eine  $\leq$ -Relation zu transformieren, wird auf der linken Seite eine kleine Zahl  $\epsilon$ , beispielsweise  $\frac{\min_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}}}{1000}$ , addiert.

### Maximale Nutzungsdauer einer Anlageneinheit bei minimaler Kampagnenanzahl

Für die Bestimmung der maximalen Nutzungsdauer einer Anlageneinheit  $u$  unter der Voraussetzung, dass eine minimale Anzahl von Kampagnen verwendet wird,  $\widehat{t}_u^{C1}$  muss das vorherige Modell erweitert werden. Zusätzlich zu den bekannten Variablen werden daher die ganzzahligen Variablen  $\check{Y}_i$  für alle  $i \in \mathcal{I}_u^{\text{Affected}}$  eingeführt. Sie geben die minimal mögliche Anzahl von Kampagnen zur Produktion einer vorgegebenen Produktionsmenge an. Die zu minimierende Zielfunktion (6.133) aus dem vorherigen Modell ändert sich dann zu:

$$\text{Max!} \quad \sum_{b \in \mathcal{B}} t_b^B + \sum_{i \in \mathcal{I}_u} \left( t_i^P \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) + \left( t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{C1}} \right) \check{Y}_i \right) \quad (6.140)$$

Für die neu eingeführte ganzzahlige Variable  $\check{Y}_i$  gelten die Nebenbedingungen (6.141) und (6.142). Die Herleitung der Nebenbedingungen (6.142) ergibt sich aus den (Un)Gleichungen (6.143).

$$\check{Y}_i \leq Y_i \quad \forall i \in \mathcal{I}_u^{\text{Affected}} \quad (6.141)$$

$$\check{Y}_i \leq \frac{\check{n}_i Y_i + \check{N}_i - 1}{\widehat{n}_i} + 1 \quad \forall i \in \mathcal{I}_u^{\text{Affected}} \quad (6.142)$$

$$\begin{aligned} \check{Y}_i &= \left\lceil \frac{\check{n}_i Y_i + \check{N}_i}{\widehat{n}_i} \right\rceil \\ &\geq \frac{\check{n}_i Y_i + \check{N}_i}{\widehat{n}_i} \\ &> \frac{\check{n}_i Y_i + \check{N}_i - 1}{\widehat{n}_i} \quad \geq \check{Y}_i - 1 \end{aligned} \quad (6.143a)$$

$$\check{Y}_i + 1 > \frac{\check{n}_i Y_i + \check{N}_i - 1}{\widehat{n}_i} + 1 \geq \check{Y}_i \quad (6.143b)$$

#### 6.4.4 Untere Schranke für die Kosten des optimalen Produktionsplanes

Die untere Schranke für die Kosten des optimalen Produktionsplanes werden als Parameter in der Heuristik eingesetzt.<sup>192</sup> Außerdem können sie dafür genutzt werden, die Qualität der von der Heuristik gefundenen Lösungen

<sup>192</sup>Siehe u. a. Abbildung 6.8 in Abschnitt 6.2.2.3 auf S. 128.

einzuschätzen, wenn die optimale Lösung für das Problem unbekannt ist. Das im Folgenden beschriebene zeitdiskrete MILP-Modell dient zur Feststellung einer möglichst guten unteren Abschätzung der Kosten eines optimalen Produktionsplanes. Als Relaxation der ursprünglichen Problemstellung wird hier eine reine Kapazitätsplanung ohne Reihenfolgeplanung und ohne genaue zeitliche Terminierung von Kampagnen durchgeführt. Damit ist nicht garantiert, dass für eine zulässige Lösung dieser Formulierung tatsächlich ein zulässiger Produktionsplan existiert.

Die zu minimierende Zielfunktion (6.144) besteht aus der Summe der verschiedenen Kostenarten. Sie wird minimiert.

$$\text{Min!} \quad C^P + C^{\text{SUCl}} + C_{\mathcal{S}^{\text{raw}}}^{\text{In}} + C^{\Delta\text{Inv}} + C^{\text{Bl}} + C^{\text{SS}} + C^{\text{FC}} \quad (6.144)$$

Die Gleichungen (6.145)-(6.151) zeigen die Berechnung der einzelnen Kostenelemente. Die ganzzahlige Variable  $\tilde{N}_i^*$  steht hierbei für die Anzahl der Batches, die von Prozess  $i$  im gesamten Planungszeitraum zusätzlich zu den minimalen Kampagnengrößen produziert werden, und  $Y_i$  für die Anzahl der Kampagnen, die hierfür nötig sind. Die kontinuierliche Variable  $N_{ik}$  gibt die Anzahl der Batches des Prozesses  $i$  an, die der Periode  $k$  zugeordnet sind.

$$C^P = \sum_{i \in \mathcal{I}} (c_i^P + c_i^{\text{PPen}}) (\tilde{n}_i Y_i + \tilde{N}_i^*) \quad (6.145)$$

$$C^{\text{SUCl}} = \sum_{i \in \mathcal{I}} (c_i^{\text{SU}} + c_i^{\text{Cl}} + c_i^{\text{SUPen}} + c_i^{\text{ClPen}}) Y_i \quad (6.146)$$

$$C_{\mathcal{S}^{\text{raw}}}^{\text{In}} = \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}} p_s^{\text{raw}} \sum_{i \in \mathcal{I}^{\text{In}}} q_s^{\text{In}} (\tilde{n}_i Y_i + \tilde{N}_i^*) \quad (6.147)$$

$$C^{\Delta\text{Inv}} = \sum_{s \notin \mathcal{S}^{\text{raw}}} (h_s^0 - H_s^{\text{PH}}) \check{c}_s^P \quad (6.148)$$

$$C^{\text{Bl}} = \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}} (c_s^{\text{Bl}} + c_s^{\text{BlPen}}) \sum_{k \in \mathcal{K}} Bl_{sk} \quad (6.149)$$

$$C^{\text{SS}} = k^{\text{SSChk}} \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{Sf}}} \sum_{f \in \mathcal{F}} (c_{sf}^{\text{SS}} + c_{sf}^{\text{SSPen}}) \sum_{k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}} SSS_{sfk} \quad (6.150)$$

$$\begin{aligned}
C^{\text{FC}} &= \frac{i^{\text{a}}}{k^{\text{a}}} \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}} p_s^{\text{raw}} \sum_{k \in \mathcal{K}} (|\mathcal{K}| - k) R_{sk} \\
&+ \frac{i^{\text{a}}}{k^{\text{a}}} \sum_{i \in \mathcal{I}} c_i^{\text{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} (|\mathcal{K}| - k) N_{ik} \\
&+ \frac{i^{\text{a}}}{k^{\text{a}}} \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}} c_s^{\text{Bl}} \sum_{k \in \mathcal{K}} (|\mathcal{K}| - k) Bl_{sk} \\
&+ \frac{i^{\text{a}}}{k^{\text{a}}} \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{SSF}} \in \mathcal{F}} c_{sf}^{\text{SS}} \sum_{k \in \mathcal{K}^{\text{SS}}} (|\mathcal{K}| - k) SSS_{sfk} \tag{6.151}
\end{aligned}$$

Die Nebenbedingungen (6.152) sichern, dass sich die Gesamtanzahl der im Planungszeitraum produzierten Batches eines Prozesses unter Einhaltung der Kampagnengrößen-Restriktionen auf  $Y_i$  Kampagnen verteilen lässt.

$$\dot{N}_i \leq (\hat{n}_i - \check{n}_i) Y_i \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{6.152}$$

Die Gesamtzahl der produzierten Batches wird auf einzelne Perioden verteilt. Die Kontinuität der Variable  $N_{ik}$  ist keine Relaxation einer notwendigen Ganzzahligkeitsbedingung. Vielmehr muss es einem Batch möglich sein, mit Periodengrenzen überlappen zu können. Es wird jedoch nicht durch anderweitige Nebenbedingungen gesichert, dass sich die Batches aufeinanderfolgender Perioden zu einer ganzzahligen Anzahl ergänzen. Die Summe der Periodenproduktionen muss gemäß der Gleichungen (6.153) der Gesamtproduktion entsprechen.

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} N_{ik} = \check{n}_i Y_i + \dot{N}_i \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{6.153}$$

Die Produktionszeit aller Prozesse auf einer Anlageneinheit  $u$  darf die verfügbare Zeit, d. h. die Länge des Planungszeitraumes abzüglich der Betriebsstillstandslängen, nicht überschreiten:

$$\sum_{b \in \mathcal{B}_u} t_b^{\text{B}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_u} \left( t_i^{\text{P}} (\check{n}_i Y_i + \dot{N}_i) + (t_i^{\text{SU}} + t_i^{\text{Cl}}) Y_i \right) \leq t^{\text{PH}} \quad \forall u \in \mathcal{U} \tag{6.154}$$

Die Nebenbedingungen (6.155) sichern, dass auch für jede einzelne Periode die zu Verfügung stehende Kapazität nicht überschritten wird.

$$\begin{aligned}
\sum_{b \in \mathcal{B}_u | t_b^{\text{P}} < kt^k < t_b^{\text{P}} + t^k} (\min \{ kt^k; t_b^{\text{P}} \} - \max \{ (k-1)t^k; t_b^{\text{P}} \}) + \sum_{i \in \mathcal{I}_u} t_i^{\text{P}} N_{ik} \leq t^k \\
\forall u \in \mathcal{U}, k \in \mathcal{K} \tag{6.155}
\end{aligned}$$

Für die meisten Produkte stellen die Gleichungen (6.156) die Einhaltung der Mengenbilanz sicher. Unter Beachtung der Qualitätskontrollzeiten steht die Outputmenge der in Periode  $k$  produzierten Batches frühestens  $\lfloor t_s^{\text{QC}}/t^k \rfloor$  Perioden später zur Weiterverwendung zur Verfügung. Um sicherzustellen, dass das Ende der Qualitätskontrollzeit innerhalb des Planungszeitraumes liegt, müssen zusätzlich für die letzte Periode die Gleichungen (6.157) berücksichtigt werden. Sie definieren den Lagerendbestand  $H_{s|\mathcal{K}|}$  in Abhängigkeit der Gesamtanzahl der Batches eines Prozesses.

$$h_s^{\text{Q0}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} N_{i1 - \lfloor \frac{t_s^{\text{QC}}}{t^k} \rfloor} = H_{s1}^{\text{Q}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} N_{i1} \quad \forall s \in \mathcal{S} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}}\} \quad (6.156a)$$

$$H_{sk-1}^{\text{Q}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} N_{ik - \lfloor \frac{t_s^{\text{QC}}}{t^k} \rfloor} = H_{sk}^{\text{Q}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} N_{ik} \quad \forall s \in \mathcal{S} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}}\}, k \in \mathcal{K} \mid k > 1 \quad (6.156b)$$

$$H_{s|\mathcal{K}|}^{\text{Q}} = h_s^{\text{Q0}} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} (\check{n}_i Y_i + N_i^*) - \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} (\check{n}_i Y_i + N_i^*) \quad \forall s \in \mathcal{S} \setminus \{\mathcal{S}^{\text{fin}} \cup \mathcal{S}^{\text{ZW}} \cup \mathcal{S}^{\text{raw}}\} \quad (6.157)$$

Für Rohstoffe ergibt sich die Mengenbilanz abweichend von den Nebenbedingungen (6.156) gemäß den Gleichungen (6.158). Statt der Materialmenge, die durch Prozesse produziert wird, muss hier die angelieferte Menge berücksichtigt werden.

$$h_s^0 + R_{s1} = H_{s1} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} N_{i1} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{raw}} \quad (6.158a)$$

$$H_{sk-1} + R_{sk} = H_{sk} + \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} N_{ik} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}, k \in \mathcal{K} \quad (6.158b)$$

Für Rohstoffe gelten außerdem die üblichen Einschränkungen der Bestellmengen:

$$R_{sk} \in \{0, \check{r}_{sk} \dots \hat{r}_{sk}\} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}, k_s^{\text{Order}} < k \leq |\mathcal{K}| \quad (6.159a)$$

$$R_{sk} = r_{sk} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}, 1 \leq k \leq k_s^{\text{Order}} \quad (6.159b)$$

Die Mengenbilanz für nicht lagerfähige Produkte  $s \in \mathcal{S}^{\text{ZW}}$  wird durch die Nebenbedingungen (6.160) und (6.161) gesichert. Erstere beziehen sich auf den gesamten Planungszeitraum, in dem die Anzahl der Kampagnen, die Anzahl

der Batches und die Mengen produzierender und verbrauchender Prozesse exakt übereinstimmen müssen. Die Nebenbedingungen (6.161) sichern die Abstimmung der Batchanzahl und der produzierten sowie verbrauchten Menge an jedem Periodenende. Zu diesen muss die bis dahin produzierte Menge mindestens so groß sein, wie die bis dahin verbrauchte. Da Produktion und Verbrauch jedoch zwangsgekoppelt sind, darf der Verbrauch nicht mehr als ein Batch Vorsprung für jeden möglichen Prozess besitzen.

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} Y_i = \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} Y_i \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{ZW}} \quad (6.160\text{a})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) = \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{ZW}} \quad (6.160\text{b})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) = \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \left( \check{n}_i Y_i + \check{N}_i \right) \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{ZW}} \quad (6.160\text{c})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{k'=1}^k N_{ik'} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{k'=1}^k N_{ik'} \quad (6.161\text{a})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{k'=1}^k N_{ik'} \leq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{k'=1}^k (1 + N_{ik'}) \quad (6.161\text{b})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} \sum_{k'=1}^k N_{ik'} \geq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} \sum_{k'=1}^k N_{ik'} \quad (6.161\text{c})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} \sum_{k'=1}^k N_{ik'} \leq \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} \sum_{k'=1}^k (1 + N_{ik'}) \quad (6.161\text{d})$$

$$\forall s \in \mathcal{S}^{\text{ZW}}, 1 \leq k < |\mathcal{K}| \quad (6.161)$$

Die Mengenbilanzen der Endprodukte sind durch die Gleichungen (6.162) unter Berücksichtigung der Spätlieferungsmengen  $Bl_{sk}$  gegeben. Der Lagerbestand  $H_{s|\mathcal{K}|}$  wird zusätzlich durch die Nebenbedingungen (6.163) definiert.

## 6 Heuristisches Lösungsverfahren

$$\begin{aligned}
 h_s^{Q0} &+ \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} N_{ik} - \left\lfloor \frac{t_s^{\text{QC}}}{i^k} \right\rfloor = \\
 H_{s1}^Q - Bl_{s1} &+ \sum_{i \in \mathcal{I}^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} N_{i1} + d_{s1} \\
 &\forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \quad (6.162a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_{sk-1}^Q - Bl_{sk-1} &+ \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} N_{ik} - \left\lfloor \frac{t_s^{\text{QC}}}{i^k} \right\rfloor = \\
 H_{sk}^Q - Bl_{sk} &+ \sum_{i \in \mathcal{I}^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} N_{ik} + d_{sk} \\
 &\forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, k \in \mathcal{K} \quad (6.162b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_{s|\mathcal{K}|} &= \\
 h_s^0 &+ \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} (\check{n}_i Y_i + N_i^*) + Bl_{s|\mathcal{K}|} - \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{In}} (\check{n}_i Y_i + N_i^*) - \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} \\
 &\forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \quad (6.163)
 \end{aligned}$$

Die Nebenbedingungen (6.164) begrenzen die Spätlieferungsmengen  $Bl_{sk}$  gemäß ihrer vorgegebenen Obergrenze  $\hat{bl}_{sk}$ . Außerdem darf  $Bl_{sk}$  keine negativen Werte annehmen. Für Endprodukte, die gleichzeitig Inputprodukt sind, müssen zusätzlich die Nebenbedingungen (6.166) angewendet werden. Sie erzwingen, dass die Spätlieferungsmenge sich von einer Periode zur nächsten nur um die zusätzliche Nachfrage und nicht um etwaige Inputmengen erhöhen kann.

$$Bl_{sk} \leq \hat{bl}_{sk} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, k \in \mathcal{K} \quad (6.164)$$

$$Bl_{sk} \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}, k \in \mathcal{K} \quad (6.165)$$

$$Bl_{sk} \leq d_{sk} + Bl_{sk-1} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \mathcal{S}^{\text{In}}, k \in \mathcal{K} \mid k > 0 \quad (6.166)$$

Die Unterschreitung des Sicherheitsbestandes ergibt sich aus den Nebenbedingungen (6.167). Jedes Fragment  $f$  des Sicherheitsbestandes muss dabei seine Obergrenze gemäß der Ungleichungen (6.168) einhalten. Zusätzlich dürfen sie nur nicht negative Werte annehmen.

$$\sum_{f \in \mathcal{F}} SSS_{sfk} \geq ss_{sk} - H_{sk} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \quad (6.167)$$

$$SSS_{sfk} \leq (f_f^{\text{SS}} - f_{f-1}^{\text{SS}}) ss_{sk} \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}, f \in \mathcal{F}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \quad (6.168)$$

$$SSS_{sfk} \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}^{\text{SS}}, f \in \mathcal{F}, k \in \mathcal{K}^{\text{SS}} \quad (6.169)$$

# 7 Anwendung des heuristischen Lösungsverfahrens auf ausgewählte Testinstanzen

## 7.1 Einleitung

In diesem Kapitel wird die zuvor vorgestellte Heuristik hinsichtlich ihrer Einsatzfähigkeit einer praktischen Erprobung unterzogen. Hierzu werden zunächst Testinstanzen gelöst, die in Umfang, Struktur und sonstigen Randbedingungen realistischen Planungsszenarien entsprechen, wie sie in der Mittel- bis Langfristplanung eines Unternehmens auftreten, welches Pharmawirkstoffe herstellt. Die Testinstanzen enthalten damit auch die meisten strukturellen Merkmale des von *Westenberger* und *Kallrath* (1994)<sup>193</sup> vorgestellten Problembeispiels, welches die gängigsten Problemstellungen der chemischen Industrie in sich vereint.<sup>194</sup> Die Größe der Testinstanzen, durch welche eine Lösung mit exakten Verfahren nicht möglich ist und daher zum Einsatz heuristischer Elemente führt, bedingt, dass ihre optimale Lösung unbekannt ist. Allerdings kann durch das in Abschnitt 6.4.4 vorgestellte MILP-Modell eine untere Abschätzung der Kosten getroffen werden, welche zur Bestimmung der Lösungsqualität der Heuristik herangezogen wird.

Im zweiten Teil dieses Kapitels wird die in dieser Arbeit vorgestellte Heuristik verwendet, um eine von *Stadtler* (2008b) eingeführte Reihe von Testinstanzen zu lösen. Diese stammen ebenfalls aus der chemisch-pharmazeutischen Industrie, berücksichtigen aber nicht alle Randbedingungen, die durch die in dieser Arbeit vorgestellte Heuristik abgedeckt werden können. Neben der strukturelleren Vereinfachung sind sie außerdem in ihrem Umfang gegenüber

---

<sup>193</sup>Eine ausführliche Beschreibung der Testinstanz findet sich in *Kallrath* (2002b), S. 239-247 und *Kallrath* (2003), S. 31-39.

<sup>194</sup>Das Westenberger-Kallrath-Problem ist jedoch auf einen wesentlich kürzeren Planungshorizont ausgerichtet. Es weist folgende zusätzliche Eigenschaften auf: variable Batchgrößen, Wegfall von Reinigungszeiten in Abhängigkeit des Vorgängerprozesses, flexible Kuppelproduktion. Nicht betrachtet werden jedoch Sicherheitsbestände, Spätlieferungen und Qualitätskontrollzeiten. Die Zielsetzungen des Westenberger-Kallrath Problems, wie beispielsweise Minimierung der Produktionsdauer oder Profitmaximierung, entsprechen nicht der hier verfolgten.

den anderen Testinstanzen eingeschränkt. Jedoch sind für sie die optimalen Lösungen unter Einschränkung der Randbedingungen, die sich aus der PLSP-Formulierung von *Stadtler* (2008b) ergeben, bekannt, so dass eine genauere Aussage über die Lösungsqualität der Heuristik getroffen werden kann.

Die Testinstanzen wurden auf einem 1,6 GHz Rechner mit 1536 MB RAM unter Windows XP Service Pack 3 ausgeführt.<sup>195</sup> Für die Implementierung der Heuristik wurde die Programmiersprache Java verwendet. Die Lösung der gemischt-ganzzahligen Modelle erfolgte unter Verwendung der Standardsoftware Xpress-MP 2005B von Dash Optimization. Für Steigerungen der Lösungsgeschwindigkeiten durch Hard- und Softwareverbesserungen ist somit weiteres Potential vorhanden.

Die angegebenen Rechenzeiten, die zur Lösung einzelner Testinstanzen benötigt wurden, sind als Aussage zur Größenordnung zu verstehen. Durch die Einstellungen der verschiedenen Parameter der Heuristik kann die benötigte Rechenzeit und die resultierende Güte beeinflusst werden. Neben direkten Änderungen durch offensichtlichen Einstellungen in den Steuerheuristiken, wie beispielsweise der Anzahl der zu durchlaufenden Ausführungsschleifen, können auch indirekte Beeinflussungen, wie durch den maximalen Abstand zwischen zwei Kampagnen als Fusionsvoraussetzung in den Heilungsmethoden, stattfinden.

## 7.2 Testinstanzen TI-1, TI-2a und TI-2b

Testinstanz TI-1 ist im Vergleich der Produkt- und Prozessanzahl die kleinste der drei in diesem Abschnitt betrachteten. Jedoch verfügt sie über die größte Anzahl von Perioden, die einen hohen Detaillierungsgrad für die Abbildung der Nachfrage erlaubt. Die genauen Daten der Testinstanz sind in Anhang A aufgeführt. In Testinstanz TI-2a werden mehr Produkte und Prozesse berücksichtigt als in TI-1. Jedoch werden nur noch 72 statt 312 Perioden für die Darstellung der Nachfrage genutzt. Die kompletten Daten der Testinstanz sind Anhang B zu entnehmen. Die Testinstanz TI-2b ist eine Erweiterung der Testinstanz TI-2a, die zu einer Verknappung der verfügbaren Kapazität auf den ersten sechs Anlageneinheiten führt. Hierzu werden 18 zusätzliche Endprodukte eingeführt, die jeweils nur einen Nachfragezeitpunkt im Planungszeitraum besitzen. Jedes dieser Endprodukte kann durch zwei Prozesse gefertigt werden, die sich nur durch die genutzten Anlageneinheiten unterscheiden. Beide Prozesse nutzen jeweils denselben Rohstoff als Input. Dieser steht erst ab einem bestimmten

---

<sup>195</sup>Der zur Verfügung stehende Arbeitsspeicher hatte bei der Lösung der Testinstanzen keine begrenzende Wirkung.

Zeitpunkt zur Verfügung.<sup>196</sup> Damit muss die Produktion zur Bedienung der jeweiligen Nachfrage in einem bestimmten Zeitfenster erfolgen. Die gegenüber TI-2a erweiterten Daten finden sich im Anhang C. Tabelle 7.1 zeigt den Umfang der drei Testinstanzen anhand verschiedener Kenngrößen.

