Multiperspektivische Ansätze zur Messung des Lehrerprofessionswissens in der Mathematiklehramtsausbildung

Kumulative Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Philosophie (Dr. phil.)

an der Fakultät für Erziehungswissenschaft, Psychologie und Bewegungswissenschaft der Universität Hamburg

im Fach Erziehungswissenschaft

vorgelegt von

Nils Buchholtz

bei Prof. Dr. Gabriele Kaiser

Hamburg, Oktober 2013

Gutachterinnen und Gutachter:

1. Prof. Dr. Gabriele Kaiser, Universität Hamburg

2. Prof. Dr. Sigrid Blömeke, Humboldt-Universität zu Berlin

3. Prof. Dr. Knut Schwippert, Universität Hamburg

4. Prof. Dr. Werner Blum, Universität Kassel

Ort und Datum der mündlichen Disputation:

Universität Hamburg, 27. Januar 2014

Für meine Eltern Marlies und Fred

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung ... 1
1.1 Herausforderungen an die Mathematiklehramtsausbildung ... 1
1.2 Studien zur Lehrer(aus)bildung ... 3
1.3 Ziel und Anlage der Dissertation ... 5
1.3.1 Multiperspektivität ... 7
1.3.2 Die Teilstudien und ihre Perspektiven ... 8
1.3.3 Teilstudienübergreifende Forschungsfragen ... 9
1.4 Theoretische Konzeptualisierung ... 11
1.5 Methoden der Datenerhebung ... 13
2 Erste Teilstudie ... 17
2.1 Kooperationsstudie über das Lehrerprofessionswissen angehender Mathematiklehrkräfte im internationalen Vergleich ... 17
2.1.1 Die Mathematiklehramtsausbildung im internationalen Vergleich ... 17
2.1.2 Die Teilstudie und die Perspektive des internationalen Vergleichs ... 21
2.1.3 Fragestellungen der Teilstudie ... 22
2.1.4 Publikationen ... 23
2.2 Überblick über die Kooperationsstudie ... 24
2.3 Publikation I ... 25
2.4 Darlegung des eigenen Anteils an der Teilstudie ... 40
3 Zweite Teilstudie ... 41
3.1 Die längsschnittliche Evaluationsstudie TEDS-Telekom ... 41
3.1.1 Die Diskussion um Neuorientierung der Mathematiklehramtsausbildung ... 41
3.1.2 Die Teilstudie und die Perspektive der Evaluation ... 45
3.1.3 Fragestellungen der Teilstudie ... 48
3.1.4 Publikationen ... 49
3.2 Überblick über die Teilstudie TEDS-Telekom ... 53
3.3 Publikation II ... 55
3.4 Darlegung des eigenen Anteils an der Teilstudie ... 85
4 Dritte Teilstudie ... 87
4.1 Die interdisziplinäre Teilstudie TEDS-LT ... 87

4.1.1 Die Mathematiklehramtsausbildung zwischen Professionalisierung und Polyvalenz ... 87
4.1.2 Die Teilstudie und die Perspektive des interdisziplinären Vergleichs ... 91
4.1.3 Fragestellungen der Teilstudie ... 92
4.1.4 Publikationen ... 92
4.2 Überblick über die interdisziplinäre Teilstudie TEDS-LT ... 96
4.3 Publikation III ... 99
4.4 Publikation IV ... 133
4.5 Publikation V ... 171
4.6 Darlegung des eigenen Anteils an der Teilstudie ... 199
5 Ergebnisse ... 201
5.1 Mathematisches Fachwissen von Lehramtsstudierenden ... 201
5.1.1 Die fachliche Wissensentwicklung ... 201
5.1.2 Studiengangspezifische Unterschiede ... 203
5.1.3 Fachwissen in Elementarmathematik vom höheren Standpunkt ... 205
5.2 Mathematikdidaktisches Wissen von Lehramtsstudierenden ... 209
5.2.1 Die fachdidaktische Wissenentwicklung ... 209
5.2.2 Studiengangspezifische Profilierungen ... 209
5.3 Weiterentwicklung bisheriger Ansätze ... 215
6 Diskussion ... 219
6.1 Grenzen der Teilstudien ... 219
6.2 Folgestudien ... 222
6.3 Weiterentwicklung der Mathematiklehramtsausbildung ... 225
6.3.1 Erwerb von mathematischem Fachwissen ... 225
6.3.2 Erwerb von fachdidaktischem Wissen ... 230
Literaturverzeichnis ... 233
Anhang ... 259
Anhang 1 Zusammenfassung ... 259
Anhang 2 English summary ... 261
Anhang 3 Liste mit den Titeln der Einzelarbeiten der Dissertation ... 263
Anhang 4 Curriculum Vitae Nils Buchholtz ... 264
Anhang 5 Liste der Publikationen von Nils Buchholtz ... 265
Erklärung über die Eigenständigkeit der Dissertation ... 269

1 Einleitung

1.1 Herausforderungen an die Mathematiklehramtsausbildung

Die Mathematiklehramtsausbildung im Bereich der Sekundarstufe I/II in Deutschland ist insbesondere seit den letzten 10 Jahren von tiefgreifenden Veränderungen betroffen. Zu nennen sind hier u.a. die Einführung von Standards, die Umstellung von Studiengängen im Zuge der Bologna-Reform, der Paradigmenwechsel hin zur Kompetenzorientierung in Schule und Hochschule, aber auch die Veränderung der Studierendenschaft, die veränderte schulische Ausbildungsgänge durchlaufen hat und nun an den Hochschulen das Studium aufnimmt. Es hat allerdings den Anschein, dass die ausbildenden Hochschulen auf aktuelle bildungspolitische Entscheidungen, Expertenurteile und Forschungsergebnisse, die die Dringlichkeit der Verbesserung und Professionalisierung der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik immer wieder hervorheben, nur sehr zögerlich und träge reagieren, da das Feld der Lehramtsausbildung erstens ein Feld vieler Akteure und begrenzter Ressourcen ist, und zweitens an vielen Hochschulen altbewährte Ausbildungsstrukturen vorherrschen, die sich anscheinend nur schwer auf veränderte Bedingungen umstellen lassen.

Dazu zu Beginn ein paradigmatisches Beispiel: Auf die Frage, ob sie sich innerhalb ihres Mathematiklehramtsstudiums eher als eine Lehramtsstudierende oder als eine Mathematikstudierende sehe, antwortet eine Lehramtsstudentin des vierten Semesters bei einer Befragung im Rahmen der *Teacher Education and Development Study – Telekom* (TEDS-Telekom Studie; vgl. Abschnitt 3) folgendermaßen:

Interviewer (1:27:22): „Studierst du selbst eher mit dem Selbstverständnis einer Mathematikstudierenden oder einer Lehramtsstudierenden?“

Studentin (1:27:29): „Also, wenn mich einer fragt, sage ich immer, ich studiere Mathe. (*lacht*) […] Ja, wenn man die ganze Zeit denkt, man studiert nur auf Lehramt, dann ist es mehr so, dass man sich schnell fragt, wofür das ganze hier an der Uni gut sein soll, wenn ich das nicht brauchen kann und deswegen denke ich nicht so.“

Interviewer (1:27:51): „Naja, es könnte ja auch dazu führen, dass du zum Beispiel so eine gewisse schulische Relevanz auch einforderst oder so.“

Studentin (1:27:57): „Ja, das hatte ich am Anfang schon, aber das ist mir eigentlich schnell aufgefallen, dass das keinen Sinn macht."

Die Einstellung, dass die Sicht als Lehramtsstudierende – nämlich fachmathematische Veranstaltungsinhalte hinsichtlich der Relevanz für die lehramtsspezifische Professionalisierung zu bewerten – zu keinem Ziel führen würde, hat die Studentin offenbar im Laufe ihres Studiums erworben. Sie spiegelt die Resignation angesichts der von studentischer Seite oft beklagten „Praxisferne" der universitären Mathematiklehramtsausbildung wider und kann als Zeichen dafür gedeutet werden, dass sich die Studentin gewissen durch die Vermittlung des mathematischen Fachwissens dominierten Studienbedingungen schlicht angepasst hat (vgl. Behrens & Uptmoor, 2013). Gründe für ein so geartetes Selbstverständnis einer Mathematiklehramtsstudierenden können natürlich beispielsweise darin liegen, dass die Lehramtsstudierenden häufig genau dieselben Lehrveranstaltungen besuchen wie Mathematikstudierende, in denen in der Regel keinerlei lehramtsspezifische Profilierung angeboten wird, oder, dass die fachmathematischen Veranstaltungen in den meisten Studienplänen deutlich mehr Zeit in Anspruch nehmen als die fachdidaktischen und erziehungswissenschaftlichen Veranstaltungen. Selbstverständlich kann die Einstellung der Studentin aber auch andere Gründe haben. Gleichwohl gilt: auch wenn eine hohe Identifikation mit der Mathematik auch bei Lehramtsstudierenden begrüßenswert ist – die Zwangsläufigkeit dieser Einstellungsänderung aufgrund der fehlenden Bezüge zur späteren Berufspraxis innerhalb der Vermittlung des universitären Fachwissens ist aus Sicht der lehramtsspezifischen Professionalisierung sehr wohl zu beanstanden. Es ließen sich darüber hinaus noch beliebig viele weitere Zitate von Studierenden anführen, die verschiedene andere Monita der Mathematiklehrerausbildung für die Sekundarstufe I/II aufgreifen, was an dieser Stelle aber unterbleiben soll. Das Beispiel schärft allerdings den Blick für die oft vorherrschende Diskrepanz zwischen den Studienbedingungen von Mathematiklehramtsstudierenden an deutschen Hochschulen und den beruflichen Anforderungen an zukünftige Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer. Der Verfasser schreibt dazu an anderer Stelle gemeinsam mit Björn Schwarz:

„Besonders gleich nach Aufnahme des Studiums – also der Zeit, in der im Lehramtsstudium klassischerweise die traditionellen Einführungsveranstaltungen der universitären Mathematik besucht werden – wird der große theoretische Abstand zwischen den an den beruflichen Anforderungen des Mathematiklehrenden orientierten Vorstellungen

der Studierenden einerseits und der hochschulwissenschaftlichen Realität andererseits deutlich. […] Gegenwärtig ist der Abstand zwischen der konkreten fachinhaltlichen Ausbildung und der fachdidaktischen Umsetzung an den Universitäten oft sehr groß. Insbesondere die Verbindung zwischen den einzelnen Bereichen der Lehrerausbildung, nämlich Mathematik und Mathematikdidaktik sowie Erziehungswissenschaft wird von Kritikern als zu gering angesehen (vgl. für einen Überblick Blömeke, 2004)." (Buchholtz & Schwarz, 2012, S. 239).

Die Betonung der wissenschaftlichen Disziplin macht es den Lehramtsstudierenden nicht leicht, sich habituell im Bereich der späteren beruflichen Tätigkeit und Didaktik zu orientieren. Dabei führen die hohen Standards der universitären Mathematik regelmäßig zu hohen Studienabbrecherquoten zwischen 30 und 40 Prozent in den ersten beiden Jahren (je nach Berechnung, siehe Briedis, Egorova, Heublein, Lörz, Middendorff et al., 2008; Dieter, Brugger, Schnelle & Törner, 2008; Heublein, Schmelzer & Sommer, 2008).

Glücklicherweise zeichnen sich derzeit Veränderungen ab (im Einzelnen s. Abschnitt 3.1.1) die darauf abzielen, das Mathematiklehramtsstudium im Bereich der Vermittlung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens stärker an den Bedürfnissen der Lehramtsstudierenden nach beruflicher Qualifikation auszurichten, doch gibt es bislang nur Empfehlungen und wenig empirische Forschungsergebnisse zu der Frage, welcher Weg hier einzuschlagen ist. Die Forschung zur Wirksamkeit der Mathematiklehramtsausbildung mag zwar – verglichen mit anderen Schulfächern – in den letzten Jahren weit gediehen sein, es besteht aber hinsichtlich gesicherter Ergebnisse für konkrete Empfehlungen zur Weiterentwicklung der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik immer noch Forschungsbedarf, insbesondere aufgrund der Komplexität der Mathematiklehramtsausbildung und ihrer situativen Kontextabhängigkeit.

1.2 Studien zur Lehrer(aus)bildung

Im deutschsprachigen Raum sorgten vor allem die Studien *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Unterricht und die mathematische Kompetenz von Schülerinnen und Schülern* (COACTIV; Kunter, Baumert, Blum, Klusmann, Krauss et al. 2011), *Mathematics Teaching in the 21st Century* (MT21; Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2008) und in deren Folge die Hauptstudie *Teacher Education and Development Study in Mathematics* (TEDS-M 2008; Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010a, b) für erste empirische Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung. Die Studien nahmen die professionelle

Kompetenz von deutschen Mathematiklehramtsstudierenden bzw. angehenden oder praktizierenden Lehrkräften mittels standardisierter Leistungsüberprüfungen einerseits vor dem Hintergrund von Schülerleistungen (COACTIV), andererseits vor dem Hintergrund des internationalen Vergleichs (MT21 und TEDS-M 2008) in den Blick. Dabei wird das professionelle Wissen von (angehenden) Lehrkräften als ein zentrales Maß für die professionelle Handlungskompetenz von Lehrkräften angesehen (vgl. Baumert & Kunter, 2006, S. 493 ff.), das sich daher sowohl für Vergleiche auf Systemebene (vgl. Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010b) als auch für das Treffen von Aussagen über individuelle Fähigkeiten von Lehrkräften eignet und damit indirekt als Indiz für die Wirksamkeit von Ausbildungsprogrammen dient. Besonderes Augenmerk wird innerhalb dieser Dissertation auf die Ergebnisse der TEDS-M 2008 Studie gelegt, die von der *International Association for the Evaluation of Educational Achievement* (IEA) in Auftrag gegeben wurde und das Lehrerprofessionswissen angehender Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe I in 15 (vornehmlich 16) Teilnehmerländern untersuchte (im Bereich der Primarstufe nahmen 16 Länder an der Studie teil).

Die Ergebnisse zeigten im Bereich des Fachwissens, dass angehende deutsche Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe I zwar über ein mathematisches und mathematikdidaktisches Fachwissen verfügen, dass stabil über dem internationalen Mittelwert liegt, detaillierte Befunde identifizierten jedoch studiengangspezifische Stärken und Schwächen der angehenden Lehrkräfte sowie Unterschiede zwischen dem Bereich des Fachwissens und des fachdidaktischen Wissens (Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010b, S. 28 ff.; vgl. auch Abschnitte 5.1.2 und 5.2.2). Einen Überblick über die internationalen Forschungsergebnisse geben Tatto, Schwille, Senk, Ingvarson, Rowley et al. (2012), ferner beschreiben Blömeke und Delanay (2012) den derzeitigen Forschungsstand von TEDS-M 2008 in einem Übersichtsartikel aus der Perspektive von Gemeinsamkeiten und Unterschieden zwischen TEDS-M 2008 und der amerikanischen Studie *Learning Mathematics for Teaching* (LMT; Hill, Ball & Schilling, 2008).

Mittlerweile ist aus TEDS-M 2008 eine Zahl von ergänzenden und vertiefenden nationalen Analysen hervorgegangen, die detailliert spezifische Fragestellungen der Teilnehmerländer betrachten (für Taiwan z.B. Hsieh, Lin & Wang, 2012; Hsieh, Wu & Wang, 2014; für Singapur z.B. Wong, Boey, Lim-Teo & Dindyal, 2012; für die USA z.B. Schmidt, Cogan & Houang, 2011; Schmidt & Cogan, 2014). Ein internationaler Sammelband mit vertiefenden Studien und zentralen Ergebnissen ist gerade erschienen (Blömeke, Hsieh, Kaiser & Schmidt, 2014).

Auch in Deutschland wurden die Ergebnisse von TEDS-M 2008 in den letzten Jahren weiter vertieft. Hier spielte – ähnlich wie in den US-amerikanischen Analysen – vor allem die Analyse der Lerngelegenheiten eine besondere Rolle. Hervorgehoben werden sollen hierbei beispielhaft einige Arbeiten, die sich mit individuellen und institutionellen Bedingungsfaktoren für den Kompetenzerwerb von Lehrkräften in Form von Persönlichkeitsmerkmalen und Lerngelegenheiten beschäftigten. So untersuchten Blömeke, Suhl und Kaiser (2011) und Blömeke, Suhl, Kaiser und Döhrmann (2012) ausgehend von 15 TEDS-M 2008 Ländern diese Bedingungsfaktoren für Primarstufenlehrkräfte, während in Blömeke, Kaiser und Döhrmann (2011) diese Analysen für den Bereich der Sekundarstufe I vertieft wurden. Blömeke und Kaiser (2012) untersuchten darüber hinaus die Homo- bzw. Heterogenität verschiedener mathematischer, mathematikdidaktischer und pädagogischer Lerngelegenheiten von Primarstufenlehrkräften im internationalen Vergleich. Es entstanden aber auch eine Reihe von nationalen Folge- und Vertiefungsstudien, von denen einige Gegenstand dieser Dissertation sind. Um allerdings aktuelle Veränderungen innerhalb der deutschen Mathematiklehrerausbildung mit empirisch gesicherten Befunden wissenschaftlich zu begleiten und die Mathematiklehrerausbildung langfristig zu verbessern, bleibt es weiterhin erforderlich, die Erkenntnisse aus TEDS-M 2008 hier in Deutschland fortgehend zu vertiefen und die Möglichkeiten und Ansätze zur Messung des professionellen Wissens der Komplexität und der Kontextabhängigkeit der Mathematiklehrerausbildung weiter anzupassen.

1.3 Ziel und Anlage der Dissertation

Ziel der vorliegenden kumulativen Dissertation ist es, die Wissensentwicklung von Mathematiklehramtsstudierenden zu untersuchen, um die bisher durch die Studien MT21 und TEDS-M 2008 über diesen Forschungsbereich vorliegenden Erkenntnisse systematisch durch verschiedene neue Ansätze der psychometrischen Erfassung von Lehrerprofessionswissen längsschnittlich und international-vergleichend empirisch auszubauen und aus den Forschungsergebnissen Möglichkeiten zur Weiterentwicklung der Mathematiklehramtsausbildung zu folgern. Ein besonderer Schwerpunkt liegt dabei auf der gymnasialen Lehramtsausbildung (Sekundarstufe I/II) bzw. der Lehramtsausbildung für die Sekundarstufe I. Im Rahmen der kumulativ angelegten Dissertation werden drei

unterschiedliche Teilstudien[1] herangezogen, die unter verschiedenen Perspektiven jeweils differenzierte Fragestellungen verfolgen, und damit die Ergebnisse von TEDS-M 2008 in jeweils unterschiedliche Richtungen vertiefen. Alle Fragestellungen der Teilstudien betreffen dabei aktuelle Forschungsfragen zur deutschen Mathematiklehramtsausbildung, die sich einerseits direkt aus den Ergebnissen von TEDS-M 2008 ergaben, andererseits aber auch durch aktuelle hochschulpolitische und hochschuldidaktische Diskussionen angeregt wurden, in denen die Ergebnisse von TEDS-M 2008 eine Rolle spielen. In der Tradition der Studien MT21 und TEDS-M 2008 zielen die Forschungsfragen darauf ab, empirisch gesicherte Erkenntnisse über die Kompetenzentwicklung von Mathematiklehramtsstudierenden zu gewinnen und bestehende Instrumente zur Messung von Lehrerprofessionswissen weiterzuentwickeln. Einerseits kann damit generell eine zuverlässigere und validere Diagnostik im Bereich der Kompetenzmessung im Hochschulbereich vorgenommen werden und andererseits kann damit im Bereich des Lehrerprofessionswissens zu differenzierteren Befunden gelangt werden, die dazu beitragen können, die Mathematiklehrerausbildung an deutschen Hochschulen langfristig zu verbessern. Der Forschungsansatz der Dissertation lässt sich damit innerhalb der analytischen Forschungsdimension mathematikdidaktischer Forschung (s. Steinbring, 1998) verorten und ist innerhalb der Teilstudien empirisch ausgerichtet. Die Dissertation bündelt die Forschungsergebnisse der Teilstudien – an deren Planung und Durchführung der Verfasser maßgeblich beteiligt war[2] (vgl. Abschnitt 2 bis 4) – und interpretiert und diskutiert die Ergebnisse übergreifend in Hinblick auf teilstudienübergreifende Forschungsfragen (vgl. Abschnitt 1.3.3) und die Weiterentwicklung der Mathematiklehramtsausbildung (vgl. Abschnitt 5 und 6).

Alle drei Teilstudien der Dissertation nehmen ihren Ausgangspunkt dabei bei dem theoretischen Rahmen von TEDS-M 2008 (vgl. Abschnitt 1.4) und vertiefen bisherige Forschungsergebnisse anhand ihrer spezifischen Ansätze zur Erhebung von Lehrerprofessionswissen, wobei jeweils unterschiedliche Perspektiven eingenommen werden, so dass das übergeordnete Thema dieser Dissertation

„Multiperspektivische Ansätze zur
Messung des Lehrerprofessionswissens in der Mathematiklehramtsausbildung“

[1] Der Begriff „Teilstudie“ ist allein im Kontext dieser Dissertation zu verstehen. Die unterschiedlichen Studien wurden unabhängig voneinander durchgeführt und wurden durch unterschiedliche Drittmittelgeber gefördert.

[2] An den drei Studien waren neben dem Verfasser auch andere Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler beteiligt. Die Verantwortung bzw. Federführung der einzelnen Studien lag bzw. liegt bei den jeweiligen Projektverantwortlichen. Der Anteil des Verfassers an Konzeption, Durchführung und Berichtsverfassung wird in Abschnitt 2.4, 3.4 und 4.6 ausführlich dargelegt.

lautet. Bevor nun allerdings auf die einzelnen Teilstudien, ihre Perspektiven und Fragestellungen eingegangen wird, bedarf der Begriff der Multiperspektivität zunächst einer näheren Erläuterung.

1.3.1 Multiperspektivität

Multiperspektivität spielt vor allem in der Literaturwissenschaft bei der Analyse von narrativen Texten wie z.B. Erzählungen eine Rolle (vgl. Neuhaus, 1971) und bezeichnet dort etwa eine multiple Erzählung, wie sie beispielsweise durch die Einbindung verschiedener Ich-Erzähler konstruiert werden kann. Auch in der Geschichtswissenschaft kommt der Begriff Multiperspektivität vor, hier vor allem im didaktischen Bereich, in dem er als „Prinzip historischen Lernens [verstanden wird], bei dem historische Sachverhalte aus den Perspektiven verschiedener beteiligter und betroffener Menschen dargestellt und betrachtet werden“ (Bergmann, 2004, S. 65). Im engen Zusammenhang mit dem – sich hier ebenfalls auf Narration beziehenden – Begriff stehen hierbei auch die Kontroversität verschiedener Darstellungen sowie die Pluralität verschiedener Ansichten und Urteile. Der Literaturwissenschaftler Buschmann (1996) kritisiert allerdings ein reines pluralistisches Verständnis des Begriffs und betont, dass Multiperspektivität erst dann vorliege, wenn aus verschiedenen narrativen Instanzen ein zentraler „point of attention“ dargestellt bzw. fokussiert werde (ebd., S. 260), ein Verständnis, das sich auch schon im Objektivitätsbegriff bei Nietzsche finden lässt (Nietzsche, 1997). Demzufolge vervollständigt sich das objektive Wissen um einen Gegenstand, je mehr verschiedene „Augen“ für ihn eingesetzt werden, bzw. je mehr „Affekte“ über einen Gegenstand zu Wort kommen (ebd., S. 861). Dieses Verständnis erweitert Lindemann (1999) indem er einem Gegenstand eine epistemologische Relevanz zuspricht, wenn er unter multiperspektivischen Gesichtspunkten erscheint und diese Perspektiven darüber hinaus verschiedenartig sind.

Dieses Verständnis lässt sich nun auf die hier vorliegende Situation übertragen: So kann innerhalb dieser Arbeit die Erhebung von Lehrerprofessionswissen bei Mathematiklehramtsstudierenden als der zentrale „point of attention“ angesehen werden. Allen Teilstudien ist gemeinsam, dass deutsche Mathematiklehramtsstudierende mit dem Studienschwerpunkt Sekundarstufe I bzw. Sekundarstufe I/II untersucht werden, und, dass methodisch in den einzelnen Teilstudien jeweils quantitativ orientierte Fragebögen zur Erhebung von Lehrerprofessionswissen eingesetzt wurden, die unter Zuhilfenahme von

Modellen der probabilistischen Testtheorie bzw. Item-Response-Theory (IRT; Rost, 1996) und dabei insbesondere der Rasch-Skalierung (Rasch, 1960; Wu & Adams, 2007) ausgewertet wurden (vgl. Abschnitt 1.5). Die Teilstudien blicken nun jeweils aus einer etwas anderen Perspektive auf diesen Forschungsgegenstand, zwischen den einzelnen Teilstudien finden sich aber auch Gemeinsamkeiten in den Perspektiven.

1.3.2 Die Teilstudien und ihre Perspektiven

Teilstudie 1: Die *Kooperationsstudie zum Lehrerprofessionswissen angehender Mathematiklehrkräfte im internationalen Vergleich* – Aus der Perspektive eines internationalen Vergleichs zwischen Deutschland, Hongkong, China und Südkorea wurde das Lehrerprofessionswissen im Bereich Elementarmathematik vom höheren Standpunkt untersucht. Dabei wurden einerseits kulturspezifische Ergebnisse von TEDS-M 2008 aufgegriffen, indem das mathematische Fachwissen der Lehramtsstudierenden vor dem Hintergrund des kulturellen Kontextes untersucht wurde, andererseits erweiterte die Studie die Instrumente von TEDS-M 2008 um ein Instrument zur differenzierten Erhebung von speziellem mathematischem Fachwissen, nämlich zur Elementarmathematik vom höheren Standpunkt (vgl. Abschnitt 2.1).

Teilstudie 2: Die längsschnittliche Evaluationsstudie *Teacher Education Development Study-Telekom* (TEDS-Telekom) – Aus der Perspektive einer summativen Evaluation wurde die Kompetenzentwicklung von Gymnasiallehramtsstudierenden und Nicht-Lehramtsstudierenden in veränderten Studienstrukturen analysiert. Dabei wurden mittels einer zeitlichen Erhebung über drei Messzeitpunkte die Entwicklung des Lehrerprofessionswissens in den Bereichen Fachwissen, fachdidaktisches Wissen und pädagogisches Wissen sowie die Entwicklung der Überzeugungen zur Mathematik und zum Lehren und Lernen von Mathematik untersucht, wobei speziell für diese Studie erweiterte Instrumente aus TEDS-M 2008 zum Einsatz kamen. Neben universitärem Fachwissen in Analysis und Linearer Algebra wurde insbesondere auch der Bereich des Wissens über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt erhoben (vgl. Abschnitt 3.1).

Teilstudie 3: Die interdisziplinäre Teilstudie *Teacher Education Development Study – Learning to Teach* (TEDS-LT) – Aus der Perspektive eines interdisziplinär-fachdidaktischen Vergleichs wurde die Wissensentwicklung von Mathematiklehramtsstudierenden der Sekundarstufe I und I/II mit der Wissensentwicklung von Deutsch- und Englischlehramtsstudierenden verglichen. Die Studie untersuchte die Wissensentwicklung ebenfalls längsschnittlich mit jeweils einem Messzeitpunkt im Bachelor-/Grund- und im Master-/Hauptstudium, wodurch gleichzeitig Erkenntnisse über die Kompetenzentwicklung innerhalb dieser neuen Studienstrukturen gewonnen werden konnten. Eine strukturierte Erhebung des mathematikdidaktischen Wissens, die die Instrumente aus TEDS-M 2008 systematisch weiterentwickelte, ergab sich aus der interdisziplinär orientierten Interpretation der fachdidaktischen Leistungen der Studierenden vor dem Kontext ihres jeweiligen Faches (vgl. Abschnitt 4.1).

Innerhalb der Dissertation werden die drei Teilstudien getrennt dargestellt (Abschnitt 2-4) und ihre Ergebnisse in einem übergreifenden Teil (Abschnitt 5) gemeinsam interpretiert. Die Perspektiven der Teilstudien sind zwar grundlegend verschieden, und so kann jede Teilstudie zu einem differenzierten Erkenntnisgewinn im Sinne der Multiperspektivität beitragen, aber die Studien weisen auch ausreichend Gemeinsamkeiten auf, so dass unter dem übergeordneten Thema der multiperspektivischen Ansätze zur Messung des Lehrerprofessionswissens in der Mathematiklehramtsausbildung gemeinsame teilstudienübergreifende Fragestellungen bearbeitet und die jeweiligen Ergebnisse der Teilstudien aufeinander bezogen werden können.

1.3.3 Teilstudienübergreifende Forschungsfragen

Die studienspezifischen Forschungsfragen der drei Teilstudien werden in den Abschnitten 2.1.3, 3.1.3 und 4.1.3 beschrieben. Insgesamt spiegeln sie die Multiperspektivität des Dissertationsvorhabens wider; sie lassen sich jedoch aufgrund ihrer Gemeinsamkeiten unter folgenden Hauptfragestellungen der Untersuchung bzw. Messung von Lehrerprofessionswissen in der Mathematiklehramtsausbildung zusammenfassen:

a) *Untersuchung der Wissensentwicklung angehender Lehrerinnen und Lehrer des Unterrichtsfachs Mathematik der Sekundarstufe I bzw. I/II in spezifischen Studienstrukturen im Längsschnitt*

b) *Untersuchung des Lehrerprofessionswissens von Mathematiklehramtsstudierenden im internationalen und interdisziplinären Vergleich*

c) *Untersuchung von Möglichkeiten zur Weiterentwicklung der psychometrischen Instrumente zur differenzierten Messung des Lehrerprofessionswissens angehender Mathematiklehrkräfte*

Einen Überblick über die verschiedenen Teilstudien und ihre Perspektiven vermittelt auch Abbildung 1.

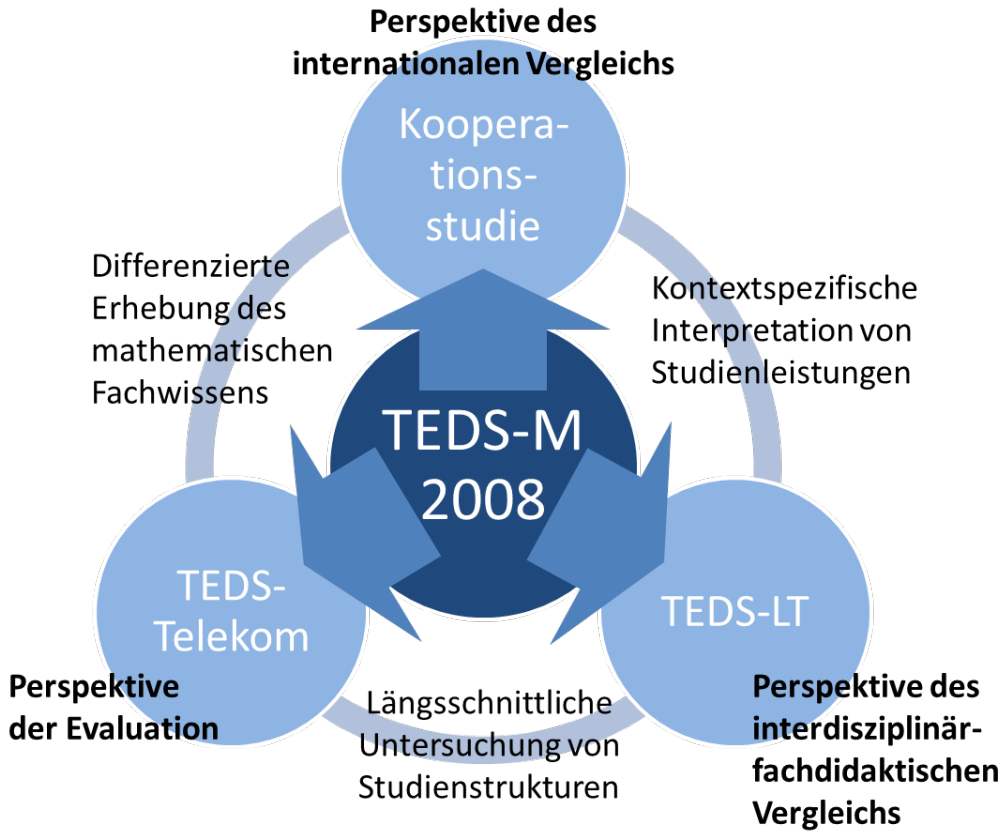


Abb. 1: Multiperspektivische Ansätze zur Messung von Lehrerprofessionswissen im Fach Mathematik

1.4 Theoretische Konzeptualisierung

Alle Teilstudien basieren innerhalb ihres theoretischen Rahmens auf der Konzeptualisierung der professionellen Kompetenz zukünftiger Lehrerinnen und -lehrer, wie sie von Weinert (1999) und den Erweiterungen von Bromme (1992, 1994, 1997) als multidimensionales Konstrukt beschrieben wurde. Die professionelle Kompetenz besteht gemäß diesem Konstrukt aus fachbezogenen und fächerübergreifenden kognitiven Leistungsdispositionen – dem sog. Lehrerprofessionswissen (vgl. dazu auch Baumert & Kunter, 2006) – sowie affektiv-motivationalen Werthaltungen (Beliefs; vgl. speziell für das Fach Mathematik dazu auch Grigutsch, Raatz & Törner, 1998) (vgl. Abb. 2). In den einzelnen Teilstudien wird sich dementsprechend auf zentrale Aspekte des professionellen Wissens von Lehrerinnen und Lehrern konzentriert, wie sie u.a. von Shulman (1986, 1987) herausgearbeitet wurden: Dies sind zum einen das Fachwissen (in diesem Fall das mathematische Fachwissen), zum anderen das fachdidaktische Wissen (in diesem Fall spezifisch mathematikdidaktisches Wissen) und schließlich das (fachübergreifende) pädagogische Wissen. Im interdisziplinären Zusammenspiel machen diese Wissensbereiche einen erheblichen Teil der Expertise von Lehrkräften aus (Leuchter, Reusser, Pauli & Klieme, 2008). Darüber hinaus wurden innerhalb der TEDS-Telekom Studie auch affektiv-motivationale Werthaltungen in Form von Fragen zu epistemologischen Überzeugungen untersucht, deren Untersuchung allerdings nicht Gegenstand dieser Dissertation ist.

Die einzelnen Teilstudien führen je nach Fragestellung unterschiedliche Details dieses theoretischen Rahmens weiter aus. Speziell wenn es um die inhaltliche und kognitive Ausdifferenzierung der einzelnen untersuchten Wissensfacetten geht, spielen hier zum Teil weitere theoretische Ansätze, wie etwa die Überlegungen zur Elementarmathematik vom höheren Standpunkt von Felix Klein (1908) als eine Komponente des mathematischen Fachwissens oder die Ausdifferenzierung kognitiver Prozesse nach Anderson, Krathwool, Airasian, Cruikshank, Mayer et al. (2001) eine Rolle.

Die Gemeinsamkeit der Teilstudien innerhalb des theoretischen Rahmens hat allerdings auch forschungspragmatische Gründe: Wenngleich sich nämlich weitere Studien zum professionellen Wissen von Lehrkräften innerhalb ihres theoretischen Rahmens an verschiedenen anderen Konzeptualisierungen der professionellen Kompetenz orientieren, wie etwa im internationalen Bereich die *Learning Mathematics for Teaching* Studie der Forschergruppe um Deborah Ball (LMT; vgl. Hill, Ball & Schilling, 2008), die Studie über das *Mathematics Knowledge in Teaching* (Rowland & Ruthven, 2011) sowie die Studie über

das Wissen von *Mathematics Teacher Educators* der Forschergruppe um Tim Rowland (Rowland, Turner & Thwaites, 2014) oder etwa in Deutschland die COACTIV-Studie (vgl. Baumert & Kunter, 2011) oder die Studie *Modeling and Measuring Knowledge and Competencies of Teachers* von Anke Lindmeier (2011) (vgl. auch Lindmeier, Heinze & Reiss, 2013), so steht die hier in den jeweiligen Teilstudien vorliegende Konzeptualisierung in Einklang mit der theoretischen Konzeptualisierung der professionellen Kompetenz, wie sie in den Studien MT21 und TEDS-M 2008 Anwendung gefunden hat (vgl. Blömeke, Felbrich & Müller, 2008 und Döhrmann, Kaiser & Blömeke, 2010) und beispielsweise auch in weiteren Studien (z.B. Schwarz, 2013) eine zentrale Rolle spielte. Da alle Teilstudien als systematische Weiterentwicklungen von TEDS-M 2008 zu verstehen sind, besteht hier also eine konzeptionelle Konsistenz.

Abb. 2: Modell der professionellen Kompetenz von Mathematiklehrerinnen und –lehrern (nach Weinert, 1999; Bromme, 1992, 1994, 1997; Shulman, 1986, 1987)

1.5 Methoden der Datenerhebung

Die unterschiedlichen Teilstudien basieren auf dem gleichen methodischen Vorgehen hinsichtlich der Datenerhebung. Auf der Basis der in Abschnitt 1.4 beschriebenen Konzeptualisierung wurden in allen Teilstudien Fragebögen im Papier-und-Bleistift-Format entwickelt, die das professionelle Wissen von Mathematiklehramtsstudierenden in verschiedenen Wissensdomänen mit Hilfe von spezifischen Testitems erheben. Aus der methodisch geleiteten Auswertung der durch die Codierung der Fragebögen generierten Daten wurden im Anschluss Rückschlüsse auf die Leistungen der Studierenden gezogen. Im Rahmen dieser Dissertation orientieren sich alle Teilstudien in Bezug auf diese Auswertung methodologisch quantitativ, genauer an Testmodellen der sog Item-Response-Theory (IRT; Rost, 1996; Wu & Adams, 2007), auch wenn in der TEDS-Telekom Studie zusätzlich parallel auch qualitative Methoden zur Datenauswertung zum Einsatz kamen.

Eine Grundannahme der IRT ist dabei, dass aus dem beobachtbaren Testverhalten von Personen (dem Abschneiden in den Leistungstests) auf eine prinzipiell nicht direkt beobachtbare (latente) Personenfähigkeit (wie das professionelle Wissen) geschlossen werden kann[3]. Testmodelle der IRT, wie z.B. das prominente Rasch-Modell (Rasch, 1960), ermöglichen dabei, dass anhand des Antwortverhaltens einer Person auf eine Anzahl von Testitems ein intervallskalierter Personenfähigkeitsparameter geschätzt werden kann, der Ausdruck dieser latenten Personenfähigkeit ist und anhand dessen im Anschluss weitere deskriptive und inferenzstatistische Berechnungen erfolgen können. Unabhängig davon können in diesem Testmodell gleichzeitig auf derselben Metrik Aufgabenschwierigkeiten geschätzt werden, so dass eine kriteriumsorientierte Einschätzung von Testleistungen – beispielsweise anhand von durch Itemschwierigkeiten definierte Kompetenzbereiche – vorgenommen werden kann. Voraussetzungen dieser Modelle sind dabei in der Regel (vgl. Bortz & Döhring, 2006),

1. dass alle Items innerhalb eines spezifischen Tests nur eine einzige latente Fähigkeit messen bzw. von nur einer latenten Variable beeinflusst werden (sog. Itemhomogenität oder Unidimensionalität);

[3] Gemeint ist hier das professionelle Wissen als latentes psychometrisches Konstrukt, insoweit es durch die Konzeptualisierung und Operationalisierung des Tests vorgegeben wird.

2. dass die Lösungswahrscheinlichkeit eines Items einzig durch die latente Fähigkeit bestimmt ist (und nicht etwa durch andere systematische Einflussgrößen), d.h. bei Personen mit gleicher latenter Fähigkeit hängt die Lösungswahrscheinlichkeit eines Items nicht von der Bearbeitung anderer Items ab (sog. lokale stochastische Unabhängigkeit der Items);

3. dass alle Versuchspersonen die Items aufgrund derselben zugrundeliegenden Personenfähigkeit bearbeiten bzw. dass die Messung der Personenfähigkeit stichprobenunabhängig erfolgt (sog. spezifische Objektivität oder Personenhomogenität).

Werden für längsschnittliche Untersuchungen mehrfach Daten der gleichen Person mit dem gleichen oder einem leicht modifizierten Test erhoben, so besteht dabei darüber hinaus grundsätzlich die Annahme, dass sich die auf diese Weise mehrfach generierten Personenparameter miteinander in Beziehung setzen lassen und somit – im Sinne eines (nicht unumstrittenen) additiven Lernverständnisses – Ausdruck eines Leistungszuwachses oder einer Verringerung der Leistung sein können. Für eine detaillierte generelle Beschreibung und Darstellung des Rasch-Modells wird an dieser Stelle auf Rost (1996) verwiesen, aber auch Büchter (2011) beschreibt das Modell detailliert und setzt es darüber hinaus in den Kontext der Forschung zur Erfassung von Mathematikleistung.

In den einzelnen Teilstudien dieser Dissertation wurden die Leistungen der Studierenden jeweils mit Hilfe von Rasch-Modellen ausgewertet. Im Prozess der Item-Skalierung wurde dabei in den jeweiligen Verfahren auf sog. ein-parametrige logistische Testmodelle (1-PL-Modelle) in Kombination mit sog. polytomen Rasch-Modellen zur Modellierung sog. partial-credit-Items zurückgegriffen (vgl. zu Testmodellen bei der Rasch-Skalierung Wright & Masters, 1982). Die Testitems wurden dazu anhand gängiger Fitwerte wie der Trennschärfe oder dem gewichteten MNSQ (Weighted Meansquare) vorselektiert. Sämtliche Skalierungen von Items in allen drei Teilstudien erfolgten mit Hilfe der Software *ConQuest* 2.0 (Wu, Adams & Wilson, 1998), in der die entsprechenden Testmodelle implementiert sind. Anschließend wurden in allen Teilstudien mit den auf diese Weise erzeugten Fähigkeitsparametern inferenzstatistische Auswertungen vorgenommen, um beispielsweise die Leistungen unterschiedlicher Gruppen von Studierenden oder Studierende unterschiedlicher Länder vergleichend beurteilen zu können.

Auf das Anführen von Beispielen für die in den Teilstudien verwendeten Testaufgaben soll an dieser Stelle verzichtet werden. Eine Reihe an Beispielaufgaben mit jeweiliger inhaltlicher und psychometrischer Beschreibung findet sich in den jeweiligen Publikationen. Dass die in den einzelnen Teilstudien eingesetzten Testinstrumente nicht in Form von Anhängen dieser Dissertation beigefügt werden konnten, ist der Tatsache geschuldet, dass viele dieser Testinstrumente unveröffentlichte Items der Studie TEDS-M 2008 enthalten und somit den strengen Auflagen der IEA unterliegen, die die Publikation unveröffentlichter Items untersagen. Eine Reihe an bereits veröffentlichter Testitems der Studie TEDS-M 2008 kann allerdings den frei zugänglichen Primarstufen- und Sekundarstufen-Itembeschreibungen entnommen werden (ACER, 2010a, 2010b). Für weitere Informationen über die verwendeten Testaufgaben wird ferner auf das ebenfalls erhältliche, Anfang 2012 aus den bereits veröffentlichten TEDS-M 2008 Items, Items aus TEDS-Telekom und Items aus TEDS-LT entwickelte Kurztestinstrument TEDS-shortM verwiesen (Buchholtz, Scheiner, Döhrmann, Suhl, Kaiser et al., 2012), das einen guten Eindruck über die verwendeten Testinstrumente vermittelt und selbst auch Testhefte enthält, die in ähnlicher Form und gleichem Aufbau auch in den Teilstudien verwendet wurden.

2 Erste Teilstudie

2.1 Kooperationsstudie über das Lehrerprofessionswissen angehender Mathematiklehrkräfte im internationalen Vergleich

2.1.1 Die Mathematiklehramtsausbildung im internationalen Vergleich

Infolge der internationalen large-scale Vergleichsstudien über die Leistungen von Schülerinnen und Schülern wie die *Third International Mathematics and Science Study* (TIMSS; Mullis, Martin, Beaton, Gonzales, Kelly et al., 1998; für die deutschen Ergebnisse vgl. Baumert, Bos & Lehmann, 2000a, 2000b) und das *Program for International Student Assessment* (PISA; OECD, 2001; für die deutschen Ergebnisse siehe Baumert, Klieme, Neubrand, Prenzel, Schiefele et al., 2001), die in den späten 1990er und frühen 2000er Jahren für einschneidende und langfristige Veränderungen in der Bildungspolitik auf dem schulischen Sektor sorgten, geriet auch zunehmend der Bereich der Lehrerbildung in das Zentrum der international vergleichenden empirischen Bildungsforschung. Insbesondere das Fach Mathematik bot hierbei durch seine zentrale Stellung als schulisches Kernfach sowie die international relativ konsistent kanonisch-fassbaren Bildungsinhalte eine günstige Ausgangslage für einen Vergleich der Kompetenzen und Ausbildungsmerkmale von angehenden Lehrkräften in verschiedenen Ländern. Zu den wesentlichen international vergleichenden Studien zählt hier die TEDS-M-Vorläufer Studie *Mathematics Teaching in the 21st Century* (MT21; Schmidt, Tatto, Bankov, Blömeke, Cedillo et al., 2007; detaillierte Ergebnisse für Deutschland in Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2008), hauptsächlich aber die *Teacher Education and Development Study – Learning to Teach Mathematics* (TEDS-M 2008; Tatto et al., 2012; für die deutschen Ergebnisse vgl. Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010a, b).

Sowohl MT21 als auch TEDS-M 2008 berichten von Leistungsunterschieden, die sich insbesondere zwischen den asiatischen Teilnehmerländern und den westlichen Teilnehmerländern ergaben. So gehörten Taiwan und Korea in MT21 (unter sechs Teilnehmerländern) zu der Spitzengruppe in der mathematischen und mathematikdidaktischen Leistung, während Deutschland und die USA im Mittelfeld der Leistungen lagen (vgl. Schmidt et al., 2007). Auch in TEDS-M 2008 zeigten sich kulturelle Unterschiede in den Leistungen zwischen den asiatischen und westlichen Teilnehmerstaaten. Während Deutschland und die USA bei der Untersuchung der Länder – von studiengangspezifischen

individuellen Unterschieden abgesehen (vgl. dazu auch Abschnitt 5.1.2) – im mathematischen Wissen im Mittelfeld lagen, zeigten Taiwan und Singapur Höchstleistungen (vgl. Tatto et al., 2012). Geringfügige Unterschiede ergaben die Befunde im Bereich des mathematikdidaktischen Wissens, in dem Deutschland zwar ebenfalls hohe Leistungen zeigte, aber auch hier gehörten Taiwan und Singapur zur Spitzengruppe. Erste Erklärungen dieser Leistungsunterschiede verweisen auf den Einfluss der Lerngelegenheiten im Mathematikstudium (Schmidt et al. 2007, S. 41 f.), verschiedene methodisch-philosophisch geprägte Zugangsweisen beim Lösen mathematischer Aufgaben (Hsieh, Chu, Hsieh & Lin, 2014), die unterschiedliche kulturelle Bedeutung, die der Mathematik im Studium in westlichen Ländern und in Ländern der *Confucian heritage culture* (CHC) zugeschrieben wird (vgl. im Zusammenhang der TIMSS und PISA-Ergebnisse Leung, 2006) sowie die Anstrengungsbereitschaft und das schulische Vorwissen der angehenden Lehrkräfte (Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010b, S. 204 f.).

Insbesondere diese kulturellen Unterschiede zwischen den Teilnehmerländern gaben Anlass zu einer differenzierten Betrachtung der Mathematiklehramtsausbildung in westlichen und asiatischen Ländern. So konnten Kaiser und Blömeke (2013) ausgehend von Überlegungen von Siu (2009) und Leung (2006) zu kulturellen Unterschieden anhand der Ergebnisse von TEDS-M 2008 im Bereich des Fachwissens und der zugehörigen Überzeugungen Unterschiede in der Sichtweise auf Lehrerexpertise in östlichen und westlichen Traditionen ausmachen, die sich teilweise auch auf die Unterscheidung zwischen kollektivistisch orientierter und individualistisch orientierter Lehr-Lern-Auffassungen innerhalb dieser Länder zurückführen lassen (vgl. dazu auch Hofstede, 1986). Sie bemerkten in den östlichen Ländern eine starke Orientierung am Fach sowie eine holistische Sichtweise für den Bereich der Lehrerexpertise (vgl. dazu Kaiser & Li, 2011). Eine Lehrkraft fungiere hier zugleich sowohl als gelehrte Person (*scholar*) gegenüber ihren Schülerinnen und Schülern, als Mentor bzw. Mentorin gegenüber ihren Kolleginnen und Kollegen und hinsichtlich der Lehrinhalte als wissenschaftlich forschende Person, die neben dem Lehren auch systematische Curriculumsentwicklung betreibe (vgl. Leung, 2006; Yang, 2014). Die westliche Sichtweise der Lehrerexpertise sei demgegenüber geprägt von einer Betonung des Individuums und seines individuellen Lernprozesses, der das Ziel pädagogischen Handelns sei. Eine Lehrkraft werde hier als Diagnostiker bzw. Durchführer und Bereitsteller von individuellen Lerngelegenheiten wahrgenommen (vgl. dazu Russ, Sherin & Sherin, 2011), dessen Hauptaufgabe in der Organisation der lokalen Interaktion zwischen Lehrkraft und Schülerinnen und Schülern liege.

Letztendlich schlägt sich diese unterschiedliche Sichtweise der Lehrerexpertise aber auch im Bereich der Lehramtsausbildung nieder, wenn man davon ausgeht, dass die Sichtweise auf Lehrerexpertise die Ausbildung zukünftiger Lehrerinnen und Lehrer implizit normiert. Die bisherigen differenzierten Vergleiche in diesem Bereich lieferten zwar insgesamt erste Erkenntnisse darüber, welche Aspekte im Bereich der Lehramts(aus)bildung Effekte auf die professionelle Kompetenz von Lehrkräften haben könnten, nach wie vor besteht hier aber Forschungsbedarf, insbesondere, wenn es um Fragen der Aneignung mathematischen Wissens und dessen Bedeutung für den Mathematikunterricht geht.

Es scheint einen allgemeinen Konsens darüber zu geben, dass internationale Vergleichsstudien wie TEDS-M 2008 einerseits einen Einblick in andere Bildungssysteme ermöglichen, andererseits aber auch eine Grundlage für das bessere Verständnis des eigenen Bildungssystems darstellen (Blömeke & Paine, 2008). Insbesondere gilt dies natürlich auch für den Bereich der Lehramtsausbildung und das Lehrerprofessionswissen. Internationale Vergleiche schärfen hier gleichsam auch den Blick für curriculare Gemeinsamkeiten und Unterschiede in der Lehramtsausbildung.

Ein Bereich, der dabei bislang allerdings von differenzierten kulturellen Vergleichen bis jetzt nahezu ausgespart wurde ist der Bereich des Wissens über *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt*, dem von Felix Klein (1908) geprägten Begriff eines speziellen akademischen Wissens über schulrelevante Mathematik. Hierunter wird im Wesentlichen ein tiefergehendes mathematisches Wissen über Schulmathematik verstanden, das nur durch ein universitäres Mathematikstudium erreicht werden kann, bei dem insbesondere fachmathematische, aber auch historisch-genetische, philosophische und reflexive mathematikdidaktische Perspektiven auf die Schulmathematik im Vordergrund stehen (vgl. Allmendinger, 2011, 2012). Es geht dabei darum, schulmathematische Inhalte vor dem Hintergrund eines strukturellen Verständnisses universitärer Mathematik einordnen und bewerten zu können. Dieses Wissen versetzt die zukünftigen Lehrerinnen und Lehrer in die Lage, in alltäglichen schulischen mathematischen Problemstellungen die Bezüge zur universitären Hintergrundtheorie herstellen zu können sowie ggf. umgekehrt höhere Mathematik mit den Mitteln der Schulmathematik zu erschließen (vgl. dazu „Mathematik vom elementaren Standpunkt“ bei Kirchgraber, 2008). Es handelt sich somit bei dieser Wissensdomäne um ein spezielles mathematisches Fachwissen, das Mathematiklehrkräften zu eigen sein sollte und sich vom reinen universitären mathematischen Fachwissen in Inhalt und formaler Strenge unterscheidet. Felix Klein kritisierte bereits Anfang des letzten Jahrhunderts mit seinem bekannten Vorwurf der „doppelten Diskontinuität“ die diesbezüglich mangelnden

Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte innerhalb des Mathematiklehramtsstudiums, und seine Kritik lässt sich bis heute auf die derzeitige Mathematiklehramtsausbildung an vielen deutschen Universitäten übertragen:

„Traditionell mangelt es den Studierenden im Lehramtsstudium an Lerngelegenheiten, die notwendigen Kenntnisse und Fähigkeiten für einen didaktischen „Brückenschlag“ zwischen universitärer Fachmathematik und schülerorientierter Elementarmathematik in ausreichender Form in den universitären Lehrveranstaltungen zu erwerben. Die Folgen davon sind bekannt: Hohe Abbrecherquoten unter den Studienanfängern deuten insbesondere darauf hin, dass bereits eine verständnisorientierte Vermittlung der Fachmathematik innerhalb der ersten Semester nur teilweise gelingt“ (Buchholtz & Schwarz, 2012, S. 239).

In Übereinstimmung mit Buchholtz und Schwarz (2012) lässt sich feststellen, dass der Bereich der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt in der neueren Diskussion über hochschuldidaktische Veränderungen in der Lehramtsausbildung verstärkt wieder an Bedeutung gewinnt (vgl. u.a. Beutelspacher, Danckwerts, Nickel, Spieß & Wickel, 2011; Barton, 2009). So plädieren Beutelspacher u.a. (2011) beispielsweise dafür, spezielle Lehrveranstaltungen über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt in die universitäre gymnasiale Mathematiklehramtsausbildung zu integrieren. In der empirischen Bildungsforschung ist der Begriff hingegen tatsächlich erst wenig in Erscheinung getreten (vgl. Kaiser, Buchholtz, Schwarz, Blömeke, Lehmann et al., 2010; Krauss, Blum, Brunner, Neubrand, Baumert et al., 2011) und insbesondere existiert in diesem Bereich kaum international vergleichende Forschung. Allenfalls die Vergleichsstudie zwischen amerikanischen und chinesischen Primarstufenlehrkräften von Ma (1999) wäre hier zu nennen, allerdings ist die von ihr entwickelte Begrifflichkeit eines *profund understanding of fundamental mathematics* von der Klein’schen Auffassung deutlich zu unterscheiden. Ma beobachtete, dass sich vor allem chinesische Expertenlehrkräfte durch die immer wiederkehrende Beschäftigung mit der für den Grundschulunterricht relevanten Mathematik und ihrer Aufbereitung für den Unterricht ein facettenreiches didaktisches und methodisches Repertoire aneignen, mittels dessen die zu lernenden Inhalte verständnisorientiert aufbereitet werden können. Während bei Ma also der Schwerpunkt eher auf der Lehrerexpertise und im Primarstufenbereich liegt, ist der Fokus des Wissens über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt bei Klein eher in der hochschulmathematischen Durchdringung der (gymnasialen) Schulmathematik zu sehen. Auch die Arbeiten von Shulman (1986; 1987) und der Forschergruppe um Deborah Loewenberg Ball (z.B. Hill, Ball & Schilling, 2008) behandeln

diese spezielle Wissensform nicht explizit, wenngleich sich einige Berührungspunkte im Bereich des *pedagogical content knowledge* ausmachen lassen.

Der Mangel an internationalen Vergleichsmöglichkeiten im Bereich der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt ist allerdings wenig verwunderlich angesichts der Tatsache, dass es sich bei der Diskussion über die Notwendigkeit eines Wissens über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt um eine verstärkt deutsche Diskussion handelt. So steht beispielsweise in den 1970er Jahren auch (der leider in diesen Tagen verstorbene) Arnold Kirsch in dieser Diskussion, der – in einer von Klein differenzierten Terminologie – das „Zugänglich-machen" als eine zentrale Kompetenz praktizierender Lehrkräfte und Leitidee didaktischer Entwicklungen ansieht, bei der es aber ebenfalls darum gehe, die mathematischen Inhalte des Mathematikunterrichts in geeigneter Weise zu vereinfachen, herunterzutransformieren bzw. zu elementarisieren und in diesem Sinne anschaulich werden zu lassen (Kirsch, 1977; zum „Elementarisieren" vgl. Becker, 1974). Jüngere Diskussionen des Begriffs „Elementarmathematik vom höheren Standpunkt" konzentrieren sich darauf, den Klein'schen Ansatz begrifflich abzugrenzen oder seine Bedeutung für die Lehramtsausbildung hervorzuheben und ihn für konkrete Lerngelegenheiten an Universitäten nutzbar zu machen (Allmendinger, 2011; 2012; Deiser, Heinze & Reiss, 2012; Dankwerts, 2013).

2.1.2 Die Teilstudie und die Perspektive des internationalen Vergleichs

Folgt man Blömeke und Paine (2008) aber in diesem Fall, so wirft die deutsche Diskussion über ein vom mathematischen Fachwissen differenziertes Wissen über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt für zukünftige Lehrkräfte und seine Bedeutung in der Lehramtsausbildung natürlich die Frage auf, ob es ähnliche Überlegungen über notwendige spezifische Bestandteile der Lehramtsausbildung auch in anderen Ländern gibt bzw., ob die Vermittlung dieses spezifischen Wissens dort bereits in der Lehramtsausbildung implementiert ist. Da das Wissen über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt insbesondere durch die Betonung des strukturellen Verständnisses der mathematischen Inhalte eher fachlich orientiert ist, die Motivation für die Aneignung von Wissen in diesem Bereich gemäß Felix Klein jedoch klar auf der späteren Befähigung zum Unterrichten liegt, ist insbesondere von Interesse, welchen Stellenwert diese Wissensform in der Lehramtsausbildung der ostasiatischen Länder einnimmt. Die Teilstudie über das

Lehrerprofessionswissen angehender Mathematiklehrkräfte im internationalen Vergleich zielt darauf, diese Forschungslücke zu schließen.

Die Teilstudie wurde in Kooperation zwischen der Universität Hamburg, der University of Hong Kong und der Hongik University in Seoul im Zeitraum zwischen Januar 2009 und Dezember 2011 mit Unterstützung durch den Deutschen Akademischen Austauschdienst (DAAD) durchgeführt.

„Als Anknüpfungspunkt für die Forschung dient hierbei in erster Linie die Fragestellung, welche kognitiven Fähigkeiten die Studierenden in ihrem Lehramtsstudium im Fach Mathematik im Bereich der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt erwerben. Um jedoch Aussagen über die kognitiven Fähigkeiten der Studierenden treffen zu können, stellt sich zunächst vor allem auch unter dem Gesichtspunkt einer international vergleichenden Studie die Frage, wie ein vertieftes Verständnis der einem schulrelevanten mathematischen Problem zugrundeliegenden universitätsmathematischen Struktur von Lehramtsstudierenden verschiedener Länder überhaupt messbar gemacht werden kann. Die Studie versteht sich hier nicht zuletzt auch als eine explorative Studie, die überprüfen will, ob sich das fachspezifische professionelle Wissen im Bereich der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt im Sinne der empirischen Bildungsforschung hinreichend zufriedenstellend durch die eingesetzten Aufgabenformate operationalisieren lässt“ (Buchholtz & Schwarz, 2012, S. 240).

2.1.3 Fragestellungen der Teilstudie

Mit der Untersuchung des Lehrerprofessionswissens von Mathematiklehramtsstudiereden aus der Perspektive des internationalen Vergleichs soll die Teilstudie folgende Forschungsfragen beantworten:

- *Wie lässt sich die Domäne des Wissens über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt im Kontext eines internationalen Vergleichs empirisch erfassen?*

- *Kann hierzu ein Instrument entwickelt werden, dass in östlichen wie westlichen Ländern gleichermaßen valide ist?*

- *Ist es überhaupt möglich, ein vertieftes Verständnis eines schulmathematischen Problems vor seinem zugehörigen universitätsmathematischen Hintergrund in schriftlichen Leistungstests zu erheben?*

- *Wie sind die diesbezüglichen Leistungen der Studierenden im internationalen Vergleich einzuschätzen?*

2.1.4 Publikationen

Zwei wissenschaftliche Publikationen sind bislang im Rahmen der Teilstudie entstanden, von denen eine einen Teil dieser Dissertation ausmacht: Die Publikation Buchholtz, Leung, Ding, Kaiser, Park u.a. (2013) findet sich im Abschnitt 2.3. In dieser Publikation wird der theoretische Hintergrund des Wissens über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt beschrieben, das Design der Teilstudie, die Stichprobe der 345 Lehramtsstudierenden aus Deutschland, Hongkong, China (Hangzhou) und Korea, Beispielitems und das methodische Vorgehen bei der Datenauswertung der offenen Items und des Fragebogens (IRT-Skalierung). Ferner werden gruppenspezifische Ergebnisse dargestellt, sowie für ausgewählte Einzelitems auch tiefergehende vergleichende Analysen, aus denen Schlüsse für die Gestaltung der Lehrerausbildung gezogen werden. In einer weiteren Publikation von Buchholtz und Schwarz (2012) werden exemplarisch zwei elementarmathematische Items der Teilstudie vorgestellt und ihr hochschulmathematischer Bezug erläutert. Des Weiteren werden Ergebnisse der deutschen Teilstichprobe zu diesen Items vorgestellt.

2.2 Überblick über die Kooperationsstudie

Name	Kooperationsstudie zum Lehrerprofessionswissen angehender Mathematiklehrkräfte im internationalen Vergleich
Testart	• Leistungstest
Zielgruppe	• Angehende Mathematiklehrkräfte der ersten Ausbildungsphase • Lehrbefähigung Sekundarstufe I
Fragestellungen	• Wie lässt sich die Domäne des Wissens über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt im Kontext eines internationalen Vergleichs empirisch erfassen? • Kann hierzu ein Instrument entwickelt werden, dass in östlichen wie westlichen Ländern gleichermaßen valide ist? • Ist es überhaupt möglich, ein vertieftes Verständnis eines schulmathematischen Problems vor seinem zugehörigen universitätsmathematischen Hintergrund in schriftlichen Leistungstests zu erheben? • Wie sind die diesbezüglichen Leistungen der Studierenden im internationalen Vergleich einzuschätzen?
Besondere Merkmale	• Elementarmathematik vom höheren Standpunkt als Teilfacette des fachmathematischen Wissens • Testsprache Englisch
Testform	• Papier-und-Bleistift-Test
Testlänge	• 45 Minuten
Messzeitpunkte	• 1
Untersuchte Domänen	• Elementarmathematik vom höheren Standpunkt
Stichprobe	• 345 Studierende • Gelegenheitsstichprobe
Jahr	• 2009-2011
Getestete Institutionen	• Universität Hamburg, PH Weingarten, University of Hong Kong, Hong Kong Institute of Education, Hongik University Seoul, Hangzhou Normal University, Zhejiang Education Institution Hangzhou
Projektverantwortliche	• Prof. Dr. Gabriele Kaiser, Universität Hamburg • Prof. Dr. Frederik K.C. Leung, University of Hong Kong

2.3 Publikation I

Buchholtz, N., Leung, F.K.S., Ding, L., Kaiser, G., Park, K., & Schwarz, B. (2013). Future mathematics teachers' professional knowledge of elementary mathematics from an advanced standpoint. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education (ehem. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik), 45*(1), 107-120.

Reprinted from Springer and *ZDM – The International Journal on Mathematics Education* with kind permission of Springer Science and Business Media. Copyright © 2013, FIZ Karlsruhe and Springer Science and Business Media.

ZDM Mathematics Education (2013) 45:107–120
DOI 10.1007/s11858-012-0462-6

ORIGINAL ARTICLE

Future mathematics teachers' professional knowledge of elementary mathematics from an advanced standpoint

Nils Buchholtz · Frederick K. S. Leung · Lin Ding · Gabriele Kaiser · Kyungmee Park · Björn Schwarz

Accepted: 17 September 2012 / Published online: 4 October 2012
© FIZ Karlsruhe 2012

Abstract This paper reports a joint research project by researchers from three countries on an international comparative study that examines the professional knowledge of prospective mathematics teachers in elementary mathematics from an advanced standpoint. For this study, mathematical problems on various topics of elementary mathematical content were developed. Using this instrument, the mathematical knowledge of future teachers from Germany, Hong Kong, China (Hangzhou) and South Korea was measured empirically. The paper presents the design of the study, and also results are discussed. The results show that there are systematic differences among the participating countries; for example, the Korean future teachers outperform their counterparts in other countries. A more detailed analysis of the results suggests that the future teachers often do not seem to be able to link school and university knowledge systematically and cannot achieve the crucial "advanced standpoint" from the teacher training programme.

1 Introduction

After taking up their university study when they attend the traditional introductory courses of university mathematics, many first-year student teachers realize the big gap between their ideas of the professional requirements of the mathematics teacher, on the one hand, and the advanced academic mathematics, on the other hand. The academic courses lack provision of learning opportunities for future teachers to sufficiently acquire the knowledge and skills for constructing a didactical "bridge" between university mathematics and student-oriented elementary mathematics. As a consequence, at least in Germany, there are high dropout rates amongst first-year student teachers, which may be an indication that the connection among the different areas of teacher education (namely mathematics, mathematics education, and general education) is critically regarded as too weak (for an overview, see Blömeke 2004). The general criticism of the absence of practical content in the teaching of mathematics at universities is not new and can be found in the ground-breaking book *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint* by Felix Klein, who as early as the beginning of the twentieth century described the following phenomenon, commonly known as the "double-discontinuity":

> "The young university student found himself, at the outset, confronted with problems that did not suggest, in any particular, the things with which he had been concerned at school. Naturally he forgot these things quickly and thoroughly. When, after finishing his course of study, he became a teacher, he suddenly found himself expected to teach the traditional elementary mathematics in the old pedantic way; and, since he was scarcely able, unaided, to discern any connection between this task and his university mathematics, he soon fell in with the time honored way of teaching, and his university studies remained only a more or less pleasant memory which had no influence upon his teaching." (Klein 1932, p. 1)

N. Buchholtz (✉) · G. Kaiser · B. Schwarz
Faculty of Education, Psychology and Human Movement, University of Hamburg, Hamburg, Germany
e-mail: Nils.Buchholtz@uni-hamburg.de

F. K. S. Leung · L. Ding
The University of Hong Kong, Hong Kong SAR, China

K. Park
Hongik University, Seoul, Korea

In this criticism, it becomes obvious that prospective teachers should have adaptable mathematical knowledge: a knowledge that comprises school mathematics, but goes beyond it and relates it to the underlying advanced academic mathematics, which according to Klein (1932) we call the *knowledge of elementary mathematics from an advanced standpoint*. Unfortunately, elementary mathematics in its depth is not often treated in university study, and therefore it is left to the future teachers themselves to later link the academic mathematics and school mathematics when they enter the profession. Although the area of elementary mathematics from an advanced standpoint has become important in recent debates on changes in university teacher training (see Barton 2009; Ferrini-Mundy and Findell 2001), there has been almost no empirical educational research reported so far (cf. Kaiser et al. 2010; Krauss et al. 2011). In particular, there exist only very few international comparative research studies in this area (see, e.g., Ma 1999).

This paper reports a joint research project of the University of Hamburg, the University of Hong Kong (HKU) and the Hongik University on an international comparative study that aimed at examining the professional knowledge of prospective mathematics teachers in elementary mathematics from an advanced standpoint. The study attempted to extend the long-term experience in the measurement of professional knowledge in mathematics in studies such as MT21 (Blömeke et al. 2008) and TEDS-M (Blömeke et al. 2010a, 2010b) to a field of mathematics which—since it was promoted by Felix Klein in 1908 in German for the first time—should play a significant role in teacher education.

2 Theoretical approach

In the literature, the discussion on professional knowledge of teachers has been mainly focused on the work of Shulman (1986, 1987), who delineated different kinds of teacher knowledge in two seminal papers on the knowledge base of teachers. Among the various kinds of knowledge were the familiar category of "subject matter content knowledge" (CK) and a novel category, which Shulman termed "pedagogical content knowledge" (PCK) and defined as "that special amalgam of content and pedagogy that is uniquely the province of teachers, their own special form of professional understanding" (Shulman 1987, p. 8). It has now been widely acknowledged that both content knowledge and PCK are indispensable components of a teacher's professional knowledge. What has not reached wide agreement is the nuance of the boundary between the two categories of content knowledge. In particular, the relations among CK, PCK and knowledge of school-relevant elementary mathematics within Shulman's topology of professional knowledge still seem to be disputable.

In the American debate, there has been extensive discussion in the literature on how mathematics teachers unpack their mathematics content knowledge for teaching (Ball and Bass 2003; Even 1993; Hill et al. 2008; Rowland et al. 2005). Hill et al. (2008) proposed, at least for primary teachers, a model of mathematics content knowledge (which they refer to as Mathematics Knowledge for Teaching or MKT) in which they differentiated between "common content knowledge" (CCK) and "specialized content knowledge" (SCK) as two different dimensions of MKT:

> "CCK, roughly described as knowledge that is used in the work of teaching in ways in common with how it is used in many other professions or occupations that also use mathematics, and SCK, or the mathematics knowledge that allows teachers to engage in particular teaching tasks, including how to accurately represent mathematical ideas, provide mathematical explanations of common rules and procedures, and examine and understand unusual solution methods to problems (Ball et al. 2005). CCK is what Shulman likely meant by his original subject matter knowledge, SCK is a newer conceptualization. However, both are mathematics knowledge; no knowledge of students or teaching is entailed." (pp. 377–378)

The notion of SCK highlights an important part of the teacher's knowledge, and it can be conceptualized as a bridge between a teacher's in-depth understanding of mathematics content knowledge and the discernment of students' existing repertoire of mathematics knowledge. It is this "bridge" that enables the teacher "to accurately represent mathematical ideas, provide mathematical explanations of common rules and procedures, and examine and understand unusual solution methods to problems" (p. 378). In typical teacher education programmes, student teachers take a number of courses in advanced mathematics and a number of courses in pedagogy (for example, on learning theories in mathematics), and they are supposed to develop competence in SCK out of these. Teacher educators have long realized the deficiencies of this model, and there has been some work done in redesigning mathematics teaching courses (e.g., Herbst and Chazan 2003; Rowland 2008).