Merkmal		TI-1	TI-2a	TI-2b
Anzahl Prozesse	$ \mathcal{I} $	59	79	115
Anzahl Produkte	$ \mathcal{S} $	59	86	122
	$ \mathcal{S}^{\text{raw}} $	15	27	45
	$ \mathcal{S}^{\text{ZW}} $	5	5	5
	$ \mathcal{S}^{\text{D}^{\text{out}}} $	1	1	1
	$ \mathcal{S}^{\text{fin}} $	14	22	40
	$ \mathcal{S}^{\text{SS}} $	19	29	29
Anzahl Anlageneinheiten	$ \mathcal{U} $	11	12	12
Anzahl Perioden	$ \mathcal{K} $	312	72	72
	$ \mathcal{K}^{\text{SS}} $	72	72	72
Anzahl materialflussunabhängiger Produktlinien		10	16	34
maximale Fertigungstiefe		6	9	9

Tabelle 7.1: Umfang der Testinstanzen TI-1, TI-2a und TI-2b

In Tabelle 7.2 sind die Ergebnisse für die drei Testinstanzen dargestellt. Die gewählten Parametereinstellungen der Testinstanz waren hierbei für alle Testinstanz-Durchlauf-Kombinationen identisch. Die Durchläufe unterscheiden sich untereinander nur durch die Evaluierung zufallsbedingter Entscheidungsvariablen. Als Vergleichsgröße dient die untere Schranke der Produktionsplankosten, die durch das MILP-Modell aus Abschnitt 6.4.4 unter Vernachlässigung einer expliziten Kampagnen- und Reihenfolgeplanung ermittelt wurden. Es kann jedoch nicht garantiert werden, dass zu diesen Kosten ein zulässiger Produktionsplan existiert. Vielmehr ist dies durch die Relaxationen des zur Errechnung verwendeten MILP-Modells sehr unwahrscheinlich. Alle drei Testinstanzen liegen im Mittel weniger als 10% über der unteren Schranke und führen somit nicht nur zu zulässigen Produktionsplänen sondern auch zu sehr guten. Die Heuristikdurchläufe der ersten beiden Testinstanzen sind hierbei sehr robust hinsichtlich einer unterschiedlichen Evaluierung der zufallsbedingten Entschei-

<sup>196</sup>Alle Lieferungen dieser Rohstoffe sind für den kompletten Planungszeitraum in ausreichender Höhe fixiert.

Testinstanz	untere Schranke  [GE]	Heuristikdurchläufe				
		Bester		Mittel		
		Wert [GE]	Lücke [%]	Wert [GE]	Lücke [%]	Zeit [min]
TI-1	142.137.077	155.589.191	9,46	155.647.048	9,50	217
TI-2a	707.827.123	758.840.036	7,21	759.495.923	7,30	162
TI-2b	708.117.743	765.172.952	8,06	768.924.303	8,59	224

Erläuterungen:

untere Schranke – errechnet gemäß MILP aus Abschnitt 6.4.4

Heuristikdurchläufe – fünf Durchläufe mit gleichen Parametern für alle Testinstanzen

Wert – erreichter Zielfunktionswert

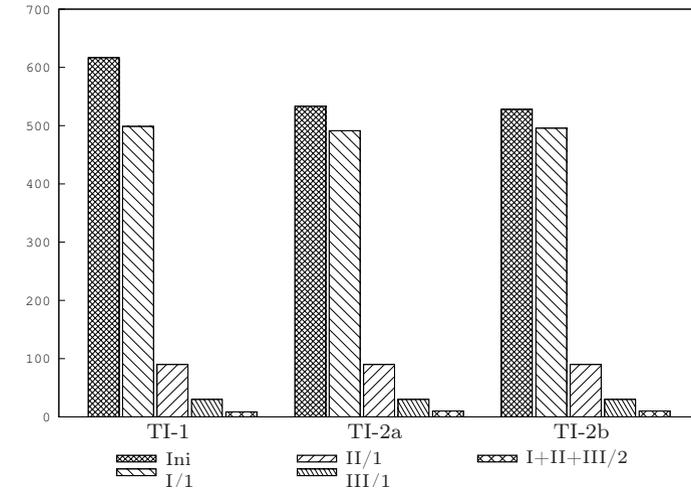
Lücke – (Wert der betrachtete Lösung - untere Schranke) / untere Schranke

Zeit – Rechenzeit inklusive Preprocessing in Minuten

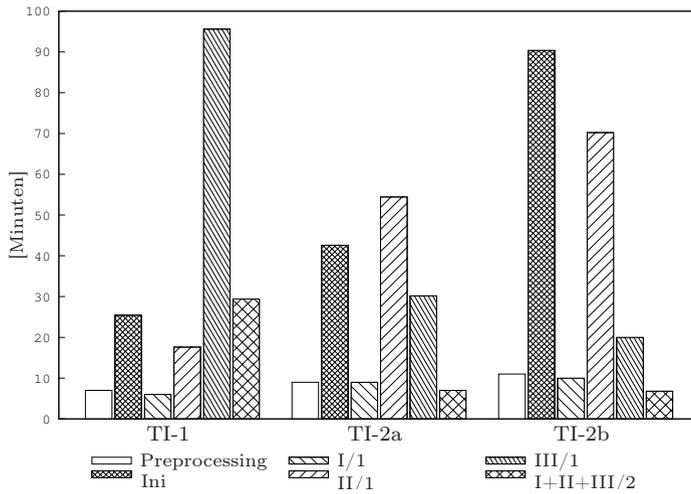
Tabelle 7.2: Ergebnisse für TI-1, TI-2a und TI-2b

dungselemente in verschiedenen Durchläufen. TI-2b weist eine im Vergleich zu den anderen beiden Testinstanzen leicht erhöhte Schwankungsbreite innerhalb seiner Durchläufe auf.

Abbildung 7.1 zeigt die verschiedenen Heuristikstufen der drei Testinstanzen im Vergleich der Anzahl bearbeiteter Lösungen (a) und der dafür aufgewendeten Rechenzeiten (b). Während durch die Verwendung gleicher Heuristikparameter für die verschiedenen Testinstanzen die Anzahl der bearbeiteten Lösungen weitgehend gleich ausfällt, variiert die hierfür aufgebrauchte Rechenzeit teilweise erheblich. TI-1 weist aufgrund der geringeren Anzahl an Produkten und Prozessen sowie des geringeren Kapazitätsbedarfes Rechenzeitvorteile in den Stufen auf, die heuristische Elemente verwenden. Einzig die Stufe, auf der das Modul zur Kampagnenverschiebung mit mathematischer Optimierung eingesetzt wird, ist im Vergleich mit den anderen Testinstanzen sehr rechenzeitintensiv. Zum einen führt der geringere Kapazitätsbedarf zur Vergrößerung der Startzeitfenster für die einzelnen Kampagnen, zum anderen ist die Anzahl der Perioden mehr als vier mal so hoch wie bei den anderen Testinstanzen. Der Einfluss eines höheren Kapazitätsbedarfs zeigt sich auch im Vergleich der beiden verwandten Testinstanzen TI-2a und TI-2b. Letztere benötigt mehr Zeit für die Generierung von Eröffnungslösungen und auch auf der Stufe, auf welcher die Ausführung des Moduls `XGenAdd` stattfindet. Dies ist so zu erwarten, da in beiden Fällen ähnliche, teilweise sogar identische Einplanungsalgorithmen verwendet werden. Durch die aus höherer Auslastung resultierende Einschränkung der Startzeitfenster für einzelne Kampagnen sinken die Rechenzeiten auf der Stufe, auf welcher die mathematische Optimierung



(a) Anzahl bearbeiteter Lösungen



(b) Rechenzeit in Minuten

Abbildung 7.1: Leistung der einzelnen Heuristikstufen für TI-1, TI-2a und TI-2b

Legende: Ini                    Eröffnungsheuristik  
 Stufe I                    Algorithmen zur schrittweisen Verbesserung  
 Stufe II                    Einplanung zusätzlicher Produktionsmengen  
 Stufe III                    MILP-basierte Kampagnenverschiebung  
 x/1                            1. Ausführung der Stufe x  
 x/2                            2. Ausführung der Stufe x

verwendet wird.

Abbildung 7.2 zeigt die Entwicklung der Lösungsgüte über die verschiedenen Stufen der Heuristik anhand des besten Produktionsplanes am Ende jedes Heuristikdurchlaufs. Auch hier werden die Auswirkungen der Testinstanzvergrößerung von TI-2a zu TI-2b bei Beibehaltung der Heuristikparameter deutlich. TI-2b zeigt bei Verwendung gleicher Heuristikparameter – wie bereits in Tabelle 7.2 zu sehen – eine schlechtere Konvergenz als die anderen beiden Testinstanzen.

## 7.3 Testinstanzen TI-HS

*Stadtler* (2008b) beschäftigt sich in seiner Arbeit mit einem Problem aus der chemisch-pharmazeutischen Industrie. Beplant werden soll lediglich die Engpassanlageneinheit, auf der verschiedene Produkte gefertigt werden können. Die Materialflussstruktur enthält divergierende, lineare und konvergierende Strukturen. Eine Produktlinie besteht aus maximal drei Fertigungsstufen. Reinigungen am Ende von Kampagnen, Betriebsstillstände, Sicherheitsbestände und Qualitätskontrollzeiten werden nicht berücksichtigt. Spätlieferungen sind nicht erlaubt. Es fallen nur Lagerhaltungs- und Rüstkosten an. Eine explizite Berücksichtigung von Kapitalkosten entfällt. Für dieses allgemeine Planungsproblem stehen 36 Testinstanzen durch Kombination von

- zwei Batchgrößenvariationen (BS),
- zwei unterschiedlichen Kapazitätsangeboten ausgedrückt durch unterschiedliche Periodenlängen bei gleichbleibender Periodenanzahl (PL),
- drei Nachfrageprofilen (DP) und
- drei unterschiedlichen Materialauflösungen (MF)

zur Verfügung. Die detaillierten Daten sind *Stadtler* (2008b) beziehungsweise Anhang D zu entnehmen. Tabelle 7.3 zeigt den Umfang der Testinstanzen anhand einiger Kenngrößen.

Die Lagerkosten werden im Modell von *Stadtler* (2008b) an den Periodengrenzen erhoben. *Stadtler* nimmt hierbei einen kontinuierlichen Übergang von Input- zu Outputprodukt innerhalb eines Batches an. Dies ist jedoch nur relevant, falls ein Batch anteilmäßig in verschiedene Perioden fällt. Die in dieser Arbeit vorgestellte Heuristik evaluiert die Lagerbestände im Allgemeinen nicht an den Periodengrenzen.<sup>197</sup> Vielmehr wird der Lagerbestandsverlauf aufgrund

<sup>197</sup>Eine Bestimmung des Lagerbestandes an Periodengrenzen erfolgt nur zu Nachfragezeitpunkten sowie zu den Zeitpunkten, an denen die Einhaltung des Sicherheitsbestandes überprüft wird. Dies geschieht außerdem nur in den Fällen, in denen der Lagerbestand strafkostenrelevante Niveaus (Unterschreitung des Sicherheitsbestandes, Spätlieferung) erreichen kann.

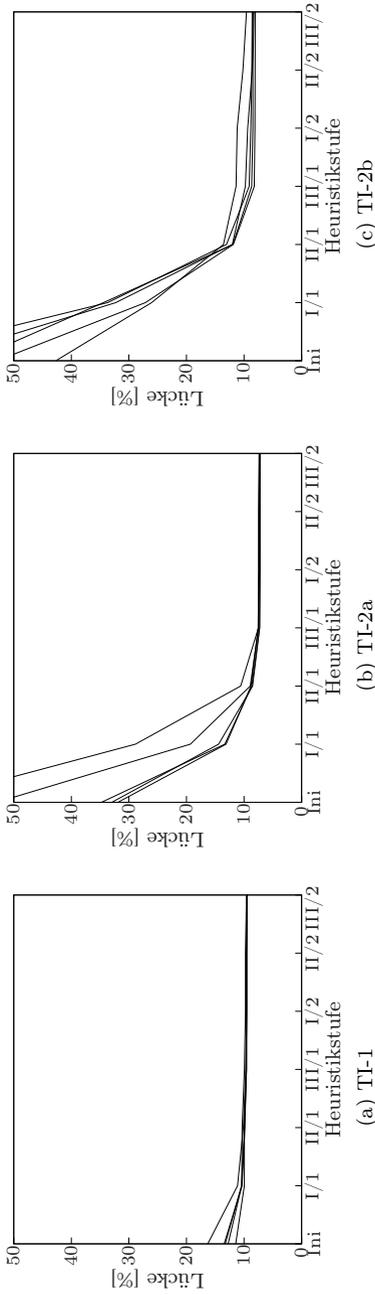


Abbildung 7.2: Entwicklung der Lösungsgüte im Verlauf der Heuristik anhand der besten Lösung am Ende jedes Durchlaufs

Legende:	Ini	Eröffnungsheuristik
	Stufe I	Algorithmen zur schrittweisen Verbesserung
	Stufe II	Einplanung zusätzlicher Produktionsmengen
	Stufe III	MILP-basierte Kampagnenverschiebung
	x/1	1. Ausführung der Stufe x
	x/2	2. Ausführung der Stufe x
	Lücke	(Kosten der Lösung - untere Schranke) / untere Schranke

Merkmal		Wert
Anzahl Prozesse	$ \mathcal{I} $	9
Anzahl Produkte	$ \mathcal{S} $	9
	$ \mathcal{S}^{\text{raw}} $	-
	$ \mathcal{S}^{\text{ZW}} $	-
	$ \mathcal{S}^{\text{DOut}} $	-
	$ \mathcal{S}^{\text{fin}} $	6
	$ \mathcal{S}^{\text{SS}} $	-
Anzahl Anlageneinheiten	$ \mathcal{U} $	1
Anzahl Perioden	$ \mathcal{K} $	25
	$ \mathcal{K}^{\text{SS}} $	-
Anzahl materialflussunabhängiger Produktlinien		3-4
maximale Fertigungstiefe		3

Tabelle 7.3: TI-HS – Umfang der Testinstanzen

der kontinuierlichen Zeitdarstellung exakt betrachtet. Je nach Annahme des Zeitpunktes des Materialübergangs resultieren unterschiedliche Lagerbestandsverläufe und damit Lagerkosten. Für die Lösung der Testinstanzen wird der Übergangszeitpunkt von Input- zu Outputprodukt am Batchanfang angenommen.<sup>198</sup> Die Lagerhaltungskosten ergeben sich somit gemäß Gleichung (7.1).

$$\begin{aligned}
C^{\text{H}} = & \sum_{s \in \mathcal{S}} c_s^{\text{H}} h_s^0 |\mathcal{K}| \\
& + \sum_{s \in \mathcal{S}} c_s^{\text{H}} \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{Out}}} q_{is}^{\text{Out}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \sum_{n \in \mathcal{N}_{ic}} \left( |\mathcal{K}| - \frac{T_{ic}^{\mapsto} + t_{in-1}^{\text{SUnP}}}{t^k} \right) \\
& - \sum_{s \in \mathcal{S}} c_s^{\text{H}} \sum_{i \in \mathcal{I}_s^{\text{In}}} q_{is}^{\text{In}} \sum_{c \in \mathcal{C}_i} \sum_{n \in \mathcal{N}_{ic}} \left( |\mathcal{K}| - \frac{T_{ic}^{\mapsto} + t_{in-1}^{\text{SUnP}}}{t^k} \right) \\
& - \sum_{s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}} c_s^{\text{H}} \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} (|\mathcal{K}| - k)
\end{aligned} \tag{7.1}$$

Die systematisch bedingte unterschiedliche Berücksichtigung der Lagerhaltungskosten, führt bei gleichen Produktionsplänen zu unterschiedlichen Ziel-

<sup>198</sup>Dies wäre eine garantierte Überschätzung, wenn die Lagerhaltungskosten für die Outputmenge aller Prozesse jeweils höher als die für ihre Inputmengen wären. Dies ist jedoch in den Testinstanzen nicht für alle Prozesse der Fall.

funktionswerten. Außerdem kann eine bessere Lösung gemäß der einen Berechnungsweise zu einem schlechteren Ergebnis nach der anderen führen. Damit garantiert ein nach *Stadtler* (2008b) optimaler Produktionsplan nicht die Optimalität, falls die Berechnung der Lagerkosten in der Zielfunktion unter Verwendung von Gleichung (7.1) geschieht.

Die PLSP-Formulierung von *Stadtler* (2008b), mit der die Testinstanzen gelöst werden, führt zu der systematischen Einschränkung auf einen maximal möglichen Rüstwechsel pro Periode. Dies kann zu suboptimalen Lösungen führen, wenn auf den Beginn einer neuen Periode für einen Rüstwechsel gewartet werden muss und somit Leerzeiten beziehungsweise Vorproduktion entsteht. Im Ansatz von *Stadtler* (2008b) ist die Beibehaltung eines Rüstzustandes über Leerzeiten erlaubt. In der hier vorgestellten Heuristik ist allerdings eine strikte Kampagnenplanung vorgeschrieben, bei der aufeinanderfolgende Batches durch ein Rüsten am Anfang und ein Reinigen am Ende eingeschlossen sein müssen. Im Vergleich kann dies zu einer Erhöhung der Rüstkosten und damit zu einem schlechteren Zielfunktionswert führen.

Durch die beschriebenen Unterschiede der beiden Ansätze ist keine exakte Gegenüberstellung ihrer Lösungen möglich. Dennoch kann auf verschiedenen Ebenen ein Vergleich erfolgen. Für jeweils eine Testinstanz sind hierbei folgende Lösungen in Form von Produktionsplänen zu vergleichen:

- der optimale<sup>199</sup> Produktionsplan nach *Stadtler* (2008b,a)
- der optimale Produktionsplan nach *Stadtler* (2008b,a) nach Anwendung der Verbesserungsheuristik<sup>200</sup>
- der beste Produktionsplan, der allein durch die Heuristik (Eröffnung und Verbesserung) generiert wird.

Jede dieser Lösungen wird unter Voraussetzung der mit dem angewendeten Modell verbundenen Restriktionen und unter Berücksichtigung der in der Zielfunktion eingebundenen Berechnungsweise der Lagerkosten optimiert beziehungsweise verbessert. Zusätzlich kann der erhaltene Produktionsplan auch mit der jeweils anderen Zielfunktion evaluiert werden.

Tabelle 7.4 zeigt die Ergebnisse der Heuristik unter Angabe des Zielfunktionswertes gemäß der Berechnung nach *Stadtler* (2008b).

Die zuvor vorgestellte Berechnungsweise unter Verwendung von Gleichung (7.1) führt zu den in Tabelle 7.5 aufgezeigten Ergebnissen. Hierbei wurden alle Heuristikdurchlauf-Testinstanz-Kombinationen mit denselben Parametern

<sup>199</sup>Nicht alle Testinstanzen wurden von *Stadtler* (2008b) optimal gelöst. In einigen Fällen erfolgte ein Abbruch des Branch & Bound-Verfahrens aufgrund der Überschreitung einer festgelegten maximalen Rechenzeit von etwa vier Stunden.

<sup>200</sup>Statt eines durch die Eröffnungsheuristik generierten zulässigen Produktionsplanes wird der Verbesserungsheuristik hierbei der optimale Produktionsplan aus *Stadtler* (2008b,a) übergeben.

Testinstanz	Referenzen				Heuristikdurchläufe					
	HSt		HSt+VH		Beste		Bester		Mittel	
	Wert [GE]	Zeit [s]	Wert [GE]	Zeit [s]	Wert [GE]	Zeit [s]	Wert [GE]	Zeit [s]	Wert [GE]	Zeit [s]
1	1	1	57.201,2	57.201,1	57201,1	57.201,1	0	57.201,1	0	74
1	1	1	57.738,6	57.738,6	57738,6	57.738,6	0	57.738,6	0	69
1	1	1	59.562,5	59.562,5	59562,5	59.562,5	0	59.562,5	0	85
1	1	2	64.004,1	64.005,2	64004,1	64.005,2	0	64.005,2	0	116
1	1	2	64.893,6	64.894,7	64893,6	64.894,7	0	65.010,4	0,18	97
1	1	2	66.362,2	66.362,2	66362,2	66.649,3	0,43	66.649,3	0,43	179
1	1	3	62.939,1	62.940,2	62939,1	62.940,2	0	62.940,2	0	158
1	1	3	63.458,4	63.459,6	63458,4	63.459,6	0	63.459,6	0	128
1	1	3	64.635,5	64.635,5	64635,5	65.208,0	0,89	65.796,0	1,8	226
1	2	1	55.893,5	55.870,3	55860,5	55.860,5	0	55.956,8	0,17	67
1	2	1	56.401,0	56.376,3	56366,4	56.366,4	0	56.468,3	0,18	67
1	2	1	56.886,6	56.866,6	56866,6	56.866,6	0,24	57.095,8	0,4	71
1	2	1	60.528,2	60.528,2	60528,2	62.309,9	2,94	62.647,7	3,5	78
1	2	2	61.902,9	61.902,9	61902,9	62.649,6	1,21	63.175,2	2,06	74
1	2	3	63.640,7	63.562,8	63562,8	63.784,2	0,35	64.057,4	0,78	88
1	2	3	62.081,0	62.081,0	62081,0	62.081,0	0	62.386,0	0,49	86
1	2	3	62.598,2	62.598,2	62598,2	62.598,2	0	63.213,3	0,98	78
1	2	3	63.429,0	63.481,4	63429,0	63.844,1	0,65	64.526,5	1,73	96
2	1	1	56.159,6	56.159,6	56159,6	56.159,6	0	56.181,8	0,04	100
2	1	1	56.697,9	56.697,9	56697,9	56.697,9	0	56.742,4	0,08	92
2	1	1	58.512,1	58.512,1	58512,1	58.512,1	0	58.512,1	0	117
2	1	2	62.293,3	62.293,3	62293,3	62.293,3	0	62.293,3	0	275
2	1	2	63.161,1	63.161,1	63161,1	63.161,1	0	63.769,4	0,96	216

Tabelle 7.4: TI-HS – Ergebnisse I: Angabe der Zielfunktionswerte gemäß der Berechnungsweise nach Stadler (2008b)