Back in the 1930s, Felix Klein was already concerned with these deficiencies regarding a "suitable training of candidates for the higher teaching positions" (1932, p. 1). Klein's approach to elementary mathematics from an advanced standpoint (or more appropriately a higher standpoint, as elucidated by Jeremy Kilpatrick in his lecture as Felix Klein medallist at ICME 11 in July 2008 in Monterrey), leads to quite similar reflections about strengthening a linking bridge between Shulman's CK and PCK, but there is also a remarkable difference. With his elementary mathematics from a higher standpoint, Klein

aims at the mediation and integration of school mathematics into an already acquired canon of knowledge gained by advanced academic mathematical experiences. The higher standpoint here means the kind of understanding that comes both with having more knowledge and after going through deeper reflections on a certain topic. It is not just a matter of knowing more "advanced mathematics" gained from tertiary study. In particular, Klein emphasizes psychological aspects of mathematical concepts as well as the importance of visualization of mathematical content by models and applications (cf. Schubring 2010) for the teaching profession:

> "My task will always be to show you the mutual connections between problems in the various fields, a thing which is not brought out sufficiently in the usual lecture course, and more especially to emphasize the relation of these problems to those of school mathematics. In this way I hope to make it easier for you to acquire that ability which I look upon as the real goal of your academic study: the ability to draw (in ample measure) from the great body of knowledge there put before you a living stimulus for your teaching. […] The presentation in the schools, however, should be psychological and not systematic. The teacher so to speak, must be a diplomat. He must take account of the psychic processes in the boy in order to grip his interest; and he will succeed only if he presents things in a form intuitively comprehensible. […] This need has never been overlooked in the schools so much as it has in the university. It is just this psychological value which I shall try to emphasize especially in my lectures." (Klein 1932, pp. 1–4)

Student teachers gain the crucial "advanced standpoint" in their professional mathematical knowledge, which enables them to mediate the mathematical content to their students. Concerning the discussion on the professional knowledge of mathematics teachers, here not only the link between CK and PCK is highlighted. The structural perspective on the mathematical knowledge in the relation between the advanced academic knowledge and the school-related elementary mathematical knowledge is emphasized as well. This deeper understanding has, at least in Germany, a long tradition. For example, in an influential book entitled *Truly Understanding Mathematics* (in German: *Mathematik wirklich verstehen*) by Arnold Kirsch (1987), an elaboration of mathematics under an honest intellectual perspective is also called for:

> "The professional mathematician does not like to bother with questions that are discussed here: questions about the emergence, the meaning, the use of mathematical concepts. […] For that kind of discussion only modest content is treated. The—mostly provided—first acquirement of the content will be activated, extended, deepened, and sometimes also be revised. With this content, […] manners in dealing with mathematics should be made accessible. […] The learner should now truly understand—and recognise the sense of—what he does." (p. 11, translated by Nils Buchholtz)

Our study proposes a way of measuring the knowledge of elementary mathematics from an advanced standpoint according to the notion of Klein, which perceives the achievements in school-relevant mathematics from the perspective of a deeper understanding of the underlying fundamental mathematical structure. A starting point for research into teachers' professional mathematics knowledge in this area is the question of what kind or level of knowledge future teachers acquire in their study of elementary mathematics from an advanced standpoint. In order to develop descriptions about the mathematical knowledge of future teachers, especially from the viewpoint of an international comparative study, the research questions for this current study were as follows:

- Is it possible to measure a deeper understanding of a school-relevant mathematical problem with its underlying advanced academic mathematics for future teachers from different countries, and if yes, how can that be done?
- Is it possible to develop an instrument valid for Eastern and Western countries?

Although Klein proposed his idea of elementary mathematics from an advanced standpoint back in the 1930s, the questions above have not been answered satisfactorily in past studies, and the study presented here is designed as an exploratory study aiming to examine whether elementary mathematics from an advanced standpoint can be operationally measured for conducting empirical educational research in the future. Since almost no reliable instruments exist so far to answer these questions, we developed mathematical problems related to different elementary mathematical contents that connect elementary mathematical ideas with the underlying advanced academic mathematics. Thus the focus of these tasks is the knowledge about the elementary mathematics from an advanced standpoint. They deal with knowledge and skills in school-relevant mathematical content which also require knowledge of university mathematics.

3 Implementation of the study

3.1 Design of the study

In order to find out how successful the university studies have been in the development of knowledge of elementary

mathematics from an advanced standpoint, the study was carried out near the end of the university study of future mathematics teachers. Because the approach by Felix Klein was developed for future teachers teaching higher grade students, the study focused on future teachers teaching mathematics at the secondary level. Because of restrictions in the implementation of the study, no representative samples could be drawn. Instead, the study is based on convenience samples of student teachers studying mathematics as a subject for teaching, taking into consideration different background variables. In Germany, two different sites were chosen in order to represent the different characteristics of the German teacher education as adequately as possible: the University of Hamburg, located in a metropolitan area in the Northern part of Germany, and the University of Education of Weingarten, located in a rural area in Southern Germany. Student teachers in the sample were mainly in their third or fourth year of study. In Hong Kong, the study was conducted at the HKU and the Hong Kong Institute of Education (HKIEd), two of the three major teacher education providers in Hong Kong where mathematics teacher education takes place. The former is the most prestigious university in the territory, with the quality of student intake higher than that of the latter. The HKU sample consisted of student teachers from a 1-year Post-Graduate Diploma in Education (PGDE) programme in mathematics, while those from HKIEd were fourth-year students of a four-year Bachelor of Education (BEd) in Mathematics programme. The Korean sample consisted of fourth-year future teachers at Hongik University, one of several private universities located in Seoul, who were studying in the BEd programme at the Department of Mathematics Education in the College of Education. Although Hongik University is not among the top universities in Korea, the Department of Mathematics Education at Hongik University mostly recruits students from among the top 5 % of high school graduates. The sample from Mainland China came from Hangzhou Normal University and the Zhejiang Education Institution in Hangzhou, a large coastal city in the Province of Zhejiang. The two universities are the only two sites in Hangzhou for preparing future mathematics teachers qualified for teaching in middle schools. The two universities are not top universities in China, but the recruitments for both universities are competitive because of a large population of high school graduates. Both universities provide a four-year Bachelor programme in the Department of Mathematics, and the sample was from the final year of the programme.

For the study, we developed a questionnaire of 17 tasks that takes about 45 min of testing time to complete. Each task consists of several subtasks. For the tasks, open and closed items were developed and revised on the basis of subsequent discussions. For reasons of validity, each task was linked to the joint core content of the school curricula for the school level the future mathematics teachers were studying for. In 2009, 34 future teachers in Germany and 12 future teachers in Hong Kong worked on a pilot questionnaire. Subsequently, the pilot questionnaire results were evaluated statistically in order to create the final questionnaire for the study. In finalizing the questionnaires, translation problems were examined and corrected. The study took place with future teachers in Germany, Hong Kong, Hangzhou, and Korea between the summer semester in 2010 and the summer semester in 2011.

All in all, 345 prospective teachers participated in the study. Table 1 shows the size of the sample of future teachers differentiated by countries.

3.2 Analysis of the data

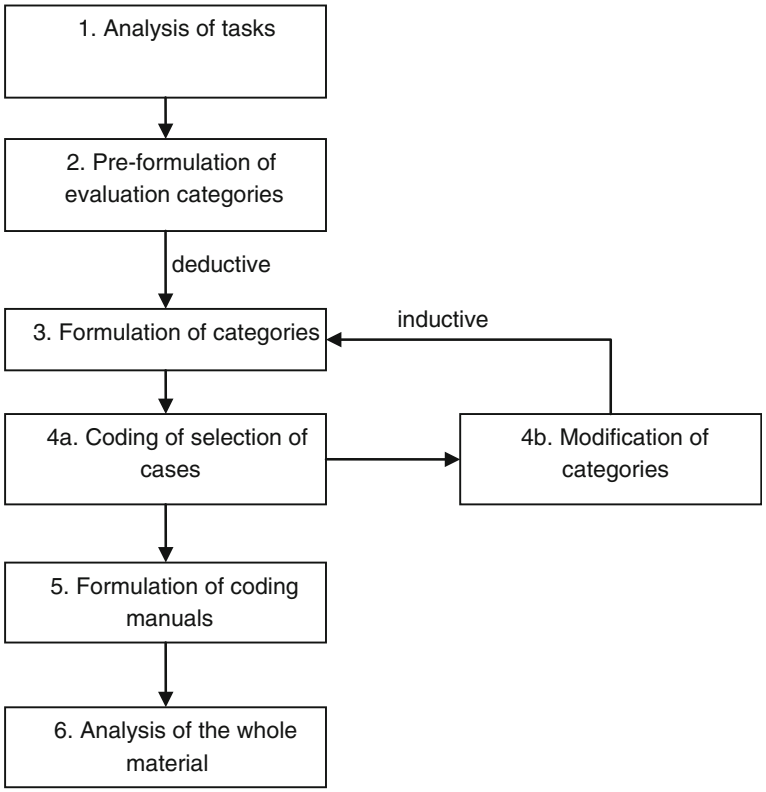
For the analysis of the open items, we used a coding method based on the theoretical approach of qualitative content analysis developed by Mayring (2000). The open items were coded using theory-guided manuals. In these manuals, specific evaluation categories were formulated in advance, and with the help of these categories a selection of cases was coded. *Coding* here stands for the assignment of the individual text elements and statements to the specific categories. The categories developed deductively could be changed during the process of coding; for example, they could be generalized or specified. It might also happen that new categories could emerge from the material. This step is called inductive categorization. Through the interplay of deductive and inductive categorization, the whole content is considered within the open items. After this first step, the results of the coding of a selection of cases were operationalized in the form of coding manuals. Finally, the categorization of all the material was evaluated by experienced coders (see Table 2).

Because of linguistic diversities, it was not possible for each coder to code each item; however, the coding manuals were developed in an interactive process of peer review among the participating countries to ensure the objectivity of the coding process. In Germany, the open items were coded independently by several coders, ensuring a clear distinction of the evaluation categories. This information was then shared with researchers from the other countries in the study. The closed items were treated dichotomously

Table 1 Size of the study sample

	Germany	Hong Kong	Hangzhou	Korea	Total
Sample size	106	31	134	74	345
Percentage	30.7	9	38.8	21.4	100

Table 2 Process of evaluating the open items



in the process of coding; that is, the responses of students were rated as either correct or incorrect. In addition to this response format, there were also items among the open questions that could be answered partially correctly (*partial-credit items*). This multistage nature of a correct solution of partial-credit items has been considered during the coding and scaling. After the coding of the data, all country-specific subsamples were integrated into an overall data set for scaling.

3.3 Example items: "Extension of the rational numbers" and "Number sequence"

In the following, we describe for illustrative purposes two sample items. The first item relates to the extension of range from the rational to the real numbers, which is a common topic in the curriculum frameworks of Years 9 and 10 (for example, in Germany this is a topic in the curriculum of the Free and Hanseatic City of Hamburg 2007). The task in Table 3 examines the understanding of future teachers on the necessity to extend the rational numbers to the real numbers in mathematics. Option A is a distractor based on a common misunderstanding that the extension of the rational numbers to the real numbers is justified by the possibility of filling the gaps between rational numbers by irrational numbers. In addition, the range extensions from the integers to the rational numbers and the extension from the real numbers to the complex numbers (Options B and D), which are usually learned at university, act as two other distractors. The correct answer in this case is Option C.

The results by country were as follows: 78.4 % of the Korean future teachers, 32.3 % of the Hong Kong future teachers, 38.9 % of the Hangzhou future teachers and 37.8 % of the German future teachers gave the correct answer.

The second item (see Table 4) relates to the misconception that there is only one possible correct answer for the continuation of a number sequence. Very often, intelligence tests and recruitment tests used in the business sector suggest that there is either only one correct option (A) or only a small number of correct options (B). In reality, however, infinitely many different algebraic expressions may be generated from a given finite set of numbers, contrary to the assertion in Option D that the general term of the series of numbers is not governed by an algebraic expression. For this reason, the correct answer is Option C.

The results by country were as follows: 31.5 % of the Korean future teachers, 22.6 % of the Hong Kong future teachers, 20.1 % of the Hangzhou future teachers and 16.0 % of the German future teachers gave the correct answer.

Already these items show remarkable differences among the four samples. Despite these remarkable achievement

Table 3 Task: "Extension of the rational numbers"

In school mathematics, we study rational numbers and real numbers. What do you think is the mathematical justification of extending the rational number system to the real number system?	
A	On the number line, there may exist two rational numbers for which there is an irrational number, but not a rational number, between them. Therefore, we need to introduce irrational numbers ☐
B	If we do not introduce real numbers, we may not be able to find a number a' for each rational number $a \neq 0$ so that $a \cdot a' = 1$ is true ☐
C	If we do not introduce real numbers, we may not be able to solve equations such as $x^2 = a,\ a > 0$ ☐
D	If we extend rational numbers to real numbers, we will be able to find $\sqrt{a},\ a < 0$ ☐
E	I don't know ☐

Table 4 Task: "Number sequence"

Students are learning number patterns and sequences, and they are asked to solve the following problem: "Given a sequence: 3, 6, 9, 12,… for which all the terms, including the first four terms above, are governed by a certain algebraic expression T(n). What is the next term of the sequence?" What should be the answer?	
A	The algebraic expression T(n) for the nth term of the sequence must be T(n) = 3n (for n = 1, 2, 3,…). So the next term is T(5) = 3 × 5 = 15, and there can be no other answer ☐
B	The nth term T(n) may be equal to 3n and it may also be equal to some other expressions. So there are a number of possible answers (15 being only one of these answers), but the number of possible answers will not be too large ☐
C	There are infinitely many possible algebraic expressions for the nth term of the sequence T(n), and so there are infinitely many possible answers which are all mathematically sound ☐
D	The nth term of the sequence is not governed by any algebraic expression, and so there are infinitely many possible answers for the next number ☐
E	I don't know ☐

differences, we discuss in the following sections whether it is possible to design a common evaluation instrument based on these four samples that would allow the knowledge of future secondary mathematics teachers in the area of elementary mathematics from an advanced standpoint to be measured.

4 Examination of scaling properties

In the evaluation of the questionnaire data, methods of Item Response Theory were used. The advantage of probabilistic test models is that from the observed responses, two latent variables can be inferred that determine the responses: the item difficulty and the ability of the person. Here an underlying personality trait ("latent trait") is presumed. The manifest solution behaviour of a person depends on its expression in a probabilistic manner. Applying a one-parameter Rasch model (cf. Wu and Adams 2007), the difficulties of test items as well as estimates for the latent abilities of a person are determined simultaneously and independently. Concerning the scaling of the latent construct "*knowledge in elementary mathematics from an advanced standpoint*", all items were scaled unidimensionally and on the basis of the responses from all 345 participants (cf. Fig. 1). Of the 17 tasks of the instrument with a total of 21 knowledge-related items, 19 items were

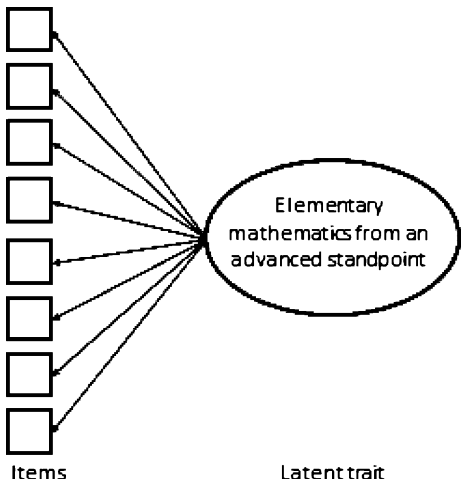


Fig. 1 One-dimensional model of the latent trait

included in the scaling. Two items had to be excluded from the scaling because of poor goodness of fit or a lack of selectivity.

The scaling was executed using the ConQuest software (see Wu and Adams 2007), which is software for fitting item response and latent regression models. In the first step of this scaling ConQuest estimated the item difficulties from the given responses of the whole sample. To estimate the item difficulties correctly—guided by the system-

monitoring studies of the International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA)—missing values that arise because student teachers omit items were not included in this first estimation (if these omissions were to be treated as wrong answers, items that have often been omitted would be estimated as very difficult). For the subsequent estimation of a person's abilities, these missing values were treated as "false". ConQuest here estimated the ability of each student teacher on the basis of his or her responses with regard to the item difficulties that have been estimated on the basis of the responses of the whole sample. For the estimation and presentation of both item difficulties and individual abilities of the latent trait, *weighted likelihood estimates* (WLE) (Warm 1989) were applied, which are parameters generated by ConQuest on a logit-scale. The ability parameters can be mapped conveniently within the probabilistic test model on the same scale as the item difficulty. If a person's ability corresponds with an item difficulty, then, according to the Rasch model, it can be assumed that the person is able to solve the item correctly with a 50 % probability.

The EAP/PV (*Expected A Posteriori/Plausible Values*) reliability is an indicator for the measurement error-adjusted test reliability, the parameter in terms of size being comparable to Cronbach's alpha in classical test theory. The reliability of the scale of .69 lies barely within the acceptable range. But taking into account the relatively small number of items in the scale, the scope of this exploratory study, and the expected heterogeneity of the construct due to the variety of mathematical areas, this value may in our case be considered as satisfactory. Additional factor analyses here could bring further insight into the scale, in particular whether the initially assumed pragmatic unidimensionality is ensured within the construct or the construct as a whole is more heterogeneous. If that is the case, the reliability of the instrument would probably increase when respective subdimensions are considered; but on the other hand, many more items would be needed to cover the various dimensions of the construct. However, these factor analyses are at present still pending.

In this context it is important that the items are scattered sufficiently widely in terms of their difficulty so that the abilities of the future teachers could be estimated accurately throughout the empirical spectrum. Figure 2 gives an overview of the empirical distribution of the item difficulties. Here the items are represented on the right-hand side of the scale by a number from 1 to 21. Items that are listed several times are partial credit items that are listed once each for their specific stage. On the left-hand side of the scale, the abilities of the observed future teachers are represented by an "x" (an "x" stands

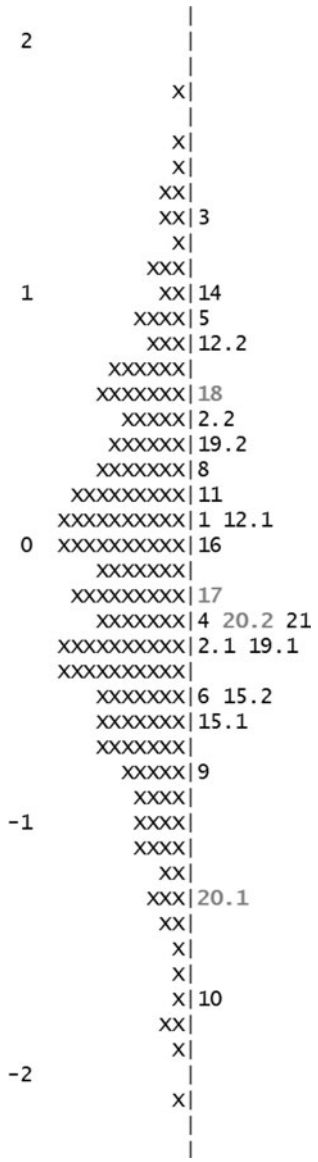


Fig. 2 Distribution of the item difficulties and person's abilities of the scale "knowledge in elementary mathematics from an advanced standpoint" (for highlighted items see Sect. 5.2)

for 2.0 persons). The estimation of the person's abilities (WLE) is expressed in logit units, which have a mean of 0. From Fig. 2, we can see that the distribution of item difficulties follows relatively well the variation in the person's abilities. So far in the study we find over the entire range of difficulty a reasonably accurate estimation of ability parameters. Based on these estimated abilities (which were transformed to a more easily understandable metric with a mean of 100 and a standard deviation of 20 points—following the usual practice in international comparative studies—with no significant change in the ranking or the relative distances between test persons) group-specific results are reported in the next section.

5 Results

5.1 Comparison of the country-specific subsamples

The country-specific subsamples differ in their results concerning the knowledge of elementary mathematics from an advanced standpoint. For the interpretation of the quantitative results, it is important to remark that although the instrument measures a latent ability in knowledge on elementary mathematics from an advanced standpoint, the performance is substantially a result of the processing of only a small section of the entire imaginable spectrum of items to this area and therefore depends on the items that were used in the test.

Table 5 and the boxplots in Fig. 3 give an overview of the country-specific results.

The country as a variable obviously has a significant impact on the results achieved. A univariate analysis of variance (ANOVA) cannot be carried out because of the different sizes of the country-specific subsamples, as inhomogeneity of variances occurs and the data do not meet the requirements for an ANOVA. Therefore we turned to nonparametric methods and performed a Kruskal–Wallis-H test for several independent samples. The test statistic here is a Chi-square value, and the test yields a highly significant group difference ($H = 90.501$, $df = 3$, $p < .001$) among the individual country samples. The pairwise comparison of the different countries shows that the performance of the German sample differs significantly from that of all other subsamples. Likewise, the Korean sample also differs significantly from all other subsamples. No significant differences are found between the Hangzhou and the Hong Kong samples (see Table 6).

Table 5 Country-specific results

	n	Mean WLE	SD	SE
Germany	106	87.84	17.74	1.72
Hong Kong	31	101.73	29.20	5.24
(China) Hangzhou	134	101.37	16.48	1.42
Korea	74	114.20	12.76	1.48
Total	345	100	20	1.07

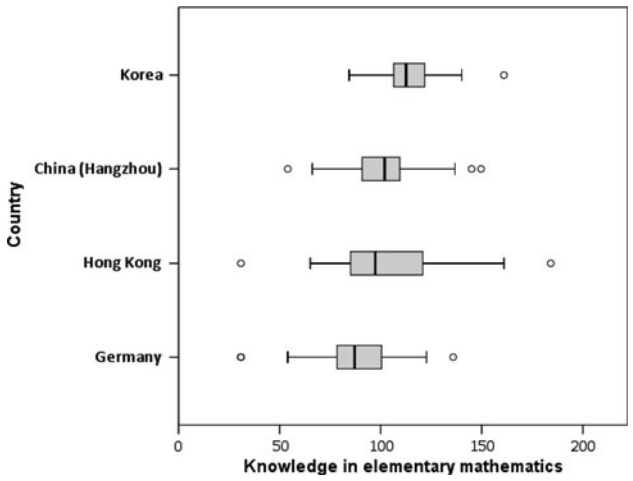


Fig. 3 Distribution of abilities, differentiated by country

Table 6 Results of the Kruskal–Wallis-H test on pairwise comparison

	Hong Kong	China (Hangzhou)	Korea
Germany	.002**	.000***	.000***
Hong Kong		NS	.000***
China (Hangzhou)			.000***

Level of statistical significance: *NS* not significant; * $p < .05$; ** $p < .01$; *** $p < .001$

The scaling of the items under the assumption of the Rasch model entails in general no item-specific analysis of the responses of the participants in the study, as the probabilistic test model examines the expression of a latent ability, which in the individual case at the level of the items usually has bias. Moreover, in the sense of a "sufficient statistic", full information on specific response patterns is already included in the scaling, so no new information about ability differences can be obtained apart from the item and ability parameters (Rost 1996). Hence we restrict ourselves to the analysis of selected tasks, which were asked in the form of open items. On the one hand, analysis of these selected items exemplifies our approach in the study; on the other hand, the nature of country-specific differences can be clarified. We therefore report along with the various frequencies of the solutions of the future teachers the item difficulties, which have also been transformed to a mean of 100 and a standard deviation of 20, so that the item difficulty and the person's abilities may be directly related to each other. Furthermore, we focus on the cognitive difficulties in the area of elementary mathematics from an advanced standpoint and country-specific abnormalities.

5.2 Analysis of selected items

The performance of the future teachers in the task "Extension of the rational numbers" presented above (Table 3) may reflect their school mathematics knowledge, or the lack of it. The negative results also show that student teachers may have had nearly no opportunity within their studies to reflect on range extensions of numbers in the sense of a relation between academic mathematics and school mathematics as defined by Felix Klein (1932). The distinction between rational and real numbers itself seems to be well-known to the future teachers. The difficulties lie in an understanding of *why* the range extension is needed at

Table 7 Task "0.99999… = 1"

One day, a student told you that he is not sure whether 0.99999… = 1 or not How would you respond to the student?	
A 0.99999 is less than 1 and so is not equal to 1	☐
B 0.99999… is not equal to 1, since 0.99999… is a decimal number which cannot be converted into an integer, but 1 is an integer. A decimal number not convertible to an integer cannot be equal to an integer	☐
C We can consider 0.99999… as a certain geometric series with sum equal to 1. So 0.99999… = 1	☐
D If we round up 0.99999… to the nearest integer, then 0.99999… = 1	☐
E I don't know	☐
If you have chosen answer A–D, please give mathematical reasons why you have chosen your answer	

Table 8 Answers of the future teachers in the first part of the task

	n	A (%)	B (%)	C (%)	D (%)	E (%)
Germany	97	21.6	5.2	48.5	22.7	2.1
Hong Kong	30	26.7	20.0	26.7	20.0	6.7
China (Hangzhou)	133	21.1	24.1	40.6	9.8	4.5
Korea	72	9.7	1.4	84.7	2.8	1.4
Total	332	19.3	13.3	51.2	13.0	3.3

all. Such considerations, which we assume to be the core of the higher or advanced standpoint, also underlie the following discussion of two other selected tasks.

5.2.1 Item "0.99999… = 1"

This task (described in Table 7) is on the question of whether 0.99999… = 1, or not, and is related to the area of analysis. Several empirical studies focused on students in school have been carried out concerning this question (see, e.g., Bauer 2011; Danckwerts and Vogel 2006; Eisenmann 2008; Freudenthal 1986; Richman 1999), and in the field of teachers' professional knowledge the importance of this question is highlighted as well (see Ferrini-Mundy and Findell 2001; Krauss et al. 2011). The task pertains to known misconceptions of infinity as described in the literature (see, e.g., the study by Eisenmann 2008 on epistemological obstacles by students in school) and the answer options offer explanations, from which the future teachers have to choose the right answer. The only correct answer given here is Option C, although a correct answer to the question in another way is also possible. But the most important point in the formulation of the task is to demand a mathematical explication of the reasoning.

Table 8 gives an overview of the responses of the future teachers to the first part. The first part of the item has a difficulty of 93.02, which means it is of average difficulty, and is highlighted in Fig. 2 with the number 17. The second part of the item has a difficulty of 111.24, which means a higher level of difficulty, and this may be due to the open response format of the item. The item is highlighted in Fig. 2 with the number 18.

From Table 8, it can be seen that the majority of future teachers marked the correct answer C. However, the design of the task may have strongly influenced the responses: while Options A and B treat 0.999… ≠ 1, only Options C and D treat 0.999… = 1. So even for those future teachers who have chosen the correct response option, the answers may not be able to provide information on why they have selected this response. It could simply be that they know that it has to be 0.999… = 1 and mark the right answer because it is most mathematically sound. So do they actually know *what kind* of a relation exists between 0.999… and 1, or, do they simply know *that* 0.999… = 1? In order to find out what kind of mathematical reasons the future teachers have for this mathematical statement, which serve as indicators for the depth of mathematical knowledge from an advanced standpoint in the sense of Klein, we developed the open response item (given in Table 7) concerning the reasons for this statement and evaluated the answers qualitatively using the following coding manual (Table 9).

The distribution of answers is shown in Table 10. Of the 170 students who had checked the correct answer in the first part of the task, 35 % gave no mathematical justification in general and 21 % gave improper reasons. Only 44 % of the students (a total of 75 students) were able to provide a proper reason for checking Option C. The most often referred-to reason is Code 20, which refers to the representation of 0.999… as a geometric series, with 46 of the 75 students choosing this reason for their answer. Code 20 represents the actual calculation of the limit of the geometric series. Codes 21 and 22 represent correct mathematical reasoning as well, although they do not correspond to the answer of Option C in the first part of the task. Probably, they reflect approaches that are known from the school-knowledge by using fractions and equations or

Table 9 Coding manual for the task "0.99999… = 1"

Code	Answer
	Correct answer
20	Representation of 0.9999… as a geometric series with limit calculations *Example:* "$0.999\ldots = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{9}{10^k} = \lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{10^n}\right) = 1 - \lim_{n\to\infty}\frac{1}{10^n} = 1$."
21	Proving the validity of 0.9999… = 1 but not reverting to the representation of a geometric series. The proof is based on multiplying fractions *Example:* $\frac{1}{9} = 0.1111\ldots$ " $9\cdot\frac{1}{9} = 9\cdot 0.1111\ldots$ " $1 = 0.9999\ldots$
22	Proving the validity of 0.9999… = 1 but not reverting to the representation of a geometric series. The proof is based on multiplying digits *Example:* $x = 0.9999\ldots$ $10x = 9.9999\ldots$ " $10x - x = 9.9999\ldots - 0.9999\ldots$ " $9x = 9$ $x = 1.$
23	The argumentation is based on the completeness of the real numbers *Example:* "There is no number x existent solving $0.\overline{9} < x < 1,\ x \in \mathbb{R}$."
	Wrong answer
70	Reference to the conventional rounding up of a number $x \geq 0.5$ *Example:* "You may not write that two variables are equal, when they are approximately equal. We round up to the next integer. Formally correct, you should write $0.99999\ldots \approx 1$."
71	Reference to different intervals of numbers or the assumption that there are numbers lying between 0.9999… and 1 As well as: *Examples:* (1) ''0.9999… is densely located to 1 but it IS not 1.'' (2) ''$0.9 = \frac{9}{10} \neq 1$ $0.99 = \frac{99}{100} \neq 1$ $0.999 = \frac{999}{1000} \neq 1$ also $0.999\ldots \neq 1$.'' (3) ''$0.999\ldots = 1 - a,\ (0 < a < 1)$''
72	Non-mathematical arguments such as mentioning students' conceptions or erroneous argumentations *Example:* "Since 0.99999… runs against 1, we can calculate with 0.99999… = 1."
73	Reference to the validity by definition or assertion without substance *Example:* "There is a proof on this."
74	Reference to the inconvertible nature between a decimal number and an integer *Example:* "As 0.999… is a decimal, but 1 is an integer, so decimal and integer cannot be converted."
	No answer
99	Blank

other reflections. Some students mentioned in the reply box that although they knew that there is a proof of the statement that 0.999… = 1, they could not reproduce the geometric series and its limit. The mathematically advanced argumentation referring to the completeness of the real number represented by Code 23 was only chosen by a few students in Germany and Korea.

We interpret these results as indication that the majority of student teachers know the answer to this question but cannot reactivate the academic knowledge for answering the question in a mathematically in-depth way. Basic formal mathematical expressions, such as the geometric series, apparently cannot be reproduced by many student teachers, may not be considered by student teachers as relevant in a problem like this, or may even have been forgotten. Also, the large percentage of student teachers who referred erroneously to rounding suggests that at least for the German sample, the academic knowledge in this field is not active, and so no substantial link between university and school mathematics can be made. Instead, student teachers tend to refer in their responses to generalizations on the accepted practice of rounding up of a number. In other words, the results of this task indicate that knowledge of *why* 0.999… = 1 does not exist in the majority of the sample of student teachers.

5.2.2 Item "Radical function"

This task (given in Table 11) addresses the question of whether the expression of a given functional equation with domain is a valid function or not.

Difficulties with understanding the concept of function and its genesis are part of much didactical research in the area of calculus (see, e.g., Bakar and Tall 1992; Blum and Törner 1983; Hischer and Scheid 1995; Kösters 1996; Vinner and Dreyfus 1989). The item is about the concept of function and picks up several (often school-influenced) misconceptions: for example that functions are only

Table 10 Answers of the future teachers in the second part of the task in Table 7

	20 (%)	21 (%)	22 (%)	23 (%)	70 (%)	71 (%)	72 (%)	73 (%)	74 (%)	n
Germany	8.1	2.7	1.4	8.1	29.7	16.2	23.0	10.8		74
Hong Kong	28.6	9.5	4.8		9.7	10.5	3.7		9.5	21
China (Hangzhou)	21.2	6.1	3.0		7.6	40.9	7.6	4.5	9.1	66
Korea	37.3	8.5	6.8	6.8	1.7	20.3	6.8	10.2	1.7	59
Total	21.8	5.9	3.6	4.5	14.1	25.9	12.3	7.7	4.1	220

Table 11 Task "Radical function"

The following mathematical expression is presented to you: $f(n) = \sqrt{n},\ n \in \mathbb{N}$ Do you think that f with $f(n)$ is a valid function? Please explain your answer

properly defined if the domain and range of the values are the real numbers ($f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$), especially when a radical is involved, or if the function allows the drawing of a continuous function graph. University-dominated reflections about the properties of functions such as injectivity, surjectivity and bijectivity are not needed to answer the question; however, the deliberate omission of the value range in the task favours a common student misconception in this area, that a valid function must be bijective. Here, the decision of whether the mathematical expression in general is a function or not—in the sense of a clear allocation of each element of the set $\mathbb{N}$ to exactly one element of the set $\{\sqrt{n},\ n \in \mathbb{N}\}$—reflects student teachers' understanding of the properties of functions. In order to elaborate the decision criterion of the student teachers regarding this issue, the question asks for a justification. In the evaluation of the task, we deliberately did not take into consideration linguistic differentiations, such as the German common distinction between the terms *function*, *functional term*, *functional equation* and *function value*, in order to focus on substantive arguments.

The evaluation of the task used the coding guideline in Table 12.

As this item is one of the partial credit items, the different stages of correct answers have different item-difficulties. The stage of the partial correct answer has a difficulty of 77.78, which means that this is a very easy item. The stage is highlighted in Fig. 2 with the number 20.1. The second stage of a totally correct answer of the item has a difficulty of 94.53, which means an average level of difficulty. The item is highlighted in Fig. 2 with the number 20.2. The following Tables 13 and 14 show the results of the country-specific subsamples:

Of the 345 future teachers, 26 % gave no answer or did not complete the task. Some 56 % of the future teachers were able to give a totally correct answer and gave a mathematically valid reason; 62 % agreed at least that the expression represents a valid function, and the agreement was based on a variety of reasons. In addition to the frequent occurrence of unexplained approvals, Codes 21 and 20 were most frequent.

Codes 10–13 are counted as a partially correct answers because of the agreement, although they contain no conclusive mathematical reasoning and, in particular, no statements about the function as an allocation. They reflect mainly considerations about the domain of the function that can also be found in Code 70. In particular, the future teachers judged the validity of the radical function according to whether zero or negative numbers are in the domain, although in this case zero is not a problem for the domain. And even with a domain containing negative numbers, one could imagine f as a function with a range of complex values.

A total of 17 % of the future teachers who had completed the task rejected the validity of the function f based on some reasons. Again considerations about the domain and range played a significant role compared with other very specific considerations on certain properties of the function, such as surjectivity or continuity.

We interpret these results to mean that the surveyed student teachers had been made aware of the ordinary notation for a function during their studies, since most of the future teachers recognized the validity of the function, and many statements related to the proper definition of the domain and range. There were also some statements in the arguments about the identification of a function with its associated function graphs, a result that was also found by Kösters (1996) for students in school. Concerning the given reasons, we note, however, that many of the future teachers did not have the necessary elementary mathematical knowledge from an advanced standpoint in order to accurately reflect on the set of domain and range. In particular, in many answers, school-related arguments were found, but thinking influenced by university mathematics about the characteristics of functions was also found, and these thoughts were used as the decision criterion. Similar results were found by Kösters (1996) for high school students and by Vinner and Dreyfus (1989) in their work on concept

Table 12 Coding manual for the task "Radical function"

Code	Answer
	Correct answer
20	Identification of the root function containing a limited set of definition *Example:* "*Yes, it is a valid function. As when we substitute any number a* ($a \in \mathbb{N}$, a is a natural number), *then there will be only one output* $b = \sqrt{a}$ ($b \in \mathbb{R}$, b is a real number)"
21	Explained approval: Correct mapping, the function does not have to possess a coherent graph *Example:* "*I think* $f(n) = \sqrt{n}$ *is a valid function. Every value n is assigned distinctly to one value. Therefore it is a function.*"
22	Differentiated approval: *Example:* *"The validity of the radical function depends on the definition of domain and range. For this case, if* $f(x)$ *is a set of real numbers, then* $f(n) = \sqrt{n}$ *is valid; if* $f(x)$ *is a set of natural numbers, then* $f(n) = \sqrt{n}$ *is invalid.*"
	Partial correct answer
10	Explained approval: No negative numbers within the set of definition *Example:* "*Valid, since n is a natural number and therefore not negative.*"
11	Explained approval: Zero is not a part of the set of definition, comprehending ($\mathbb{N} = \mathbb{N}^*$) *Example:* "$n \neq 0$*, therefore, yes!*"
12	Unexplained approval: *Example:* "*Yes*"
13	Approval with another mathematically incorrect reason: *Example:* "*Yes, it is a valid function, every* $\sqrt{n}$ *has a curve.*"
	Wrong answer
70	Explained denial: Zero is part of the set of definition, comprehending ($\mathbb{N} = \mathbb{N} \cup \{0\}$) *Example:* "*No, because you have to say* $n \in \mathbb{N}^0$."
71	Explained denial: Existence of positive and negative roots. *Example:* "*This is a radical-function, which assigns every x-value to two y-values. Therefore it is not a function.*"
72	Explained denial: $f(n)$ has to be a natural number. The set of definition is not consistent with the co-domain *Example:* "*No, because the set of definition is not the same as the co-domain. With this, you cannot assign the set of definitions properly.*"
73	Explained denial: The function is not surjective *Example:* "*No,* $f(n)$ *is not a valid function, since n is of* $\mathbb{N}_+$ *Not all values of the co-domain are assigned and you cannot find* f^{-1} *to many values from the co-domain. The co-domain is wrong.*"
74	Unexplained denial *Example:* "*No.*"
75	Unclear, erroneous or incomplete argumentation *Example:* "*The set of definition is missing, for example* $\mathbb{N} \to \mathbb{R}$*, since* $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$."
76	Explained denial: The function is not continuous, the graph cannot be drawn *Example:* "*Functions are defined on* $\mathbb{R}$ (*with gaps in the set of definition*). *THIS is a sequence.*"
	No answer
99	Blank

Table 13 Correct and partially correct answers of the future teachers in the task

	20 (%)	21 (%)	22 (%)	10 (%)	11 (%)	12 (%)	13 (%)	Total
Germany	15.9	19.3		9.1	6.8	15.9	8.0	66
Hong Kong	23.8	23.8	23.8	4.8		4.8		17
China (Hangzhou)	19.2	35.9	11.5	3.8	1.3	12.8		66
Korea	11.8	41.2	13.2	1.5		5.9	19.1	63
Total	16.5	30.6	9.0	5.1	2.7	11.4	7.8	212

Table 14 Incorrect responses of the future teachers in the task

	70 (%)	71 (%)	72 (%)	73 (%)	74 (%)	75 (%)	76 (%)	Total
Germany	1.1	1.1	6.8	2.3	2.3	8.0	3.4	22
Hong Kong		4.8	4.8		9.5			4
China (Hangzhou)	1.3	1.3	2.6		5.1	2.6	2.6	12
Korea					4.4		2.9	5
Total	0.8	1.2	3.5	0.8	4.3	3.5	2.7	43

image and concept definition for college students and junior high school teachers:

> "Students decide only very rarely with the help of a definition whether a function is valid or not; instead, they compare the expression with a functional prototype, which they have fashioned in their way on the basis of their known examples of functions. Their function prototype has in general characteristics that are not mentioned in the definition of a function, but which are held by the students to be essential." (Kösters 1996, p. 9, translated by Nils Buchholtz)

The evaluation of the task indicates that the tendency to identify a function on the basis of certain characteristics continues in the learning of university mathematics. Only basic properties of functions were learned within their new university studies, and in-depth discussions of the concept of function in terms of elementary mathematical knowledge from an advanced standpoint, however, may not have taken place.

6 Discussion

Our version of a test instrument, with which the knowledge in the field of elementary mathematics from an advanced standpoint can be measured and evaluated, already yields interesting results. Although the reliability of this instrument is at present only acceptable because of limitations of the samples and number of items, differences across countries can already be assessed. The fact that the Korean student teachers outperformed the other subsamples is consistent with findings on the level of students from other studies such as, for example, TIMSS 2007 (Mullis et al. 2008), but the magnitude of the difference was not foreseeable. Reasons for these results may lie in the strong mathematical background that Korean student teachers have from school and the major focus on content knowledge within the teacher education system (Kwon and Ju 2012). Also the poor German results that differ so markedly from the Asian results are alarming. Further investigations in this area need to be conducted to achieve a deeper understanding of the disparity of the results on the knowledge about elementary mathematics from an advanced standpoint. Qualitative research approaches may be adopted as complementary approaches to the quantitatively oriented design; for example, the student teachers of the different subsamples can be further interviewed to find out more about their understanding of selected task-topics. However, even a quantitative perspective can be built upon the experience gained here. Firstly, the test instrument can be further improved. Further items that measure subject-specific knowledge in this area may be constructed and examined theoretically and empirically. Secondly, the analyses of the data in this study suggest the important influence of different educational study programmes on the results (e.g., primary and secondary training programmes). Also, gender differences in the results are not yet clarified but can be identified in future studies (see, e.g., Blömeke and Kaiser 2010).

At the level of the academic study programme, the results of the study can stimulate further research and discussions. The results of the evaluation of the study on elementary mathematics from an advanced standpoint presented here indicate that many future teachers in mathematics obviously do not succeed in acquiring deeper mathematical knowledge during their university education in mathematics to dismantle school-related misconceptions and solve elementary mathematical problems competently. Obviously, the teacher education programmes at the university fail to provide student teachers with adequate learning opportunities for the mathematics taught to be acquired and understood in breadth and depth. But it is also questionable whether the simple provision of additional knowledge is the key for improving the teacher education as long as there lies no emphasis on the relationship between the mathematical topics or between advanced mathematics and elementary mathematics (Siu et al. 1993). Meanwhile, different approaches to improve the acquiring of knowledge in teacher training have been suggested in the literature (see, e.g., Ferrini-Mundy and Findell 2001): for example, in so-called "*shadow courses*" or propaedeutic courses in which future teachers reflect on various points of intersection of the content of school mathematics and university mathematics, in addition to attending the compulsory mathematical courses (see also Danckwerts and Vogel 2006). Another possibility of a more inclusive approach is offered by university courses that link pedagogical issues with mathematical content areas. In terms of the integration of teaching methodology and professional science, future teachers with such a background are better prepared for their later professional practice (see, e.g., Cooney et al. 1996). It is also desirable, for example, that future teachers in their study deal with real mathematical "problems" arising from their future professional practice and use them as learning opportunities for the acquisition and development of elementary mathematics from an advanced standpoint.

References

Bakar, M., & Tall, D. (1992). Students' mental prototypes for functions and graphs. *International Journal of Mathematics Education in Science & Technology, 23*(1), 39–50.

Ball, D. L., & Bass, H. (2003). *Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching*. Paper presented at the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group. Edmonton, AB: CMESG/GCEDM.

Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator, 29*, 14–22.

Barton, B. (2009). The Klein project: A living and connected view of mathematics for teachers. An IMU/ICMI collaboration: A short description. *MSOR Connections, 8*(4), 16–17. http://mathstore.gla.ac.uk/headocs/84Barton_B.pdf. Accessed 3 Sep 2012.

Bauer, L. (2011). Mathematik, Intuition, Formalisierung. eine Untersuchung von Schülerinnen und Schülervorstellungen zu $0,\overline{9} = 1$ *Journal für Mathematik-Didaktik, 32*(1), 79–102.

Blömeke, S. (2004). Empirische Befunde zur Wirksamkeit der Lehrerbildung. In S. Blömeke, P. Reinhold, G. Tulodziecki, & J. Wildt, J. (Eds.), *Handbuch Lehrerbildung* (pp. 59–91). Bad Heilbrunn: Klinkhardt Verlag.

Blömeke, S., & Kaiser, G. (2010). Mathematics teacher education and gender effects. In H. Forgasz, J. Rossi Becker, K.-H. Lee, & O. Bjorg Steinsthorsdottir (Eds.), *International perspectives on gender and mathematics education* (pp. 263–283). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Blömeke, S., Kaiser, G., & Lehmann, R. (Eds.). (2008). *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare—Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G., & Lehmann, R. (Eds.). (2010a). *TEDS-M 2008. Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G., & Lehmann, R. (Eds.). (2010b). *TEDS-M 2008. Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Blum, W., & Törner, G. (1983). *Didaktik der Analysis*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Cooney, T. J., Brown, S., Dossey, J. A., Schrage, G., & Wittmann, E. C. (1996). *Mathematics, pedagogy and secondary teacher education*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Danckwerts, R., & Vogel, D. (2006). *Analysis verständlich unterrichten*. Heidelberg: Spektrum, Akademischer Verlag.

Eisenmann, P. (2008). Why is it not true that 0.999 … < 1? *Teaching of Mathematics, 11*(1), 35–40.

Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(2), 94–116.

Ferrini-Mundy, J., &. Findell B. (2001). The mathematical education of prospective teachers of secondary school mathematics. Old assumptions, new challenges. In Committee on the Undergraduate Program in Mathematics (Eds.), *CUPM discussion papers about mathematics and the mathematical sciences in 2010. What should students know?* (pp. 31–41). Washington DC: Mathematical Association of America.

Free and Hanseatic City of Hamburg, Behörde für Schule und Berufsbildung (Ed.) (2007). *Rahmenplan Mathematik. Bildungsplan achtstufiges Gymnasium. Sekundarstufe I*. http://www.hamburg.de/contentblob/2536224/data/mathematik-gy8-sek-i.pdf. Accessed 3 September 2012.

Freudenthal, H. (1986). Warum ist 0,999… = 1? *Mathematik Lehren, 16*, p. 19.

Herbst, P., & Chazan, D. (2003). Exploring the practical rationality of mathematics teaching through conversations about videotaped episodes: The case of engaging students in proving. *For the Learning of Mathematics, 23*(1), 2–14.

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education, 39*(4), 372–400.

Hischer, H., & Scheid, H. (1995). *Grundbegriffe der Analysis. Genese und Beispiele aus didaktischer Sicht*. Heidelberg: Spektrum, Akademischer Verlag.

Kaiser, G., Buchholtz, N., Schwarz, B., Blömeke, S., Lehmann, R., Suhl, U., König, J., & Rinkens, H.-D. (2010). Kompetenzentwicklung in der Mathematik-Gymnasiallehrerausbildung—eine empirische Studie an fünf deutschen Universitäten. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2010*. Münster: WTM-Verlag.

Kirsch, A. (1987). *Mathematik wirklich verstehen*. Köln: Aulis Verlag Deubner.

Klein, F. (1932). *Elementary mathematics from an advanced standpoint. Part 1: Arithmetic, algebra, analysis*. Translated from the third German edition by E. R. Hedrick & C. A. Noble. New York: Macmillan.

Kösters, C. (1996). Was stellen sich Schüler unter Funktionen vor? *Mathematik Lehren, 75*, 9–13.

Krauss, S., Blum, W., Brunner, M., Neubrand, M., Baumert, J., Kunter, M., et al. (2011). Konzeptualisierung und Testkonstruktion zum fachbezogenen professionswissen von Mathematiklehrkräften. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss, & M. Neubrand (Eds.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (pp. 135–161). Münster: Waxmann.

Kwon, O. N., & Ju, M.-K. (2012). Standards for professionalization of mathematics teachers: policy, curricula, and national teacher employment test in Korea. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education, 44*(2), 211–222.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics. Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Mayring, P. (2000). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken*. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., & Foy, P. (2008). *TIMSS 2007. International mathematics report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the eighth and fourth grades.* Chestnut Hill, MA: Boston College.

Richman, F. (1999). Is 0.999… = 1? *Mathematics Magazine, 72*(5), 396–400.

Rost, J. (1996). *Lehrbuch Testtheorie Testkostruktion*. Bern: Verlag Hans Huber.

Rowland, T. (2008). The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 69*(2), 149–163.

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education, 8*(3), 255–281.

Schubring, G. (2010). Historical comments on the use of technology and devices in ICMEs and ICMI. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education, 42*(1), 5–9.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4–14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1–22.

Siu, F. K., Siu, M. K., & Wong, N. Y. (1993). Changing times in mathematics education: The need of a scholar-teacher. In C. C. Lam, H. W. Wong, & Y. W. Fung (Eds.), *Proceedings of the international symposium on curriculum changes for Chinese communities in Southeast Asia: Challenges of the 21st century*, pp. 223–226.

Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(4), 356–366.

Warm, T. A. (1989). Weighted likelihood estimation of ability in item response models. *Psychometrika, 54*, 427–450.

Wu, M., & Adams, R. (2007). *Applying the Rasch model to psychosocial measurement. A practical approach*. Melbourne: Educational Measurement Solutions.

2.4 Darlegung des eigenen Anteils an der Teilstudie[4]

Die Projektverantwortlichen der Teilstudie 1 sind Prof. Dr. Frederik K.S. Leung von der University of Hong Kong und Prof. Dr. Gabriele Kaiser von der Universität Hamburg. Der Verfasser war allerdings bei der Konzeption, Durchführung und Berichtsabfassung der Studie maßgeblich beteiligt, insbesondere betrifft dies im Bereich der Konzeption die Entwicklung von Testitems, die innerhalb der Studie zum Einsatz kamen sowie die Fragebogenerstellung und den sprachlichen Abgleich der deutschen, englischen und chinesischen Fragebogenkonstruktion mit den chinesischen und koreanischen Projektmitarbeiterinnen und -mitarbeitern. Der Verfasser war mit der Organisation und Durchführung der Pilotierung und Haupterhebung der Studie in Hamburg und Weingarten beauftragt, dies betrifft im Wesentlichen Organisation von Testsitzungen, Druck und Administration von Fragebögen und die Verfassung eines international validen Kodierleitfadens, mit dem die Fragebögen ausgewertet werden konnten. Dies geschah in enger Absprache zwischen dem Verfasser und Lin Ding, der Projektmitarbeiterin in Hongkong. Sämtliche landesspezifische Auswertungen der Fragebögen – in diesem Fall codierte Datenmatrizen – wurden durch den Verfasser gesammelt und in einem gemeinsamen Datensatz in der Software SPSS aufbereitet. Die gesamte Durchführung der Item-Skalierung mit Hilfe der Software *ConQuest* 2.0 (Wu, Adams & Wilson, 1998) oblag ebenfalls dem Verfasser. Der Verfasser hat den Entwurf zum Projektbericht im Rahmen einer Publikation in der englischsprachigen Zeitschrift *ZDM – The International Journal on Mathematics Education* bis auf wenige Abschnitte, die im Folgenden dargestellt werden, eigenständig verfasst. Die Entwicklung der Items in Table 3, 4 und 7 geht auf Frederik K.S. Leung zurück, der die Publikation im fortlaufenden Begutachtungsprozess intensiv überarbeitet hat (ebenso wie Gabriele Kaiser, Björn Schwarz und Kyungmee Park), Lin Ding ergänzte die Beschreibung der amerikanischen Diskussion über *Mathematics Knowledge for Teaching* im theoretischen Abschnitt 2 und die Informationen über die in Hongkong untersuchten ausbildenden Institutionen in Abschnitt 3.1. Die Informationen über die in Korea untersuchte Institution wurden durch Kyungmee Park ergänzt.

[4] Pflicht gem. §7 Absatz 3 Promotionsordnung der Fakultät EPB für die Fächer Erziehungswissenschaft und Bewegungswissenschaft der Universität Hamburg

3 Zweite Teilstudie

3.1 Die längsschnittliche Evaluationsstudie TEDS-Telekom

3.1.1 Die Diskussion um Neuorientierung der Mathematiklehramtsausbildung

Neuere Bestrebungen zur Reform der Lehramtsausbildung wurden seit dem Jahr 2000 unter anderem durch die von der Kultusministerkonferenz (KMK) in Auftrag gegebene Expertise Ewald Terharts zu den *Standards für die Lehrerbildung* angestoßen. Da die Lehrerbildung in ihren verschiedenen Phasen und Institutionen bislang noch keiner „ernsthaften empirischen Evaluation und Wirkungsanalyse“ unterzogen worden sei (Terhart, 2002, S. 5), schlug Terhart sowohl für die erste als auch die zweite Phase der Lehramtsausbildung in Deutschland die Formulierung und Überprüfung von Standards vor, um nicht nur den Status quo zu beschrieben, sondern um gleichsam „Wirklichkeit und Wirksamkeit von Lehrerbildung anhand vorab definierten Kriterien oder Standards“ (ebd., S. 5) erfassen und evaluieren zu können. Ein zentraler Vorschlag für eine Reform der Lehramtsausbildung war unter anderem auf dem institutionellen Sektor, dass Universitäten im Rahmen sog. Kerncurricula für die Lehrerbildung in Absprache mit den Hauptstudiengängen umfangreiche Curriculumsentwicklung in Form interdisziplinär angelegter Module betreiben sollten, um das Lehramtsstudium gegenüber einem Hauptfachstudium (zum damaligen Zeitpunkt verstärkt Diplom- und Magisterstudiengänge) eindeutiger zu profilieren (vgl. auch Terhart, 2000).

Die KMK formulierte im Zuge der Veröffentlichung der Ergebnisse dieser Expertisen zunächst allgemeine und später auch fachspezifische *Standards für die Lehrerbildung* (KMK, 2004; 2008). Darüber hinaus stießen die Bestrebungen der KMK innerhalb der verschiedenen Fachgesellschaften ebenfalls die Verständigung auf Standards für die Lehramtsausbildung an. Für das Fach Mathematik reagierten die entsprechenden Fachverbände DMV, GDM und MNU mit der gemeinsamen Formulierung fachspezifischer Standards für die Lehramtsausbildung, die sowohl mathematische, als auch mathematikdidaktische Kompetenzen beschreiben, die innerhalb eines universitären Mathematiklehramtsstudiums (sowohl im Bereich der Primarstufe, als auch im Bereich der Sekundarstufen I und II) von den zukünftigen Lehrerinnen und Lehrern erworben werden sollen (DMV, GDM & MNU, 2008).

Die deutsche Mathematiklehramtsausbildung wurde in den letzten Jahren allerdings nicht nur aufgrund von neuen bildungspolitischen Vorgaben, sondern auch im Lichte neuer wissenschaftlicher Erkenntnisse diskutiert. Innerhalb der deutschen an der

Lehramtsausbildung beteiligten Forschungsgemeinschaft sorgten u.a. die Ergebnisse der deutschen Studierenden und Referendarinnen und Referendare in den Lehrerausbildungsstudien MT21 (Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2008) und TEDS-M 2008 (Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010a, b) für eine erneute Diskussion über Ziele und Inhalte der Lehramtsausbildung an deutschen Hochschulen. Allerdings müssen dabei die zentralen Befunde der Studien differenziert nach Studiengängen betrachtet werden, wobei der Verfasser sich im Folgenden auf die Sekundarstufen I/II-Lehramtsausbildung beschränkt (für eine differenzierte Analyse der Ergebnisse der unterschiedlichen Primarstufenlehramtsstudiengänge vgl. Blömeke, Kaiser, Döhrmann, Suhl & Lehmann, 2010). So attestierte insbesondere TEDS-M 2008 den zukünftigen Lehrkräften der Sekundarstufe I/II herausragende mathematische und mathematikdidaktische Leistungen im internationalen Vergleich, während die Hälfte der zukünftigen Lehrkräfte der Sekundarstufe I (Jahrgänge 1-10 bzw. 5-10) im Mittel nur unterdurchschnittliche fachmathematische Leistungen zeigten und auch im Bereich der Mathematikdidaktik nur über mittelhohe Kompetenzen verfügten (vgl. Blömeke, Kaiser, Döhrmann & Lehmann 2010). Die Fachverbände GDM und DMV reagierten auf diese Ergebnisse mit einer entsprechenden differenzierten Stellungnahme, in der die Leistungen der zukünftigen Gymnasiallehrkräfte als zufriedenstellend, die Leistungen der zukünftigen Primar- und Sekundarstufen I-Lehrkräfte aber als besorgniserregend eingestuft wurden. Die Stellungnahme forderte weiterhin die Entwicklung von Rahmenbedingungen und Konzepten für eine Lehramtsausbildung, „die in ihren fachlichen und fachdidaktischen Inhalten besser auf die Bedürfnisse ihres Berufsfeldes abgestimmt ist“ (GDM & DMV, 2010, S. 31 f.).

Auch die Ergebnisse der nationalen Lehrerbildungsstudie COACTIV (Kunter et al., 2011) lieferten einen Beitrag zu der Diskussion um eine Neuorientierung der Mathematiklehramtsausbildung in Deutschland. Das Forschungsprogramm untersuchte das professionelle Wissen von praktizierenden deutschen Mathematiklehrkräften differenziert in den Bereichen Fachwissen, Fachdidaktik und Pädagogik. COACTIV stellte dabei u.a. fest, dass zwischen Gymnasiallehrkräften und Nicht-Gymnasiallehrkräften im fachlichen Wissen systematische Leistungsunterschiede bestehen, die sich teilweise auf unterschiedliche Ausbildungsmerkmale zurückführen ließen. Gymnasiallehrkräfte schnitten in den fachlichen Leistungstests zwar relativ gut ab und wiesen im Vergleich zu den Nicht-Gymnasiallehrkräften ein vergleichsweise hohes Wissensniveau auf, konnten aber im Vergleich zu (zu Validitätszwecken herangezogenen) taiwanesischen Mathematiklehrkräften bei weitem nicht alle Aufgaben lösen (Kunter & Baumert, 2011, S. 356 f.). Ein weiterer

zentraler Befund der Studie lag darin, dass das Fachwissen der Lehrkräfte zwar eine notwendige Voraussetzung zum Erwerb fachdidaktischen Wissens darstelle, dass aber letztendlich die fachdidaktische Kompetenz einer Lehrkraft eine größere Erklärungskraft zur Vorhersage von Schülerleistungen aufweise als ihre fachliche (was allerdings nicht bedeute, dass deshalb der fachlichen Kompetenz ein geringerer Stellenwert in der Ausbildung zukomme, vgl. Baumert & Kunter, 2011, S. 185). Trotz der Problematik, die Daten von COACTIV längsschnittlich zu interpretieren, folgerten Baumert und Kunter – indem sie an die Ergebnisse einer Expertenkommission zur Lehramtsausbildung in Nordrhein-Westfalen andockten – indirekt Konsequenzen für die universitäre Lehramtsausbildung, die ebenfalls auf eine stärkere berufliche Profilierung der Ausbildung verweisen: „Unterschiede im Fachwissen, die während der Ausbildung auftraten, blieben über die gesamte Berufskarriere bestehen. Dies bedeutet aber nicht, dass die gemeinsame Ausbildung von Diplom-Mathematikern und Lehramtskandidaten die beste Lösung professioneller Berufsvorbereitung ist, auch wenn sich die Gymnasiallehrerausbildung gegenüber den kürzeren Studiengängen als deutlich überlegen erwiesen hat. Es ist wahrscheinlich auch möglich, ein solides Verständnis der Struktur und Syntax der Disziplin ohne einen Verlust an mathematischer Strenge zu erreichen, wenn die Ausbildung die Schulmathematik in stärkerem Umfang berücksichtigt und damit berufsfeldbezogener wird.“ (Baumert & Kunter, 2011, S. 185 f.).

Ein Ergebnis dieser bis heute andauernden Diskussion von normativen bildungspolitischen Vorgaben einerseits und wissenschaftlichen Befunden zur Wirksamkeit der Lehramtsausbildung andererseits ist die begrüßenswerte Intensivierung der Zusammenarbeit der mathematischen und mathematikdidaktischen Fachverbände, aus der sich mittlerweile interdisziplinäre Gremien zur Neuorientierung der Lehrerbildung (DMV, GDM & MNU, 2013) sowie zum kritischen Übergang zwischen Schule und Hochschule herausgebildet haben (Bruder, Elschenbroich, Greefrath, Henn, Kramer et al., 2010). Eine erste Auswirkung dieser Zusammenarbeit ist die beobachtbare Zunahme an Publikationen im Bereich der Hochschuldidaktik durch die Herausgabe von Lehrmaterialien und *best practice*-Sammlungen, auf die Dozentinnen und Dozenten in der Lehramtsausbildung an den Hochschulen zurückgreifen können (z.B. Ableitinger, Kramer & Prediger, 2013; Bauer, 2012, Allmendinger, Lengnink, Vohns & Wickel, 2013). Ein weiteres Ergebnis ist schließlich die Entwicklung von verschiedenen regionalen Projekten zur gezielten Förderung von Mathematiklehramtsstudierenden an deutschen Hochschulen, wobei die Größenordnung dieser Projekte hochschuldidaktischer Innovationen von Einzelprojekten an einzelnen Hochschulen bis zu regionalen und überregionalen Verbundprojekten reicht, deren inhaltliche

Ausrichtung eine große Bandbreite aufweist (Reiss, Prenzel, Rinkens & Kramer, 2010; Beutelspacher et al., 2011; Ableitinger & Herrmann, 2011; Biehler, Hochmuth, Fischer, Wassong, 2011; Mentz, 2012; Herrmann 2012; Hußmann & Selter, 2013, Schwarz, Herrmann, Kaiser, Richter & Struckmeier, 2013). Einen Glücksfall für die Mathematiklehramtsausbildung in Deutschland stellt dabei das Engagement der Deutschen Telekom Stiftung dar, die sich dem Ziel der Verbesserung der Lehramtsausbildung in den MINT-Fächern verschrieben hat. Die Stiftung fördert seit einigen Jahren verschiedene regionale Projekte zur Verbesserung der Lehramtsaus- und Weiterbildung und hat diesen Bereich mittlerweile zu einem ihrer Haupthandlungsfelder ausgebaut. Sie leistet damit einen unverzichtbaren Beitrag, der inhaltlichen Diskussion um eine Neuorientierung konkrete Veränderungen an den Hochschulstandorten folgen zu lassen (vgl. Deutsche Telekom Stiftung, 2010, 2013).

Zwei der ersten geförderten Projekte der Deutschen Telekom Stiftung in diesem Bereich stellten die Forschungs- und Entwicklungsvorhaben zur Neuorientierung der Gymnasiallehramtsausbildung im Fach Mathematik in Form von hochschuldidaktischen Interventionen an den Universitäten Siegen, Gießen und Duisburg-Essen dar. Das Projekt „*Mathematik Neu Denken*“ an den Universitäten Gießen und Siegen (Beutelspacher et al., 2011) zielte auf die langfristige Verbesserung der gymnasialen Mathematiklehramtsausbildung ab und wurde im Zeitraum zwischen 2005 und 2010 an beiden Hochschulstandorten realisiert. Das Projekt beinhaltete eine Neustrukturierung der Studieneingangsphase (d.h. der Zeitraum der ersten vier Semester), bei der die Mathematiklehramtsstudierenden von den Nicht-Lehramtsstudierenden (zum damaligen Zeitpunkt Diplomstudierende) separiert wurden und eigene an den beruflichen Anforderungen von Mathematiklehrkräften ausgerichtete Lehrveranstaltungen in den Bereichen Analysis und Lineare Algebra angeboten bekamen. Das Curriculum dieser Lehrveranstaltungen wurde von bestimmten fachmathematischen Vertiefungen entfrachtet und mit Bezügen zur Elementarmathematik vom höheren Standpunkt im Sinne Felix Kleins (1908) und zur Didaktik sowie vielen Veranschaulichungen mathematischer Inhalte angereichert. Während sich dabei die Universität Gießen auf die Lineare Algebra konzentrierte, lag der Schwerpunkt der curricularen Veränderungen an der Universität Siegen im Bereich der Analysis. Hier wurde außerdem – ganz im Sinne der Vorschläge Terharts (2000) zu interdisziplinär angelegten Modulen – die frühe Verzahnung fachmathematischer und fachdidaktischer Lehrveranstaltungen im Studium vorangetrieben, indem die Studierenden bereits im zweiten

Semester ein fachdidaktisches Vertiefungsseminar zur Didaktik der Analysis belegen konnten.

In 2009/2010 wurde an der Universität Duisburg-Essen ein ähnliches Projekt mit dem Namen „*Mathematik Besser Verstehen*" implementiert. Das Projekt förderte ebenfalls die gymnasialen Mathematiklehramtsstudierenden beim Wissenserwerb in der Studieneingangsphase. Im Gegensatz zum Gießener und Siegener Projekt bekamen die Lehramtsstudierenden jedoch keine separaten Lehrveranstaltungen angeboten, sondern wurden beim Besuch der regulären Lehrveranstaltungen der Studieneingangsphase durch zusätzliche Lehrmaterialien wie PC-Applets oder kommentierte, verständnisorientierte Musterlösungen unterstützt (vgl. hierzu Ableitinger & Herrmann, 2011; Herrmann, 2012). Zusätzliche für die Lehramtsstudierenden eingerichtete Beratungsstellen innerhalb der Hochschule ermöglichten es den Studierenden weiterhin, bei Verständnisproblemen bei mathematischen Lehrinhalten professionelle Hilfe zu Rate zu ziehen. Beide Projekte verfolgten auf diese Weise das Ziel, den kritischen Übergang zwischen Schule und Hochschule abzufedern bzw. zu begleiten und im Sinne der Forderungen Terharts und der KMK das traditionell eher fachlich angelegte Mathematiklehramtsstudium der Studieneingangsphase stärker den professionellen Anforderungen zukünftiger Lehrerinnen und Lehrer anzupassen.

3.1.2 Die Teilstudie und die Perspektive der Evaluation

Die Teilstudie TEDS-Telekom (*Teacher Education and Development Study – Telekom*), die im Zeitraum von Januar 2008 bis Dezember 2012 durchgeführt wurde, nimmt bei diesen innovativen Projekten ihren Ausgangspunkt. Die Evaluationsstudie wurde von der Deutschen Telekom Stiftung in Auftrag gegeben und in Kooperation zwischen der Humboldt-Universität zu Berlin, der Universität Hamburg und der Universität Paderborn durchgeführt. Sie sollte die innovativen Ansätze von einem externen Standpunkt aus der Perspektive der längsschnittlichen summativen Evaluation bewerten (vgl. Scriven, 1991; Stockmann, 2004; Wottawa, 2006). Da den eher konzeptionell geprägten Veröffentlichungen von Urhebern dieser oder ähnlicher Programme oft lediglich selbst durchgeführte Befragungen von Studierenden am Standort gegenüberstehen, kam die Teilstudie dem Bedarf nach einer standortübergreifenden externen wissenschaftlichen Evaluation entgegen. Kromrey (1995) weist in diesem Zusammenhang auf die intersubjektive Nachvollziehbarkeit von Evaluation hin, die ein regelgeleitetes Forschungsvorgehen vorsieht, bei dem der Forscher „empirisch die

Zustände in den Zielbereichen des Programms vor und nach den ergriffenen Maßnahmen feststellt und untersucht, welche Veränderungen auf welche Elemente des Programms zurückzuführen sind. Durch Vergleich der empirischen Fakten (Ist-Zustand) mit den im Programm formulierten Zielniveaus (Soll-Zustand) können anschließend deduktiv Aussagen darüber abgeleitet werden, ob und in welchen Teilen das durchgeführte Programm erfolgreich bzw. nicht erfolgreich war“ (Stockmann, 2004, S. 14 f.).

Bisher lassen sich nur wenige empirische Forschungsergebnisse zu Wirkungen von universitären Lehrprogrammen ausmachen. Im Zuge der Vertiefungen der TEDS-M 2008 Studie entwickelte das taiwanesische Forscherteam um Feng-Jui Hsieh ein fünfgliedriges *conceptual framework* zur Indikation von Effektivität und Qualität sog. *Teacher Education Programs* (TEPs) in Mathematik im internationalen Vergleich, bei dem neben den Leistungen der angehenden Lehrkräfte auch die Effektivität der Lehrerausbildenden, die Kohärenz der Lehre, das Arrangement der Ausbildungsinhalte und die von Lehrerausbildenden und angehenden Lehrkräften eingeschätzte Gesamteffektivität der Ausbildung eine Rolle spielen (Hsieh, Law, Shy, Wang, Hsieh et al., 2014). Die deutsche Evaluationsforschung im Bereich der Hochschullehre beschränkt sich auf die Identifikation allgemeiner Bedingungsfaktoren für Lehrerfolg wie etwa Kompetenz der Dozenten, Rahmenbedingungen für Veranstaltungen und Fähigkeiten der Studierenden (Rindermann 1999, 2001, 2003; Leitner, 1998), die allerdings auch nicht auf die spezifischen Charakteristika des Mathematiklehramtsstudiums abgestimmt sind (hier vor allem Eilerts, 2009). Im Bereich der mathematikdidaktischen Forschung existiert zwar mittlerweile eine Reihe von Studien über den Kompetenzerwerb von Mathematik- und Mathematiklehramtsstudierenden während ihres Studiums (z.B. Fischer, 2007; Schwarz, 2013; Rach & Heinze, 2013; Göller, Kortemeyer, Liebendörfer, Biehler, Hochmuth et al., 2013; Krämer, Wendrich, Haase, Bender, Biehler et al., 2012; Loch, Lindmeier & Heinze, 2013), die Studien nehmen aber in der Regel stärker die Perspektive der Studierenden, ihre Kompetenzstrukturen oder ihre Lernvoraussetzungen und -strategien in den Blick.

Als eine besondere Herausforderung bei der Evaluation im Lehramtsstudium muss aber auch die Komplexität des Forschungsgegenstands angesehen werden, da die Mathematiklehramtsausbildung in Deutschland nicht nur auf der individuellen Ebene durch eine Vielzahl von Akteuren bestimmt wird, sondern auch durch institutionelle Rahmenbedingungen und curriculare Vorgaben. Eine Evaluationsstudie kann sich in diesem Fall – stehen solch komplexe Lernumgebungen im Zentrum der Analyse – daher nur auf ausgewählte Aspekte beschränken (vgl. Ernst, 2006), die allerdings in Form von

Beurteilungskriterien aus dem zu evaluierenden Programm abgeleitet werden können (vgl. Stockmann, 2004). Da in TEDS-Telekom Informationen über die Wirkungsweise hochschuldidaktischer Innovationen auf möglichst breiter Basis gewonnen werden sollten, standen daher sowohl Aspekte auf einer gewissen Makro- als auch auf einer Mikro-Ebene im Zentrum der Untersuchung. Da eine Analyse der Wirksamkeit von Programmen zur Umgestaltung der Lehramtsausbildung ferner nicht mittels punktueller Prüfungen erfolgen kann und überdies das Forschungsdesiderat nach längsschnittlichen Untersuchungen in diesem Bereich besteht (Li, 2014, S. 54; Kunter & Baumert, 2011, S. 361), untersuchte TEDS-Telekom die Kompetenzentwicklung der Studierenden aus einer längsschnittlichen Perspektive, bei der die zusammenfassende Evaluation nach Implementation der Programme (also ex-post) einsetzt wurde (vgl. Wottawa & Thierau, 1998). Auf der Makro-Ebene beinhaltete die Evaluation einen standardisierten Vergleich der Leistungen der Studierenden der verschiedenen Universitäten mit und ohne besonderen hochschuldidaktischen Maßnahmen. Dazu wurden in einem stärker quantitativ orientierten Teil der Studie standardisierte (IRT-skalierte) Fragebögen eingesetzt, die das professionelle Wissen der Mathematiklehramtsstudierenden längsschnittlich in ihrem ersten, zweiten und vierten Semester erhoben. Dabei wurde auf die Erfahrungen, die in TEDS-M 2008 gemacht wurden, aufgebaut, indem sich die Teilstudie in Konzeptualisierung und Operationalisierung an TEDS-M 2008 orientierte. Unter der normativen Vorgabe der KMK-Standards (KMK 2004; 2008) und der Empfehlungen von DMV, GDM und MNU (2008) untersuchte die Studie das mathematische Fachwissen der Lehramtsstudierenden in den Bereichen universitäres mathematisches Wissen und Fachwissen über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt, des Weiteren das fachdidaktische Wissen sowie das pädagogische Wissen. Darüber hinaus wurden die Überzeugungen der Lehramtsstudierenden zum Wesen der Mathematik und zum Lehren und Lernen von Mathematik (*beliefs*) erhoben (für Details zum Studienaufbau siehe Buchholtz & Kaiser, 2013b). Da jedoch mit gewissen methodologischen Beschränkungen dieses Vorgehens umgegangen werden musste, – nämlich, ob mit einem Vergleich der Entwicklung des professionellen Wissens der Studierenden die Auswirkungen der Interventionen hinreichend detailliert analysiert werden können – berücksichtigte die Studie zusätzlich auch die Mikro-Ebene: In einem stärker qualitativ ausgerichteten Teil von TEDS-Telekom wurden problemzentrierte Interviews (Witzel, 2000) mit 24 Lehramtsstudierenden aller beteiligten Universitäten durchgeführt und mit Hilfe der Methode der Qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2000) ausgewertet, um konkrete Elemente der geförderten Projekte zu identifizieren, die einen nachweisbaren Einfluss auf die individuelle

Entwicklung der Kompetenzen der Lehramtsstudierenden ausübten (für erste Ergebnisse siehe Buchholtz & Blömeke, 2012; Kaiser & Buchholtz, in Druck). TEDS-Telekom ist somit durch die Integration quantitativer und qualitativer Forschungsmethoden insgesamt in einem Mixed-methods Design (Tashakkori & Teddlie, 2003) angelegt, bei dem die einzelnen Teile der Studie getrennt voneinander ausgewertet werden können, aber auch aufeinander bezogen werden können (vgl. dazu Kelle & Buchholtz, in Druck).