Testinstanz	Referenzen				Heuristikdurchläufe					
	HSt	HSt+VH		Beste	Bester		Mittel			
	Wert [GE]	Wert [GE]	Wert [GE]	Wert [GE]	Wert [GE]	Lücke [%]	Wert [GE]	Lücke [%]	Zeit [s]	
2 1 2 3	64817,7	64.745,6	64745,6	64745,6	64.887,0	0,22	64.887,0	0,22	528	
2 1 3 1	61.580,0	61.603,2	61580,0	61580,0	61.603,2	0,04	62.111,7	0,86	404	
2 1 3 2	62.105,3	62.132,9	62105,3	62105,3	62.132,9	0,04	62.360,7	0,41	447	
2 1 3 3	63.209,0	63.237,1	63209,0	63209,0	64.115,5	1,43	64.945,9	2,75	399	
2 2 1 1	54.896,8	54.836,1	54836,1	54836,1	54.836,1	0	54.987,6	0,28	90	
2 2 1 2	55.403,9	55.339,2	55339,2	55339,2	55.339,2	0	55.341,4	0	87	
2 2 1 3	55.858,8	55.843,0	55843,0	55843,0	55.843,0	0	56.081,7	0,43	97	
2 2 2 1	59.264,0	59.264,0	59264,0	59264,0	59.264,0	0	60.452,9	2,01	117	
2 2 2 2	60.618,9	60.618,9	60618,9	60618,9	60.629,0	0,02	61.575,0	1,58	108	
2 2 2 3	62715,6	62.634,0	62272,3	62272,3	62.272,3	0	63.109,1	1,34	157	
2 2 3 1	60.410,4	60.410,4	60410,4	60410,4	60.410,4	0	61.360,2	1,57	152	
2 2 3 2	60.922,9	60.922,9	60922,9	60922,9	60.922,9	0	61.370,9	0,74	147	
2 2 3 3	61983,5	62.095,2	61983,5	61983,5	63.424,2	2,32	63.524,4	2,49	275	
Durchschnitt									0,3	157
Erläuterungen:										
HSt – Lösung aus <i>Stadler</i> (2008b) ( <i>kursive Schreibweise</i> zeigt fehlenden Nachweis der Optimalität)										
HSt+VH – Lösung aus <i>Stadler</i> (2008b,a) nach Durchlaufen der Verbesserungheuristik										
Beste – beste bekannte Lösung (beinhaltet auch Ergebnisse der Heuristikdurchläufe)										
Heuristikdurchläufe – fünf Durchläufe mit gleichen Parametern für alle Testinstanzen										
Wert – erreichter Zielfunktionswert										
Lücke – (Wert betrachtete Lösung - Wert Referenz: Beste) / Wert Referenz: Beste										
Zeit – Rechenzeit inklusive vorbereitender Berechnungen in Sekunden										

Tabelle 7.4: TI-HS – Ergebnisse I: Angabe der Zielfunktionswerte gemäß der Berechnungsweise nach *Stadler* (2008b)

Testinstanz	Referenzen			Heuristikdurchläufe						
	HSt	HS+VH	Beste	Bester		Mittel				
	Wert [GE]	Wert [GE]	Wert [GE]	Wert [GE]	Lücke [%]	Wert [GE]	Lücke [%]	Zeit [s]		
1	1	1	61.005,7	61.005,7	61.005,7	61.005,7	0	61.005,7	0	74
1	1	1	61.550,6	61.550,6	61.550,6	61.550,6	0	61.550,6	0	69
1	1	1	62.841,2	62.841,2	62.841,2	62.841,2	0	62.841,2	0	85
1	1	2	67.170,0	67.104,4	67.104,4	67.104,4	0	67.104,4	0	116
1	1	2	68.080,3	68.001,6	68.001,6	68.001,6	0	68.113,6	0,16	97
1	1	2	69.719,3	69.689,3	69.689,3	70.239,8	0,79	70.239,8	0,79	179
1	1	3	66.381,4	66.315,8	66.315,8	66.315,8	0	66.315,8	0	158
1	1	3	66.912,6	66.847,1	66.847,1	66.847,1	0	66.847,1	0	128
1	1	3	68.550,2	68.550,2	68.550,2	68.745,7	0,29	69.326,2	1,13	226
1	2	1	59.837,9	59.837,9	59.826,3	59.826,3	0	59.924,7	0,16	67
1	2	1	60.358,2	60.358,2	60.346,6	60.346,6	0	60.432,6	0,14	67
1	2	1	60.531,5	60.531,5	60.531,5	60.692,7	0,27	60.787,0	0,42	71
1	2	1	63.520,4	63.520,4	63.520,4	65.418,5	2,99	65.793,3	3,58	78
1	2	2	64.953,6	64.887,9	64.887,9	65.742,7	1,32	66.438,3	2,39	74
1	2	3	66.927,6	66.884,1	66.884,1	66.952,6	0,1	67.105,3	0,33	88
1	2	3	65.263,0	65.262,9	65.262,9	65.262,9	0	65.567,0	0,47	86
1	2	3	65.770,3	65.770,3	65.770,3	65.770,3	0	66.460,2	1,05	78
1	2	3	66.645,9	66.641,4	66.641,4	67.580,1	1,41	68.075,6	2,15	96
2	1	1	59.870,4	59.870,4	59.870,4	59.870,4	0	59.872,8	0	100
2	1	1	60.411,2	60.411,2	60.411,2	60.411,2	0	60.416,1	0,01	92
2	1	1	61.654,7	61.611,8	61.611,8	61.611,8	0	61.611,8	0	117
2	1	2	65.207,5	65.207,5	65.207,5	65.207,5	0	65.207,5	0	275
2	1	2	66.076,9	66.076,9	66.076,9	66.076,9	0	66.692,4	0,93	216

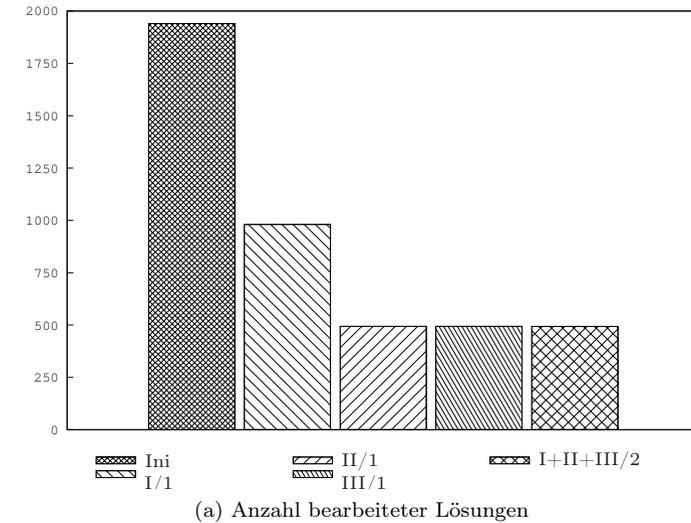
Tabelle 7.5: TI-HS – Ergebnisse II: Angabe der Zielfunktionswerte gemäß in diesem Abschnitt vorgestellter Berechnungsweise

Testinstanz	Referenzen				Heuristikdurchläufe					
	HSt		HSt+VH		Beste		Bester		Mittel	
	Wert [GE]	Wert [GE]	Wert [GE]	Beste [GE]	Wert [GE]	Wert [GE]	Lücke [%]	Wert [GE]	Lücke [%]	Zeit [s]
2 1 2 3	67.923,6	67.850,3	67.850,3	67.850,3	68.360,9	68.360,9	0,75	68.360,9	0,75	528
2 1 3 1	64.773,8	64.772,8	64.772,8	64.772,8	64.772,8	64.772,8	0	65.270,9	0,77	404
2 1 3 2	65.301,1	65.300,3	65.300,3	65.300,3	65.300,3	65.300,3	0	65.537,5	0,36	447
2 1 3 3	67.017,9	67.017,8	67.017,8	67.017,8	67.619,6	67.619,6	0,9	68.296,8	1,91	399
2 2 1 1	58.730,7	58.711,3	58.699,7	58.699,7	58.699,7	58.699,7	0	58.861,9	0,28	90
2 2 1 2	59.247,2	59.227,8	59.216,2	59.216,2	59.216,2	59.216,2	0	59.218,5	0	87
2 2 1 3	59.419,3	59.399,3	59.399,3	59.399,3	59.399,3	59.399,3	0	59.483,2	0,14	97
2 2 2 1	61.980,4	61.980,4	61.980,4	61.980,4	61.980,4	61.980,4	0	63.323,1	2,17	117
2 2 2 2	63.348,8	63.323,2	63.323,2	63.323,2	63.539,6	63.539,6	0,34	64.437,1	1,76	108
2 2 2 3	66.569,3	65.747,8	65.408,3	65.408,3	65.408,3	65.408,3	0	65.791,0	0,59	157
2 2 3 1	63.608,3	63.580,0	63.580,0	63.580,0	63.580,0	63.580,0	0	64.409,2	1,3	152
2 2 3 2	64.112,1	64.083,8	64.083,8	64.083,8	64.083,8	64.083,8	0	64.506,0	0,66	147
2 2 3 3	65.154,6	65.116,3	65.116,3	65.116,3	66.785,6	66.785,6	2,56	66.829,3	2,63	275
Durchschnitt							0,33		0,75	157
Erläuterungen:										
HSt – Lösung aus <i>Stadler</i> (2008b)										
HSt+VH – Lösung aus <i>Stadler</i> (2008b,a) nach Durchlaufen der Verbesserungsheuristik										
Beste – beste bekannte Lösung (beinhaltet auch Ergebnisse der Heuristikdurchläufe)										
Heuristikdurchläufe – fünf Durchläufe mit gleichen Parametern für alle Testinstanzen										
Wert – erreichter Zielfunktionswert										
Lücke – (Wert betrachtete Lösung - Wert Referenz: Beste) / Wert Referenz: Beste										
Zeit – Rechenzeit inklusive vorbereitender Berechnungen in Sekunden										

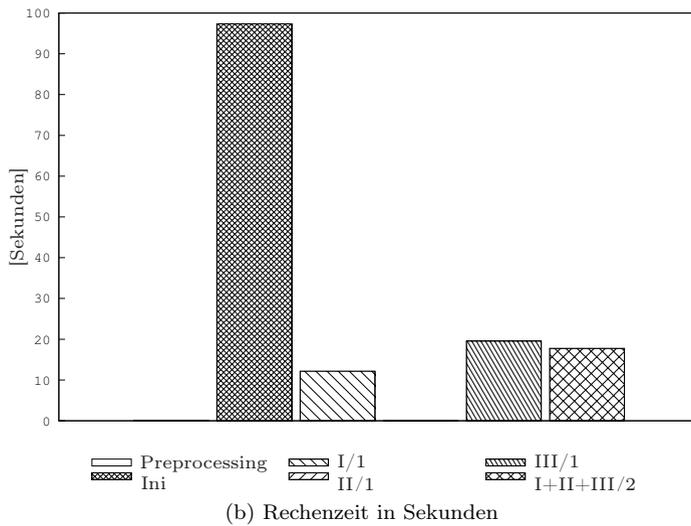
Tabelle 7.5: TI-HS – Ergebnisse II: Angabe der Zielfunktionswerte gemäß in diesem Abschnitt vorgestellter Berechnungsweise

durchgeführt. Die Heuristikdurchläufe einer Testinstanz unterscheiden sich daher lediglich durch eine unterschiedliche Evaluierung zufallsbedingter Elemente. In vielen Fällen wird der beste bekannte Zielfunktionswert durch die Heuristik erreicht. Die über alle Testinstanzen gemittelte durchschnittliche prozentuale Abweichung zur besten bekannten Lösung beträgt weniger als ein Prozent. Nur für eine einzige Testinstanz beträgt sie mehr als drei. Ein Heuristikdurchlauf ist durchschnittlich in unter drei Minuten beendet. Die in dieser Arbeit vorgestellte Heuristik ist daher auch für kleinere Testinstanzen als schnelles, effizientes und effektives Planungswerkzeug einsetzbar.

Abbildung 7.3 zeigt die verschiedenen Heuristikstufen im Vergleich der Anzahl bearbeiteter Lösungen (a) und der dafür aufgewendeten Rechenzeiten (b). Da keine Sicherheitsbestände oder Spätlieferungen möglich sind, kommt das Heuristikmodul zur Einplanung zusätzlicher Produktionsmengen auf der zweiten Stufe der Verbesserungsheuristik nicht zum Einsatz.



(a) Anzahl bearbeiteter Lösungen



(b) Rechenzeit in Sekunden

Abbildung 7.3: Leistung der einzelnen Heuristikstufen für TI-HS (Durchschnitt aller Testinstanzen)

- Legende:
- Ini Eröffnungsheuristik
  - Stufe I Algorithmen zur schrittweisen Verbesserung
  - Stufe II Einplanung zusätzlicher Produktionsmengen
  - Stufe III MILP-basierte Kampagnenverschiebung
  - x/1 1. Ausführung der Stufe x
  - x/2 2. Ausführung der Stufe x



# 8 Zusammenfassung und Schlussbemerkung

Die Prozessindustrie zeichnet sich durch komplexe Produktionszusammenhänge aus, die es erschweren, zulässige Produktionspläne zu generieren. Dennoch besteht die Notwendigkeit, auch für längere Planungshorizonte detaillierte Produktionspläne zu erstellen. Hierfür fehlten jedoch bisher geeignete Lösungsverfahren, die trotz umfangreicher Restriktionen zu guten zuverlässigen Lösungen führen.

Im zweiten Kapitel wurde zunächst eine Typologisierung vorhandener Planungsprobleme in der Prozessindustrie und damit der chemisch-pharmazeutischen Industrie vorgenommen. Das darauffolgende Kapitel gab einen Überblick der Modellierungsmöglichkeiten und Techniken zur Lösung dieser Probleme. Im vierten Kapitel erfolgte eine umfassende Darstellung und kritische Würdigung jüngerer Literatur mit Lösungsansätzen zu den zuvor beschriebenen Problemtypen. Das fünfte Kapitel begann mit der Darstellung des in dieser Arbeit betrachteten Problemtyps. Das zunächst geschilderte Grundproblem wurde nach und nach um Betriebsstillstände, Qualitätskontrollzeiten, nicht lagerfähige Produkte, Rohstoffe, Spätlieferungen und einzuhaltende Sicherheitsbestände erweitert. Neben der eigentlichen Beschreibung des Problemtyps wurde ein MILP-Modell für das Gesamtproblem vorgestellt, welches aber aufgrund der extremen Problemgrößen nicht in annehmbarer Rechenzeit lösbar ist. Im nächsten Kapitel erfolgte daher die Entwicklung eines neuen heuristischen Lösungsverfahrens. Zunächst wurden hierzu die allgemeine Vorgehensweise und ein neues Dekompositionsschema aufgezeigt, welches für die Zerlegung des MILP-Modells des Gesamtproblems genutzt wird. Das Dekompositionsschema kann auch auf andere umfangreiche MILP-Probleme übertragen werden. Die Heuristik besteht aus einer Eröffnungs- und einer modular aufgebauten Verbesserungsheuristik. Die Eröffnungsheuristik hat das primäre Ziel, möglichst schnell viele zulässige Pläne zu generieren. Die Erreichung einer guten Lösungsqualität wird zunächst nur indirekt verfolgt. Die in der Eröffnungsheuristik verwendete Steuerheuristik variiert die Bedarfsgrenzen, gegen die eine Einplanung erfolgt. Zur Diversifikation enthält die Eröffnungsheuristik stochastische Elemente. Zurückliegende Fehlversuche der Einplanungsheuristik werden bei zu treffenden Entscheidungen berücksichtigt, so dass aus vergangenen Misserfolgen ein Lernprozess entsteht. Die besten Pläne der Er-

öffnungsheuristik durchlaufen anschließend die Verbesserungsheuristik. Diese besteht aus verschiedenen Modulen, welche verschiedene Nachbarschaften einer Lösung abdecken, die aus der Dekomposition des ursprünglichen Gesamtproblems gemäß seiner Entscheidungsdimensionen entstanden sind. Jedes Modul verfolgt hierbei einen unterschiedlichen Ansatz und Methodik der Planverbesserung. Das erste Modul zur Kampagnenverschiebung ist ein Subproblem des ursprünglichen, für das Gesamtproblem entwickelten MILP-Modells. Seine Lösung erfolgt mit Standardsoftware zur gemischt-ganzzahligen Optimierung. Das zweite Modul besteht aus einer Ansammlung kleinerer Algorithmen zur schrittweisen Verbesserung eines Produktionsplanes. Diese führen den Tausch sowie die Fusion von Kampagnen, die Elimination von Batchen zwecks Reduktion von Überproduktion und die Verschiebung einzelner Batches von Kampagne zu Kampagne durch. Das dritte und letzte Modul der Verbesserungsheuristik greift auf die Einplanungsalgorithmen der Eröffnungsheuristik zurück. Ziel ist es hierbei, die Produktion zusätzlicher Mengen im Produktionsplan einzubinden, um Strafkosten zu reduzieren. Die Module werden stufenweise angeordnet. Das Kapitel schließt mit der Darstellung weitere MILP-Modelle, die in vorbereitenden Berechnungen für die Festlegung von Hilfsparametern der Heuristik genutzt werden. Mit einem der Modelle kann eine untere Schranke für die optimale Lösung des Gesamtproblems berechnet werden. Im siebten Kapitel wurden einige ausgewählte Testinstanzen mit der vorgestellten Heuristik gelöst. Für große Produktionspläne werden zuverlässig sehr gute Lösungen erstellt. Für die Lösung kleinerer, weniger umfangreicher Problemtypen zeigt die Heuristik hervorragende Ergebnisse.

Die entwickelte Heuristik eignet sich zur detaillierten Lösung größerer langfristiger Planungsprobleme mit komplizierten Strukturen, wie sie bei der Herstellung pharmazeutischer Wirkstoffe auftreten. Durch die Struktur der Heuristik ist sie besonders für parallele Prozesse auf Mehrkernrechnern geeignet. Eine Anpassung und Untersuchung der hierdurch möglichen Rechenzeiteinsparungen erscheint daher lohnenswert. Der modulare Aufbau der Verbesserungsheuristik sichert die Flexibilität des Lösungsverfahrens für zukünftige Erweiterungen, die durch unterschiedliche Problemstrukturen notwendig sein könnten. Während bereits zahlreiche Eigenschaften existierender Problemstellungen aus der chemischen Industrie berücksichtigt werden, könnte die Einbindung weiterer Aspekte, wie beispielsweise die befristeter Rezepte oder begrenzter Haltbarkeit von Materialien, geprüft werden. Auch erscheint es untersuchenswert, inwieweit weitere bekannte heuristische Prinzipien effizient auf Teilbereiche des Gesamtproblems angewendet werden können.

# A Daten TI-1

Parameter	Wert	
$i^a$	10	[%]
$k^a$	52	[ $t^k$ ]
$k^{SSChk}$	4	[ $t^k$ ]
$ \mathcal{K} $	312	[ $t^k$ ]
$t^k$	564	[ZE]

Tabelle A.1: TI-1 – Einzelparameter

$b$	$\mathcal{U}_b$	$t_b^{\rightarrow}$ [ $t^k$ ]	$t_b^{\leftarrow}$ [ $t^k$ ]
1	alle	50	52
2	alle	102	104
3	alle	154	156
4	alle	206	208
5	alle	258	260
6	alle	310	312

Tabelle A.2: TI-1 – Betriebsstillstände  $b \in \mathcal{B}$

$s$	$t_s^{\text{QC}}$ [t <sup>k</sup> ]	$h_s^0$ [ME]	$\check{c}_s^P \vee p_s^{\text{raw}}$ [GE/ME]	$\mathcal{S}^{\text{raw}}$	$\mathcal{S}^{\text{ZW}}$	$\mathcal{S}^{\text{DOut}}$	$\mathcal{S}^{\text{fin}}$	$\mathcal{S}^{\text{SS}}$
1101	0	0	1	•				
1001	1	0	1,12					
1102	0	0	200	•				
1002	1	5	154,69					
1003	1	0	309,63					
1004	1	0	378,65					
1005	1	0	378,88					
1006	2	125	487,41				•	
1007	1	0	1,09					
1008	1	640	1,27					
1009	2	25	1,40				•	
1010	2	300	1,92				•	•
1111	0	0	25	•				
1011	1	0	23,33					
1012	1	0	36,04					
1013	2	400	31,80				•	•
1014	2	30	36,24				•	
2201	0	100	65	•				
2101	0	50	500	•				
2001	1	200	387,83					•
2002	0	0	–		•			
2003	1	0	679,71					
2004	1	120	680,21					
2005	2	90	1021,31				•	•
3101	0	5000	260	•				
3001	2	56000	288,94				•	•
4101	0	750	200	•				•
4001	0	0	–		•			
4002	1	0	150,20					
4003	1	20	173,38					
4004	2	2800	151,84				•	•
5101	0	3900	225	•				•
5001	1	0	382,60					

Erläuterungen:

$\check{c}_s^P \vee p_s^{\text{raw}} - \check{c}_s^P$  wenn  $s \in \mathcal{S}^{\text{Out}}$ ,  $p_s^{\text{raw}}$  wenn  $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$

$\check{c}_s^P$  – gerundete Werte,

für die Bestimmung der exakten Werte siehe Abschnitt 6.4.2

Tabelle A.3: TI-1 – Produkte  $s \in \mathcal{S}$

$s$	$t_s^{\text{QC}}$ [t <sup>k</sup> ]	$h_s^0$ [ME]	$\check{c}_s^P \vee p_s^{\text{raw}}$ [GE/ME]	$\mathcal{S}^{\text{raw}}$	$\mathcal{S}^{\text{ZW}}$	$\mathcal{S}^{\text{DOut}}$	$\mathcal{S}^{\text{fin}}$	$\mathcal{S}^{\text{SS}}$
5102	0	0	1650	•				
5002	1	0	1323,35					
5003	1	0	1460,28					
5004	1	3600	1655,12					
5005	2	2000	1862,14				•	•
6101	0	450	325	•				•
6001	2	900	298,08				•	•
7101	0	1150	125	•				•
7001	1	1200	142,91					
7002	0	0	–		•			
7003	2	1350	117,95				•	•
7004	1	190	142,71			•		
8101	0	5000	25	•				•
8001	0	0	–		•			
8002	1	0	50,20					
8003	2	3500	47,86				•	•
9101	0	600	200	•				•
9001	1	0	240,20					
9002	1	0	280,57					
9103	0	0	25	•				
9003	0	0	–		•			
9004	1	0	37,90					
9005	2	175	382,56				•	•
10101	0	5000	525	•				•
10001	1	0	700,07					
10002	2	3500	700,12				•	•

Erläuterungen:

$\check{c}_s^P \vee p_s^{\text{raw}} - \check{c}_s^P$  wenn  $s \in \mathcal{S}^{\text{Out}}$ ,  $p_s^{\text{raw}}$  wenn  $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$

$\check{c}_s^P$  – gerundete Werte,

für die Bestimmung der exakten Werte siehe Abschnitt 6.4.2

Tabelle A.3: TI-1 – Produkte  $s \in \mathcal{S}$

$s$	$c_s^{\text{BlPen}}$ [GE/ $t^k$ ]	$k_s^{\text{Bl}}$ [ $t^k$ ]
1006	125000	4
1009	83810	4
1010	133109	4
1013	66176	4
1014	41667	4
2005	951000	4
3001	1034	4
4004	46750	4
5005	5263	4
6001	144667	4
7003	9091	4
8003	5000	4
9005	76923	4
10002	3333	4