3.1.3 Fragestellungen der Teilstudie

Die Teilstudie konzentrierte sich dabei in erster Linie auf folgende Fragestellungen (vgl. die Erkenntnisfunktion von Evaluation bei Stockmann, 2004, S. 18):

- *Kann das Lehrerprofessionswissen im Bereich des gymnasialen Mathematiklehramtsstudiums anhand der entwickelten Instrumente reliabel erfasst werden, so dass spezifisch-diagnostische Aussagen über die Wissensentwicklung der Lehramtsstudierenden möglich sind?*

- *Wie entwickeln sich berufsbezogene Kompetenzen von Mathematik-lehramtsstudierenden (an Hochschulen mit und ohne spezifischer Förderung) im Vergleich zu Nicht-Lehramtsstudierenden innerhalb einer längsschnittlichen Beobachtung der Studieneingangsphase?*

- *Lässt sich ein Einfluss der hochschuldidaktischen Interventionen „Mathematik Neu Denken“ und „Mathematik Besser Verstehen“ in Bezug auf die Entwicklung von mathematischen, mathematikdidaktischen und pädagogischen Kenntnissen der angehenden Lehrkräfte nachweisen?*

- *Wie entwickeln sich die entsprechenden Überzeugungen (beliefs) zur Mathematik und zum Lehren und Lernen von Mathematik unter diesen Voraussetzungen?*

- *Wie hängen die verschiedenen Wissenskomponenten des Lehrerprofessionswissens innerhalb der Stichprobe strukturell und über die Zeit miteinander zusammen?*

3.1.4 Publikationen

Im Rahmen von TEDS-Telekom sind bislang mehrere wissenschaftliche Publikationen entstanden. Allerdings geht nur eine Publikation – Buchholtz und Kaiser (2013b), die die Hauptergebnisse der TEDS-Telekom-Studie darstellt, – als Dokumentation der Teilstudie in diese Dissertation ein. Grund dafür ist die inhaltliche Restriktion allein auf die Ergebnisse auf der Makro-Ebene von TEDS-Telekom, da diese im Rahmen der übergeordneten Fragestellung – also hinsichtlich der multiperspektivischen Ansätze zur Messung von Lehrerprofessionswissen im Fach Mathematik – die größte Relevanz besitzen. Bevor diese Publikation beschrieben wird, werden allerdings im Folgenden zunächst auch die anderen Publikationen in Kürze beschrieben.

Mehrere Publikationen zu TEDS-Telekom beinhalten quantitative Ergebnisse der Teilstudie: In Kaiser, Buchholtz, Schwarz, Blömeke, Lehmann u.a. (2010) wird der quantitative Teil der Studie erstmals vorgestellt und es finden sich erste Ergebnisse der Studie zum ersten und zweiten Messzeitpunkt. Daran anknüpfend erweitern Buchholtz, Blömeke, Kaiser, König, Lehmann u.a. (2011) diese ersten Ergebnisse. Hier wird die Studie inhaltlich breiter vorgestellt und es werden die Leistungen der unterschiedlichen Universitäten im Vergleich dargestellt. Da jedoch zum damaligen Zeitpunkt das Projekt „*Mathematik Besser Verstehen*“ noch nicht mitevaluiert wurde, und noch keine Aggregation der Vergleichsgruppen aufgrund der niedrigen Fallzahlen vorgenommen wurde, unterscheiden sich die Stichprobenanzahlen und Ergebnisse zum Teil geringfügig von späteren Publikationen. Im Rahmen eines Kapitels der Festschrift für Gabriele Kaiser widmeten sich Blömeke, Buchholtz, König und Suhl (2012) individuellen Bedingungen des Wissenserwerbs unter Mathematiklehramtsstudierenden (Geschlecht, Zweitfach, Kursart in der Oberstufe und Abiturnote). Anhand der TEDS-Telekom Stichprobe untersuchten sie, „ob sich unter Mathematiklehramtsstudierenden zwei unterschiedliche Kulturen identifizieren lassen, je nachdem ob sie ein MINT-Zweitfach oder ein anderes Zweitfach gewählt haben“ (Blömeke, Buchholtz, König & Suhl, 2012, S. 192). Dabei stellte sich heraus, dass die Kompetenzentwicklung weniger nach dem Zweitfach, sondern viel eher nach der Abiturnote und dem Geschlecht differenziell verläuft (ebd., S. 193). Erstmalig werden in dieser Publikation auch TEDS-Telekom Daten zu den Überzeugungen der Studierenden ausgewertet, die im Rahmen von manifesten Pfadanalysen zum Einsatz kommen. Kaiser und Buchholtz (in Druck) beschäftigen sich mit einer gesonderten Analyse der Studierenden der Universität Gießen. Sie verfolgten das Ziel, mit Hilfe der Ergebnisse der quantitativen

Leistungstests und der Auswertungen der Interviews Aussagen über die Wirkung des Projekts „Mathematik Neu Denken“ an der Universität Gießen zu treffen. In der Breite wird hier neben der theoretischen Einbettung und dem Design des quantitativen Teils der Studie daher auch der Aufbau der im qualitativ ausgerichteten Teil der Studie geführten Interviews inhaltlich beschrieben. Neben einem Vergleich der Leistungsergebnisse der Studierenden der Universität Gießen mit den Studierenden an anderen Hochschulen, der erstmals über alle drei Messzeitpunkte dargestellt wird, findet sich auch eine Auswertung der in den Fragebögen von den Studierenden angegebenen Lerngelegenheiten in der Publikation. Es finden sich ferner qualitative Ergebnisse der Interviews mit den Studierenden in Gießen, wobei Kaiser und Buchholtz sich auf dem Bereich der Erfahrung mit der Einbindung von Anschaulichkeit in Lehrveranstaltungen konzentrieren. Die Studierenden beschrieben darin u.a., dass die Einbindung von Anschaulichkeit dazu beigetragen hat, dass Verständnisprobleme in mathematischen Lehrveranstaltungen in der Studieneingangsphase teilweise überwunden werden konnten. Mit den Einstellungen der Studierenden zum Lehren und Lernen von Mathematik beschäftigen sich schließlich Buchholtz, Kaiser und Blömeke (2013). Die Publikation berichtet über den gruppenspezifischen Vergleich der transmissionsorientierten und konstruktivistischen Einstellungen zum Lehren und Lernen von Mathematik unter den Studierenden. Es zeigten sich so gut wie keine gruppenspezifischen Unterschiede zwischen den Vergleichsgruppen mit und ohne besonderen hochschuldidaktischen Maßnahmen, jedoch auffällige Veränderungen der Einstellungen in allen Gruppen über die gesamte Spanne der drei Messzeitpunkte. Während die breite Zustimmung zu konstruktivistischen Auffassungen zum Lehren und Lernen von Mathematik unter den Studierenden weiter zunahm, nahm eine starke Ablehnung gegenüber der Transmissionsorientierung über die Zeit ebenfalls weiter zu (Buchholtz, Kaiser & Blömeke, 2013, S. 223).

Mittlerweile existieren auch verschiedene Publikationen mit qualitativen Ergebnissen zu TEDS-Telekom: Buchholtz und Blömeke (2012) berichten sowohl von TEDS-M 2008 Ergebnissen als auch von Ergebnissen der Interviews innerhalb der TEDS-Telekom Studie und stellen diese Ergebnisse in den Horizont der derzeitigen Veränderungen in der Mathematiklehrerausbildung. „Aus den Befragungen im Rahmen der TEDS-Telekom-Studie werden drei wichtige Gründe deutlich, warum die Anschaulichkeit von mathematischen Begriffen und eine Verknüpfung von Schul- bzw. Elementarmathematik und Hochschulmathematik wichtig sind: Den Studierenden wird damit der eigene Wissenserwerb erleichtert. Sie erwerben die Fähigkeit, das Abstraktionsniveau für die Behandlung elementarmathematischer Inhalte im Hinblick auf die verschiedenen kognitiven Fähigkeiten

ihrer Schülerinnen und Schüler eigenständig zu wählen. Und der Bruch von dem an der Schule zu dem an der Universität betriebenen Umgang mit Mathematik wird vermindert." (Buchholtz & Blömeke, 2012, S. 17) Sie resümieren: „Sollen die im internationalen Vergleich nur mittleren fachlichen und fachdidaktischen Leistungen der deutschen Lehrkräfte gesteigert werden, kommt offensichtlich insbesondere dem Verhältnis zwischen mathematischen und Verstehens- sowie Erklärungs-orientierten fachdidaktischen Ausbildungsanteilen eine zentrale Rolle zu." (ebd., S. 1). Einen speziellen Fokus auf die Einbindung von Anschaulichkeit in mathematische Lehrveranstaltungen legen auch Buchholtz und Behrens (eingereicht). Es zeigte sich bei der Auswertung der im Rahmen von TEDS-Telekom durchgeführten Interviews, dass die Einbindung von Anschaulichkeit in mathematische Lehrveranstaltungen von den Lehramtsstudierenden größtenteils begrüßt wird, ferner dass die Studierenden ein differenziertes idiosynkratisches Verständnis von Anschaulichkeit besitzen, und, dass das Verhältnis der Studierenden zu Anschaulichkeit einen Zusammenhang zu ihrem fachlich oder beruflich geprägten Interesse am Mathematiklehramtsstudium aufweist. Eine ausführliche Beschreibung, wie innerhalb der TEDS-Telekom Studie schließlich quantitative und qualitative Forschungsergebnisse aufeinander bezogen werden können, erörtern Kelle und Buchholtz (in Druck). Sie beschreiben sozialwissenschaftlich-methodologisch Vor- und Nachteile von Mixed-methods Forschungsdesigns und explizieren das Vorgehen der Integration qualitativer und quantitativer Forschungsmethoden anhand der TEDS-Telekom Studie.

Die im Rahmen dieser Dissertation relevante Publikation Buchholtz und Kaiser (2013b) (vgl. Abschnitt 3.3) ist in einem internationalen Journal zum Unterricht in den Naturwissenschaften und in Mathematik erschienen und enthält daher auch generelle Informationen über die deutsche gymnasiale Mathematiklehramtsausbildung. Es wird darin ein kompletter Überblick über den Aufbau und die theoretische Einbettung des quantitativen Teils der TEDS-Telekom Studie in das Kompetenzmodell von TEDS-M 2008 beschrieben, die inhaltlichen Schwerpunkte des erhobenen Professionswissens sowie die eingesetzten Testinstrumente (inklusive Beschreibungen von Testitems). Weiterhin findet sich in der Publikation eine Beschreibung der Stichprobe der 496 Studierenden, von denen in 167 Fällen Daten zu allen drei Messzeitpunkten vorlagen. Diese wird außerdem hinsichtlich der verschiedenen Vergleichsgruppen zu allen Messzeitpunkten sowie relevanter demographischer Angaben, wie z.B. Geschlecht oder der als Maß für die kognitiven Eingangsvoraussetzungen dienenden Abiturnote aufgeschlüsselt. Ein längerer Abschnitt der Publikation befasst sich mit der Methodik der Fragebogenerhebung innerhalb der Teilstudie,

insbesondere der Itemverankerung im Längsschnitt, der Itemkalibrierung und der Schätzung der für die Auswertung herangezogenen Personenparameter im Rahmen der IRT-Skalierung. In einem gesonderten Teil der Publikation werden die Ergebnisse der Teilstudie beschrieben – eingeschränkt auf die Entwicklung des fachmathematischen und fachdidaktischen Wissens. Hier stehen einerseits empirische und strukturelle Ergebnisse wie Skalenreliabilitäten und die Korrelationen zwischen den einzelnen untersuchten Wissensdimensionen im Vordergrund, andererseits werden jeweils getrennt für die einzelnen Wissensdimensionen die Leistungen der Vergleichsgruppen zu allen Messzeitpunkten sowie messzeitpunktspezifische Leistungsdifferenzen berichtet, die anschließend interpretiert werden. Ein weiterer Abschnitt zu den Einschränkungen der Studie sowie eine Diskussion über Konsequenzen für die Lehramtsausbildung in Deutschland runden die Publikation ab.

3.2 Überblick über die Teilstudie TEDS-Telekom

Name	Längsschnittliche Evaluationsstudie TEDS-Telekom
Testart	• Leistungstest
Zielgruppe	• Angehende Mathematiklehrkräfte der ersten Ausbildungsphase • Lehrbefähigung Sekundarstufe I/II
Fragestellungen	• Kann das Lehrerprofessionswissen im Bereich des gymnasialen Mathematiklehramtsstudiums anhand der entwickelten Instrumente reliabel erfasst werden, so dass spezifisch-diagnostische Aussagen über die Wissensentwicklung der Lehramtsstudierenden möglich sind? • Wie entwickeln sich berufsbezogene Kompetenzen von Mathematik-lehramtsstudierenden (an Hochschulen mit und ohne spezifischer Förderung) im Vergleich zu Nicht-Lehramtsstudierenden innerhalb einer längsschnittlichen Beobachtung der Studieneingangsphase? • Lässt sich ein Einfluss der hochschuldidaktischen Interventionen „Mathematik Neu Denken“ und „Mathematik Besser Verstehen“ in Bezug auf die Entwicklung von mathematischen, mathematikdidaktischen und pädagogischen Kenntnissen der angehenden Lehrkräfte nachweisen? • Wie entwickeln sich die entsprechenden Überzeugungen (beliefs) zur Mathematik und zum Lehren und Lernen von Mathematik unter diesen Voraussetzungen? • Wie hängen die verschiedenen Wissenskomponenten des Lehrerprofessionswissens innerhalb der Stichprobe strukturell und über die Zeit miteinander zusammen?
Besondere Merkmale	• Elementarmathematik vom höheren Standpunkt als Teilfacette des fachmathematischen Wissens • Universitäres fachmathematisches Wissen im Bereich Analysis und Lineare Algebra • Erhebung der Beliefs zur Mathematik • Erhebung der Beliefs zum Lehren und Lernen von Mathematik
Testform	• Papier-und-Bleistift-Test • Längsschnittliche Erhebung
Testlänge	• jeweils 90 Minuten
Messzeitpunkte	• 3
Untersuchte Domänen	• Universitäres fachmathematisches Wissen • Wissen über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt • Fachdidaktisches Wissen • Pädagogisches Wissen

Stichprobe	• Erster Messzeitpunkt: 408 • Zweiter Messzeitpunkt: 235 • Dritter Messzeitpunkt: 183 • Panel: 167 Studierende • Gelegenheitsstichprobe
Jahr	• 2008-2012
Getestete Institutionen	• Universität Gießen, Universität Siegen, Universität Duisburg-Essen, Universität Bielefeld, Universität Paderborn
Projektverantwortliche	• Prof. Dr. Sigrid Blömeke, Humboldt-Universität zu Berlin • Prof. Dr. Rainer Lehmann, Humboldt-Universität zu Berlin • Prof. Dr. Gabriele Kaiser, Universität Hamburg • Prof. Dr. Hans-Dieter Rinkens, Universität Paderborn

3.3 Publikation II

Buchholtz, N., & Kaiser, G. (2013b). Improving Mathematics Teacher Education in Germany: Empirical Results from a longitudinal Evaluation of innovative Programs. *International Journal for Science and Mathematics Education, 11*(4), 949-977.

Reprinted from Springer and *International Journal for Science and Mathematics Education* with kind permission of Springer Science and Business Media. Copyright © 2013, National Science Council, Taiwan and Springer Science and Business Media.

NILS BUCHHOLTZ and GABRIELE KAISER

IMPROVING MATHEMATICS TEACHER EDUCATION IN GERMANY: EMPIRICAL RESULTS FROM A LONGITUDINAL EVALUATION OF INNOVATIVE PROGRAMS

Received: 14 September 2012; Accepted: 29 May 2013

ABSTRACT. Innovative programs for restructuring the entry phase of mathematics teacher education programs have been implemented at various German universities within the last few years. This article reports about the design and the results of a longitudinal evaluation study of the effectiveness of two of these programs aiming to improve mathematics teacher education by altering the conditions in university teaching (the so-called Teacher Education and Development Study TEDS-Telekom). The development of prospective teachers' professional knowledge in academic mathematical content knowledge, knowledge in elementary mathematics from an advanced standpoint, and mathematical pedagogical content knowledge from the innovative programs were compared to traditional university programs. The study points out that the innovative programs only partially succeeded in improving the acquisition of professional knowledge for prospective mathematics teachers.

KEY WORDS: elementary mathematics from an advanced standpoint, evaluation study, Germany, IRT, longitudinal study, MCK, MPCK, professional knowledge, teacher training program, TEDS-M, TEDS-Telekom

Introduction

Mathematics teacher education for lower and upper secondary schools[1] in Germany is characterized by high drop-out rates of between 30 and 40 % during the first 2 years (depending on the calculation; see Briedis, Egorova, Heublein, Lörz, Middendorff, Quast & Spangenberg 2008; Dieter, Brugger, Schnelle & Törner 2008; Heublein, Schmelzer & Sommer, 2008), caused among other factors by the difference between school mathematics and university mathematics. Given the nationwide high demand for mathematics teachers (see the official needs assessment for 2020 by KMK 2011), these high drop-out rates are critical. Reasons for the high rates may be found in the difficulties that arise for mathematics students in the transition between secondary and tertiary level (Wood, 2001; Gueudet, 2008), which are particularly crucial for prospective teachers. The group of prospective mathematics teachers for lower and upper secondary level and future mathematicians both major in university mathematics but the emphasis on

International Journal of Science and Mathematics Education (2013) 11: 949–977
© National Science Council, Taiwan 2013

the scientific discipline makes it additionally difficult for the prospective teachers to develop an identity as a *teacher* locating themselves habitually in the professional field of mathematics education.

Many first-year teacher students realize the big gap between their ideas of the professional requirements of a mathematics teacher on the one hand and the advanced academic mathematics courses on the other hand when they attend the traditional introductory courses for university mathematics. The mathematics taught in these courses clearly differs from school mathematics not only in range but also in formality and stringency (see for example Deiser and Reiss, 2013). The academic courses lack the provision of learning opportunities for prospective teachers to sufficiently acquire the knowledge and skills for constructing a didactical "bridge" between university mathematics and student-oriented school mathematics. The German mathematician Felix Klein had criticized this phenomenon as a "double discontinuity" already a century ago (Klein, 1932, p.1), meaning that mathematics teachers first experience a discontinuity during the transition from school to university and then experience a second discontinuity when moving from university into the teaching profession.

In the past years, several approaches have been developed in Germany to overcome this discontinuity by revising the mathematics teacher education curriculum (Beutelspacher, Danckwerts, Nickel, Spieß & Wickel, 2011; Ableitinger & Herrmann, 2011). These innovative programs have meanwhile been implemented at various German universities. However, the scientific outcome of these changes and the influence of these programs on the cognitive and affective development of the prospective teachers have not yet been assessed.

This paper presents the results of the "Teacher Education and Development Study—Telekom (TEDS-Telekom)", an evaluation study that examined the outcomes of two innovative programs compared to traditional mathematics teacher education programs in a longitudinal way. Among other considerations, the study analyzed the development of the professional knowledge of student teacher in the field of academic mathematical content knowledge (MCK), elementary mathematical content knowledge from an advanced standpoint, and mathematical pedagogical content knowledge (MPCK).

In order to understand the changes made in these programs, we first provide some general information about teacher education in Germany and specific aspects of the various educational pathways. In the second section, the conceptual framework of the evaluation study, TEDS-Telekom, is described including the instrument and the operationalization of the tested knowledge domains. In the third section, we describe the

sample of the TEDS-Telekom study, including information about the initial precognitions of the students. In the fourth section, the methodical procedure of a longitudinal scaling of the items of TEDS-Telekom is described in detail. In the fifth section, we present the results of the TEDS-Telekom study, analyzing the structure of the professional knowledge of the prospective teachers as well as the development of the professional knowledge in the area of academic mathematics, elementary mathematics from an advanced standpoint, and mathematical pedagogical content during the first four semesters. Conclusions on the implications for teacher education are drawn in the discussion of the results in the sixth section.

Mathematics Teacher Education for Secondary Schools in Germany

Germany offers a consecutive program in teacher education with a university-based program lasting up to 5 years and a practical training phase based at a school and state teacher training institutions lasting 1 to 2 years. To enter university, the general qualification for university entrance, the so-called Abitur is required. In former times, the university and state training phase ended with state examinations. After the Bologna Agreement, most German Federal states changed the university study to a Bachelor and Masters degree program, i.e. a 3-year Bachelor Degree study, followed by a 1- to 2-year Masters Degree with university exit examinations for each. "This approach ensures a relatively advanced level of academic preparation for all prospective teachers given that university entrance is still selective in Germany" (Tatto, Schwille, Senk, Ingvarson, Rowley, Peck, Bankov, Rodriguez & Reckase, 2012, p.70). To become a mathematics teacher for lower and upper secondary level, the prospective teachers take on the study of two subjects at a university. In mathematics, the study comprises, in the introductory phase, courses on analysis and linear algebra and continues with advanced mathematics. Also courses on mathematical pedagogical content and general pedagogy have to be attended during their university study. In the second state phase, the university graduates teach part-time in schools and simultaneously attend courses in general pedagogy and subject-specific pedagogy (for more details see Tatto, Schwille, Senk, Ingvarson, Rowley, Peck, Bankov, Rodriguez & Reckase, 2012).

The recent introduction of Bachelor and Masters Degree programs has tightened the requirements for students, including a stronger alignment of the Bachelor's degree with mathematics, while a major part of courses on mathematical pedagogical content and general pedagogy takes place in the Masters Degree. In the traditional mathematical introductory courses,

the content is presented at a rapid pace. The mathematics is usually presented in a lecture as a finished product and the processes that led to the results often remain concealed to the students (Crawford, Gordon, Nicholas & Prosser, 1998). These developments have exacerbated already existing problems with high drop-out rates among prospective teachers.

To re-orientate the teacher education program, the University of Giessen and the University of Siegen have developed a program "Thinking mathematics in a new way" ["Mathematik Neu Denken" (MND), Beutelspacher, Danckwerts, Nickel, Spieß & Wickel, 2011]. The innovative program MND aimed at a long-term improvement in the quality of the education of prospective mathematics teachers for lower and upper secondary schools and was implemented from 2005 to 2010 with the support of the German Telekom Foundation. The program focused on the rearrangement of the courses on analysis and linear algebra. During the first two semesters, special courses were offered to the students, who were becoming mathematics teachers, separate from the courses for students, who were aiming for a diploma in mathematics. The curriculum was focused and enriched by content in relation to school mathematics and by aspects of "elementary mathematics from an advanced standpoint" following the ideas by Klein (1932). A further important aim of the project was the early integration of aspects on teaching mathematics.

In 2009/2010, a similar project called "Better understanding of mathematics" ["Mathematik Besser Verstehen" (MBV)] was implemented at the University of Duisburg-Essen. This program was also funded by the German Telekom Foundation. The MBV program supported the prospective teachers in their acquisition of knowledge within the mathematical introductory lectures too, in contrast to the first program where the focus lay on supplementary materials such as worked out examples and PC-applets (Ableitinger & Herrmann, 2011). This project was also intended to support the critical transition between school and university and to adjust the traditionally highly content-focused teacher training to refocus on the professional requirements of prospective teachers.

The TEDS-Telekom Evaluation Study

Conceptual Framework

In the TEDS-Telekom evaluation study, both innovative projects were evaluated from an external point of view with regard to the impact on the development of the professional competence of the prospective teachers. The

evaluation study departed from the IEA study "Teacher Education and Development Study in Mathematics" (TEDS-M) (Tatto et al. 2008, 2012), which was implemented by the IEA due to the strong critique of teacher education taking place worldwide (for an overview on the state of research on teacher education, see Blömeke & Delaney, 2012). TEDS-M as an international comparative study on the effectiveness of the education of mathematics teachers presents an external reference framework that allows an assessment of the innovative potential of both programs. Comparative reference groups at other universities with traditional teacher education programs and non-teacher mathematics diploma students set another external benchmark. All in all, first-year student cohorts at five universities in Germany (Giessen, Siegen, Duisburg-Essen, Bielefeld, and Paderborn) were tested and surveyed several times, including non-teacher students aiming at a general degree in mathematics.

TEDS-Telekom refers to the conceptualization of teacher competence as a multi-dimensional construct, as it was developed by Weinert (2001) and extended by Bromme (1994), which formed the theoretical basis of TEDS-M. According to this approach, professional competence includes subject-related and generic cognitive dispositions ("professional knowledge") as well as affective-motivational beliefs. The evaluation study concentrated on the cognitive components of professional competence, mainly the knowledge facets as outlined by Shulman (1986), and focused in the area of the personality features impact on beliefs (Richardson, 1996) (see Fig. 1).

A test measuring the dimensions of prospective teachers' professional knowledge and a survey capturing the beliefs were developed for the evaluation study. The study comprises the following aspects:

- Academic mathematical content knowledge (MCK) in the area of analysis, linear algebra, and analytic geometry;
- Mathematical content knowledge in the area of elementary mathematics from an advanced standpoint (in the light of the approach by Klein, 1932 and as detailed by Kirsch, 1977)[2];
- Pedagogical content knowledge in mathematics, called "didactics of mathematics" in the continental European tradition (MPCK);
- General pedagogical knowledge (GPK) focusing on performance-related aspects, such as the structuring of teaching, motivation, classroom management, assessment, and dealing with heterogeneity (see König et al. 2011);
- Beliefs about the nature of mathematics as a science and about the learning and teaching of mathematics (see Thompson, 1992; Grigutsch et al. 1998);

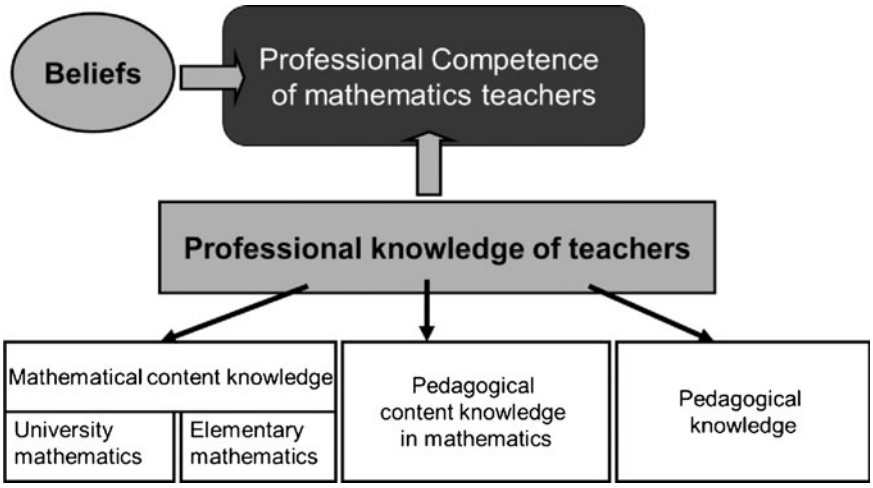


Figure 1. Model of professional competence in TEDS-Telekom study

Due to space limitations, we have limited ourselves in this paper to the two domains of mathematical knowledge and the domain of pedagogical content knowledge in mathematics, and refer for the evaluation of the belief component to further publications. In order to evaluate the effectiveness of the implemented innovation, we followed up these research questions: Which levels of attainments do the student teachers from the two innovative programs (MND and MBV) achieve in the domains of mathematics content knowledge and mathematics pedagogical content knowledge compared to traditionally educated student teacher and non-teacher students and how do these levels of attainment develop over the first 2 years of university study?

To be able to receive results about these attainment levels and their development, the evaluation study TEDS-Telekom was designed as a longitudinal study. The evaluation of the students took place at the beginning of the first semester, the end of the second semester, and at the end of the fourth semester, by the use of a 90-min paper-and-pencil test each time.

Description of the Instrument

The knowledge domains cover different aspects of each subject area, which are, in accordance with large-scale studies at the school level, differentiated by various types of cognitive demands. Referring to the classification by Anderson & Krathwohl (2001), three types of cognitive

demands are differentiated: remembering, applying, and evaluating. The knowledge of the traditional introductory courses is evaluated with respect to the academic mathematical content knowledge (MCK). The domain of elementary mathematics refers to the spirit of the approach by Klein (1932) and contains items on school-related mathematical problems, where the solution requires a perspective, which goes beyond the context of school mathematics. The MPCK test contains items relating to the didactical content of the learning and teaching of mathematics (see Table 1).

Various hypotheses can be developed regarding the internal structure of these three knowledge facets. Although the two mathematical subdimensions refer to similar knowledge bases, they differ in their mathematical complexity and their relation to school practice. In contrast, the items for the pedagogical content knowledge relate to knowledge about teaching and learning of mathematics, which was distinguished from mathematical knowledge by Shulman as being the "special amalgam of content and pedagogy that is uniquely the province of teachers" (Shulman, 1987, p. 8). It is therefore expected that for the first-year cohorts, the various knowledge domains correlate significantly positively with each other, but that the relationship does not exceed a medium size.

To illustrate the conceptualization of the study, we describe the following tasks, which were used in the study. The task in Fig. 2 was taken from the released set of items of the TEDS-M study and stems from the area of the academic mathematical content knowledge of linear algebra and analytic geometry (MCK). The two items require basic knowledge of the geometry of the plane and space. The set of points that satisfies the equation $3x = 6$ in the plane is a straight line, and in space it is a plane.

A very challenging item is the item on the "sum of functions" in Fig. 3. It comes from the domain of mathematical content knowledge in the area of elementary mathematics from an advanced standpoint and is also an item that was used in the TEDS-M study. The prospective teachers were required to develop a proof using functions. Knowledge of linear functions, of the intersection of two functions and of the sum of functions is essential, as well as knowledge of how to conduct a mathematical proof.

In Fig. 4, we present a typical example of two didactical items from the area of mathematical pedagogical content knowledge, which stems from TEDS-M too (see also Tatto et al. 2012).

The solution of task A requires the identification of the misconception that multiplication always yields a greater result and division always a smaller result. In task B, an appropriate visual representation that explains

TABLE 1

Operationalization of the knowledge domains

	Remembering	*Applying*	*Evaluating*
Academic mathematical content knowledge (MCK)	Knowledge about: – functions and properties of functions (e.g. bijectivity) – the formal definition of the limit for sequences and series – calculus (concept of derivative) – the concept of integral in internal and external mathematical contexts – algebraic structures (e.g. residue class rings, symmetry groups) – analytic geometry (e.g. vector spaces)	Dealing with: – functions in advanced mathematics (e.g. Euler representation, representation as a series) – convergence of functions by means of formal proof – integrals (e.g. area calculation using integrals, mean value theorem) – systems of linear equations – typical tasks of analytic geometry (e.g. geometric operations, incidence, intersections)	Explaining: – the idea of the completeness of the real numbers (e.g. difference between a Cauchy sequence and a convergent sequence) – the fundamental theorem of differential and integral calculus – the relationship between different algebraic structures
Elementary mathematics from an advanced standpoint	Knowledge about: – elementary functions and their properties – concept of the derivative as a local rate of change – the structure of number systems – fundamental arithmetic laws of natural and whole numbers (e.g. power law, logarithmic identities)	Dealing with: – functions in elementary mathematics (e.g. trigonometric functions) – the graphical representation of the derivative as a local rate of change – variables in school context – characteristic properties of number systems (e.g. cardinality of the natural and whole numbers) – elementary divisibility theory (e.g. modulo calculation)	Explaining: – situations where functions with multiple variables play a role – reality-based examples for applications of derivatives – epistemological questions (e.g. division by zero)
Mathematical pedagogical content knowledge	Knowledge about: – content-specific learning approaches and paradigmatic examples	Dealing with: – basic concepts and specialized learning approaches in the	Explaining: – the diagnosis of mathematical problems by students and possible

TABLE 1

(continued)

	Remembering	*Applying*	*Evaluating*
(MPCK)		preparation of teaching materials	student solutions
	– levels of conceptual rigor and formalization	– adequate opening of lessons	– the interconnection between mathematics education and its corresponding mathematical background
	– mathematics education as general education	– methods of performance assessment in mathematics education	– misconceptions of students
	– facets of mathematical competences (e.g. modeling, problem-solving)	– educational standards, curricula and textbooks for teaching mathematics when developing learning objectives;	– subject-specific interventions by teachers
	– heterogeneity in mathematics education, assessment and diagnostics	– application of individual diagnostic procedures	– standards in mathematics education, curriculum and comparative studies
	– dyscalculia and mathematical giftedness		– goals, methods and limits of assessment in mathematics education
	– educational standards, curricula and textbooks		– methods for dealing with heterogeneity
			– learning processes by gifted student and specific learning requirements

why $0.2 \times 6 = 1.2$ is expected for a correct solution includes such items as drawings of the addition of six units of size 0.2 (e.g. boxes, in which two out of ten subdivisions are colored).

We know that there is only one point on the number line that satisfies the equation

$3x = 6$, namely $x = 2$.

Let us now transfer the equation to a plane with coordinates x and y, and then to space, with coordinates x, y and z. What is the set of points that satisfy the equation there?

Tick one box per row.

		A point	**A straight line**	**A plane**	**Else**
A)	The solution of $3x = 6$ in the plane	☐	☐	☐	☐
B)	The solution of $3x = 6$ in space	☐	☐	☐	☐

Figure 2. Items from the domain MCK

Prove the following statement:
If the graphs of linear functions $f(x) = ax + b$ and $g(x) = cx + d$ intersect at a point P on the x-axis, the graph of their sum function $(f + g)(x)$ must also go through P.

Figure 3. Item from the domain elementary mathematics from an advanced standpoint

Description of the Sample

The students were tested for the first time in their first semester at university in 2008 or 2009, respectively, for the second time in 2009 or 2010, respectively, and for the third time in 2010 or 2011, respectively. All in all, 496 students participated in the study. Since the implementation of the TEDS-Telekom evaluation study depended on outer conditions such as size of courses and access to the prospective teachers, the study is based on an unbalanced, non-representative convenience sample. Some students could not be reached again and participated only in one or two measurements; other students only participated at a later measurement point. At the University of Siegen, an additional group of 13 more advanced prospective teachers in their third semester (previous MND cohort from 2007) took part in the survey in addition to the first-year cohort (MND from 2008). One hundred sixty-seven prospective teachers participated at all three points of measurement (MP1, MP2, and MP3). These students form our panel on which we base our longitudinal analyses. In order to receive information about the sample, questions on gender, age, and individual pre-cognitions were posed in the questionnaire. We aggregated the data from the teacher students from the participating universities with the traditional teacher training program, as well as the students not aiming at the teacher profession, to the respective reference groups "Teaching" and "Non-Teaching". An overview of the size of the (sub-) samples at the different measurement points (MP1, MP2, and MP3) is given in Table 2.

The proportion of female students varies between the sub-samples, but lies between 49 and 69 % in the teaching groups and was significantly

Jeremy notices that when he enters 0.2×6 into a calculator his answer is smaller than 6, and when he enters $6 \div 0.2$ he gets a number greater than 6.	
He is puzzled by this, and asks his teacher for a new calculator!	
A)	What is Jeremy's most likely misconception?
B)	Draw a visual representation that the teacher could use to model 0.2×6 to help Jeremy understand WHY the answer is what it is?

Figure 4. Items from the domain mathematical pedagogical content knowledge

TABLE 2

(Sub-) sample sizes of the study

Reference groups	*MP1*	*MP2*	*MP3*	*Panel (all points of measurement)*
MND	118	78	66	59[a]
MBV	122	52	36	29
Teaching	90	53	40	39
Non-teaching	78	52	41	40
Total	408	235	183	167

[a]Including 13 advanced students from the University of Siegen

higher than in the group of non-teaching students, in which only 17 % of the students were female. Similar high percentages of female students studying mathematics for teaching were reported for Germany in TEDS-M (61.7 % in the sample of mathematics teachers for grades 5 to 10) so that similar group compositions can be expected. Regarding the average age of the students, no significant differences can be found between the sub-samples.

To give an overview about the preconditions of the students participating in the study, the average grade received in the general qualification for university entrance "Abitur" was compared. No significant differences were found (see Table 3).

As an indicator of the domain-specific precognition, data about the kind of mathematics courses attended during the last 2 years of the upper secondary level were collected (cf. Briedis et al. 2008). The options "basic course" (courses on a basic school mathematical level), "advanced course" (courses on an advanced school mathematical level that exceeded the basic course), and "neither basic nor advanced course" (as in some states of Germany the mathematics courses are named differently and thus

TABLE 3

Comparison of sub-samples considering gender, age, and *Abitur* grade

Reference group	*N*	*Percentage of female students*	*Average Age (SD)*	*Average Abitur grade[a] (SD)*
MND	59	57.6 %	20.9 (2.29)	2.19 (0.56)
MBV	29	69.0 %	20.3 (2.10)	2.14 (0.52)
Teaching	39	48.7 %	20.4 (1.68)	2.23 (0.54)
Non-teaching	40	17.5 %	20.6 (2.38)	2.11 (0.56)

[a]The grades can differ from 1.0 (best grade) to 4.0 (worst grade)

cannot be distinguished) were given. Basic and advanced courses differ in the depth of the content (e.g. the advance course treats the quotient rule of derivation while the basic course only treats product and chain rule) and also in the amount of lessons attended per week. Table 4 shows the proportions of students having attended the specific courses at upper secondary level.

The comparison shows that the group of non-teaching students was better prepared for their mathematics study at university. In the teaching groups, there were substantial proportions of students who had only attended a basic course in mathematics at school and therefore have less good preconditions (see also Köller et al. 1999). This percentage was even larger in the MND and MBV groups than in the reference group which may either reflect different group compositions at the participating universities in general or a stronger selection bias at the reference universities compared to the innovative programs (see the discussion of methodological limits at the end of this paper).

Examination of Scaling Properties

Methods of Multidimensional Item Response Theory (MIRT; Adams et al. 1997; Hartig & Höhler, 2008; Reckase, 2009) were used to scale the data. This was done with ConQuest (Wu et al. 1998) software for fitting item response and latent regression models. As the study is based on longitudinal data, it entailed a complex scaling procedure. The second and third collections of data were intended to measure achievement development. For reasons of measurement invariance, it was therefore necessary to "anchor" the various tests at all three measurement points in all domains of knowledge. This was realized with a respective number of items that were used in all three, or at least two of the three tests. For each

TABLE 4

Comparison of sub-samples considering school-related precognition

Reference group	*N*	*Advanced course*	*Basic course*	*Neither basic nor advanced course*
MND	59	71.2 %	27.1 %	1.7 %
MBV	29	58.6 %	41.4 %	–
Teaching	39	76.9 %	20.5 %	2.6 %
Non-teaching	40	97.5 %	–	2.5 %

knowledge dimension, Table 5 shows the number of items that have been used in the questionnaires of the respective measurement points (MP1, MP2, and MP3). The number of anchor items is reported separately and shows the relative width of the anchoring procedure.

All anchor items had to refer to the same parameters of difficulty over all measurement points, so that they would not appear to be easier or more difficult in time. As it is difficult to equalize item parameters in ConQuest, in the item calibration stage an approach for longitudinal measures has been chosen, which also Hartig & Kühnbach (2006) reverted to (see also Rost, 2004). First, for the estimation of the item parameters of the anchor items, a one-dimensional Rasch scaling (Rasch, 1960) with so-called virtual persons for all items of all three measurement points had been carried out (see the schematic approach in Fig. 5).

All domains of knowledge were scaled separately for the entire group of participants from all three measurement points ($N = 496$). The advantage of this procedure is that even participants, who have not been participated in all three tests, contribute to the estimation of the item parameters. To estimate the item difficulties correctly, missing data that arose because participants omitted items were ignored (see also Rose et al. 2010). Once the parameters of the anchor items were estimated on the basis of the virtual persons, they were imported into a three-dimensional Rasch model with the three measurement points as latent variables (see Fig. 6) and fixed for all three measurement points. Thus, the anchor items show the same degree of difficulty at each measurement point and the scales are standardized uniformly.

This step was followed by the estimation of the difficulty parameters of the other items of the respective measurement points in the three-dimensional model. An advantage here is that the difficulty parameters of items that have run in only one or two measurement points are not estimated as a function of all items, but only as a function of the respective items of the same point of measurement. In addition, the double step in the estimation of

TABLE 5

Number of items used in the respective domain

Domain	*MP1*	*MP2*	*MP3*	*Anchor items*
Academic mathematical content knowledge (MCK)	33	39	43	27
Elementary mathematics from an advanced standpoint	22	19	20	19
Mathematical pedagogical content knowledge (MPCK)	47	33	34	31
Total amount of items	102	91	97	77

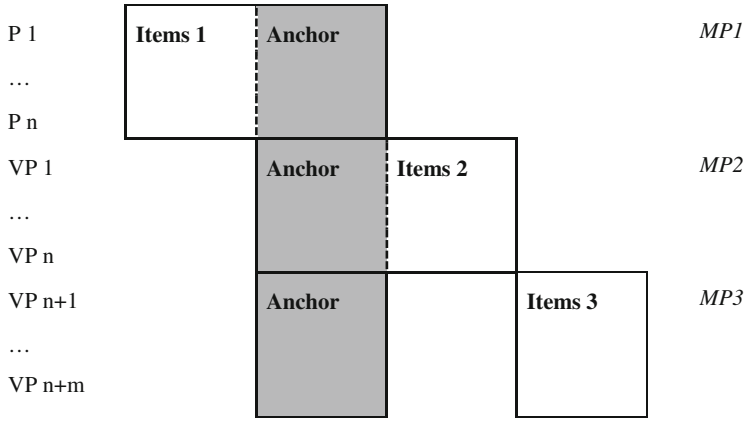


Figure 5. One-dimensional scaling with virtual persons (VP)

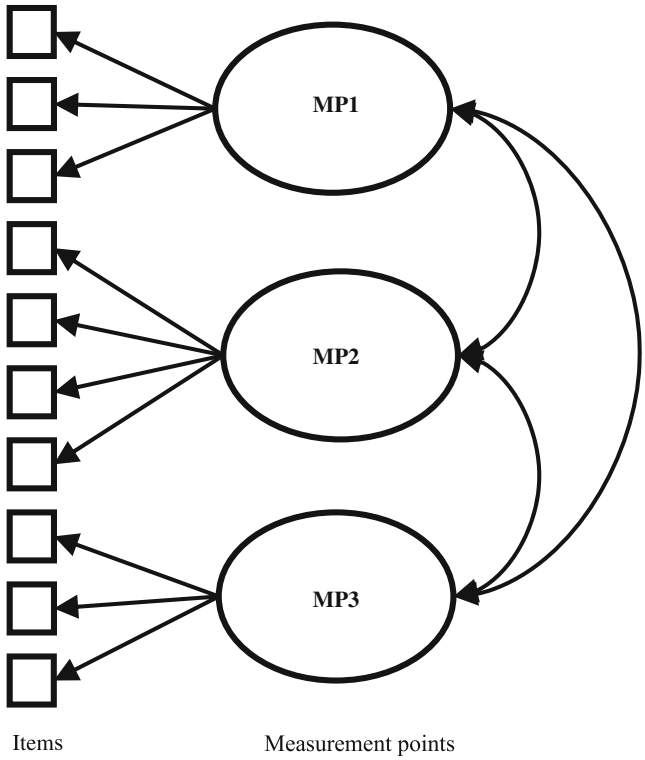


Figure 6. Three-dimensional Rasch scaling with the three measurement points as latent variables

item parameters has the advantage that the reliabilities of the scales can be estimated for each point of measurement. The EAP/PV reliability (expected a posteriori/plausible values) is an indicator for the measurement error-adjusted test reliability: the interpretation in terms of size is comparable with Cronbach's alpha in classical test theory. The reliability of the scales ranges at all three measurement points from acceptable to adequate[3]. An overview is provided in Table 6.

In the following step of the estimation of ability parameters and their distribution in the three-dimensional model, missing data from omitted and not-reached items were treated as wrong answers (for a discussion of this procedure see Rose et al. 2010). Multidimensional IRT models allow a differentiated performance measurement (Walker & Beretvas, 2003). This means that for participants who participated in all three measurement points, three different ability parameters were estimated, each for one specific measurement point. For the estimation and presentation of individual abilities, weighted likelihood estimates (WLE) (Warm, 1989) were applied, which are parameters generated by ConQuest on a logit scale. For a better interpretation, the WLEs of all measurement points were afterwards transformed to an average value of $M = 50$ and a standard deviation of $SD = 10$. The values can be interpreted as follows: If a student teacher reaches a WLE of 50, he or she is given the assumptions of the Rasch model, capable of solving an item of the same difficulty with a 50 % probability of a correct solution. Easier items will be solved correctly at a higher level and more difficult items at a lower probability. Differences between the group means can thus be interpreted as differences in the solution probability.

Results

Structure of the Professional Knowledge

Concerning the structure of the evaluated professional knowledge, which was examined in TEDS-Telekom, a specific structure can be identified.

TABLE 6

Overview of the EAP/PV reliability of the scales

Domain	*MP1*	*MP2*	*MP3*
Academic mathematical content knowledge (MCK)	0.67	0.63	0.57
Elementary mathematics from an advanced standpoint	0.70	0.66	0.63
Mathematical pedagogical content knowledge (MPCK)	0.75	0.65	0.61

The MCK and MPCK correlated to all three measurement points were highly significant. Table 7 gives an overview of the correlations (manifest product–moment correlations of Pearson).

All correlations are positive and of medium height. Apparently our conceptualization of the two mathematical domains entails a close correlation of the academic mathematical content knowledge and the knowledge in elementary mathematics from an advanced standpoint. However, the level of correlation also indicates that they are different facets of knowledge. Although both domains require professional knowledge of mathematics and are evaluated with similar items, the respective knowledge is clearly profiled by specific mathematical content. The correlations between MCK and MPCK indicate that the professional knowledge of prospective mathematics teachers is a construct in which the components mathematical content knowledge and pedagogical content knowledge are closely linked. The thesis that for the solution of MPCK items mathematical knowledge is also used and in parts sufficient can explain the extent of the correlations. Similar results were also found in the "Mathematics Teaching for the 21st Century" study (Schmidt et al. 2011) or TEDS-M (Tatto et al. 2012). The studies revealed a high correlation between mathematical knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics. However, each of the components seems to play an independent role, too.

Development of the Professional Knowledge

A central indicator of the success of the evaluated teacher education programs was the progress of the two groups (MND and MBV) from the first to the third point of measurement—thus, from the beginning of the first semester until the

TABLE 7

Correlations of the different sub-dimensions over time

Correlations		*Elementary mathematics from an advanced standpoint*	*Academic mathematical content knowledge (MCK)*
MP1	MCK	0.60**	
	MPCK	0.63**	0.63**
MP2	MCK	0.56**	
	MPCK	0.50**	0.54**
MP3	MCK	0.54**	
	MPCK	0.47**	0.50**

*$p < 0.05$, **$p < 0.01$, ***$p < 0.001$

end of the fourth semester, compared to the reference groups. For the analysis of the knowledge development, both the performance increase of the distinct groups and the performance differences between the groups were considered. Based on the chosen MIRT approach in the scaling, the person's ability parameters for the different points of measurement can be compared directly. As estimates of change within the individual performance, difference values can be calculated between the separately estimated achievements of the various measurement points (see Hartig & Höhler, 2008).

To investigate the performance increase within the different groups, *t* tests for the respective dependent (paired) samples were conducted distinguishing between the reference groups.[4] For the general knowledge development within the first four semesters, the average individual differences in test performance between the first and third measurement points were tested for significance. Moreover, in order to obtain insight into the detailed knowledge development, the performance increase between the first and second and second and third measurement points was analyzed. The average achievement of the groups, the effect sizes of the changes (Cohen's *d*), and the significances of the *t* tests are displayed in Table 8. General effect sizes > 0.5 are usually interpreted as large, effect sizes of $0.5 - 0.3$ as moderate, and effect sizes of $0.3 - 0.1$ as small (Cohen, 1969). To get information about the differences in the performance increase between the groups, in a second step the performance of the groups was compared using a two-way ANOVA with repeated measures with *measurement* as a three-step within-subjects factor and for *group* as a four-step between-subjects factor.[5] A significant interaction effect between the factor measurement and the factor treatment indicates that the increase of knowledge depends on the group membership. The results of the two-way ANOVA are shown in Table 9. For post hoc multiple pair comparisons between groups, Scheffé's test was used.

Academic Mathematical Content Knowledge (MCK). The identified significant main effect of the measurement factor implies that the performance of the students developed independently from the group membership. All groups were able to improve their performance in the academic mathematical content knowledge over the time covered. But regardless of the time factor, also a significant difference between the groups of prospective teachers and the reference group of non-teaching students could be identified. The non-teaching students always achieved significantly higher levels of attainment than the group of prospective teachers and increased their high entry level during the following two measurement points significantly. None of the groups of the prospective teachers could reach these high levels of attainment. Overall, however, also the prospective teachers of

TABLE 8

Achievements and performance increase in the various knowledge dimensions

		MP1		*MP2*		*MP3*		*MP1 to MP2*			*MP2 to MP3*			*MP1 to MP3*		
Reference groups	*N*	*M*	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*	*d*	*p*	*Sig.*	*d*	*p*	*Sig.*	*d*	*p*	*Sig.*
MCK																
MND	59	52.71	10.55	52.88	9.37	54.72	7.66	0.02	0.885	n.s.	0.21	0.081	n.s.	0.21	0.111	n.s.
MBV	29	47.49	7.06	54.75	7.81	54.03	7.77	0.93	<0.000	***	−0.09	0.602	n.s.	0.83	<0.001	***
Teaching	39	47.64	7.85	53.81	9.42	55.73	7.50	0.71	<0.000	***	0.22	0.123	n.s.	1.05	<0.000	***
Non-teaching	40	57.60	10.30	62.15	10.29	65.88	11.64	0.43	0.002	**	0.30	0.028	*	0.72	<0.000	***
Panel	167	51.78	10.10	55.64	10.00	57.46	9.86	0.38	<0.000	***	0.18	0.006	**	0.56	<0.000	***
Elementary mathematics																
MND	59	51.35	11.32	49.62	10.50	54.48	9.82	−0.15	0.191	n.s.	0.47	0.001	**	0.29	0.029	*
MBV	29	47.89	6.49	50.47	9.40	49.92	8.83	0.28	0.189	n.s.	−0.06	0.765	n.s.	0.23	0.290	n.s.
Teaching	39	51.34	8.85	51.56	9.38	49.86	10.88	0.02	0.874	n.s.	−0.17	0.293	n.s.	−0.15	0.411	n.s.
Non-teaching	40	56.58	8.34	59.25	10.26	63.16	9.65	0.28	0.049	*	0.35	0.013	*	0.71	<0.000	***
Panel	167	52.00	9.73	52.53	10.64	54.64	11.06	0.05	0.533	n.s.	0.19	0.012	*	0.25	0.002	**
MPCK																
MND	59	53.41	10.35	54.31	12.17	56.97	11.06	0.08	0.508	n.s.	0.23	0.048	*	0.33	0.008	**
MBV	29	46.33	7.68	50.37	8.09	52.67	10.26	0.46	0.012	*	0.25	0.126	n.s.	0.65	0.003	**
Teaching	39	48.87	6.33	48.83	9.97	53.94	10.84	−0.04	0.982	n.s.	0.49	0.002	**	0.57	0.003	**
Non-teaching	40	56.85	9.21	57.06	9.49	60.34	11.84	0.06	0.669	n.s.	0.28	>0.050	n.s.	0.31	0.031	*
Panel	167	51.95	9.52	53.01	10.80	56.30	11.31	0.10	0.152	n.s.	0.30	<0.000	***	0.41	<0.000	***

M mean, *SD* standard deviation, *d* Cohen's *d*

*$p<0.05$, **$p<0.01$, ***$p<0.001$

TABLE 9

Results of the two-way ANOVA with repeated measurements

	Measurement				*Group*				*Measurement × group*			
Domain	*F*	*p*	*Sig.*	η_p^2	*F*	*p*	*Sig.*	η_p^2	*F*	*p*	*Sig.*	η_p^2
MCK	40.256	<0.000	***	0.201	14.466	<0.000	***	0.213	4.226	<0.000	***	0.073
Elem. mathematics	4.998	0.007	**	0.030	13.193	<0.000	***	0.198	4.105	0.008	**	0.071
MPCK	17.868	<0.000	***	0.100	8.424	<0.000	***	0.136	0.707	0.644	n.s.	0.010

*$p < 0.05$, **$p < 0.01$, ***$p < 0.001$

the innovative MBV group and the reference group with prospective teachers from traditional programs increased their performance significantly, even with the largest effect sizes. This effect is caused by the high growth in the first two semesters: the performance did not increase significantly in the second two semesters. This also explains the (small) significant interaction effect which indicates that the group membership affects the growth of knowledge: while the knowledge of the group of the prospective teachers did not significantly increase between the second and third measurement points, the knowledge of the non-teacher students continued to grow.

The MND group had better entry conditions than the other teaching groups by the first measurement point, among other factors, caused by the inclusion of advanced students, who already had the academic expertise of the introductory courses. Surprisingly, the prospective teachers of the MND group were not able to significantly increase their performance. The expectation of a measurable learning progress in the area of academic MCK is therefore confirmed by our study; however, only for one of the innovative programs, the MBV program, and subject to the constraint that the prospective teachers of the reference group from traditional programs also showed comparable progress. We therefore assume that the innovative programs only partly succeeded in implementing a special promotion of the acquisition of academic mathematical content knowledge. As illustration, the performance of the different groups is shown in Fig. 7.

Knowledge in Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint. In the area of elementary mathematics from an advanced standpoint, the effect of the group factor indicates significant performance differences between the groups as well. At all measurement points, the non-teaching students showed the best performance and therefore differed significantly from all the other groups, while the teaching groups differed insignificantly from each other. The effect of the factor measurement is only small, which means that the overall performance of the students increased independently from the group membership, but only with a small effect size. The reason for this effect may be seen in the different knowledge development of the groups (the significant interaction effect). The group of non-teaching students improved its performance significantly from measurement point 1 to 3; likewise as in the area of academic MCK with a large effect size, and also the group from one innovative program, the MND group showed a significant performance improvement between the first and third measurement point (but with only a small effect size). However, the reference group of prospective teachers from traditional programs and the innovative MBV group did not show a significant improvement of their knowledge in elementary mathematics from an advanced standpoint. To

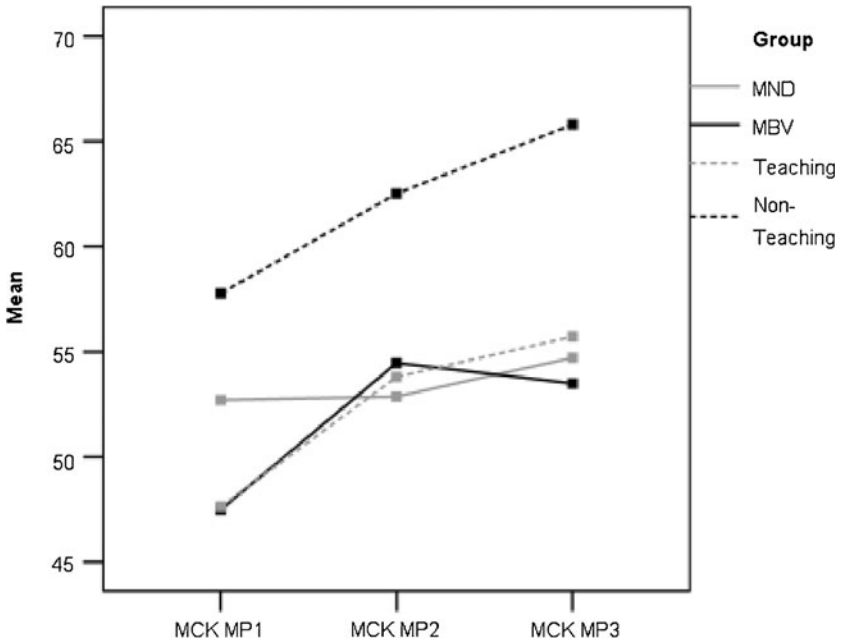


Figure 7. Performance in academic mathematical content knowledge (MCK)

summarize, only for one of the innovative programs, the MND program, could the expected significant learning progress be confirmed in the area of elementary mathematics from an advanced standpoint. However, the achievements at the third measurement point differed insignificantly from the levels of attainment of the reference groups with prospective teachers from traditional programs, so that also in this domain it has to be assumed that the innovative programs achieved again only minor effects. Given the aims of the innovative program MND, which extended the curriculum in Siegen and Giessen by the area of elementary mathematics from an advanced standpoint, this result was not expected. Figure 8 illustrates the performance of the different groups.

Pedagogical Content Knowledge in Mathematics (MPCK). Again, we find significant effects of the measurement factor and the group factor in the area of mathematical pedagogical content knowledge. All reference groups can improve their MPCK over the four semesters significantly; however, significant differences between the groups can be identified at other times. The group of the non-teaching students surprisingly achieved the best results in the area of mathematical pedagogical content knowledge, which differs significantly from the reference group of prospective teachers educated traditionally and the innovative MBV group, but not significantly from the innovative MND group. The pedagogical content knowledge of the non-

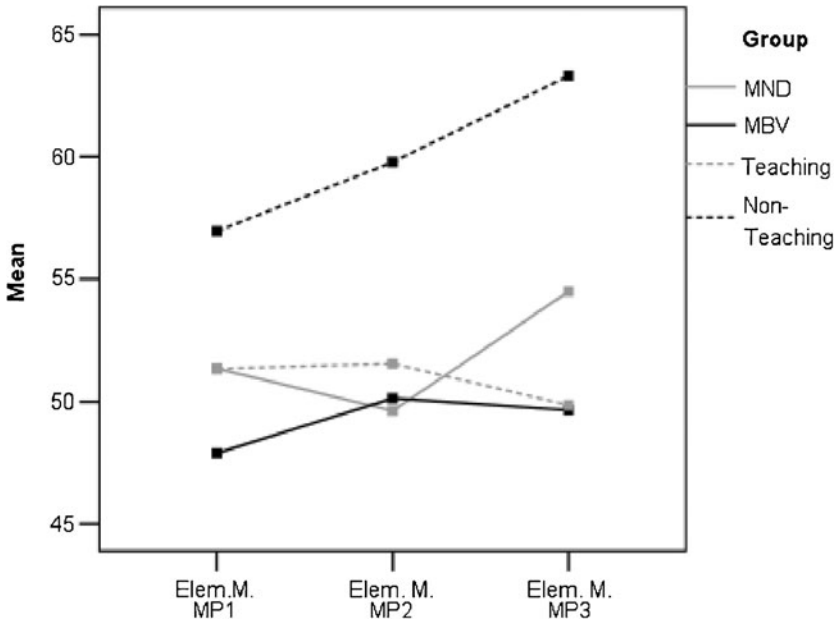


Figure 8. Performance in elementary mathematics from an advanced standpoint

teaching students, which was already high at the first measurement point, could be improved by this group. But as expected, the performance increase in the non-teaching group is one of the lowest considering the effect size, which is surprisingly the same amount as in the MND group. This effect can be explained by the fact that the non-teaching students perceived no learning opportunities in mathematics education during their studies.

The influence of the advanced students from Siegen on the entry achievement of the innovative MND group is also noticeable in the area of pedagogical content knowledge in mathematics. This group already showed, at the first measurement, a higher performance than the other groups of prospective teachers, so that overall the difference to the other innovative group, the MBV group, is also significant. But as mentioned above, surprisingly the other teaching groups show a larger effect size in increase. The MBV group and the reference group with prospective teachers from traditional programs started at the first measurement with a relatively low entry level but increased their knowledge in MPCK even having the largest effect sizes, while the effect of the knowledge increase is relatively low in the MND group. However, a measurable learning progress in this area can therefore be confirmed for both the MND group and the MBV group. Furthermore, the integration of aspects on teaching mathematics seems to have a measurable effect in the MND group. The performance of the different groups can be seen from Fig. 9.

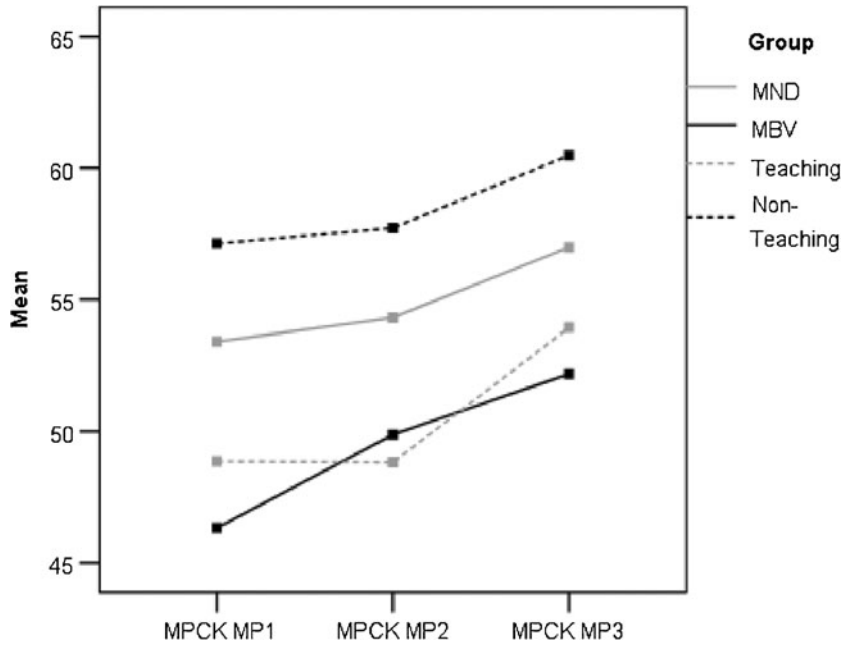


Figure 9. Performance in mathematical pedagogical content knowledge (MPCK)

Discussion

Interpretation of the Results

Our study points out that the groups of prospective teachers from the innovative study programs showed only minor attainment differences to prospective teachers at comparable universities without a specific restructuring of the study program. After four semesters, comparable attainments were achieved, and even the performance increase was similar over the four semesters. However, the extension of the curriculum including the new area of elementary mathematics from an advanced standpoint and an early integration of mathematical pedagogical content knowledge into the study within the innovative program at the universities of Siegen and Giessen—the MND program—seemed to have influenced the performance of their students in these domains. The innovative program at the University of Essen did not include additional specific learning opportunities in didactical or elementary mathematical content areas, and it is therefore not unexpected that their students did not achieve higher levels of attainment in these areas than traditionally taught students at other universities. These results can be interpreted as the positive

and encouraging influence of the restructuring measures, which however, were not as strong as expected.

The performance of the MND and MBV group must on the other hand also be interpreted in the context of the entry requirements of the students. With a much higher percentage of students, who had attended only a basic course in upper secondary level and therefore were less well prepared for the study of mathematics, the groups still achieved respectable results. The students who were not studying to become teachers showed, in all tested knowledge dimensions, the best performance and almost always differ significantly from the prospective teachers. It has to be taken into account that these students were a positively selected group, fundamentally different from the prospective teachers. The excellent performance in mathematics is not surprising because of the high number of opportunities to learn enabling an intensive treatment of mathematics during their studies. The prospective teachers have to study another education subject in addition to their study of mathematics and have to visit courses in the field of pedagogy and didactics, too.

The analysis of the structure of the professional knowledge showed that the knowledge dimensions tested in TEDS-Telekom highly correlate. For the mathematical content dimensions, this was expected, but not for the relationship between the mathematical and the pedagogical content dimensions. In particular, the performance of the non-teaching students in the MPCK shows that the tested knowledge domain of MPCK is not an area in which prospective teachers are able to clearly display their specialized didactical knowledge. Rather, the significant influence of mathematical expertise on the test performance is visible in this domain.

Limitations of the Study

Overall, the good performance of the non-teacher students also leads to the first limitation of the study: The conceptualization and operationalization of the construct of "didactics" or MPCK seems to be too strongly related to mathematics in the TEDS-Telekom study, as was the case within TEDS-M, too. This results in the effect that the non-teaching students were able to solve test items with their mathematical content knowledge. On the one hand, this distortion can hardly be avoided because the items are, due to their origins in the teaching of mathematics, strongly influenced by mathematics and thus depend at least partly on mathematical performance. On the other hand, the strong embedding of MPCK items into mathematics can be overcome by items relating to more general facets of MPCK focusing among other things

on general aspects of mathematics education or rich learning environments as described in Table 1. In follow-up studies, such as the study "Teacher Education and Development Study—Learning to Teach" (TEDS-LT; Buchholtz, Kaiser & Blömeke 2013, in print), it is a focus of the work to design specific didactical test items that are able to separate MPCK from MCK more distinctly. If for example, as in the case of the program MND, restructuring measures of the mathematics teacher training program also extend to the field of pedagogical content knowledge, evaluation studies shall in the future be able to identify effects apart from the field of mathematical knowledge.

A second limitation of the study is the relation of the results to the entire group of students in the panel. The results may therefore only be interpreted with caution. Partly very heterogeneous groups are compared in the analysis, composed of students from different universities or different study programs. We assume that the innovative programs only show effects for a certain group of students such as students with lower entry requirements, or in certain areas such as academic self-efficacy or personally held beliefs, which were not covered by the test, as only the classic belief tests were adapted from TEDS-M, which might not be fine-grained enough. Further qualitative analyses at the level of these personal beliefs and related detailed analyses on academic self-efficacy would be beneficial and yield interesting insight. However, it has to be considered that the cohort sizes in longitudinal studies at the tertiary level are usually very small, so that by the inevitable aggregation of data, individual effects of academic teaching interventions may be obscured. For the same reason, we decided not to analyze the data using multilevel analytical approaches. However, an increase of the sample with correspondingly more universities at the second level would be desirable, so that the multi-level structure in the evaluation of different teacher training programs could also be considered.

Implications for the Teacher Education

Influenced by the intensive debate on these innovative projects, other German universities have recently developed similar programs, which aim to revise the education program for secondary teachers (covering the lower and upper secondary levels). In the light of the results described above, it seems to be highly appropriate to evaluate these projects externally by objective test instruments enriched by qualitative instruments focusing on affective aspects and being more fine-grained.

Further evaluation studies have to consider whether the effects of the improvement of a teacher training program are not limited only to the area of knowledge development, but can also be seen in the light of the students' individual perception of specific institutional conditions, for example, in the areas of the motivation for study, the perception of self-efficacy, or the development of learning strategies. It is also necessary to analyze whether innovative programs have an impact on the drop-out rate at the respective universities. These rates are difficult to sample, but are crucial in the light of the high drop-out rates within these study programs at many German universities.

To ensure that a specific intervention within a teaching program is effective, qualitative studies combined with more quantitatively oriented studies connected to large-scale studies such as the TEDS-Telekom study described above may verify the individual effectiveness of academic teaching changes. Hereby, it is necessary to provide more specific questions taking into account the sustainability of the measures, the institutional framework of the academic teaching changes, and curricular differences between the universities.

Finally, despite the limitations, the TEDS-Telekom study described in this paper identified a central deficit of German teacher education: as the study shows, there are fundamental attainment differences between the teacher students and the non-teaching students. But at most German universities, these different groups of students are taught together in joint lectures and courses based on a long academic tradition, more than 100 years old. Firstly, university lecturers, who in their mathematics courses teach both teacher students and non-teaching students, need to adapt their teaching to this very non homogeneous audience. They need to respect the different entry requirements and academic progress of these groups when mediating mathematical content. Secondly, student teacher should be offered special courses separated from the non-teaching students. Hereby the content of these courses should be well selected and appropriate for studying mathematics for teaching: academic mathematics, elementary mathematics from an advanced standpoint, and the didactics of mathematics should be related to each other and taught at least partly in integrated courses. However, as the results of the evaluation study show, these kinds of measures are not sufficient in order to raise the levels of attainment of the prospective teachers significantly. Further changes focusing on affective aspects such as experiencing self-efficacy seem to be indispensable. Special counseling which offers an early connection to reflective school practice might be highly beneficial too (for the relevance of school practice see König & Blömeke, 2012). The TEDS-Telekom study described above enriched with more fine-grained qualitative instruments would be an adequate instrument to evaluate the efficacy of these more radical changes.

ACKNOWLEDGMENT

The TEDS-Telekom study was supported by the German Telekom Foundation.

NOTES

[1] From an international perspective, this term includes teachers for lower and upper secondary schools or middle and high schools, respectively. They will teach mathematics from grades 5/7 to grade 12 and basic courses as well as advanced courses at upper secondary level.

[2] It must be noted that *elementary mathematics from an advanced standpoint* is a sub-area of mathematics, but, simultaneously, it also develops basic elements for a connection of academic mathematical knowledge and didactics of mathematics in the meaning of the approach of Klein (1932).

[3] Moreover, as expected, the different points of measurement correlate with each other satisfactorily.

[4] The data satisfy the necessary conditions because the distributions of the examined individual differences within the sub-samples do not differ significantly from the normal distribution.

[5] The sphericity of the data was proved by Mauchly's tests on sphericity.

REFERENCES

Ableitinger, C. & Herrmann, A. (2011). *Lernen aus Musterlösungen zur Analysis und Linearen Algebra. Ein Arbeits- und Übungsbuch*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.

Adams, R. J., Wilson, M. R. & Wang, W. (1997). The multidimensional random coefficients multinomial logit model. *Applied Psychological Measurement, 21*, 1–23.

Anderson, L. W. & Krathwohl, D. R. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. New York: Addison-Wesley.

Beutelspacher, A., Danckwerts, R., Nickel, G., Spieß, S. & Wickel, G. (2011). *Mathematik Neu Denken. Impulse für die Gymnasiallehrerausbildung an Universitäten*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.

Blömeke, S. & Delaney, S. (2012). Assessment of teacher knowledge across countries: A review of the state of research. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education, 44*(3), 223–247.

Briedis, K., Egorova, T., Heublein, U., Lörz, M., Middendorff, E., Quast, H. & Spangenberg, H. (2008). *Studienaufnahme, Studium und Berufsverbleib von Mathematikern. Einige Grunddaten zum Jahr der Mathematik. Forum Hochschule Report No. F09/2008*. Hannover: HIS.

Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Straesser & B. Winkelmann (Eds.), *Mathematics didactics as a scientific discipline: The state of the art* (pp. 73–88). Dordrecht: Kluwer.

Buchholtz, N., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2013). Die Erhebung mathematikdidaktischen Wissens - Konzeptualisierung einer komplexen Domäne. To appear in: Journal for Didactics of Mathematics. (in print)

Cohen, J. (1969). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. San Diego: Academic.

Crawford, K., Gordon, S., Nicholas, J. & Prosser, M. (1998). Qualitatively different experiences of learning mathematics at university. *Learning and Instruction, 8*(5), 455–468.

Deiser, O. & Reiss, K. (2013). Knowledge transformation between secondary school and university mathematics. In A. Peter-Koop, S. Rezat & M. Hattermann (Eds.), *Transformation in mathematics education: A new approach*. New York: Springer.

Dieter, M., Brugger, P., Schnelle, D. & Törner, G. (2008). Zahlen rund um das Mathematikstudium—Teil 3. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker Vereinigung, 16*(3), 176–182.

Grigutsch, S., Raatz, U. & Törner, G. (1998). Einstellung gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik, 19*(1), 3–45.

Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary–tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 237–254.

Hartig, J. & Höhler, J. (2008). Representation of competencies in multidimensional IRT models with within-item and between-item multidimensionality. *Zeitschrift für Psychologie, 216*(2), 89–101.

Hartig, J. & Kühnbach, O. (2006). Estimating change using the plausible value technique within multidimensional Rasch-models. In A. Ittel & H. Merkens (Eds.), *Veränderungsmessung und Längsschnittstudien in der Erziehungswissenschaft*. Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.

Heublein, U., Schmelzer, R. & Sommer, D. (2008). *Die Entwicklung der Studienabbruchquote an den deutschen Hochschulen. Ergebnisse einer Berechnung des Studienabbruchs auf der Basis des Absolventenjahrgangs 2006. Project Report 2008*. Hannover: HIS.

Kirsch, A. (1977). Aspekte des Vereinfachens im Mathematikunterricht. *Didaktik der Mathematik, 5*(2), 87–101.

Klein, F. (1932). *Elementary mathematics from an advanced standpoint. Arithmetic, algebra, analysis*. Translated from the third German edition by E. R. Hedrick and C. A. Noble. New York: Macmillan. (Originally published in German in 1905)

KMK = Conference of [State] Ministers of Education and Cultural Affairs (2011). Lehrereinstellungsbedarf und Lehrereinstellungsangebot in der Bundesrepublik Deutschland. Modellrechnung 2010–2020. Retrieved February 14. 2013, from http://www.kmk.org/fileadmin/pdf/Statistik/BERICHT_MODELLRECHNUNG_online.pdf.

Köller, O., Baumert, J. & Schnabel, K. (1999). Wege zur Hochschulreife. Offenheit des Systems und Sicherung vergleichbarer Standards. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 2*(3), 385–422.

König, J., Blömeke, S., Paine, L., Schmidt, W. H. & Hsieh, F.-J. (2011). General pedagogical knowledge of future middle school teachers: On the complex ecology of teacher education in the United States, Germany, and Taiwan. *Journal of Teacher Education, 62*(2), 188–201.

König, J. & Blömeke, S. (2012). Future teachers' general pedagogical knowledge from a comparative perspective: Does school experience matter? *ZDM—The International Journal on Mathematics Teacher Education, 41*(3), 341–354.

Rasch, G. (1960). *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. Copenhagen: Danish Institute for Educational Research.

Reckase, M. D. (2009). *Multidimensional item response theory*. New York: Springer.
Richardson, V. (1996). The role of attitudes and beliefs in learning to teach. In J. Sikula, T. Buttery & E. Guyton (Eds.), *Handbook of research on teacher education* (2nd ed., pp. 102–119). New York: Macmillan.
Rose, N., von Davier, M. & Xu, X. (2010). *Modeling nonignorable missing data with item response theory (IRT). ETS Research Report No. 10–11*. Princeton: ETS.
Rost, J. (2004). *Lehrbuch Testkonstruktion Testtheorie* (2nd ed.). Bern: Huber.
Schmidt, W. H., Blömeke, S. & Tatto, M. T. (2011). *Teacher education matters. A study of the mathematics teacher preparation from six countries*. New York: Teacher College Press.
Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4–14.
Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1–22.
Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S. L., Ingvarson, L., Rowley, G., Peck, R., Bankov, K., Rodriguez, M. & Reckase, M. (2012). *Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics in 17 countries. Findings from the IEA Teacher and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).
Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S., Ingvarson, L., Peck, R. & Rowley, G. (2008). *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics. Conceptual framework*. East Lansing, MI: Teacher Education and Development International Study Center, College of Education, Michigan State University.
Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127–146). New York: Macmillan.
Walker, C. M. & Beretvas, S. N. (2003). Comparing multidimensional and unidimensional proficiency classifications. Multidimensional IRT as a diagnostic aid. *Journal of Educational Measurement, 40*(3), 255–275.
Warm, T. A. (1989). Weighted likelihood estimation of ability in item response models. *Psychometrika, 54*(3), 427–450.
Weinert, F. E. (2001). Concept of competence: A conceptual clarification. In D. S. Rychen & L. H. Salganik (Eds.), *Defining and selecting key competencies* (pp. 45–65). Seattle: Hogrefe & Huber.
Wood, L. (2001). The secondary–tertiary interface. In D. Holton (Ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI study* (pp. 87–98). Dordrecht: Kluwer.
Wu, M., Adams, R. & Wilson, M. (1998). *ACER ConQuest. Generalised item response modelling software*. Melbourne: Acer.

Nils Buchholtz and Gabriele Kaiser
Department of Education 05 – Mathematics Didactics, Faculty of Education, Psychology and Human Movement
University of Hamburg
Hamburg, Germany
E-mail: Nils.Buchholtz@uniamburg.de
E-mail: Gabriele.Kaiser@uni-hamburg.de

3.4 Darlegung des eigenen Anteils an der Teilstudie[5]

Die Projektverantwortlichen der Teilstudie 2 sind Prof. Dr. Sigrid Blömeke und Prof. Dr. Rainer Lehmann von der Humboldt-Universität zu Berlin, Prof. Dr. Gabriele Kaiser von der Universität Hamburg und Prof. Dr. Hans-Dieter Rinkens von der Universität Paderborn. Der Verfasser war allerdings bei der Konzeption, Durchführung und Berichtsabfassung der Studie maßgeblich beteiligt, insbesondere betrifft dies im Bereich der Konzeption die Auswahl und Entwicklung von Testitems zum mathematischen und mathematikdidaktischen Wissen, die innerhalb der Studie zum Einsatz kamen, die Diskussion und Überarbeitung der Items auf Grundlage der abgehaltenen Expertenworkshops sowie die Fragebogenerstellung für die drei Messzeitpunkte der Studie. Der Verfasser war mit der Organisation und Durchführung der Haupterhebungen der Studie in Gießen, Siegen, Duisburg-Essen, Bielefeld und Paderborn beauftragt. Hierunter fallen die Organisation von Testsitzungen, Druck und Administration von Fragebögen, die Verfassung von Lösungsschlüsseln und Kodierleitfäden, mit dem die Fragebögen ausgewertet werden konnten, aber auch die Planung und Durchführung von Interviews, die ergänzend zu den Fragebogenerhebungen durchgeführt wurden, auf deren Ergebnisse im Rahmen dieser Dissertation aber nicht weiter eingegangen wird. Vor Ort erfolgte die Unterstützung durch Kolleginnen und Kollegen aus der Mathematikdidaktik. Die anschließende Codierung der Fragebögen wurde vom Verfasser in der Regel mit studentischen Hilfskräften oder Björn Schwarz gemeinsam durchgeführt, im Anschluss wurden die codierten Daten durch den Verfasser in einem gemeinsamen Datensatz in der Software SPSS aufbereitet. Die längsschnittliche Item-Skalierung mit Hilfe der Software *ConQuest* 2.0 (Wu, Adams & Wilson, 1998) wurde für die Studie von Ute Suhl durchgeführt und im Anschluss noch einmal vom Verfasser, um die Ergebnisse der Item-Skalierungen noch einmal zu bestätigen. Der Verfasser hat während des laufenden Forschungsprojekts verschiedene Projektberichte verfasst, die der Deutschen Telekom Stiftung als Evaluationsberichte zugänglich gemacht wurden.

Einen Erstentwurf der Publikation der Forschungsergebnisse in der englischsprachigen Zeitschrift *International Journal of Science and Mathematics Education* hat der Verfasser eigenständig verfasst. Einige wenige Abschnitte, die im Folgenden angeführt werden, entstammen dabei anderen Arbeiten: Die Items in Figure 2 und 4 entstammen der TEDS-M 2008 Studie (mit Genehmigung). Umfangreiche Überarbeitungen im Prozess der

[5] Pflicht gem. §7 Absatz 3 Promotionsordnung der Fakultät EPB für die Fächer Erziehungswissenschaft und Bewegungswissenschaft der Universität Hamburg

gemeinsamen Weiterentwicklung der Publikation erfolgten durch Gabriele Kaiser und Sigrid Blömeke, die sich allerdings nicht an einzelnen Abschnitten festmachen lassen sondern sich auf sprachliche Änderungen, textliche Umstrukturierungen und ergänzende Passagen beziehen.

4 Dritte Teilstudie

4.1 Die interdisziplinäre Teilstudie TEDS-LT

4.1.1 Die Mathematiklehramtsausbildung zwischen Professionalisierung und Polyvalenz

Der Bologna-Prozess – genauer die Schaffung eines einheitlichen europäischen Hochschulraums, die mit der Unterzeichnung der Bologna-Deklaration von 29 europäischen Bildungsministern seit 1999 anvisiert wird – führte auch innerhalb der deutschen Lehramtsausbildung in den letzten Jahren zu tiefgreifenden Veränderungen. Der Kerngedanke der Entwicklung eines gestuften Studiensystems in Gestalt eines Bachelor- und Masterstudiums (BA/MA) ist mittlerweile an vielen deutschen Hochschulen auch im Lehramtsbereich umgesetzt, wenngleich die Struktur des grundständigen Staatsexamens immer noch präsent und in einigen Bundesländern sogar weiterhin verpflichtend ist (vgl. Bellenberg & Reintjes, 2010). Eine weitere Veränderung – die allerdings kein explizites Ziel der Bologna-Reform war, sondern sich im Zuge der Umsetzungsbeschlüsse der KMK ergab – ist die vielerorts mittlerweile fortgeschrittene Modularisierung des Lehramtsstudiums; d.h. eine stärkere Zusammenlegung von einzelnen Lehrveranstaltungen zu größeren Lehreinheiten, die wie Bausteine aufeinander aufbauen können, um das Curriculum stärker zu verzahnen, gegebenenfalls nötige Hochschulwechsel zu vereinfachen und eine stärkere Vergleichbarkeit zwischen unterschiedlichen Standorten herzustellen. Im Wesentlichen hatte dies zur Folge, dass Studierende im Sinne einer formativen Leistungsbewertung prüfungsrelevante Leistungen stärker studienbegleitend statt ausschließlich am Ende ihres Studiums erbringen müssen (ebd., S. 18). Die Studierenden stehen dabei wegen der Stofffülle, die in kurzer Zeit bewältigt werden muss, insbesondere bereits in der Studieneingangsphase unter verschärftem Leistungsdruck (für eine differenzierte und kontroverse Betrachtung des Leistungsdrucks im Bachelorstudium vgl. Darnstädt, 2010 und Bargel, Multrus, Ramm & Bargel, 2009).

Die für die Lehramtsausbildung vielfach geforderte Polyvalenz von Bachelorstudiengängen (HRK, 2006) hatte zur Folge, dass im Zuge der Umstellung des Studiengangs auf Bachelor- bzw. Masterstudium den Großteil des Bachelorstudiums nun insbesondere fachliche Lehrveranstaltungen ausmachen, während erziehungswissenschaftliche Anteile größtenteils in das Masterstudium verschoben wurden. Die Dominanz der fachwissenschaftlichen Ausbildung in der Studieneingangsphase innerhalb

der neuen Struktur sollte allerdings hinsichtlich der Angemessenheit für die beruflichen Anforderungen von zukünftigen Lehrerinnen und Lehrern hinterfragt werden (vgl. auch Kricke & Reich, 2011), denn überdies bestehen auch keine einheitlichen Richtlinien über den Umfang und den Zeitpunkt der zu belegenden fachdidaktischen Lehrveranstaltungen, so dass eine Verzahnung von fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Ausbildungsanteilen im Sinne der Modularisierung vielerorts nicht gegeben ist. Einer Umfrage des HIS (2006) zufolge, die einen Modellversuch zur gestuften polyvalenten Studienstruktur in Lehramtsstudiengängen an der Universität Bochum evaluierte (die fachdidaktischen Studienanteile fanden dabei ausschließlich im Masterstudium statt), schätzen die Studierenden den Umfang der fachdidaktischen Ausbildung generell als zu gering ein (ebd., S. 55), aber auch die fehlende Verzahnung zum Fachwissen im Bachelorstudium sei ein Grund der Beanstandung: „Sie [die Studierenden] vermissen die Möglichkeit, sich für den Lehrerberuf zu einem frühen Zeitpunkt im Studium gezielt qualifizieren zu können. Aus Sicht dieser Studierenden werden im Bachelorstudium nicht genügend Angebote für ihre Option Lehramt gemacht, um sich frühzeitig professionalisieren zu können“ (HIS, 2006, S. 46). Bauer, Diercks, Retelsdorf, Kauper, Zimmermann et al. (2011) zeigten in einem Vergleich von lehramtsspezifisch-professionsqualifizierten und polyvalenten Studiengängen, dass insbesondere bei Hochschulen mit polyvalenten Studienstrukturen für die gymnasiale Lehramtsausbildung vergleichsweise wenig professionsbezogene Studienanteile (Umfang an fachdidaktischen und bildungswissenschaftlichen Lehrveranstaltungen, Schulpraktika) verbindlich vorgeschrieben sind. Sie wiesen in diesem Zusammenhang darauf hin, dass sich die neue Struktur damit in einem Spannungsfeld zwischen den Forderungen nach fachlich orientierter Polyvalenz einerseits und der frühen Professionalisierung im Sinne einer Integration fachlicher, fachdidaktischer und pädagogischer Studienanteile andererseits (vgl. auch Fried, 2004; KMK, 2005) befinde.

Bisherige empirische Befunde zum professionellen Wissen von angehenden Lehrkräften geben Anlass, vor allem die fachdidaktischen Ausbildungsanteile im Lehramtsstudium (Zeitpunkt, Umfang, Verzahnung zur fachlichen Ausbildung) in diesem Zusammenhang weiter zu diskutieren. So diagnostizierte TEDS-M 2008 den deutschen Gymnasiallehrkräften zwar ein „vertieftes curriculares, planungsbezogenes und interaktionsbezogenes Wissen zum Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I“ (Blömeke, Kaiser, Döhrmann & Lehmann, 2010, S. 232). Die Ergebnisse müssen aber auch hier wieder studiengangspezifisch betrachtet werden: Während sich rund 80 Prozent der angehenden Gymnasiallehrkräfte auf dem erhöhten Kompetenzniveau II befinden (zu den fachdidaktischen Niveaus im Detail siehe

ebd., S. 232 ff.), sinkt der Anteil auf diesem Niveau bei Lehrkräften für die Primar- und Sekundarstufe I bzw. reine Sekundarstufe I auf etwa 50 Prozent. Inhaltlich bedeutet das, dass – verlässt man den Gymnasialbereich – etwa jede zweite untersuchte angehende Lehrkraft „über ein eher geringes mathematikdidaktisches Wissen verfügt, also bereits deutliche Schwierigkeiten mit Aufgaben wie der Bestimmung des zur Einführung der Lösungsformel für quadratische Gleichungen nötigen Vorwissens der Lernenden hat“ (ebd., S. 234). Angesichts der derzeitigen Schwerpunktverschiebung der Studieninhalte durch die Umstellung der Lehramtsstudiengänge auf BA/MA (mehr Fachwissen in kürzerer Studienzeit) sind diese Ergebnisse – vor allem an Hochschulen mit polyvalenten Studiengängen – beunruhigend. Obwohl das Studium der ohnehin schon geringeren fachdidaktischen Ausbildungsanteile im Primar- und Sekundarstufen I-Bereich in der Regel noch einen höheren Stellenwert besitzt, als dies für den Bereich der Sekundarstufe I/II der Fall ist (vermutlich ist dafür der höhere Anteil der didaktischen Ausbildung für den Grundschulbereich verantwortlich, vgl. Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak, 2011), sind die Sekundarstufen I-Lehramtsstudierenden vielfach nicht in der Lage, elementare fachdidaktische Aufgaben aus TEDS-M 2008 zu bewältigen.

So fordern aktuelle Auseinandersetzungen mit dem Thema Lehramtsausbildung denn auch weiterhin die Stärkung professionsbezogener Studienanteile. Eine vom Land Baden-Württemberg jüngst einberufene Expertenkommission um Jürgen Baumert zur Weiterentwicklung der Lehrerbildung insistiert auf der Integration professionsbezogener Aspekte im Lehramtsstudium: „Die drei Bereiche [fachwissenschaftliche, fachdidaktische und bildungswissenschaftliche Ausbildung] müssen in ein Verhältnis gebracht werden, d.h. es müssen Konzepte bestehen, welcher Bereich den Erwerb welcher Kompetenzen fördert und wie viel Anteil am Gesamtcurriculum dafür notwendig ist. Zu diesem Konzept gehört auch die engere Verzahnung der drei Studienbereiche. Wissen, das „kompartmentalisiert“, also mit wenigen Verbindungen zum Handlungsfeld gespeichert ist, kann in Handlungssituationen schlecht abgerufen und angewendet werden. Die ‚mangelnde Verzahnung‘ von Fachwissenschaften, Fachdidaktiken und Bildungswissenschaften ist aber eines der am häufigsten (und am berechtigtsten) vorgebrachten Monita an der Lehrerbildung“ (MWK, 2013, S. 41 f.). Die *Gemeinsame Kommission Lehrerbildung* der DMV, GDM und MNU (2013) äußerte sich ebenfalls jüngst kritisch zu lokalen hochschulpolitischen Erwägungen, die Studiengänge Sekundarstufen I-Lehramt und Sekundarstufen I/II-Lehramt im Fach Mathematik miteinander zu verschmelzen und damit die Leistungsanforderungen an Lehramtsstudierende des Sekundarstufen I-Lehramts im Fachwissen weiter zu erhöhen und so

indirekt Ressourcen für die fachdidaktische Ausbildung vor allem im Sekundarstufen I-Bereich abzubauen. So berge die Verschmelzung der Studiengänge „die kaum zu vermeidende Gefahr, den spezifischen Anforderungen einer professionellen Expertise für unterschiedliche Schülergruppen in Zukunft nicht gerecht zu werden. […] Die spezifischen Anforderungen dieser Schülergruppe [Risikoschülerinnen und –schüler] kann nur bedienen, wer ein fundiertes mathematikdidaktisches Wissen über typische Schwierigkeiten und Förderansätze sowie eine tiefgreifende diagnostische Kompetenz erworben hat“ (DMV, GDM & MNU, 2013, S. 44). Insbesondere pädagogisch-diagnostische Studieninhalte kommen in der fachdidaktischen Ausbildung von Mathematiklehramtsstudierenden der Sekundarstufe I zu kurz. Entweder fehlen entsprechende Lehrveranstaltungen, die verstärkt mathematikdidaktisch-pädagogische Aspekte thematisieren, oder fachdidaktische Lehrveranstaltungen sind durch die traditionelle „Stoffdidaktik“ (vgl. Jahnke, 1998; Blum und Henn, 2003; Steinbring, 2011) geprägt, die stärker am mathematischen Fachwissen orientiert ist. Die Expertenkommission urteilt ähnlich und sieht einen steigenden Bedarf an der Vermittlung fachdidaktisch-pädagogischer Lehrinhalte: „In allen Lehrämtern ist ein vergleichbarer Umfang an fachdidaktischen Studien pro Fach bzw. Lernbereich zu verankern, der den anspruchsvollen und bedeutsamen Kompetenzen in diesem Bereich gerecht wird. […] Zudem sind insbesondere die Anforderungen des Umgangs mit ‚Heterogenität‘ und der Inklusion in den Blick zu nehmen – beispielsweise in Bezug auf fachdidaktisch akzentuierte Diagnostik und Förderung“ (MWK, 2013, S. 43).

Die Vermittlung von entsprechenden Lehrinhalten ist zwar seit jeher Bestandteil mathematikdidaktischer Lehrveranstaltungen, dennoch besteht hinsichtlich der Frage, welches fachdidaktische Wissen angehende deutsche Mathematiklehrkräfte in ihrem Studium erwerben, weiterhin Forschungsbedarf (vgl. zur aktuellen Diskussion Hefendehl-Hebeker, 2013). Blum, Krauss und Neubrand (2011) explizieren dabei den Wunsch nach alternativen Konzeptualisierungen und Weiterentwicklungen der Konstrukte fachdidaktisches Wissen und Fachwissen: „Insbesondere erwünscht sind dabei Wissensfacetten, die deutlich näher am tatsächlichen unterrichtlichen Lehrerhandeln sind [...].“ (S. 339). Insbesondere kann durch empirisch gesicherte Forschungsergebnisse langfristig zu einer Verbesserung der fachdidaktischen Lehramtsausbildung innerhalb der neuen BA/MA-Struktur beigetragen werden. Rückblickend auf die Ergebnisse von TEDS-M 2008 mögen die Leistungen der angehenden Gymnasiallehrkräfte in diesem Zusammenhang zwar beruhigen, aber Unklarheit besteht darüber, warum die angehenden (Primar- und) Sekundarstufen I-Lehrkräfte so schlecht abschnitten, und ob diese Lehramtsstudierenden in den von ihnen besuchten

fachdidaktischen Veranstaltungen nicht möglicherweise andersartiges Wissen erworben haben, das bisherige Testinstrumente noch nicht valide genug erfassen (vgl. hierzu auch die Ansätze zur Erhebung fachdidaktischen Wissens von Bausch & Bruder, 2013; und die Diskussion um den fachdidaktischen Gehalt der in TEDS-M 2008 eingesetzten Testitems bei Döhrmann, Kaiser & Blömeke, 2012). Dabei gerät auch insbesondere das Verhältnis zwischen stoffdidaktischen und mathematikdidaktisch-pädagogischen Anteilen innerhalb fachdidaktischer Lehrveranstaltungen in den Blick.

4.1.2 Die Teilstudie und die Perspektive des interdisziplinären Vergleichs

Die Teilstudie TEDS-LT (*Teacher Education and Development Study – Learning to Teach*) nimmt u.a. bei diesen Unklarheiten ihren Ausgangspunkt. Die Studie untersuchte die Entwicklung professioneller Kompetenzen von Sekundarstufen I und I/II-Mathematiklehramtsstudierenden aus einer interdisziplinär-fachdidaktischen Perspektive im Zusammenhang mit Deutsch- und Englischlehramtsstudierenden. Ein Schwerpunkt der vom BMBF geförderten Studie lag darin, die Kompetenzentwicklung im Übergang zwischen Bachelor- und Masterstudium zu untersuchen, wobei ebenfalls wie in der Teilstudie TEDS-Telekom eine längsschnittliche Perspektive auf die Erfassung des Lehrerprofessionswissens eingenommen wurde. TEDS-LT versteht sich als eine nationale Erweiterung zu TEDS-M 2008 und wurde im Zeitraum von Oktober 2008 bis November 2011 (mit Fortsetzung bis Ende 2012) von einem Konsortium aus Fachdidaktikerinnen und Fachdidaktikern der Fächer Deutsch, Englisch und Mathematik sowie Erziehungswissenschaftlerinnen und Erziehungswissenschaftlern an acht verschiedenen deutschen Hochschulen durchgeführt.

Methodisch kamen in der TEDS-LT Studie quantitativ orientierte IRT-skalierte Fragebögen zum Einsatz, die das domänenspezifische Fachwissen, das fachdidaktische Wissen und das fachübergreifende pädagogische Wissen der Lehramtsstudierenden zu zwei Messzeitpunkten (3.-5. Semester und 6.-8. Semester) standardisiert erhoben. Die Fragebögen ermöglichten durch auf die unterschiedlichen Studiengänge abgestimmte Inhalte sowie eine breite Verankerung von Testitems spezifische Auswertungen in der Unterscheidung zwischen den Leistungen der Lehramtsstudierenden für das Lehramt an Grund-, Haupt- und Realschulen (GHR) bzw. der Sekundarstufe I und für das Lehramt an Gymnasien und Gesamtschulen (GyGS) bzw. der Sekundarstufe I/II. Auf diese Weise konnte innerhalb der Teilstudie TEDS-LT auch eine studiengangspezifische Perspektive bei der Erhebung von Lehrerprofessionswissen bei Mathematiklehramtsstudierenden eingenommen werden (für

Details zu Anlage und Methodik der Studie vgl. Blömeke, Bremerich-Vos, Haudeck, Kaiser, Nold et al., 2011 und Blömeke, Bremerich-Vos, Kaiser, Nold et al., 2013). Dies führte u.a. bei der Auswertung der Daten der TEDS-LT Studie zu der Entwicklung neuer konzeptioneller Ansätze bei der Erhebung von mathematikdidaktischem Professionswissen, die eine wichtige Erweiterung der Forschungsergebnisse von TEDS-M 2008 darstellen (für Details siehe Buchholtz, Kaiser & Blömeke, 2014).

4.1.3 Fragestellungen der Teilstudie

Für die übergeordnete Fragestellung der Erweiterung der bisherigen Ansätze zur Messung von Lehrerprofessionswissen im Fach Mathematik spielen u.a. folgende Fragestellungen der Teilstudie eine Rolle:

- *Wie entwickelt sich das mathematische und mathematikdidaktische Professionswissen von Lehramtsstudierenden beim Übergang vom Bachelor- ins Masterstudium?*

- *Worin bestehen Möglichkeiten zur Verbesserung der empirischen Erhebung von Lehrerprofessionswissen im Fach Mathematik, vor allem im Kontext eines interdisziplinär-fachdidaktischen Vergleichs?*

- *Welche strukturellen Zusammenhänge bestehen zwischen dem Fachwissen und dem fachdidaktischem Wissen von Lehramtsstudierenden im Bachelor und im Masterstudium und lassen sich diese Zusammenhänge bzw. deren Veränderungen erklären?*

- *Wie sind die Leistungen der Studierenden im interdisziplinären sowie studiengangspezifischen Vergleich einzuschätzen? Können durch die Ergebnisse der Studie individuelle Stärken und Schwächen der Studiengänge identifiziert werden?*

4.1.4 Publikationen

Im Rahmen der Studie sind bislang zwei Buchpublikationen entstanden, die die Forschungsergebnisse beider Messzeitpunkte der Studie im Verbund darstellen (Blömeke, Bremerich-Vos, Haudeck et al., 2011; Blömeke, Bremerich-Vos, Kaiser et al., 2013). Im

Rahmen dieser Dissertation sind zwei Kapitel dieser Buchpublikationen relevant (Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak, 2011, vgl. Abschnitt 4.3, sowie Buchholtz & Kaiser, 2013a, vgl. Abschnitt 4.4). Auch eine spezielle mathematikdidaktische Publikation (Buchholtz, Kaiser & Blömeke, 2014) geht in die Dissertation ein (vgl. Abschnitt 4.5). Im Folgenden sollen die Publikationen vorgestellt werden, dabei werden der Vollständigkeit halber auch zwei weitere Veröffentlichungen angeführt, die im Rahmen der Studie entstanden sind, jedoch nicht mit in die Dissertation eingehen.

Im Buchkapitel Buchholtz, Kaiser und Stancel-Piątak (2011) wird die Studie vorgestellt und es werden die Ergebnisse des ersten Messzeitpunkts berichtet (vgl. Abschnitt 4.3). Ausführlich werden der theoretische Rahmen der Studie, das Anknüpfen an die Studie TEDS-M 2008 und das Design der Studie vorgestellt. Dabei stehen die inhaltliche und kognitive Ausdifferenzierung sowie die Validität der eingesetzten Tests im Vordergrund. In einem gesonderten Abschnitt werden die Stichprobeninformationen der 500 Mathematiklehramtsstudierenden der 1568 Studierenden, die insgesamt am ersten Messzeitpunkt von TEDS-LT teilgenommen haben, beschrieben (demographische Angaben und kognitive Eingangsvoraussetzungen, die auch in der Teilstudie TEDS-Telekom vorgestellt wurden) sowie eine detaillierte standortspezifische Analyse der fachdidaktischen Lerngelegenheiten. Im Ergebnisteil des Buchkapitels werden das Vorgehen und die empirischen Kennwerte der Skalierung der Items in den untersuchten Skalen zum Fachwissen und zum fachdidaktischen Wissen vorgestellt (das pädagogische Wissen wurde gesondert ausgewertet). Weiterhin werden für jede untersuchte Wissensdimension Beispielitems mit entsprechenden empirisch ermittelten Kennwerten und Lösungshäufigkeiten beschrieben. Die Items wurden dabei anhand der Schwierigkeit gruppiert. Die Korrelationen zwischen den unterschiedlichen Wissensdimensionen zeigen insbesondere einen hohen Zusammenhang zwischen dem Fachwissen und dem fachdidaktischen Wissen, auf den in Buchholtz und Kaiser (2012, 2013a) und Buchholtz, Kaiser und Blömeke (2014) noch einmal gesondert eingegangen wird. Die studiengangspezifischen Ergebnisse des ersten Messzeitpunkts, die im Anschluss beschrieben werden, zeigen systematisch signifikante Mittelwertdifferenzen zwischen GHR- und GyGS-Studierenden zugunsten der letzteren.

Buchholtz und Kaiser (2012) stellen den in Studien wie TEDS-M 2008 oder COACTIV ermittelten starken Zusammenhang zwischen dem mathematischen Fachwissen und dem fachdidaktischen Wissen erstmals in Frage. Neben einer kurzen Einleitung, in der die Studie TEDS-LT vorgestellt wird, schildern sie auch erste Informationen über die Stichprobe des zweiten Messzeitpunkts von TEDS-LT. Der Beitrag ist inhaltlich mehr auf die Frage der

generellen Abhängigkeit empirisch ermittelter Zusammenhänge von der Konzeptualisierung der mathematikdidaktischen Wissensdomäne innerhalb von large-scale Untersuchungen dieser Art ausgerichtet. Neben ersten vermuteten Ursachen für den starken geschilderten Zusammenhang zwischen Fachwissen und fachdidaktischem Wissen werden alternative Operationalisierungsmöglichkeiten geschildert, die in der Studie TEDS-LT zum zweiten Messzeitpunkt berücksichtigt wurden. Ein besonderer Fokus wird daher auf die bereits in Buchholtz, Kaiser und Stancel-Piątak (2011) beschriebene Konzeptualisierung des mathematikdidaktischen Wissens anhand vierer mathematikdidaktischer Perspektiven[6] gelegt.

Das Buchkapitel Buchholtz und Kaiser (2013a) greift diese Thematik ebenfalls auf, ist jedoch in erster Linie auf die deskriptiven Befunde der Auswertung des zweiten Messzeitpunktes von TEDS-LT ausgelegt (vgl. Abschnitt 4.4), welcher insbesondere einen Schwerpunkt auf die Entwicklung des fachdidaktischen Wissens der Studierenden legte. Die interdisziplinär ausgerichteten Interpretationen der Ergebnisse des ersten Messzeitpunktes von TEDS-LT wiesen darauf hin, dass der Zusammenhang zwischen Fachwissen und fachdidaktischem Wissen in den Fächern Deutsch und Englisch deutlich niedriger ausgeprägt zu sein scheint, als dies im Fach Mathematik der Fall ist. Aus diesen Befunden wurden Überlegungen zur Untersuchung des fachdidaktischen Wissens zum zweiten Messzeitpunkt entwickelt, von denen im Buchkapitel berichtet wird. Neu war in diesem Bereich die Modellierung von zwei unterschiedlichen mathematikdidaktischen Subdimensionen („Stoffdidaktisches Wissen“ und „Erziehungswissenschaftlich-psychologisches Wissen“), deren inhaltliche Ausprägung in der Erhebung unter Rückgriff auf die Theorie zum Gegenstandsbereich der Mathematikdidaktik sowie unter Verweis auf die Ergebnisse vorausgegangener Studien in diesem Bereich ausführlich beschrieben und begründet wird. Ein weiterer Abschnitt der Publikation beschreibt das Testdesign und die Veränderungen, die sich durch die Schwerpunktverschiebung der Untersuchung ergaben. Ausführlich wird hier auch das Vorgehen der Datenauswertung und der gemeinsamen Skalierung der Items des ersten und zweiten Messzeitpunktes beschrieben. Um die aus den Items gebildeten Skalen zu illustrieren – und insbesondere, um die beiden mathematikdidaktischen Subdimensionen voneinander abzugrenzen bzw. zu kontrastieren – werden weitere Itembeispiele mit den entsprechenden Kennwerten und Lösungshäufigkeiten angeführt. Auch die bereinigte Stichprobe der 602 Mathematiklehramtsstudierenden, die am zweiten Messzeitpunkt von TEDS-LT teilgenommen haben, wird studiengangspezifisch differenziert und hinsichtlich

[6] Die Konzeptualisierung geht auf Vorarbeiten von Gabriele Kaiser und Björn Schwarz zurück.

demographischer Angaben analysiert. Da jedoch nur etwa 10% der Studierenden des ersten Messzeitpunkts erneut an der Studie teilgenommen hatten, besteht bzgl. der längsschnittlichen Perspektive der Teilstudie generell die Einschränkung, dass statt eines echten Längsschnitts nur additive Querschnitte im Sinne einer Trendstudie betrachtet werden können und die Ergebnisse zur Entwicklung des Lehrerprofessionswissens innerhalb der BA/MA-Struktur nur eingeschränkt interpretierbar sind. Der Ergebnisteil der Publikation beschäftigt sich ausführlich mit dem Skalierungsvorgehen, bei dem in diesem Fall durch die Multidimensionalität im Bereich des mathematikdidaktischen Wissens komplexere Skalierungsmodelle der IRT zum Einsatz kamen (MIRT; Reckase, 2009, Hartig & Höhler, 2010; Adams, Wilson & Wang, 1997; Blömeke, Houang & Suhl, 2011); entsprechende Skalenreliabilitäten und die Verteilung der Itemschwierigkeiten werden im Anschluss daran geschildert. Weitere Ergebnisse sind auch hier struktureller Art, indem die Korrelationen der unterschiedlichen Wissensdimensionen betrachtet werden. Ferner werden studiengangspezifische und messzeitpunktspezifische Ergebnisse der untersuchten Studierenden berichtet, die die Vermutung stützen, dass die zum ersten Messzeitpunkt entdeckten Leistungsunterschiede zwischen GHR- und GyGS-Studierenden zum Teil auch mit der Testoperationalisierung des mathematikdidaktischen Wissens zusammenhängen – eine Frage, der die Autoren in einer gesonderten Publikation nachgehen.

Buchholtz, Kaiser und Blömeke (2014) stellen die These auf, dass bisherige Studien zum Lehrerprofessionswissen das mathematikdidaktische Wissen stark stoffdidaktisch operationalisieren, und, dass dies indirekt für die in den Studien nachgewiesenen starken Zusammenhänge zwischen Fachwissen und fachdidaktischem Wissen bei angehenden und praktizierenden Lehrkräften verantwortlich sein könnte. Sie gehen dabei kritisch zunächst auf die Konzeptualisierungen der mathematikdidaktischen Domänen innerhalb der Studien COACTIV, MT21 und TEDS-M 2008 und mögliche Unzulänglichkeiten in deren Operationalisierungen ein, um unter Rückgriff auf theoretische Ansätze zum mathematikdidaktischen Wissen den in der Teilstudie TEDS-LT weiterentwickelten Ansatz der zweifachen Ausdifferenzierung des mathematikdidaktischen Wissens in „Stoffdidaktisches“ und „Erziehungswissenschaftlich-psychologisches Wissen“ (das hier „unterrichtsbezogenes mathematikdidaktisches Wissen“ heißt) vorzustellen und inhaltlich abzugrenzen. Dabei werden vier unterschiedliche Perspektiven auf mathematikdidaktische Fragen angeführt und der weiterentwickelte Ansatz inhaltlich in der Breite und unter Anführung von Beispielitems vorgestellt. In einem weiteren Abschnitt werden Ziele und Anlage der TEDS-LT Studie vorgestellt, bevor der zum zweiten Messzeitpunkt der Studie

gewählte Skalierungsansatz der multidimensionalen IRT vorgestellt wird, dessen spezifische Vorteile für die differenzierte Diagnose von Leistungen verschiedener, sich teilweise überschneidender Teilkompetenzen und deren strukturelle Zusammenhänge angeführt werden. Im Ergebnisteil der Publikation werden zusätzlich zu den bereits in Buchholtz und Kaiser (2013a) publizierten Korrelationen zwischen den unterschiedlichen Wissensdimensionen auch die strukturellen Zusammenhänge zwischen dem mathematikdidaktischen Wissen und dem pädagogischen Wissen angeführt, die für den Bereich des unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Wissens unerwartet gering ausfallen, obgleich diese Wissensdimension stärker pädagogisch-psychologische Fragestellungen des Mathematikunterrichts berücksichtigt (vgl. Buchholtz, Kaiser & Blömeke, 2014). Im Rahmen von Mittelwertsvergleichen zwischen den unterschiedlichen Studiengängen GHR und GyGS weisen die Autoren spezifische Stärken der GHR-Studierenden im unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Wissen nach und erweitern damit die in TEDS-M 2008 gefundenen Ergebnisse: „Aufgrund der neuen Konzeptualisierung deutet sich ferner an, dass angehende GHR-Studierende mathematikdidaktisch nicht prinzipiell leistungsschwächer sind als GyGS-Studierende, sondern dass sich Defizite im mathematikdidaktischen Wissen bei ihnen lediglich im Bereich der Stoffdidaktik zeigen, die enger mit dem mathematischen Wissen verbunden ist. In der mit Erziehungswissenschaft/Psychologie verbundenen mathematikdidaktischen Wissensfacette ist dies weniger der Fall.“ (ebd.). In der abschließenden Diskussion der Ergebnisse weisen Buchholtz, Kaiser und Blömeke einerseits auf Reliabilitätsprobleme und den damit verbundenen weiteren Entwicklungsbedarf für Instrumente zur Erhebung fachdidaktischen Wissens hin, andererseits verweisen sie auch auf alternative Erhebungsformate zu klassischen Papier-und-Bleistift-Tests, da sich prozedurales bzw. handlungsrelevantes mathematikdidaktisches Wissen möglicherweise angemessener in einem situationsbezogenen Kontext erheben lasse.

4.2 Überblick über die interdisziplinäre Teilstudie TEDS-LT

Name	Interdisziplinäre Studie TEDS-LT
Testart	• Leistungstest
Zielgruppe	• Angehende Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrkräfte der ersten Ausbildungsphase

	• Lehrbefähigung Sekundarstufe I
Fragestellungen	• Wie entwickelt sich das mathematische und mathematikdidaktische Professionswissen von Lehramtsstudierenden beim Übergang vom Bachelor- ins Masterstudium? • Worin bestehen Möglichkeiten zur Verbesserung der empirischen Erhebung von Lehrerprofessionswissen im Fach Mathematik, vor allem im Kontext eines interdisziplinär-fachdidaktischen Vergleichs? • Welche strukturellen Zusammenhänge bestehen zwischen dem Fachwissen und dem fachdidaktischem Wissen von Lehramtsstudierenden im Bachelor und im Masterstudium und lassen sich diese Zusammenhänge bzw. deren Veränderungen erklären? • Wie sind die Leistungen der Studierenden im interdisziplinären sowie studiengangspezifischen Vergleich einzuschätzen? Können durch die Ergebnisse der Studie individuelle Stärken und Schwächen der Studiengänge identifiziert werden?
Besondere Merkmale	• Erhebung des fachdidaktischen Wissens im Bereich Stoffdidaktik und Erziehungswissenschaftlich-psychologischem Wissen
Testform	• Papier-und-Bleistift-Test • Längsschnittliche Erhebung
Testlänge	• jeweils 90 Minuten
Messzeitpunkte	• 2
Untersuchte Domänen	• Universitäres fachmathematisches Wissen • Fachdidaktisches Wissen • Pädagogisches Wissen
Stichprobe	• Mathematik erster Messzeitpunkt: 500 • Mathematik zweiter Messzeitpunkt: 602 • Gelegenheitsstichprobe
Jahr	• 2008-2011 (respektive 2012)
Getestete Institutionen	• Humboldt-Universität zu Berlin, Universität Hamburg, TU Dortmund, PH Ludwigsburg, Universität Duisburg-Essen, Universität Gießen, Johann Wolfgang von Goethe-Universität Frankfurt am Main, Universität Augsburg
Projektverantwortliche	• Prof. Dr. Sigrid Blömeke, Humboldt-Universität zu Berlin • Prof. Dr. Albert Bremerich-Vos, Universität Duisburg-Essen • Prof. Dr. Jörg Doll, Universität Hamburg • Prof. Dr. Günter Nold, TU Dortmund • Dr. Helga Haudeck, PH Ludwigsburg • Prof. Dr. Gabriele Kaiser, Universität Hamburg

	• Prof. Dr. Jörg-U. Keßler, PH Ludwigsburg • Prof. Dr. Johannes König, Universität zu Köln • Prof. Dr. Rainer Lehmann, Humboldt-Universität zu Berlin • Prof. Dr. Knut Schwippert, Universität Hamburg • Prof. Dr. Heiner Willenberg, Universität Hamburg

4.3 Publikation III

Buchholtz, N., Kaiser, G., & Stancel-Piatak, A. (2011). Professionelles Wissen von Studierenden des Lehramts Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, H. Haudeck, G. Kaiser, G. Nold, K. Schwippert & H. Willenberg (Hrsg.), *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT* (S. 101-133). Münster: Waxmann-Verlag.

Reprinted with kind permission of Waxmann-Verlag. Copyright © 2011,Waxmann-Verlag.
Online in Internet: www.waxmann.com/buch2510

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

5 Professionelles Wissen von Studierenden des Lehramts Mathematik

Nils Buchholtz, Gabriele Kaiser & Agnes Stancel-Piątak

5.1 Theoretischer Rahmen 101
5.1.1 Professionelle Kompetenz angehender Mathematiklehrkräfte 101
5.1.2 Inhaltliche Ausdifferenzierung der einzelnen Wissensdimensionen 102
5.1.3 Kognitive Ausdifferenzierung der einzelnen Wissensdimensionen 104
5.1.4 Zur curricularen Validität des Mathematiktests 105
5.1.5 Professionelles Wissen im Fach Mathematik und seine Messung 110
5.1.6 Beschreibung der Stichprobe 112
5.2 Ergebnisse 118
5.2.1 Empirische Überprüfung der Strukturannahmen 118
5.2.2 Studiengangspezifische Ergebnisse des ersten Messzeitpunkts 129
5.2.3 Zusammenfassung der Ergebnisse und weiteres Vorgehen 132

5.1 Theoretischer Rahmen

5.1.1 Professionelle Kompetenz angehender Mathematiklehrkräfte

Die Studie TEDS-LT basiert auf der Konzeptualisierung der professionellen Kompetenz zukünftiger Mathematiklehrerinnen und -lehrer, wie sie von Weinert (1999) und Bromme (1992, 1997) als multidimensionales Konstrukt entwickelt wurde und auch in TEDS-M 2008 (Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010) Anwendung gefunden hat. Die professionelle Kompetenz besteht gemäß diesem Konstrukt aus fachbezogenen und fächerübergreifenden kognitiven Leistungsdispositionen sowie affektiv-motivationalen Werthaltungen (*beliefs*). In dieser Disposition zeichnet sich der im Bereich der Forschung zur Lehrerbildung wesentliche Ansatz des sogenannten Expertenparadigmas ab. Hierbei werden – im Gegensatz zum sogenannten Prozess-Produkt-Paradigma – (erfolgreiche) Lehrkräfte als Expertinnen und Experten betrachtet, deren professionelle Kompetenz man anhand der Bewältigung von spezifischen Anforderungen im Unterricht definieren kann. Die professionelle Kompetenz kann daraufhin anhand von entsprechend ausgerichteten fachbezogenen Aufgaben untersucht werden.

Werden in Vergleichstudien wie TEDS-M 2008 auch affektiv-motivationalen Werthaltungen in Form von Fragen zu epistemologischen Überzeugungen untersucht, so beschränkt sich die Studie TEDS-LT auf die Untersuchung der kognitiven Komponenten professioneller Kompetenz. Auch wenn damit ein erheblicher Teil der professionellen Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer nicht erfasst wird, galt es diese Ent-

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

scheidung jedoch aus Gründen der Vergleichbarkeit mit dem Testdesign der Fächer Deutsch und Englisch zu treffen sowie aufgrund von Begrenzungen der Testzeit.

In der Studie wird sich daher auf zentrale Aspekte des professionellen Wissens von Lehrerinnen und Lehrern konzentriert, wie sie von Shulman (1986) herausgearbeitet wurden. Die mit Hilfe von schriftlichen Tests messbaren kognitiven Komponenten professioneller Kompetenz von Lehrerinnen und Lehrern setzen sich dem gegenwärtigen Forschungsstand zufolge aus drei Dimensionen zusammen, die die Grundkomponenten der Lehrerausbildung in Deutschland abdecken und den theoretischen Rahmen der Konzeptualisierung des professionellen Wissens in TEDS-LT bilden:

(1) Fachwissenschaftliches Wissen, hier fachmathematisches Wissen,

(2) Fachdidaktisches Wissen, hier mathematikdidaktisches Wissen,

(3) Pädagogisches Wissen.

In Hinblick auf die Erstellung der Testitems und damit der späteren curricularen Validität des Tests ist diese Unterteilung nicht genügend spezifiziert. Daher wurden diese Wissensdimensionen für das Fach Mathematik im Kontext der Studie TEDS-LT auf zweierlei Arten detailliert. Einerseits wurde das fachmathematische und fachdidaktische Wissen nach fachspezifisch-inhaltlichen Gesichtspunkten weiter ausdifferenziert und andererseits wurden die einzelnen Wissensdimensionen mit Hilfe einer Beschreibung von kognitiven Prozessen klassifiziert.

5.1.2 Inhaltliche Ausdifferenzierung der einzelnen Wissensdimensionen

Ausdifferenzierung des fachmathematischen Wissens

Da sich das Studium der Mathematik nicht – wie etwa bei den Fächern Deutsch und Englisch – in zwei verschiedene fachwissenschaftliche Subdimensionen wie Literaturwissenschaft und Linguistik differenzieren lässt, wurden für die Itemerstellung im Sinne einer fächerübergreifenden parallelen Konstruktion der Testhefte zwei verschiedene grundlegende Teilbereiche der Mathematik herangezogen: *Algebra* und *Arithmetik*. Die Auswahl dieser beiden Inhaltsbereiche geschah aus drei Gründen.

Die Bereiche Algebra und Arithmetik umfassen erstens das universitäre mathematische Wissen, das bis zum fünften Semester universitärer Mathematikbildung erworben sein soll, d.h. das Wissen, das nach erfolgreichem Besuch der klassischen Anfängervorlesungen sowie einiger spezieller Seminare vorausgesetzt werden kann. Zweitens bilden diese Bereiche auch die thematische Schwerpunktsetzung in den unterschiedlichen Studiengängen für das Gymnasiallehramt sowie das Grund-, Haupt- und Realschullehramt ab (die Themen Analysis und Lineare Algebra als Bestandteile der TEDS-LT-Subdimension *Algebra* bilden den Schwerpunkt der Sekundarstufen-I/II-Mathematiklehrerausbildung innerhalb der ersten vier Semester; Lehramtsstudierende der Grund-, Haupt- und Realschule hören in der Regel inhaltsübergreifende mehrteilige Eingangsvorlesungen innerhalb der ersten vier Semester, in denen *Arithmetik* und *Algebra* maßgebliche Bestandteile sind). Drittens werden mit dieser Auswahl zwei spezielle Inhaltsbereiche

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

aufgegriffen, die bereits in vorangegangenen Vergleichsstudien wie etwa den TIMS-Studien (Mullis, Martin & Foy, 2008) oder TEDS-M 2008 (Blömeke et al., 2010) als relevant für das mathematische Wissen angesehen wurden. Auf diese Weise wird durch eine parallele Konzeptualisierung der (Wissens-)Dimensionen ein Anschluss der Studie ermöglicht.

Innerhalb dieser beiden Inhaltsbereiche wurden anschließend verschiedene Gegenstandsbereiche identifiziert. Anhand dieser Gegenstandsbereiche konnte eine spezifische Itemerstellung erfolgen, um tatsächlich die Breite des jeweiligen Inhaltsbereichs mit Items abzudecken. Die beiden fachwissenschaftlichen Subdimensionen in Mathematik wurden dann wie folgt ausdifferenziert:

Arithmetik:

- *Aufbau des Zahlensystems* (natürliche, ganze, rationale, irrationale, reelle und komplexe Zahlen mit ihren Eigenschaften und Rechenregeln);
- *Grundrechenarten* (Bruch- und Prozentrechnung, Teilbarkeit und Kombinatorik);

Algebra:

- *Funktionen und Grenzwerte* (Anfänge der Analysis, eingeschränkt auf proportionale Funktionen, lineare, quadratische und exponentielle Funktionen mit ihren Eigenschaften, Konvergenz von Folgen, Grenzwerte);
- *Differential- und Integralrechnung* (Ableitungs- und Integralbegriff mit ihren Darstellungen, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung);
- *Lineare Algebra* (Gleichungen und Ungleichungen, Vektorbegriff);
- *Analytische Geometrie* (Geometrie der Ebene und des Raumes);
- *Algebra* (algebraische Strukturen, Variablen).

Da der Besuch von Seminaren an den meisten Universitätsstandorten nicht unbedingt in derselben zeitlichen Reihenfolge geschieht, beschränkt sich das getestete Wissen in diesen beiden Inhaltsbereichen hauptsächlich auf elementares Wissen aus einem aus fachwissenschaftlicher Perspektive als kanonisch anzusehenden Kern. Die getesteten Gegenstandsbereiche *Aufbau des Zahlsystems* sowie *Grundrechenarten*, *Funktionen und Grenzwerte*, *Differential- und Integralrechnung*, *Lineare Algebra*, *Analytische Geometrie* und *Algebra* beziehen sich fachlich auf die großen Themengebiete Arithmetik und Algebra, wobei auch die Analysis der Algebra zugeordnet ist. Diese Zuordnung wird unter Bezug auf eine entsprechende Klassifikation der Gegenstandsbereiche in TEDS-M 2008 (vgl. Blömeke et al., 2010) getroffen.

Ausdifferenzierung des fachdidaktischen Wissens

Die verschiedenen Gegenstandsbereiche des mathematikdidaktischen Wissens orientieren sich in ihren Anforderungen an vier allgemeinen Perspektiven. Diese sind:

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

- eine *mathematisch geprägte Perspektive auf mathematikdidaktische Fragen*; diese bezieht sich auf stofflich-didaktische Fragen wie mathematische Fehlvorstellungen von Schülerinnen und Schülern sowie durch die Fachsystematik beeinflusste Konzepte mathematischer Grundvorstellungen;
- eine *psychologisch geprägte Perspektive auf mathematikdidaktische Fragen*; diese umfasst Aspekte der psychologischen Beschreibung und psychologisch fundierten Diagnose von mathematischen Denkhandlungen und Denkprozessen etc.;
- eine *erziehungswissenschaftlich geprägte Perspektive auf mathematikdidaktische Fragen*; diese bezieht sich auf erziehungswissenschaftlich geprägte Konzepte mathematischer Bildung, pädagogisch geprägte Aspekte von Leistungsbewertung im Mathematikunterricht, pädagogisch motivierte Interventionsmöglichkeiten bei Fehlern und Fragen der Heterogenität im Mathematikunterricht etc.;
- eine *allgemein-didaktisch geprägte Perspektive auf mathematikdidaktische Fragen*, diese umfasst Aspekte von Lehr- und Lernformen und Unterrichtsarrangements, die spezifisch für den Mathematikunterricht sind, sowie mathematische Curricula und Bildungsstandards für den Mathematikunterricht.

Aufgrund der Begrenzung der Testzeit des fächerübergreifenden, pädagogischen Wissens (siehe Kapitel 6) wurden spezielle Bereiche der Didaktik besonders betont:

- *Umgang mit heterogener Schülerschaft* (Differenzierungsmaßnahmen, Methodenvielfalt und begründeter Methodeneinsatz),
- *Beurteilung von Leistungen der Schülerinnen und Schüler* (fachübergreifende Funktionen, Formen, zentrale Kriterien, Urteilsfehler durch Lehrkräfte).

5.1.3 Kognitive Ausdifferenzierung der einzelnen Wissensdimensionen

Das mathematische und mathematikdidaktische Wissen ist nicht nur inhaltlich strukturiert, sondern lässt sich überdies anhand der kognitiven Anforderungen in den einzelnen Gegenstandsbereichen beschreiben, da bei der Bewältigung von Aufgaben unterschiedliche kognitive Prozesse beteiligt sind. Das Kognitionsmodell von Anderson et al. (2001) bietet einen geeigneten Ansatzpunkt für die Unterscheidung kognitiver Prozesse. Neben Fakten-, begrifflichem, prozeduralem und metakognitivem Wissen werden Prozesse des Erinnerns, Verstehens, Anwendens, Analysierens, Bewertens und Erschaffens erfasst (vgl. Tabelle 5.1).

Auf Basis dieses Modells, das eine Weiterentwicklung der Bloom'schen Taxonomie kognitiver Prozesse darstellt, wurden die Items entwickelt. Dabei wurden für alle Gegenstandsbereiche die drei kognitiven Prozesse zunächst beschrieben und Items für alle Bereiche gezielt entwickelt. Des Weiteren wurden in jedem der kognitiven Prozessen die Anforderungsniveaus „Basiswissen" und „Spezialwissen" unterschieden, damit auch unterschiedliche Niveaus der kognitiven Prozesse in den Gegenstandsbereichen und somit unterschiedliche Schwierigkeitsstufen in den Testitems repräsentiert sind. Aufschluss

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

darüber, ob sich auf der Ebene der kognitiven Prozesse graduelle Unterschiede in Form von spezifischen Aufgabenformaten identifizieren lassen oder nicht, ergibt die empirische Überprüfung des Modells.

Tabelle 5.1: Modell der unterschiedlichen kognitiven Prozesse in TEDS-LT

Kognitiver Prozess 1: Erinnern & Abrufen	**Kognitiver Prozess 2: Verstehen & Anwenden**	**Kognitiver Prozess 3: Bewerten und Generieren von Handlungsoptionen**
Dieser kognitive Prozess beschreibt das *Wiedererkennen* und die einfache *Reproduktion,* das Abrufen von gelernten Fakten, Begriffen und Regeln, ohne Berücksichtigung der Frage, ob Verständnis vorliegt oder ob Beziehungen gesehen werden.	Dieser kognitive Prozess beschreibt die Auswahl und Anwendung von Kenntnissen (z.B. einer Methode, Regel oder Idee) zur Bearbeitung einer bekannten Aufgabe oder zur Lösung einer neuen Aufgabe (eines Problems) in einer gegebenen Situation.	Dieser kognitive Prozess beschreibt die *Beurteilung* oder *Entwicklung* eines Konzepts. Dies schließt die Fähigkeit ein, Beziehungen zwischen den Elementen und ordnenden Prinzipien zu erkennen oder selbst zu planen, gliedern oder zu produzieren und dazu Stellung zu nehmen.
Beispiel: Kenntnis der Summenformel für Reihen oder Kenntnis von Grundvorstellungen zum Variablenbegriff	*Beispiel: Anwendung der Summenformel bei Konvergenzbeweisen oder Erkennen von Fehlvorstellungen beim Variablenbegriff*	*Beispiel: Konvergenzbeweise selbst führen oder Generieren von Handlungsoptionen zur Ablösung der Fehlvorstellung*

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Das Ergebnis dieser Spezifizierungen sind Kompetenzraster für jede fachmathematische und fachdidaktische Wissensdimension, die als theoretische Grundlage bei der Erstellung der Testitems dienen, da sich jedes Item einem bestimmten kognitiven Anforderungsbereich zuordnen lässt. Darüber hinaus können diese Kompetenzraster einen Anhaltspunkt im Hinblick auf die curriculare Validität des Tests liefern, da versucht wurde, alle kognitiven Anforderungen der einzelnen Dimensionen zu erfassen. Hierbei ist jedoch zu betonen, dass die Kompetenzraster eine Heuristik sind und daher nur bedingt die tatsächlichen kognitiven Anforderungsniveaus der professionellen Kompetenz von Lehrerinnen und Lehrern widerspiegeln können.

Exemplarisch wird in Tabelle 5.2 das Kompetenzraster für die fachmathematische Dimension *Arithmetik* vorgestellt.

5.1.4 Zur curricularen Validität des Mathematiktests

Wie bei anderen nationalen oder international-vergleichenden Studien stellt die curriculare Validität der eingesetzten Testinstrumente auch in der Studie TEDS-LT eine besondere Herausforderung dar. Dabei galt es aufgrund der begrenzt zur Verfügung stehenden Testzeit Entscheidungen über Einschränkungen zu treffen, die hinsichtlich der Validität

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

des Testinstruments zu Konsequenzen führen. Bedeutsam war es insbesondere, die abgefragten Inhaltsbereiche der verschiedenen Wissensdimension möglichst breit zu fächern, um den Wissenserwerb möglichst detailliert und speziell abfragen zu können, ähnlich wie dies in der Studie TEDS-M 2008 geschehen ist.

Da ein solches Vorgehen aufgrund der begrenzten Testzeit die Gefahr beinhaltet, nur kurze, statistisch schwer abzusichernde Skalen zu generieren, wurde der Test auf zwei fachmathematische Subdimensionen (*Arithmetik* und *Algebra*) und die fachdidaktische Dimension fokussiert, die verschiedene, aber thematisch dicht beieinander liegende Gegenstandsbereiche vereinigen. Die mathematischen Inhaltsbereiche der *Geometrie* und der *Stochastik* wurden hingegen vernachlässigt. Diese Einschränkung hat hinsichtlich der Validität des Testinstruments zur Folge, dass eine lokale, standortspezifische curriculare Validität nicht immer vollständig gegeben ist, da sich die an der Studie beteiligten Hochschulen darin unterscheiden, ob beispielsweise die Geometrie verpflichtender Bestandteil der Lehramtsausbildung ist und einen Schwerpunkt der jeweiligen Hochschule bildet oder nicht. Diese Einschränkung wird jedoch bei der Interpretation des Datensatzes berücksichtigt.

Im Hinblick auf die hochschulübergreifende curriculare Validität der Testkonstruktion ist ein genauer Abgleich des eingesetzten Instruments mit den für die Testkonstruktion relevanten theoretischen Rahmen und Richtlinien vorzunehmen. Für TEDS-LT stehen dabei drei verschiedene theoretische Referenzen im Vordergrund. Die Inhalte in den einzelnen Zeilen und Spalten der in TEDS-LT für die Itemerstellung eingesetzten Kompetenzraster (vgl. Tabelle 5.2) ergeben sich aus den „Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik“ (DMV, GDM & MNU, 2008), die als Ergänzung des zweiten wichtigen Bezugspunkts – den Lehrerbildungsstandards der KMK (2008) – anzusehen sind, in denen mit der fachdidaktischen Expertise aber noch einmal explizit die zentralen Zusammenhänge der in den KMK-Standards beschriebenen Kompetenzen und der Fachmathematik herausgearbeitet wurden. Einen dritten Bezugspunkt bildet das TEDS-M-2008-Framework (Tatto et al., 2008).

Die KMK hat mit Beschluss vom 16.10.2008 die fachübergreifenden Lehrerbildungsstandards vom 16.12.2004 um „Ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerbildung“ erweitert. Festgelegt werden dort „Kenntnisse, Fähigkeiten, Fertigkeiten und Einstellungen, über die eine Lehrkraft zur Bewältigung ihrer Aufgaben im Hinblick auf das jeweilige Lehramt verfügen soll“ (KMK, 2008, S. 2). Ein Vergleich dieser Anforderungen mit den in TEDS-LT getesteten fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Inhalten ermöglicht Aussagen über die curriculare Validität der Studie.

Tabelle 5.2: Kompetenzraster der fachwissenschaftlichen Subdimension „Arithmetik“

	Erinnern & Abrufen	**Verstehen & Anwenden**	**Bewerten & Generieren von Handlungsoptionen**
A Aufbau des Zahlsystems	A1 Beschreibung des progressiven Aufbaus des Zahlsystems	A1 Darstellungsformen von Zahlen, Überführung von Zahlen in andere Darstellungsformen	A1 Wahrheitsgehalt von Aussagen über das Zahlsystem überprüfen
	A2 Wissen über die Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen und Kenntnis von charakteristischen Eigenschaften von Zahlbereichen (z.B. Mächtigkeit, Dichtheit)	A2 Nachweis von charakteristischen Eigenschaften von Zahlbereichen (z.B. Gleichmächtigkeit der natürlichen und ganzen Zahlen)	A2 Mathematische Probleme in Bezug auf Eigenschaften des Zahlsystems lösen
B Grundrechenarten	B1 Kenntnis von Gesetzen der Grundrechenarten für die natürlichen und die ganzen Zahlen (z.B. Potenzgesetze, Logarithmusgesetze)	B1 Typische schulbezogene Aufgabenstellungen zu grundlegenden Zusammenhängen der elementaren Teilbarkeitslehre (z.B. größter gemeinsamer Teiler) und Kombinatorik	B1 Aussagen über einfache innermathematische Fragestellungen zu den Grundrechenarten (z.B. Teilbarkeitsregeln)
	B2 Kenntnis von Gesetzen der Anordnung für die natürlichen und die ganzen Zahlen (z.B. Archimedisches Axiom)	B2 Typische universitäre Aufgabenstellungen zu grundlegenden Zusammenhängen der elementaren Teilbarkeitslehre (z.B. Modulorechnung) und Kombinatorik	B2 Anwendung struktureller Zusammenhänge aus der Teilbarkeitslehre und Kombinatorik zur Lösung erkenntnistheoretischer Fragen (z.B. Division durch Null)

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

Die KMK unterscheidet in den Lehrerbildungsstandards sechs inhaltliche mathematische Schwerpunkte, anhand derer zukünftige Mathematiklehrkräfte ihre fachlichen Kompetenzen entwickeln sollen: *Arithmetik/Algebra*, *Geometrie*, *Lineare Algebra*, *Analysis*, *Stochastik* sowie *Angewandte Mathematik und mathematische Technologie*. Die Bereiche *Geometrie*, *Stochastik* und *Angewandte Mathematik und mathematische Technologie* finden in TEDS-LT keine Berücksichtigung, da inhaltliche Beschränkungen aufgrund des Testumfangs sowie eine Schwerpunktsetzung, die den verschiedenen Studiengängen des Gymnasiallehramts und des Grund-, Haupt- und Realschullehramts gerecht wird, vorgenommen werden mussten. Die übrigen Bereiche weisen starke Parallelen zu den in TEDS-LT untersuchten Dimensionen mathematischen Wissens auf:

Für den Bereich Arithmetik fordern die Standards im Schwerpunkt *Arithmetik/ Algebra* eine Ausbildung in „Arithmetik und Elemente der Zahlentheorie“ sowie „Zahlenbereichserweiterungen“. Hier lässt sich eine große Übereinstimmung mit dem Gegenstandsbereich „Aufbau des Zahlsystems“ der in TEDS-LT untersuchten fachwissenschaftlichen Subdimension Arithmetik feststellen.

Gleich mehrere Schwerpunkte der Standards der KMK lassen sich der in TEDS-LT getesteten Subdimension Algebra zuordnen. In den TEDS-LT-Gegenstandsbereichen „Lineare Algebra“ und „Analytische Geometrie“ findet sich insbesondere der Schwerpunkt *Lineare Algebra* wieder, bei dem die Ausbildung in „Linearen Gleichungssystemen“ und „Analytischer Geometrie“ gefordert ist, sowie die „Theorie der Vektorräume und linearen Abbildungen“ für die zukünftigen Lehrkräfte der Sekundarstufe II. Auch der Schwerpunkt *Analysis* lässt sich den TEDS-LT-Gegenstandsbereichen „Funktionen und Grenzwerte“ und „Differential- und Integralrechnung“ zuordnen, da hier der Umgang mit „Funktionen und ihren grundlegenden Eigenschaften“ sowie „Elementen der Differential- und Integralrechnung“ in der Ausbildung gefordert wird.

Auch für die mathematikdidaktische Ausbildung von Lehrkräften in Deutschland wurden von der KMK 2008 Standards formuliert. Die Ausbildung von Mathematiklehrkräften soll sich dabei über die folgenden vier mathematikdidaktischen Inhalte erstrecken:

- *Themenfelder und Standards des Mathematikunterrichts*;
- *Mathematikbezogene Lehr-Lern-Forschung* (Schülervorstellungen, Motivation, Schülerfehler);
- *Fachdidaktische Diagnoseverfahren und Förderkonzepte*;
- *Planung und Analyse von Mathematikunterricht in heterogenen Lerngruppen*.

Zu diesen Inhalten wurden in TEDS-LT Items in der Dimension *Fachdidaktik* eingesetzt. Die von der KMK geforderte Ausbildung über Themenfelder und Standards im Mathematikunterricht kann mit Items über curriculare Besonderheiten in Verbindung gebracht werden, die bei TEDS-LT Bestandteil des Gegenstandsbereichs „allgemein-didaktisch geprägte Perspektive auf mathematikdidaktische Fragen“ sind. Auch Items zur Planung und Analyse von Mathematikunterricht in heterogenen Lerngruppen sind mehrfach vertreten. Kenntnisse und Fähigkeiten im Bereich fachdidaktischer Diagnoseverfahren und

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

Förderkonzepte lassen sich dem Gegenstandsbereich „mathematisch geprägte Perspektive“ zuordnen. Items zum Wissen über Erkenntnisse der mathematikbezogenen Lehr- und Lernforschung finden sich über sämtliche Gegenstandsbereiche verteilt in TEDS-LT, beispielsweise Items über Fehlvorstellungen von Schülerinnen und Schülern.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass abgesehen von den mathematischen Teilbereichen *Stochastik* und *Geometrie* in TEDS-LT alle wissensbasierten Kernbereiche der Mathematiklehrerausbildung in Deutschland curricular valide erfasst worden sind.

Da sich das in TEDS-LT getestete Wissen schwerpunktmäßig auf den Sekundarstufen-I-Bereich bezieht (vgl. Kapitel 2), werden die *erweiterten* Anforderungen in den Standards für die Lehrerbildung der KMK (Anforderungen an Sekundarstufen-II-Lehrkräfte) sowie die Anforderungen an Sekundarstufen-II-Lehrkräfte der DMV, GDM und MNU nur bei der Itemkonstruktion für das Testheft für die Gymnasiallehrkräfte berücksichtigt.

Im Hinblick auf eine strukturelle Verbindung zwischen den beiden Vergleichsstudien TEDS-LT und TEDS-M 2008 kann festgestellt werden, dass zentrale theoretische Elemente mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens aus TEDS-M 2008 in die Konzeptualisierung von TEDS-LT eingeflossen sind. So differenziert TEDS-M 2008 in Anlehnung an die TIMS-Studien für die Jahrgangsstufe 8 (Mullis et al., 2008) verschiedene Inhaltsgebiete, die aus international-vergleichender Perspektive für die Jahrgangsstufe 8 und höher als relevant angesehen werden und die daher auch unverzichtbarer Bestandteil des mathematischen Wissens angehender Sekundarstufen-I-Lehrkräfte sind (vgl. Tatto et al., 2008; Blömeke et al., 2010):

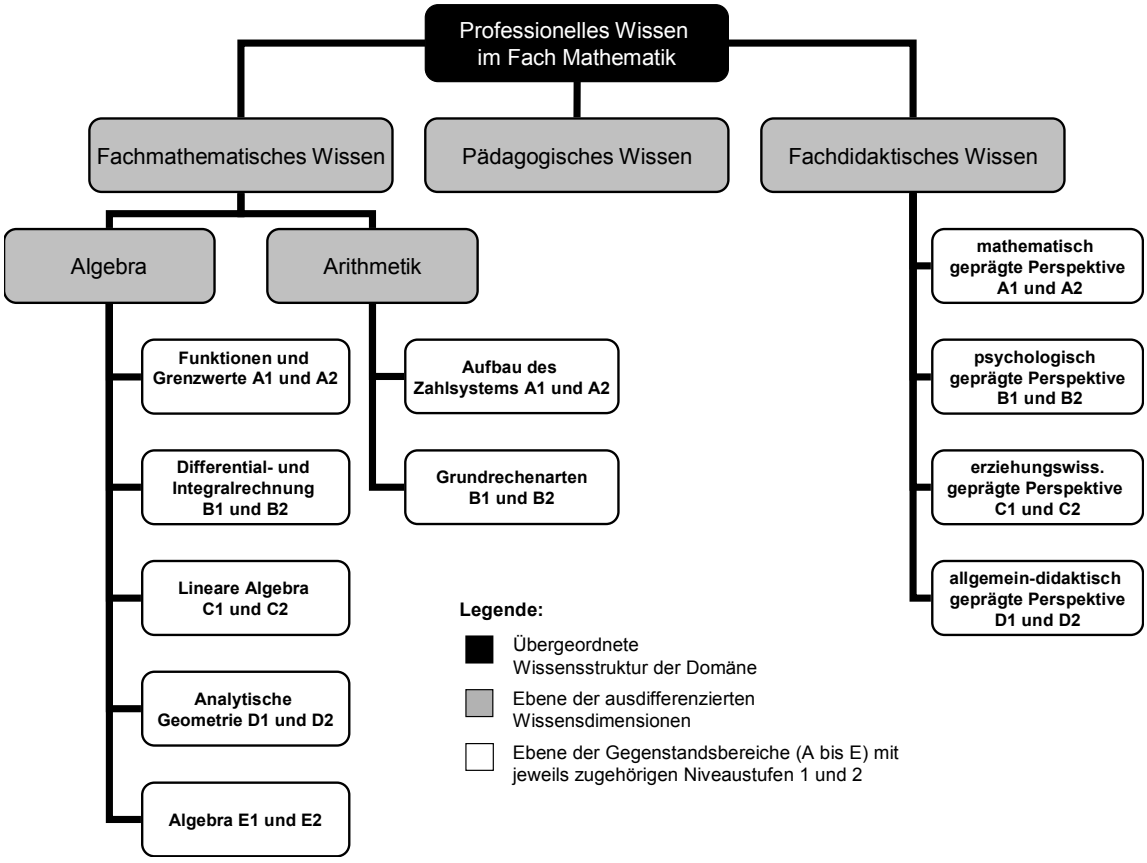
- *Arithmetik,*
- *Geometrie,*
- *Algebra,*
- *Stochastik.*

Zwei dieser vier Inhaltsbereiche (*Arithmetik* und *Algebra*) bilden Schwerpunkte in TEDS-LT. Viele Items dieser beiden Inhaltsbereiche wurden auch in der Studie TEDS-LT eingesetzt. Sie erstrecken sich im Bereich *Arithmetik* auf *natürliche, ganze, rationale, irrationale, reelle und komplexe Zahlen mit ihren Eigenschaften und Rechenregeln und Bruch- und Prozentrechnung*. Im Bereich *Algebra* beinhalten die Items die thematischen Gebiete *Folgen, Terme, Gleichungen und Ungleichungen, proportionale Zuordnungen, lineare, quadratische und exponentielle Funktionen, Anfänge der Analysis eingeschränkt auf Grenzwerte und Stetigkeit* und *Lineare Algebra*.

Im Bereich des fachdidaktischen Wissens wurden ebenfalls TEDS-M-2008-Items verwendet, hier finden sich in TEDS-LT sowohl Items aus dem TEDS-M-2008-Bereich *Curriculares und planungsbezogenes Wissen* wieder (etwa Items zur Auswahl eines angemessenen Zugangs zu einem mathematischen Thema, zur Wahl geeigneter Unterrichtsmethoden oder Items zu Kenntnissen über unterschiedliche Lösungsstrategien) als auch Items aus dem Bereich *Interaktionsbezogenes Wissen* (etwa Items zum Erklären von

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

mathematischen Sachverhalten oder zum Interpretieren und Bewerten von Schülerlösungen).



BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.1: Übersicht über das getestete Wissen in TEDS-LT im Fach Mathematik

Mit Ausnahme der mathematischen Bereiche *Geometrie* und *Stochastik* decken die in TEDS-LT eingesetzten Items damit einen Großteil der Ausdifferenzierung des mathematischen und fachdidaktischen Wissens in TEDS-M 2008 ab. Für einen abschließenden Überblick über die fachliche Ausdifferenzierung des Tests vgl. Abbildung 5.1.

5.1.5 Professionelles Wissen im Fach Mathematik und seine Messung

Die Entscheidung, verschiedene Testhefte für die Lehramtsstudiengänge im Fach Mathematik für die Schulformen der Grund- und Mittelstufen einerseits sowie der Oberstufe andererseits zu entwickeln, ermöglichte, den unterschiedlichen Belegungspflichten der Studiengänge gerecht zu werden. Die Aufgaben der Testhefte für das gymnasiale und Gesamtschullehramt (GyGS) und das Grund-, Haupt- und Realschullehramt (GHR) weisen jedoch sowohl in den mathematischen als auch in den mathematikdidaktischen Themengebieten einen gemeinsamen Kern auf, den Studierende beider Lehramtsformen beantworten können sollten. Diese Schnittmenge wird ergänzt um Aufgaben, die für die spezifischen Lehramtsstudiengänge charakteristisch sind.

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

Die Entwicklung der mathematischen und mathematikdidaktischen Items für die verschiedenen Studiengänge erfolgte durchgehend orientiert an zwei aufeinander bezogene inhaltliche Bezugsrahmen, und zwar einerseits – wie bereits erwähnt – an den entsprechenden Empfehlungen für die Gestaltung der Mathematik-Lehramtsausbildung für die Sekundarstufe I bzw. II von DMV, GDM und MNU („Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik", 2008) und andererseits an der gemeinschaftlichen Entwicklung und Überarbeitung durch mathematische und mathematikdidaktische Expertinnen und Experten.