Tabelle A.4: TI-1 – Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]														
	$s$														
	1006	1009	1010	1013	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002	
1			10		6		1500	24	30		24		25	50	
2		10					1500	24	30	20	24	130		50	
3							1500	24	30		24			50	
4							1500	24	30	20	24	130		50	
5			10		8		1500	24	30		24			50	
6		10					1500	24	30	20	24	130		50	
7							1500	24	30		24			50	
8							1500	24	30	20	24	130		50	
9			10				1500	24	30		24			50	
10	20		10		8		1500	24	30	20	24	125		50	
11							1500	24	30		24		25	50	
12							1500	24	30	20	24	125		50	
13		12	10		6		1500	24	30		24			50	
14			10				1400	24	32	20	24	120		50	
15						8	1400	24	32		24			50	
16							1400	24	32	20	24	120		50	
17			10				1400	24	32		24			50	
18		10					1400	24	32	20	24	120		50	
19							1400	24	32		24			50	
20					8		1400	24	32	20	24	120		50	
21			10				1400	24	32		24		25	50	
22		10					1400	24	32	20	24	110		50	
23	20						1400	24	32		24			50	

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]															
	$s$															
	1006	1009	1010	1013	1014	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002	
24								1400	24	32	20	24	110		50	
25			10			8		1400	24	32		24			50	
26		10						1400	24	32	20	24	110		50	
27					6			1300	23	34		24			50	
28								1300	23	34	15	24	110		50	
29			10					1300	23	34		24			50	
30		10				8		1300	23	34	15	24	100		50	
31								1300	23	34		24			50	
32								1300	23	34	15	24	100		50	
33			10					1300	23	34		24			50	
34		10						1300	23	34	15	24	100		50	
35						8		1300	23	34		24			50	
36	20							1300	23	34	15	24	100		50	
37			10					1300	23	34		24			50	
38		10						1300	23	34	15	24	90		50	
39		12						1300	23	34		24			50	
40					6		8	1300	23	36	15	22	90		50	
41			10					1300	23	36		22		25	50	
42		10						1300	23	36	15	22	90		50	
43								1300	23	36		22			50	
44								1300	23	36	15	22	90		50	
45			10			8		1300	23	36		22			50	
46		10						1300	23	36	15	22	80		50	

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fn}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{s,k}$ [ME]													
	$s$													
	1006	1009	1010	1013	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002
47							1300	23	36		22			50
48							1300	23	36	15	22	80		50
49	20		10				1300	23	36		22			50
50		10				8	1300	23	36	15	22	80		50
51							1300	23	36		22		25	50
52							1300	23	36	15	22	80		50
53					6		1200	22	38		22			50
54		10					1200	22	38	15	22	70		50
55						9	1200	22	38		22			50
56							1200	22	38	15	22	70		50
57			10				1200	22	38		22			50
58		10					1200	22	38	15	22	70		50
59							1200	22	38		22			50
60						9	1200	22	38	15	22	70		50
61			10				1200	22	38		22		25	50
62	20		10				1200	22	38	15	22	70		50
63							1200	22	38		22			50
64							1200	22	38	15	22	70		50
65		12		10		9	1200	22	38		22			50
66			10		6		1200	22	40	15	22	70		50
67							1200	22	40		22			50
68							1200	22	40	15	22	70		50
69			10				1200	22	40		22			50

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]															
	$s$															
	1006	1009	1010	1013	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002		
70			10			9	1200	22	40	15	22	70		50		
71							1200	22	40		22		25	50		
72							1200	22	40	15	22	70		50		
73				10			1200	22	40		22			50		
74			10				1200	22	40	15	22	70		50		
75		20				9	1200	22	40		22			50		
76							1200	22	40	15	22	70		50		
77				10			1200	22	40		22			50		
78			10				1200	22	40	15	20	70		50		
79					6		1100	21	42		20			60		
80						9	1100	21	42	15	20	70		60		
81			10				1100	21	42		20		25	60		
82							1100	21	42	15	20	70		60		
83			10				1100	21	42		20			60		
84							1100	21	42	15	20	70		60		
85				10			1100	21	42		20			60		
86						9	1100	21	42	15	20	70		60		
87							1100	21	42		20			60		
88		20	10				1100	21	42	15	20	70		60		
89				10			1100	21	42		20			60		
90						9	1100	21	42	15	20	70		60		
91							1100	21	42		20		25	60		
92					6		1100	21	42	15	20	70		60		

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]														
	$s$														
	1006	1009	1010	1013	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002	
93		10	10				1100	21	42		20			60	
94							1100	21	42	15	20	70		60	
95				9			1100	21	42		20			60	
96							1100	21	42	15	20	70		60	
97			10				1100	21	42		20			60	
98		10					1100	21	42	15	20	70		60	
99							1100	21	42		20			60	
100					9		1100	21	42	15	20	70		60	
101		20	10				1100	21	42		20		25	60	
102							1100	21	42	15	20	70		60	
103		10					1100	21	42		20			60	
104			10		6		1100	21	42	15	20	70		60	
105						9	1000	20	42		21			60	
106							1000	20	42	10	21	70		60	
107							1000	20	42		21			60	
108		10					1000	20	42	10	21	70		60	
109			10				1000	20	42		21			60	
110					10		1000	20	42	10	21	70		60	
111							1000	20	42		21		25	60	
112							1000	20	42	10	21	70		60	
113			10	10			1000	20	42		21			60	
114		20					1000	20	42	10	21	70		60	
115					10		1000	20	42		21			60	

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]															
	$s$															
	1006	1009	1010	1013	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002		
116							1000	20	42	10	21	70		60		
117		11	10				1000	20	42		21			60		
118			10	6			1000	20	42	10	21	70		60		
119							1000	20	42		21			60		
120					10		1000	20	42	10	21	70		60		
121			10				1000	20	42		21		25	60		
122							1000	20	42	10	21	70		60		
123			10				1000	20	42		21			60		
124							1000	20	42	10	21	70		60		
125			10	10			1000	20	42		21			60		
126							1000	20	42	10	21	70		60		
127	20						1000	20	42		21			60		
128			10				1000	20	42	10	21	70		60		
129			10				1000	20	42		21			60		
130					10		1000	20	42	10	21	70		60		
131				6			1000	19	40		21		25	60		
132							1000	19	40	10	21	70		60		
133			10	10			1000	19	40		21			60		
134							1000	19	40	10	21	70		60		
135					10		1000	19	40		21			60		
136							1000	19	40	10	21	70		60		
137			10				1000	19	40		21			60		
138			10				1000	19	40	10	21	70		60		

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fn}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]													
	$s$													
	1006	1009	1010	1013	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002
139							1000	19	40		21			60
140	20				10		1000	19	40	10	21	70		60
141			10				1000	19	40		21		25	60
142							1000	19	40	10	21	70		60
143		10	10				1000	19	40		21			60
144					6		1000	19	40	10	21	70		60
145			10			10	1000	19	40		21			60
146							1000	19	40	10	21	70		60
147							1000	19	40		21			60
148			10				1000	19	40	10	21	70		60
149				10			1000	19	40		21			60
150					10		1000	19	40	10	21	70		60
151							1000	19	40		21		25	60
152							1000	19	40	10	21	70		60
153			10	10			1000	19	40		21			60
154	20						1000	19	40	10	21	70		60
155					10		1000	19	40		21			60
156							1000	19	40	10	21	70		60
157			10	6			900	18	38		20			70
158		10					900	18	38	10	20	70		70
159							900	18	38		20			70
160					10		900	18	38	10	20	70		70
161			10				900	18	38		20		25	70

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]															
	$s$															
	1006	1009	1010	1013	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002		
162							900	18	38	10	20	70		70		
163		10					900	18	38		20			70		
164							900	18	38	10	20	70		70		
165			10			10	900	18	38		20			70		
166	20						900	18	38	10	20	70		70		
167							900	18	38		20			70		
168			10				900	18	38	10	20	70		70		
169		10		10			900	18	38		20			70		
170					6	10	800	18	38	10	20	70		70		
171							800	18	38		20		25	70		
172							800	18	38	10	20	70		70		
173			10	10			800	18	38		20			70		
174							800	18	38	10	20	70		70		
175							800	18	38		20			70		
176						10	800	18	38	10	20	70		70		
177				10			800	18	38		20			70		
178			10				800	18	38	10	20	70		70		
179	21						800	18	38		20			70		
180					10		800	18	38	10	20	70		70		
181				10			800	18	38		20			70		
182							800	18	38	10	20	70		25	70	
183			10		6		800	17	36		20	70		70		80
184							800	17	36	10	20	70		70		80

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]													
	$s$													
	1006	1009	1010	1013	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002
185			10			10	800	17	36		20			80
186							800	17	36	10	20	70		80
187							800	17	36		20			80
188		10					800	17	36	10	20	70		80
189			10				800	17	36		20			80
190					10		800	17	36	10	20	70		80
191							800	17	36		20		25	80
192	21						800	17	36	10	20	70		80
193			10	10			800	17	36		20			80
194							800	17	36	10	20	70		80
195		10			10		800	17	36		20			80
196					6		800	17	36	10	19	70		80
197			10				800	17	36		19			80
198		10					800	17	36	10	19	70		80
199							800	17	36		19			80
200						10	800	17	36	10	19	70		80
201			10				800	17	36		19		25	80
202							800	17	36	10	19	70		80
203		10					800	17	36		19			80
204							800	17	36	10	19	70		80
205	21		10				800	17	36		19			80
206							800	17	36	10	19	70		80
207							800	17	36		19			80

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]													
	$s$													
	1006	1009	1010	1013	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002
208	10						800	17	36	10	19	70		80
209			10	6			700	16	36		19			90
210					11		700	16	36	10	19	80		90
211							700	16	36		19		25	90
212							700	16	36	10	19	80		90
213		10	10				700	16	36		19			90
214							700	16	36	10	19	80		90
215					11		700	16	36		19			90
216							700	16	36	10	19	80		90
217			10				700	16	36		19			90
218	22		10				700	16	36	10	19	80		90
219							700	16	36		19			90
220						11	700	16	36	10	19	80		90
221		10		10			700	16	36		19		25	90
222					6		700	16	36	10	19	90		90
223			10				700	16	36		19			90
224							700	16	36	10	19	90		90
225				10		11	700	16	36		19			90
226							700	16	36	10	19	90		90
227							700	16	36		19			90
228			10				700	16	36	10	19	90		90
229				10			700	16	36		19			90
230					11		700	16	36	10	19	90		90

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{s,k}$ [ME]													
	$s$													
	1006	1009	1010	1013	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002
231	22						700	16	36		19		25	90
232							700	16	36	10	19	90		90
233		10	10				700	16	36		19			90
234							700	16	36	10	19	90		90
235				6	11		600	15	36		19			100
236							600	15	36	10	19	100		100
237			10				600	15	36		19			100
238		10					600	15	36	10	19	100		100
239							600	15	36		19			100
240						11	600	15	36	10	19	100		100
241			10				600	15	36		19			100
242							600	15	36	10	19	100	25	100
243		10					600	15	36		19			100
244	22						600	15	36	10	19	100		100
245			10		11		600	15	36		19			100
246							600	15	36	10	19	100		100
247		10					600	15	36		19			100
248		10		6			600	15	36	10	19	110		100
249			10				600	15	36		19			100
250					11		600	15	36	10	19	110		100
251							600	15	36		19		25	100
252							600	15	36	10	19	110		100
253		10	10				600	15	36		19			100

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]													
	$s$													
	1006	1009	1010	1013	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002
254							600	15	36	10	19	110		100
255						11	600	15	36		19			100
256							600	15	36	10	19	110		100
257	22		10				600	15	36		19			100
258		10					600	15	36	10	19	110		100
259							600	15	36		19			100
260						11	600	15	36	10	19	110		100
261			10	6			500	14	36		20		25	110
262							500	14	36	10	20	120		110
263		10					500	14	36		20			110
264			10				500	14	36	10	20	120		110
265						11	500	14	36		20			110
266							500	14	36	10	20	120		110
267							500	14	36		20			110
268			10				500	14	36	10	20	120		110
269				10			500	14	36		20			110
270	23					11	500	14	36	10	20	120		110
271							500	14	36		20		25	110
272							500	14	36	10	20	120		110
273		10	10	10			500	14	36		20			110
274					6		500	14	36	10	20	120		110
275						11	500	14	36		20			110
276							500	14	36	10	20	120		110

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fn}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]															
	$s$															
	1006	1009	1010	1013	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002		
277			10				500	14	36		20			110		
278		10					500	14	36	10	20	120		110		
279							500	14	36		20			110		
280					11		500	14	36	10	20	120		110		
281			10				500	14	36		20		25	110		
282							500	14	36	10	20	120		110		
283	23		10				500	14	36		20			110		
284							500	14	36	10	20	120		110		
285				10		11	500	14	36		20			110		
286							500	13	36	10	20	120		110		
287					6		250	13	36		20			120		
288		10					250	13	36	10	20	120		120		
289			10				250	13	36		20			120		
290					11		250	13	36	10	20	120		120		
291							250	13	36		20		25	120		
292							250	13	36	10	20	120		120		
293		10	10				250	13	36		20			120		
294							250	13	36	10	20	120		120		
295					11		250	13	36		20			120		
296	23						250	13	36	10	20	120		120		
297				10			250	13	36		20			120		
298			10				250	13	36	10	20	120		120		
299		10					250	13	36		20			120		

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]															
	$s$															
	1006	1009	1010	1013	1014	2005	3001	4004	5005	6001	7003	8003	9005	10002		
300				6	11		250	13	36	10	20	120		120		
301			10				250	13	36		20		25	120		
302							250	13	36	10	20	120		120		
303			10				250	13	36		20			120		
304							250	13	36	10	20	120		120		
305			10		11		250	13	36		20			120		
306							250	13	36	10	20	120		120		
307							250	13	36		20			120		
308			10				250	13	36	10	20	120		120		
309	23						250	13	36		20			120		
310			10				250	13	36	10	20	120		120		
311					11		250	13	36		20		25	120		
312							250	13	36	10	20	120		120		
Summe	503	128	660	780	144	610	279500	5771	11622	1885	6459	13830	800	23400		

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle A.5: TI-1 – Nachfrage von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$s$	$c_{sf}^{SSPen}$ [GE/ $t^k$ ]			$k_s^{SS}$ [ $t^k$ ]	Bedarfsabhängigkeit	
	$f_f^{SS} = 0,5$	$f_f^{SS} = 0,8$	$f_f^{SS} = 1$		Produkt $s'$	Faktor
1010	13000	1300	130	104		
1013	6600	660	66	104		
2001	43000	4300	430	52	2005	2,1
2005	95000	9500	950	52		
3001	16	8	4	26		
4004	4600	460	46	52		
4101	4800	480	48	52	4004	0,7572116
5005	500	50	5	52		
5101	340	34	3,4	52	5005	1,395172
6001	14000	1400	140	52		
6101	16000	1600	160	52	6001	0,9166666
7003	900	90	9	52		
7101	900	90	9	52	7003	0,9411765
8003	500	50	5	52		
8101	270	27	2,7	52	8003	1,904762
9005	7700	770	77	52		
9101	4800	480	48	52	9005	1,68
10002	330	33	3,3	52		
10101	280	28	2,8	52	10002	1,191469

Erläuterungen:

Der einzuhaltende Sicherheitsbestand eines Produktes  $s$  am Ende einer Periode  $k$  ergibt sich aus der Summe der externen Nachfrage innerhalb der nächsten  $k_s^{SS}$  Perioden. Hierbei wird die externe Nachfrage nach Produkt  $s$  selber sowie die nach der in der Spalte „Bedarfsabhängigkeit“ aufgeführten Endprodukte unter Berücksichtigung des angegebenen Faktors berücksichtigt.

Tabelle A.6: TI-1 – Sicherheitsbestandsprodukte  $s \in \mathcal{S}^{SS}$

$s$	$\check{r}_{sk > k_s^{\text{Order}}}$ [ME]	$\hat{r}_{sk > k_s^{\text{Order}}}$ [ME]	$k_s^{\text{Order}}$ [ $t^k$ ]
1101	0	5000	1
1102	100	500	26
1111	75	350	16
2101	20	50	26
2201	40	125	13
3101	300	2250	13
4101	150	1000	8
5101	250	1750	26
5102	0	5000	26
6101	50	400	39
7101	175	1000	16
8101	350	2500	39
9101	75	500	16
9103	0	150	13
10101	100	400	26

Tabelle A.7: TI-1 – Rohstoffe  $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$

$r_{sk}$ [ME]						
$k$	$s$					
	2101	3101	4101	8101	9103	10101
1	50	1500	200		150	400
2	50	1500			150	400
3	50	1500		1000	150	400
4	50	1500		1000		400
5	50	1500		1000		400
6		1500		1000		400
7		1500		1000		400
8		1500				400
9		1500				400
10		1500				400
11						400
12						400
13						400
14						400
15						400
16						400
Summe	250	15000	200	5000	450	6400

Erläuterungen:  
keine beziehungsweise fehlende Angabe entspricht null ME

Tabelle A.8: TI-1 – Feststehende Rohstofflieferungen von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$  in Periode  $k$

$i$	$\mathcal{U}_i$	$t_i^{\text{SU}}$	$t_i^{\text{P}}$	$t_i^{\text{Cl}}$	$c_i^{\text{SU}}$	$c_i^{\text{P}}$	$c_i^{\text{Cl}}$	$\check{n}_i$	$\hat{n}_i$
		[ZE]	[ZE]	[ZE]	[GE]	[GE]	[GE]		
101.1	1	60	33,6	168	1000	10	1000	3	243
102.1	4	60	33,6	168	1000	10	1000	3	243
103.1	4	60	33,6	168	1000	10	1000	3	243
104.1	4	60	56	168	1000	10	1000	3	145
105.1	4	60	56	168	1000	10	1000	3	145
106.1	4	60	56	168	1000	10	1000	3	145
107.1	1	60	84	168	1000	10	1000	2	97
108.1	1	60	84	168	1000	10	1000	2	97
109.1	1	60	84	168	1000	10	1000	2	97
110.1	1	60	33,6	168	1000	10	1000	2	243
111.1	4	60	56	168	1000	10	1000	2	145
112.1	4	60	33,6	168	1000	10	1000	2	243
113.1	4	60	33,6	168	1000	10	1000	2	243
114.1	4	60	33,6	168	1000	10	1000	2	243
201.1	1, 2	60	168	168	1000	10	1000	3	48
202.1	1	60	168	168	1000	10	1000	3	48
203.1	2	60	168	168	1000	10	1000	3	48
204.1	2	60	33,6	168	1000	10	1000	3	243
205.1	2	60	67,2	168	1000	10	1000	3	121
301.1	5	60	33,6	168	1000	10	1000	20	243
301.2	6	60	33,6	168	1000	10	1000	20	243
301.3	3	60	33,6	168	1000	10	1000	30	243
401.1	16	0	56	60	1000	10	1000	3	148
401.2	17	0	56	60	1000	10	1000	3	148
402.1	3	132	56	168	1000	10	1000	3	144
402.2	4	132	56	168	1000	10	1000	3	144
403.1	5	60	16,8	168	1000	10	1000	5	486
403.2	4	60	16,8	168	1000	10	1000	10	486
404.1	4	60	16,8	168	1000	10	1000	5	486
404.2	3	60	16,8	168	1000	10	1000	10	486
501.1	5	60	33,6	168	1000	10	1000	5	243
502.1	4	60	21	168	1000	10	1000	10	389
503.1	5	60	12	168	1000	10	1000	7	681
503.2	4	60	12	168	1000	10	1000	14	681
504.1	3	60	16,8	168	1000	10	1000	10	486
505.1	4	60	16,8	168	1000	10	1000	10	486
601.1	1, 2	60	33,6	168	1000	10	1000	3	243
701.1	4	60	33,6	168	1000	10	1000	3	243

Tabelle A.9: TI-1 – Prozesse  $i \in \mathcal{I}$

$i$	$\mathcal{U}_i$	$t_i^{\text{SU}}$ [ZE]	$t_i^{\text{P}}$ [ZE]	$t_i^{\text{Cl}}$ [ZE]	$c_i^{\text{SU}}$ [GE]	$c_i^{\text{P}}$ [GE]	$c_i^{\text{Cl}}$ [GE]	$\check{n}_i$	$\hat{n}_i$
701.2	3, 4	96	33,6	168	1000	10	1000	3	242
701.3	3	60	168	168	1000	10	1000	1	48
702.1	1	60	33,6	168	1000	10	1000	5	243
703.1	3	60	33,6	168	1000	10	1000	5	243
801.1	10, 19	0	33,6	60	1000	10	1000	5	248
802.1	3	60	33,6	168	1000	10	1000	5	243
802.2	4	60	33,6	168	1000	10	1000	5	243
803.1	3	60	33,6	168	1000	10	1000	5	243
803.2	4	60	33,6	168	1000	10	1000	5	243
901.1	2	60	168	168	1000	10	1000	2	48
901.2	3	60	168	168	1000	10	1000	1	48
901.3	5	60	168	168	1000	10	1000	1	48
902.1	4	60	33,6	168	1000	10	1000	3	243
903.1	16, 17	0	84	60	1000	10	1000	2	99
903.2	9, 10	0	84	60	1000	10	1000	2	99
904.1	3	60	84	168	1000	10	1000	2	97
905.1	3	60	67,2	168	1000	10	1000	2	121
1001.1	4	60	33,6	168	1000	10	1000	10	243
1001.2	5	60	33,6	168	1000	10	1000	5	243
1002.1	4	60	16,8	168	1000	10	1000	15	486
1002.2	5	60	16,8	168	1000	10	1000	10	486