Die eigens für TEDS-LT erstellten Items wurden von der Arbeitsgruppe Mathematikdidaktik des Fachbereichs Erziehungswissenschaft der Universität Hamburg zusammen mit Expertinnen und Experten anderer Hochschulen entwickelt und anschließend von weiteren mathematikdidaktischen Expertinnen und Experten in Workshops begutachtet. Auf Basis der Begutachtung wurden die Items anschließend überarbeitet und an mehreren, nicht an der Hauptstudie beteiligten Universitäten pilotiert (Anzahl pilotierter Items inkl. der neuentwickelten Items: 36 Items Arithmetik, 46 Items Algebra, 49 Items Fachdidaktik). Dank gilt an dieser Stelle den Kolleginnen und Kollegen an den Universitäten Köln, Lüneburg, Münster, Paderborn und der PH Weingarten. Itembeispiele befinden sich im Abschnitt 5.2.1.

Um die Ergebnisse der Evaluationsstudie später unter Bezugnahme auf einen externen Außenmaßstab beurteilen und interpretieren zu können, wurde der Itempool der Studie mit Items aus TEDS-M 2008 gespeist. Die Auswahl der TEDS-M-2008-Items geschah wie die Item-Neuentwicklung orientiert an dem oben geschilderten inhaltlichen Bezugsrahmen (KMK-Standards, DMV-GDM-MNU-Empfehlungen). Dabei sind in allen drei mathematik- und mathematikdidaktikbezogenen Skalen – d.h. fachdidaktisches Wissen und universitäres fachmathematisches Wissen in Arithmetik und Algebra – jeweils Items aus TEDS-M 2008 vertreten.

Tabelle 5.3 gibt einen Überblick über die Anzahl der getesteten Items in den jeweiligen fachwissenschaftlichen Subdimensionen und der Fachdidaktik sowie den Anteil der bereits in TEDS-M 2008 eingesetzten Items.

Tabelle 5.3: Übersicht über die Items und die Anzahl der Items aus TEDS-M 2008

Fachwissenschaftliche Subdimensionen und Fachdidaktik	Gesamtzahl Items	GHR-Testheft	GyGS-Testheft	Gemeinsame Items	Items TEDS-M 2008
Arithmetik	27	21	18	12	21
Algebra	38	28	30	20	28
Fachdidaktik	36	28	31	23	15

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Dabei verteilen sich die in den einzelnen Dimensionen eingesetzten Items unterschiedlich auf die verschiedenen kognitiven Prozesse. Die starke Dominanz von Items zum Bereich „Erinnern und Abrufen" (insgesamt etwa 55 %) erklärt sich damit, dass diese Items in

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

der Regel eine kürzere Bearbeitungszeit erfordern und somit in der verfügbaren Testzeit mehr von solchen Items bearbeitet werden konnten. Auch im Hinblick auf die unterschiedlichen Wissensfacetten gestaltete sich der Einsatz von Items der jeweiligen kognitiven Prozesse unterschiedlich. So enthält die Skala der Fachdidaktik mehr anwendungs- und beurteilungsbezogene Items als die fachwissenschaftlichen Skalen, da die Abfrage von Fachbegriffen, wie sie zum Teil in den fachwissenschaftlichen Items erfolgte, für das fachdidaktische Wissen als weniger aussagekräftig angenommen wurde. Tabelle 5.4 gibt einen Überblick über die Verteilung der Items auf die verschiedenen kognitiven Prozesse.

Tabelle 5.4: Verteilung der Items auf die verschiedenen kognitiven Prozesse

Fachwissenschaftliche Subdimensionen und Fachdidaktik	Gesamtzahl Items	„Erinnern und Abrufen“	„Verstehen und Anwenden“	„Bewerten & Generieren von Handlungsoptionen“
Arithmetik	27	14	5	8
Algebra	38	27	5	6
Fachdidaktik	36	15	10	11

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

In den beiden Testheften (GyGS und GHR) wurden zur Erfassung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens sowohl Multiple-Choice-Items als auch offene Items eingesetzt. Die offenen Items wurden mit Hilfe von Kodiermanualen von jeweils zwei erfahrenen Kodiererinnen kodiert. Um auch die offenen Items so objektiv wie möglich auszuwerten und subjektiven Konsensurteilen der Kodiererinnen vorzubeugen, wurden 20 % der zu kodierenden Daten getrennt voneinander kodiert und die kodierten Daten im Nachhinein auf Interraterreliabilität untersucht. Dabei ergaben sich für die einzelnen Items durchgängig sehr gute Cohens Kappa-Werte im Bereich 0,93 bis 1.

5.1.6 Beschreibung der Stichprobe

Insgesamt nahmen 500 Studierende an der Testung von TEDS-LT im Fach Mathematik teil. Mit Ausnahme der Universität Frankfurt waren die Lehramtsstudierenden des Faches Mathematik an allen TEDS-LT beteiligten Hochschulen in die Studie einbezogen. Da im Fach Mathematik die Testung mit zwei verschiedenen Testheften für GyGS- und GHR-Studierende durchgeführt wurde, um den unterschiedlichen Studienstrukturen dieser beiden Studiengänge im Fach Mathematik gerecht zu werden, ist im Folgenden die Verteilung der Stichprobe auf die unterschiedlichen Studiengänge angegeben (siehe Tabelle 5.5). Aufgrund der unterschiedlichen Modalitäten des Lehramtsstudiums an den verschiedenen Hochschulen mussten im Hinblick auf die Auswertung Studiengänge aggregiert werden. Wenn daher im Folgenden von GHR-Studierenden die Rede ist, so sind damit Studierende des Lehramts für Grund-, Haupt- und Realschule sowie der Sonder-

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

schule zusammengefasst, der Begriff GyGS-Studierende fasst Studierende des Lehramts für Gymnasien und Gesamtschulen sowie für die Berufsschule zusammen.[1]

Tabelle 5.5: Verteilung der TEDS-LT-Mathematik-Stichprobe auf die Studiengänge

Ausbildungsgang	GHR-Studierende inkl. Sonderschullehramt	GyGS-Studierende inkl. Berufsschullehramt	Gesamt
Zahl der Testpersonen	363	137	500

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Die Aufteilung der Stichprobe auf die unterschiedlichen Studiengänge bestätigt die Erwartungen, dass an den unterschiedlichen Hochschulen mit ca. zwei Dritteln GHR-Studierender und einem Drittel GyGS-Studierender zu rechnen ist.

Tabelle 5.6: Anteil weiblicher Studierender

Ausbildungsgang	GHR-Studierende inkl. Sonderschullehramt	GyGS-Studierende inkl. Berufsschullehramt	Gesamt
Anteil weiblicher Studierender	75,4 %	60,1 %	71,2 %

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Der Anteil weiblicher Studierender ist bei den GHR-Studierenden deutlich höher als bei den GyGS-Studierenden (siehe Tabelle 5.6). Unterscheidet man die einzelnen Studiengänge nicht, beträgt der Anteil weiblicher Studierender an der Gesamtstichprobe insgesamt 71,2 %. Der sehr niedrige Anteil männlicher GHR-Studierender bestätigt die bereits in TEDS-M 2008 beobachtete zunehmende Feminisierung des Lehrerberufs im Fach Mathematik noch einmal: In der deutschen Stichprobe der Mathematiklehrkräfte der Klassen 5 bis 10 lag der Anteil weiblicher Mathematiklehrkräfte bei 61,7 %, für die Stichprobe der Mathematiklehrkräfte der Klassen 1 bis 10 lag er sogar bei 85,8 % (Blömeke et al., 2010, S. 145).

Tabelle 5.7: Durchschnittliches Alter und Abiturnote

	Durchschnittliches Alter	SD Alter	Durchschnittliche Abiturnote	SD Abiturnote
Gesamt	23,66	3,55	2,43	0,58

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

1 Es ergeben sich damit Unterschiede im Gebrauch der Akronyme in Kapitel 5 zu den anderen Kapiteln, bei denen die Sonderschullehramtsstudierenden und Berufsschullehramtsstudierenden teilweise separat aufgeführt sind.

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

Das durchschnittliche Alter der Studierenden schwankt über die verschiedenen Standorte nur leicht um den Mittelwert, insgesamt ergibt sich von der Altersstruktur her ein eher homogenes Bild (siehe Tabelle 5.7).

Die durchschnittliche Abiturnote liegt im guten bis befriedigenden Bereich (siehe Tabelle 5.7). Nicht aufgeführt wird eine nach Studiengängen differenzierte Berechnung der durchschnittlichen Abiturnoten pro Hochschule, jedoch ergeben sich bei allen Hochschulen bessere Abiturnoten bei den Studierenden des GyGS-Lehramts gegenüber den Studierenden des GHR-Lehramts. Insgesamt unterscheiden sich die Abiturnoten der Gesamtstichprobe bezüglich der unterschiedlichen Studiengänge deutlich: Während die GHR-Studierenden im Mittel eine durchschnittliche Abiturnote erreicht haben, liegt die Note bei den GyGS-Studierenden bei nahezu gleicher Standardabweichung im guten Bereich. Auch in den Fachnoten, die in TEDS-LT aus der Erinnerung angegeben werden sollten, zeigt sich dieses Ergebnis. Nicht alle Studierenden haben die Fachnote angegeben, was daran liegen könnte, dass diese vielleicht vergessen wurde. Tabelle 5.8 gibt einen Eindruck über die gemittelten Fachnoten, die hier nur aggregiert auf Ebene der Ausbildungsgänge und der Gesamtstichprobe dokumentiert werden.

Tabelle 5.8: Fachnote im Fach Mathematik

Stichprobe	Fachnote Mathematik in Punkten	SD Fachnote Mathematik	Anzahl der Nennungen
GHR	10,18	2,97	263
GyGS	11,44	2,51	104
Gesamtstichprobe	10,54	2,90	367

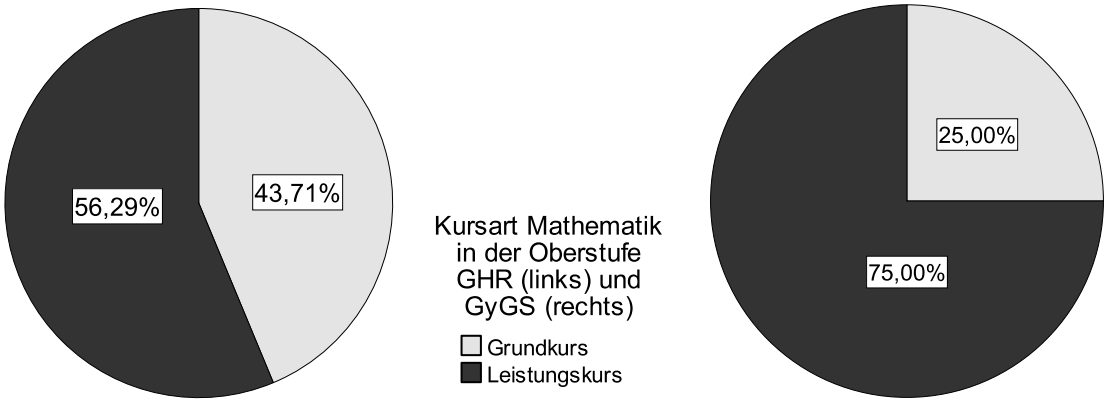
BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Mehrheitlich besuchten die Studierenden der Gesamtstichprobe in Mathematik in der schulischen Oberstufe den Leistungskurs, betrachtet man allerdings die Belegung von Grund- oder Leistungskurs erneut studiengangspezifisch, so fällt auf, dass ein deutlich höherer Anteil an Studierenden (43,7 %) des Grund-, Haupt- und Realschullehramts keinen Leistungskurs besucht hat und dementsprechend mit deutlich niedrigeren fachspezifischen Leistungsvoraussetzungen in das Studium gestartet ist. Aus Abbildung 5.2 wird zudem ersichtlich, dass 75 % der GyGS-Studierenden einen Leistungskurs in Mathematik besucht haben.

Für die Interpretation der Ergebnisse ist es nötig, einen Überblick über die Ausgestaltung des Mathematiklehramtsstudiums in den einzelnen Hochschulen zu erhalten. Da sich die an TEDS-LT teilnehmenden Hochschulen diesbezüglich sehr unterscheiden (vgl. Kapitel 2), soll in diesem Kapitel kein Bezug zu hochschulspezifischen Lerngelegenheiten hergestellt werden. Aufgrund des großen Umfangs einer solchen hochschulspezifischen Aufbereitung von Lerngelegenheiten und ihrer Operationalisierung wird stattdessen auf den zweiten Band mit den Ergebnissen des zweiten Messzeitpunkts von TEDS-LT verwiesen. In diesem Band ist geplant, eine fachspezifisch ausgerichtete Typi-

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

sierung der Lerngelegenheiten anhand ausgewählter Kriterien zu entwerfen, die für die Mathematiklehrerausbildung plausibel bzw. bezeichnend sind.



BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.2: Anteil der Grund- und Leistungskursschüler nach Ausbildungsgang

An dieser Stelle werden daher nur allgemeine Beschreibungen der beiden Kriterien ausgeführt, die für die Interpretation der Ergebnisse besonders wichtig sind:

(1) der Zeitpunkt, ab dem die Fachdidaktik gelehrt wird, und

(2) die Unterschiede im Curriculum der beiden Ausbildungsgänge GyGS und GHR.

Tabelle 5.9: Vergleich der Hochschulen hinsichtlich des mathematikdidaktischen Gehalts der Lehramtsausbildung (ohne Seminare zu Schulpraktika)

	GHR		GyGS	
Hochschule	Erste Veranstaltung	Minimaler Umfang Fachdidaktik Semester 1–6	Erste Veranstaltung	Minimaler Umfang Fachdidaktik Semester 1–6
Augsburg	beliebig	8 SWS[1]	beliebig	8 SWS
Berlin	3. Semester	8 SWS	3. Semester	8 SWS
Dortmund	2. Semester	14 SWS	2. Semester	4 SWS
Duis.-Essen	3. Semester	12 SWS (Sem. 1–8)	3. Semester	8 SWS (Sem. 1–8)
Gießen	2. Semester	16 SWS (Sem. 1–8)	beliebig	8 SWS (Sem. 1–8)
Hamburg	1. Semester	12 SWS	3. Semester	4 SWS
Ludwigsburg	1. Semester	14 SWS	–	–[2]

1 Unter SWS werden sogenannte Semesterwochenstunden verstanden, also Zeitstunden, die in einem Semester in verschiedenen Veranstaltungen verbracht werden, die hier kumulativ addiert werden. Der Wert versteht sich ohne Vor- und Nachbereitung des Lernstoffs.

2 Die pädagogische Hochschule Ludwigsburg bietet keine Studiengänge für das Sekundarstufen-II-Lehramt an.

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

Tabelle 5.9 gibt einen Überblick über den mathematikdidaktischen Gehalt des Studiums an den unterschiedlichen Hochschulen. Die Übersicht zeigt, dass an allen Standorten das fachdidaktische Studium innerhalb der ersten drei Semester einsetzt, im Unfang aber stark variiert. Besonders der unterschiedliche Gehalt an fachdidaktischer Ausbildung zwischen den verschiedenen Studiengängen ist auffällig. In der Regel sehen die Studienordnungen für Studierende des Lehramts für Grund-, Haupt- und Realschule eine verstärkte didaktische Ausbildung im Bereich der Grundschule vor. Hinsichtlich der Veranstaltungen für die didaktische Ausbildung im Bereich der Sekundarstufen I und II unterscheiden sich die Studiengänge nicht wesentlich voneinander. Die GHR-Studierenden besuchen bis auf einige Ausnahmen eigenständige fachwissenschaftliche Veranstaltungen und müssen auch hier in der Regel weniger Semesterwochenstunden absolvieren. Auf einige hochschulspezifische Unterschiede zwischen den Studiengängen ist dennoch hinzuweisen.

Augsburg

Studierende des Lehramts für die Realschule besuchen hier die gleichen didaktischen Lehrveranstaltungen wie die Studierenden des Lehramts für Gymnasien. Studierende des Lehramts für Grund- und Hauptschule können Mathematik als eines ihrer zwei Unterrichtsfächer als „normales Unterrichtsfach“ oder vertieft als sogenanntes „Didaktikfach“ studieren. Wird das Fach in der vertieften Form belegt, so muss eine Vielzahl an grund- und hauptschuldidaktischen Veranstaltungen besucht werden, die etwa den dreifachen Umfang der sonst üblicherweise zu besuchenden Veranstaltungen umfassen.

Berlin

Mit Ausnahme einer von beiden Studiengängen besuchten Einführungsvorlesung sind Veranstaltungen zur Fachdidaktik an fachwissenschaftliche Module geknüpft. Im Bereich der Haupt- und Realschule werden sogar die gleichen fachmathematischen Veranstaltungen besucht. Lediglich die Veranstaltung zur Linearen Algebra II ist für die GHR-Studierenden nicht verpflichtend. Für die GHR-Studierenden ist es darüber hinaus vorgesehen, im Bachelorstudiengang ein durch mathematikdidaktische Seminare begleitetes Schulpraktikum zu absolvieren, das die GyGS-Studierenden auch in den Masterstudiengang verschieben können.

Dortmund

Der fachmathematische und fachdidaktische Gehalt des Studiums ist stark davon abhängig, ob Mathematik als Kernfach oder Komplementfach studiert wird. Hier unterscheidet sich der minimale Gehalt an fachdidaktischen Veranstaltungen zwischen den Studiengängen am meisten. Während der Gehalt der Fachdidaktik sich bei den GyGS-Studierenden nicht zuletzt auch daran entscheidet, ob sie ihr durch die Studienordnung vorgeschriebenes Schulpraktikum im Fach Mathematik durchführen oder in ihrem Zweitfach (es sind entweder 2 oder 4 SWS Fachdidaktik vorgesehen), besuchen die GHR-Studierenden bereits im Bachelorstudium eine fachdidaktische Einführung und eine Vertiefung.

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

Im Bereich „Bildung & Wissen“ werden von Absolventinnen und Absolventen beider Studiengänge fachdidaktische Veranstaltungen besucht, ein großer Teil des fachdidaktischen Gehalts soll aber bereits „fachintegriert“ in den fachmathematischen Veranstaltungen vermittelt werden, die zugehörigen Modulhandbücher weisen hier die Vermittlung von Medienkompetenz im Umgang mit Computern und Fremdsprachenkompetenz durch den Umgang mit anderssprachigen fachmathematischen Texten als fachdidaktische Kompetenzen aus.

Duisburg-Essen

Während die GyGS-Studierenden im viersemestrigen Grundstudium eine Veranstaltung zur allgemeinen Einführung in die Fachdidaktik besuchen, ist die fachdidaktische Veranstaltung der GHR-Studierenden thematisch auf die Didaktik der Arithmetik festgelegt, die eine obligatorische Übungsgruppe beinhaltet. Nicht nur im Grundstudium ist der Gehalt der fachdidaktischen Veranstaltungen bei den GHR-Studierenden durch die festgelegte Studienordnung also erhöht, auch in dem sich vom 5. bis 8. Semester anschließenden Hauptstudium besuchen diese Studierenden mehr fachdidaktische Veranstaltungen als die GyGS-Studierenden.

Gießen

Erst in der neueren Studienordnung ab dem Wintersemester 2008/09 wurde der fachdidaktische Anteil des Studiums für die Lehramtsstudierenden der Sekundarstufe II erhöht. Die in der TEDS-LT-Stichprobe befindlichen Gießener GyGS-Studierenden befinden sich mehrheitlich im fünften Semester, was bedeutet, dass sie noch nach der vorhergehenden Studienordnung studieren und im Vergleich zu den GHR-Studierenden verhältnismäßig wenige fachdidaktische Veranstaltungen besucht haben (maximal zwei). Die im Hauptstudium zu besuchende fachdidaktische Veranstaltung bezieht sich thematisch zudem laut Studienordnung auf die Sekundarstufe II.

Hamburg

Durch den Besuch der Veranstaltung des „fachdidaktischen Grundlagenstudiums Mathematik“ kommen die GHR-Studierenden während ihres Studiums bereits zu einem sehr frühen Zeitpunkt und in einem größeren Umfang als die GyGS-Studierenden in Berührung mit fachdidaktischen Fragestellungen. Die sich im dritten Semester anschließende Veranstaltung zur Einführung in die Mathematikdidaktik besuchen beide Studiengänge gemeinsam. Während sich jedoch beispielsweise am Standort Dortmund der geringe Mindestanteil fachdidaktischer Veranstaltungen bei den GyGS-Studierenden aus der Planung von Schulpraktika und Möglichkeiten zu Schwerpunktsetzungen ergibt, ist die fachdidaktische Ausbildung der Hamburger Studierenden – wenn man von Möglichkeiten, das obligatorische Schulpraktikum mit damit verbundenen Vorbereitungsseminaren im Fach Mathematik durchzuführen, einmal absieht – außerhalb des Schulpraktikums erst wieder im Masterstudiengang vorgesehen.

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

Ludwigsburg

In welchem Umfang fachwissenschaftliche und fachdidaktische Veranstaltungen besucht werden, richtet sich in erster Linie danach, ob Mathematik als Hauptfach, Leitfach oder affines Fach gewählt wird. Die Fachdidaktik beginnt hier bereits im ersten Semester und ist auf die jeweilige fachmathematische Veranstaltung abgestimmt. Die Studierenden, die Mathematik als Hauptfach studieren, besuchen über die gemeinsam mit den Studierenden, die Mathematik als Leitfach studieren, besuchten Veranstaltungen hinaus in der Regel vertiefende Veranstaltungen fachwissenschaftlicher Art, wie z.B. Kombinatorik, Zahlentheorie, Algebra, Geometrie oder Graphentheorie, aber auch fachdidaktische Veranstaltungen zu individuellen Lernwegen oder didaktischen Konzeptionen.

5.2 Ergebnisse

5.2.1 Empirische Überprüfung der Strukturannahmen

Nach der Kodierung wurden die Daten mit IRT-Modellen skaliert, wobei zwischen den im Abschnitt 5.1.1 beschriebenen Skalen unterschieden wurde. Die Reliabilität dieser Skalen ist dabei durchgängig als zufriedenstellend anzusehen (Skalen-Reliabilität zwischen 0,74 und 0,77; siehe Tabelle 5.10).

Tabelle 5.10: Übersicht über die Skalenreliabilitäten

Skala	EAP/PV–Reliabilität	WLE–Reliabilität
Arithmetik	0,772	0,747
Algebra	0,739	0,737
Fachdidaktik	0,763	0,743

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Die Testdaten zur Erfassung der verschiedenen Dimensionen wurden einer Rasch-Skalierung unterzogen, wobei alle Skalen getrennt eindimensional und jeweils für die Gesamtgruppe skaliert wurden. Zur Abschätzung und Darstellung der Personenfähigkeiten werden sogenannte *weighted likelihood estimates* (WLE: Warm, 1989) verwendet, die den IRT-Skalierungen entstammen. Alle Skalierungen erfolgten in ConQuest.

In diesem Zusammenhang ist es von Bedeutung, dass die TEDS-LT-Items hinsichtlich ihrer Schwierigkeit hinreichend breit gestreut sind, sodass die Fähigkeiten der Studierenden über das ganze empirische Spektrum präzise erfasst werden können. Abbildung 5.3 gibt einen Überblick über die empirische Verteilung der Itemschwierigkeiten. Dabei sind die der Skalierung zugrunde liegenden Items in den einzelnen Dimensionen jeweils auf der rechten Seite der Skalen durch eine Zahl von 1 bis 38 repräsentiert. Auf der linken Seite der Skala sind die getesteten Personen durch ein „x“ repräsentiert (ein „x“ steht für 3,2 Personen). Die Schätzung der Personenfähigkeiten erfolgte dabei in sogenannten Logit-Einheiten, die einen Mittelwert von 0 haben.

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

	WLE Arithmetik	Items Arithmetik		WLE Algebra	Items Algebra		WLE Fachdidaktik	Items Fachdidaktik
					17			
4								
				3			3	
				X				
3				X			X	
	X						X	
	X			XX			XX	
	XX	14		XX			X	
	XX		2	X		2	X	
	XX			XX			XX	
	XX			XX	26		XX	
2	XXX	10		XXXX			XXX	**19**
	XXXX	23		XXXX			XXXX	**20**
	XXXX			XXXX	21		XXXX	
	XXXXXXX	**17**		XXXXXXX	36		XXXXXXX	
	XXXXX	6		XXXXX	3		XXXX	
	XXXXX	**18**	1	XXXXX	16		XXXX	
	XXXXX			XXXXXX	12 **31**	1	XXXXXX	
1	XXXXXXXX	**13**		XXXXXXX			XXXXXXX	14 24 32
	XXXXXXXX	8		XXXXXXXX	7 27		XXXXXXXXX	25
	XXXXXXXX	**11**		XXXXXXXXXX	9 10 11		XXXXXXXXXX	21 36
	XXXXXXX			XXXXXXX	**18**		XXXXXXXX	3 4 7
	XXXXXXXX	15		XXXXXXXX	8 13 24		XXXXXXXX	6 16 26 **34**
	XXXXXXX	1 4		XXXXXXXXX			XXXXXXX	1 2 10 11 **33**
	XXXXXXX	7		XXXXXXXXXX	6 14 19 29		XXXXXXXXX	22
0	XXXXXXXXXX	9	0	XXXXXXXXXX	2 4 5 28 30	0	XXXXXXXXXX	5 12 **35**
	XXXXXXXX			XXXXXXXX			XXXXXXXX	
	XXXXXXX	3 5 **12** 16 25		XXXXXXX	25		XXXXXXX	
	XXXXXX	24		XXXXXXX	37		XXXXXXX	9 17 23
	XXXXX	26		XXXX	23		XXX	13
	XXXX			XXXX	**20**		XXXX	8
	XXX	2		XXXX			XXXX	
-1	XXX			XX			XX	28
	XX			XX			XX	
	XX	21	-1	X		-1	XX	
	X			XX	**22**		X	
	X	22		X	35 38		X	
	X				15		X	
	X			X				
	X			X			X	**18** 27
-2		19						29 30 31
		27	-2		32	-2		
								15
		20						
-3					1 33 34			

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.3: Streuung der Itemschwierigkeiten und Personenfähigkeiten

Der Vorteil der Rasch-Skalierung besteht darin, dass sowohl Itemschwierigkeiten als auch die in Form der WLEs geschätzten Personenparameter auf einer eindimensionalen Skala abgebildet werden können, sodass anhand der Personenparameter auf die Schwierigkeit von Items zurückgeschlossen werden kann, obwohl nicht alle Personen alle Items

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

der getesteten Skala in Form von testheftspezifischen Aufgaben vorgelegt bekommen haben. Weisen Fähigkeitswert einer Person und Itemschwierigkeit den gleichen Wert auf, so kann unter Annahme der Geltung des Raschmodells davon ausgegangen werden, dass die Person das Item mit einer Lösungswahrscheinlichkeit von 50 % lösen kann.

In allen drei Dimensionen folgt die Verteilung der Itemschwierigkeiten relativ gut der Streuung der Personenfähigkeiten (siehe Abbildung 5.3), insofern ist in TEDS-LT über den ganzen Bereich hinweg eine hinreichend präzise Schätzung der Personenfähigkeiten gegeben. Die Itemschwierigkeiten verteilen sich auch entlang der ganzen Skala, sodass – trotz der angestrebten Häufung von Items in der Mitte der Skalen – sowohl leichte als auch schwere Items im Test enthalten sind. Im oberen Extrembereich der Skalen finden sich jeweils verhältnismäßig wenige Items, was zur Folge hat, dass die Schätzung der Personenfähigkeiten – speziell in der Fachdidaktik – hier weniger präzise ist.

Die bei der Itemkonstruktion und Itemauswahl berücksichtigten unterschiedlichen kognitiven Prozesse unterscheiden sich in ihrer Schwierigkeit wie erwartet und wie mit der Unterscheidung von Basiswissen und Spezialwissen angestrebt nur geringfügig. Items aus dem kognitiven Prozess „Bewerten und Generieren von Handlungsoptionen“ sind also beispielsweise nicht per se schwieriger als Aufgaben aus dem kognitiven Prozess „Erinnern und Abrufen“. Des Weiteren kann davon ausgegangen werden, dass sich der Kompetenzerwerb in den theoretisch angenommenen kognitiven Prozessen nicht linear vollzieht, sondern dass Kompetenzen in allen Prozessen der Kognition vorhanden sind. Wenn es daher an eine Differenzierung der Itemschwierigkeiten geht, spielen inhaltliche Gesichtspunkte möglicherweise eine stärkere Rolle.

Im Bereich der Fachmathematik zeigt sich entsprechend, dass die schwierigkeitsgenerierenden Merkmale der verwendeten Aufgabenformate nur bedingt unterschiedlichen kognitiven Prozessen adäquat zugeordnet werden können. Im Bereich der Fachdidaktik zeichnet sich dies etwas deutlicher ab, da hier sogar eine Überlappung der unterschiedlichen kognitiven Prozesse anhand der verschiedenen Itemschwierigkeiten festgestellt werden kann. Ein Problem stellt dabei aber die unterschiedliche Anzahl der Items in den verschiedenen kognitiven Prozessen dar, die über die Dimensionen nicht gleichmäßig verteilt sind.

Die Schwierigkeit der Items ist offenbar davon abhängig, ob allgemeines, grundlegendes oder spezielles Wissen abgefragt wird. Die Gemeinsamkeiten der Items einer Schwierigkeitsstufe innerhalb einer Skala ermöglichen es dennoch, festgelegte Kompetenzbereiche zu definieren, die die Auswertung der Personenfähigkeiten im Weiteren erleichtern bzw. veranschaulichen.

Die Verknüpfung von Itemschwierigkeiten und Personenfähigkeiten über eine Rasch-Skalierung ermöglicht es, Fähigkeitsintervalle auf Seiten der angehenden Mathematiklehrkräfte mit Anforderungen in Beziehung zu setzen, die für das Lösen bestimmter Testitems nötig sind. In TEDS-LT können dabei für alle Dimensionen jeweils Kompetenzbereiche identifiziert werden, die dann anhand der Items beschrieben werden können. Die verschiedenen Kompetenzbereiche ergeben sich dabei aus den ermittelten Itemschwierigkeiten, die hier wie die Personenparamter auf die Metrik der WLEs transformiert wurden, um eine Vergleichbarkeit zu ermöglichen. Im Folgenden wird die Be-

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

schreibung dieser Bereiche für alle drei Dimensionen vorgenommen. Die in ConQuest berechneten Personenfähigkeiten in *logits* wurden auf eine leichter nachvollziehbare Metrik mit einem Mittelwert von 50 Punkten und einer Standardabweichung von 10 Punkten transformiert, ohne dass sich dadurch die Rangfolge oder die relativen Abstände zwischen den Personen ändern. Die Aufgabenschwierigkeiten wurden entsprechend angepasst, sodass Items mit Schwierigkeitsparametern unter 50 tendenziell leichter, Items mit entsprechenden Parametern über 50 schwerer als durchschnittliche Aufgaben sind.

Fachwissenschaftliche Subdimension Arithmetik

Die Itemschwierigkeiten verteilen sich gleichmäßig entlang der Bandbreite an Schwierigkeiten, es sind sowohl sehr leichte als auch sehr anspruchsvolle Items in die Skalierung mit eingegangen. Versucht man, auf der Basis der eindimensional skalierten Daten verschiedene Kompetenzbereiche zu beschreiben, so fällt auf, dass Items im *unteren Schwierigkeitsbereich* (WLE-Itemschwierigkeit unter 40) folgende Fähigkeiten voraussetzen:

- Wissen über den *Aufbau des Zahlenstrahls*,
- Zahlen aus vorgegebenen *Zahlbereichen erkennen* können.

19,2 % der TEDS-LT-Stichprobe weisen Personenfähigkeitswerte auf, die in diesem unteren Schwierigkeitsbereich liegen. Zur Illustration ein Item, das auf das Verständnis der reellen Zahlen zielt (siehe Abbildung 5.4).

B34 (TEDS-M 2008)
Wie viele Dezimalzahlen gibt es zwischen 0,20 und 0,30?

A) 9 B) 10 C) 99 D) Unendlich viele

Kreuzen Sie einen Kreis an.

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.4: Beispielitem für die fachwissenschaftliche Subdimension Arithmetik – unterer Schwierigkeitsbereich

Die Lösungshäufigkeit[2] für dieses Item liegt bei 90,3 %. Das Item hat eine WLE-Schwierigkeit von 26,30 und ist in Abbildung 5.3 das Item mit der Nummer 27.

Um die Items im *mittleren Schwierigkeitsbereich* (WLE-Itemschwierigkeit 40 bis 52) erfolgreich zu lösen, sind folgende Kenntnisse erforderlich:

- *Realitätsgebundene Repräsentationen* von Operationen der Grundrechenarten erkennen können,

2 Die richtige Lösung für dieses Item ist D). Die Angabe der Lösungshäufigkeit bezieht sich nur auf die Anzahl von Personen, die das Item tatsächlich bearbeitet und nicht etwa ausgelassen haben. Die Antworten der Studierenden erfolgten auf einem separaten Antwortbogen. Daher sind in den Abbildungen die anzukreuzenden Kreise nicht sichtbar.

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

- Arithmetische Ausdrücke *Zahlbereichen zuordnen* können,
- Wissen über einfache *Begründungen* von Zahlbereichserweiterungen.

45,6 % der TEDS-LT-Stichprobe weisen die Personenfähigkeiten dieses Schwierigkeitsbereichs auf. Ein Item-Beispiel, bei dem die innermathematischen Berechnungen Zahlbereichen zugeordnet werden müssen, ist Abbildung 5.5 zu entnehmen.

SHPS110 (TEDS-M 2008)
Entscheiden Sie, ob man beim Folgenden immer, manchmal oder niemals eine irrationale Zahl erhält.

Kreuzen Sie ein Kästchen pro Zeile an.

		Immer	**Manchmal**	**Niemals**
A)	Die Zahl, die man erhält, wenn man den Umfang eines Kreises durch seinen Durchmesser teilt.	☐	☐	☐
B)	Die Länge der Diagonalen eines Quadrates mit der Seitenlänge 1.	☐	☐	☐
C)	Das Ergebnis von 22 geteilt durch 7.	☐	☐	☐

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.5: Beispielitem für die fachwissenschaftliche Subdimension Arithmetik – mittlerer Schwierigkeitsbereich

Die Lösungshäufigkeit[3] für diese Items in der Gesamtstichprobe liegt zwischen 67,1 % (B) und 40,7 % (C). Die WLE-Itemschwierigkeit der Items beträgt 50,6 (A), 43,1 (B) und 54,4 (C). In Abbildung 5.3 finden sich die Items unter den Nummern 11 (A), 12 (B) und 13 (C).

Die Items in einem *hohen Schwierigkeitsbereich* (WLE-Itemschwierigkeit größer als 52) lassen sich ebenfalls gruppieren und setzen folgende Anforderungen voraus:

- Wissen über den *Zusammenhang* von Zahlbereichen und Funktionen,
- *Analogisieren* von Aussagen über Zahlbereiche,
- Wissen über spezielle *Begründungen* von Zahlbereichserweiterungen.

35,2 % der TEDS-LT-Stichprobe verfügen über die entsprechenden Personenfähigkeiten dieses Schwierigkeitsbereichs. Ein Beispiel stellt das Item in Abbildung 5.6 dar, bei dem überprüft werden muss, ob die einzelnen Antwortalternativen jeweils Begründungen für die Zahlbereichserweiterung sind.

Die Lösungshäufigkeit[4] für Item C und D in der Gesamtstichprobe beträgt 38 % (D) und 32,1 % (C). Die Items weisen eine Schwierigkeit von 58,1 (C) und 55,5 (D) auf. In Abbildung 5.3 finden sich die Items unter den Nummern 17 (C) und 18 (D).

3 Die richtige Lösung dieses Items ist A) immer; B) immer; C) nie.
4 Die richtige Lösung für dieses Item ist C) ja; D) nein.

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

BJ7
Was sind zentrale Charakteristika des Übergangs von den rationalen Zahlen zu den reellen Zahlen?

C) Die Möglichkeit, für das Verhältnis zweier beliebiger Strecken eine Zahl angeben zu können.
D) Die Möglichkeit, quadratische Funktionen zu definieren.

Kreuzen Sie einen Kreis pro Zeile an.

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.6: Beispielitem für die fachwissenschaftliche Subdimension Arithmetik – hoher Schwierigkeitsbereich

Fachwissenschaftliche Subdimension Algebra

Die Mehrheit der Items liegt im mittleren Schwierigkeitsbereich, es sind sowohl sehr leichte als auch sehr anspruchsvolle Items in die Skalierung mit eingegangen. Die Schwierigkeiten der Items der jeweiligen Anforderungsniveaus streuen weit auseinander. Versucht man auch hier, auf der Basis der eindimensional skalierten Daten verschiedene Kompetenzbereiche zu beschreiben, so fällt auf, dass Items im *unteren Schwierigkeitsbereich* (WLE-Itemschwierigkeit kleiner als 43) folgendes Wissen abverlangen:

- *Bildungsgesetze einfacher Folgen* erkennen können,
- *Verständnis* einfacher algebraischer Größen *(gerade/ungerade)*,
- Wissen über Eigenschaften *einfacher Funktionen.*

B412 (TEDS-M 2008)
Marcel wollte drei aufeinander folgende **gerade** Zahlen finden, die zusammen die Summe 84 ergeben. Er schrieb dazu die Gleichung $k + (k + 2) + (k + 4) = 84$.
Wofür steht die Variable k?

Kreuzen Sie ein Kästchen an.

A)	Für die kleinste der drei geraden Zahlen.	☐
B)	Für die mittlere gerade Zahl.	☐
C)	Für die größte der drei geraden Zahlen.	☐
D)	Für den Durchschnitt der drei geraden Zahlen.	☐

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.7: Beispielitem für die fachwissenschaftliche Subdimension Algebra – unterer Schwierigkeitsbereich

24,2 % der TEDS-LT-Stichprobe weisen die Personenfähigkeiten dieses Schwierigkeitsbereichs auf. Abbildung 5.7 zeigt ein Beispiel, bei dem die algebraische Größe interpretiert werden muss. Die Lösungshäufigkeit[5] für dieses Item beträgt in der Gesamtstichpro-

5 Die richtige Lösung dieses Items ist A).

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

be 80,1 %. Das Item besitzt eine WLE-Schwierigkeit von 36,0 und findet sich in Abbildung 5.3 unter der Nummer 22.

Items im *mittleren Schwierigkeitsbereich* (WLE-Itemschwierigkeit 43 bis 52) setzen in der Regel folgende Fähigkeiten für eine erfolgreiche Bearbeitung voraus:

- *Auswahl der richtigen Definition* aus einer Reihe vorgegebener Definitionen für algebraische Begriffe,
- Durchführen von *Termumformungen*,
- Wissen über Eigenschaften *von Funktionen*,
- Beurteilungen, bei denen *algebraische Größen in gegebenen realitätsbezogenen Sachverhalten erkannt* werden müssen,
- Entscheidungen über *Konvergenz von einfachen Folgen und Reihen.*

42 % der TEDS-LT-Stichprobe weisen Personenfähigkeitswerte auf, die in diesem Schwierigkeitsbereich liegen. Ein Beispiel für ein Item, bei dem die realitätsgebundenen Sachverhalte in Teilprobleme zerlegt werden müssen, um zu prüfen, ob sie algebraisch (hier mit Funktionen) beschrieben werden können, ist Abbildung 5.8 zu entnehmen.

Die Lösungshäufigkeit[6] für diese Items in der Gesamtstichprobe beträgt 72,8 % (C) und 52,9 % (A). Die WLE-Itemschwierigkeiten liegen bei 50,0 (A) und 40,3 (C). In Abbildung 5.3 finden sich die Items unter der Nummer 18 (A) und 20 (C).

SHPS210 (TEDS-M 2008)
Welche der folgenden Sachverhalte können durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden?

A) Die Höhe *h* eines Balls, *t* Sekunden nachdem er in die Luft geworfen wurde.
C) Der Wert *W* eines Autos nach *t* Jahren, wenn die Wertminderung *d %* pro Jahr beträgt.

Kreuzen Sie einen Kreis pro Zeile an.

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.8: Beispielitem für die fachwissenschaftliche Subdimension Algebra – mittlerer Schwierigkeitsbereich

Items in einem *hohen Schwierigkeitsbereich* (WLE-Itemschwierigkeit größer als 52) lassen sich anhand ihrer Anforderungen folgendermaßen gruppieren:

- Führen *eigenständiger kleiner Beweise* mit Funktionen und Variablen,
- Wissen über Eigenschaften *spezieller Funktionen, Folgen und Reihen*,
- Wissen über *Zusammenhänge* von algebraischen Größen,
- Wissen über *Zusammenhänge* von Eigenschaften von Funktionen,

6 Die richtige Lösung für dieses Item ist A) nein; C) ja.

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

- *Fallunterscheidungen* im Bereich von algebraischen Zusammenhängen erkennen und durchführen können.

33,8 % der TEDS-LT-Stichprobe verfügen über die diesem Schwierigkeitsbereich entsprechenden Personenfähigkeiten. Abbildung 5.9 zeigt ein Beispiel für ein Item dieser Schwierigkeitskategorie, bei dem zur richtigen Lösung eine mathematische Fallunterscheidung für den Parameter n erkannt und in der Begründung beschrieben werden muss.

B59 (TEDS-M 2008)
Schülerinnen und Schülern mit Algebrakenntnissen wurde die folgende Frage gestellt:
Es sei n eine beliebige Zahl. Welcher der Ausdrücke ist größer: 2n oder n + 2?

Beantworten Sie die Frage und begründen Sie Ihre Antwort.

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.9: Beispielitem für die fachwissenschaftliche Subdimension Algebra – hoher Schwierigkeitsbereich

Die Lösungshäufigkeit[7] für dieses Item beträgt in der Gesamtstichprobe 20,8 %. Das Item besitzt eine WLE-Schwierigkeit von 55,0. In Abbildung 5.3 trägt das Item die Nummer 31.

Dimension Fachdidaktik

Auch in der Fachdidaktik konzentrieren sich die Itemschwierigkeiten um die mittlere Itemschwierigkeit, es sind aber sowohl leichte als auch schwere Items in die Skalierung mit eingegangen. Versucht man, auf Basis der eindimensional skalierten Daten im Folgenden verschiedene Kompetenzbereiche zu beschreiben, so fällt auf, dass die Items im *unteren Schwierigkeitsbereich* (WLE-Itemschwierigkeit kleiner als 39) hinsichtlich ihrer Anforderungen folgendermaßen gruppiert werden können:

- *Schülerlösungen auf Richtigkeit überprüfen* können,
- Kennen von *Fachbegriffen der Leistungsmessung*,
- Wissen über *Methoden der Leistungsmessung* anhand einfacher Beispiele.

Nur 12,6 % der TEDS-LT-Stichprobe weisen Personenfähigkeitswerte auf, die in diesem unteren Schwierigkeitsbereich liegen. Ein Item, das die Zuordnung von Methoden der Leistungsmessung in zwei einfachen Beispielen verlangt, zeigt Abbildung 5.10.

Die Lösungshäufigkeit[8] für die Items A und D in der Gesamtstichprobe liegt bei 93,3 % (A) und 86,8 % (D). Die Items haben einen WLE-Schwierigkeitswert von 22,1 (A) und 30,3 (D). In Abbildung 5.3 tragen die Items die Nummer 15 (A) und 18 (D).

7 Die Lösung dieser Aufgabe wurde offen kodiert. Bei der Lösung muss für den Parameter n eine Fallunterscheidung beachtet werden.

8 Die Lösung für dieses Item ist A) Portfolio; D) Klassenarbeit.

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

K34_1 und K34_4
Überlegen Sie in folgenden Fällen von Aktivitäten im Mathematikunterricht, welche der beiden Formen der Leistungsmessung (Portfolio/Klassenarbeit) der Aktivität am angemessensten gerecht wird.

A) Durchführung eines Modellierungsprojekts
D) Übungen zu den Grundrechenarten

Kreuzen Sie einen Kreis pro Zeile an.

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.10: Beispielitem für die Dimension Fachdidaktik – unterer Schwierigkeitsbereich

Items im *mittleren Schwierigkeitsbereich* (WLE-Itemschwierigkeit 39 bis 50) setzen für eine erfolgreiche Bearbeitung in der Regel folgende Fähigkeiten voraus:

- Wissen über den *Umgang mit verschiedenen Repräsentationsmodi* von Aufgaben im Bereich der *Primarstufe*,
- Wissen über *Grund-* und *Fehlvorstellungen* bei Schülerinnen und Schülern,
- *Schülerlösungen interpretieren* können,
- Wissen über *curriculare Aspekte* der Sekundarstufe I,
- Geeignete *Methoden zur Leistungsmessung* bei mehreren Alternativen auswählen können.

K8B
Stellen Sie sich vor, Sie planen eine Übungsstunde für eine Klasse des ersten Jahrgangs zur Addition im Zahlenraum bis 20. Da die Klasse leistungsmäßig sehr heterogen ist, wollen Sie drei Aufgabentypen anbieten, die jeweils einem Repräsentationsmodus von Bruner entsprechen: enaktiv, ikonisch, symbolisch.
Ordnen Sie die folgenden Beispiele den drei Aufgabentypen zu.

A) Rechne: $8+12=\square$
B) Sortiere rote und gelbe Gummibärchen zu gemischten, aber gleich großen Gruppen.
C) Kreise weiß und schwarz gezeichnete Vögel auf einem Arbeitsblatt zu Gruppen von 20 Vögeln ein.

Kreuzen Sie einen Kreis pro Zeile an.

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.11: Beispielitem für die Dimension Fachdidaktik – mittlerer Schwierigkeitsbereich

41,2 % der TEDS-LT-Stichprobe verfügen über die entsprechenden Personenfähigkeiten dieses Schwierigkeitsbereichs. Ein Beispiel, das Wissen über psychologische Repräsentationen in leistungsheterogenen Schulklassen der Primarstufe erfordert sowie darüber hinaus die richtige Zuordnung von Aufgabentypen und Repräsentationsformen voraussetzt, zeigt Abbildung 5.11 (dieses Item war nur in den GHR-Testheften enthalten).

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

Die Lösungshäufigkeit[9] für diese Items in der Gesamtstichprobe beträgt 59,3 % (C) bis 52,4 % (B). Die Items weisen eine WLE-Schwierigkeit von 49,1 (A), 49,6 (B) und 46,3 (C) auf und finden sich in Abbildung 5.3 unter den Nummern 33 (A), 34 (B) und 35 (C).

Items aus einem eher *hohen Schwierigkeitsbereich* (Itemschwierigkeit größer als 50) setzen für eine erfolgreiche Bearbeitung folgende Fähigkeiten voraus:

- Wissen über den *Umgang mit verschiedenen Repräsentationsmodi* von Aufgaben im Bereich der Sekundarstufe I,
- Wissen über die *realitätsbezogene Einbettung* von Grundrechenaufgaben,
- Wissen über *Schülerstrategien* im Bereich der Grundrechenarten,
- Auswahl einer *angemessenen Kommunikation über mathematische Sachverhalte* auf der Verständnisebene der Schülerinnen und Schüler.

46,2 % der TEDS-LT-Stichprobe verfügen über die diesem Schwierigkeitsbereich entsprechenden Personenfähigkeiten. Abbildung 5.12 zeigt ein Beispiel, das Wissen über psychologische Repräsentationen in leistungsheterogenen Schulklassen der Sekundarstufe I erfordert sowie darüber hinaus die richtige Zuordnung von Aufgabentypen und Repräsentationsformen voraussetzt.

K8A
Stellen Sie sich vor, Sie planen eine Stunde für eine Klasse des achten Jahrgangs, in der Ihre Schüler und Schülerinnen den Satz des Pythagoras beweisen sollen. Da die Klasse leistungsmäßig sehr heterogen ist, wollen Sie drei Aufgabentypen anbieten, die jeweils einem Repräsentationsmodus von Bruner entsprechen: enaktiv, ikonisch, symbolisch.
Ordnen Sie die folgenden Beispiele den drei Aufgabentypen zu.

Kreuzen Sie ein Kästchen pro Zeile an.

		enaktiv	**ikonisch**	**symbolisch**
A)	Berechnungsbeweis, der auf binomischen Formeln beruht.	☐	☐	☐
B)	Ergänzungsbeweis mit Puzzle	☐	☐	☐

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.12: Beispielitem für die Dimension Fachdidaktik – hoher Schwierigkeitsbereich

Die Lösungshäufigkeit[10] für diese Items in der Gesamtstichprobe beträgt 36,5 % (B) und 34,3 % (A). Die Items haben eine WLE-Schwierigkeit von 62,4 (A) und 61,3 (B). In Abbildung 5.3 tragen die Items die Nummer 19 (A) und 20 (B). Wie die Dokumentation deutlich macht, verteilen sich die Items des TEDS-LT-Tests relativ gleichmäßig auf die drei Schwierigkeitsbereiche (siehe Tabelle 5.11).

9 Die Lösung für dieses Item ist A) symbolisch; B) enaktiv; C) ikonisch.
10 Die richtige Lösung dieses Items ist A) symbolisch; B) enaktiv.

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

Tabelle 5.11: Verteilung der Items auf die jeweiligen Schwierigkeitsbereiche

Fachwissen-schaftliche Subdimensionen und Fachdidaktik	Gesamtzahl Items	Unterer Schwierigkeits-bereich	Mittlerer Schwierigkeits-bereich	Hoher Schwierigkeits-bereich
Arithmetik	27	7	13	7
Algebra	38	12	13	13
Fachdidaktik	36	7	18	11

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Zusätzlich zu den getrennten eindimensionalen Skalierungen erfolgte eine mehrdimensionale Skalierung, um die Ergebnisse für Arithmetik, Algebra und Fachdidaktik miteinander in Beziehung setzen zu können. Tabelle 5.12 gibt einen Überblick über die Korrelationen zwischen den unterschiedlichen Wissensdimensionen.

Die latenten Korrelationen sind positiv und fallen insgesamt hoch aus. Dies stützt die Annahme, dass es sich bei dem professionellen Wissen von angehenden Mathematiklehrkräften um ein Konstrukt handelt, bei dem sowohl fachliche als auch fachdidaktische Wissensanteile eng miteinander zusammenhängen. Zentrale Annahme im Bereich des mathematischen Wissens ist ein enger Zusammenhang der Skalen der beiden Inhaltsbereiche Algebra und Arithmetik, und wie erwartet korrelieren die fachmathematischen Dimensionen auch mit 0,861. Beide Korrelationen zwischen dem fachdidaktischen Wissen und dem mathematischen Fachwissen fallen geringer aus als die Korrelation zwischen den beiden mathematischen Wissensfacetten.

Tabelle 5.12: Latente Korrelationen der Skalen der einzelnen Dimensionen

Latente Korrelationen	Fachwissen Arithmetik	Fachwissen Algebra
Fachwissen Algebra	0,861	
Fachdidaktisches Wissen	0,667	0,769

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Im Vergleich zu den deutlich geringer ausfallenden Korrelationen der unterschiedlichen Dimensionen in den Fächern Deutsch (siehe Kapitel 3) und Englisch (Kapitel 4) zeigt sich hier die starke Strukturierung des Faches Mathematik. Das mathematische Fachwissen in beiden Dimensionen unterscheidet sich nicht grundsätzlich, sondern nur inhaltsspezifisch. In der geringfügig höheren Korrelation des fachdidaktischen Wissens mit dem Fachwissen Algebra wird weiterhin die latente inhaltliche Nähe der Items der Skala Fachdidaktik zu den Bereichen der Algebra und – darin enthalten – der Analysis deutlich. Die fachdidaktischen Items sind stark stoffdidaktisch geprägt und beziehen sich zu einem größeren Teil auf die Didaktik der Algebra als auf die Didaktik der Arithmetik. Es handelt sich hier dennoch um drei verschiedene Dimensionen von professionellem Wissen,

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

die sich zwar wechselseitig beeinflussen, aber eigenständige Wissenskonstrukte darstellen. Dies stützt die Annahme, dass das fachdidaktische Wissen mit seinen speziellen Anforderungen und Facetten nicht einfach als ein Teil des fachmathematischen Wissens angesehen werden kann und somit auch die Bildung eines Mathematikgesamtscores, der das fachdidaktische Wissen mit einschließt, unzulässig wäre.

5.2.2 Studiengangspezifische Ergebnisse des ersten Messzeitpunkts

Für die Untersuchung der Leistungsunterschiede zwischen den GHR- und GyGS-Studierenden wurden nur die Teilstichproben der an TEDS-LT teilnehmenden Hochschulen herangezogen, in denen sich Studierende beider Studiengänge in ausreichender Menge befanden. Auf diese Weise konnte in der begleitenden Varianzanalyse, die zur Absicherung der in Tabelle 5.13 dokumentierten deskriptiven Ergebnisse durchgeführt wurde, indem der Einfluss der Hochschulen und der Semesterzahl aus den Testergebnissen herauspartialisiert wurde, statistischen Verzerrungen durch ungleichmäßige Fallzahlen und inhomogene Varianzen vorgebeugt werden. Es zeigten sich im Bereich des mathematischen und mathematikdidaktischen Fachwissens signifikante Leistungsunterschiede zwischen den GyGS-Studierenden und den GHR-Studierenden zugunsten Ersterer. Die angesprochene Varianzanalyse stützt diese Annahme eines signifikanten Studiengangeinflusses auf die Mittelwertunterschiede. Tabelle 5.13 gibt einen Überblick über die in den jeweiligen Skalen erreichten Werte. Die Darstellung der Personenfähigkeiten erfolgt in Form der auf den Mittelwert 50 und die Standardabweichung 10 normierten WLEs.

Tabelle 5.13: Vergleich der mittleren Testleistungen

Fachwissenschaftliche Subdimensionen und Fachdidaktik	GHR				GyGS					
	n	Mittelwert	SD	S.E.	n	Mittelwert	SD	S.E.	Differenz	d
Arithmetik	285	46,67	8,47	0,50	136	57,80	7,52	0,64	11,12*	1,1
Algebra	285	47,11	8,76	0,52	136	56,71	9,09	0,78	9,59*	1,0
Fachdidaktik	285	46,85	9,30	0,55	136	55,14	9,14	0,78	8,29*	0,8

* $p < 0,05$

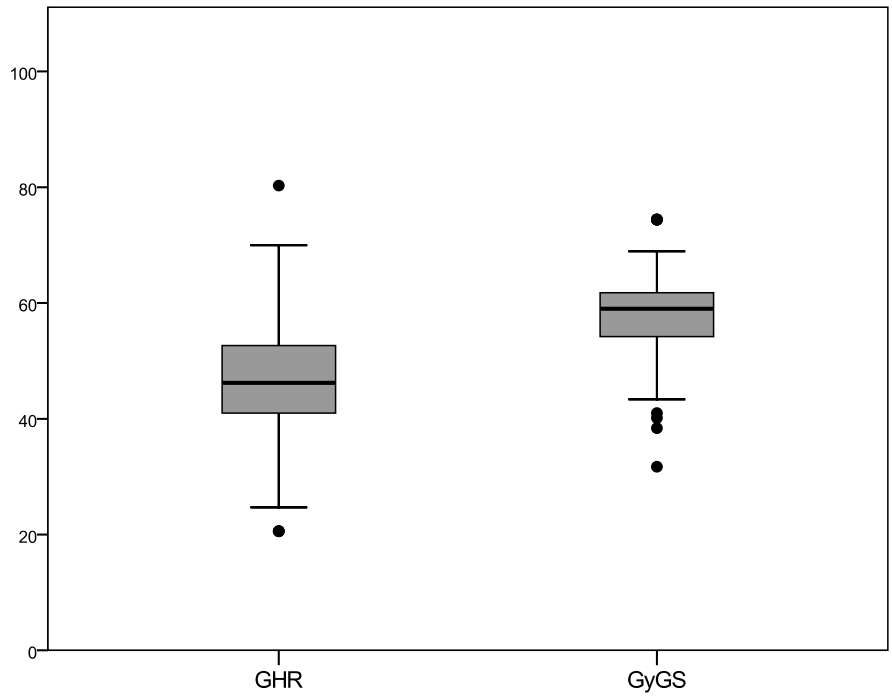
BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Der Vergleich der mittleren Testleistungen zeigt in Hinblick auf die Gesamtstichprobe die erheblichen Leistungsdifferenzen zwischen den verschiedenen Studiengängen auf. Als Maß für die Streuung wird dabei die Standardabweichung für die unterschiedlichen Studiengänge angegeben. Die daraus ermittelten Standardfehler erlauben die Berechnung der in den Abbildungen 5.13 bis 5.15 eingezeichneten Konfidenzintervalle, innerhalb derer sich der wahre Populationsmittelwert für die unterschiedlichen Studiengänge mit 95 %iger Wahrscheinlichkeit befindet. Die Konfidenzintervalle ergeben sich, indem der Stichprobenfehler jeweils 1,96-fach oberhalb und unterhalb des Mittelwerts abgetragen

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

wird. Unterschiede zwischen zwei Mittelwerten können – als Faustformel – dann als systematisch gelten, wenn das Konfidenzintervall eines Werts den anderen Wert nicht mit einschließt.

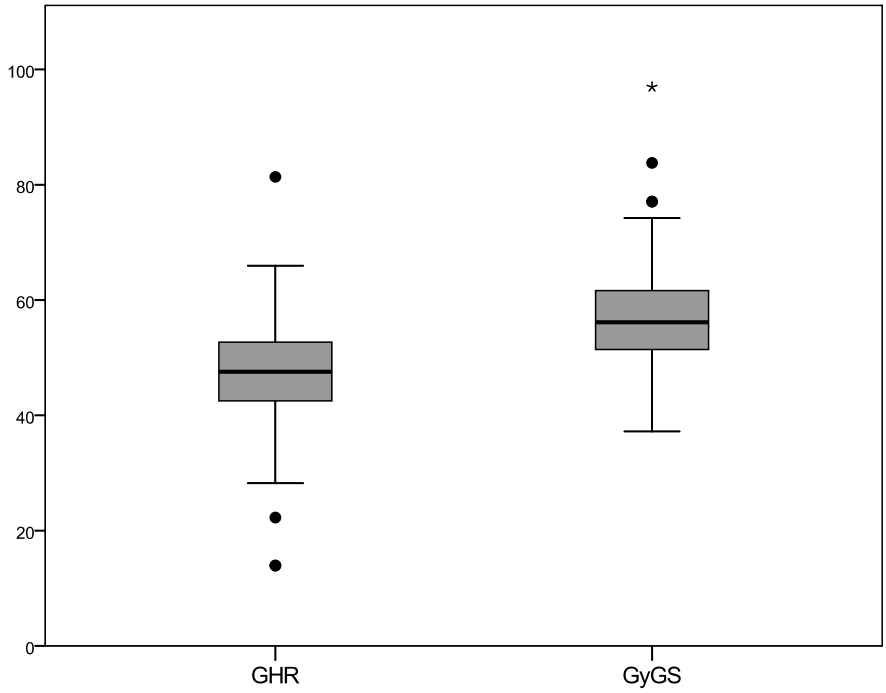
Auskunft über die praktische Relevanz dieser Unterschiede gibt das Effektstärkemaß Cohens d, das Mittelwertdifferenzen in Relation zur Standardabweichung der Gesamtstichprobe setzt (hier normiert auf 10). Werte um d = 0,2 repräsentieren nach Cohen (1988) einen schwachen, Werte um d = 0,5 einen mittleren und Werte um d = 0,8 einen starken Effekt. Durchgängig lassen sich sehr hohe Effektstärken beobachten. Im mathematischen Wissen fällt dieser Unterschied deutlicher aus, der Unterschied im Bereich der Fachdidaktik ist geringer. Doch auch im Bereich des mathematikdidaktischen Wissens schneiden die GyGS-Studierenden im Vergleich zu den GHR-Studierenden signifikant besser ab, was angesichts des hohen Anteils der Fachdidaktik im Studium des GHR-Lehramts eher überrascht. Ebenfalls überraschend ist, dass die GHR-Studierenden im Bereich Arithmetik nicht besser abschneiden. Arithmetik ist an vielen bei TEDS-LT teilnehmenden Hochschulen der curriculare Schwerpunkt der GHR-Lehramtsausbildung, sodass hier die Annahme bestanden hat, dass die Werte der unterschiedlichen Studiengänge näher beieinander liegen. Ein direkter Vergleich zwischen Arithmetik und Algebra ist aus testtheoretischen Gründen nicht möglich, da die Skalen getrennt eindimensional skaliert wurden. Es ist also nicht möglich, aus Tabelle 5.13 oder den Abbildungen 5.13 bis 5.15, die die Skalenwerte noch einmal graphisch darstellen, herauszulesen, auf welchem Gebiet die Studierenden über das meiste Wissen verfügen.



BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

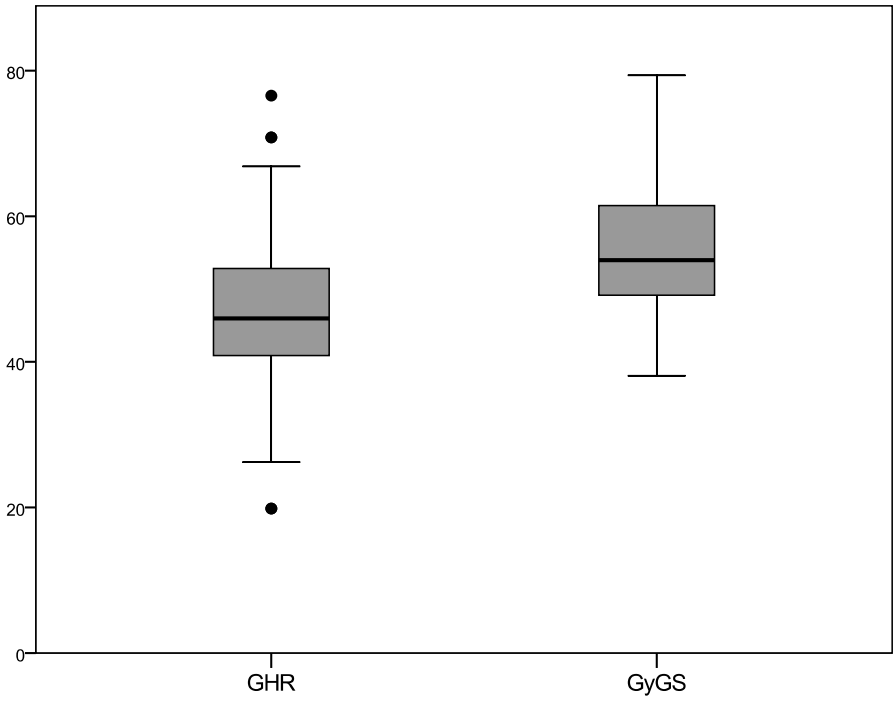
Abbildung 5.13: Vergleich der Studiengänge hinsichtlich der Gesamtscores auf der Skala Arithmetik

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04



BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.14: Vergleich der Studiengänge hinsichtlich der Gesamtscores auf der Skala Algebra



BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach © TEDS-LT.

Abbildung 5.15: Vergleich der Studiengänge hinsichtlich der Gesamtscores auf der Skala Fachdidaktik

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

5.2.3 Zusammenfassung der Ergebnisse und weiteres Vorgehen

Es ist in der Studie TEDS-LT gelungen, einen Test zu konstruieren, der den Gütekriterien empirischer Forschung entspricht und der in der Lage ist, das professionelle Wissen von Lehramtsstudierenden systematisch zu erfassen. Die Ergebnisse müssen – aus Gründen der Vertraulichkeit – auf einer sehr hohen Ebene der Aggregation wiedergegeben werden. Von großem Interesse sind daher Zusammenhangsanalysen, wie sie beispielsweise die Kapitel 7 und 8 beschreiben. Insbesondere für die Analysen des Zusammenhangs von Fähigkeit und Lerngelegenheiten in Kapitel 7 legt dieses Kapitel einen Grundstein. Langfristig stellt die Modellierung eines zweiten Messzeitpunkts eine große Herausforderung in TEDS-LT dar. Eine wichtige Forschungsfrage von TEDS-LT lautet, wie sich das professionelle Wissen in den Bachelor- und Masterstudiengängen langfristig entwickeln wird. Die zu diesem Zeitpunkt für den zweiten Messzeitpunkt geplante Publikation wird sich daher intensiver mit verschiedenen Testmodellen und der Messung von Fortschritt im Erwerb von professionellem Wissen im Längsschnitt auseinandersetzen.

Literatur

Anderson, L.W., Krathwohl, D.R., Airasian, P.W., Cruikshank, K.A., Mayer, R.E., Pintrich, P.R., Raths, J. & Wittrock, M.C. (Hrsg.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives* (abridged ed.). New York: Longman.

Blömeke, S., Kaiser, G. &. Lehmann, R. (Hrsg.). (2010). *TEDS-M 2008 – Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich.* Münster: Waxmann.

Bromme, R. (1992). *Der Lehrer als Experte*: *Zur Psychologie des professionellen Wissens*. Bern: Huber.

Bromme, R. (1997). Kompetenzen, Funktionen und unterrichtliches Handeln des Lehrers. In F.E. Weinert (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie: Psychologie des Unterrichts und der Schule*. *Bd. 3* (S. 177–212). Göttingen: Hogrefe.

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

DMV, GDM & MNU (2008). *Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik. Empfehlungen von DMV, GDM, MNU*. Verfügbar unter: http://www.math.uni-sb.de/ag/lambert/LAHLAR/ StandardsLehrerbildungMathematik.pdf [14.09.2010].

KMK (Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland). (Hrsg.). (2008). *Ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung*. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.10.2008 i.d.F. vom 08.12.2008. Verfügbar unter: http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2008/2008_10_16-Fachprofile-Lehrerbildung.pdf [22.10.2010].

Mullis, I.V.S., Martin, M.O. & Foy, P. (mit Olson, J.F., Preuschoff, C. Erberber, E., Arora, A. & Galia, J.). (2008). *TIMSS 2007 International Mathematics Report: Find-*

Content is protected by copyright. Provided by: SUB Hamburg Wed, Oct 23rd 2013, 14:04

ings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades. Chestnut Hill, MA: Boston College.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15* (2), 4–14.

Tatto, M.T., Schwille, J., Senk, S., Ingvarson, L., Peck, R. & Rowley, G. (2008). *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readyness to teach primary and secondary mathematics. Conceptual framework.* East Lansing, MI: Teacher Education and Development International Study Center, College of Education, Michigan State University.

Warm, T.A. (1989). Weighted likelihood estimation of ability in item response models. *Psychometrika, 54*, 427–450.

Weinert, F.E. (1999). *Konzepte der Kompetenz. Gutachten zum OECD-Projekt ‚Definition and Selection of Competencies: Theoretical and Conceptual Foundations (DeSeCo)'.* Neuchatel: Bundesamt für Statistik.

4.4 Publikation IV

Buchholtz, N., & Kaiser, G. (2013a). Professionelles Wissen im Studienverlauf: Lehramt Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, G. Kaiser, G. Nold, H. Haudeck, J.-U. Keßler & K. Schwippert (Hrsg.), *Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (S. 107-143). Münster: Waxmann.

Reprinted with kind permission of Waxmann-Verlag. Copyright © 2013,Waxmann-Verlag.
Online in Internet: www.waxmann.com/buch2772

5 Professionelles Wissen im Studienverlauf: Lehramt Mathematik

Nils Buchholtz & Gabriele Kaiser

5.1 Theoretischer Rahmen des zweiten Messzeitpunkts 134
5.1.1 Veränderungen zwischen dem ersten und zweiten Messzeitpunkt 134
5.1.2 Konzeptualisierung der untersuchten Wissensdimensionen 135
5.1.3 Curriculare Validität von TEDS-LT 138
5.2 Messung von professionellem Wissen im Längsschnitt 141
5.2.1 Testdesign 141
5.2.2 Itembeispiele 145
5.2.3 Beschreibung der Stichprobe 151
5.3 Ergebnisse 153
5.3.1 Skalierung 153
5.3.2 Struktur des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens 160
5.3.3 Studiengangspezifische Ergebnisse 162
5.3.4 Messzeitpunktspezifischer Vergleich der Testleitungen 164

5.1 Theoretischer Rahmen des zweiten Messzeitpunkts

5.1.1 Veränderungen zwischen dem ersten und zweiten Messzeitpunkt

Die Studie TEDS-LT untersucht die Kompetenzentwicklung von Lehramtsstudierenden im Übergang vom Bachelor- zum Masterstudium bzw. vom Grund- zum Hauptstudium aus einer interdisziplinären Perspektive. Es wurden dafür innerhalb der Studie Wissenstests zum professionellen Fachwissen sowie zum fachdidaktischen Wissen in den Fächern Deutsch, Englisch und Mathematik entwickelt, die die jeweiligen Fähigkeiten der Lehramtsstudierenden einmal in der ersten Studienphase (Bachelor-/Grundstudium, 3.-5. Semester) und einmal in der zweiten Studienphase (Master-/Hauptstudium, 6.-8. Semester) untersuchen. Die Ergebnisse des ersten Messzeitpunkts sind bereits publiziert (Blömeke, Bremerich-Vos, Haudeck et al. 2011) und haben für das Fach Mathematik bemerkenswerte Befunde hervorgebracht (vgl. Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak 2011). Es zeigten sich u.a. auf allen Wissensdimensionen signifikante Leistungsvorsprünge von Studierenden des gymnasialen und Gesamtschul-Lehramts gegenüber Lehramtsstudierenden des (teilweise kombinierten) Grund-, Haupt- und Realschullehramts sowie der schon aus anderen Studien (Blömeke, Kaiser & Lehmann 2008, 2010a, b; Kunter, Baumert, Blum et al. 2011) bekannte hohe Zusammenhang zwischen dem mathematischen Fachwissen und dem mathematikdidaktischen Wissen auf der Ebene der latenten Korrelationen. Diese Korrelationen fielen allerdings bei Lehramtsstudierenden in den Fächern Deutsch und Englisch deutlich niedriger aus (Bremerich-Vos, Dämmer, Willenberg et al. 2011; Rothers, Nold, Haudeck et al. 2011). Um Aufschluss über diese Befunde zu erhalten, wurden im Rahmen von TEDS-LT zum zweiten Messzeitpunkt einige Veränderungen

gegenüber dem ersten Messzeitpunkt vorgenommen. Leitende Fragen bei der Durchführung und Auswertung des zweiten Messzeitpunkts waren dabei u.a.:

- Kann bei den unterschiedlichen Zusammenhängen der Wissensdimensionen in Deutsch, Englisch und Mathematik tatsächlich von einer anderen Zusammensetzung des Lehrerprofessionswissens gesprochen werden oder sind die Ergebnisse zu einem gewissen Teil auch auf die Konzeptualisierung und Operationalisierung der verschiedenen Wissensdomänen innerhalb der Studie zurückzuführen?
- Zeigen sich im Master-/ Hauptstudium ähnliche Zusammenhänge zwischen den einzelnen Wissensdimensionen wie im Bachelor-/Grundstudium?
- Welche Leistungsunterschiede bestehen zwischen Bachelor- und Masterstudierenden bzw. Studierenden des Grund- und Hauptstudiums und bleiben Leistungsunterschiede zwischen Gruppen verschiedener Studiengänge über den Studienverlauf hinweg stabil?
- Können durch die Ergebnisse der Studie im mathematischen Fachwissen und im mathematikdidaktischen Wissen Stärken und Schwächen der unterschiedlichen Studiengänge differenziert diagnostiziert werden?