Tabelle A.9: TI-1 – Prozesse  $i \in \mathcal{I}$

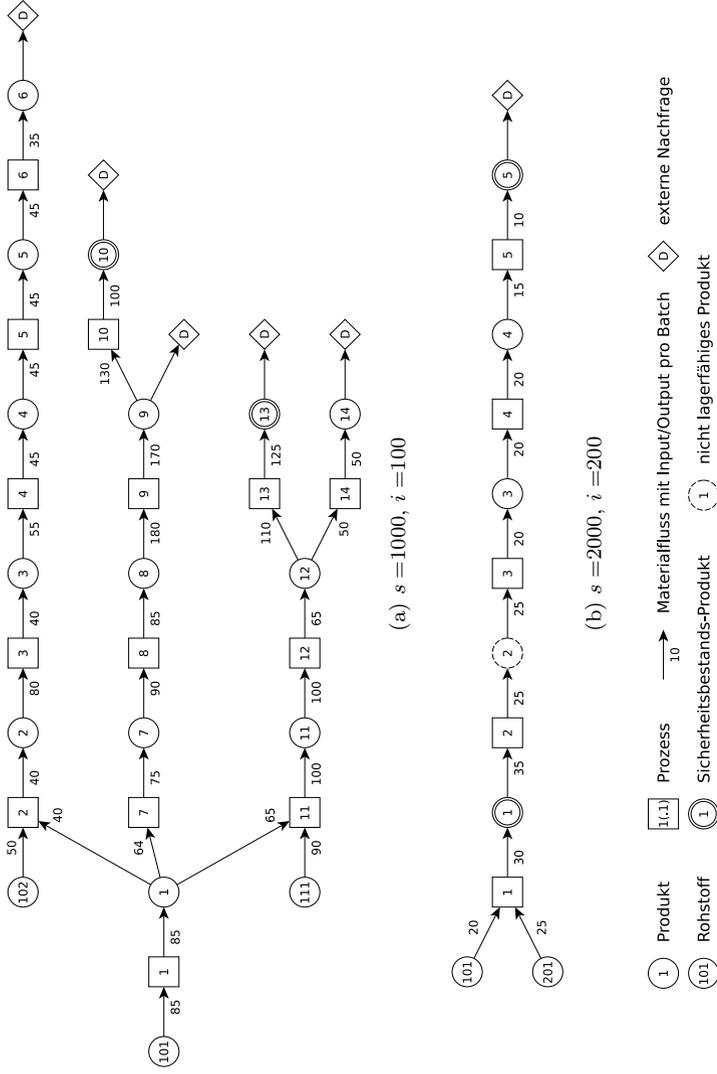
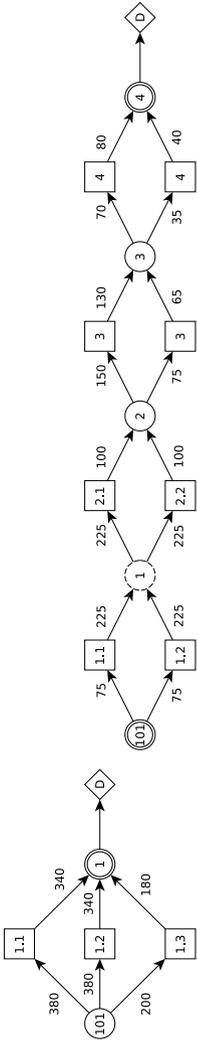
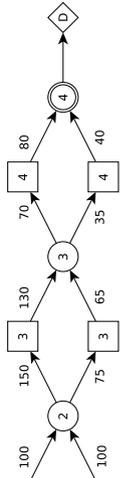


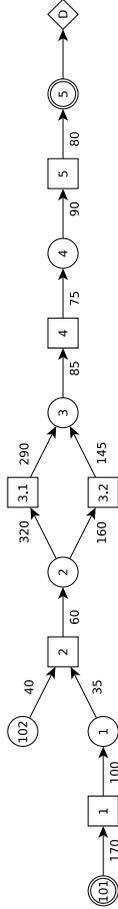
Abbildung A.1: TI-1 – Materialflussstrukturen  
 (Produkt- und Prozessbezeichnungen ergeben sich durch Addition der in Teilbildnamen und Grafik aufgeführten Zahlen)



(c)  $s=3000, i=300$



(d)  $s=4000, i=400$



(e)  $s=5000, i=500$



Abbildung A.1: TI-1 – Materialflussstrukturen

(Produkt- und Prozessbezeichnungen ergeben sich durch Addition der in Teilbildern und Grafik aufgeführten Zahlen)

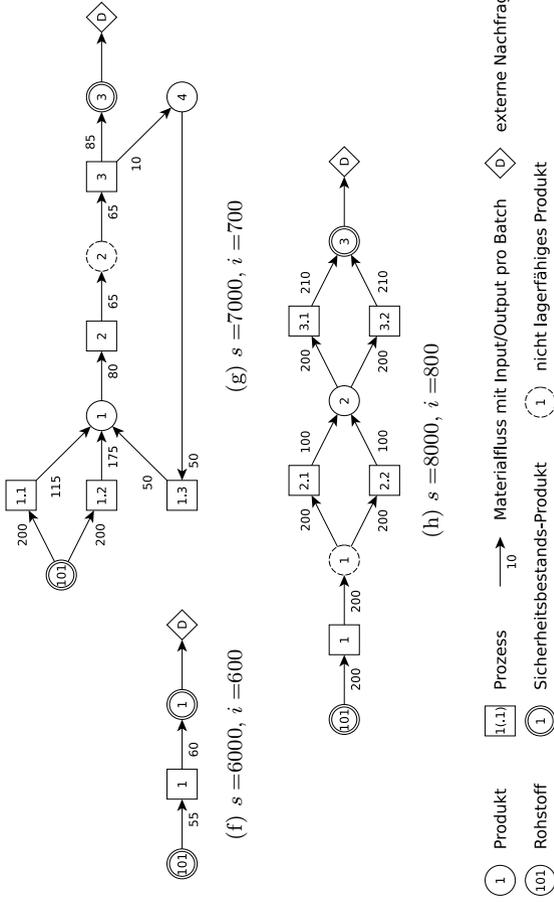


Abbildung A.1: TI-1 – Materialflussstrukturen  
 (Produkt- und Prozessbezeichnungen ergeben sich durch Addition der in Teilbildnamen und Grafik aufgeführten Zahlen)

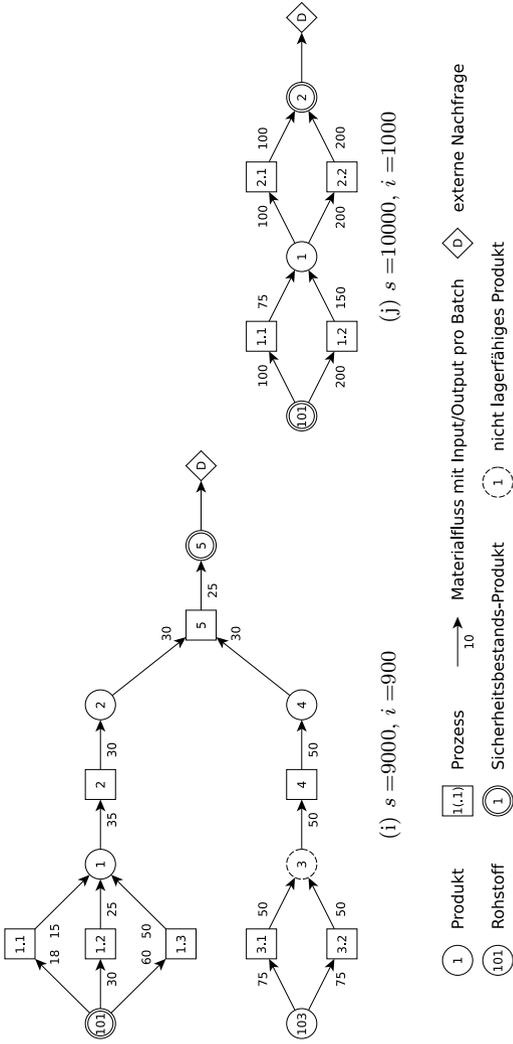


Abbildung A.1: TI-1 – Materialflussstrukturen  
 (Produkt- und Prozessbezeichnungen ergeben sich durch Addition der in Teilbildnamen und Grafik aufgeführten Zahlen)



## B Daten TI-2a

Parameter	Wert	
$i^a$	10	[%]
$k^a$	12	[ $t^k$ ]
$k^{SSChk}$	1	[ $t^k$ ]
$ \mathcal{K} $	72	[ $t^k$ ]
$t^k$	168	[ZE]

Tabelle B.1: TI-2a – Einzelparameter

$b$	$\mathcal{U}_b$	$t_b^{\rightarrow}$ [ $t^k$ ]	$t_b^{\leftarrow}$ [ $t^k$ ]
1	alle	0	0,1
2	alle	11,5	12
3	alle	23,5	24,25
4	alle	35,5	36
5	alle	47,5	48,25
6	alle	59,5	60
7	alle	71,5	72

Tabelle B.2: TI-2a – Betriebsstillstände  $b \in \mathcal{B}$

$s$	$t_s^{\text{QC}}$ [t <sup>k</sup> ]	$h_s^0$ [ME]	$\check{c}_s^P \vee p_s^{\text{raw}}$ [GE/ME]	$\mathcal{S}^{\text{raw}}$	$\mathcal{S}^{\text{ZW}}$	$\mathcal{S}^{\text{DOut}}$	$\mathcal{S}^{\text{fin}}$	$\mathcal{S}^{\text{SS}}$
1201	0	450	2100	•				
1101	0	935	50	•				
1001	0,5	0	1650,76					
1002	0,5	0	3229,07					
1003	0,5	1	4266,85					
1004	0,5	0	4272,69					
1005	1	200	4966,8				•	
1206	0	780	68	•				
1006	0,5	0	124,71					
1007	0,5	0	203,2					
1008	1	76	216,02				•	
1009	1	173	201,61				•	•
1210	0	8,5	15	•				
1010	0,5	16	80,61					
1011	0,5	380	96,12					
1012	1	51	113,09				•	•
1013	1	145	163,39				•	•
1214	0	65	700	•				
1014	0,5	0	886,64					
1015	1	19	937,47				•	•
2201	0	0	410	•				
2101	0	0	410	•				
2001	0,5	0	495,54					
2002	1	500	536,36				•	•
3101	0	5675	1450	•				
3001	0,5	0	1717,84					
3002	1	4250	1596,36				•	•
4101	0	3000	1133	•				
4001	1	4650	1037,77				•	•
5201	0	0	1050	•				
5101	0	0	930	•				
5001	0,5	0	2390,78					
5002	0	0	–		•			

Erläuterungen:

$\check{c}_s^P \vee p_s^{\text{raw}} - \check{c}_s^P$  wenn  $s \in \mathcal{S}^{\text{Out}}$ ,  $p_s^{\text{raw}}$  wenn  $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$

$\check{c}_s^P$  – gerundete Werte,

für die Bestimmung der exakten Werte siehe Abschnitt 6.4.2

Tabelle B.3: TI-2a – Produkte  $s \in \mathcal{S}$

$s$	$t_s^{\text{QC}}$ [t <sup>k</sup> ]	$h_s^0$ [ME]	$\check{c}_s^P \vee p_s^{\text{raw}}$ [GE/ME]	$\mathcal{S}^{\text{raw}}$	$\mathcal{S}^{\text{ZW}}$	$\mathcal{S}^{\text{DOut}}$	$\mathcal{S}^{\text{fin}}$	$\mathcal{S}^{\text{SS}}$
5003	0,5	0	2719,32					
5004	1	0	2226,52				•	•
6201	0	1750	25	•				•
6101	0	725	28	•				•
6001	0,5	0	131,86					
6002	0,5	69	153,35					
6103	0	2400	460	•				•
6003	0,5	505	1597,05					
6004	0,5	33	1170,68					
6005	0	0	–		•			
6006	0	0	–		•			
6107	0	350	7,5	•				
6007	0,5	38	1728,92					
6008	0,5	4,3	1928,09					
6009	1	190	2336,34				•	•
6110	0	0	1460	•				•
6010	0,5	0	1288,1					
6011	0,5	9	1502,8					
6012	1	123	1850,01				•	•
7101	0	720	440	•				•
7001	0,5	39	591,37					
7102	0	770	1650	•				•
7002	0,5	95	1441,36					
7003	0,5	32	1631,83					
7004	0,5	14	1834,42					
7005	1	3550	2006,47				•	•
8101	0	95	85	•				
8001	0	0	–		•			
8002	0,5	33	171,61					
8003	1	4170	168,48				•	•
9101	0	1785	550	•				•
9001	0,5	110	626,73					
9002	0,5	5	606,37			•		
9003	1	2090	1181,8				•	•

Erläuterungen:

$\check{c}_s^P \vee p_s^{\text{raw}} - \check{c}_s^P$  wenn  $s \in \mathcal{S}^{\text{Out}}$ ,  $p_s^{\text{raw}}$  wenn  $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$

$\check{c}_s^P$  – gerundete Werte,

für die Bestimmung der exakten Werte siehe Abschnitt 6.4.2

Tabelle B.3: TI-2a – Produkte  $s \in \mathcal{S}$

$s$	$t_s^{\text{QC}}$ [t <sup>k</sup> ]	$h_s^0$ [ME]	$\check{c}_s^P \vee p_s^{\text{raw}}$ [GE/ME]	$\mathcal{S}^{\text{raw}}$	$\mathcal{S}^{\text{ZW}}$	$\mathcal{S}^{\text{DOut}}$	$\mathcal{S}^{\text{fin}}$	$\mathcal{S}^{\text{SS}}$
10101	0	0	410	•				
10001	0,5	0	665,44					
10002	1	0	746,42				•	•
11101	0	4300	280	•				•
11001	0	0	—		•			
11002	0,5	0	771,21					
11003	0,5	0	889,23					
11004	1	1144	856,16				•	•
12101	0	0	450	•				
12001	0,5	2,2	563,01					
12002	1	860	512,33				•	•
13101	0	33000	345	•				
13001	1	76218	420,5				•	•
14101	0	15	13700	•				
14001	1	455	15259,67				•	•
15101	0	0	1150	•				
15001	1	1250	1286,32				•	•
16101	0	715	6100	•				•
16001	1	575	5695,79				•	•

Erläuterungen:

$\check{c}_s^P \vee p_s^{\text{raw}} - \check{c}_s^P$  wenn  $s \in \mathcal{S}^{\text{Out}}$ ,  $p_s^{\text{raw}}$  wenn  $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$

$\check{c}_s^P$  – gerundete Werte,

für die Bestimmung der exakten Werte siehe Abschnitt 6.4.2

Tabelle B.3: TI-2a – Produkte  $s \in \mathcal{S}$

$s$	$c_s^{\text{BlPen}}$ [GE/ $t^k$ ]	$k_s^{\text{Bl}}$ [ $t^k$ ]
1005	500000	1
1008	166666	1
1009	264700	1
1012	335250	1
1013	532500	1
1015	445000	1
2002	112000	1
3002	13333	1
4001	13333	1
5004	5670000	1
6009	3804000	1
6012	3804000	1
7005	21050	1
8003	20000	1
9003	36364	1
10002	125000	1
11004	187000	1
12002	275000	1
13001	4140	1
14001	307700	1
15001	25000	1
16001	578700	1

Tabelle B.4: TI-2a – Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]												
	$s$												
	1005	1008	1009	1012	1013	1015	2002	3002	4001	5004	6009		
1	7,5	1,6	11	2,7	6,6	2,5		300	909			8,3	
2	7,5	1,6	11	2,7	6,6	2,5		300	909			8,3	
3	7,5	1,6	11	2,7	6,6	2,5		300	909			8,3	
4	7,5	1,6	11	2,7	6,6	2,5		300	909			8,3	
5	7,5	1,6	11	2,7	6,6	2,5		300	909			8,3	
6	7,5	1,6	11	2,7	6,6	2,5		300	909			8,3	
7	7,5	1,6	11	2,7	6,6	2,5		300	909			8,3	
8	7,5	1,6	11	2,7	6,6	2,5		300	909			8,3	
9	7,5	1,6	11	2,7	6,6	2,5		300	909			8,3	
10	7,5	1,6	11	2,7	6,6	2,5		300	909			8,3	
11	7,5	1,6	11	2,7	6,6	2,5		300	909			8,3	
12	7,5	1,6	11	2,7	6,6	2,5		300	909			8,3	
13	7,5	1,6	11	2,6	5	2,5	141	535	3500			8,3	
14	7,5	1,6	11	2,6	5	2,5	141	535	3500			8,3	
15	7,5	1,6	11	2,6	5	2,5	141	535	3500			8,3	
16	7,5	1,6	11	2,6	5	2,5	141	535	3500			8,3	
17	7,5	1,6	11	2,6	5	2,5	141	535	3500			8,3	
18	7,5	1,6	11	2,6	5	2,5	141	535	3500			8,3	
19	7,5	1,6	11	2,6	5	2,5	141	535	3500			8,3	
20	7,5	1,6	11	2,6	5	2,5	141	535	3500			8,3	
21	7,5	1,6	11	2,6	5	2,5	141	535	3500			8,3	
22	7,5	1,6	11	2,6	5	2,5	141	535	3500			8,3	
23	7,5	1,6	11	2,6	5	1	141	535	3500			8,3	

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle B.5: TI-2a – Nachfrage für Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \{1005-6009\}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{s,k}$ [ME]										
	$s$										
	1005	1008	1009	1012	1013	1015	2002	3002	4001	5004	6009
24	7,5	1,6	11	2,6	5		141	535	3500		8,3
25	7,5	1,6	11	2,5	4,6				5735		8,3
26	7,5	1,6	11	2,5	4,6				5735		8,3
27	7,5	1,6	11	2,5	4,6				5735		8,3
28	7,5	1,6	11	2,5	4,6				5735		8,3
29	7,5	1,6	11	2,5	4,6				5735		8,3
30	7,5	1,6	11	2,5	4,6				5735	6	8,3
31	7,5	1,6	11	2,5	4,6				5735		8,3
32	7,5	1,6	11	2,5	4,6				5735	6	8,3
33	7,5	1,6	11	2,5	4,6				5735		8,3
34	7,5	1,6	11	2,5	4,6				5735	6	8,3
35	7,5	1,6	11	2,5	4,6				5735		8,3
36	7,5	1,6	11	2,5	4,6				5735	6	8,3
37	7,5	1,6	11	2,5	4,3				8835		
38	7,5	1,6	11	2,5	4,3				8835	6	
39	7,5	1,6	11	2,5	4,3				8835		
40	7,5	1,6	11	2,5	4,3				8835	6	
41	7,5	1,6	11	2,5	4,3				8835		
42	7,5	1,6	11	2,5	4,3				8835	6	
43	7,5	1,6	11	2,5	4,3				8835		
44	7,5	1,6	11	2,5	4,3				8835	6	
45	7,5	1,6	11	2,5	4,3				8835		
46	7,5	1,6	11	2,5	4,3				8835	6	

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle B.5: TI-2a – Nachfrage für Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \{1005-6009\}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]												
	$s$												
	1005	1008	1009	1012	1013	1015	2002	3002	4001	5004	6009		
47	7,5	1,6	11	2,5	4,3				8835				
48	7,5	1,6	11	2,5	4,3				8835	6			
49	7,5	1,6	11	2,5	4,2		84		8835				
50	7,5	1,6	11	2,5	4,2		84		8835	6			
51	7,5	1,6	11	2,5	4,2		84		8835				
52	7,5	1,6	11	2,5	4,2		84		8835	6			
53	7,5	1,6	11	2,5	4,2		84		8835				
54	7,5	1,6	11	2,5	4,2		84		8835	6			
55	7,5	1,6	11	2,5	4,2		84		8835				
56	7,5	1,6	11	2,5	4,2		84		8835	6			
57	7,5	1,6	11	2,5	4,2		84		8835				
58	7,5	1,6	11	2,5	4,2		84		8835	6			
59	7,5	1,6	11	2,5	4,2		84		8835				
60	7,5	1,6	11	2,5	4,2		84		8835	6			
61	7,5	1,6	11	2,5	3,8		335		8835				
62	7,5	1,6	11	2,5	3,8		335		8835	6			
63	7,5	1,6	11	2,5	3,8		335		8835				
64	7,5	1,6	11	2,5	3,8		335		8835	6			
65	7,5	1,6	11	2,5	3,8		335		8835				
66	7,5	1,6	11	2,5	3,8		335		8835	6			
67	7,5	1,6	11	2,5	3,8		335		8835				
68	7,5	1,6	11	2,5	3,8		335		8835	6			
69	7,5	1,6	11	2,5	3,8		335		8835				

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle B.5: TI-2a – Nachfrage für Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \{1005-6009\}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

		$d_{s,k}$ [ME]										
		$s$										
$k$		1005	1008	1009	1012	1013	1015	2002	3002	4001	5004	6009
70		7,5	1,6	11	2,5	3,8		335		8835		6
71		7,5	1,6	11	2,5	3,8		335		8835		
72		7,5	1,6	11	2,5	3,8		335		8835		6
Summe		540	115,2	792	183,6	342	56	6720	10020	439788	132	298,8
Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME												

Tabelle B.5: TI-2a – Nachfrage für Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \{1005-6009\}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]												
	$s$												
	6012	7005	8003	9003	10002	11004	12002	13001	14001	15001	16001		
1		216	110	85		77		7500	10,4	36	35		
2		216	110	85		77		7500	10,4	36	35		
3		216	110	85		77		7500	10,4	36	35		
4		216	110	85		77		7500	10,4	36	35		
5		216	110	85		77		7500	10,4	36	35		
6		216	110	85		77		7500	10,4	36	35		
7		216	110	85		77		7500	10,4	36	35		
8		216	110	85		77		7500	10,4	36	35		
9		216	110	85		77		7500	10,4	36	35		
10		216	110	85		77		7500	10,4	36	35		
11		216	110	85		77		7500	10,4	36	35		
12		216	110	85		77		7500	10,4	36	35		
13		216	94	84		69	72	3333	10,3	34	38		
14		216	94	84		69	72	3333	10,3	34	38		
15		216	94	84		69	72	3333	10,3	34	38		
16		216	94	84		69	72	3333	10,3	34	38		
17		216	94	84		69	72	3333	10,3	34	38		
18		216	94	84		69	72	3333	10,3	34	38		
19		216	94	84		69	72	3333	10,3	34	38		
20		216	94	84		69	72	3333	10,3	34	38		
21		216	94	84		69	72	3333	10,3	34	38		
22		216	94	84		69	72	3333	10,3	34	38		
23		216	94	84		69	72	3333	10,3	34	38		

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle B.6: TI-2a – Nachfrage für Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \{6012-16001\}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{s,k}$ [ME]												
	$s$												
	6012	7005	8003	9003	10002	11004	12002	13001	14001	15001	16001		
24		216	94	84		69	72	3333	10,3	34	38		
25		216	84	80	42	62	42		10	31	42		
26		216	84	80	42	62	42		10	31	42		
27		216	84	80	42	62	42		10	31	42		
28		216	84	80	42	62	42		10	31	42		
29		216	84	80	42	62	42		10	31	42		
30		216	84	80	42	62	42		10	31	42		
31		216	84	80	42	62	42		10	31	42		
32		216	84	80	42	62	42		10	31	42		
33		216	84	80	42	62	42		10	31	42		
34		216	84	80	42	62	42		10	31	42		
35		216	84	80	42	62	42		10	31	42		
36		216	84	80	42	62	42		10	31	42		
37		216	84	75	125	48	42		10	28	39		
38	8,3	216	84	75	125	48	42		10	28	39		
39	8,3	216	84	75	125	48	42		10	28	39		
40	8,3	216	83	75	125	48	42		10	28	39		
41	8,3	216	83	75	125	48	42		10	28	39		
42	8,3	216	83	75	125	48	42		10	28	39		
43	8,3	216	83	75	125	48	42		10	28	39		
44	8,3	216	83	75	125	48	42		10	28	39		
45	8,3	216	83	75	125	48	42		10	28	39		
46	8,3	216	83	75	125	48	42		10	28	39		