Da TEDS-LT dem Studiendesign nach als echter Längsschnitt angelegt war, war es in erster Linie entscheidend, mit Hilfe des zweiten Messzeitpunktes den Studienverlauf der Lehramtsstudierenden zu untersuchen und daher einen speziellen Fokus auf die Veränderungsmessung zu legen. Die längsschnittliche Perspektive der Studie und die damit verbundenen Anforderungen machten es in der psychometrischen Auswertung der erhobenen Daten daher notwendig, den ersten Messzeitpunkt nicht mehr länger als Einzelerhebung zu betrachten, sondern gemeinsam mit dem zweiten Messzeitpunkt zu skalieren. Zum zweiten Messzeitpunkt wurden daher die gleichen Wissensdimensionen untersucht, der Schwerpunkt der Studie lag bei der Untersuchung der Studierenden im Bachelor-/Grundstudium allerdings zum ersten Messzeitpunkt auf dem mathematischen Fachwissen, während bei der Untersuchung der Studierenden im Master-/Hauptstudium zum zweiten Messzeitpunkt das fachdidaktische Wissen im Zentrum der Untersuchung stand. Die Studie trägt hier den curricularen Gegebenheiten des Studienverlaufs im Mathematiklehramtsstudium in Deutschland Rechnung, da die mathematikdidaktischen Studieninhalte an den meisten Universitäten bislang erst im Masterstudiengang bzw. im Hauptstudium vermittelt werden und die fachliche Ausbildung in Mathematik den Schwerpunkt des Bachelorstudiums bzw. der ersten Studienphase ausmacht. Das mathematikdidaktische Wissen konnte im Hinblick auf eine differenzierte Diagnostik zum zweiten Messzeitpunkt im Gegensatz zum ersten Messzeitpunkt in zwei Subdimensionen erfasst werden.

5.1.2 Konzeptualisierung der untersuchten Wissensdimensionen

Konzeptionell schließt die zweite Erhebung der TEDS-LT Studie an den theoretischen Rahmen der Studie zum ersten Messzeitpunkt an, d.h. ein gemeinsamer interdisziplinär vergleichbarer theoretischer Ansatz liegt in der Konzeptualisierung der professionellen Kompetenz

durch den Weinert‘schen Kompetenzbegriff (Weinert 1999) sowie dessen Spezifikation auf den Lehrerberuf durch Bromme (1997). TEDS-LT konzentriert sich innerhalb dieses multidimensionalen Konstrukts aufgrund des Studiendesigns auf die kognitiven Anteile der professionellen Kompetenz von angehenden Lehrerinnen und Lehrern und fokussiert hierbei insbesondere das von Shulman (1986), aber auch Bromme (1992) herausgearbeitete Lehrerprofessionswissen, das sich dem gegenwärtigen Forschungsstand zufolge hauptsächlich aus drei Dimensionen zusammensetzt:

(1) Fachwissenschaftliches Wissen, hier fachmathematisches Wissen
(2) Fachdidaktisches Wissen, hier mathematikdidaktisches Wissen
(3) Pädagogisches Wissen

Auf diese Weise ist TEDS-LT auch anschlussfähig an die Vorgängerstudien MT21 (Blömeke, Kaiser & Lehmann 2008) sowie TEDS-M 2008 (Blömeke, Kaiser & Lehmann 2010a, b). Wie dort wurde das professionelle Wissen von Studierenden in TEDS-LT weiter ausdifferenziert, einerseits inhaltlich anhand verschiedener Gegenstandsbereiche im Fachwissen und im mathematikdidaktischen Wissen, andererseits kognitiv auf Grundlage der zur Lösung der Testaufgaben nötigen kognitiven Prozesse. Das Kognitionsmodell von Anderson und Krathwohl (2001) bot hierbei einen geeigneten Ansatzpunkt für die Unterscheidung von Prozessen des *Erinnerns & Verstehens*, des *Anwendens & Analysierens* sowie des *Bewertens & Generierens von Handlungsoptionen*. Auf Basis des Modells wurden sowohl für den ersten als auch für den zweiten Messzeitpunkt die Items der TEDS-LT Studie entwickelt (vgl. für Details Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak 2011).

Da sich das Studium der Mathematik nicht – wie etwa bei den Fächern Deutsch und Englisch – in zwei verschiedene Wissensdisziplinen wie Literaturwissenschaft und Linguistik differenzieren lässt, wurden für die Erstellung der *fachwissenschaftlichen* Testinstrumente zu beiden Messzeitpunkten im Sinne einer fächerübergreifenden parallelen Konstruktion zwei verschiedene grundlegende Teilbereiche der Mathematik herangezogen: *Algebra* und *Arithmetik*. Da der Besuch von Seminaren an den meisten Universitätsstandorten allerdings nicht unbedingt in derselben zeitlichen Reihenfolge geschieht, beschränkt sich die Testung in diesen beiden fachlichen Subdimensionen hauptsächlich auf elementares Wissen zu einem aus fachwissenschaftlicher Perspektive als kanonisch anzusehenden Kern.

Sowohl für den ersten als auch für den zweiten Messzeitpunkt der TEDS-LT Studie orientierte sich die Konzeptualisierung des *mathematikdidaktischen Wissens* an allgemeinen Perspektiven der Bezugswissenschaften der Disziplin (Bigalke 1974). Diese sind (vgl. Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak 2011):

- eine *mathematisch geprägte Perspektive auf mathematikdidaktische Fragen*; diese bezieht sich auf stofflich geprägte Fragen wie mathematisch geprägte Fehlvorstellungen von Schülerinnen und Schülern sowie durch die Fachsystematik beeinflusste Konzepte mathematischer Grundvorstellungen,

- eine *psychologisch geprägte Perspektive auf mathematikdidaktische Fragen*; diese umfasst Aspekte der psychologischen Beschreibung und psychologisch fundierten Diagnose von mathematischen Denkhandlungen und Denkprozessen etc.,
- eine *erziehungswissenschaftlich geprägte Perspektive auf mathematikdidaktische Fragen*; diese bezieht sich auf erziehungswissenschaftlich geprägte Konzepte mathematischer Bildung, pädagogisch geprägte Aspekte von Leistungsbewertung im Mathematikunterricht, pädagogisch motivierte Interventionsmöglichkeiten bei Fehlern und Fragen der Heterogenität im Mathematikunterricht etc.
- sowie eine *allgemein-didaktisch geprägte Perspektive auf mathematikdidaktische Fragen*, diese umfasst Aspekte von Lehr- und Lernformen und Unterrichtsarrangements, die spezifisch für den Mathematikunterricht sind, sowie mathematische Curricula und Bildungsstandards für den Mathematikunterricht

Eine Modellierung von eigenständigen mathematikdidaktischen Subdimensionen war zum ersten Messzeitpunkt wegen der Begrenzung der zur Verfügung stehenden Testzeit nicht vorgesehen (vgl. Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak 2011). Aufgrund der geänderten Schwerpunktsetzung wurde das mathematikdidaktische Wissen zum zweiten Messzeitpunkt in zwei Subdimensionen erfasst. Die Testaufgaben orientieren sich dabei in ihren Anforderungen an den Gegenstandsbereichen der beiden allgemeinen Teilbereiche der Mathematikdidaktik.

Stoffdidaktisches Wissen:

- *stofflich geprägte Fragestellungen des Lehrens und Lehrens von Mathematik* (z.B. Grundvorstellungen, fundamentale Ideen, fachlich motivierte Zugänge)
- *fachlich geprägte Diagnostik von Schülerlösungen* (z.B. fachliche Angemessenheit, Nutzen von Aufgaben als Ausgangspunkt für Lernprozesse)

Erziehungswissenschaftlich-psychologisches Wissen:

- *Konzepte mathematischer Bildung* (z.B. Grunderfahrungen, mathematische Denkhandlungen)
- *Leistungsbewertung im Mathematikunterricht* (z.B. Bezugsnormen, Auswahl von Methoden zur Leistungsbewertung, Heterogenität)
- *psychologisch geprägte Diagnostik von Fehlvorstellungen* (z.B. Rechenschwäche, Interventionsmöglichkeiten, Erstellen von Förderplänen)
- *Lehr- und Lernformen und Unterrichtsarrangements* (z.B. Genetisches Lernen, Begriffslernen)
- *Curricula und Bildungsstandards für den Mathematikunterricht* (z.B. Lehrpläne, Schulbücher, Bildungsstandards)

Mit dieser Unterscheidung werden erstens spezielle Teilbereiche aufgegriffen, die bereits in den vorangegangenen Vergleichsstudien in ähnlicher Form eine Rolle gespielt haben (vgl. auch Buchholtz, Scheiner, Döhrmann, Suhl, Kaiser & Blömeke 2012). So ist in den Studien MT21 (Blömeke, Kaiser & Lehmann 2008) und TEDS-M 2008 (Blömeke, Kaiser & Lehmann 2010a, b) die Unterscheidung getroffen worden zwischen curricularem und planungsbezogenem Wissen einerseits und interaktionsbezogenem Wissen andererseits, vor deren Hinter-

grund sich viele im mathematikdidaktischen Test eingesetzte Testaufgaben einordnen lassen (vgl. im Detail Döhrmann, Kaiser & Blömeke 2010). Zweitens resultiert die Differenzierung auch aus einer Zuordnung bereits bestehender Testitems zu den entsprechenden Bezugswissenschaften (Stoffdidaktisches Wissen: Mathematik; Erziehungswissenschaftlich-psychologisches Wissen: Erziehungswissenschaft, Psychologie) sowie einer gezielten Neuentwicklung mathematikdidaktischer Testitems zum zweiten Messzeitpunkt, die weniger stark stofflich-mathematisch orientiert sind und stärker die letzteren drei der oben genannten Perspektiven fokussieren.

Auf diese Weise sollte im Bereich der Mathematikdidaktik „das Zurückfallen in das einseitige Hervorheben einer Disziplin als des absoluten Bezugspunktes“ (Otte 1974, S. 127) verhindert und einer einseitigen Orientierung der Mathematikdidaktik ausschließlich an stoffdidaktischen Ansätzen (Griesel 1974, Blum & Henn 2003, Jahnke 1998) begegnet werden. So wiesen bereits die Ergebnisse des ersten Messzeitpunktes in Form der relativ starken latenten Korrelationen zwischen mathematischem Fachwissen und dem Fachwissen in Mathematikdidaktik zwischen $r = .67$ und $r = .77$ auf den allgemein starken Einfluss des mathematischen Wissens auf die die Lösung der mathematikdidaktischen Items hin. Zwar gehören stoffdidaktische Ansätze unserer Ansicht nach unbestreitbar zum Gegenstandsbereich der Mathematikdidaktik und besitzen daher im Rahmen von Untersuchungen des mathematikdidaktischen Wissens natürlich ihre Berechtigung. Es sollte aber auch der zentrale Bereich des unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Wissens, d.h. spezifisch erziehungswissenschaftlich-psychologisch geprägte Fragestellungen des Mathematikunterrichts berücksichtigt werden. Aus diesem Grund greift eine ausschließliche Operationalisierung von Mathematikdidaktik als Stoffdidaktik allein unserer Meinung nach zu kurz. Für die Vorteile und Details dieses konzeptionellen Vorgehens vgl. Buchholtz, Kaiser und Blömeke (in Vorb.).

Das Ergebnis der inhaltlichen und kognitiven Ausdifferenzierung der einzelnen Wissensdimensionen waren Kompetenzraster für die fachmathematische und mathematikdidaktische Wissensdimension, die die Inhalte zusammen mit den zugrunde liegenden kognitiven Prozessen abbilden. Um die Zellen der Kompetenzraster normativ zu beschreiben, wurden curriculare Referenzen herangezogen (vgl. 5.1.3). Die auf diese Weise entwickelten Kompetenzraster dienten als theoretisch fundierte Grundlage bei der Auswahl und Entwicklung der Testitems, da sich jedes Item einem bestimmten kognitiven Prozess und einem bestimmten Inhalt zuordnen lässt. Aufgrund von Selektionsprozessen gelang es bei der Testentwicklung nicht immer, alle Zellen der Kompetenzraster gleichmäßig mit Testaufgaben zu füllen, allerdings fungierten die Kompetenzraster primär als Heuristiken und spiegeln daher auch nur begrenzt die tatsächlichen kognitiven Anforderungen des professionellen Wissens von Lehrerinnen und Lehrern wider. In Tabelle 5.1 wird das Kompetenzraster für die mathematikdidaktische Wissensdimension vorgestellt.

5.1.3 Curriculare Validität von TEDS-LT

Eine besondere Herausforderung im Hinblick auf die Testentwicklung stellt die curriculare Validität der ausgewählten Testitems dar. Dabei führte die Begrenzung der zur Verfügung stehenden Testzeit zu Einschränkungen, die hinsichtlich der Validität Konsequenzen haben.

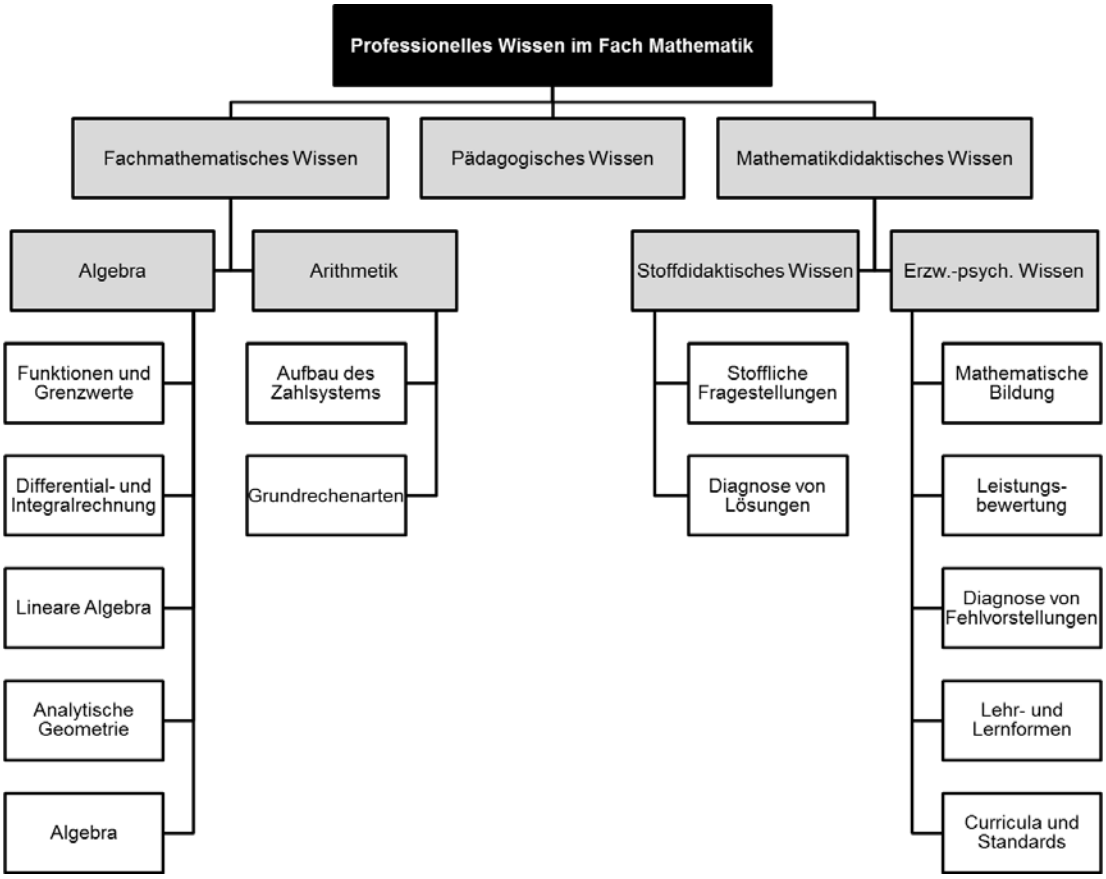
Bedeutsam war es insbesondere, die erfassten Inhaltsbereiche der verschiedenen Wissensdimensionen so breit wie möglich zu fächern. Allerdings beinhaltet ein solches Vorgehen die Gefahr, dass aufgrund der damit verbundenen inhaltlichen Heterogenität der Konstrukte nur schwer homogene Skalen generiert werden können. Die Tests fokussieren daher auf zentrale fachmathematische und mathematikdidaktische Gegenstandsbereiche. Mathematische Inhaltsbereiche wie etwa die Geometrie und die Stochastik mussten wegen der beschränkten Testzeit daher vernachlässigt werden. Diese Einschränkung hat zur Folge, dass eine lokale, standortspezifische curriculare Validität nicht immer vollständig gegeben ist, da sich die an der Studie beteiligten Hochschulen darin unterscheiden, ob beispielsweise die Geometrie verpflichtender Bestandteil der Lehramtsausbildung ist und welcher Stellenwert ihr an der jeweiligen Hochschule zukommt. Diese Einschränkung muss bei der Interpretation des Datensatzes berücksichtigt werden. Wann immer deshalb von den Fähigkeiten der Studierenden gesprochen wird, so sind diese Fähigkeiten stets auf das TEDS-LT zugrunde gelegte Konstrukt bezogen und nicht ohne weiteres generalisierbar.

Im Hinblick auf curriculare Validität der Testkonstruktion ist ein genauer Abgleich der eingesetzten Testitems mit den für die Testkonstruktion relevanten theoretischen Rahmen und Richtlinien erfolgt. Für TEDS-LT stehen dabei im Fach Mathematik drei Referenzen im Vordergrund. Einerseits die „Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik“ (DMV, GDM & MNU 2008), die als Ergänzung des zweiten wichtigen Bezugspunktes – den Lehrerbildungsstandards der KMK (KMK 2008) – anzusehen sind, in denen explizit die zentralen fachdidaktischen Aspekte der in den KMK-Standards beschriebenen Kompetenzen und ihrer Bezüge zur Fachmathematik herausgearbeitet wurden. Einen dritten Bezugspunkt bildet das internationale TEDS-M 2008-Framework (Tatto, Schwille, Senk et al. 2008, Tatto, Schwille, Senk et al. 2012). Für detaillierte Analysen der curricularen Validität der in TEDS-LT getesteten Inhalte aus den Bereichen des mathematischen sowie des mathematikdidaktischen Wissens verweisen wir aus Platzgründen an dieser Stelle auf Buchholtz, Kaiser und Stancel-Piątak (2011). Für einen abschließenden Überblick über die fachliche Ausdifferenzierung des Tests vgl. Abbildung 5.1.

Tabelle 5.1: Kompetenzraster Fachdidaktik

	Erinnern und Abrufen	**Verstehen und Anwenden**	**Bewerten und Generieren von Handlungsoptionen**
Stoffdidaktisches Wissen	Kenntnis über: - fachspezifische Zugangsweisen, Grundvorstellungen und paradigmatische Beispielen; - begriffliche Vernetzungen (z.B. fundamentale Ideen); - fachspezifische Präkonzepte und Verständnishürden; - Stufen der begrifflichen Strenge und Formalisierung; Reflexion der Rolle von Alltagssprache und Fachsprache bei mathematischer Begriffsbildung	Nutzung von: - Grundvorstellungen und fachspezifischen Zugängen bei der Erstellung von Unterrichtsmaterial; Auswahl von geeigneten Sachverhalten für den thematischen Unterrichtseinstieg	Konstruktion von diagnostischen Mathematikaufgaben und Analyse und Interpretation von Schülerlösungen und Schülerfragen; Nutzung von Mathematikaufgaben als Ausgangspunkt für Lernprozesse; Herstellung von Verbindungen zwischen den Themenfeldern des Mathematikunterrichts und ihren mathematischen Hintergründen; Kenntnis über fächerverbindendes Lernen; Beurteilung von Schülerlösungen auf fachliche Angemessenheit
Erziehungswissenschaftlich-psychologisches Wissen	Kenntnis über: - Konzepte „mathematischer“ Bildung; - theoretische Konzepte mathematischer Denkhandlungen bzw. allgemeinen Kompetenzen (z.B. Begriffsbilden, Modellieren, Problemlösen und Argumentieren); - Heterogenität im Mathematikunterricht; - Rechenschwäche und mathematische Hochbegabung; - Konzepte für schulisches Mathematiklernen und -lehren (genetisches Lernen, entdeckendes Lernen, dialogisches Lernen); - Bildungsstandards, Lehrpläne und Schulbücher; - Fehlvorstellungen von Schülerinnen und Schülern; - verschiedene Bezugsnormen der Leistungsmessung und Diagnostik	Nutzung von: - Bildungsstandards, Lehrplänen und Schulbüchern für den Mathematikunterricht, Herstellung von Lernzielen; - Lehr- und Lernkonzepten des Mathematikunterrichts für die Gestaltung von Unterrichtsprozessen; Anwendung von: - individualdiagnostischen Verfahren; - Methoden der Leistungsbewertung im Mathematikunterricht	Reflexion über: - die Bedeutung von Bildungsstandards, Lehrplänen und Vergleichsuntersuchungen; - Ziele, Methoden und Grenzen der Leistungsbewertung im Mathematikunterricht; - Verfahren für den Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht; Erstellung von Förderplänen für rechenschwache und hochbegabte Schüler oder Lerngruppen unter Berücksichtigung spezifischer Lernvoraussetzungen; Diagnostizieren von Fehlvorstellungen; Beurteilung von fachspezifischen Interventionsmöglichkeiten von Lehrpersonen

© TEDS-LT



BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

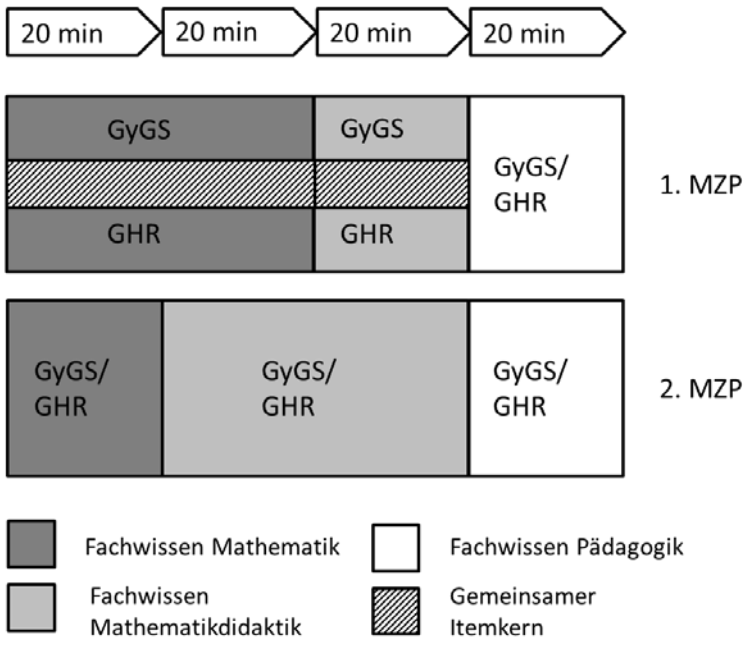
Abbildung 5.1: Übersicht über das in TEDS-LT im Fach Mathematik getestete Wissen

5.2 Messung von professionellem Wissen im Längsschnitt

5.2.1 Testdesign

Die konzeptionellen Veränderungen der Studie zum zweiten Messzeitpunkt führten auch auf der Ebene des Testdesigns zu Konsequenzen. So ergaben sich Änderungen in der Bearbeitungszeit der einzelnen Testteile. Die zum ersten Messzeitpunkt zur Verfügung stehende Testzeit von 80 Minuten setzte sich wie folgt zusammen: 40 Minuten Fachwissen, 20 Minuten mathematikdidaktisches Wissen, 20 Minuten pädagogisches Fachwissen. Zum zweiten Messzeitpunkt wurde die Bearbeitung des Fachwissens um 20 Minuten zu Gunsten des mathematikdidaktischen Wissens gekürzt. Diese unterschiedliche Schwerpunktsetzung hatte für die getesteten Lehramtsstudierenden im Studiengang Mathematik ein komplexes Testdesign zur Folge, das nicht nur die inhaltlichen, sondern darüber hinaus auch die studiengangspezifischen Gegebenheiten des Lehramtsstudiums berücksichtigt. So unterscheidet sich die fachliche Mathematikausbildung der Lehramts-

studierenden der Sekundarstufe II (Studierende für das gymnasiale Lehramt, das Berufsschullehramt sowie das Lehramt an Gesamtschulen, im Folgenden abgekürzt durch GyGS), die in der Regel zusammen mit den Bachelorstudierenden des Faches Mathematik erfolgt, von der fachlichen Ausbildung der Lehramtsstudierenden der Sekundarstufe I (i.e. Studierende für das Lehramt an Grund-, Haupt- und Realschulen sowie für die Sonderschule, im Folgenden abgekürzt durch GHR), die in der Regel in gesonderten, lehramtsspezifischen Veranstaltungen erfolgt. Zum ersten Messzeitpunkt bearbeiteten die GyGS- und die GHR-Studierenden daher im Testteil zum Fachwissen und zum mathematikdidaktischen Wissen unterschiedliche studiengangspezifische Testhefte, die jedoch über einen gemeinsamen Itemkern miteinander verankert wurden, sodass eine gemeinsame Skalierung der beiden Testhefte sowie Vergleiche der Testergebnisse zwischen den Studiengängen möglich wurden. Zum zweiten Messzeitpunkt bearbeiteten aufgrund des didaktischen Schwerpunktes beide Gruppen von Studierenden die gleichen Testhefte, da in der Regel die mathematikdidaktischen Lehrveranstaltungen von Studierenden aller Studiengänge gemeinsam besucht werden. Der gemeinsame Testteil zum mathematischen Fachwissen wurde dabei hauptsächlich aus den Items des ersten Messzeitpunktes erstellt. Einen Überblick über das Testdesign zu beiden Messzeitpunkten liefert Abbildung 5.2:



BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Abbildung 5.2: Testdesign der Studie TEDS-LT im Fach Mathematik

Die eigens für TEDS-LT erstellten Items des ersten und zweiten Messzeitpunkts wurden von der Arbeitsgruppe Mathematikdidaktik des Fachbereichs Erziehungswissenschaft der Universität Hamburg zusammen mit Expertinnen und Experten anderer Hochschulen entwickelt und anschließend von weiteren mathematikdidaktischen Expertinnen und Ex-

perten in Workshops begutachtet. Insbesondere im Bereich der mathematikdidaktischen Subdimension des erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissens haben umfangreiche Itemneuentwicklungen stattgefunden. Auf Basis der Begutachtung wurden die Items anschließend überarbeitet und an mehreren, nicht an der Hauptstudie beteiligten Universitäten pilotiert. Itembeispiele befinden sich im Abschnitt 5.2.2.

Tabelle 5.2: Übersicht über die Anzahlen der eingesetzten Items

Fachwissenschaftliche und mathematikdidaktische Subdimensionen	Anzahl Items 1. MZP	Anzahl Items 2. MZP	Gesamtzahl Items Skalierung 1. und 2. MZP
Fachwissen	65	35	52
Arithmetik	27	20	21
Algebra	38	16	31
Mathematikdidaktik	36[1]	68	59
Stoffdidaktisches Wissen	-	23	27
Erz.-psych. Wissen	-	30	18
beide Subdimensionen	-	15	14

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Tabelle 5.2 gibt einen Überblick über die Anzahl der zu beiden Messzeitpunkten von TEDS-LT getesteten Items in den jeweiligen fachlichen Wissensdimensionen. In den Anzahlen der eingesetzten Items spiegelt sich die unterschiedliche Schwerpunktsetzung in den getesteten Wissensdimensionen zwischen den beiden Messzeitpunkten wider. Zum ersten Messzeitpunkt erfolgte noch keine Ausdifferenzierung in mathematikdidaktische Subdimensionen, es wurde hier lediglich eine mathematikdidaktische Gesamtskala gebildet. Einige Items des ersten Messzeitpunkts wurden zum zweiten Messzeitpunkt erneut eingesetzt, weswegen sich die Itemanzahl nicht einfach addieren lässt. Für die Auswertungen des zweiten Messzeitpunkts wurden sowohl die Items des ersten als auch des zweiten Messzeitpunkts einem neuen gemeinsamen Skalierungsverfahren unterzogen, um die Teilnehmer und Teilnehmerinnen des ersten Messzeitpunktes und des zweiten Messzeitpunktes direkt miteinander vergleichen und die Schwierigkeiten der Testitems im Kontext des Gesamttests beurteilen zu können (vgl. 5.3.1). Den Auswertungen zum ersten und zum zweiten Messzeitpunkt liegen damit unterschiedliche Itemanzahlen und auch unterschiedliche Skalierungen zugrunde liegen, weshalb bei der Präsentation der Ergebnisse beider Messzeitpunkte die bereits publizierten Befunde zum ersten Messzeitpunkt noch einmal neu interpretiert werden. Die Itemanzahlen der Skalen, auf denen die gemeinsamen Auswertungen des ersten und zweiten Messzeitpunkts beruhen, finden sich in der letzten Spalte von Tabelle 5.2.

[1] Die 36 mathematikdidaktischen Items wurden zum ersten Messzeitpunkt nicht nach Subdimensionen unterschieden.

Tabelle 5.3 gibt einen Überblick über die Verteilung der Items der gemeinsamen Skalierung des ersten und zweiten Messzeitpunkts auf die verschiedenen kognitiven Prozesse. Wie zum ersten Messzeitpunkt verteilen sich die in den einzelnen Wissensdimensionen eingesetzten Items unterschiedlich auf die verschiedenen kognitiven Prozesse. Die starke Dominanz von Items zum Bereich „Erinnern und Abrufen“ (erster Messzeitpunkt insgesamt etwa 55%, gemeinsame Skalierung zum zweiten Messzeitpunkt etwa 49%) erklärt sich damit, dass diese Items in der Regel eine kürzere Bearbeitungszeit erfordern und somit in der verfügbaren Testzeit mehr von solchen Items bearbeitet werden konnten. Auch im Hinblick auf die unterschiedlichen Wissensfacetten gestaltete sich der Einsatz von Items der jeweiligen kognitiven Prozesse unterschiedlich. Zu beiden Messzeitpunkten wurde versucht, die mathematikdidaktische Skala stärker als die fachwissenschaftliche Skala durch Items aus den Bereichen „Verstehen und Anwenden“, sowie „Bewerten & Generieren von Handlungsoptionen“ zu testen, da unseren Annahmen zufolge mathematikdidaktische Fähigkeiten in adäquater Weise kaum durch Abfragen von gelernten Wissensinhalten gemessen werden können, im Gegensatz zum mathematischen Fachwissen, wo z.B. durch die Abfrage von Fachbegriffen durchaus bedeutendes mathematisches Wissen erhoben werden kann.

Tabelle 5.3: Verteilung der Items auf die verschiedenen kognitiven Prozesse

Fachwissenschaftliche und mathematikdidaktische Subdimensionen	Gesamtzahl Items Skalierung 1. und 2. MZP	„Erinnern und Abrufen“	„Verstehen und Anwenden“	„Bewerten & Generieren von Handlungsoptionen“
Fachwissen	52	36	5	11
Arithmetik	21	15	-	6
Algebra	31	21	5	5
Mathematikdidaktik	59	18	23	18
Stoffdidaktisches Wissen	27	9	9	9
Erz.-psych. Wissen	18	7	8	3
beide Subdimensionen	14	2	6	6

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Zu beiden Messzeitpunkten wurden zur Erfassung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens sowohl Multiple-Choice-Items als auch offene Items eingesetzt. Die offenen Items wurden mit Hilfe von Manualen von jeweils zwei erfahrenen Kodiererinnen kodiert. Um auch die offenen Items so objektiv wie möglich auszuwerten und subjektiv geprägten Konsensurteilen der Kodiererinnen vorzubeugen, wurden 20% der zu kodierenden Daten doppelt kodiert und auf Interraterreliabilität untersucht. Dabei ergaben sich für die Items im mathematikdidaktischen Wissen durchgängig gute Cohen’s Kappa-Werte im Bereich zwischen $\kappa = .69$ und $\kappa = .83$ sowie sehr gute Kappa-Werte für

die Items im mathematischen Wissen im Bereich von $\kappa = .71$ bis $\kappa = 1.00$[2]. Wir deuten diesen geringfügigen Unterschied im Sinne der relativen Eindeutigkeit der mathematischen Lösung von Items im Gegensatz zu den Lösungen der mathematikdidaktischen Items. Die Bearbeitung der mathematikdidaktischen Items erforderte eine stärkere Be- oder Umschreibung von Sachverhalten, so dass insgesamt ein breiteres Spektrum an Lösungen für eine richtige Kodierung toleriert wurde. Aus diesem Grund war eine übereinstimmende Beurteilung durch die Kodiererinnen erschwert.

5.2.2 Itembeispiele

Ausführliche Itembeispiele für die einzelnen fachwissenschaftlichen Subdimensionen mit unterschiedlichen Schwierigkeiten sowie einer Aufzählung von Anforderungen, die für das Lösen bestimmter Itemklassen erforderlich sind, finden sich in den Auswertungen zum ersten Messzeitpunkt (Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak 2011). An dieser Stelle wird aus Platzgründen nur exemplarisch jeweils ein Item für die fachwissenschaftlichen Subdimensionen angeführt, um anschließend einen stärkeren Fokus auf die mathematikdidaktischen Items zu legen. Die Neuentwicklung der Items im Bereich des erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissens sowie deren empirische Überprüfung stellen einen maßgeblichen Beitrag der TEDS-LT Studie dar.

Zu den vorgestellten Items werden jeweils die (z.T. messzeitpunktspezifischen) Lösungshäufigkeiten angegeben sowie die empirisch ermittelten Itemschwierigkeiten, die innerhalb der Skalierung der jeweiligen Subdimension mit Hilfe der Software ConQuest geschätzt wurden. Des Weiteren wird anhand der ebenfalls durch ConQuest ermittelten Personenfähigkeiten der Anteil der Stichprobe angegeben, der über das notwendige Wissen verfügt, ein Item mit einer hinreichenden Lösungswahrscheinlichkeit richtig zu lösen. Itemschwierigkeiten und Personenfähigkeiten wurden dabei zur besseren Interpretation auf eine Metrik von N(50; 10) normiert, d.h. Werte < 50 bedeuten eine geringere Schwierigkeit bzw. Personenfähigkeit, Werte > 50 eine höhere Schwierigkeit bzw. Personenfähigkeit (für Details zum Skalierungsvorgehen siehe Abschnitt 5.3.1).

Itembeispiele in Fachwissenschaft Mathematik

Für den Bereich der fachwissenschaftlichen Subdimension *Arithmetik* wird in Abbildung 5.3 eine aus mehreren Items bestehende Aufgabe[3] präsentiert, die sowohl im ersten als auch im zweiten Messzeitpunkt eingesetzt wurde und die der Studie TEDS-M 2008 entstammt. In dieser Aufgabe müssen innermathematische Berechnungen Zahlbereichen zugeordnet werden:

[2] Die Kappa-Statistik wurde zur Abschätzung der Übereinstimmung der Kodierungen herangezogen. Kappa-Werte kleiner 0.4 gelten als schlechte, zwischen 0.4 und 0.6 als mäßige, zwischen 0.6 und 0.8 als gute und größer 0.8 als sehr gute Übereinstimmung (Altman, 1991).
[3] Die Items finden sich in Abbildung 5.10 unter den Nummern 40 (A), 41 (B) und 42 (C).

M2AR05-07[4]
Entscheiden Sie, ob man beim Folgenden immer, manchmal oder niemals eine irrationale Zahl erhält.

Kreuzen Sie ein Kästchen pro Zeile an.

		Immer	Manchmal	Niemals
A)	Die Zahl, die man erhält, wenn man den Umfang eines Kreises durch seinen Durchmesser teilt.	☐	☐	☐
B)	Die Länge der Diagonalen eines Quadrates mit der Seitenlänge 1.	☐	☐	☐
C)	Das Ergebnis von 22 geteilt durch 7.	☐	☐	☐

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Abbildung 5.3: Beispielitem für die Dimension Arithmetik

Die Lösungshäufigkeiten[5] für diese Items lagen zum ersten Messzeitpunkt bei 45,8% (A), 67,1% (B) und 40,7% (C). Zum zweiten Messzeitpunkt liegen sie bei 41,9% (A), 62,8% (B) und 40,2% (C). Die Lösungshäufigkeiten sind also zum zweiten Messzeitpunkt geringfügig niedriger, was jedoch auch auf die unterschiedlichen Teilstichproben zurückgeführt werden kann. Die Itemschwierigkeiten der Items – geschätzt über die Gesamtstichprobe und beide Messzeitpunkte – betragen 49,2 (A), 60,6 (B) und 54,9 (C), die Items entstammen somit dem mittleren Schwierigkeitsbereich. Von den Lehramtsstudierenden des ersten Messzeitpunkts verfügen etwa 58,2% über die entsprechende Personenfähigkeit im Bereich Arithmetik, d.h. sie lösen die Items mit einer mindestens 50-prozentigen Wahrscheinlichkeit, bei den Studierenden des zweiten Messzeitpunkts beträgt der Anteil nur 49,2%.

Für den Bereich der *Algebra* wird ebenfalls ein Item[6] angeführt, das der Studie TEDS-M 2008 entstammt, allerdings nur zum ersten Messzeitpunkt eingesetzt wurde, weshalb hier keine Lösungshäufigkeiten des zweiten Messzeitpunkts angegeben werden kann (Abbildung 5.4). Dennoch ist das Item in die gemeinsame Skalierung des ersten und zweiten Messzeitpunkts eingegangen. Hierbei handelt es sich um eine Aufgabe, bei der eine algebraische Größe interpretiert werden muss:

B412 1
Marcel wollte drei aufeinander folgende **gerade** Zahlen finden, die zusammen die Summe 84 ergeben. Er schrieb dazu die Gleichung $k + (k + 2) + (k + 4) = 84$.
Wofür steht die Variable k?

Kreuzen Sie ein Kästchen an.

[4] Die Items des zweiten Messzeitpunktes tragen eine vom ersten Messzeitpunkt abweichende Bezeichnung.
[5] Die richtige Lösung dieses Items ist A) immer; B) immer; C) nie.
[6] Das Item findet sich in Abbildung 5.10 unter der Nummer 20.

A)	Für die kleinste der drei geraden Zahlen.	☐
B)	Für die mittlere gerade Zahl.	☐
C)	Für die größte der drei geraden Zahlen.	☐
D)	Für den Durchschnitt der drei geraden Zahlen.	☐

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Abbildung 5.4: Beispielitem für die Dimension Algebra

Die Lösungshäufigkeit[7] für dieses Item beträgt in der Gesamtstichprobe 80,1%. Das Item besitzt in der gemeinsamen Skalierung des ersten und zweiten Messzeitpunkts eine Schwierigkeit von 38,0 und entstammt damit dem unteren Schwierigkeitsbereich (zum Vergleich: die Itemschwierigkeit betrug bei der Schätzung nur für den ersten Messzeitpunkt 36,0). 91,8% der TEDS-LT Stichprobe des ersten Messzeitpunkts weisen Personenfähigkeitswerte im Bereich Algebra auf, mit denen dieses Item mit mindestens einer 50-prozentigen Wahrscheinlichkeit gelöst werden kann. Da das Item in die gemeinsame Rasch-Skalierung beider Messzeitpunkte eingegangen ist, lässt sich der theoretisch geschätzte Prozentsatz der Lehramtsstudierenden des zweiten Messzeitpunkts errechnen, der in der Lage ist, das Item ebenfalls mit einer mindestens 50-prozentigen Lösungswahrscheinlichkeit zu lösen: er beträgt 89,8%.

Itembeispiele in Fachdidaktik Mathematik

Als typisches Beispiel eines *stoffdidaktisch geprägten* mathematikdidaktischen Items[8] wird in Abbildung 5.5 eine Aufgabe präsentiert, die ebenfalls nur im ersten Messzeitpunkt eingesetzt wurde. Die Aufgabe ist stark stofflich bezogen, denn sie erfordert ein ausreichendes Verständnis des Differenzenquotienten sowie der Ableitung als lokale Änderungsrate. Vor diesem eher mathematisch geprägten Hintergrund müssen die Interpretationen der Schülerinnen und Schüler auf fachliche Angemessenheit hin eingeschätzt werden. Den mathematikdidaktischen Charakter erhält die Aufgabe aber nicht nur aus der diagnostischen Aufgabenstellung sondern auch aus den in der Aufgabe auftretenden Sachkontexten, die mit den mathematischen Begriffen in Form von Realitätsbezügen in Beziehung gesetzt werden müssen sowie nicht zuletzt aus dem Konzept der Grundvorstellungen, einem zentralen mathematikdidaktischen Konzept.

DBJ4 1, 2 & 4
In einer Anwendungsaufgabe werden der Differenzenquotient und der Grenzwert der Differenzenquotienten (Differenzialquotient) in einem Sachkontext folgendermaßen interpretiert.

[7] Die richtige Lösung dieses Items ist A).
[8] In Abbildung 5.11 finden sich die Items unter den Nummern 5 (A), 6 (B) und 7 (C).

$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$	$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
Durchschnittliche Wachstumsgeschwindigkeit einer Bakterienkultur	Momentane Wachstumsgeschwindigkeit einer Bakterienkultur

Schülerinnen und Schüler wurden daraufhin nach einer Interpretation von x und f(x) gefragt. Bitte bewerten Sie die folgenden Schülerantworten. Entscheiden Sie, ob *beide, eine oder keine* der Interpretationen korrekt sind.

Kreuzen Sie einen Kreis pro Zeile an.

		Beide korrekt	Eine korrekt	Keine korrekt
A)	"x = Zeitpunkt; f(x) = Größe der Bakterienkultur zu diesem Zeitpunkt "	☐	☐	☐
B)	"x = Anzahl der Bakterien; f(x) = Wachstumsgeschwindigkeit."	☐	☐	☐
C)	"x = Zeitpunkt t; f(x) = Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Zeit"	☐	☐	☐

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Abbildung 5.5: Beispielitem für die Dimension Stoffdidaktik

Die Lösungshäufigkeiten[9] für diese Items zum ersten Messzeitpunkt liegen bei 68,6% (A), 59,8% (B) und 58,4% (C). Die Itemschwierigkeiten der Items geschätzt über die Gesamtstichprobe des ersten und zweiten Messzeitpunkts betragen 49,9 (A), 54,5 (B) und 55,2 (C), die Items entstammen somit dem mittleren Schwierigkeitsbereich. Von den Lehramtsstudierenden des ersten Messzeitpunkts verfügen 45,1% über die entsprechende Fähigkeit im Bereich Stoffdidaktik, um das Item mit mindestens einer 50-prozentigen Wahrscheinlichkeit zu lösen, der theoretisch geschätzte Wert für die Lehramtsstudierenden des zweiten Messzeitpunkts liegt hier bei 54,0%.

Eine besondere Herausforderung des zweiten Messzeitpunkts war die Neuentwicklung von Items zur mathematikdidaktischen Subdimension des *erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissens*, womit stärker die erziehungswissenschaftlich-psychologischen Fragestellungen des Mathematikunterrichts berücksichtigt werden sollten. Dabei wurden auf der Ebene der Testaufgaben stärker kanonische spezifisch mathematikunterrichtsdidaktische Inhalte und pädagogische Fragestellungen eingebunden, fachdidaktische „Einkleidungen" mathematischer Aufgaben vermieden sowie eine stär-

[9] Die richtige Lösung dieses Items ist A) beide korrekt; B) keine korrekt; C) eine korrekt.

kere Differenzierung der Testitems anhand der Bezugswissenschaften für eine differenzielle Diagnostik des Wissens realisiert. Weitere Itembeispiele dieser mathematikdidaktischen Subdimension finden sich in Buchholtz, Kaiser und Blömeke (in Vorb.).

Die Beispielaufgabe in Abbildung 5.6 setzt Wissen über psychologische Repräsentationsformen voraus und erfragt darüber hinaus die richtige Zuordnung von mathematischem Aufgabentypus und Repräsentationsmodus. Bruner (1974) unterscheidet dabei klassischerweise drei Darstellungsebenen oder psychologische Repräsentationsmodi:

- die enaktive Darstellung und Erfassung von Inhalten durch eigene Handlungen,
- die ikonische Darstellung und Erfassung von Inhalten durch Bilder oder Graphiken sowie
- die symbolische Darstellung und Erfassung von Inhalten durch Sprache oder mathematische Zeichen.

Die mathematikdidaktische Berücksichtigung dieser Repräsentationsmodi hat sich heute in der Schulpraxis weitgehend durchgesetzt – insbesondere im Primarstufenbereich – und ist zentraler Bestandteil des mathematikdidaktischen Teils der Lehrerausbildung.

K8A 1-3[10]
Stellen Sie sich vor, Sie planen eine Stunde für eine Klasse des achten Jahrgangs, in der Ihre Schüler und Schülerinnen den Satz des Pythagoras beweisen sollen. Da die Klasse leistungsmäßig sehr heterogen ist, wollen Sie drei Aufgabentypen anbieten, die jeweils einem Repräsentationsmodus von Bruner entsprechen: enaktiv, ikonisch, symbolisch. Ordnen Sie die folgenden Beispiele den drei Aufgabentypen zu.

Kreuzen Sie ein Kästchen pro Zeile an.

		enaktiv	ikonisch	symbolisch
A)	Berechnungsbeweis, der auf binomischen Formeln beruht.	☐	☐	☐
B)	Ergänzungsbeweis mit Puzzle	☐	☐	☐
C)	Einzeichnen der Einheitsquadrate	☐	☐	☐

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Abbildung 5.6: Beispielitem für die Dimension Unterrichtsdidaktik

Die Lösungshäufigkeiten[11] für diese Items, die ebenfalls nur zum ersten Messzeitpunkt eingesetzt wurden, liegen bei 34,3% (A), 36,5% (B) und 58,0% (C). Die Itemschwierigkeiten der Items in der gemeinsamen Skalierung betragen 56,8 (A), 56,9 (B) und 52,3 (C), die Items entstammen somit dem mittleren Schwierigkeitsbereich. 40,6% der Lehramtsstudierenden des ersten Messzeitpunkts sind dazu fähig, das Item mit mindestens einer 50-prozentigen Wahrscheinlichkeit zu lösen, für den zweiten Messzeitpunkt beträgt der theoretisch errechnete Anteil 38,3%.

[10] In Abbildung 5.11 finden sich die Items unter den Nummern 19 (A), 20 (B) und 21 (C).
[11] Die richtige Lösung dieses Items ist A) symbolisch; B) enaktiv; C) ikonisch.

Die Grenzen zwischen der Itemklassifikation „*Stoffdidaktisches Wissen*“ und „*Erziehungswissenschaftlich-psychologisches Wissen*“ verlaufen fließend und hängen zudem von der mathematikdidaktischen Perspektive der jeweiligen Expertinnen oder Experten ab. Bei einigen mathematikdidaktischen Items ist es kaum möglich, die beiden Wissensformen zu separieren, was insgesamt dafür spricht, dass das mathematikdidaktische Wissen von einer großen inhaltlichen Heterogenität und Vernetzung geprägt ist. Items, die sich nicht eindeutig einer der beiden Subdimensionen zuordnen ließen, wurden sowohl dem Bereich des stoffdidaktischen Wissens als auch dem Bereich des erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissens zugeordnet (vgl. 5.3.1). Um Klassifikationsfehlern zu entgehen, wurden alle im Bereich Mathematikdidaktik eingesetzten Items von zwei unabhängigen Raterinnen und Ratern auf einer dreistufigen Nominalskala (eher stoffdidaktisch – eher erziehungswissenschaftlich-psychologisch – sowohl stoffdidaktisch als auch erziehungswissenschaftlich-psychologisch) mit einer hinreichenden Iterraterreliabilität von $\kappa = .80$ (Cohen‘s Kappa) entweder der einen oder der anderen oder beiden Wissensdimensionen zugeordnet. Abweichende Einschätzungen wurden im Hinblick auf eine einheitliche Zuordnung in einem zweiten Durchgang konsensuell geklärt.

Im Folgenden wird in Abbildung 5.7 ein Item-Beispiel dargestellt, das beiden mathematikdidaktischen Subdimensionen zugeordnet wurde, da es sowohl das der Stoffdidaktik zugeordnete fachliche Nachvollziehen der Berechnungen voraussetzt als auch das diagnostisch-psychologische mathematikdidaktische Wissen über die Klassifikation von Fehlern in der Algebra erfordert.

M2FD 50-52[12]

Welche Fehlerart liegt den folgenden, mathematisch nicht korrekt durchgeführten Berechnungen jeweils zugrunde?

Kreuzen Sie ein Kästchen pro Zeile an.

		falsches Kürzen	Fehlvorstellung vom Gleichheitszeichen	Übergeneralisierung
A)	$a = \frac{x}{b+c} \mid \cdot b$ $a \cdot b = \frac{x}{c} \mid \cdot c$ $x = a \cdot b \cdot c$	☐	☐	☐

[12] In Abbildung 5.11 finden sich die Items unter den Nummern 48 (A), 49 (B) und 50 (C).

B)	Berechne die Fläche des Halbkreises mit dem Radius r = 2: $\pi 2^2 = 4\pi : 2 = \frac{4}{2}\pi = 2\pi$	☐	☐	☐
C)	$\log(a \cdot b) = \log a \cdot \log b$	☐	☐	☐

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Abbildung 5.7: Beispielitem für die Zuordnung zu beiden mathematikdidaktischen Subdimensionen

Diese Items wurden nur zum zweiten Messzeitpunkt eingesetzt, so dass auch hier kein direkter Vergleich von Lösungsschwierigkeiten möglich ist. Die Lösungshäufigkeiten[13] dieser Items für den zweiten Messzeitpunkt liegen bei 60,2% (A), 82,2% (B) und 81,5% (C). Die Itemschwierigkeiten der Items – geschätzt in der gemeinsamen Skalierung – betragen 54,1 (A), 47,2 (B) und 47,5 (C), die Items liegen damit, obwohl die Lösungshäufigkeit insbesondere bei B und C recht hoch liegt, noch im mittleren Schwierigkeitsbereich. Von den Lehramtsstudierenden des zweiten Messzeitpunkts verfügen 66,8% über die entsprechende Fähigkeit im Bereich des stoffdidaktischen Wissens, das Item mit mindestens einer 50-prozentigen Wahrscheinlichkeit zu lösen. Für den Bereich des erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissens sind es hingegen nur 60,8%, bei den Studierenden des ersten Messzeitpunkts beträgt der theoretisch berechnete Anteil im Bereich des stoffdidaktischen Wissens 55,1%, für den Bereich des erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissens sind es ebenfalls 60,8%.

5.2.3 Beschreibung der Stichprobe

Zu beiden Messzeitpunkten nahmen insgesamt 1178 Studierende an den Erhebungen von TEDS-LT im Fach Mathematik teil. Da auch Fremdfachstudierende an den Erhebungen teilgenommen hatten, sowie Lehramtsstudierende, die nicht Mathematik als Unterrichtsfach studieren, musste die Stichprobe im Fach Mathematik erst bereinigt werden. Es ergab sich eine Anzahl von 1102 Studierenden, 500 davon zum ersten Messzeitpunkt und 602 zum zweiten Messzeitpunkt. Nur etwa 10% der Lehramtsstudierenden konnten anhand ihres verschlüsselten Personencodes re-identifiziert werden, so dass längsschnittliche Ergebnisse auf der Basis der Daten nur dieser Studierenden nicht aussagekräftig wären. Bei der Beschreibung der Ergebnisse in Abschnitt 5.3 werden daher quasi-

[13] Die richtige Lösung dieses Items ist A) falsches Kürzen; B) Fehlvorstellung vom Gleichheitszeichen; C) Übergeneralisierung.

längsschnittliche Ergebnisse präsentiert, die auf der Grundlage der additiv querschnittlich erhobenen Daten entstanden sind. Bis auf eine Ausnahme sind allerdings zu beiden Messzeitpunkten Studierende von allen an TEDS-LT teilnehmenden Universitäten und pädagogischen Hochschulen vertreten. Die Studierenden der Universität Frankfurt haben in Mathematik nur zum zweiten Messzeitpunkt teilgenommen. Dabei wurde die Testung zum ersten Messzeitpunkt mit zwei verschiedenen Testheften für GyGS- und GHR-Studierende durchgeführt, um den unterschiedlichen Studienstrukturen dieser beiden Studiengänge im Fach Mathematik gerecht zu werden und eine nach Studiengang differenzierte Feststellung der Kompetenzen der Lehramtsstudierenden zu ermöglichen. Aus diesem Grund wird im Folgenden die Verteilung der Stichprobe auf die unterschiedlichen in TEDS-LT unterschiedenen Studiengänge angegeben (Tabelle 5.4).

Tabelle 5.4: Verteilung der Stichproben zu beiden Messzeitpunkten auf die Studiengänge

Ausbildungsgang	GHR-Studierende inkl. Sonderschullehramt	GyGS-Studierende inkl. Berufsschullehramt	Gesamt
Anzahl Testpersonen 1. MZP	363	137	500
Anzahl Testpersonen 2. MZP	470	132	602
Gesamtstichprobe	833	269	1102

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Die Aufteilung der Stichprobe auf die unterschiedlichen Studiengänge bestätigt die Annahmen bezüglich der Struktur der Stichprobe, nämlich, dass an den beteiligten Hochschulen in der Regel mit einer starken Dominanz von Lehramtsstudierenden des Studiengangs GHR zu rechnen ist. Die Stichprobe besteht zu zwei Dritteln bis drei Vierteln aus GHR-Lehramtsstudierenden und einem Viertel bis einem Drittel aus GyGS-Studierenden.

Zwar wurden zum zweiten Messzeitpunkt von TEDS-LT an allen beteiligten Hochschulen Studierende im Masterstudiengang in den entsprechenden Studienseminaren befragt, jedoch ist über die Hochschulen hinweg eine nicht homogene Zusammensetzung der Teilstichproben festzustellen, was beteiligte Studierende bzgl. ihrer Studiendauer betrifft. Viele Studierende besuchten auch in höheren Semestern noch Bachelor-/Grundstudiumsveranstaltungen, weil ein regulärer durch die Prüfungsordnung vorgesehener Übergang zwischen Bachelor- und Masterstudiengang bzw. Grund- und Hauptstudium oft nicht gelingt. Die Kernstichprobe[14] von Studierenden des 3.-5. Semesters bzw. Studierenden des 6.-8. Semesters ist deshalb zum ersten Messzeitpunkt zwar zu einem

[14] Zur Erläuterung des Begriffs „Kernstichprobe“ vgl. Kap. 2.

hohen Anteil in der Teilstichprobe vertreten, es gelang allerdings nicht, die Teilstichprobe des zweiten Messzeitpunkts ausschließlich aus dem 6.-8. Semester zu gewinnen. Jedoch ist der Anteil der Kernstichprobe an der Teilstichprobe noch groß genug (vgl. Tabelle 5.5). Da in den Seminaren, in denen die Studie TEDS-LT zum zweiten Messzeitpunkt durchgeführt wurde, kaum mit Studienanfängerinnen bzw. -anfängern zu rechnen ist, ist davon auszugehen, dass ein nicht zu vernachlässigender Anteil von Studierenden die Frage nach dem Fachsemester mit der Angabe des Mastersemesters beantwortet hat (also 1.-4. Semester), so dass davon auszugehen ist, dass viele Studierende des zweiten Messzeitpunktes in einem höheren Fachsemester studieren, als angegeben.

Tabelle 5.5: Verteilung der Stichproben zu beiden Messzeitpunkten auf die Semesterzahl

Studiensemester	< 3	3-5	> 5	< 6	6-8	> 6
Anteil der Stichprobe 1. MZP	3,4%	62,0%	34,5%			
Anteil der Stichprobe 2. MZP				49,9%	44,5%	5,5%

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Der Anteil weiblicher Studierender ist bei den GHR-Studierenden (ca. 76%) deutlich höher als bei den GyGS-Studierenden (ca. 60%) und zu beiden Messzeitpunkten nahezu identisch – ein Hinweis auf die zeitliche Stabilität der schon in TEDS-M 2008 beobachteten zunehmenden Feminisierung des Lehrerberufs im Fach Mathematik (vgl. dazu die auffällige Zunahme des Frauenanteils im Fach Mathematik seit Mitte der 1990er Jahre, siehe Dieter et al. 2008). Unterscheidet man die einzelnen Studiengänge und Messzeitpunkte nicht, beträgt der Anteil weiblicher Studierender an der Gesamtstichprobe insgesamt 71,7%. In der deutschen Stichprobe der Mathematiklehrkräfte der Klassen 5 bis 10 lag der Anteil weiblicher Mathematiklehrkräfte in der Studie TEDS-M 2008 bei 61,7%, für die Stichprobe der Mathematiklehrkräfte der Klassen 1-10 lag er sogar bei 85,8% (Blömeke, Kaiser & Lehmann 2010, S. 145).

5.3 Ergebnisse

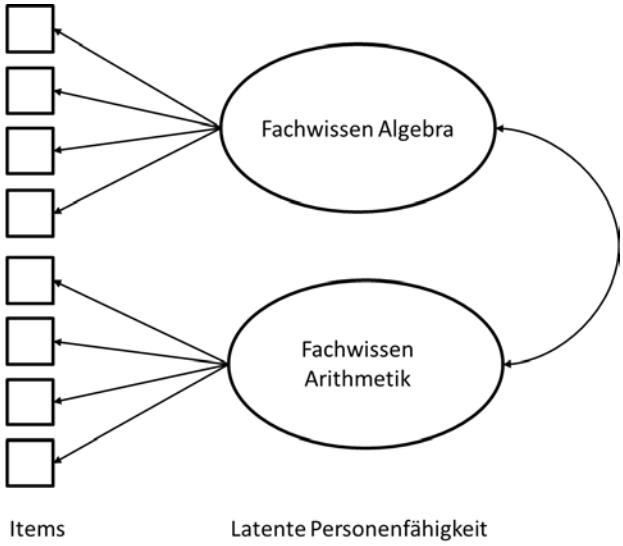
5.3.1 Skalierung

Die Testitems im Fachwissen und im mathematikdidaktischen Wissen wurden mit Hilfe sog. mehrdimensionaler IRT-Modelle (MIRT, Reckase 2009, Hartig & Höhler 2010, Adams, Wilson & Wang 1997) Rasch-skaliert und anschließend erfolgte eine Generierung von Personenfähigkeitsparametern. Bei diesen Modellen wird für jede Wissensdimension (und somit auch für jede Subdimension einer Wissensdimension) jeweils ein separates latentes Fähigkeitskonstrukt definiert (vgl. Kap 2 des Bandes). Die MIRT-Modelle haben den Vorteil, die Zusammenhangsstruktur der unterschiedlichen Persön-

lichkeitsmerkmale auf latenter, also messfehlerbereinigter Ebene beschreiben zu können und so eine differenzierte Leistungsmessung zu ermöglichen (Walker & Beretvas 2003). Ein weiterer Vorteil dieser Modelle ist das Spezifizieren eines Messmodells auf der Ebene von Subdimensionen innerhalb einer Wissensdimension, wie es bei TEDS-LT beispielsweise beim mathematischen Wissen in Form der Subdimensionen Arithmetik und Algebra und beim mathematikdidaktischen Wissens in Form der Subdimensionen stoffdidaktisches Wissen und erziehungswissenschaftlich-psychologisches Wissen erfolgt ist. Eine weitere Eigenschaft der Modelle ist allerdings auch, dass sie mit zunehmender Zahl zu vergleichender Wissensdimensionen immer komplexer werden. So konnten innerhalb der Analysen des ersten Messzeitpunkts auf diese Weise zwar die beiden fachmathematischen Subdimensionen und die zum damaligen Zeitpunkt eindimensional skalierte Wissensdimension des mathematikdidaktischen Wissens in ein- und demselben Messmodell miteinander verglichen werden (Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak 2011).

Da sich jedoch in der Skalierung nach der ersten Erhebung gezeigt hat, dass die fachwissenschaftliche und fachdidaktische Dimension zwar gemeinsame Anteile aufweisen, sich jedoch auch als getrennte Konstrukte bewähren, wurden diese Dimensionen in der gemeinsamen Skalierung des zweiten Messzeitpunkts getrennt modelliert. Dieses Vorgehen wurde vor allem vor dem Hintergrund der Stichprobengröße sowie des explorativen Charakters der Testkonzeption in der fachdidaktischen Dimension gewählt, weist jedoch überdies einen weiteren Vorteil auf. Bei erfolgreicher Testkonzeption für die Erhebung des fachdidaktischen und fachwissenschaftlichen Wissens liegen jeweils zwei getrennte Tests vor, die beispielsweise zur Leistungsüberprüfung eingesetzt werden können. Zudem entspricht eine getrennte Modellierung der gängigen Lehrpraxis an den Hochschulen, da fachdidaktische und fachwissenschaftliche Inhalte in der Regel in getrennten Veranstaltungen vermittelt werden.

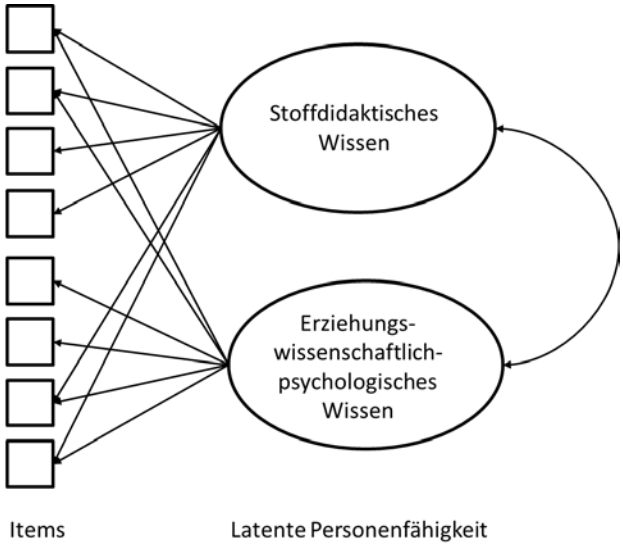
Auf der Ebene der Subdimensionen werden daher im Folgenden die den MIRT-Skalierungen entnommenen latenten (d.h. messfehlerbereinigten) Korrelationen beschrieben, auf der Ebene des dimensionsübergreifenden Vergleichs werden jedoch ausschließlich manifeste Korrelationen berichtet. In der Regel sind die in Vergleichsstudien eingesetzten MIRT-Modelle durch die sog. *between-item*-Mehrdimensionalität (Adams, Wilson & Wang 1997, McDonald 2000, vgl. auch Kap. 2 des Bandes) gekennzeichnet, was besagt, dass jedes Testitem nur auf eine Dimension lädt, bzw. umgekehrt, dass jedes Item eine manifeste Variable nur einer latenten Variablen darstellt. Für den Bereich des mathematischen Fachwissens wurde in TEDS-LT auf diesen Ansatz zurückgegriffen, da sich die mathematischen Aufgaben relativ trennscharf den verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen zuordnen lassen (vgl. Abbildung 5.8).



BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Abbildung 5.8: *between-item*-Modell des mathematischen Wissens in TEDS-LT

In mehrdimensionalen Modellen kann ferner aufgrund einer starken Vernetzung der Konstrukte auf Itemebene ebenfalls eine höhere Komplexität der Ladungsstruktur angenommen werden, bei der Items gleichzeitig durch mehrere latente Personenmerkmale beeinflusst werden (*within-item*-Mehrdimensionalität, Adams, Wilson & Wang 1997, McDonald 2000) (vgl. Hartig & Höhler 2010, Büchter 2011).



BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Abbildung 5.9: *within-item*-Modell des mathematikdidaktischen Wissens in TEDS-LT

Da das mathematikdidaktische Wissen, das in TEDS-LT untersucht wurde, nach unseren Annahmen durch genau diese komplexe Ladungsstruktur charakterisiert ist und oft auch Fähigkeiten beider Wissensdimensionen voraussetzt (vgl. 5.1.2), wurde im Rahmen der Skalierung der mathematikdidaktischen Items auf ein *within-item*-Modell zurückgegriffen. Abbildung 5.9 illustriert den gewählten Skalierungsansatz.

Skalenreliabilitäten

Die Daten des ersten und des zweiten Messzeitpunkts wurden gemeinsam und mit Hilfe der Software ConQuest (Wu, Adams & Wilson 1998) skaliert. Auf diese Weise konnten bestmögliche Parameter für beide Messzeitpunkte geschätzt werden. Bei der Skalierung wurde zwischen den Skalen Fachwissen Arithmetik, Fachwissen Algebra, Stoffdidaktisches Wissen und Erziehungswissenschaftlich-psychologisches Wissen unterschieden. Zur Beurteilung der Skalen wurden für die Testreliabilität die von ConQuest ausgegebenen EAP/PV Reliabilitäten (*plausible values based expected a posteriori estimation*) und die WLE Reliabilitäten (*weighted maximum likelihood estimation*) herangezogen. Ihre Parameter sind von der Größenordnung in etwa vergleichbar mit Cronbach‘s Alpha der klassischen Testtheorie. Die Reliabilitäten der Skalen sind dabei nach Tabelle 5.6 im mathematischen Wissen als gut anzusehen und auch die stoffdidaktische Subdimension konnte reliabel skaliert werden. Die mathematikdidaktische Subdimension des erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissens weist dagegen nur eine niedrige Reliabilität auf, was aber auf die inhaltliche Heterogenität und Neuartigkeit dieser Skala zurückgeführt werden kann. Die in TEDS-LT gemachten ersten Erfahrungen mit Items zum didaktischen Wissen, die weitgehend unabhängig von stoffdidaktischen Überlegungen sind, stellen erste Schritte dar, dem Forschungsdesiderat nach psychometrisch reliablen Instrumenten zur Messung des fachdidaktischen Wissens jenseits reiner Stoffdidaktik zu begegnen (vgl. z.B. Brunner & Krauss 2010). Zur anschließenden Abschätzung und Darstellung der Personenfähigkeiten werden so genannte *weighted maximum likelihood estimates* (WLE: Warm, 1989) verwendet, die zur besseren Verständlichkeit – wie in large-scale-Studien üblich – für die Gesamtstichprobe auf eine Metrik mit Mittelwert 50 und Standardabweichung 10 transformiert wurden.

Tabelle 5.6: Übersicht über die Skalenreliabilitäten

Skala	EAP/PV – Reliabilität	WLE – Reliabilität
Fachwissen		
Arithmetik	0,811	0,684
Algebra	0,785	0,617
Mathematikdidaktik		
Stoffdidaktisches Wissen	0,729	0,681
Erz.-psych. Wissen	0,546	0,390

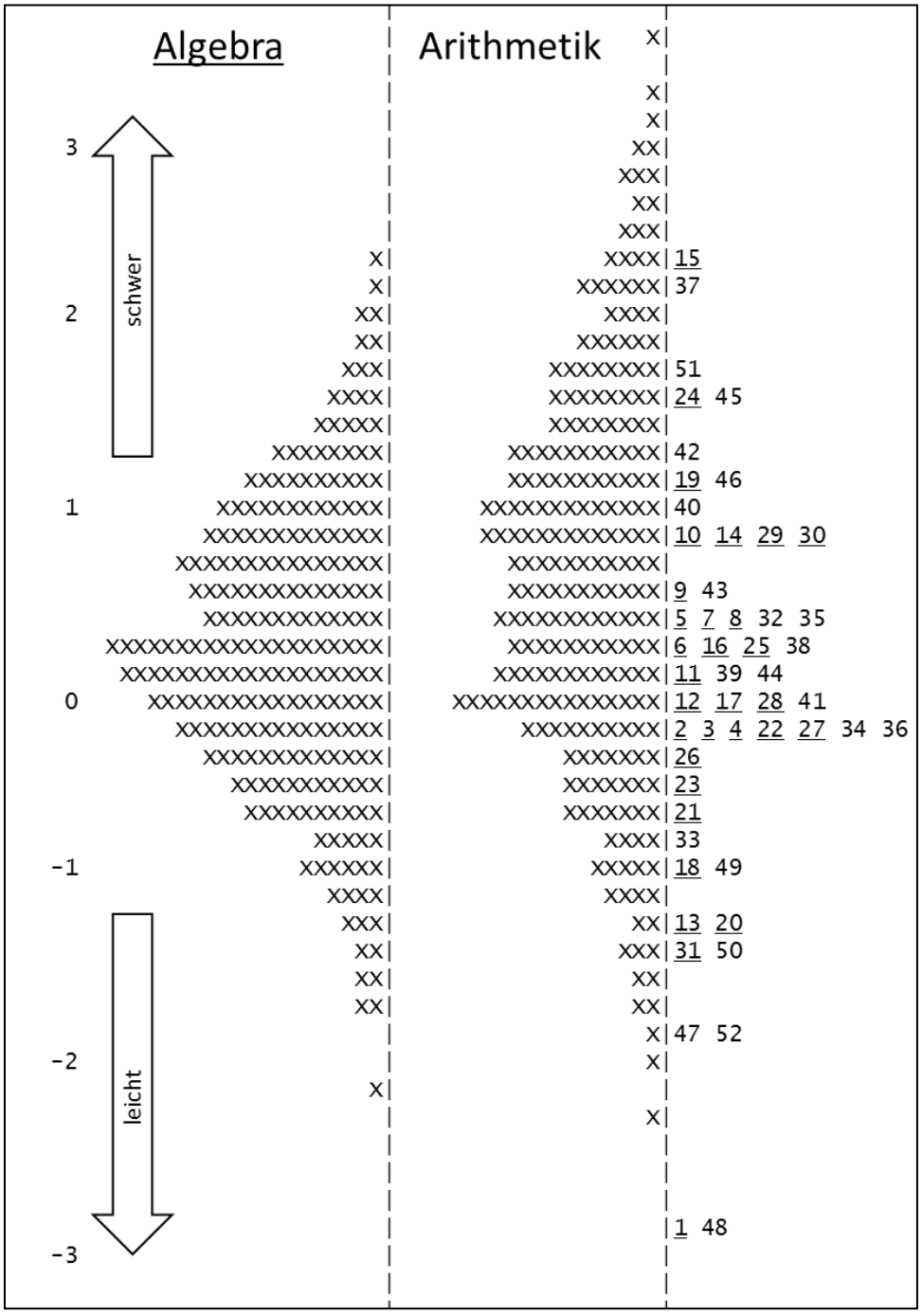
BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Verteilung der Itemschwierigkeiten

Ein Vorteil sowohl der eindimensionalen als auch der mehrdimensionalen Rasch-Skalierungen besteht darin, sowohl Itemschwierigkeiten als auch die geschätzten Personenparameter auf einer gemeinsamen Skala abbilden zu können, so dass die Personenparameter und die Schwierigkeiten von Items direkt in Beziehung gesetzt werden können, obwohl nicht alle Personen alle Items der getesteten Skala in Form von testheftspezifischen Aufgaben vorgelegt bekommen haben. Weisen Fähigkeitswert einer Person und Itemschwierigkeit den gleichen Wert auf, so kann unter Annahme der Geltung des Raschmodells davon ausgegangen werden, dass die Person das Item mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% lösen kann, alle Items mit einer niedrigeren Schwierigkeit mit einer höheren Lösungswahrscheinlichkeit.

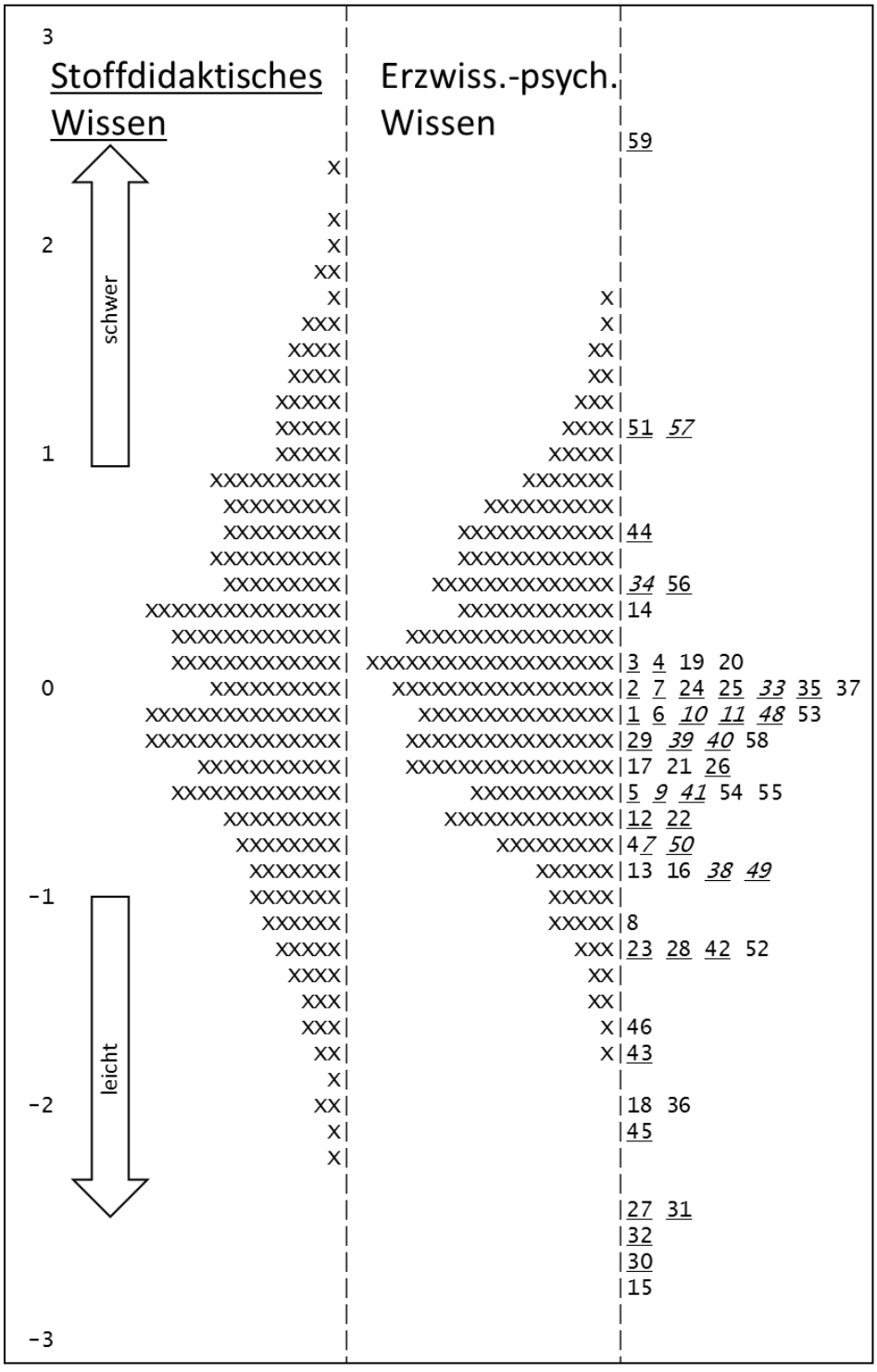
Die folgenden Abbildungen 5.10 und 5.11 entstammen den Output-Dateien von ConQuest und geben einen Überblick über die empirische Verteilung der Itemschwierigkeiten. Dabei sind die der Skalierung zugrunde liegenden Items in den einzelnen Wissensdimensionen jeweils auf der rechten Seite der Skalen durch eine Zahl von 1 bis 52 (Fachwissen) bzw. 1 bis 59 (Mathematikdidaktik) repräsentiert und zur besseren Orientierung jeweils für das Fachwissen in Algebra bzw. das stoffdidaktische Wissen unterstrichen. Bei der Skalierung des mathematikdidaktischen Wissens sind zusätzlich die Items, die beiden Subdimensionen zugeordnet wurden, kursiv gekennzeichnet.

Auf der linken Seite der Skalen sind die getesteten Personen durch ein „x“ repräsentiert (ein „x“ steht für 4,6 Personen (Fachwissen) bzw. 4,5 Personen (Mathematikdidaktik)). In den Ausgabefiles von ConQuest werden die Itemschwierigkeiten (und auch Personenfähigkeiten) in *logits* angegeben. Hierbei gelten Items mit Schwierigkeiten < 0 als eher leicht, Items mit Schwierigkeiten > 0 im oberen Bereich der Skala als eher schwer. Deutlich wird, dass auf der Ebene der Subdimensionen die Itemschwierigkeiten hinreichend breit streuen und nicht etwa eine Subdimension leichter oder schwerer als die andere ist.



BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Abbildung 5.10: Streuung der Itemschwierigkeiten der fachwissenschaftlichen Subdimensionen Arithmetik und Algebra in Relation zu den Personenfähigkeiten



BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Abbildung 5.11: Streuung der Itemschwierigkeiten der mathematikdidaktischen Subdimensionen Stoffdidaktisches Wissen und Erzwiss.-psych. Wissen in Relation zu den Personenfähigkeiten

In allen vier Subdimensionen folgt die Verteilung der Itemschwierigkeiten relativ gut der Streuung der Personenfähigkeiten, insofern ist in TEDS-LT über den ganzen Bereich

hinweg eine hinreichend gute Schätzung der Personenfähigkeiten gegeben. Die Itemschwierigkeiten verteilen sich auch entlang der ganzen Skala, so dass – trotz der Häufung von Items in der Mitte der Skalen – sowohl leichte als auch schwere Items im Test enthalten sind. Im oberen Extrembereich der Skalen finden sich jeweils verhältnismäßig wenig Items, was zur Folge hat, dass die Schätzung der Personenfähigkeiten – speziell in der Mathematikdidaktik – hier weniger präzise ist. Auf der mathematikdidaktischen Skala tritt zudem ein leichter Deckeneffekt auf, der sich einerseits durch eine Reihe von Items am unteren Ende der Schwierigkeitsskala bemerkbar macht, die vermehrt der stoffdidaktischen Subdimensionen zugeordnet sind. Andererseits ist zu bemerken, dass die Personenfähigkeiten und Itemschwierigkeiten der mathematikdidaktischen Skala leicht gegeneinander verschoben sind, so dass die Items hier insgesamt etwas zu leicht erscheinen. Hier sehen wir noch Verbesserungspotenzial.

Aus Platzgründen wird in diesem Kapitel auf eine differenzierte Beschreibung verschiedener Kompetenzniveaus, wie wir sie etwa bei den Analysen zum ersten Messzeitpunkt ausgeführt haben, verzichtet und stattdessen auf die in Buchholtz, Kaiser und Stancel-Piątak (2011) präsentierten einschlägigen Analysen verwiesen. Ein besonderes Interesse soll allerdings bei der Analyse des zweiten Messzeitpunktes einerseits auf einer differenzierten Analyse der Studierenden des ersten und zweiten Messzeitpunkts liegen, unter anderem auch auf der Ebene der Strukturen zwischen den einzelnen Wissensdimensionen. Andererseits sollen differenzierte Diagnosen der Fähigkeiten von GHR- und GyGS-Lehramtsstudierenden in den verschiedenen Wissensdimensionen erfolgen, weshalb wir uns im Weiteren mit den von den Teilnehmerinnen und Teilnehmern erreichten Fähigkeitsscores auseinandersetzen werden.

5.3.2 Struktur des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens

Es ergeben sich für die einzelnen getesteten Dimensionen auf der Ebene der Personenparameter Gesamtscores, die miteinander in Beziehung gesetzt werden können und so zu generellen Erkenntnissen über die Struktur des Lehrerprofessionswissens im Fach Mathematik beitragen. Tabelle 5.7 gibt einen Überblick über die Korrelationen zwischen den unterschiedlichen Wissensdimensionen für die Gesamtstichprobe (manifeste Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson).

Alle Korrelationen sind auf dem Niveau von 0,01 (zweiseitig) signifikant. Außerdem sind alle gefundenen Korrelationen – wie erwartet – positiv. Dies stützt die Annahme, dass es sich bei dem professionellen Wissen von angehenden Mathematiklehrkräften um ein Konstrukt handelt, bei dem sowohl fachliche als auch mathematikdidaktische Wissensanteile – zumindest, was stoffdidaktische Aspekte betrifft – eng miteinander zusammenhängen. Die manifesten Korrelationen zwischen dem stoffdidaktischen Wissen und den beiden fachmathematischen Wissensdimensionen fallen insgesamt hoch aus. Wie erwartet korrelieren auch die fachmathematischen Wissensdimensionen hoch, nämlich mit $r = .60$.

Tabelle 5.7: Manifeste Korrelationen der Skalen der einzelnen Wissensdimensionen

Korrelationen (bivariat)	Fachwissen Arithmetik	Fachwissen Algebra	Stoffdidaktisches Wissen
Fachwissen Algebra	0,60**[15]		
Stoffdidaktisches Wissen	0,49**	0,49**	
Erz.-psych. Wissen	0,16**	0,15**	n.s.[16]

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Die Korrelationen zwischen dem erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissen und dem mathematischen Fachwissen fallen deutlich geringer aus als die Korrelationen zwischen den beiden mathematischen Wissensfacetten und dem stoffdidaktischen Wissen, was für die inhaltliche Nähe der Stoffdidaktik und der Fachmathematik spricht. Offensichtlich hängt das stoffdidaktische Wissen der Lehramtsstudierenden stark mit ihrem mathematischen Fachwissen zusammen, das erziehungswissenschaftlich-psychologische Wissen hingegen weitaus weniger. Allerdings ist einschränkend zu berücksichtigen, dass diese zweite Dimension deutlich niedrigere Reliabilitätswerte aufweist, was sich begrenzend auf die mögliche Stärke des Zusammenhangs auswirkt.

Diese Ergebnisse bestätigen einerseits im Wesentlichen die Ergebnisse verschiedener Studien zum Lehrerprofessionswissen von angehenden bzw. praktizierenden Lehrkräften im Fach Mathematik, wie beispielsweise TEDS-M 2008 (Blömeke, Kaiser & Lehmann 2010a, b), MT21 (Blömeke, Kaiser & Lehmann 2008), COACTIV (Kunter et al. 2011) und TEDS-Telekom (Buchholtz et al. 2012), bei denen die fachdidaktische Wissensdimension ebenfalls stark unter einer stoffdidaktischen Perspektive konzeptionalisiert wurde (dazu Buchholtz & Kaiser 2012; Buchholtz, Kaiser & Blömeke in Vorb.; Krauss et al. 2011, S. 142). Auch zum ersten Messzeitpunkt von TEDS-LT wurde eine hohe Korrelation zwischen mathematischem Fachwissen und dem stark stoffdidaktisch konzeptionalisierten mathematikdidaktischen Wissen festgestellt (r = .67 bzw. r = .77, vgl. Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak 2011). Die Ergebnisse stellen andererseits dennoch einen ersten Hinweis darauf dar, dass es sich bei dem erziehungswissenschaftlich-psychologisch geprägten Wissen um eine vom mathematischen Fachwissen relativ unabhängige Wissensdimension handelt, die aber ebenfalls der mathematikdidaktischen Kompetenz von angehenden Lehrkräften zuzurechnen ist.

Eine Eingangsfrage für die Untersuchung der Daten von TEDS-LT zum zweiten Messzeitpunkt war, ob die empirisch ermittelten Zusammenhänge zwischen den Wissensdimensionen über den Studienverlauf hinweg stabil bleiben, oder ob sich hier Unterschiede zwischen Studierenden im Bachelor-/Grundstudium und Master-/Hauptstudium abzeichnen. Die hohen Zusammenhänge zwischen dem mathematischen Fachwissen und dem stoffdidaktischen Wissen scheinen über den Studienverlauf hinweg recht stabil zu

[15] Den ConQuest-Berechnungen ist zu entnehmen, dass die beiden fachwissenschaftlichen Subdimensionen auf latenter Ebene sogar zu r = .89 korrelieren.

[16] Auch auf latenter Ebene korrelieren die beiden mathematikdidaktischen Subdimensionen für die Gesamtgruppe nur mit r = .28

sein. Auch bei der Betrachtung der Kernstichprobe (3.-5. Semester bzw. 6.-8. Semester) zeigen sich kaum Veränderungen. Gleiches gilt für die Zusammenhänge zwischen den beiden fachmathematischen Subdimensionen. Anders sieht dies bei den Zusammenhängen des erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissens mit den übrigen Wissensdimensionen aus. Über die Gesamtstichprobe hinweg ist zwar keine signifikante Korrelation zwischen den beiden mathematikdidaktischen Subdimensionen auszumachen, allerdings korreliert das erziehungswissenschaftlich-psychologische Wissen innerhalb der Teilstichprobe des ersten Messzeitpunkts mit dem stoffdidaktischen Wissen noch signifikant mit $r = .20$, wohingegen es innerhalb der Teilstichprobe des zweiten Messzeitpunkts sogar signifikant schwach negativ mit $r = -.12$ korreliert[17]. Diese Verschiebung ist auch im Bereich der Korrelationen zum mathematischen Fachwissen auszumachen. Zum ersten Messzeitpunkt korreliert das erziehungswissenschaftlich-psychologische Wissen mit den fachmathematischen Subdimensionen mit $r = .28$ (Algebra) und $r = .22$[18] (Arithmetik), während zum zweiten Messzeitpunkt nur noch Korrelationen nahe 0 sowie nicht signifikante Korrelationen festzustellen sind. Wir deuten dies als einen Hinweis darauf, dass sich speziell das erziehungswissenschaftlich-psychologische Wissen, in dem stärker praxisnahe schulische Inhalte als konkrete Fachinhalte eine Rolle spielen, erst im Laufe des Studiums als eine eigene, vom Fachwissen relativ unabhängige Wissenskomponente herausbildet. Diese Unabhängigkeit zeigt sich höchstwahrscheinlich auch erst im späteren Studienverlauf, da das Bachelor-/Grundstudium vor allem durch das Studium der Fachinhalte geprägt ist und hier weniger praxisnahe erziehungswissenschaftlich-psychologische Inhalte vermittelt werden, die im Bachelor-/Grundstudium darüber hinaus eher unter einer stofflich-didaktischen Perspektive angeeignet werden.

5.3.3 Studiengangspezifische Ergebnisse

Studiengangbezogene Auswertungen des ersten Messzeitpunktes ergaben signifikante Leistungsunterschiede in allen Wissensdimensionen (insbesondere also auch der Mathematikdidaktik) zugunsten der GyGS-Studierenden (vgl. Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak 2011).

Für die Untersuchung der Leistungsunterschiede zwischen den GHR- und GyGS-Studierenden wurden erneut nur die Teilstichproben der an TEDS-LT teilnehmenden Hochschulen herangezogen, in denen sich Studierende beider Studiengänge in ausreichender Menge befanden (Universitäten in Augsburg, Duisburg-Essen, Frankfurt, Gießen, Hamburg). Eine begleitende Varianzanalyse, die zur Absicherung der in Tabelle 5.8 dokumentierten deskriptiven Ergebnisse durchgeführt wurde, zeigte für alle Wissensdimensionen einen signifikanten Einfluss der Standortvariablen, nicht jedoch der Semesterzahl. Indem der Einfluss der Hochschulen aus den Testergebnissen herauspartialisiert wurde, konnte statistischen Verzerrungen durch ungleichmäßige Fallzahlen und inhomogene Varianzen vorgebeugt werden. Für alle Wissensdimensionen wurden mit den jewei-

[17] innerhalb der Kernstichprobe mit $r = .24$ und $r = -.05$
[18] innerhalb der Kernstichprobe mit $r = .31$ (Algebra) und $r = .19$ (Arithmetik)

ligen Residuen *t*-Tests für unabhängige Stichproben durchgeführt. Hierbei wurden die Gruppen der GHR-Studierenden und der GyGS-Studierenden unterschieden. Es ergaben sich für den Bereich des mathematischen Wissens sowie den stoffdidaktischen Bereich erneut signifikante Leistungsunterschiede zugunsten der GyGS-Studierenden, aber keine signifikanten Leistungsunterschiede im Bereich des erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissens. Die Ergebnisse der *t*-Tests sind in Tabelle 5.8 dargestellt.

Tabelle 5.8: Studiengangspezifischer Vergleich der mittleren Testleitungen

Wissens-dimension	GHR				GyGS					
	n	Mittel-wert	SD	S.E.	n	Mittel-wert	SD	S.E.	Diff.	*d*
Arithmetik	510	48,22	8,31	0,37	237	57,14	8,91	0,58	8,92***	0,9
Algebra	509	48,42	9,11	0,40	237	56,19	8,42	0,55	7,77***	0,8
Stoffdidaktisches Wissen	518	47,81	9,21	0,40	240	55,74	10,30	0,66	7,93***	0,8
Erz.-psych. Wissen	517	48,10	9,38	0,41	240	48,14	8,43	0,54	0,04	-

* p < 0,05 ** p < 0,01 *** p < 0,001

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Auskunft über die praktische Relevanz dieser Unterschiede gibt das Effektstärkemaß Cohens *d*, das Mittelwertdifferenzen in Relation zur Standardabweichung der jeweiligen Gesamtstichprobe setzt. Werte um $d = 0{,}2$ repräsentieren nach Cohen (1988) einen schwachen, Werte um $d = 0{,}5$ einen mittleren und Werte um $d = 0{,}8$ einen starken Effekt. Durchgängig lassen sich im mathematischen und stoffdidaktischen Wissen sehr hohe Effektstärken beobachten. Im Bereich des erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissens erzielen die GHR-Studierenden im Vergleich zu den GyGS-Studierenden ähnliche Ergebnisse, was angesichts der zum ersten Messzeitpunkt gefundenen Leistungsunterschiede im Bereich der Fachdidaktik zwar einerseits überrascht, andererseits aber auch die Annahme eines eigenständigen fachdidaktischen Wissensbereichs bestätigt, in dem GHR-Studierende spezifische Stärken aufweisen. Diese Vermutung ist in Einklang mit gesonderten Analysen im Rahmen der Studie MT21 (Schwarz, Blömeke, Kaiser et al. 2009) sowie mit den Ergebnissen einer Ergänzungsstudie zu MT21 von Schwarz (2012). Wir sehen in diesen Ergebnissen die Chance für eine differenzierte Analyse des mathematikdidaktischen Wissens. Offensichtlich beziehen sich die bisher identifizierten fachdidaktischen Stärken der GyGS-Studierenden (Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak 2011) eher auf den Bereich der Stoffdidaktik. Da bisherige Studien die Mathematikdidaktik stärker stoffdidaktisch operationalisiert haben, ist es nicht verwunderlich, dass die Stärken der GyGS-Studierenden im mathematischen Wissen sich auch in der Fachdidaktik abgezeichnet und die Stärken der GHR-Studierenden überdeckt haben. Die in 5.3.2 beschriebenen Korrelationen zwischen den mathematischen Subdimensionen und dem

stoffdidaktischen Wissen unterstreichen dies noch einmal. Mit dem erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissen konnte nun ein Bereich identifiziert werden, in dem speziell die GHR-Studierenden fachdidaktische Stärken zeigen können. Damit wird der in vielen Studien formulierten These, dass es durchgängig prinzipielle Leistungsunterschiede zugunsten der GyGS-Studierenden gebe, widersprochen.

5.3.4 Messzeitpunktspezifischer Vergleich der Testleitungen

Wir analysieren abschließend die Unterschiede zwischen den Studierenden des ersten und des zweiten Messzeitpunkts. Ein direkter Vergleich zwischen Studierenden im Bachelor-/Grundstudium und Master-/Hauptstudium ist dabei aus zwei Gründen nur eingeschränkt möglich. Erstens handelt es sich bei den beiden Teilstichproben bis auf ca. 10 % der Studierenden um keine echte Längsschnittstichprobe, so dass hier allein die Tatsache, dass unterschiedliche Stichproben vorliegen, bereits für Leistungsunterschiede zwischen den beiden Gruppen verantwortlich sein kann. Zweitens ist die Teilstichprobe des zweiten Messzeitpunkts im Hinblick auf die Zahl der absolvierten Semester durchweg sehr heterogen, so dass sich die beiden Teilstichproben stark überschneiden. Um dennoch die identifizierten Leistungsunterschiede abzusichern, werden daher auch die Kernstichproben des 3.-5. und 6.-8. Semesters vergleichend untersucht.

Für alle Wissensdimensionen wurden mit den jeweiligen Gruppen *t*-Tests für unabhängige Stichproben durchgeführt und die Ergebnisse durch zusätzliche begleitende Varianzanalysen zum Einfluss des Hochschulstandorts abgesichert. Hierbei wurden die Gruppen des ersten Messzeitpunkts und des zweiten Messzeitpunkts unterschieden. Die Ergebnisse der *t*-Tests sind in Tabelle 5.9 dargestellt.

Die Studierenden des zweiten Messzeitpunkts weisen im Bereich Arithmetik einen signifikant schlechteren Mittelwert auf als die Studierenden des ersten Messzeitpunkts. Die Effekte dieser Mittelwertsunterschiede sind aber äußerst gering, was ein Hinweis auf bekannte Vergessenseffekte sein könnte, d.h. das elementare mathematische Fachwissen, welches durch TEDS-LT getestet wird, wird im Verlaufe des Studiums wieder vergessen bzw. spielt eine geringere Rolle. Ferner existieren im stoffdidaktischen Wissen signifikante Leistungsunterschiede zwischen den Studierendenkohorten zu den verschiedenen Messzeitpunkten, hier erzielen die Studierenden des zweiten Messzeitpunkts bessere Leistungen. Entgegen unserer Annahmen, dass sich größere Leistungsunterschiede zwischen den Studierendenkohorten der verschiedenen Messzeitpunkte zeigen, konnten in den anderen Wissensdimensionen keine signifikanten Mittelwertsunterschiede ausgemacht werden.

Tabelle 5.9: Messzeitpunktspezifischer Vergleich der mittleren Testleitungen

Wissens-dimension	Studierende 1. MZP				Studierende 2. MZP					
	n	Mittel-wert	SD	S.E.	n	Mittel-wert	SD	S.E.	Diff.	*d*
Arithmetik	500	50,92	9,99	0,45	577	49,49	9,60	0,39	1,43*	0,1
Algebra	500	50,25	10,03	0,45	582	49,80	9,98	0,41	0,45	-
Stoffdidaktisches Wissen	499	49,14	10,53	0,47	600	50,82	9,35	0,38	1,68**	0,2
Erz.-psych. Wissen	498	50,01	10,45	0,47	600	50,00	9,51	0,38	0,01	-

* $p < 0,05$ ** $p < 0,01$ *** $p < 0,001$

BMBF: Teacher Education and Development Study – Learning to Teach ©TEDS-LT.

Die gefundenen Unterschiede sind zudem nur schwach ausgeprägt, so dass insbesondere die in Abschnitt 5.2.2 auf Itemebene identifizierten unterschiedlichen Lösungshäufigkeiten nur schwach aussagekräftig im Hinblick auf Leistungsunterschiede zwischen den einzelnen Teilstichproben sind. Darüber hinaus konnten die Leistungsunterschiede anhand der Kernstichprobe lediglich für den Bereich der Stoffdidaktik verifiziert werden. Offensichtlich verfügen die Studierenden des zweiten Messzeitpunktes hier über ein höheres mathematikdidaktisches Wissen, was die These bekräftigt, dass durch die Dominanz der fachwissenschaftlichen Ausbildung das fachdidaktische Wissen erst später im Studium ausgeprägt wird. Erstaunlicherweise lassen sich in Analysen über die Gesamtgruppe hinweg im erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissen keine Leistungsunterschiede identifizieren. Erst wenn die Mittelwertsunterschiede zwischen dem ersten und dem zweiten Messzeitpunkt auf der Ebene der Studiengänge betrachtet werden, zeigt sich ein differenziertes Bild. Hier konnte der hoch signifikante Leistungsunterschied im Bereich des stoffdidaktischen Wissens bei den GyGS-Studierenden ausgemacht werden, auch innerhalb der Kernstichproben. Dieser Leistungsunterschied zwischen den beiden Kohorten ist jedoch bei den GHR-Studierenden nicht signifikant. Die Leistungsunterschiede in der Gesamtgruppe sind deshalb wohl zu einem großen Teil auf die Leistungen der GyGS-Studierenden zurückzuführen, die zum zweiten Messzeitpunkt, d.h. zu einem späteren Zeitpunkt in ihrem Studium, über ein höheres Wissen in diesem Bereich verfügen. Erstaunlicherweise lässt sich aber bei den GHR-Studierenden im erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissen ein signifikanter Leistungsunterschied zugunsten der Gruppe der Studierenden des zweiten Messzeitpunkts identifizieren, der ebenfalls innerhalb der Kernstichprobe verifiziert werden konnte. D.h. die GHR-Studierenden erzielen während ihres Studiums offensichtlich in diesem Bereich signifikante Wissenszuwächse, was sich auf der Ebene der Gesamtgruppe jedoch nicht zeigt. Dies unterstreicht noch einmal unsere Ergebnisse zur differenzierten Analyse der verschiedenen Studiengänge im Bereich des fachdidaktischen Wissens, da sich hier eindeutig die jeweiligen Stärken – und auch Schwächen – der unterschiedlichen Studiengänge ausmachen ließen. Im Fach-

wissen konnten hingegen keine solchen differenzierten Leistungsunterschiede identifiziert werden.

5.3.5 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Auswertungen des zweiten Messzeitpunktes von TEDS-LT brachten vertiefte Einsicht in das professionelle Wissen angehender Mathematiklehrkräfte. Insbesondere konnten erste Antworten auf die eingangs gestellten Forschungsfragen gefunden werden. So konnte zum zweiten Messzeitpunkt ein Test konstruiert werden, der den Gütekriterien empirischer Forschung entspricht und der in der Lage ist, das professionelle Wissen von Lehramtsstudierenden über den Studienverlauf hinweg systematisch zu erfassen. Darüber hinaus sehen wir es als einen ersten Erfolg an, ein Testinstrument im Bereich des erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissens konzipiert zu haben, das in der Lage ist, im Bereich des fachdidaktischen Wissens Stärken und Schwächen der unterschiedlichen Studiengänge zu identifizieren. Auch wenn dieser Bereich der Studie auf der Ebene der Testitems noch der Weiterentwicklung bedarf, konnten hier Items verschiedener Schwierigkeitsgrade entworfen werden, die weniger als bisherige Studien stoffdidaktische Inhalte aufgreifen und somit auch zu neuen Erkenntnissen über die Struktur des mathematikdidaktischen Wissens beitragen konnten. Die Zusammenhänge der unterschiedlichen Wissensdimensionen erscheinen durch die mehrdimensionale Konzeptualisierung des mathematikdidaktischen Wissens in einem etwas anderen Licht. Zwar zeigten sich die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Wissensfacetten über den Studienverlauf hinweg als relativ stabil, die in vielen Studien bisher identifizierten starken Zusammenhänge zwischen Fachwissen und fachdidaktischem Wissen scheinen sich aber eher auf den durch die mathematischen Fachinhalte geprägten Bereich der Stoffdidaktik zu beschränken, während sich das erziehungswissenschaftlich-psychologische Wissen im fortgeschrittenen Studium als ein relativ unabhängiger Wissensbereich herausbildet. Insbesondere die GHR-Studierenden zeigen hier aber ihre fachdidaktische Stärke, die der These, es gebe generelle Leistungsunterschiede zwischen den verschiedenen Studiengängen, widerspricht. Im Bereich der Stoffdidaktik und des mathematischen Fachwissens konnten die schon zu den Analysen des ersten Messzeitpunkts identifizierten Leistungsunterschiede bestätigt werden, die Leistungen der GHR-Studierenden und der GyGS-Studierenden im erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissen unterscheiden sich hingegen nicht. Geht es an den zeitlichen Vergleich der beiden Teilstichproben des ersten und zweiten Messzeitpunkts, so konnten entgegen unserer Annahme eines messbaren Leistungsunterschieds nur erstaunlich geringe Leistungsunterschiede bei den beiden Teilstichproben ausgemacht werden, beispielsweise waren die Leistungen im mathematischen Wissen bei beiden Teilstichproben bis auf leichte Vergessenseffekte annähernd gleich. Ein differenzierter Blick auf die unterschiedlichen Studiengänge wies allerdings im messzeitpunktspezifischen Vergleich Wissensunterschiede im stoffdidaktischen Wissen für die GyGS-Studierenden und Wissensunterschiede im erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissen für die GHR-Studierenden aus. Insgesamt deuten die Analysen

darauf hin, dass sich auch im Mathematiklehramtsstudium die Wissensentwicklung nicht so kanonisch vollzieht wie häufig angenommen.

Literatur

Adams, R. J., Wilson, M. R., & Wang, W. (1997). The multidimensional random coefficients multinomial logit model. *Applied Psychological Measurement*, 21, 1-23.

Altman, D.G. (1991). *Practical Statistics for Medical Research*. London: Chapman and Hall.

Anderson, L.W. & Krathwohl, D.R. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: a revision of Bloom´s taxonomy of educational objectives.* New York: Addison – Wesley.

Bigalke, H.-G. (1974). Sinn und Bedeutung der Mathematikdidaktik. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6, 109-115.

Blömeke, S., Bremerich-Vos, A., Haudeck, H., Kaiser, G. , Nold, G., Schwippert, K. & Willenberg, H. (Hrsg.) (2011). *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann R. (Hrsg.) (2010a). *TEDS-M 2008 – Professionelle Kompetenz und Lern-gelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann R. (Hrsg.) (2010b). *TEDS-M 2008 – Professionelle Kompetenz und Lern-gelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (Hrsg.) (2008). *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und –referendare. Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Schwarz, B., Kaiser, G., Seeber, S. & Lehmann, R. (2009). Untersuchungen zum mathematischen und mathematikdidaktischen Wissen angehender GHR- und Gymnasiallehrkräfte. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 30(3-4), 232-255.

Blum, W. & Henn, H.-W. (2003). Zur Rolle der Fachdidaktik in der universitären Gymnasiallehrerausbildung. *Der Mathematische und Naturwissenschaftliche Unterricht*, 56(2), 68–76.

Bremerich-Vos, A., Dämmer, J., Willenberg, H. & Schwippert, K. (2011). Professionelles Wissen von Studierenden des Lehramts Deutsch. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, H. Haudeck, G. Kaiser, G. Nold, K. Schwippert & H. Willenberg (Hrsg.), *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT* (S. 47-76). Münster: Waxmann.

Bromme, R. (1992). *Der Lehrer als Experte*: *Zur Psychologie des professionellen Wissens*. Bern: Huber.

Bromme, R. (1997). Kompetenzen, Funktionen und unterrichtliches Handeln des Lehrers. In F.E. Weinert (Hg.), *Enzyklopädie der Psychologie: Psychologie des Unterrichts und der Schule*. *Bd*. *3*.(S. 177-212). Göttingen: Hogrefe.

Bruner, J.S. (1974). *Entwurf einer Unterrichtstheorie.* Berlin: Berlin-Verlag.

Brunner, M. & Krauss, S. (2010). Modellierung kognitiver Kompetenzen von Schülern und Lehrkräften mit dem Nested-Faktormodell. In W. Bos, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *Schulische Lerngelegenheiten und Kompetenzentwicklung*. Festschrift für Jürgen Baumert (S. 105-125). Münster: Waxmann.

Buchholtz, N., Blömeke, S., Kaiser, G., König, J., Lehmann, R., Schwarz, B. & Suhl, U. (2011). Entwicklung von Professionswissen im Lehramtsstudium: eine Längsschnittstudie an fünf deutschen Universitäten. In K. Eilerts, A. Hilligus, G. Kaiser & P. Bender (Hrsg.), *Kompetenzorientierung in Schule und Lehrerbildung*(S. 201-214). Münster: Lit Verlag.

Buchholtz, N. & Kaiser, G. (2012). Zur Konzeptualisierung des mathematikdidaktischen Wissens – Beitrag im Rahmen des AK Vergleichsuntersuchungen im Mathematikunterricht. In M. Ludwig & M. Kleine (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012. Vorträge auf der 46. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 05.03.2012 bis 09.03.2012 in Weingarten* (S.997-1000). Münster: WTM-Verlag.

Buchholtz, N., Kaiser, G. & Blömeke, S. (in Vorb.). Zur Interdisziplinarität des mathematikdidaktischen Wissens – Empirische Ergebnisse zur Natur von Fachdidaktik. *Journal für Mathematik-Didaktik.*

Buchholtz, N., Kaiser, G. & Stancel-Piątak, A. (2011). Professionelles Wissen von Studierenden des Lehramts Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, H. Haudeck, G. Kaiser, G. Nold, K. Schwippert & H. Willenberg (Hrsg.), *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT* (S. 101-133). Münster: Waxmann.

Buchholtz, N., Scheiner, T., Döhrmann, M., Suhl, U., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2012). *TEDS-shortM. Teacher Education and Development Study – Short Test on Mathematics Content Knowledge (MCK) and Mathematics Pedagogical Content Knowledge (MPCK). Kurzfassung der mathematischen und mathematikdidaktischen Testinstrumente aus TEDS-M, TEDS-LT und TEDS-Telekom*. Hamburg: Universität Hamburg.

Büchter, A. (2011): *Zur Erforschung von Mathematikleistung. Theoretische Studie und empirische Untersuchung des Einflussfaktors Raumvorstellung*. Dortmund: Technische Universität Dortmund.

Cohen, J. (1988). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences* (2. Aufl.). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Dieter, M., Brugger, P., Schnelle, D. & Törner, G. (2008). Zahlen rund um das Mathematikstudium – Teil 1. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker Vereinigung* 16 (3), 16-21.

DMV, GDM & MNU (2008). *Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik. Empfehlungen von DMV, GDM, MNU.* http://www.math.ch/csf/mathematik/Standards-DMV-GDM.pdf. Letzter Zugriff 07.08.2012.

Döhrmann, M., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2010). Messung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008 – Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich* (S.169-196). Münster: Waxmann.

Griesel, H. (1974). Überlegungen zur Didaktik der Mathematik. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6, 115-119.

Hartig, J. & Höhler, J. (2010): Modellierung von Kompetenzen mit mehrdimensionalen IRT-Modellen. In Klieme, E., Leutner, D. & Kenk, M. (Hrsg.), Kompetenzmodellierung. Zwischenbilanz des DFG-Schwerpunktprogramms und Perspektiven des Forschungsansatzes. *Zeitschrift für Pädagogik: 56. Beiheft* (S. 189-198). Weinheim; Basel: Beltz.

Jahnke, T. (1998). Zur Kritik und Bedeutung der Stoffdidaktik. *Mathematica Didactica*, 21(2), 61-74.

KMK (2008) = Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.), Ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.10.2008 i.d.F. vom 08.12.2008. http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2008/2008_10_16-Fachprofile-Lehrerbildung.pdf. Letzter Zugriff 07.08.2012.

Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand M. (Hrsg.) (2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster: Waxmann.

McDonald, R. (2000). A basis for multidimensional item response theory. *Applied Psychological Measurement*, 24, 99-114.

Mullis, I.V.S., Martin, M.O. & Foy, P. (mit Olson, J.F., Preuschoff, C. Erberber, E., Arora, A. & Galia, J.) (2008). *TIMSS 2007 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*. Chestnut Hill, MA: TIMMS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Otte, M. (1974). Didaktik der Mathematik als Wissenschaft. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6, 125-128.

Reckase, M.D. (2009): *Multidimensional Item Response Theory*. New York: Springer-Verlag.

Rosenbaum, P.R. & Rubin, D.B. (1983). The central role of the propensity score in observational studies for causal effects. *Biometrika*, 70(1), 41–55.

Rothers, B., Nold, G., Haudeck, H., Keßler, J.-U. & Stancel-Piątak, A. (2011). Professionelles Wissen von Studierenden des Lehramts Englisch. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, H. Haudeck, G. Kaiser, G. Nold, K. Schwippert & H. Willenberg (Hrsg.), *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT* (S. 77-99). Münster: Waxmann.

Schwarz, B. (2012). *Strukturelle Zusammenhänge der professionellen Kompetenz von Mathematiklehramtsstudierenden*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner Verlag.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.

Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S., Ingvarson, L., Peck, R., & Rowley, G. (2008). *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): Policy, Practice, and Readyness to Teach Primary and Secondary Mathematics. Conceptual framework.* East Lansing, MI: Teacher Education and Development International Study Center, College of Education, Michigan State University.

Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S., Ingvarson, L., Rowley, G., Peck, R., Bankov, K., Rodriguez, M. & Reckase, M. (2012). *Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries. Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M).* Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).

Walker, C. M., & Beretvas, S. N. (2003): Comparing Multidimensional and Unidimensional Proficiency Classi-fications. Multidimensional IRT as a Diagnostic Aid.*Journal of Educational Measurement, 40*(3), 255–275.

Warm, T. A. (1989). Weighted Likelihood Estimation of Ability in Item Response Models. *Psychometrika*, 54, 427-450.

Weinert, F.E. (1999). Konzepte der Kompetenz. Gutachten zum OECD-Projekt *„Definition and Selection of Competencies: Theoretical and Conceptual Foundations (DeSeCo)“*. Neuchatel, Schweiz: Bundesamt für Statistik.

Wu, M. L., Adams, R. J., & Wilson, M. R. (1998). ConQuest: Multi-aspect test software [Computer software]. Melbourne: Australian Council for Educational Research.

4.5 Publikation V

Buchholtz, N., Kaiser, G., & Blömeke, S. (2014). Die Erhebung mathematikdidaktischen Wissens – Konzeptualisierung einer komplexen Domäne. *Journal für Mathematik-Didaktik*. Abgerufen am 28. Januar 2014 von doi: 10.1007/s13138-013-0057-y

Reprinted from Springer and *Journal für Mathematik-Didaktik* with kind permission of Springer Science and Business Media. Copyright © 2013, GDM and Springer Science and Business Media.

Die Erhebung mathematikdidaktischen Wissens – Konzeptualisierung einer komplexen Domäne

Nils Buchholtz, Gabriele Kaiser und Sigrid Blömeke

Nils Buchholtz
Universität Hamburg
Fakultät EPB, FB Erziehungswissenschaft 5
Von-Melle-Park 8, 20146 Hamburg
Email: Nils.Buchholtz@uni-hamburg.de
Tel.: 040-42838 6405, Fax: 040-42838 4459

Prof. Dr. Gabriele Kaiser
Universität Hamburg
Fakultät EPB, FB Erziehungswissenschaft 5
Von-Melle-Park 8, 20146 Hamburg
Email: Gabriele.Kaiser@uni.hamburg.de
Tel.: 040-42838 5320, Fax: 040-42838 4459

Prof. Dr. Sigrid Blömeke
Humboldt-Universität zu Berlin
Fak. IV, Abteilung für Systematische Didaktik
Unter den Linden 6, 10099 Berlin
Email: Sigrid.Bloemeke@staff.hu-berlin.de
Tel.: 030-2093 1911, Fax: 030-2093 1828

Zusammenfassung: Bisherige Studien zur Erfassung des professionellen Wissens von (zukünftigen) Mathematiklehrkräften konzeptualisieren das fachdidaktische Wissen stark stoffdidaktisch, so dass empirisch in der Regel enge Zusammenhänge zum mathematischen Fachwissen diagnostiziert werden. Der Beitrag hinterfragt auf der Basis der Studie TEDS-LT zum Professionswissen von Mathematiklehramtsstudierenden der Sekundarstufe I diesen Zusammenhang. Im Beitrag wird eine neue Konzeptualisierung der mathematikdidaktischen Domäne vorgeschlagen, die diese stärker als eigenständige Disziplin im Spannungsfeld zwischen Mathematik und Erziehungswissenschaft/Psychologie profiliert. Mit diesem Ansatz wird deutlich, dass studiengangspezifische Unterschiede im mathematikdidaktischen Wissen von Lehramtsstudierenden differenzierter als in bisherigen Studien betrachtet werden müssen, da sich Leistungsunterschiede im mathematikdidaktischen Wissen zwischen den Studiengängen zwar im Bereich der Stoffdidaktik, nicht aber im Bereich der Unterrichtsdidaktik zeigen. Unser Beitrag stellt somit einen zentralen Beitrag zur Aufklärung der Natur mathematikdidaktischen Wissens und zu seiner validen empirischen Erfassung dar.

Schlüsselwörter: TEDS-LT; Mathematikdidaktisches Wissen; MPCK; Multidimensionale IRT; Unterrichtsdidaktisches Wissen; Stoffdidaktik; Studiengangspezifische Unterschiede; Validität

Mathematics Subject Classification (2000): B55; C89; D29; D69

Measuring pedagogical content knowledge in mathematics – Conceptualizing a complex domain

Abstract: In previous studies on the evaluation of the professional knowledge of (future) mathematics teachers, mathematics pedagogical content knowledge (MPCK) was operationalized closely related to mathematics content. These studies then identified strong empirical correlations between MPCK and mathematical content knowledge (MCK). This paper challenges this relationship based on the study TEDS-LT – a study on the professional knowledge of future mathematics teachers for lower-secondary schools. We develop a conceptual framework of MPCK that stresses its nature more distinctly and situate it between its two related knowledge facets MCK and general pedagogical-psychological knowledge (GPK). Testing future teachers based on this approach reveals that program-specific differences in the MPCK of future teachers described in previous studies have to be interpreted cautiously, because in our study differences appeared only in the mathematics-content related facet of MPCK but not in its teaching-methods related facet. Thus, our paper is an important contribution for a better understanding of the nature of MPCK and a valid measurement.

1. Einleitung

Die Erhebung von professionellem Wissen im Bereich der Lehrerausbildung hat in den letzten Jahren vermehrt an Bedeutung gewonnen und ist auch für die Mathematikdidaktik ein zentrales Thema. Einschlägige empirische Untersuchungen können einen Beitrag zu immer wieder geforderten Umgestaltungen der Mathematiklehrerausbildung leisten und empirisch gestützt deutlich machen, welche Maßnahmen nötig sind bzw. welche Effekte sie ggf. ausüben. Dazu ist nötig, die zugrundeliegenden theoretischen Konstrukte des professionellen Wissens von Mathematiklehrkräften fachlich zu fundieren und inhaltlich gut zu begründen. Dies stellt die Mathematikdidaktik insbesondere vor die Herausforderung, mathematisches Fachwissen und fachdidaktisches Wissen genauer zu beschreiben und auf der Basis von Testitems zu operationalisieren.

Für den Bereich der Fachwissenschaft scheint dies mittlerweile in Deutschland durch die Erfahrungen mit TIMSS (u.a. Baumert, Bos und Lehmann 2000a, 2000b) und PISA (u.a. Baumert et al. 2001) und im Bereich der Lehrerbildung durch COACTIV (Kunter, Baumert, Blum et al. 2011) trotz behände geübter Kritik (z.B. Jahnke und Meyerhöfer 2006) zur gängigen Forschungspraxis zu gehören. Auch im internationalen Bereich finden sich mit MT21 (Blömeke, Kaiser und Lehmann 2008; Schmidt et al. 2011), TEDS-M 2008 (Blömeke, Kaiser und Lehmann 2010a, b; Tatto et al. 2012) und der LMT-Studie der Michigan Gruppe (Hill, Ball & Schilling 2008) prominente Vertreter von Large-Scale-Assessments, die das professionelle Wissen von (zukünftigen) Lehrkräften analysieren. Mittlerweile sind hierzulande eine Vielzahl weiterer Studien entstanden, die das fachmathematische Wissen – oder Facetten von diesem – der Lehrkräfte bzw. Lehramtsstudierenden in verschiedenen Ausbildungsgängen und zu unterschiedlichen Zeitpunkten in Form von schriftlichen Leistungstests untersuchen (u.a. Rach und Heinze 2011; Buchholtz und Kaiser 2013b; Eilerts, Rinkens und Wollring 2012).

Wenn es um die Frage der Konzeptualisierung fachdidaktischen Wissens innerhalb von Large-Scale-Assessments geht, gelingt dies weniger leicht, da das Wissen wenig homogen erscheint und seine Messbarkeit in schriftlichen Leistungstests Psychometrie und Fachdidaktik vor Herausforderungen stellt. Die Folgen der theoretischen Frage, was zu messen

beansprucht wird, schlagen sich in der Operationalisierung auf Itemebene nieder. So konzeptualisieren bisherige einschlägige Studien das fachdidaktische Wissen in erster Linie stark mathematisch orientiert, so dass es nicht verwunderlich scheint, dass empirisch in der Regel starke Zusammenhänge zum fachlichen Wissen diagnostiziert werden. Es finden sich etwa in COACTIV, MT21 und TEDS-M 2008 jeweils latente Korrelationen zwischen Fachwissen und fachdidaktischem Wissen im Bereich zwischen .63 und .81 (vgl. Kunter et al. 2011, S. 150; Blömeke et al. 2008, S. 71; Blömeke et al., 2010b, S. 212). Aus den Indizien, dass „reine" Mathematiker(innen) in ihrem fachdidaktischen Können durchaus an Mathematik-Lehrer(innen) heranreichen (Krauss, Baumert & Blum 2008), folgert Neuweg (2011) sogar, dass das fachdidaktische Wissen als eine Funktion des Fachwissens und anderer, nicht-ausbildungsgebundener Faktoren interpretiert werden könnte. Aus mathematikdidaktischer Sicht und auch aus Sicht der Lehrerausbildung sollten diese Schlüsse alarmieren und den Blick für die Inhalte schärfen, die in den eingesetzten Skalen zum fachdidaktischen Wissen erfasst werden. Problematisch kann das enge Verhältnis zwischen dem in den einschlägigen Studien oft als „stoffdidaktisch" bezeichneten fachdidaktischen Wissen und der Mathematik nämlich dann werden, wenn sich hinter intendiert fachdidaktischen Testaufgaben lediglich in den Schulkontext eingekleidete mathematische Aufgaben verbergen oder wesentliche fachdidaktische Wissensinhalte wie z.B. der Umgang mit Leistungsmessung, Heterogenität oder curricularen Gegebenheiten vernachlässigt werden.

Im vorliegenden Beitrag hinterfragen wir den starken Zusammenhang zwischen mathematischem und mathematikdidaktischem Wissen und formulieren die These, dass für die hohen Korrelationen auch eine einseitige Operationalisierung des fachdidaktischen Wissens mitverantwortlich sein könnte. Individuelle Stärken und Schwächen von Lehrkräften im Fachwissen träten in diesem Falle gleichermaßen im fachdidaktischen Wissen auf, verdeckten aber einen differenzierten Blick auf fachdidaktische Leistungen. In der *Teacher Education and Development Study – Learning to Teach* (TEDS-LT; Blömeke, Bremerich-Vos, Haudeck et al. 2011; Blömeke, Bremerich-Vos, Kaiser et al. 2013), in der das Professionswissen angehender Lehrkräfte im interdisziplinären Vergleich zwischen den Fächern Deutsch, Englisch und Mathematik untersucht wurde (vgl. Abschnitt 5.), verfolgen wir daher eine alternative Konzeptualisierung des mathematikdidaktischen Wissens, die seiner Position zwischen Erziehungswissenschaft, Allgemeiner Didaktik, Pädagogischer Psychologie und Mathematik besser gerecht wird – metaphorisch gesprochen den Fokus also von der bisherigen ausschließlichen Nähe zur Mathematik in die Mitte setzt.

In diesem Beitrag soll der in TEDS-LT gewählte Konzeptualisierungsansatz in seiner inhaltlichen Breite vorgestellt werden. Um darüber hinaus einen konzeptionellen Beitrag zur Diskussion um die Messbarkeit fachdidaktischen Wissens zu leisten, erfolgt eine theoretische Begründung des neuen Ansatzes, was in den bisher empirisch ausgerichteten Beiträgen unterblieben ist. Unser Anliegen besteht in diesem Zusammenhang auch darin, kritisch die vorausgegangenen Studien zu diskutieren und auf methodologische Schwierigkeiten hinzuweisen, die sich angesichts der Komplexität der Domäne Mathematikdidaktik ergeben. Der Beitrag greift dazu im Rahmen einer empiriegestützten Theorieentwicklung in Teilen auf die bereits erschienenen Ergebnisse von Buchholtz und Kaiser (2013a) zurück, die für die empirische Überprüfung des Konzeptionalisierungsansatzes essentiell sind, verwendet diese jedoch mit einem theoretischen Fokus.

Im Folgenden stellen wir zunächst den theoretischen Ansatz für die Erfassung von mathematikdidaktischem Wissen vor, der die Arbeiten in TEDS-LT beeinflusst hat. Anhand der Präsentation ausgewählter Studien und deren Konzeptualisierung des fachdidaktischen Wissens von angehenden oder praktizierenden Lehrkräften verdeutlichen wir anschließend unsere These zum jeweils zugrundeliegenden Zusammenhang von mathematischem und

fachdidaktischem Wissen, bevor wir eine neue Konzeptualisierung vorstellen, die mathematikdidaktisches Wissen stärker als eigenständige Wissensdomäne im Spannungsfeld zwischen Mathematik, Erziehungswissenschaft und Psychologie profiliert. Diese Konzeptualisierung wird anschließend in einen Test geprüft. Im Ergebnisteil präsentieren wir die empirischen Ergebnisse zur Überprüfung unserer Strukturannahmen und validieren unsere Konzeption anhand studiengangspezifischer Leistungen.

2. Die theoretische Diskussion um mathematikdidaktisches Wissen

Die Frage, was mathematikdidaktisches Wissen sei und welche Rolle es im Rahmen der Mathematiklehrerausbildung einnehme, lässt sich nicht eindeutig beantworten (zur Aktualität der Frage vgl. z.B. Hefendehl-Hebeker, 2013). Sie wird allerdings verständlicher, betrachtet man die umfangreiche Diskussion über Sinn und Bedeutung der Didaktik der Mathematik als Wissenschaft, da die Bestimmung des Forschungsgegenstands gewissermaßen den Charakter mathematikdidaktischen Wissens impliziert. Schon in den 1970er Jahren wurde aufgrund der eigenen Ziele, Inhalte und Forschungsmethoden die Mathematikdidaktik als eine „eigenständige interdisziplinäre Wissenschaft [angesehen], die zwischen den etablierten Wissenschaften Mathematik, Erziehungswissenschaften, Psychologie, Soziologie und Philosophie steht“ (Bigalke 1974, S. 114). Dabei wurde bei der Verortung der Mathematikdidaktik als Wissenschaft aufgrund ihrer systemisch bedingten Abhängigkeit von der Mathematik nicht zuletzt auf die Gefahr von eklektischen Auffassungen über ihren Forschungsgegenstand hingewiesen, „die in der konkreten Forschungsarbeit dann immer auf das Zurückfallen in das einseitige Hervorheben einer Disziplin als des absoluten Bezugspunktes hinauslaufen.“ (Otte 1974, S. 127). Auch aus diesem Grund wurde auf die Verschiedenheit von Mathematik und Mathematikdidaktik immer wieder hingewiesen (z.B. Wittmann 1974).

Die Gegenstandsbestimmung der Mathematikdidaktik wurde in den 1980er und 1990er Jahren weitergeführt (u.a. Burscheid, 1983; Bauersfeld 1988). Hier wurden insbesondere Befürchtungen einer fehlenden Profilierung der Mathematikdidaktik durch die Übernahme konkreter Forschungsmethoden und Theorien aus den Bezugswissenschaften ohne die Entwicklung einer eigenen „mathematikdidaktischen“ Forschungsmethodik oder Theoriebildung diskutiert. Steiner (1985) wies in seiner „Theorie der Mathematikdidaktik“ aus diesem Grund auf die regulierende und organisierende Funktion der Mathematikdidaktik hinsichtlich der Bezugswissenschaften und das Bestreben um mathematikdidaktische Metatheorien hin. Auch Wittmann (1992) verortete die spezifisch mathematikdidaktische Forschung innerhalb eines didaktischen, von den Bezugswissenschaften zu unterscheidenden Kernbereichs.

Die systemtheoretische Sichtweise auf Mathematikunterricht als ein komplexes Gefüge interagierender Instanzen „Mathematik“, „Lehrer/in“ und „Schüler/in“ lenkte den Blick dabei auf eine Vielzahl von Zusammenhängen und Interdependenzen sowie ferner auf den Theorie-Praxis-Bezug der Disziplin: Die mathematikdidaktische Erkenntnisgewinnung vollziehe sich demnach gerade nicht allein in einem formal-methodischen Zusammenspiel der Bezugswissenschaften, vielmehr mache die Komplexität des Forschungsgegenstands Mathematikunterricht einen synthetisierenden Forschungsprozess notwendig, in dem „konstruktiv“ entwickelte spezifische mathematikdidaktische Theorien in der Praxis empirisch überprüft und analysiert werden (vgl. Steinbring 1998; Wittmann 1992).

Innerhalb dieses Forschungsprozesses lassen sich zwei – auch mit schulischen Traditionen zusammenhängende – fachdidaktische Perspektiven unterscheiden, die sich der konstrukti-

ven und analytischen Forschungsdimension gleichermaßen annehmen (vgl. Steinbring 1998, 2011): „zum einen eine stark gymnasial orientierte stoffbezogene Mathematikdidaktik, zum anderen in enger Beziehung zur Volksschullehrerbildung an den pädagogischen Hochschulen […] eine pädagogische Mathematikdidaktik“ (Steinbring, 1998, S. 165). Die die ersten Jahrzehnte mathematikdidaktischer Forschung stark beherrschende Stoffdidaktik besteht dabei aus didaktisch orientierten Sachanalysen bzw. einer fachwissenschaftlichen Fundierung, Aufbereitung und Analyse von Fachinhalten im Hinblick auf deren Lehrbarkeit in der Schule, wobei der Bezug eindeutig bei der Mathematik liegt (vgl. auch Griesel 1974; Blum 1985; Jahnke 1998; Blum und Henn 2003, Steinbring 2011).

Im Zuge der stärkeren Orientierung an Unterrichtsprozessen und den Lernenden vor allem im Grundschulbereich gewannen in den 1970er Jahren neben der stoffdidaktischen Forschung auch psychologische und sozialwissenschaftliche didaktische Untersuchungen zu den kognitiven und schulischen Bedingungen des Lernens und zur Organisation von Mathematikunterricht an Bedeutung. Otte beschreibt die Problematik dieser ausgeweiteten Auffassung der Mathematikdidaktik wie folgt: „Es ist aber meine These, daß die mangelnde Berücksichtigung des inhaltlichen Aspekts mathematischer Lernprozesse die fruchtbare Aufarbeitung gesellschaftswissenschaftlicher Einsichten genauso behindert, wie umgekehrt ein Ausblenden der psychischen und sozialen Voraussetzungen solcher Lernprozesse nur zu einer Fetischierung der Fachinhalte und damit nicht zu ihrer Aufarbeitung für den Zweck des Mathematikunterrichts führt.“ (Otte 1974, S. 128). Die beiden fachdidaktischen Orientierungen sollten demnach auch nicht als eine Dichotomie missverstanden werden, sondern eher als unterschiedliche, sich ergänzende Perspektiven mathematikdidaktischer Erkenntnisgewinnung.

Im internationalen Bereich sorgten hinsichtlich der Diskussion um fachdidaktisches Wissen vor allem die auf das professionelle Wissen von Lehrkräften fokussierten Arbeiten von Shulman (1986, 1987) für Aufsehen. Er unterscheidet innerhalb des fachbezogenen Wissens neben dem Fachwissen das „curricular knowledge“ sowie das „pedagogical content knowledge“ (PCK). Während das *curricular knowledge* die Auswahl und Anordnung von Themen im Unterricht umfasst, versteht Shulman unter dem *pedagogical content knowledge* das für Lehrkräfte relevante stofflich geprägte Wissen über „the ways of representing and formulating the subject that makes it comprehensible to others” (Shulman 1986, S. 9). Interessanterweise schließt dies aber ebenso die pädagogisch-didaktischen Inhalte mit ein: “Pedagogical content knowledge also includes an understanding of what makes the learning of specific topics easy or difficult: the conceptions and preconceptions that students of different ages and backgrounds bring with them to the learning of the most frequently taught topics and lessons. If those preconceptions are misconceptions, which they so often are, teachers need knowledge of the strategies most likely to be fruitful in recognizing the understanding of learners […]” (ebd., S. 9 f.).

Auch hier sollen die beiden unterschiedlichen Perspektiven der Aufbereitung der Fachinhalte und des Lehrens und Lernens also nicht getrennt, sondern in gegenseitiger Ergänzung wahrgenommen werden, was Shulman in seiner Definition von *pedagogical content knowledge as specific amalgam* zum Ausdruck gebracht hat (Shulman 1987, S. 8). Eine ähnliche Sicht vertritt auch Bromme (1995, 1997) der darüber hinaus die Verbindung zwischen fachdidaktischem Wissen und Shulmans *curricular knowledge* herstellt: „Um geeignete Formen der Darstellung des Stoffes zu finden, um die zeitliche Abfolge der Behandlung von Themen zu bestimmen und um zu gewichten, welche Stoffe intensiver behandelt werden, ist fachspezifisch-pädagogisches Wissen notwendig.“ (Bromme, 1997, S. 197). Einschlägige Studien zum professionellen Wissen von Lehrkräften nationaler und internatio-

naler Art beziehen sich mittlerweile auf diese Shulman‘sche Terminologie, wenn es um die theoretische Fundierung des untersuchten Wissens geht.

Diesen Argumentationen folgend, vertreten wir die Auffassung, dass es sich bei dem fachdidaktischen Wissen innerhalb der Lehrerbildung um ein Wissen sui generis handelt, welches entsprechend einer vom reinen Fachwissen differenzierten Analyse bedarf (siehe auch Baumert und Kunter, 2006). Wir sehen damit als Ausgangspunkt unserer Überlegungen zu einer adäquaten Konzeptualisierung und Operationalisierung des mathematikdidaktischen Wissens (vgl. 4.) dieses als eigenständiges stoffdidaktisch *und* pädagogisch-didaktisch geprägtes Wissen “im Bezugsfeld zwischen der zugehörigen Fachwissenschaft, den Humanwissenschaften und der Lehr-/Lernpraxis“ (Blum und Henn 2003, S. 68), also als interdisziplinäres Wissen mit Bezug auf den Mathematikunterricht.

3. Konzeptualisierung des mathematikdidaktischen Wissens in bisherigen Studien

In bisherigen Studien zum Professionswissen bei (zukünftigen) Mathematiklehrkräften wie COACTIV, MT21 und TEDS-M 2008 wird – analog zum Vorgehen bei der Konzeptualisierung des mathematischen Fachwissens – das mathematikdidaktische Wissen inhaltlich in mehrere Inhaltsbereiche ausdifferenziert. Diese können im Rahmen der Skalierung bei hinreichender Reliabilität als eigenständige Subdimensionen modelliert werden.

Die Studie COACTIV differenziert das mathematikdidaktische Wissen in drei Subdimensionen (vgl. Abb. 1). Sie unterscheidet die Subdimensionen des Erklärens und Repräsentierens, worunter in diesem Fall das „Zugänglichmachen mathematischer Inhalte für Schüler“ im Sinne von Kirsch (1977) verstanden wird, und die Subdimension des Wissens über Schülerkognitionen wie etwa typische Fehler und Schwierigkeiten. Die Konzeptualisierung wird darüber hinaus um den Aspekt des didaktischen Wissens über Mathematikaufgaben erweitert, das auf Itemebene beispielsweise in Form des Angebens einer variablen Anzahl von Lösungswegen realisiert ist (vgl. Kunter et al. 2011, S.136 ff).

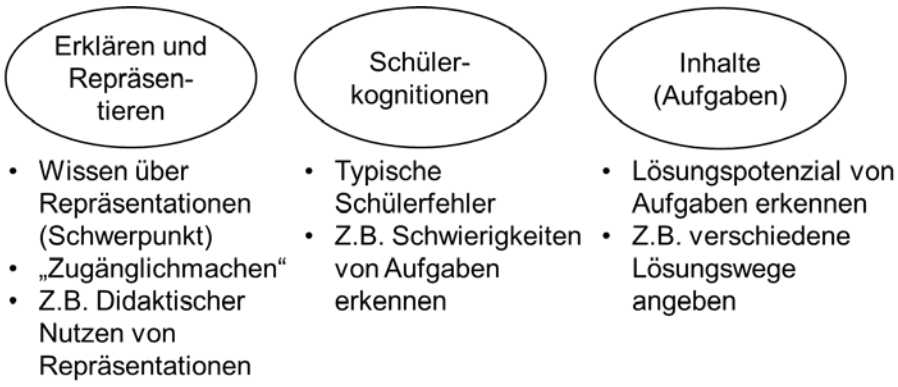


Abb. 1 Konzeptualisierung des mathematikdidaktischen Wissens in COACTIV

Die Studie TEDS-M 2008 und ihre Vorläuferstudie MT21 differenzieren das mathematikdidaktische Wissen zweidimensional aus, und zwar inhaltlich entlang der Anforderungen an Lehrpersonen. Sie unterscheiden zwischen „lehrbezogenen Anforderungen“ bzw. „curricularem und planungsbezogenem Wissen“ und „lernprozessbezogenen“ Anforderungen bzw. „interaktionsbezogenem Wissen“ (vgl. für TEDS-M Abb.2). Unter curricularen und unterrichtsplanerischen Anforderungen werden beispielsweise das Auswählen fachlicher Lehrinhalte für Schülerinnen und Schüler gesehen sowie deren Begründung, Vereinfa-

chung und Aufbereitung unter Gebrauch verschiedener Repräsentationen. Hierunter fallen daher auch Kenntnisse von Mathematiklehrplänen, Bewertungsmethoden und Unterrichtsmethoden. Unter interaktionsbezogenen Anforderungen, die das unterrichtliche Handeln der Lehrkraft während des Unterrichts widerspiegeln, werden etwa das Einordnen von Schülerantworten vor dem Hintergrund kognitiver Niveaus sowie eventueller Fehler und Fehlermuster verstanden. Hierbei handelt es sich also um Analyse- und Diagnosefähigkeiten, über die angehende Lehrer und Lehrerinnen verfügen sollen (vgl. Blömeke et al. 2008, S. 51; Blömeke et al. 2010b, S. 175)

Abb. 2 Konzeptualisierung des mathematikdidaktischen Wissens in TEDS-M

Der Schritt zwischen der Konzeptualisierung von zu erfassenden Konstrukten und deren Operationalisierung auf Itemebene wirft in Leistungstests aufgrund der knappen zur Verfügung stehenden Testzeit und der Begrenztheit des Itemspektrums häufig Validitätsprobleme auf. Im Folgenden betrachten wir die Operationalisierung der dargestellten mathematikdidaktischen Konzeptualisierungen, wohlwissend um die Problematik der Analyse von Einzelitems. Die im Folgenden angeführten Items stehen zwar beispielhaft für die in den Studien untersuchten Konstrukte, spiegeln jedoch immer nur einzelne Facetten wider.

Zunächst werden zwei mathematikdidaktische Items aus COACTIV betrachtet, die dem Bereich „Schülerkognitionen“ und „Multiples Lösungspotential von Aufgaben“ entnommen sind.

Beispielaufgabe: Gleichung (Schülerkognitionen)

Bitte stellen Sie sich folgende Situation vor:
Eine Schülerin berechnet für die Gleichung $(x – 3)(x – 4) = 2$
die Lösungen $x = 5$ oder $x = 6$.

Was hat diese Schülerin vermutlich gerechnet?

Beispielaufgabe: Quadrat (Multiples Lösungspotential von Aufgaben)

Wie ändert sich der Flächeninhalt eines Quadrats, wenn man die Seitenlänge verdreifacht?
Begründe deine Antwort.

Bitte schreiben Sie möglichst viele verschiedene Lösungsmöglichkeiten (Begründungen) zu dieser Aufgabe kurz auf

Abb. 3 Beispielaufgaben aus COACTIV (s. Krauss et al. 2011, S. 140)

In diesen beiden Items ist ein deutlicher Einfluss mathematischen Wissens erkennbar, denn stets müssen die relevanten Berechnungen zum Lösen der Aufgaben selbst durchgeführt werden. So ist es, ggf. durch die Fragestellung bedingt, in der Gleichungs-Aufgabe nicht erforderlich, eine didaktische Fehleranalyse (in diesem Fall die fehlerhafte Übergeneralisierung eines bekannten nur für die Zahl 0 richtigen Schemas) zu explizieren, obwohl dies anscheinend für eine korrekte Lösung erwartet wird (Krauss et al. 2011, S. 141). Vielmehr lässt sich die Frage, was die Schülerin vermutlich gerechnet hat, auch durch Imitieren der fehlerhaften Strategie ohne ihre didaktische Einordnung beantworten („Vermutlich $x - 3 = 2$ und $x - 4 = 2$.“) Die Aufgabe zu Gleichungen erhebt also implizit zwar fachdidaktisches Wissen über typische Fehlermuster, allerdings können diese Fehler mathematisch herausgearbeitet werden, ohne dass die fehlerhafte Lösungsstrategie didaktisch beschrieben wird.

Bei der Aufgabe zum Quadrat werden für korrekte Lösungen verschiedene mathematische Lösungsmöglichkeiten wie beispielsweise ein algebraischer Ansatz in Form von Gleichung und Variablen oder ein geometrischer (präformaler) Ansatz (etwa in Form eines Plättchenbeweises) erwartet (vgl. Krauss et al. 2011, S. 146). Da das Item sich gemäß der Konzeptualisierung des mathematikdidaktischen Wissens in diesem Fall rein auf die Mathematikaufgabe und die Darstellung des mathematischen Sachverhaltes der Beziehung zwischen Flächeninhalt und variabler Seitenlänge eines Quadrats konzentriert, werden keine Ausführungen zu schulischem Kontext, Erklärungsmuster oder eine didaktische Reflexion über Vor- und Nachteile der verschiedenen Lösungsansätze erwartet.

Gleichermaßen ist das in Abb. 4 dargestellte Item aus TEDS-M 2008 aus dem mathematikdidaktischen Bereich „Interaktionsbezogenes Wissen“ zu betrachten:

Jeremy notices that when he enters 0.2×6 into a calculator his answer is smaller than 6, and when he enters $6 \div 0.2$ he gets a number greater than 6. He is puzzled by this, and asks his teacher for a new calculator!

A) What is Jeremy's most likely misconception?
B) Draw a visual representation that the teacher could use to model 0.2×6 to help Jeremy understand WHY the answer is what it is?

Abb. 4 Beispielaufgabe aus TEDS-M 2008 (s. Tatto et al., 2012, S. 141)

Die Lösung der Aufgabe A) erfordert die Identifikation der Fehlvorstellung, dass die Multiplikation immer ein größeres Ergebnis liefert und die Division immer ein kleineres Ergebnis. Bei Aufgabe B) wird im Rahmen einer korrekten Lösung erwartet, dass eine angemessene visuelle Repräsentation wiedergegeben wird, aus der ersichtlich hervorgeht, warum $0{,}2 \times 6 = 1{,}2$ ergibt (wie z.B. ein Block bei dem zwei von zehn Unterteilungen gefärbt sind, der in sechsfacher Ausführung zu einem voll gefärbten und einem 2/10-Block zusammengeführt wird). Zwar behandelt dieses Item fachdidaktische Inhalte wie die Identifikation von Fehlern und alternative Repräsentationsformen, allerdings stehen auch bei diesem Item eher stoffliche Aspekte im Vordergrund, da mathematisches Wissen über die Multiplikation natürlicher Zahlen mit reellen Zahlen aus dem Intervall (0,1) erforderlich ist.

Die veröffentlichten mathematikdidaktischen Items beider Studien legen die Vermutung nahe, dass fachdidaktisches Wissen vor allem stoffdidaktisch operationalisiert wird (vgl.

auch Döhrmann, Kaiser & Blömeke, 2012). Selbst unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Konzeptualisierung mathematikdidaktischen Wissens zwischen den Studien fällt jeweils der Einfluss des mathematischen Wissens auf die Lösung der Aufgaben auf. Auch Krauss et al. (2011, S. 142) merken an, dass ihre vorgestellten Beispielitems deutlich machen, „dass die Konzeptualisierung sehr fachnah umgesetzt wurde und somit ganz in der Tradition der deutschsprachigen ‘Stoffdidaktik‘ steht.“ Unsere These ist, dass diese stoffdidaktische Operationalisierung für die starken empirischen Zusammenhänge zwischen mathematischem und mathematikdidaktischem Wissen ursächlich ist. Zwar gehört die Stoffdidaktik zum Gegenstandsbereich der Mathematikdidaktik und besitzt im Rahmen von Untersuchungen des mathematikdidaktischen Wissens ihre Berechtigung, jedoch greift eine Operationalisierung von Mathematikdidaktik als Stoffdidaktik allein zu kurz. Es wird der zentrale Bereich der spezifisch mathematikunterrichtlichen Fragestellungen nur unzureichend berücksichtigt[1].

4. Konzeptualisierung und Operationalisierung des mathematikdidaktischen Wissens in TEDS-LT

Ziel der Studie TEDS-LT ist demgegenüber, das mathematikdidaktische Wissen gezielt als eine eigenständige Domäne zu konzeptualisieren, die beiden Forschungsperspektiven der Mathematikdidaktik gerecht wird. Bewusst wurde darauf geachtet, stoffdidaktische Anteile (die in MT21 und TEDS-M 2008 selbst die lernprozessbezogenen Anforderungen bzw. das interaktionsbezogene Wissen charakterisieren) zu separieren, um Erkenntnisse über mathematikdidaktisches Wissen „jenseits“ der Stoffdidaktik zu erhalten. Für erfolgreiches unterrichtliches Handeln ist solides mathematisches Wissen zwar unverzichtbar und müssen mathematisches und fachdidaktisches Wissen eng miteinander verzahnt werden, in bisherigen Erhebungen des fachdidaktischen Wissens liegt das Schwergewicht allerdings einseitig auf dem stark mathematisch geprägten stoffdidaktischen Wissen.

Für den ersten und zweiten Messzeitpunkt der Studie TEDS-LT wurde die Konzeptualisierung des mathematikdidaktischen Wissens an vier allgemeinen Perspektiven der Bezugswissenschaften der Disziplin orientiert (vgl. Bigalke 1974). Folgende Perspektiven[2] werden unterschieden (vgl. Buchholtz & Kaiser 2013a, S. 110):

- eine *mathematisch geprägte Perspektive auf mathematikdidaktische Fragen*; diese bezieht sich auf stofflich geprägte Fragen wie Stufen der begrifflichen Strenge und Formalisierung oder durch die Fachsystematik beeinflusste Konzepte mathematischer Grund- oder Fehlvorstellungen;
- eine *psychologisch geprägte Perspektive auf mathematikdidaktische Fragen*; diese umfasst Aspekte der psychologischen Beschreibung und psychologisch fundierten Diagnose von mathematischen Denkhandlungen oder der Ursache von Fehlvorstellungen;
- eine *erziehungswissenschaftlich geprägte Perspektive auf mathematikdidaktische Fragen*; diese bezieht sich auf erziehungswissenschaftlich geprägte Konzepte mathematischer Bildung, pädagogisch geprägte Aspekte von Leistungsbewertung im Mathematikunterricht, pädagogisch motivierte Interventionsmöglichkeiten bei Fehlern und Fragen der Heterogenität im Mathematikunterricht;

[1] Unsere Analysen können sich nur auf veröffentlichte Items beziehen und übersehen möglicherweise Items, die diesen Aspekt stärker betonen.

[2] Die Perspektiven gehen auf Vorarbeiten von Björn Schwarz und Gabriele Kaiser im Bereich Lehrerprofessionswissen von (zukünftigen) Mathematiklehrkräften zurück.

- eine *allgemein-didaktisch geprägte Perspektive auf mathematikdidaktische Fragen*, diese umfasst Aspekte von Lehr- und Lernformen und Unterrichtsarrangements, die spezifisch für den Mathematikunterricht sind, sowie Fragen mathematischer Curricula und Bildungsstandards für den Mathematikunterricht

Zum ersten Messzeitpunkt von TEDS-LT stellten diese Perspektiven eine Heuristik für die Itementwicklung dar, um ihre Repräsentanz zu sichern. Da der Schwerpunkt der Untersuchung angesichts des Ausbildungsstands der Studierenden (3. bis 5. Fachsemester) aber auf dem Fachwissen lag, und entsprechend weniger fachdidaktische Items eingesetzt wurden um empirisch zwischen diesen Perspektiven zu unterscheiden, fand nur eine eindimensionale Skalierung statt (vgl. Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak 2011). Zum zweiten Messzeitpunkt, bei dem die Untersuchung des fachdidaktischen Wissens den Schwerpunkt bildete, konnte das mathematikdidaktische Wissen anhand dieser Konzeptualisierung zweidimensional skaliert werden (vgl. Buchholtz & Kaiser 2013a, S. 110). Die erste Subdimension griff mit dem *stoffbezogenen mathematikdidaktischen Wissen* (kurz: „stoffdidaktisches Wissen“) die erste der genannten Perspektiven auf:

- stofflich geprägte Fragestellungen des Lehrens und Lehrens von Mathematik (z.B. Grundvorstellungen, fachliche Analyse von Fehlern, fundamentale Ideen, fachlich motivierte Zugänge zu mathematischen Inhalten)
- fachlich geprägte Diagnostik von Schülerlösungen (z.B. fachliche Angemessenheit, Nutzen von Aufgaben als Ausgangspunkt für Lernprozesse).