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle B.6: TI-2a – Nachfrage für Endprodukte  $s \in S^{\text{fn}} \cap \{6012-16001\}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{s,k}$ [ME]															
	$s$															
	6012	7005	8003	9003	10002	11004	12002	13001	14001	15001	16001					
47	8,3	216	83	75	125	48	42		10	28	39					
48	8,3	216	83	75	125	48	42		10	28	39					
49	8,3	216	80	72	167	38	41		10	28	39					
50	8,3	216	80	72	167	38	41		10	28	39					
51	8,3	216	80	72	167	38	41		10	28	39					
52	8,3	216	80	72	167	38	41		10	28	39					
53	8,3	216	80	72	167	38	41		10	28	39					
54	8,3	216	80	72	167	38	41		10	28	39					
55	8,3	216	80	72	167	38	41		10	28	39					
56	8,3	216	80	72	167	38	41		10	28	39					
57	8,3	216	80	72	167	38	41		10	28	39					
58	8,3	216	80	72	167	38	41		10	28	39					
59	8,3	216	80	72	167	38	41		10	28	39					
60	8,3	216	80	72	167	38	41		10	28	39					
61	8,3	216	75	70	167	34	41		10	25	40					
62	8,3	216	75	70	167	34	41		10	25	40					
63	8,3	216	75	70	167	34	41		10	25	40					
64	8,3	216	75	70	167	34	41		10	25	40					
65	8,3	216	75	70	167	34	41		10	25	40					
66	8,3	216	75	70	167	34	41		10	25	40					
67	8,3	216	75	70	167	34	41		10	25	40					
68	8,3	216	75	70	167	34	41		10	25	40					
69	8,3	216	75	70	167	34	41		10	25	40					

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle B.6: TI-2a – Nachfrage für Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \{6012-16001\}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{s,k}$ [ME]										
	$s$										
	6012	7005	8003	9003	10002	11004	12002	13001	14001	15001	16001
70	8,3	216	75	70	167	34	41		10	25	40
71	8,3	216	75	70	167	34	41		10	25	40
72	8,3	216	75	70	167	34	41		10	25	40
Summe	298,8	15552	6315	5592	6012	3936	2856	129996	728,4	2184	2796

Erläuterungen: fehlende Angaben entsprechen einer Nachfrage von null ME

Tabelle B.6: TI-2a – Nachfrage für Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}} \cap \{6012-16001\}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$s$	$c_{sf}^{SSPen} [GE/t^k]$			$k_s^{SS}$ [ $t^k$ ]	Bedarfsabhängigkeit	
	$f_f^{SS} = 0,5$	$f_f^{SS} = 0,8$	$f_f^{SS} = 1$		Produkt $s'$	Faktor
1009	26470	2647	265	12		
1012	33525	3353	335	12		
1013	53250	5325	533	12		
1015	44500	4450	445	12		
2002	11200	1120	112	12		
3002	1333	133,3	13,3	3		
4001	1333	133,3	13,3	3		
5004	567000	56700	5670	12		
6009	380400	38040	3804	15		
6012	380400	38040	3804	15		
6101	249250	24925	2492,5	15	6009	1,554624
					6012	1,046602
6103	105750	10575	1058	15	6009	3,66943
6110	330800	33080	3308	15	6012	1,132404
6201	90730	9073	907	15	6009	4,278782
					6012	2,880556
7005	2105	211	21	12		
7101	1950	195	19,5	9	7005	0,9569525
7102	2365	237	23,7	9	7005	0,8807029
8003	2000	200	20	9		
9003	3636	363,6	36,4	12		
9101	1750	175	17,5	12	9003	2,086111
10002	12500	1250	125	12		
11004	18700	1870	187	9		
11101	6485	648,5	64,9	12	11004	2,882894
12002	27500	2750	275	12		
13001	414	41,4	4,1	5		
14001	30770	3077	308	6		
15001	2500	250	25	9		
16001	57870	5787	579	9		
16101	62000	6200	620	9	16001	0,9310345

Erläuterungen:

Der einzuhaltende Sicherheitsbestand eines Produktes  $s$  am Ende einer Periode  $k$  ergibt sich aus der Summe der externen Nachfrage innerhalb der nächsten  $k_s^{SS}$  Perioden. Hierbei wird die externe Nachfrage nach Produkt  $s$  selber sowie die nach der in der Spalte „Bedarfsabhängigkeit“ aufgeführten Endprodukte unter Berücksichtigung des angegebenen Faktors berücksichtigt.

Tabelle B.7: TI-2a – Sicherheitsbestandsprodukte  $s \in \mathcal{S}^{SS}$

$s$	$\check{r}_{sk > k_s^{\text{Order}}}$ [ME]	$\hat{r}_{sk > k_s^{\text{Order}}}$ [ME]	$k_s^{\text{Order}}$ [t <sup>k</sup> ]
1101	95	4400	3
1201	150	715	7
1206	70	565	9
1210	50	1000	3
1214	25	1000	3
2101	230	5400	8
2201	165	1940	7
3101	100	2500	8
4101	135	7550	8
5101	30	610	3
5201	30	610	3
6101	100	3000	6
6103	500	17500	2
6107	50	3000	1
6110	55	670	6
6201	250	6000	6
7101	250	5000	6
7102	250	5000	12
8101	325	7600	6
9101	365	3650	10
10101	120	2000	8
11101	175	2350	7
12101	100	820	10
13101	220	7500	6
14101	35	725	8
15101	45	1000	9
16101	25	440	9

Tabelle B.8: TI-2a – Rohstoffe  $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$

$k$	$r_{sk}$ [ME]																	
	$s$																	
	2101	2201	4101	7101	7102	8101	9101	11101	12101	13101	15101	16101						
1			2000	5000	1000	2075					6000							
2				5000	1500	2775					2250	280						
3						690					5000	280						
4							1550	1345			10000		265					
5			550	450			1550	2015			10000		265					
6			550	450		1000		675	490	10000								
7						1000			490									
Summe	1100	900	2000	10000	4500	5540	3100	4035	980	43250	560	530						

Erläuterungen: keine beziehungsweise fehlende Angabe entspricht null ME

Tabelle B.9: TI-2a – Feststehende Rohstofflieferungen von Produkt  $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$  in Periode  $k$

$i$	$\mathcal{U}_i$	$t_i^{\text{SU}}$ [ZE]	$t_i^{\text{P}}$ [ZE]	$t_i^{\text{Cl}}$ [ZE]	$c_i^{\text{SU}}$ [GE]	$c_i^{\text{P}}$ [GE]	$c_i^{\text{Cl}}$ [GE]	$c_i^{\text{SUPen}}$ [GE]	$c_i^{\text{PPen}}$ [GE]	$c_i^{\text{ClPen}}$ [GE]	$\tilde{n}_i$	$\tilde{n}_i$
1001.1	4	96	34	96	4800	3600	9450	1500	1	777	2	35
1002.1	4	96	34	96	4800	330	9450	1500	1	777	2	30
1003.1	4	96	34	96	4800	570	9450	1500	1	777	2	25
1004.1	1	96	42	96	4800	250	5250	1500	1	777	2	25
1005.1	1	96	24	48	4800	45	5250	1500	1	777	2	25
1006.1	4	96	27,2	96	4800	3200	9450	1500	1	777	2	25
1007.1	4	96	36	96	4800	505	9450	1500	1	777	2	25
1008.1	4	96	27,2	96	4800	640	9450	1500	1	777	1	20
1009.1	4	96	36	96	4800	545	9450	1500	1	777	1	20
1009.2	1	96	36	96	4800	545	5250	1500	1	777	1	20
1010.1	1	72	84	96	3600	4165	5250	1500	1	777	2	20
1011.1	1	72	84	96	3600	1165	5250	1500	1	777	2	20
1012.1	1	72	45	96	3600	1895	5250	1500	1	777	1	20
1013.1	1	72	36	96	3600	1335	5250	1500	1	777	1	20
1014.1	8, 10	48	72	12	2400	1600	4095	1500	1	777	1	25
1015.1	8	24	24	12	1200	510	3570	1500	1	777	1	25
2001.1	4	96	28	72	4800	580	9450	1500	1	777	3	70
2002.1	4	96	26	72	4800	15240	9450	1500	1	777	3	70
3001.1	4	72	24	96	3600	1150	9450	1500	1	777	3	200
3001.2	3	72	12	96	3600	1015	6300	1500	1	777	3	200
3001.3	5	72	16,8	96	3600	2010	15750	1500	1	777	3	200
3001.4	6	72	16,8	96	3600	2010	18900	1500	1	777	3	200
3002.1	4	72	20	96	3600	1385	9450	1500	1	777	3	200
3002.2	6	72	18,7	96	3600	2080	18900	1500	1	777	3	200
3002.3	5	72	27,2	96	3600	2080	15750	1500	1	777	3	200
4001.1	4	96	20	96	4800	28	9450	1500	1	777	4	314
4001.2	5	96	16,8	96	4800	28	15750	1500	1	777	10	374
4001.3	6	96	16,8	96	4800	33	18900	1500	1	777	10	374
5001.1	3	24	27,2	48	1200	7130	6300	1500	1	777	1	25
5002.1	11	24	68	48	1200	640	2100	1500	1	777	1	25
5003.1	1	24	68	48	1200	2325	5250	1500	1	777	1	25

Tabelle B.10: TI-2a – Prozesse  $i \in \mathcal{I}$

$i$	$\mathcal{U}_i$	$t_i^{\text{SU}}$ [ZE]	$t_i^{\text{P}}$ [ZE]	$t_i^{\text{Cl}}$ [ZE]	$c_i^{\text{SU}}$ [GE]	$c_i^{\text{P}}$ [GE]	$c_i^{\text{Cl}}$ [GE]	$c_i^{\text{SUPen}}$ [GE]	$c_i^{\text{PEn}}$ [GE]	$c_i^{\text{ClPen}}$ [GE]	$\tilde{n}_i$	$\hat{n}_i$
5004.1	1	24	27,2	48	1200	765	5250	1500	1	777	1	25
6001.1	10	24	60	12	1200	3030	7770	1500	1	777	1	20
6002.1	8	12	48	12	600	615	3570	1500	1	777	1	15
6003.1	7, 8, 10	48	120	12	2400	1580	7350	1500	1	777	1	50
6004.1	1, 2	96	33,6	96	4800	880	0	1500	1	777	3	50
6004.2	7, 8	24	120	12	1200	1050	4620	1500	1	777	2	50
6005.1	1	96	120	96	4800	3000	5250	1500	1	777	2	40
6006.1	8, 9	24	120	12	1200	3350	4725	1500	1	777	2	40
6007.1	2	96	120	96	4800	370	3150	1500	1	777	2	40
6007.2	7	12	120	12	600	370	1260	1500	1	777	2	40
6008.1	7, 9	24	24	12	1200	190	525	1500	1	777	2	40
6009.1	7, 9	48	48	12	2400	100	735	1500	1	777	2	30
6010.1	1	72	56	96	3600	455	5250	1500	1	777	2	25
6010.2	7, 8	24	57,6	12	1200	485	4305	1500	1	777	1	25
6011.1	2	72	28	96	3600	0	3150	1500	1	777	2	30
6011.2	7, 8	24	24	12	1200	0	1050	1500	1	777	2	30
6012.1	2	72	24	96	3600	240	3150	1500	1	777	2	30
7001.1	3	46	33	96	2300	910	6300	1500	1	777	3	70
7002.1	3	24	22,4	96	1200	2420	6300	1500	1	777	15	284
7003.1	4	24	22,5	96	1200	1100	9450	1500	1	777	10	230
7004.1	3	24	19,4	96	1200	710	6300	1500	1	777	10	300
7005.1	4	24	19,4	96	1200	870	9450	1500	1	777	10	130
8001.1	11	24	24	48	1200	34	4200	1500	1	777	3	70
8002.1	3	72	24	96	3600	125	6300	1500	1	777	3	70
8002.2	2	72	24	96	3600	125	3150	1500	1	777	3	70
8003.1	3	72	26	96	3600	715	6300	1500	1	777	2	35
9001.1	4	72	48	96	3600	1285	9450	1500	1	777	4	90
9001.2	1, 4	120	48	96	6000	2810	14700	1500	1	777	4	90
9001.3	1	8	30	96	400	390	5250	1500	1	777	1	25
9003.2	1, 3	72	24	96	3600	330	11550	1500	1	777	5	130
10001.1	1	96	24	72	4800	1305	5250	1500	1	777	3	130

Tabelle B.10: TI-2a – Prozesse  $i \in \mathcal{I}$

$i$	$\mathcal{U}_i$	$t_i^{\text{SU}}$ [ZE]	$t_i^{\text{P}}$ [ZE]	$t_i^{\text{Cl}}$ [ZE]	$c_i^{\text{SU}}$ [GE]	$c_i^{\text{P}}$ [GE]	$c_i^{\text{Cl}}$ [GE]	$c_i^{\text{SUPen}}$ [GE]	$c_i^{\text{Pen}}$ [GE]	$c_i^{\text{ClPen}}$ [GE]	$\tilde{n}_i$	$\tilde{n}_i$
10001.2	5	96	24	72	4800	3390	15750	1500	1	777	3	130
10002.1	1	96	24	72	4800	570	5250	1500	1	777	3	80
10002.2	5	96	24	72	4800	1140	15750	1500	1	777	3	80
11001.1	12	24	54,4	48	1200	220	4200	1500	1	777	3	80
11002.1	2	150	54,4	96	7520	1560	3150	1500	1	777	3	80
11002.2	3	150	54,4	96	7520	1560	6300	1500	1	777	3	80
11003.1	5	72	27,2	96	3600	940	15750	1500	1	777	3	75
11003.2	1	72	26	200	3600	565	5250	1500	1	777	3	75
11003.3	4	72	30	96	3600	940	9450	1500	1	777	3	75
11004.1	3	72	27,2	96	3600	620	6300	1500	1	777	5	135
12001.1	4	96	42	72	4800	50	9450	1500	1	777	3	45
12002.1	4	96	42	72	4800	60	9450	1500	1	777	3	40
13001.1	5	72	21	96	3600	765	15750	1500	1	777	20	300
13001.2	6	72	21	96	3600	765	18900	1500	1	777	20	300
14001.1	2	72	54,4	200	3600	1010	3150	1500	1	777	2	50
15001.1	4	96	48	200	4800	1100	9450	1500	1	777	2	30
16001.1	1, 2	72	30,5	200	3600	955	8400	1500	1	777	3	80

Tabelle B.10: TI-2a – Prozesse  $i \in \mathcal{I}$

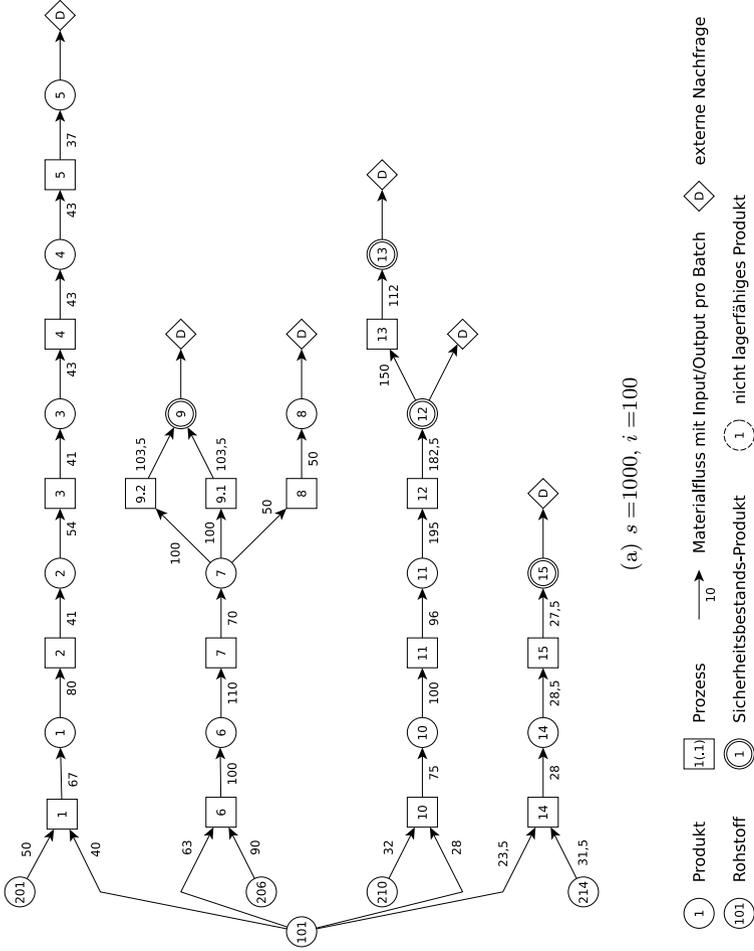


Abbildung B.1: TI-2a – Materialflussstrukturen (Produkt- und Prozessbezeichnungen ergeben sich durch Addition der in Teilbildnamen und Grafik aufgeführten Zahlen)

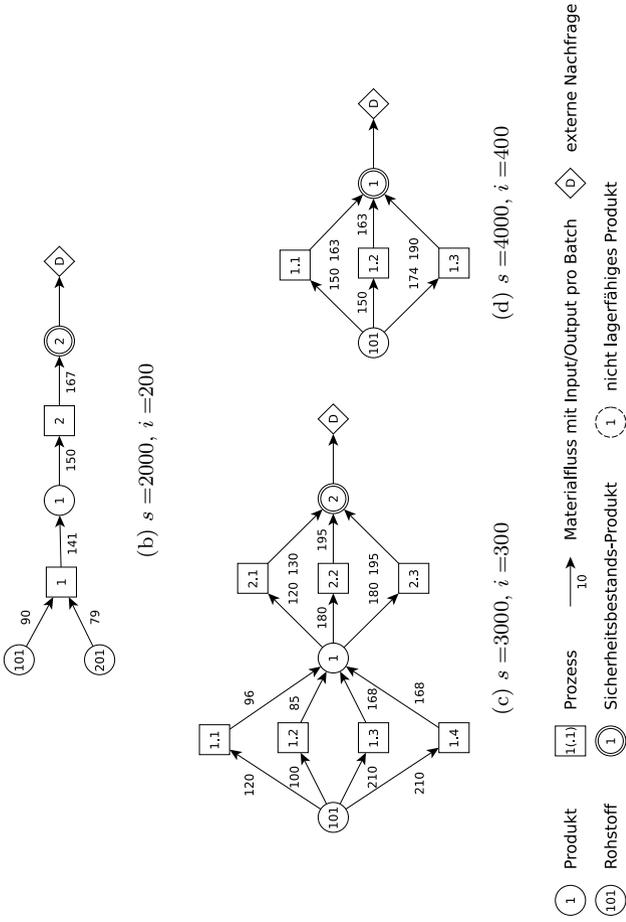


Abbildung B.1: TI-2a – Materialflussstrukturen

(Produkt- und Prozessbezeichnungen ergeben sich durch Addition der in Teilbildnamen und Grafik aufgeführten Zahlen)

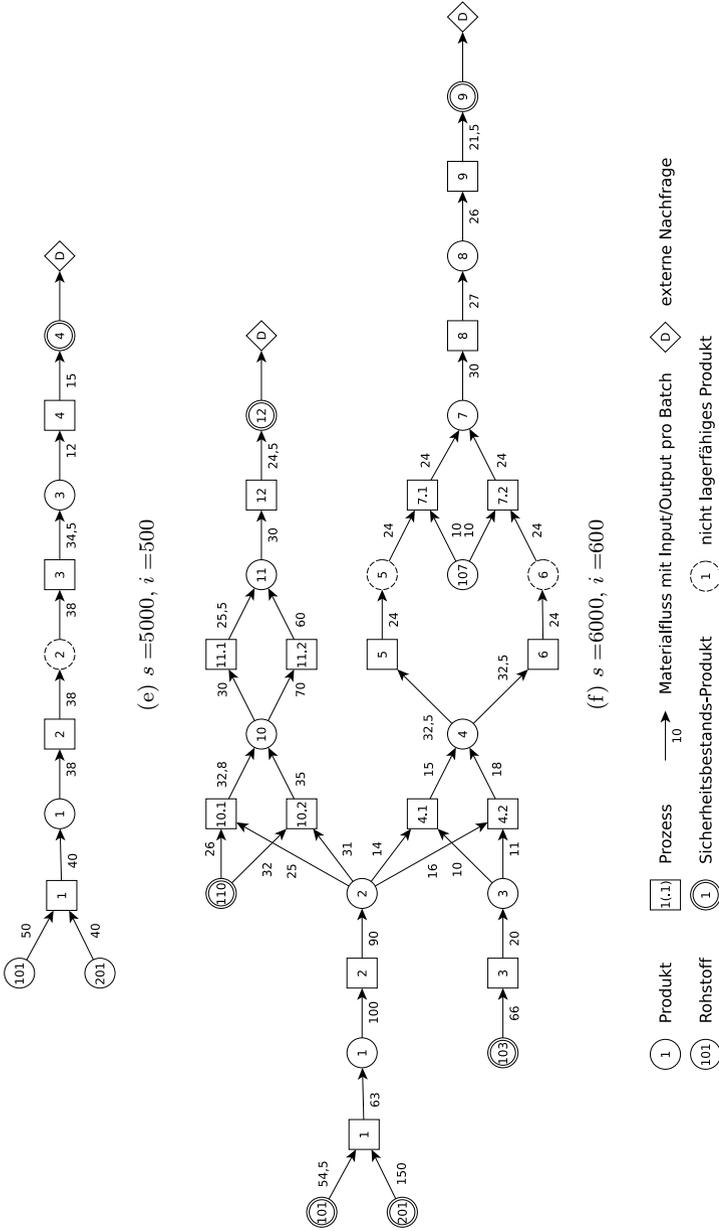
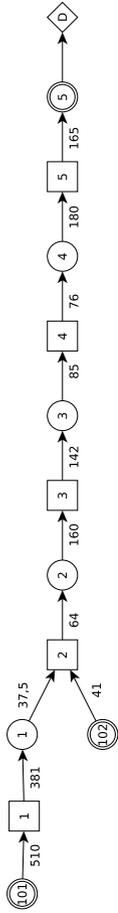
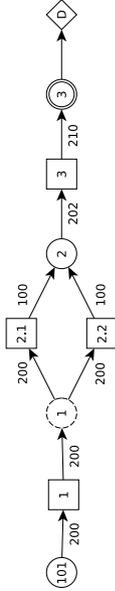


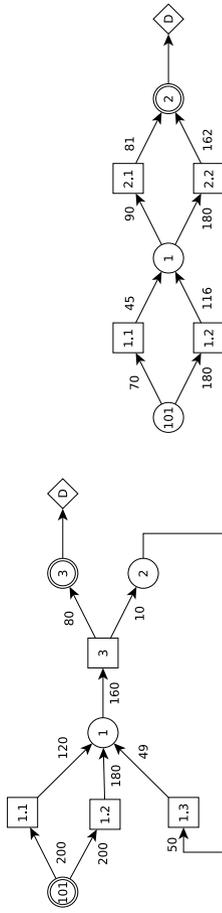
Abbildung B.1: TI-2a – Materialflussstrukturen  
 (Produkt- und Prozessbezeichnungen ergeben sich durch Addition der in Teilbildnamen und Grafik aufgeführten Zahlen)



(g)  $s = 7000, i = 700$



(h)  $s = 8000, i = 800$



(i)  $s = 9000, i = 900$

(j)  $s = 10000, i = 1000$



Abbildung B.1: TI-2a – Materialflussstrukturen

(Produkt- und Prozessbezeichnungen ergeben sich durch Addition der in Teilbildnamen und Grafik aufgeführten Zahlen)

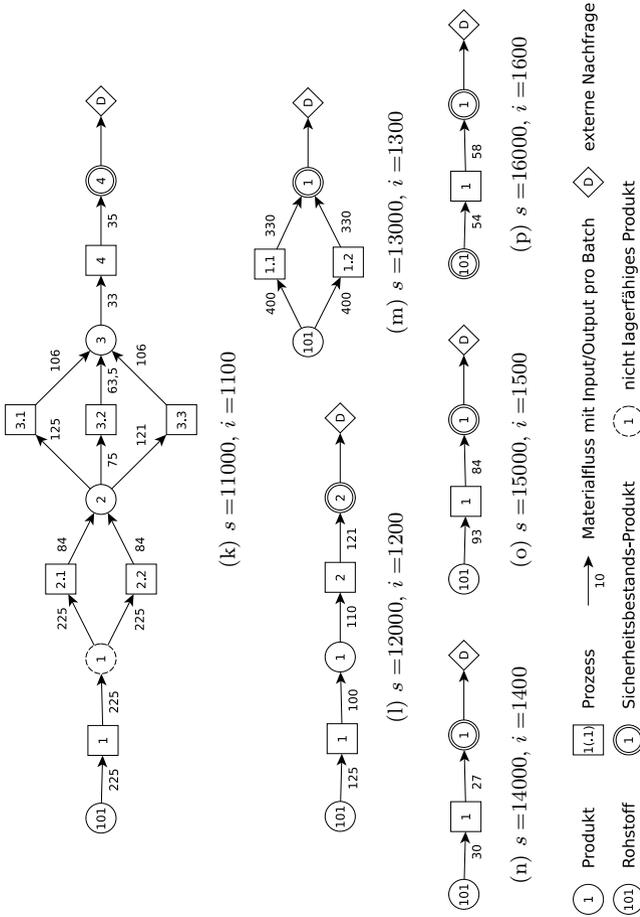


Abbildung B.1: TI-2a – Materialflussstrukturen  
 (Produkt- und Prozessbezeichnungen ergeben sich durch Addition der in Teilbildnamen und Grafik aufgeführten Zahlen)

# C Daten TI-2b

$s$	$t_s^{\text{QC}}$ [t <sup>k</sup> ]	$h_s^0$ [ME]	$\check{c}_s^P \vee p_s^{\text{raw}}$ [GE/ME]	$\mathcal{S}^{\text{raw}}$	$\mathcal{S}^{\text{ZW}}$	$\mathcal{S}^{\text{DOut}}$	$\mathcal{S}^{\text{fin}}$	$\mathcal{S}^{\text{SS}}$
99111	0	44	0	•				
99011	0	0	2				•	
99112	0	0	0	•				
99012	0	0	2				•	
99113	0	0	0	•				
99013	0	0	2				•	
99114	0	0	0	•				
99014	0	0	2				•	
99115	0	0	0	•				
99015	0	0	2				•	
99116	0	0	0	•				
99016	0	0	2				•	
99121	0	44	0	•				
99021	0	0	2				•	
99122	0	0	0	•				
99022	0	0	2				•	
99123	0	0	0	•				
99023	0	0	2				•	
99124	0	0	0	•				
99024	0	0	2				•	
99125	0	0	0	•				
99025	0	0	2				•	
99126	0	0	0	•				
99026	0	0	2				•	
99131	0	44	0	•				
99031	0	0	2				•	
99132	0	0	0	•				
99032	0	0	2				•	
99133	0	0	0	•				
99033	0	0	2				•	
99134	0	0	0	•				

Tabelle C.1: TI-2b – zusätzliche Produkte  $s \in \mathcal{S}$

$s$	$t_s^{\text{QC}}$ [t <sup>k</sup> ]	$h_s^0$ [ME]	$\check{c}_s^P \vee p_s^{\text{raw}}$ [GE/ME]	$\mathcal{S}^{\text{raw}}$	$\mathcal{S}^{\text{ZW}}$	$\mathcal{S}^{\text{DOut}}$	$\mathcal{S}^{\text{fin}}$	$\mathcal{S}^{\text{SS}}$
99034	0	0	2				•	
99135	0	0	0	•				
99035	0	0	2				•	
99136	0	0	0	•				
99036	0	0	2				•	

Tabelle C.1: TI-2b – zusätzliche Produkte  $s \in \mathcal{S}$

$s$	$c_s^{\text{BlPen}}$ [GE/t <sup>k</sup> ]	$k_s^{\text{Bl}}$ [t <sup>k</sup> ]
99011	0	0
99012	0	0
99013	0	0
99014	0	0
99015	0	0
99016	0	0
99021	0	0
99022	0	0
99023	0	0
99024	0	0
99025	0	0
99026	0	0
99031	0	0
99032	0	0
99033	0	0
99034	0	0
99035	0	0
99036	0	0

Tabelle C.2: TI-2b – zusätzliche Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$

$s$	$k$	$d_{sk}$ [ME]
99011	12	44
99012	24	44
99013	36	44
99014	48	44
99015	60	44
99016	72	44
99021	12	44
99022	24	44
99023	36	44
99024	48	44
99025	60	44
99026	72	44
99031	12	44
99032	24	44
99033	36	44
99034	48	44
99035	60	44
99036	72	44

Tabelle C.3: TI-2b – Nachfrage für zusätzliche Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$s$	$k$	$r_{sk}$ [ME]
99112	12	44
99113	24	44
99114	36	44
99115	48	44
99116	60	44
99122	12	44
99123	24	44
99124	36	44
99125	48	44
99126	60	44
99132	12	44
99133	24	44
99134	36	44
99135	48	44
99136	60	44

Tabelle C.4: TI-2b – Feststehende ausschließliche Lieferungen zusätzlicher Rohstoffe  $s \in \mathcal{S}^{\text{raw}}$  (für diese Rohstoffe sind keine anderweitigen Bestellungen erlaubt)

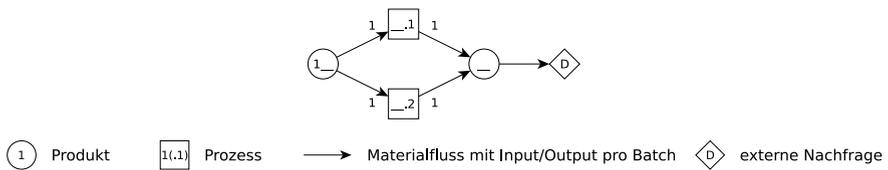


Abbildung C.1: TI-2b – Zusätzliche Materialflussstrukturen – 99000 mit  $\overline{\underline{\quad}}=11-16,21-26,31-36$   
 (Produkt- und Prozessbezeichnungen ergeben sich durch Addition der in Bildnamen und Grafik aufgeführten Zahlen)

$i$	$\mathcal{U}_i$	$t_i^{\text{SU}}$ [ZE]	$t_i^{\text{P}}$ [ZE]	$t_i^{\text{Cl}}$ [ZE]	$c_i^{\text{SU}}$ [GE]	$c_i^{\text{P}}$ [GE]	$c_i^{\text{Cl}}$ [GE]	$c_i^{\text{SUPen}}$ [GE]	$c_i^{\text{PPen}}$ [GE]	$c_i^{\text{ClPen}}$ [GE]	$\tilde{n}_i$	$\hat{n}_i$
99011.1	1	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99011.2	2	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99012.1	1	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99012.2	2	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99013.1	1	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99013.2	2	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99014.1	1	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99014.2	2	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99015.1	1	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99015.2	2	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99016.1	1	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99016.2	2	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99021.1	3	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99021.2	4	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99022.1	3	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99022.2	4	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99023.1	3	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99023.2	4	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99024.1	3	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99024.2	4	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99025.1	3	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99025.2	4	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99026.1	3	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99026.2	4	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50

Tabelle C.5: TI-2b – zusätzliche Prozesse  $i \in \mathcal{I}$

$i$	$\mathcal{U}_i$	$t_i^{\text{SU}}$ [ZE]	$t_i^{\text{P}}$ [ZE]	$t_i^{\text{Cl}}$ [ZE]	$c_i^{\text{SU}}$ [GE]	$c_i^{\text{P}}$ [GE]	$c_i^{\text{Cl}}$ [GE]	$c_i^{\text{SUPen}}$ [GE]	$c_i^{\text{Pen}}$ [GE]	$\hat{n}_i$	$\check{n}_i$	
99031.1	5	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99031.2	6	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99032.1	5	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99032.2	6	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99033.1	5	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99033.2	6	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99034.1	5	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99034.2	6	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99035.1	5	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99035.2	6	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99036.1	5	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50
99036.2	6	72	24	72	4000	1	10000	1500	1	777	1	50

Tabelle C.5: TI-2b – zusätzliche Prozesse  $i \in \mathcal{I}$

# D Daten TI-HS

Parameter	Wert	
$i^a$	0	[%]
$k^a$	25	[ $t^k$ ]
$ \mathcal{K} $	25	[ $t^k$ ]
$t^k$ (PL1)	10	[ZE]
$t^k$ (PL2)	10,5	[ZE]

Tabelle D.1: TI-HS – Einzelparameter

$s$	$c_s^H$ [GE/ $k$ ]
1	8,99
2	11,99
3	1,09
4	7,99
5	9,99
6	15,16
7	5,99
8	3,20
9	5,45

Tabelle D.2: TI-HS – Produkt-Lagerkosten

$k$	$d_{sk}$ [ME]					
	$s$					
	1	2	3	4	5	8
12	268	27	75		40	
25	267,9	27	75	27	40	14
Summe	535,9	54	150	27	80	14

Erläuterungen:  
keine oder fehlende Angabe entspricht einer Nachfrage von null ME

Tabelle D.3: TI-HS – NP1: Nachfrage für Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]					
	$s$					
	1	2	3	4	5	8
6	134		37,5			
12	134	27	37,5		40	7
18	134		37,5			
25	133,9	27	37,5	27	40	7
Summe	535,9	54	150	27	80	14

Erläuterungen:  
keine oder fehlende Angabe entspricht einer Nachfrage von null ME

Tabelle D.4: TI-HS – NP2: Nachfrage für Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$k$	$d_{sk}$ [ME]					
	$s$					
	1	2	3	4	5	8
6	134		37,5			
7						4
9	67		20			
12	67	27	17,5		40	
13						3
15	67		20			
18	67		17,5			
19						4
22	67		20			
25	66,9	27	17,5	27	40	3
Summe	535,9	54	150	27	80	14

Erläuterungen:

keine oder fehlende Angabe entspricht einer Nachfrage von null ME

Tabelle D.5: TI-HS – NP3: Nachfrage für Endprodukte  $s \in \mathcal{S}^{\text{fin}}$  in Periode  $k \in \mathcal{K}$

$i$	$\mathcal{U}_i$	$t_i^{\text{SU}}$	$t_i^{\text{P}}$		$t_i^{\text{Cl}}$	$c_i^{\text{SU}}$	$\check{n}_i$	$\hat{n}_i$	
			BS1	BS2				BS1	BS2
			[ZE]	[ZE]				[ZE]	[ZE]
1.1	1	5	1	0,5	0	2000	1	23	46
2.1	1	5	1,5	0,75	0	2000	1	12	24
3.1	1	5	1	0,5	0	2000	1	4	8
4.1	1	5	0,5	0,25	0	2000	1	4	7
5.1	1	5	0,5	0,25	0	2000	1	20	40
6.1	1	5	0,62	0,31	0	2000	1	45	90
7.1	1	5	2	1	0	2000	1	12	24
8.1	1	5	2	1	0	2000	1	8	16
9.1	1	5	2	1	0	2000	1	10	20

Erläuterungen:

BS1/BS2 – Batchgrößenvarianten; fehlende Angaben gleich null

Tabelle D.6: TI-HS – Prozesse  $i \in \mathcal{I}$

$i$	$s$	$q_{is}^{\text{In}}$		$s$	$q_{is}^{\text{Out}}$	
		BS1 [ME]	BS2 [ME]		BS1 [ME]	BS2 [ME]
1.1	6	13,98	6,99	1	23,3	11,65
2.1	7	7,38	3,69	2	4,5	2,25
3.1				3	40	20
4.1	9	10	5	4	8	4
5.1	9	5	2,5	5	4	2
6.1				6	7,17	3,59
7.1	8	7,95	3,975	7	7,5	3,75
8.1				8	14	7
9.1				9	14	7

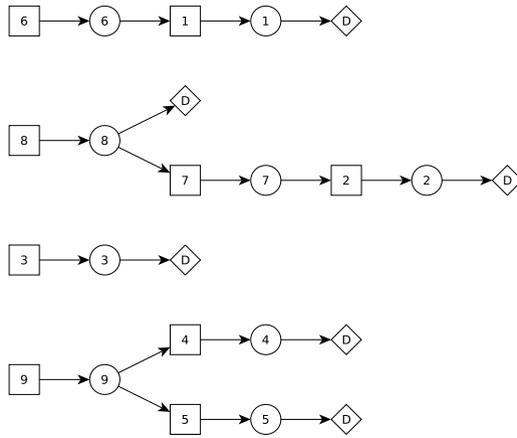
Tabelle D.7: TI-HS – Materialauflösung für MF1

$i$	$s$	$q_{is}^{\text{In}}$		$s$	$q_{is}^{\text{Out}}$	
		BS1 [ME]	BS2 [ME]		BS1 [ME]	BS2 [ME]
1.1	6	13,98	6,99	1	23,3	11,65
2.1	7	7,38	3,69	2	4,5	2,25
	8	7,83	3,915			
3.1				3	40	20
4.1	9	10	5	4	8	4
5.1	9	5	2,5	5	4	2
6.1				6	7,17	3,59
7.1				7	7,5	3,75
8.1				8	14	7
9.1				9	14	7

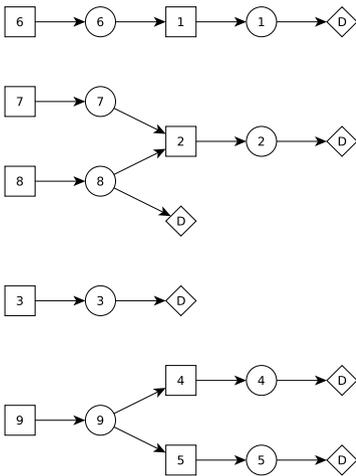
Tabelle D.8: TI-HS – Materialauflösung für MF2

$i$	$s$	$q_{is}^{\text{In}}$		$s$	$q_{is}^{\text{Out}}$	
		BS1	BS2		BS1	BS2
		[ME]	[ME]		[ME]	[ME]
1.1	6	9,32	4,66	1	23,3	11,65
2.1	7	7,38	3,69	2	4,5	2,25
	8	7,83	3,915			
3.1	6	28,4	14,2	3	40	20
4.1	9	10	5	4	8	4
5.1	9	5	2,5	5	4	2
6.1				6	7,17	3,59
7.1				7	7,5	3,75
8.1				8	14	7
9.1				9	14	7

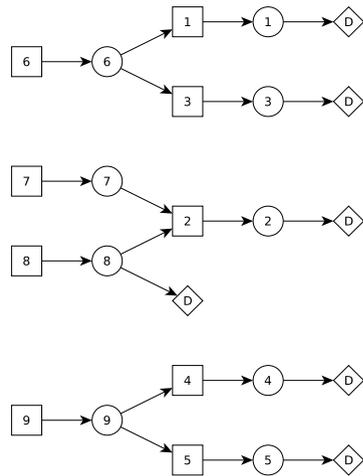
Tabelle D.9: TI-HS – Materialauflösung für MF3



(a) MF1



(b) MF2



(c) MF3

1 Produkt   
 1(.1) Prozess   
 → Materialfluss mit Input/Output pro Batch   
D externe Nachfrage

Abbildung D.1: TI-HS – Materialflussstrukturen

# Literaturverzeichnis

- Ashayeri J., Teelen A., Selen W. (1995):** Computer Integrated Manufacturing in the Chemical Industry: Theory and Practice. Discussion Paper, Center for Economic Research, Tilburg University.
- Ashford R. (2007):** Mixed integer programming: A historical perspective with Xpress-MP. *Annals of Operations Research*, 149(1), 5–17.
- Atamtürk A., Savelsbergh M. (2005):** Integer-Programming Software Systems. *Annals of Operations Research*, 140, 67–124.
- Beale E.M.L., Tomlin J.A. (1970):** Special facilities in a general mathematical programming system for non-convex problems using ordered sets of variables. *Operational Research*, 69, 447–454.
- Bellmann R. (1957):** Dynamic Programming. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Benker H. (2003):** Mathematische Optimierung mit Computeralgebrasystemen. Springer, Berlin Heidelberg.
- Berens W., Delfmann W., Schmitting W. (2004):** Quantitative Planung: Grundlagen, Fallstudien, Lösungen. 4. Aufl. Schäffer-Poeschel, Stuttgart.
- Berning G., Brandenburg M., Gürsoy K., Kussi J.S., Mehta V., Tölle F.J. (2004):** Integrating collaborative planning and supply chain optimization for the chemical process industry (I) - methodology. *Computers and Chemical Engineering*, 28, 913–927.
- Berning G., Brandenburg M., Gürsoy K., Mehta V., Tölle F.J. (2002):** An integrated system solution for supply chain optimization in the chemical process industry. *OR Spectrum*, 24, 371–401.
- Bertsekas D.P. (2005):** Dynamic Programming and Optimal Control: Vol. 1. 3. Aufl. Athena Scientific, Belmont, Massachusetts.
- Bertsekas D.P. (2007):** Dynamic Programming and Optimal Control: Vol. 2. 3. Aufl. Athena Scientific, Belmont, Massachusetts.

- Bhattacharya S., Bose S.K. (2007):** Mathematical model for scheduling operations in cascaded continuous processing units. *European Journal of Operational Research*, 182, 1–14.
- Bixby R., Rothberg E. (2007):** Progress in computational mixed integer programming - A look back from the other side of the tipping point. *Annals of Operations Research*, 149(1), 37–41.
- Bixby R.E., Fenelon M., Gu Z., Rothberg E., Wunderling R. (2000):** MIP: Theory and Practice – Closing the Gap. In **M.J.D. Powell, S. Scholtes (Hrsg.):** System Modelling and Optimization: Methods, Theory and Applications, S. 19–49. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Bloech J., Bogaschewsky R., Götze U., Roland F. (2004):** Einführung in die Produktion. 5. Aufl. Springer, Heidelberg.
- Blum C., Roli A. (2003):** Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison. *ACM Computing Surveys*, 35(3), 268–308.
- Blömer F. (1999):** Produktionsplanung und -steuerung in der chemischen Industrie: Ressourceneinsatzplanung von Batchprozessen auf Mehrzweckanlagen. Gabler und Deutscher Universitäts-Verlag, Wiesbaden.
- Bogaschewsky R. (1996):** Losgröße. In *Kern et al. (1996)*, S. 1141–1158.
- Bousonville T. (2002):** The Two Stage Continuous Parallel Flow Shop Problem with Limited Storage: Modeling and Algorithms. In **P. Collet, C. Fonlupt, J.K. Hao, E. Lutton, M. Schoenauer (Hrsg.):** Artificial Evolution: 5th International Conference, Evolution Artificielle, EA 2001, Le Creusot, France, October 2001: Selected Papers, S. 1107–1149.
- Brailsford S.C., Potts C.N., Smith B.M. (1999):** Constraint satisfaction problems: Algorithms and applications. *European Journal of Operational Research*, 119, 557–581.
- Brandenburg M., Tölle F.J. (2007):** MILP-based campaign scheduling in a specialty chemicals plant: a case study. *OR Spectrum*, 31(2009)(1), 141–166.
- Brucker P., Hurink J., Werner F. (1997):** Improving local search heuristics for some scheduling problems. Part II. *Discrete Applied Mathematics*, 72, 47–69.
- Brucker P., Knust S. (2006):** Complex Scheduling. Springer, Berlin, Heidelberg.

- Brüggemann W. (1995):** Ausgewählte Probleme der Produktionsplanung: Modellierung, Komplexität und neuere Lösungsmöglichkeiten. Physica-Verlag, Heidelberg.
- Brüggemann W., Fischer K., Jahnke H. (2003a):** Problems, Models and Complexity. Part I: Theory. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 2, 121–151.
- Brüggemann W., Fischer K., Jahnke H. (2003b):** Problems, Models and Complexity. Part II: Application to the DLSP. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 2, 153–169.
- Brüggemann W., Jahnke H. (2000a):** The discrete lot-sizing and scheduling problem: Complexity and modification for batch availability. *European Journal of Operational Research*, 124, 511–528.
- Brüggemann W., Jahnke H. (2000b):** Erratum to ‘The discrete lot-sizing and scheduling problem: Complexity and modification for batch availability’ [EJOR 124 (3) (2000) 511-528]. *European Journal of Operational Research*, 126, 688.
- Burkard R.E., Hatzl J. (2006):** A complex time based construction heuristic for batch scheduling problems in the chemical industry. *European Journal of Operational Research*, 174, 1162–1183.
- Burkard R.E., Hujter M., Klinz B., Rudolf R., Wennink M. (1998):** A process scheduling problem arising from chemical production planning. *Optimization Methods and Software*, 10, 175–196.
- Casas-Liza J., Pinto J.M. (2005):** Optimal scheduling of a lube oil and paraffin production plant. *Computers and Chemical Engineering*, 29, 1329–1344.
- Castro P.M., Erdirik M., Grossmann I.E. (2007):** Optimal Batching and Scheduling of Single Stage Batch Plants with Sequence Dependent Changeovers. In **J. Klemes (Hrsg.):** The 10th Conference of Process Integration, Modelling and Optimisation for Energy Saving and Pollution Reduction: PRES '07, Ischia, Italy, June 24-27, 2007. AIDIC, Mailand.
- Castro P.M., Erdirik-Dogan M., Grossmann I.E. (2008):** Simultaneous batching and scheduling of single stage batch plants with parallel units. *AIChE Journal*, 54, 183–193.
- Castro P.M., Grossmann I.E., Novais A.Q. (2006):** Two New Continuous-Time Models for the Scheduling of Multistage Batch Plants with

Sequence Dependent Changeovers. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 45, 6210–6226.

**Černý V. (1985):** Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45, 41–51.

**Chen P., Papageorgiou L.G., Pinto J.M. (2008):** Medium-Term Planning of Single-Stage Single-Unit Multiproduct Plants Using a Hybrid Discrete/Continuous-Time MILP Model. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 47, 1925–1934.

**Colorni A., Dorigo M., Maniezzo V. (1991):** Distributed optimization by ant colonies. *Proceedings of the First European Conference on Artificial Life*, S. 134–142.

**Corsten H. (Hrsg.) (1994):** Handbuch Produktionsmanagement: Strategie – Führung – Technologie – Schnittstellen. Gabler, Wiesbaden.

**Corsten H., May C. (1994):** Besonderheiten der Produktion in der Verfahrensindustrie und ihre Auswirkungen auf PPS-Systeme. In *Corsten (1994)*, S. 871–889.

**Dillenberger C., Escudero L.F., Wollensak A., Zhang W. (1993):** On solving a large-scale resource allocation problem in production planning. In **G. Fandel, T. Gullledge, A. Jones (Hrsg.):** Operations Research in Production Planning and Control, S. 105–119. Springer, New York.

**Domschke W., Drexl A. (2007):** Einführung in Operations Research. 7. Aufl. Springer, Berlin, Heidelberg.

**Domschke W., Scholl A., Voß S. (1997):** Produktionsplanung. 2. Aufl. Springer, Berlin (u.a.).

**Dorigo M., Stützle T. (2004):** Ant Colony Optimization. MIT Press, Cambridge, Mass. (u.a.).

**Dréo J., Pétrowski A., Siarry P., Taillard E. (2006):** Metaheuristics For Hard Optimization: Methods And Case Studies. Springer, Berlin, Heidelberg, New York.

**Drexl A. (1991):** Scheduling of project networks by job assignment. *Management Science*, 37(12), 1590–1602.

**Dudenredaktion (2006):** Duden. Deutsches Universalwörterbuch. 6. Aufl. Bibliographisches Institut, Mannheim.

- Dueck G., Scheuer T. (1990):** Threshold accepting: A general purpose optimization algorithm appearing superior to simulated annealing. *Journal of Computational Physics*, 90, 161–175.
- Dyckhoff H., Darmstädter A., Soukal R. (1994):** Recycling. In *Corsten* (1994), S. 1069–1086.
- Eiselt H.A., Sandblom C.L. (2007):** Linear Programming and its Applications. 1. Aufl. Springer, Berlin (u.a.).
- Ellinger T., Beuermann G., Leisten R. (2003):** Operations Research – Eine Einführung. 6. Aufl. Springer, Berlin (u.a.).
- Erdirik-Dogan M., Grossmann I.E. (2006):** A Decomposition Method for the Simultaneous Planning and Scheduling of Single-Stage Continuous Multiproduct Plants. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 45, 299–315.
- Erdirik-Dogan M., Grossmann I.E. (2007):** Simultaneous Planning and Scheduling of Single-Stage Multiproduct Continuous Plants with Parallel Lines. Discussion Paper, Department of Chemical Engineering, Carnegie Mellon University.
- Erdirik-Dogan M., Grossmann I.E. (2008):** Slot-Based Formulation for the Short-Term Scheduling of Multistage, Multiproduct Batch Plants with Sequence-Dependent Changeovers. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 47, 1159–1183.
- Fischer D., Breitenbach J. (Hrsg.) (2007):** Die Pharmaindustrie. 2. Aufl. Elsevier Spektrum Akademischer Verlag.
- Fleischmann B., Meyr H., Wagner M. (2008):** Advanced Planning. In *Stadtler und Kilger* (2008), S. 81–106.
- Floudas C.A. (1995):** Nonlinear and Mixed-Integer Optimization: Fundamentals and Applications. Oxford University Press, New York (u.a.).
- Floudas C.A., Lin X. (2004):** Continuous-time versus discrete-time approaches for scheduling of chemical processes: a review. *Computers and Chemical Engineering*, 28, 2109–2129.
- Floudas C.A., Lin X. (2005):** Mixed Integer Linear Programming in Process Scheduling: Modeling, Algorithms, and Applications. *Annals of Operations Research*, 139, 131–162.

- Fransoo J.C., Rutten W.G.M.M. (1994):** A Typology of Production Control Situations in Process Industries. *International Journal of Operations and Production Management*, 14, 47 – 57.
- Frühwirth T., Abdennadher S. (2003):** Essentials of Constraint Programming. Springer, Berlin (u.a.).
- Fündeling C.U., Trautmann N. (2005):** Belegungsplanung einer Make&Pack-Anlage: eine Fallstudie aus der Konsumgüterindustrie. In *Günther et al. (2005)*, S. 223–233.
- Fündeling C.U., Trautmann N. (2007):** Belegungsplanung einer Make&Pack-Anlage mit kontinuierlicher Prozessführung: Eine Fallstudie. In *Günther et al. (2007)*, S. 301–318.
- Gaglioppa F., Miller L.A., Benjaafar S. (2006):** Multi-Task/Multi-Stage Production Planning and Scheduling for Process Industries.
- Glaser H., Petersen L. (1996):** PPS (Produktionsplanungs- und -steuerungs)-Systeme. In *Kern et al. (1996)*, S. 1405–1418.
- Glover F. (1975):** Improved Linear Integer Programming Formulations of Nonlinear Integer Problems. *Management Science*, 22, 455–460.
- Glover F. (1986):** Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers and Operations Research*, 13, 533–549.
- Glover F., Kochenberger G.A. (Hrsg.) (2003):** Handbook of Metaheuristics. Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, London.
- Glover F., Laguna M. (1997):** Tabu Search. 1. Aufl. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Glover F., Osman I.H., Roucairol C., Martello S., Voß S. (1999):** Preface. Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, London.
- Grunow M., Günther H.O., Yang G. (2003):** Plant co-ordination in pharmaceuticals supply networks. *OR Spectrum*, 25, 109–141.
- Grunow M., Günther H.O., Yang G. (2007):** Hierarchisch integrierte Produktionsplanung in Supply Chains der Prozessindustrie – Ein Anwendungsbeispiel aus der chemisch-pharmazeutischen Industrie. In **H. Corsten, H. Missbauer (Hrsg.):** Produktions- und Logistikmanagement. Vahlen, München.
- Günther H.O. (2004):** Produktionsplanung in der Prozessindustrie. *WiSt*, (6), 326–331.

- Günther H.O. (2005):** Supply Chain Management and Advanced Planning Systems: A Tutorial. In *Günther et al. (2005)*, S. 3–40.
- Günther H.O., Blömer F. (1996):** OR-Ansätze für die Prozeßplanung in der Prozeßindustrie. Diskussionspapier 1996/20, Technische Universität Berlin.
- Günther H.O., Grunow M., Neuhaus U. (2006):** Realizing block planning concepts in make-and-pack production using MILP modelling and SAP APO. *International Journal of Production Research*, 44, 3711.
- Günther H.O., Mattfeld D.C., Suhl L. (Hrsg.) (2005):** Supply Chain Management und Logistik: Optimierung, Simulation, Decision Support. Physica-Verlag, Heidelberg.
- Günther H.O., Mattfeld D.C., Suhl L. (Hrsg.) (2007):** Management logistischer Netzwerke: Entscheidungsunterstützung, Informationssysteme und OR-Tools. 1. Aufl. Physica-Verlag, Heidelberg.
- Günther H.O., Tempelmeier H. (2007):** Produktion und Logistik. 7. Aufl. Springer, Berlin.
- Günther H.O., van Beek P. (2003a):** Advanced planning and scheduling in process industry. In *Günther und van Beek (2003b)*, S. 1–9.
- Günther H.O., van Beek P. (Hrsg.) (2003b):** Advanced planning and scheduling solutions in process industry. Springer, Berlin (u.a.).
- Hansen P. (1986):** The steepest ascent mildest descent heuristic for combinatorial programming. *Congress on Numerical Methods in Combinatorial Optimization, Capri, Italy*, S. 70–145.
- Hansen P., Mladenović N. (2001):** Variable neighborhood search: Principles and applications. *European Journal of Operational Research*, 130, 449–467.
- Hansen P., Mladenović N. (2003):** Variable Neighborhood Search. In *Glover und Kochenberger (2003)*, S. 145–184.
- Hansen P., Mladenović N., Perez-Britos D. (2001):** Variable Neighborhood Decomposition Search. *Journal of Heuristics*, 7, 335–350.
- Harjunkoski I., Grossmann I.E. (2002):** Decomposition techniques for multistage scheduling problems using mixed-integer and constraint programming methods. *Computers and Chemical Engineering*, 26, 1533–1552.

- Haupt R. (1996):** Prioritätsregeln für die Reihenfolgeplanung. In *Kern et al.* (1996), S. 1418–1426.
- Heider K.J. (2009):** persönliche Kommunikation.
- Heipcke S. (2002):** Applications of Optimization with Xpress-MP. Dash Optimization. überarbeitete Übersetzung der französischsprachigen Ausgabe „Programmation linéaire“ von Christelle Guéret, Christian Prins und Marc Sevaux (2000), Editions Eyrolles, Paris.
- Hemming W., Wagner W. (2008):** Verfahrenstechnik. 10. Aufl. Vogel, Würzburg.
- Herrmann S., Schwindt C. (2007):** Planning and Scheduling Continuous Operations in the Process Industries. In *Günther et al.* (2007), S. 279–299.
- Holland J.H. (1975):** Adaption in Natural and Adaptive Systems. University of Michigan Press, Ann Arbor.
- Ierapetritou M.G., Floudas C.A. (1998a):** Effective Continuous-Time Formulation for Short-Term Scheduling. 1. Multipurpose Batch Processes. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 37, 4341–4359.
- Ierapetritou M.G., Floudas C.A. (1998b):** Effective Continuous-Time Formulation for Short-Term Scheduling. 2. Continuous and Semicontinuous Processes. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 37, 4360–4374.
- Ierapetritou M.G., Hene T.S., Floudas C.A. (1999):** Effective Continuous-Time Formulation for Short-Term Scheduling. 3. Multiple Intermediate Due Dates. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 38, 3446–3461.
- Jahn J. (2007):** Introduction to the Theory of Nonlinear Optimization. 3. Aufl. Springer, Berlin.
- Jain V., Grossmann I.E. (2001):** Algorithms for Hybrid MILP/CP Models for a Class of Optimization Problems. *INFORMS Journal on Computing*, 13, 258–276.
- Janak S.L., Floudas C.A., Kallrath J., Vormbrock N. (2006a):** Production Scheduling of a Large-Scale Industrial Batch Plant. I. Short-Term and Medium-Term Scheduling. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 45, 8234–8252.
- Janak S.L., Floudas C.A., Kallrath J., Vormbrock N. (2006b):** Production Scheduling of a Large-Scale Industrial Batch Plant. II. Reactive Scheduling. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 45, 8253–8269.

- Janak S.L., Lin X., Floudas C.A. (2004):** Enhanced Continuous-Time Unit-Specific Event-Based Formulation for Short-Term Scheduling of Multi-purpose Batch Processes: Resource Constraints and Mixed Storage Policies. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 43, 2516–2533.
- Kallrath J. (2002a):** Gemischt-ganzzahlige Optimierung: Modelle und Anwendungen: Mit Fallstudien aus Chemie, Energiewirtschaft, Metallgewerbe, Produktion und Logistik. 1. Aufl. Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden.
- Kallrath J. (2002b):** Planning and scheduling in the process industry. *OR Spectrum*, 24, 219–250.
- Kallrath J. (2003):** Planning and scheduling in the process industry. In *Günther und van Beek (2003b)*, S. 11–42.
- Kallrath J. (Hrsg.) (2004):** Modeling Languages in Mathematical Optimization. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Kern W., Schröder H.H., Weber J. (Hrsg.) (1996):** Handwörterbuch der Produktionswirtschaft, Bd. 7 von *Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre*. 2. Aufl. Schäffer-Poeschel, Stuttgart.
- Kirkpatrick S., Gelatt C.D., Vecchi M.P. (1983):** Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220, 671–680.
- Kistner K.P. (2003):** Optimierungsmethoden. 3. Aufl. Physica-Verlag, Heidelberg.
- Kistner K.P., Steven M. (1990):** Produktionsplanung. Physica-Verlag, Heidelberg.
- Kondili E., Pantelides C.C., Sargent R.W.H. (1993):** A General Algorithm For Short-Term Scheduling Of Batch Operations - I. MILP Formulation. *Computers and Chemical Engineering*, 17(2), 211–227.
- Korte B., Vygen J. (2008):** Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms. 4. Aufl. Springer, Berlin Heidelberg.
- Küpper H.U., Helber S. (2004):** Ablauforganisation in Produktion und Logistik. 3. Aufl. Schäffer-Poeschel, Stuttgart.
- Küppers S., Ewers C. (2007):** Supply Chain Event Management in der Pharmaindustrie - Status und Möglichkeiten. In **R. Ijioui, H. Emmerich, M. Ceyg (Hrsg.):** Supply Chain Event Management - Konzepte, Prozesse, Erfolgsfaktoren und Praxisbeispiele. Physica-Verlag, Heidelberg.

- Lakhdar K., Savery J., Papageorgiou L.G., Farid S.S. (2007):** Multi-objective Long-Term Planning of Biopharmaceutical Manufacturing Facilities. *Biotechnology Progress*, 23, 1383–1393.
- Lakhdar K., Zhou Y., Savery J., Titchener-Hooker N.J., Papageorgiou L.G. (2005):** Medium Term Planning of Biopharmaceutical Manufacture using Mathematical Programming. *Biotechnology Progress*, 21, 1478–1489.
- Lin X., Floudas C.A. (2001):** Design, synthesis and scheduling of multipurpose batch plants via an effective continuous-time formulation. *Computers and Chemical Engineering*, 25, 665–674.
- Lin X., Floudas C.A., Modi S., Juhasz N.M. (2002):** Continuous-Time Optimization Approach for Medium-Range Production Scheduling of a Multiproduct Batch Plant. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 41, 3884–3906.
- Linderoth J.T., Ralphs T.K. (2006):** Noncommercial Software for Mixed-Integer Linear Programming. In **J.K. Karlof (Hrsg.):** Integer Programming: Theory and Practice, S. 253–304. Taylor, Boca Raton, FL.
- Loos P. (1997):** Produktionslogistik in der chemischen Industrie: Betriebstypologische Merkmale und Informationsstrukturen. Gabler, Wiesbaden.
- Lucet M., Charamel A., Chapuis A., Guido G., Loreau J. (1996):** Role of Batch Processing in the Chemical Process Industry. In *Reklaitis et al. (1996)*, S. 43–48.
- Lustig I.J., Puget J.F. (2001):** Program Does Not Equal Program: Constraint Programming and Its Relationship to Mathematical Programming. *Interfaces*, 31, 29–53.
- Majozi T., Zhu X.X. (2001):** A Novel Continuous-Time MILP Formulation for Multipurpose Batch Plants. 1. Short-Term Scheduling. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 40, 5935–5949.
- Maravelias C.T., Grossmann I.E. (2003a):** A Hybrid MILP/CP Decomposition Approach for the Scheduling of Batch Plants. *Proceedings of CPAIOR 2003, Montreal, Canada*.
- Maravelias C.T., Grossmann I.E. (2003b):** New General Continuous-Time State-Task Network Formulation for Short-Term Scheduling of Multipurpose Batch Plants. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 42, 3056–3074.

- Maravelias C.T., Grossmann I.E. (2004a):** A hybrid MILP/CP decomposition approach for the continuous time scheduling of multipurpose batch plants. *Computers and Chemical Engineering*, 28, 1921–1949.
- Maravelias C.T., Grossmann I.E. (2004b):** Using MILP and CP for the Scheduling of Batch Chemical Processes. In *Integration of AI and OR Techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimization Problems*, S. 1–20. Springer, Berlin, Heidelberg.
- Martí R. (2003):** Multi-Start Methods. In *Glover und Kochenberger (2003)*, S. 355–368.
- Méndez C.A., Cerdá J., Grossmann I.E., Harjunkoski I., Fahl M. (2006):** State-of-the-art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes. *Computers and Chemical Engineering*, 30, 913–946.
- Méndez C.A., Henning G.P., Cerdá J. (2001):** An MILP continuous-time approach to short-term scheduling of resource-constrained multistage flowshop batch facilities. *Computers and Chemical Engineering*, 25, 701–711.
- Metropolis N., Rosenbluth A.W., Rosenbluth M.N., Teller A.H., Teller E. (1953):** Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, 21, 1087–1092.
- Meyr H., Wagner M., Rhode J. (2008):** Structure of Advanced Planning Systems. In *Stadtler und Kilger (2008)*, S. 109–115.
- Michalewicz Z. (1999):** Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs. 3. Aufl. Springer, Berlin.
- Michalewicz Z., Fogel D.B. (2004):** How to Solve It: Modern Heuristics. 2. Aufl. Springer, Berlin (u.a.).
- Mladenović N., Hansen P. (1997):** Variable neighborhood search. *Computers and Operations Research*, 24, 1097–1100.
- Morton T.E., Pentico D.W. (1993):** Heuristic Scheduling Systems: With Applications to Production Systems and Project Management. Wiley, New York (u.a.).
- Nemhauser G.L., Wolsey L.A. (1999):** Integer and Combinatorial Optimization. Wiley-Interscience, New York (u.a.).
- Neuhaus U. (2008):** Reaktive Planung in der chemischen Industrie. Gabler, Wiesbaden.

- Neumann K., Schwindt C., Trautmann N. (2002):** Advanced production scheduling for batch plants in process industries. *OR Spectrum*, 24, 251–279.
- Osman I.H., Kelly J.P. (Hrsg.) (1996):** Meta-Heuristics: Theory and Applications. Kluwer Academic Publishers.
- Overfeld J. (1990):** Produktionsplanung bei mehrstufiger Kampagnenfertigung: Untersuchung zur Losgrößen- und Ablaufplanung bei divergierenden Fertigungsprozessen. Peter Lang, Frankfurt.
- Pantelides C.C. (1994):** Unified frameworks for optimal process planning and scheduling. In Proceedings on the Second Conference on Foundations of Computer Aided Operations, S. 253–274.
- Papageorgiou L.G., Pantelides C.C. (1993):** A hierarchical approach for campaign planning of multipurpose batch plants. *Computers and Chemical Engineering*, 17, 27–32.
- Papageorgiou L.G., Pantelides C.C. (1996):** Optimal Campaign Planning/Scheduling of Multipurpose Batch/Semicontinuous Plants. 2. A Mathematical Decomposition Approach. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 35, 510–529.
- Papageorgiou L.G., Rotstein G.E., Shah N. (2001):** Strategic Supply Chain Optimization for the Pharmaceutical Industries. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 40, 275–286.
- Petersen C. (1971):** A note on transforming the product of variables to linear form in linear programs. Diskussionspapier, Purdue University.
- Pochet Y., Wolsey L.A. (2006):** Production Planning by Mixed Integer Programming. Springer, New York.
- Pressmar D.B. (1985):** Formulation of multiple-choice situations in linear programming models using binary coding matrices. *European Journal of Operational Research*, 21, 106–112.
- Reklaitis G.V. (1996):** Overview of scheduling and planning of batch operations. In *Reklaitis et al. (1996)*, S. 661–705.
- Reklaitis G.V., Sunol A.K., Rippin D.W.T., Öner Hortacsu (Hrsg.) (1996):** Batch Processing Systems Engineering: Fundamentals and Applications for Chemical Engineering (Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Batch Processing Systems Engineering: Current Status and Future Directions, Antalya, Turkey, May 29 - June 7, 1992). Springer, Berlin (u.a.).

- Rhode J., Meyr H., Wagner M. (2000):** Die Supply Chain Planning Matrix. *PPS Management*, 5(1), 10–15.
- Rhode J., Wagner M. (2008):** Master Planning. In *Stadtler und Kilger* (2008), S. 161–179.
- Riebel P. (1996):** Kuppelproduktion. In *Kern et al.* (1996), S. 992–1004.
- Sahinidis N.V., Grossmann I.E. (1991):** Reformulation of multiperiod MILP models for planning and scheduling of chemical processes. *Computers and Chemical Engineering*, 15, 255–272.
- Schneeweiß C. (2002):** Einführung in die Produktionswirtschaft. 8. Aufl. Springer, Berlin.
- Scholl A. (2001):** Robuste Planung und Optimierung: Grundlagen – Konzepte und Methoden – experimentelle Untersuchungen. Physica-Verlag, Heidelberg.
- Schoner P. (2008):** Operative Produktionsplanung in der verfahrenstechnischen Industrie. Kassel University Press, Kassel.
- Shah N., Pantelides C.C., Sargent R.W.H. (1993):** A general algorithm for short-term scheduling of batch operations - II. Computational issues. *Computers and Chemical Engineering*, 17, 229–244.
- Stadtler H. (1988):** Hierarchische Produktionsplanung bei losweiser Fertigung. Physica-Verlag, Heidelberg.
- Stadtler H. (1996):** Hierarchische Produktionsplanung. In *Kern et al.* (1996), S. 631–641.
- Stadtler H. (2000):** Hierarchische Systeme der Produktionsplanung und -steuerung. *Schriften zur Quantitativen Betriebswirtschaftslehre*, (1).
- Stadtler H. (2003):** Multilevel lot sizing with setup times and multiple constrained resources: Internally rolling schedules with lot-sizing windows. *Operations Research*, 51, 487.
- Stadtler H. (2008a):** persönliche Kommunikation.
- Stadtler H. (2008b):** Multi-Level Single Machine Lot-Sizing and Scheduling with Zero Lead Times. Working Paper, Institut für Logistik und Transport, Universität Hamburg.

- Stadtler H., Kilger C. (Hrsg.) (2008):** Supply Chain Management and Advanced Planning: Concepts, Models, Software, and Case Studies. 4. Aufl. Springer, Berlin, Heidelberg.
- Statistisches Bundesamt (Hrsg.) (2007):** Statistisches Jahrbuch 2007 für die Bundesrepublik Deutschland. Statistisches Bundesamt, Wiesbaden.
- Steven M. (1994):** Hierarchische Produktionsplanung. 2. Aufl. Physica-Verlag, Heidelberg.
- Suerie C. (2005):** Time Continuity in Discrete Time Models: New Approaches for Production Planning in Process Industries. Springer, Berlin, Heidelberg.
- Sundaramoorthy A., Maravelias C.T. (2008):** Simultaneous Batching and Scheduling in Multistage Multiproduct Processes. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 47, 1546–1555.
- Taylor S.G., Seward S.M., Bolander S.F. (1981):** Why the process industries are different. *Production and Inventory Management Journal*, 22, 9–24.
- Tempelmeier H. (2006):** Material-Logistik: Modelle und Algorithmen für die Produktionsplanung und -steuerung in Advanced Planning-Systemen. 6. Aufl. Springer, Berlin (u.a.).
- Vauck W.R.A., Müller H.A. (1994):** Grundoperationen chemischer Verfahrenstechnik. 10. Aufl. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Stuttgart.
- Verband der Chemischen Industrie (Hrsg.) (2007):** Chemiewirtschaft in Zahlen 2007. 49. Aufl. Verband der Chemischen Industrie.
- Westenberger H., Kallrath J. (1994):** Formulation of a job shop problem in process industry. Unpublished working paper, Bayer AG, Leverkusen.
- Yang G. (2005):** Produktionsplanung in komplexen Wertschöpfungsnetzwerken - Ein integrierter hierarchischer Ansatz in der chemischen Industrie. Dissertation, Technische Universität Berlin, Berlin.
- Zäpfel G., Braune R. (2005):** Moderne Heuristiken der Produktionsplanung. am Beispiel der Maschinenbelegung. 1. Aufl. Vahlen, München.