Die zweite Subdimension *unterrichtsbezogenes mathematikdidaktisches Wissen* (kurz: MU-didaktisches Wissen) griff die Perspektiven jenseits des mathematischen Fachwissens auf, das sich mehr auf *erziehungswissenschaftlich-psychologische*[3] Inhaltsbereiche konzentriert. Hierunter fallen etwa (vgl. ebd., S.110 f.):

- Konzepte mathematischer Bildung (z.B. Grunderfahrungen, mathematische Denkhandlungen)
- Leistungsbewertung im Mathematikunterricht (z.B. Bezugsnormen, Auswahl von Methoden zur Leistungsbewertung, Heterogenität)
- psychologisch geprägte Diagnostik der Ursachen von Fehlvorstellungen (z.B. Rechenschwäche, Interventionsmöglichkeiten, Erstellen von Förderplänen)
- Lehr- und Lernformen und Unterrichtsarrangements (z.B. Genetisches Lernen, Begriffslernen)
- Curricula und Bildungsstandards für den Mathematikunterricht (z.B. Lehrpläne, Schulbücher, Bildungsstandards)

Der Stoffdidaktik wird mit dieser Aufteilung zwar eine stärkere Gewichtung verliehen als den anderen drei Bezugswissenschaften. Sie dominiert jedoch nicht länger das Gesamtkonstrukt.

Das unterrichtsbezogene mathematikdidaktische Wissen lässt sich konzeptionell zugleich eindeutig von dem ebenfalls in TEDS-LT getesteten domänenübergreifenden pädagogischen Wissen unterscheiden. Ausgehend von Diskursen zu beruflichen Anforderungen, mit denen sich Lehrpersonen aus pädagogischer Perspektive beim Unterrichten konfrontiert

[3] In Buchholtz und Kaiser (2013a) trägt diese Wissensdimension daher die Bezeichnung „erziehungswissenschaftlich-psychologisches Wissen“. Dieser ungriffige Terminus wurde zwecks besserer Verständlichkeit in „unterrichtsbezogenes mathematikdidaktisches Wissen“ geändert, wobei die terminologische Veränderung desselben Konstrukts problematisch ist, was wir aber bewusst in Kauf nehmen.

sehen (siehe z. B. die Standards für die Lehrerausbildung; KMK, 2004b), wurden wie in TEDS-M 2008 fünf Basisdimensionen ausdifferenziert: das Strukturieren von Unterricht, das Motivieren von Schülerinnen und Schülern, der Umgang mit Heterogenität, die Klassenführung und die Leistungsbeurteilung. Diese fünf Dimensionen wurden mithilfe einer Verschränkung von empirischen Erkenntnissen der Unterrichtsforschung mit Anforderungen der Allgemeinen Didaktik an die Gestaltung von Unterricht jeweils über mehrere komplexe Testaufgaben operationalisiert. In TEDS-LT wurde die Testung aus zeitpragmatischen Gründen und prinzipiellen Überlegungen auf drei dieser fünf Basisdimensionen – Strukturierung von Unterricht, Klassenführung und Motivation – beschränkt.

Die Ausdifferenzierung des mathematikdidaktischen Wissens in zwei Subdimensionen stellt einen ersten Versuch dar, seiner Natur näher zu kommen, wobei nicht ausgeschlossen ist, dass sich empirisch aufgrund der Heterogenität der nicht-stoffdidaktischen Anteile weitere Subdimensionen identifizieren lassen. Auf der Ebene der eingesetzten Testaufgaben fließen (besonders bei den Aufgaben zum unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Wissen) folgende Aspekte ein:

- stärkere Einbindung kanonischer, spezifisch methodisch-didaktischer Inhalte und pädagogischer Fragestellungen,
- Vermeidung fachdidaktischer „Einkleidungen“ mathematischer Aufgaben,
- Realisierung einer stärkeren Differenzierung der Testitems anhand der Bezugswissenschaften für eine differenzielle Diagnostik.

Für die weitere Operationalisierung des mathematikdidaktischen Wissens wurde das Kognitionsmodell von Anderson, Krathwohl u.a. (2001) herangezogen, welches einen geeigneten Ansatzpunkt für die Unterscheidung kognitiver Prozesse bietet. Eine Übersicht über den Umfang der in TEDS-LT auf Testebene erfassten mathematikdidaktischen Inhalte findet sich in Tab. 1. Im Folgenden betrachten wir die Operationalisierung anhand dreier Beispiele. Abb. 5 und 6 zeigen Beispielitems aus dem Bereich des *unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen* Wissens, in Abb. 7 führen wir zur Kontrastierung noch einmal ein *stoffdidaktisches* Item aus TEDS-LT an (für Details und weitere Items siehe Buchholtz, Kaiser und Stancel-Piątak 2011 sowie Buchholtz & Kaiser 2013a).

Beispielaufgabe: Grunderfahrungen

Die drei sog. Winter’schen Grunderfahrungen wurden Mitte der 90er Jahre von Heinrich Winter formuliert. Sie beschreiben, dass der Mathematikunterricht dadurch allgemeinbildend wird, dass er den Schülerinnen und Schülern drei Grunderfahrungen ermöglicht. Welche der hier aufgeführten Grunderfahrungen gehört **nicht** zu den von Winter formulierten?

Kreuzen Sie ein Kästchen an.

A)	„Mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen“	☐
B)	„In der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, zu erwerben“	☐
C)	„Verschiedene Argumentationen genau zu bewerten und die eigene Meinung sowie die Meinung der Mitmenschen kritisch zu hinterfragen,	☐

	und durch das Beschreiben und Begründen eigener Lösungswege komplexe Argumentationen zu entwickeln“	
D)	„Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen“	☐

Abb. 5 Beispielaufgabe aus TEDS-LT

Die Aufgabe fokussiert das Wissen über den Bildungsgehalt des Mathematikunterrichts. Die von Winter (1995) formulierten Grunderfahrungen, die mittlerweile vielfach in den Rahmenplänen der Länder fest verankert sind und den Weg in die Bildungsstandards der KMK (z.B. KMK 2004a) gefunden haben, sehen wir als einen zentralen Lehrinhalt fachdidaktischer Veranstaltungen an. Dabei kommt es nicht darauf an, den Wortlaut dieser Grunderfahrungen exakt wiedergeben zu können, sondern die Grunderfahrungen inhaltlich unterscheiden zu können. Die richtige Antwort ist in diesem Fall Option C[4].

Beispielaufgabe: Bildungsstandards

Entscheiden Sie, ob sich die folgenden mathematischen Leitideen in den Bildungsstandards der KMK für den Hauptschulabschluss bzw. mittleren Schulabschluss finden lassen.

Kreuzen Sie ein Kästchen pro Zeile an.

		Ja	Nein
A)	Idee von Raum und Form	☐	☐
B)	Idee des Beweisens	☐	☐
C)	Idee des Modellierens	☐	☐
D)	Idee des funktionalen Zusammenhangs	☐	☐

Abb. 6 Beispielaufgabe aus TEDS-LT

Auch die Bildungsstandards sind im Zuge der zunehmenden Kompetenzorientierung des Mathematikunterrichts zentraler Ausbildungsinhalt in mathematikdidaktischen Lehrveranstaltungen. Wenngleich auch hier die Bildungsstandards nicht im Wortlaut abgefragt werden sollen, so fokussiert das Item doch zumindest die dreifache Konzeption der Bildungsstandards anhand der nach Leitideen geordneten inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen, allgemeinen Kompetenzen und Anforderungsbereichen (KMK 2004a; Blum et al. 2006). Die allgemeinen Ideen von Raum und Form sowie des funktionalen Zusammenhangs sind dabei Leitideen innerhalb der Bildungsstandards, wohingegen es sich beim Beweisen und Modellieren um Formen der allgemeinen Kompetenzen handelt.[5]

[4] Die Lösungshäufigkeit für dieses Item liegt bei 30,5%, es gehörte zu der Gruppe der schwersten Items im Test.

[5] Die Lösungshäufigkeiten schwanken stark zwischen A) 79,9%, B) 66,7%, C) 18,3% und D) 82,8 %. Während A), B) und D) zu den leichteren Items gehörten, schienen die Studierenden Schwierigkeiten zu haben, Modellierung in den Bildungsstandards zu verorten.

Tab. 1 Mathematikdidaktische Inhalte in TEDS-LT (vgl. Buchholtz & Kaiser 2013a, S. 113)

	Erinnern und Abrufen	**Verstehen und Anwenden**	**Bewerten und Generieren von Handlungsoptionen**
Stoffdidaktisches Wissen	Kenntnis über: - fachspezifische Zugangsweisen, Grundvorstellungen und paradigmatische Beispiele; - begriffliche Vernetzungen (z.B. fundamentale Ideen); - fachspezifische Präkonzepte und Verständnishürden; - Stufen der begrifflichen Strenge und Formalisierung; Reflexion der Rolle von Alltagssprache und Fachsprache bei mathematischer Begriffsbildung	Nutzung von: - Grundvorstellungen und fachspezifischen Zugängen bei der Erstellung von Unterrichtsmaterial; Auswahl von geeigneten Sachverhalten für den thematischen Unterrichtseinstieg	Konstruktion von diagnostischen Mathematikaufgaben und Analyse und Interpretation von Schülerlösungen und Schülerfragen; Nutzung von Mathematikaufgaben als Ausgangspunkt für Lernprozesse; Herstellung von Verbindungen zwischen den Themenfeldern des Mathematikunterrichts und ihren mathematischen Hintergründen; Kenntnis über fächerverbindendes Lernen; Beurteilung von Schülerlösungen auf fachliche Angemessenheit
Unterrichtsbezogenes mathematikdidaktisches Wissen	Kenntnis über: - Konzepte „mathematischer“ Bildung; - theoretische Konzepte mathematischer Denkhandlungen bzw. allgemeinen Kompetenzen (z.B. Begriffsbilden, Modellieren, Problemlösen und Argumentieren); - Heterogenität im Mathematikunterricht; - Rechenschwäche und mathematische Hochbegabung; - Konzepte für schulisches Mathematiklernen und -lehren (genetisches Lernen, entdeckendes Lernen, dialogisches Lernen); - Bildungsstandards, Lehrpläne und Schulbücher; - Ursachen von Fehlvorstellungen von Schülerinnen und Schülern; - verschiedene Bezugsnormen der Leistungsmessung und Diagnostik	Nutzung von: - Bildungsstandards, Lehrplänen und Schulbüchern für den Mathematikunterricht, Herstellung von Lernzielen; - Lehr- und Lernkonzepten des Mathematikunterrichts für die Gestaltung von Unterrichtsprozessen; Anwendung von: - individualdiagnostischen Verfahren; - Methoden der Leistungsbewertung im Mathematikunterricht	Reflexion über: - die Bedeutung von Bildungsstandards, Lehrplänen und Vergleichsuntersuchungen; - Ziele, Methoden und Grenzen der Leistungsbewertung im Mathematikunterricht; - Verfahren für den Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht; Erstellung von Förderplänen für rechenschwache und hochbegabte Schüler oder Lerngruppen unter Berücksichtigung spezifischer Lernvoraussetzungen; Diagnostizieren von Fehlvorstellungen; Beurteilung von fachspezifischen Interventionsmöglichkeiten von Lehrpersonen

In einer Anwendungsaufgabe werden der Differenzenquotient und der Grenzwert der Differenzenquotienten (Differenzialquotient) in einem Sachkontext folgendermaßen interpretiert.

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \qquad \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Durchschnittliche Wachstumsgeschwindigkeit einer Bakterienkultur	Momentane Wachstumsgeschwindigkeit einer Bakterienkultur

Schülerinnen und Schüler wurden daraufhin nach einer Interpretation von x und f(x) gefragt. Bitte bewerten Sie die folgenden Schülerantworten. Entscheiden Sie, ob *beide, eine oder keine* der Interpretationen korrekt sind.

Kreuzen Sie ein Kästchen pro Zeile an.

		Beide korrekt	Eine korrekt	Keine korrekt
A)	"x = Zeitpunkt; f(x) = Größe der Bakterienkultur zu diesem Zeitpunkt "	☐	☐	☐
B)	"x = Anzahl der Bakterien; f(x) = Wachstumsgeschwindigkeit."	☐	☐	☐
C)	"x = Zeitpunkt t; f(x) = Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Zeit"	☐	☐	☐

Abb. 7 Beispielaufgabe aus TEDS-LT (s. Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 121)

Die Grenzen zwischen der Itemklassifikation „Stoffdidaktisches Wissen“ und „Unterrichtsbezogenes mathematikdidaktisches Wissen“ verlaufen trotz der gezielten Neuentwicklung vieler Items fließend und hängen zudem bei der Item-Evaluierung von der jeweiligen mathematikdidaktischen Perspektive der Expertinnen oder Experten ab. Bei einigen mathematikdidaktischen Items, die sich in vorangegangenen Studien bewährt hatten, war es kaum möglich, die beiden Wissensdomänen zu separieren, was dafür spricht, dass das mathematikdidaktische Wissen zwar einerseits von inhaltlicher Heterogenität, andererseits aber auch von Vernetzung geprägt ist. Items, die sich nicht eindeutig einer der beiden Subdimensionen zuordnen ließen, wurden daher sowohl dem Bereich des stoffdidaktischen Wissens als auch dem Bereich des unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Wissens zugeordnet.

5. Ziele und Anlage der Studie TEDS-LT

Um diese alternative Konzeptualisierung des mathematikdidaktischen Wissens besser vor dem Hintergrund der Studie einordnen zu können, beschrieben wir im Folgenden Studiendesign, Anlage und Details zur Stichprobe von TEDS-LT. Ziel der von 2008 bis 2011 vom BMBF geförderten Studie TEDS-LT war es, die im Bereich der Mathematik fortgeschrittene

Forschung zur Kompetenzentwicklung im Lehramtsbereich auf die Fächer Deutsch und Englisch zu übertragen sowie den Wissenserwerb der Studierenden unter den neuen Studienbedingungen Bachelor und Master zu untersuchen. Die Studie wurde unter Federführung von Sigrid Blömeke von einem Konsortium aus Fachdidaktikerinnen und Fachdidaktikern der Fächer Deutsch, Englisch und Mathematik sowie Erziehungswissenschaftlerinnen und Erziehungswissenschaftlern durchgeführt.

Die in Form einer Quasi-Längsschnittstudie bzw. Trendstudie mit zwei Messzeitpunkten und additiven Querschnitten angelegte Studie untersucht Studierende verschiedener Sekundarstufen-I-Lehramtsstudiengänge an acht deutschen Hochschulen. Die Zielgruppe des ersten Messzeitpunktes im WS 2009/10 lag bei Studierenden der Fächer Deutsch, Englisch und Mathematik, die sich im dritten bis fünften Semester in Lehramtsstudiengängen mit angestrebter Lehrbefähigung für die Sekundarstufe I befanden. Insgesamt nahmen 1.568 Studierende an der Studie teil, davon 500 im Fach Mathematik. Am zweiten Messzeitpunkt im SS 2011 mit der Zielgruppe der Lehramtsstudierenden des sechsten bis achten Semesters nahmen insgesamt 1.856 Studierende teil, 602 davon im Fach Mathematik. Für etwa 10% der Lehramtsstudierenden liegen echte längsschnittliche Daten vor. Die Studierenden wurden größtenteils über die fachdidaktischen Kollegen bzw. die fachdidaktischen Lehrveranstaltungen an den entsprechenden Hochschulen zu separaten Testveranstaltungen eingeladen. Die freiwillige Teilnahme an diesen Veranstaltungen wurde vergütet (für Details zur Stichprobengewinnung siehe Buchholtz, C. et al. 2011).

Im Hinblick auf eine studiengangbezogene Auswertung der TEDS-LT-Daten wurden verschiedene Studiengänge aggregiert. So wird in TEDS-LT zwischen Lehramtsstudierenden der Sekundarstufen II und I (Studierende für das gymnasiale Lehramt, das Berufsschullehramt sowie das Lehramt an Gesamtschulen, im Folgenden abgekürzt durch GyGS) und Lehramtsstudierenden der Primar- und Sekundarstufe I (Studierende für das Lehramt an Grund-, Haupt- und Realschulen sowie für die Sonderschule, im Folgenden abgekürzt durch GHR) unterschieden (vgl. Tab 2).

Tab. 2 Verteilung der Stichproben zu beiden Messzeitpunkten auf die Studiengänge (s. Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 125)

Stichprobe	**GHR-Studierende inkl. Sonderschullehramt**	**GyGS-Studierende inkl. Berufsschullehramt**	**Gesamt**
Testpersonen 1. MZP	363	137	500
Testpersonen 2. MZP	470	132	602
Gesamtstichprobe	833	269	1102

Der Schwerpunkt der Studie lag bei der Untersuchung der Studierenden im Bachelor-/Grundstudium zum ersten Messzeitpunkt auf dem mathematischen Fachwissen, während bei der Untersuchung der Studierenden im Master-/Hauptstudium zum zweiten Messzeitpunkt das fachdidaktische Wissen im Zentrum der Untersuchung stand. Die Studie trägt hier den curricularen Gegebenheiten des Studienverlaufs im Mathematiklehramtsstudium in Deutschland Rechnung, da die mathematikdidaktischen Studieninhalte an den meisten Universitäten erst im Masterstudiengang bzw. im Hauptstudium vermittelt werden und die fachliche Ausbildung in Mathematik den Schwerpunkt des Bachelorstudiums bzw. der ersten Studienphase ausmacht. Das Fachwissen wurde in zwei grundlegenden Inhaltsbereichen erfasst: Algebra und Arithmetik. Um den Einfluss des Standortes der Hochschulen dabei so gering wie möglich zu halten, konzentrierte sich das getestete Wissen jeweils auf kanonische Fachinhalte.

Der Studie lag ein Multi-Matrix-Testdesign zugrunde. Zum ersten Messzeitpunkt bearbeiteten die GyGS- und die GHR-Studierenden zum Fachwissen und zum mathematikdidaktischen Wissen jeweils unterschiedliche studiengangspezifische Fragebögen, um den verschiedenen Studienschwerpunkten im Bachelor-/Grundstudium gerecht zu werden. Allerdings konnten diese Fragebögen über einen gemeinsamen Item-Kern miteinander verankert werden, sodass eine gemeinsame Rasch-Skalierung sowie Vergleiche der Testergebnisse zwischen den Studiengängen möglich wurden. Zum zweiten Messzeitpunkt bearbeiteten aufgrund des didaktischen Schwerpunktes beide Gruppen von Studierenden die gleichen Fragebögen, da in der Regel die mathematikdidaktischen Lehrveranstaltungen von Studierenden aller Studiengänge gemeinsam besucht werden und sich der inhaltliche Schwerpunkt auf die Sekundarstufe I konzentrierte. Die Bearbeitung des Fragebogens zum Fachwissen wurde dafür um 20 Minuten zu Gunsten des mathematikdidaktischen Wissens gekürzt. Der Fragebogenteil zum mathematischen Fachwissen wurde dabei hauptsächlich aus den gemeinsamen Items des ersten Messzeitpunktes erstellt. Einen Überblick über das Testdesign zu beiden Messzeitpunkten zeigt Abb. 8.

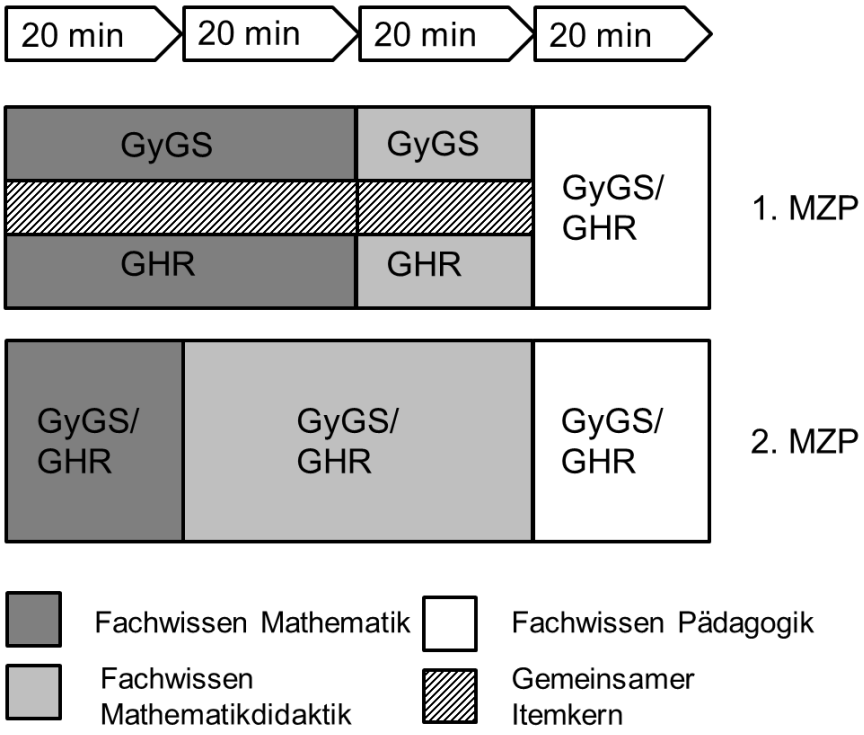


Abb. 8 Test- bzw. Fragebogendesign der Studie TEDS-LT im Fach Mathematik (s. Buchholtz & Kaiser 2013a, S. 115)

Für Informationen über die Anlage der Studie TEDS-LT, die Auswahl der getesteten Fachinhalte sowie detaillierte Ergebnisse des ersten und zweiten Messzeitpunkts verweisen wir auf Blömeke, Bremerich-Vos, Haudeck et al. (2011) sowie Blömeke, Bremerich-Vos, Kaiser et al. (2013).

6. Messung des mathematikdidaktischen Wissens in TEDS-LT

Das mathematikdidaktische Wissen wurde im Hinblick auf eine differenzierte Diagnostik zum zweiten Messzeitpunkt in zwei Subdimensionen erfasst. Für die Auswertung des zweiten Messzeitpunkts wurden die Items des ersten und zweiten Messzeitpunkts einem neuen ge-

meinsamen Rasch-Skalierungsverfahren unterzogen, um die Teilnehmer und Teilnehmerinnen des ersten Messzeitpunktes und des zweiten Messzeitpunktes direkt miteinander vergleichen und die Schwierigkeiten der Testitems im Kontext des Gesamttests beurteilen zu können (zum detaillierten Vorgehen der Skalierung s. Stancel-Piątak et al. 2013).

Die Skalierung der Testitems und anschließende Generierung von Personenfähigkeiten erfolgte mit Hilfe von mehrdimensionalen IRT-Modellen (MIRT; Adams et al. 1997, Reckase 2009, Hartig und Höhler 2010). Diese Modelle besitzen den Vorteil des Spezifizierens eines Messmodells auf der Ebene von Subdimensionen innerhalb einer Wissensdimension, was eine differenzierte Diagnostik sowie Aussagen über den Zusammenhang dieser Wissensfacetten ermöglicht (Walker und Beretvas 2003). In der Regel sind die in Vergleichsstudien eingesetzten MIRT-Modelle dabei durch die sog. Between-Item-Mehrdimensionalität (Adams et al. 1997, McDonald 2000) gekennzeichnet, die besagt, dass jedes Testitem nur auf eine Wissensdimension lädt, bzw. umgekehrt, dass jedes Testitem eine Manifestation nur einer latenten Variablen ist. Da gemäß unserer Konzeptualisierung des mathematikdidaktischen Wissens unsere zentrale theoretische Annahme war, dass zum Lösen der mathematikdidaktischen Aufgaben in TEDS-LT stoffdidaktisches Wissen oder unterrichtsbezogenes mathematikdidaktisches Wissen benötigt wird, in vielen Fällen aber auch beide Wissensformen, verwendeten wir einen alternativen Skalierungsansatz. In mehrdimensionalen Modellen kann aufgrund einer starken Vernetzung der Konstrukte auf Itemebene eine höhere Komplexität der Ladungsstruktur angenommen werden (Within-Item-Mehrdimensionalität, Adams et al. 1997, McDonald 2000), bei der Items gleichzeitig durch mehrere latente Wissensdimensionen beeinflusst werden (vgl. Hartig und Höhler 2010)[6]. Abb. 9 zeigt schematisch das für das mathematikdidaktische Wissen in TEDS-LT angenommene Within-Modell.

[6] Ein Spezialfall solch einer Within-Item Mehrdimensionalität sind sog. Nested-Faktor-Modelle, bei denen *alle* Items aufgrund theoretischer Annahmen zwangsläufig unter dem Einfluss *eines bestimmten* latenten Konstrukts (wie beispielsweise der generellen Intelligenz) stehen, dessen Einfluss zur Lösung sämtlicher Aufgaben angenommen wird. Alternative Modellierungen der mathematischen Kompetenz mit Nested-Faktor-Modellen finden sich auch in der aktuellen mathematikdidaktischen Forschung (Blömeke, Houang und Suhl 2011, Brunner et al. 2011, Brunner und Krauss 2010), allgemein aber vermehrt im Bereich der Psychologie oder der empirischen Bildungsforschung.

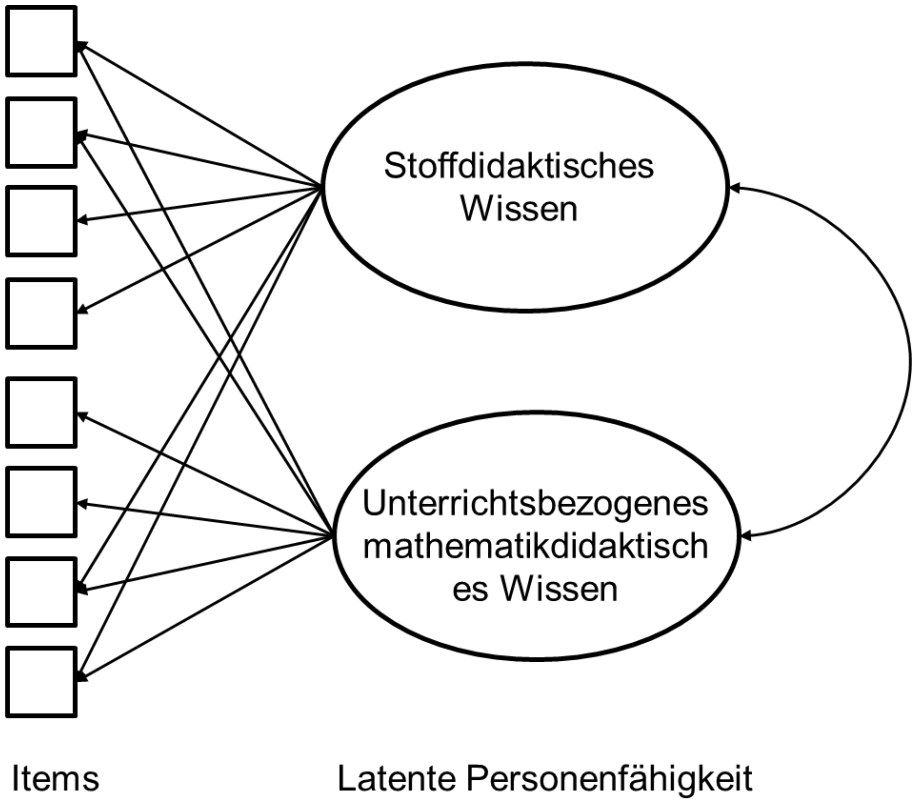


Abb. 9 Within-Item-Modell des mathematikdidaktischen Wissen in TEDS-LT (vgl. Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 129)

Um Klassifikationsfehler zu vermeiden, wurden alle im Bereich Mathematikdidaktik eingesetzten Items von zwei unabhängigen Ratern auf einer dreistufigen Nominalskala (eher stoffdidaktisch – eher unterrichtsbezogen mathematikdidaktisch – sowohl stoffdidaktisch als auch unterrichtsbezogen mathematikdidaktisch) mit einer hinreichenden Iterraterreliabilität von $\kappa = .80$ (Cohen‘s Kappa) entweder der einen oder der anderen oder beiden Wissensdimensionen zugeordnet. Tabelle 4 gibt einen Überblick über die Anzahl der zu beiden Messzeitpunkten von TEDS-LT eingesetzten Items in der mathematikdidaktischen Wissensdimension. Einige Items des ersten und zweiten Messzeitpunkts mussten aufgrund zu geringer Trennschärfte oder schlechter Fitwerte bei der Skalierung ausgeschlossen werden, sodass insgesamt 59 Items in die Gesamtskalierung beider Messzeitpunkte eingingen.

Tab. 3 Übersicht über die Anzahlen der eingesetzten Items (vgl. Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 116)

Wissensdimension	**Anzahl Items 1. MZP**	**Anzahl Items 2. MZP**	**Gesamtzahl Items Skalierung 1. und 2. MZP**
Stoffdidaktisches Wissen	18	23	27
MU-didaktisches Wissen	13	30	18
beide Subdimensionen	5	15	14
Mathematikdidaktik gesamt	36	68	59

Den Auswertungen zum ersten und zum zweiten Messzeitpunkt liegen damit unterschiedliche Itemanzahlen und unterschiedliche Skalierungen zugrunde, weshalb bei der Präsentation der Ergebnisse beider Messzeitpunkte die bereits publizierten Befunde zum ersten Messzeitpunkt neu interpretiert wurden. Zu beiden Messzeitpunkten wurden zur Erfassung des mathematikdidaktischen Wissens sowohl Multiple-Choice-Items als auch offene Items eingesetzt. Die offenen Items wurden mit Hilfe von Manualen von jeweils zwei erfahrenen Kodiererinnen kodiert. Dabei ergaben sich für die Items im mathematikdidaktischen Wissen gute Cohen's Kappa-Werte für die Interraterreliabilität im Bereich zwischen $\kappa = .69$ und $\kappa = .83$.

Die stoffdidaktisch geprägte Subdimension konnte reliabel skaliert werden, die unterrichtsbezogene mathematikdidaktische Subdimension wies dagegen eine niedrige Reliabilität auf (vgl. Tab. 5). Wir führen dies auf die deutlich geringere Itemzahl bei gleichzeitig größerer inhaltlicher Heterogenität dieser Skala sowie die geringere Trennschärfe nicht-mathematisch orientierter Items zurück. Der Bereich des mathematikunterrichtlich orientierten fachdidaktischen Wissens ist möglicherweise schwieriger zu erfassen, weil hier deklarative Wissensinhalte – die in schriftlichen Leistungstests einen Schwerpunkt bilden – weniger eindeutig und relevant sind als etwa im Bereich der Mathematik oder der Stoffdidaktik. Die in TEDS-LT gemachten Erfahrungen mit Items zum mathematikdidaktischen Wissen, das nicht durch stoffdidaktische Ansätze beeinflusst ist, stellen für uns aber erste Ansätze dar, dem Forschungsdesiderat einer reliablen Messung des fachdidaktischen Wissens jenseits reiner Stoffdidaktik zu begegnen (vgl. z.B. Brunner und Krauss 2010, S. 122). In Fortführungen sind neben einer deutlichen Erhöhung der Itemzahl bislang noch nicht erfolgte alternative Skalierungen zu prüfen, die ggf. zu homogeneren Subdimensionen führen. Möglicherweise ist hier aber auch auf andere Erhebungsformate zu verweisen (vgl. die Diskussion in Abschnitt 8).

Tab. 4 Reliabilität der untersuchten Wissensdimensionen in TEDS-LT (vgl. Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 130)

Skala	**EAP/PV Reliabilität**[7]
Stoffdidaktisches Wissen	.73
MU-didaktisches Wissen	.55

7. Ergebnisse

Im Folgenden führen wir zur Überprüfung unserer konzeptuellen Strukturannahmen die empirisch ermittelten Zusammenhänge zwischen den Wissensdimensionen an, wobei erstmals die gesamte Breite des Lehrerwissens betrachtet wird. Im Anschluss stellen wir als zweiten Validierungsschritt studiengangspezifische Ergebnisse der Datenauswertung der mathematikdidaktischen Wissensdimensionen vor[8]. Grundlage dafür sind die Daten des ersten und zweiten Messzeitpunkts von TEDS-LT, die durch den gewählten Skalierungsansatz gleichermaßen in die Auswertung eingingen. Tabelle 6 gibt einen Überblick über die manifesten Korrelationen zwischen den unterschiedlichen Wissensdimensionen für die Gesamtstichprobe.[9]

[7] Zur Beurteilung der Skalen wurde für die Testreliabilität die EAP/PV-Reliabilität (*plausible values based expected a posteriori estimation*) herangezogen. Der Parameter ist von der Größenordnung vergleichbar mit Cronbach's Alpha der klassischen Testtheorie.

[8] Im Folgenden wird – insbesondere in Tab. 6 und 7 und in der darauffolgenden Beschreibung der Ergebnisse – auf in Buchholtz und Kaiser (2013a) bereits veröffentlichte Analysen zurückgegriffen.

[9] Aufgrund der Komplexität der der Skalierung zugrunde liegenden MIRT-Modelle wurden die beiden fachmathematischen Subdimensionen, die beiden mathematikdidaktischen Subdimensionen und die pädagogische Sub-

Tab. 5 Manifeste Korrelationen der Skalen der einzelnen Wissensdimensionen (vgl. Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 134)

Korrelationen (bivariat)	**Arithmetik**	**Algebra**	**Stoffdidaktisches Wissen**	**MU-didaktisches Wissen**
Algebra	.60**			
Stoffdidaktisches Wissen	.49**	.49**		
MU-didaktisches Wissen	.16**	.15**	n.s.	
Pädagogisches Wissen	.19**	.11**	.14**	.18**

Erwartungsgemäß fallen die Korrelationen zwischen den beiden fachmathematischen Subdimensionen am höchsten aus. Die manifesten Korrelationen zwischen dem stoffdidaktisch geprägten Wissen und den beiden fachmathematischen Wissensdimensionen fallen geringer, erwartungsgemäß aber noch immer mittelhoch aus. Hier spiegeln sich die bisherigen Ergebnisse der oben beschriebenen Studien wider, die ebenfalls einen hohen (latenten) Zusammenhang zwischen diesen Wissensdimensionen feststellten.[10] Die Zusammenhänge zwischen dem unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Wissen und dem mathematischen Fachwissen fallen dagegen deutlich geringer aus. Gemäß unserer Operationalisierung hängt das unterrichtsbezogene mathematikdidaktische Wissen weniger mit dem Fachwissen zusammen, als dies im Bereich der Stoffdidaktik der Fall ist. Die Ergebnisse stellen somit einen ersten Hinweis darauf dar, dass es sich bei dem in unserem Test konzeptualisierten unterrichtsbezogen mathematikdidaktischen Wissen um eine vom mathematischen Fachwissen relativ unabhängige didaktische Wissensdimension handelt.[11]

Überraschenderweise korreliert das pädagogische Wissen der Mathematiklehramtsstudierenden ebenfalls nur äußerst schwach mit dem unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Wissen. Hier war unsere Erwartung aufgrund der konzeptionellen Überlegungen ein stärkerer Zusammenhang gewesen. Allerdings ist einschränkend zu berücksichtigen, dass das unterrichtsbezogene mathematikdidaktische Wissen deutlich niedrigere Reliabilitätswerte aufweist, was den Zusammenhang vermutlich schwächt. Der schwache Zusammenhang kann überdies durch die inhaltliche Unterschiedlichkeit der eingesetzten Tests erklärt werden, die unsere Konzeptualisierung insofern stützt, dass sich hinter dem unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Wissen auch kein in den mathematikunterrichtlichen Kontext eingekleidetes pädagogisches Wissen verbirgt, sondern spezifisch unterrichtsbezogene mathematikdidaktische Inhaltsbereiche erhebt. Insofern kann das Ergebnis als weiteres Indiz dafür gewertet werden, dass es gelungen ist, das unterrichtsbezogene mathematikdidaktische Wissen eigenständig zu konzeptualisieren.

---

dimension einzeln skaliert. Auf der Ebene des dimensionsübergreifenden Vergleichs der Wissensdimensionen können daher nur manifeste Korrelationen berichtet werden.

[10] Zu berücksichtigen ist hier, dass Zusammenhänge auf manifester Ebene betrachtet werden und Korrelationen auf messfehlerbereinigter (latenter) Ebene oft höher ausfallen.

[11] Die niedrige Korrelation zwischen den beiden mathematikdidaktischen Subdimensionen ist technisch bedingt, da das angenommene Skalierungsmodell den Zusammenhang zwischen stofflichen und methodischen Anteilen der Subdimensionen bereits auf der Ebene der Testitems berücksichtigt, so dass die beiden Wissensarten um den jeweils anderen Teil bereinigt geschätzt werden.

An den verschiedenen an TEDS-LT beteiligten Hochschulen gestalten sich die Modalitäten des Lehramtsstudiums sehr unterschiedlich. So unterscheidet sich üblicherweise die fachliche Mathematikausbildung der Lehramtsstudierenden der Sekundarstufen II und I (GyGS), die in der Regel zusammen mit den Bachelorstudierenden des Faches Mathematik erfolgt, inhaltlich und vom Umfang her von der fachlichen Ausbildung der Lehramtsstudierenden der Primar- und Sekundarstufe I (GHR). Letztere haben erheblich weniger Lerngelegenheiten als Erstere. Die mathematikdidaktische Ausbildung verläuft jedoch an vielen Hochschulen in gemeinsamen Lehrveranstaltungen. Studiengangspezifische Unterschiede lassen sich hier entsprechend weniger inhaltlich, sondern vor allem hinsichtlich des Umfangs der zu belegenden Lehrveranstaltungen feststellen. So haben GHR-Studierende der an TEDS-LT beteiligten Hochschulen im Vergleich der Prüfungsordnungen und Studienpläne beispielsweise in den ersten sechs Semestern einen größeren Mindestumfang an fachdidaktischen Lehrveranstaltungen zu besuchen als GyGS-Studierende (vgl. Buchholtz, Kaiser und Stancel-Piątak 2011).

Für die Untersuchung der Leistungsunterschiede zwischen den GHR- und GyGS-Studierenden wurden nur die Teilstichproben von jenen fünf Hochschulen herangezogen, in denen sich Studierende beider Studiengänge in hinreichender Anzahl befanden. Bei den vorbereitenden zweifaktoriellen Varianzanalysen, die zur Absicherung der in Tabelle 7 dokumentierten deskriptiven Ergebnisse durchgeführt wurden, zeigte sich für das stoffdidaktische Wissen ein schwacher signifikanter Einfluss der Standortvariablen ($F = 2.481$; $df = 4$; $p < .05$; part. $\eta^2 = .014$), überraschenderweise jedoch nicht für die Semesterzahl ($F = 1.757$; $df = 9$; $p > .05$; part. $\eta^2 = .022$). Auch die Interaktion zwischen Standort und Semesterzahl war nicht signifikant, d.h. Letztere war auch innerhalb der Standorte nicht relevant. Für das unterrichtsbezogene mathematikdidaktische Wissen zeigten sich gar keine signifikanten Effekte bzw. Interaktionen von Standort und Semesteranzahl. Inhaltlich bedeutet dies, dass Standort und Semesterzahl weder allein noch kombiniert einen signifikanten Einfluss auf die interindividuellen Unterschiede in den Leistungen der Studierenden ausüben. Die mathematikdidaktischen Studienordnungen lassen es offensichtlich zu bzw. die Bedingungen vor Ort erzwingen es möglicherweise sogar, dass mathematikdidaktische Lerngelegenheiten zu unterschiedlichen Zeitpunkten und im unterschiedlichen Umfang belegt werden, sodass zeitlicher Fortschritt im Studium nicht unbedingt deckungsgleich ist mit inhaltlichen Fortschritten. Anzunehmen ist allerdings, dass diese Unschärfe bis zum Ende der Universitätsausbildung verschwindet, da dann alle Studierenden die vorgesehenen Lerngelegenheiten belegt haben.

In einem nächsten Schritt wurde der Einfluss der Hochschulen aus den Testergebnissen herauspartialisiert, um etwaigen statistischen Verzerrungen durch ungleichmäßige Fallzahlen und inhomogene Varianzen vorzubeugen. Mit *t*-Tests für unabhängige Stichproben wurden die Gruppen der GHR-Studierenden und der GyGS-Studierenden dann auf systematische Unterschiede hin untersucht. Es ergaben sich für den Bereich des stoffdidaktischen Wissens erwartungsgemäß signifikante Leistungsunterschiede zugunsten der GyGS-Studierenden ($T = 10.179$; $df = 422{,}029$; $p < .001$), aber keine signifikanten Leistungsunterschiede im Bereich des unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Wissens ($T = 0.058$; $df = 755$; $p = .954$). Diese Ergebnisse weisen darauf hin, dass es für das in der Mitte der Lehrerausbildung erreichte stoffdidaktische Wissen bedeutsamer zu sein scheint, *in welchem Studiengang* jemand studiert, als in welchem Semester der oder die Studierende sich befindet.

Tab. 7 Studiengangspezifischer Vergleich der mittleren Testleitungen (vgl. Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 136)

Wissens-dimension	GHR				GyGS					
	n	**Mittel-wert**	**SD**	**S.E.**	**n**	**Mittel-wert**	**SD**	**S.E.**	**Diff.**	***d***
Stoffdidaktisches Wissen	518	47,81	9,21	0,40	240	55,74	10,30	0,66	7,93***	0,8
MU-didaktisches Wissen	517	48,10	9,38	0,41	240	48,14	8,43	0,54	0,04	-

* $p < 0,05$ ** $p < 0,01$ *** $p < 0,001$

Auskunft über die praktische Relevanz der Unterschiede zwischen den unterschiedlichen Studiengängen gibt das Effektstärkemaß Cohens *d*, das Mittelwertdifferenzen in Relation zur Standardabweichung der jeweiligen Gesamtstichprobe setzt. Im stoffdidaktischen Wissen ließ sich ein Unterschied mit einer hohen Effektstärke beobachten. Im Bereich des unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Wissens erzielen die GHR-Studierenden im Vergleich zu den GyGS-Studierenden ähnliche Ergebnisse, d.h. in dem Bereich des von unserem Test abgedeckten Wissens finden sich keine generellen Leistungsunterschiede zwischen diesen Gruppen[12]. Dass GHR-Studierende im unterrichtsdidaktischen Bereich nicht zwingend schwächer abschneiden als GyGS-Studierende, zeigte sich bereits in gesonderten Analysen im Rahmen der Studie MT21 (Blömeke, Schwarz, Kaiser et al. 2009) oder in den Ergebnissen einer Ergänzungsstudie zu MT21 von Schwarz (2013) (s. Buchholtz & Kaiser 2013a, S. 136).

Offensichtlich beziehen sich bisher identifizierte fachdidaktische Stärken der GyGS-Studierenden (s. Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak 2011) eher auf den Bereich der Stoffdidaktik. Da bisherige Studien die Mathematikdidaktik stärker stoffdidaktisch operationalisiert haben, könnten sich die Stärken der GyGS-Studierenden im mathematischen Wissen auch in der Fachdidaktik manifestiert und so die Stärken der GHR-Studierenden überdeckt haben. Die beschriebenen Korrelationen zwischen den mathematischen Subdimensionen und dem stoffdidaktischen Wissen unterstreichen diese Interpretation. Damit wird der in vielen Studien formulierten These widersprochen, dass es durchgängig prinzipielle Leistungsunterschiede zugunsten der GyGS-Studierenden gäbe (siehe entsprechend auch Blömeke, Schwarz & Kaiser, Seeber & Lehmann, 2009; vgl. Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 139).

8. Zusammenfassung und Diskussion

Im vorliegenden Beitrag wurde im Vergleich zu früheren Studien zum Professionswissen von Mathematiklehrkräften eine neue Konzeptualisierung mathematikdidaktischen Wissens entwickelt und diskutiert, die stärker die Eigenständigkeit der Disziplin betont und ausgewogener die Breite der typischerweise vorhandenen Perspektiven auf das Lehren und Lernen von Mathematik einbezieht. Die stoffdidaktisch geprägte Subdimension der Mathematikdidaktik konnte in der Studie TEDS-LT reliabel skaliert werden, während die mathematikunterrichtlich geprägte Subdimension noch Reliabilitätsprobleme aufwies. Dennoch deuten die von uns gefundenen Zusammenhangsmuster zwischen den mathematischen Subdimensionen, dem fachdidaktischen und dem pädagogischen Wissen auf eine spezifische Unabhängigkeit der

[12] Allerdings ergeben sich unter Kontrolle der Abiturnote (die einen signifikanten Einfluss auf die interindividuelle Leistung ausübt) im Bereich der unterrichtsbezogenen Mathematikdidaktik sogar signifikante Leistungsunterschiede zugunsten der GHR Studierenden, auf die wir an dieser Stelle aus Platzgründen jedoch nicht näher eingehen.

gezeigten unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Leistungen sowohl vom mathematischen als auch vom pädagogischen Wissen hin[13].

Aufgrund der neuen Konzeptualisierung deutet sich ferner an, dass angehende GHR-Studierende mathematikdidaktisch nicht prinzipiell leistungsschwächer sind als GyGS-Studierende, sondern dass sich Defizite im mathematikdidaktischen Wissen bei ihnen lediglich im Bereich der Stoffdidaktik zeigen, die enger mit dem mathematischen Wissen verbunden ist. In der mit Erziehungswissenschaft/Psychologie verbundenen mathematikdidaktischen Wissensfacette ist dies weniger der Fall. Wir sehen in diesen Ergebnissen – trotz ihrer Abhängigkeit von der konkret getesteten Stichprobe, d.h. insbesondere der Abhängigkeit von den beteiligten Hochschulen – als empirische Validierungen unseres Herangehens und die Chance für eine zukünftig differenziertere Konzeptualisierung und Messung des mathematikdidaktischen Wissens.

Nachfolgestudien erscheinen nötig, die Nicht-Lehramtsstudierende mit Studienfach Mathematik mit dem entwickelten Instrument untersuchen, um zu klären, ob das unterrichtsbezogene mathematikdidaktische Wissen hinreichend zwischen Lehramtsstudierenden und Nicht-Lehramtsstudierenden diskriminiert, es sich hier also tatsächlich um eine Kompetenzfacette handelt, die „typisch“ für Lehramtsstudierende ist. Die bisherigen, enger konzeptualisierten Untersuchungen zeigten nämlich gerade auch im Bereich der Fachdidaktik hohe Leistungen bei Nicht-Lehramtsstudierenden (Buchholtz & Kaiser 2013b), so dass es wünschenswert erscheint, hier differenzierter diagnostizieren zu können.

Einschränkend ist zu sagen, dass sich die im vorliegenden Beitrag getroffenen Aussagen nur auf die Definition des unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Wissens beziehen, wie es durch die Items operationalisiert wurde. Die niedrige Reliabilität dieser Skala weist hierbei auf noch starken Entwicklungsbedarf hin. Während der Arbeiten an TEDS-LT zeigte sich ferner, dass eine methodische Schwierigkeit darin liegt, Testitems in einem vom mathematischen Wissen relativ unabhängigen Bereich zu entwickeln und skalieren, da hier insbesondere die Trennschärfe der Items Probleme bereitet. Unterscheiden sich GHR- und GyGS-Studierende nicht mehr durch ihre mathematischen Fähigkeiten, können die Items schlechter zwischen leistungsstärkeren und leistungsschwächeren Studierenden diskriminieren, was ggf. mit der Heterogenität der Lerngelegenheiten in diesem Bereich zusammenhängt. Wir sehen dies auch als eine der Ursachen für die Reliabilitätsprobleme an.

Um Erkenntnisse über ein „kanonisches“ mathematikdidaktisches Wissen zu erhalten, das sich ggf. trennschärfer skalieren lässt, könnten Delphi-Studien ein hilfreiches Instrument sein, zumal sich über solche Studien zusätzlich ein aktualisiertes Verständnis der Bedeutung und der Inhalte von Fachdidaktik in der Mathematiklehrerausbildung in Erfahrung bringen lässt. Möglicherweise kann auch durch eine weitere Strukturierung die Güte der Erhebung fachdidaktischen Wissens zukünftig weiter verbessert werden.

TEDS-LT bildet in erster Linie theoretisch-deklaratives mathematikdidaktisches Wissen ab. Eine weitere Herausforderung besteht für nötige Folgestudien darin, auch den prozeduralen Anteilen des Wissens – also dem situationsbezogen und unmittelbar handlungsrelevanten mathematikdidaktischem Wissen – gerecht zu werden sowie das Verhältnis dieser Wissensarten aufzuklären. Ergebnisreich ist in diesem Zusammenhang beispielsweise die Untersuchung von deutschen und australischen Mathematiklehramtsstudierenden hinsichtlich ihres fachdidaktischen Wissens zur Unterrichtsplanung von Prescott, Bausch und Bruder (2013), die verschiedene persönliche fachdidaktische Konstrukte bei der Bewertung von Unterrichtsentwür-

[13] Die Korrelationen zum Fachwissen und zum pädagogischen Wissen sind zwar signifikant, aber vergleichsweise gering.

fen identifizieren konnten. Aber diese Überlegungen führen auch zur Frage nach Alternativen zu schriftlichen Leistungstests, einem aktuellen Forschungsgegenstand der mathematikdidaktischen Forschung. Aktionsbezogene Kompetenzen von Lehrkräften praxisnah mit Hilfe der Beurteilung von Video-Vignetten zu untersuchen, wie sie beispielsweise von Lindmeier u. a. (2013), Knievel und Heinze (2012) oder in der Studie TEDS-FU (Kaiser et al. 2012) vorgeschlagen bzw. umgesetzt werden, erscheinen hier vielversprechend.

Schlussbemerkung

Abschließend möchten wir die neuen Erkenntnisse des Beitrags gegenüber vorherigen Publikationen, insbesondere Buchholtz und Kaiser (2013a), resümieren: In der vorliegenden Arbeit wird die Konzeptualisierung des in TEDS-LT erhobenen mathematikdidaktischen Wissens zum ersten Mal ausführlich anhand der theoretischen Diskussion zu Vorstellungen von mathematikbezogener Fachdidaktik vorgestellt und bisherigen Konzeptualisierungen gegenübergestellt. Ziel des Beitrags ist eine empiriegestützte Fortführung dieser Diskussion. Dabei wird eine Subdimension des Professionswissens (zukünftiger) Mathematiklehrkräfte, die Dimension „unterrichtsbezogenes mathematikdidaktisches Wissen“ begrifflich ausgeschärft und anhand bislang noch unveröffentlichter Items ("Grunderfahrungen" und "Bildungsstandards") konkretisiert. Des Weiteren werden erstmals Beziehungen zwischen den in TEDS-LT erhobenen Wissensdimensionen und dem pädagogischen Wissen hergestellt. Damit intendiert der Artikel, einen Beitrag zur Klärung der Frage zu liefern, aus welchen zentralen Dimensionen und Facetten das Professionswissen von (zukünftigen) Mathematiklehrkräften eigentlich besteht und welche Beziehungen zwischen den Subfacetten bestehen. Insbesondere soll damit ein Beitrag zum besseren Verständnis der zentralen Rolle des fachdidaktischen Wissens im Rahmen des Professionswissens von (zukünftigen) Mathematiklehrkräften geleistet werden.

Literatur

Adams, R. J., Wilson, M. R., & Wang, W. (1997). The multidimensional random coefficients multinomial logit model. *Applied Psychological Measurement*, 21, 1-23.

Anderson, L.W. & Krathwohl, D.R. (2001). A taxonomy for learning, teaching, and as-sessing: a revision of Bloom´s taxonomy of educational objectives. New York: Addison – Wesley.

Bauersfeld, H. (1988). Quo Vadis? Zu den Perspektiven der Fachdidaktik. *mathematica didactica*, 11(2), 3–24.

Baumert, J. & Kunter, M. (2006). Stichwort: Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. In Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 9(4), 469-520.

Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Tillmann, K.-J. & Weiß, M. (Hrsg.) (2001). *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Opladen: Leske + Budrich.

Baumert, J., Bos, W., & Lehmann, R. (Hrsg.) (2000a). *TIMSSS/III Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie – Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn* (Bd. 1: Mathematische und naturwissenschaftliche Grundbildung am Ende der Pflichtschulzeit). Opladen: Leske + Budrich.

Baumert, J., Bos, W., & Lehmann, R. (Hrsg.) (2000b). *TIMSSS/III Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie – Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn* (Bd.2: Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe). Opladen: Leske + Budrich.

Bigalke, H.-G. (1974). Sinn und Bedeutung der Mathematikdidaktik. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6(3), 109-115.

Blömeke, S., Bremerich-Vos, A., Haudeck, H., Kaiser, G. , Nold, G., Schwippert, K. & Willenberg, H. (Hrsg.) (2011). *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Bremerich-Vos, A., Kaiser, G., Nold, G. & Schwippert, K. (Hrsg.) (2013). *Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Houang, R. & Suhl, U. (2011). TEDS-M: Diagnosing teacher knowledge by applying multidimensional item response theory and multi-group models. *IERI Monograph Series: Issues and Methodologies in Large-Scale Assessments, 4*, 109-126.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann R. (Hrsg.) (2010a). *TEDS-M 2008 – Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann R. (Hrsg.) (2010b). *TEDS-M 2008 – Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (Hrsg.) (2008). *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und –referendare. Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Schwarz, B., Kaiser, G., Seeber, S. & Lehmann, R. (2009). Untersuchungen zum mathematischen und mathematikdidaktischen Wissen angehender GHR- und Gymnasiallehrkräfte. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 30(3-4), 232-255.

Blum, W. (1985). Einige Bemerkungen zur Bedeutung von „stoffdidaktischen" Aspekten am Beispiel der Analyse eines Unterrichtsausschnitts in der Arbeit von J. Voigt. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 6(1), 71-76.

Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R. & Köller, O. (Hrsg.) (2006). *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen*. Berlin: Cornelsen.

Blum, W. & Henn, H.-W. (2003). Zur Rolle der Fachdidaktik in der universitären Gymnasiallehrerausbildung. *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht*, 56(2), 68–76.

Bromme, R. (1997). Kompetenzen, Funktionen und unterrichtliches Handeln des Lehrers. In F.E. Weinert (Hg.), *Enzyklopädie der Psychologie* (Bd. 3: Psychologie des Unterrichts und der Schule, S.177-212) Göttingen: Hogrefe.

Bromme, R. (1995). Was ist 'pedagogical content knowledge'? Kritische Anmerkungen zu einem fruchtbaren Forschungsprogramm. In S. Hopmann & K. Riquarts (zus. m. W. Klafki & A. Krapp) (Hrsg.), *Didaktik und/oder Curriculum. Zeitschrift für Pädagogik* (Beiheft 33, S. 105-115). Weinheim und Basel: Belz.

Bromme, R. (1992). *Der Lehrer als Experte: Zur Psychologie des professionellen Wissens*. Bern: Huber.

Bruner, J.S. (1974). *Entwurf einer Unterrichtstheorie*. Berlin: Berlin-Verlag.

Brunner, M. & Krauss, S. (2010). Modellierung kognitiver Kompetenzen von Schülern und Lehrkräften mit dem Nested-Faktormodell. In W. Bos, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *Schulische Lerngelegenheiten und Kompetenzentwicklung. Festschrift für Jürgen Baumert* (S. 105-125). Münster: Waxmann.

Brunner M., Krauss, S., & Martignon, L. (2011). Eine alternative Modellierung von Geschlechtsunterschieden im Mathematikunterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 32(2), 179-204.

Buchholtz, C., Doll, J., Stancel-Piątik, A., Blömeke, S., Lehmann, R. & Schwippert, K. (2011). Anlage und Durchführung der Studie TEDS-LT. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, H. Haudeck, G. Kaiser, G. Nold, K. Schwippert & H. Willenberg (Hrsg.) (2011). *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT* (S. 25-45). Münster: Waxmann.

Buchholtz, N., Kaiser, G. & Stancel-Piątak, A. (2011). Professionelles Wissen von Studierenden des Lehramts Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, H. Haudeck, G. Kaiser, G. Nold, K. Schwippert & H. Willenberg (Hrsg.), *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT* (S. 101-133). Münster: Waxmann.

Buchholtz, N. & Kaiser, G. (2013a). Professionelles Wissen im Studienverlauf: Lehramt Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, G, Kaiser, G. Nold & K. Schwippert (Hrsg.), *Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (S. 107-143). Münster: Waxmann.

Buchholtz, N. & Kaiser, G. (2013b). Improving Mathematics Teacher Education in Germany: Empirical Results from a Logitudinal Evaluation of Innovative Programs. *International Journal for Science and Mathematics Education*, 11(4), 949-977.

Burscheid, H.-J. (1983). Formen der wissenschaftlichen Organisation in der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *4*(3), 219-240.

Döhrmann, M., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2012). The conceptualisation of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education (ehemals Zentralblatt für Didaktik der Mathematik)*, 44(3), 325-340.

Eilerts, K., Rinkens, H.-D. & Wollring, B. (2012). Domänen-integrierende Itembündel im Bereich Raum und Form zur Erfassung professionellen Wissens angehender Primarstufenlehrkräfte. In W. Blum, R. Borromeo Ferri & K. Maaß (Hrsg.), *Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität. Festschrift für Gabriele Kaiser* (S. 220-229). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Griesel, H. (1974). Überlegungen zur Didaktik der Mathematik. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6(3), 115-119.

Hartig, J. & Höhler, J. (2010). Modellierung von Kompetenzen mit mehrdimensionalen IRT-Modellen. In E. Klieme, D. Leutner & M. Kenk (Hrsg.), *Kompetenzmodellierung. Zwischenbilanz des DFG-Schwerpunktprogramms und Perspektiven des Forschungsansatzes. Zeitschrift für Pädagogik* (Beiheft 56, S. 189-198). Weinheim und Basel: Beltz.

Hefendehl-Hebeker, L. (2013). Mathematisch fundiertes fachdidaktisches Wissen. In G. Greefrath, W. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 432-435). Münster: WTM-Verlag.

Hill, H.C., Ball, D.L. & Schilling, S.G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.

Jahnke, T. (1998). Zur Kritik und Bedeutung der Stoffdidaktik. *mathematica didactica*, 21(2), 61-74.

Jahnke, T., & Meyerhöfer, W. (Hrsg.) (2006). *PISA & Co – Kritik eines Programms*. Hildesheim: Franzbecker.

Kaiser-Meßmer, G. (1986). *Anwendungen im Mathematikunterricht. Band 2: Empirische Untersuchungen*. Bad Salzdetfurth, Franzbecker.

Kaiser, G., Blömeke, S., Lehmann, R., Döhrmann, M., König, J. & Buchholtz, N. (2012) Empirische Studien zur Wirksamkeit der Mathematiklehrerausbildung. In M. Kleine & M. Ludwig (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. 25-32). Münster: WTM-Verlag.

Kirsch, A. (1977). Aspekte des Vereinfachens im Mathematikunterricht. *Didaktik der Mathematik*, 2, 87-101.

KMK = Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (2004a). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 04.12.2003*. München, Neuwied: Luchterhand.

KMK = Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (2004b). Standards für die Lehrerbildung: Bildungswissenschaften. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.12.2004. http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_12_16-Standards-Lehrerbildung-Bildungswissenschaften.pdf (zusetzt geprüft 30.01.2013).

Knievel, I. & Heinze, A. (2012). Erfassung der fachspezifischen professionellen Kompetenzen von Mathematiklehrkräften in der Grundschule. In M. Kleine & M. Ludwig (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2012 (S. 457-460). Münster: WTM-Verlag.

Krauss, S., Baumert, J. & Blum, W. (2008). Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: validation of the COACTIV constructs. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 40(5), 873-892.

Krauss, S., Blum, W. Brunner, M., Neubrand, M., Baumert, J., Kunter, M., Besser, M. & Elsner, J. (2011). Konzeptualisierung und Testkonstruktion zum fachbezogenen Professionswissen von Mathematiklehrkräften. In M. Kunter et al. (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 135-161). Münster: Waxmann.

Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand M. (Hrsg.) (2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster: Waxmann.

Lindmeier, A., Heinze, A. & Reiss, K. (2013). Eine Machbarkeitsstudie zur Operationalisierung aktionsbezogener Kompetenz von Mathematiklehrkräften mit videobasierten Maßen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 34(1), 99-119.

McDonald, R. (2000). A basis for multidimensional item response theory. *Applied Psychological Measurement*, 24, 99-114.

Neuweg, G.H. (2011). Das Wissen der Wissensvermittler. Problemstellungen, Befunde und Perspektiven der Forschung zum Lehrerwissen. In E. Terhart, H. Bennewitz & M. Rothland (Hrsg.), *Handbuch der Forschung zum Lehrerberuf* (S. 451-477). Münster: Waxmann.

Otte, M. (1974). Didaktik der Mathematik als Wissenschaft. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6, 125-128.

Prescott, A., Bausch, I. & Bruder, R. (2013). TELPS: A method for analysing mathematics pre-service teachers' Pedagogical Content Knowledge. *Teaching and Teacher Education, 35*, 43–50.

Rach, S., & Heinze A. (2011). Studying Mathematics at the University: The influence of learning strategies. In B. Ubunz (Hrsg.). *Proceedings of the 35rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, S. 9-16). Ankara, Turkey: PME.

Reckase, M. D. (2009). *Multidimensional Item Response Theory*. New York: Springer-Verlag.

Schmidt, W.H., Blömeke, S. & Tatto, M.T. (2011). *Teacher education matters. A study of the mathematics teacher preparation from six countries*. New York: Teacher College Press.

Schwarz, B. (2013). *Strukturelle Zusammenhänge der professionellen Kompetenz von Mathematiklehramtsstudierenden*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.

Stancel-Piątak, A., Buchholtz, C., Dämmer, J. & Schwippert, K. (2013). Anlage und Design der Studie TEDS-LT. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, G. Kaiser, G. Nold & K. Schwippert (Hrsg.), *Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (S. 20-41). Münster: Waxmann.

Steinbring, H. (1998). Mathematikdidaktik: Die Erforschung theoretischen Wissens in sozialen Kontexten des Lernens und Lehrens. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 30(5), 161-167.

Steinbring, H. (2011). Changed views on Mathematical Knowledge in the Course of Didactical Theory development: Independent Corpus of Scientific Knowledge or Result of Social Constructions? In T. Rowland & K. Ruthven (Hrsg.), *Mathematical Knowledge in Teaching* (S. 43-64). Berlin, New York: Springer.

Steiner, H.-G. (1985). Theorie der Mathematikdidaktik. Hintergründe und Informationen zu einem auf dem 5. Internationalen Kongreß für Mathematikdidaktik 1984 in Adelaide, Australien, begonnenen Programm. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 17(2), 57-65.

Tatto, M.T., Schwille, J., Senk, S.L., Ingvarson, L., Rowley, G., Peck, R., et al. (2012). *Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics in 17 countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. Amsterdam: IEA.

Walker, C. M., & Beretvas, S. N. (2003). Comparing Multidimensional and Unidimensional Proficiency Classifications. Multidimensional IRT as a Diagnostic Aid. *Journal of Educational Measurement*, 40(3), 255–275.

Weinert, F.E. (1999). *Konzepte der Kompetenz. Gutachten zum OECD-Projekt „Definition and Selection of Competencies: Theoretical and Conceptual Foundations (DeSeCo)"*. Neuchatel, Schweiz: Bundesamt für Statistik.

Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 61, 37-46.

Wittmann, E.C. (1974). Didaktik der Mathematik als Ingenieurwissenschaft. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6(3), 119-121.

Wittmann, E.C. (1992). Mathematikdidaktik als "design science". *Journal für Mathematik-Didaktik*, 13(1), 55-70.

4.6 Darlegung des eigenen Anteils an der Teilstudie[7]

Das Konsortium der Projektverantwortlichen der Teilstudie 3 bestand aus Prof. Dr. Sigrid Blömeke und Prof. Dr. Rainer Lehmann von der Humboldt-Universität zu Berlin, Prof. Dr. Albert Bremerich-Vos von der Universität Duisburg-Essen, Prof. Dr. Knut Schwippert, Prof. Dr. Gabriele Kaiser, Prof. Dr. Jörg Doll und Prof. Dr. Heiner Willenberg von der Universität Hamburg, Prof. Dr. Günter Nold von der TU Dortmund, Prof. Dr. Jörg-U. Keßler und Dr. Helga Haudeck von der PH Ludwigsburg und Prof. Dr. Johannes König von der Universität zu Köln. Der Verfasser war allerdings bei der Konzeption, Durchführung und Berichtsabfassung der Studie maßgeblich beteiligt, insbesondere betrifft dies im Bereich der Konzeption die Auswahl und Entwicklung von Testitems zum mathematischen und mathematikdidaktischen Wissen, die innerhalb der Studie zum Einsatz kamen, die Diskussion und Überarbeitung der Items auf Grundlage der abgehaltenen Expertenworkshops sowie die Fragebogenerstellung für das Fach Mathematik für die zwei Messzeitpunkte der Studie. Der Verfasser war mit der Organisation und Durchführung der Pilotierungen und der Haupterhebungen der Studie in Hamburg, Weingarten, Lüneburg, Münster, Frankfurt und Augsburg beauftragt. Hierunter fallen die Organisation von Testsitzungen, Druck und Administration von Fragebögen und die Verfassung von Lösungsschlüsseln und Kodierleitfäden, mit denen die Fragebögen ausgewertet werden konnten. Vor Ort erfolgte die Unterstützung durch Kolleginnen und Kollegen aus der Mathematik und Mathematikdidaktik. Der Verfasser war ebenfalls an der Codierung der Fragebögen beteiligt, die zwar maschinell erfolgte, im Bereich der offenen Items allerdings eine manuelle Bewertung von Lösungen von Testpersonen erforderlich machte. Die Item-Skalierung mit Hilfe der Software *ConQuest* 2.0 (Wu, Adams & Wilson, 1998) wurde zu beiden Messzeitpunkten der Studie von Agnes Stancel-Piątak durchgeführt, die in ihren Arbeiten durch einen engen Austausch jedoch vom Verfasser unterstützt wurde. Die Auswertungen der Daten für das Fach Mathematik wurden sämtlich durch den Verfasser durchgeführt.

Die Entwürfe für die Publikation der Forschungsergebnisse in Form von Buchkapiteln in den beiden Projektbänden (Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak, 2011 und Buchholtz & Kaiser, 2013a) hat der Verfasser jeweils zunächst eigenständig verfasst, daran anschließend wurden die Kapitel intensiv durch Gabriele Kaiser, Agnes Stancel-Piątak und z.T. durch weitere Konsortiumsmitglieder überarbeitet. Im Folgenden werden Abschnitte

[7] Pflicht gem. §7 Absatz 3 Promotionsordnung der Fakultät EPB für die Fächer Erziehungswissenschaft und Bewegungswissenschaft der Universität Hamburg

dargelegt, die sich dabei explizit auf die Arbeiten anderer Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler zurückführen lassen. Zunächst zu Buchholtz, Kaiser und Stancel-Piątak (2011): Der Abschnitt über die Ausdifferenzierung des fachdidaktischen Wissens in Buchholtz, Kaiser und Stancel-Piątak (2011) im Abschnitt 5.1.2 geht auf Vorarbeiten von Gabriele Kaiser und Björn Schwarz zurück. Die Werte in Tabelle 5.10 und die Abbildung 5.3 entstammen den *ConQuest*-Outputs, die durch Agnes Stancel-Piątak zugänglich gemacht wurden. Die Items in Abbildung 5.4, 5.5, 5.7, 5.8, 5.9 entstammen mit Genehmigung der TEDS-M 2008 Studie, das Item in Abbildung 5.6 wurde von Björn Schwarz entwickelt. Die Items in Abbildung 5.10, 5.11 und 5.12 gehen mit Genehmigung auf Johannes König zurück, wurden durch den Verfasser jedoch modifiziert.

Für die Publikation Buchholtz und Kaiser (2013a) gilt: Die vier Perspektiven auf mathematikdidaktisches Wissen in Abschnitt 5.1.2 gehen, wie bereits erwähnt, auf Vorarbeiten von Gabriele Kaiser und Björn Schwarz zurück. Die Items in Abbildung 5.3 und 5.4 entstammen mit Genehmigung der Studie TEDS-M 2008. Das Item in Abbildung 5.5 wurde von Gabriele Kaiser entwickelt. Das Item in Abbildung 5.6 geht mit Genehmigung auf Johannes König zurück, wurde jedoch vom Verfasser modifiziert. Die Werte in Tabelle 5.6 sowie die Abbildungen 5.10 und 5.11 entstammen den *ConQuest*-Outputs, die durch Agnes-Stancel-Piątak zugänglich gemacht wurden. Beide Buchkapitel erfuhren jeweils abschnitts-übergreifende Überarbeitungen in Form von sprachlichen Anmerkungen, Umstellungen und methodischen Korrekturen innerhalb eines internen Review-Prozesses durch die Projektkonsortiumsmitglieder, hier insbesondere Gabriele Kaiser und Sigrid Blömeke.

In Buchholtz, Kaiser und Blömeke (2014) entstammen die Darstellungen der unterschiedlichen Konzeptualisierungen des mathematikdidaktischen Wissens in Abschnitt 3 den entsprechenden Studien TEDS-M 2008 und COACTIV. Die Beschreibung der vier Bezugsperspektiven des mathematikdidaktischen Wissens in Abschnitt 4 geht, wie bereits erwähnt, auf die Vorarbeiten von Gabriele Kaiser und Björn Schwarz zurück. Das Item in Abbildung 7 wurde von Gabriele Kaiser entwickelt, die Werte in Tabelle 5 entstammen den *ConQuest*-Outputs, die durch Agnes Stancel-Piątak zugänglich gemacht wurden.

5 Ergebnisse

Im Folgenden sollen die Ergebnisse der drei Teilstudien zusammengefasst und übergreifend interpretiert werden. Dabei wird sich die Zusammenfassung notwendigerweise auf wesentliche Aspekte beschränken, die in Hinblick auf die Beantwortung der übergeordneten Fragestellungen der Dissertation zentral sind. Insbesondere werden deshalb an dieser Stelle keine Zusammenfassung der Stichproben der Teilstudien oder Ergebnisse zu den Eingangsvoraussetzungen der Studierenden beschrieben, da diese Informationen auch den jeweiligen Publikationen entnommen werden können. Die Beschreibung orientiert sich gemäß dem theoretischen Rahmen der Studien (vgl. Abschnitt 1.4) an der mathematischen und mathematikdidaktischen Wissensentwicklung der Mathematiklehramtsstudierenden im Bereich der Sekundarstufe I bzw. I/II. Dabei wird gemäß den übergeordneten Fragestellungen a) und b) (vgl. Abschnitt 1.3.3) die Entwicklung ihres Lehrerprofessionswissens einerseits im Kontext von spezifischen Studienstrukturen, andererseits im Kontext der Ergebnisse des internationalen und interdisziplinären Vergleichs interpretiert. Die Ergebnisse müssen allerdings differenziert für die verschiedenen mathematischen bzw. mathematikdidaktischen Facetten des Lehrerprofessionswissens betrachtet werden, weshalb im Folgenden zunächst die Ergebnisse der fachlichen Wissensentwicklung beschrieben werden. Daran anschließend werden die Ergebnisse der fachdidaktischen Wissensentwicklung interpretiert. Im dritten Teil der übergreifenden Interpretation der Ergebnisse wird gemäß der teilstudienübergreifenden Fragestellung c) (vgl. Abschnitt 1.3.3) die psychometrische Weiterentwicklung der bisherigen Ansätze zur Messung von Lehrerprofessionswissen im Fach Mathematik dargestellt.

5.1 Mathematisches Fachwissen von Lehramtsstudierenden

5.1.1 Die fachliche Wissensentwicklung

Erkenntnisse über die zeitliche Entwicklung des mathematischen Fachwissens von Mathematiklehramtsstudierenden innerhalb ihres Studiums konnten aus den Teilstudien TEDS-Telekom und TEDS-LT gewonnen werden. Aus den Ergebnissen der TEDS-Telekom Studie wurde dabei ersichtlich, dass Gymnasiallehramtsstudierende innerhalb der Studieneingangsphase zwar Wissenszuwächse aufzeigen, das Niveau ihres Fachwissens auch nach vier Semestern jedoch noch signifikant unter dem Niveau der Nicht-Lehramtsstudierenden verbleibt und die Wissenszuwächse auch nicht immer signifikant

werden (Buchholtz & Kaiser, 2013b, S. 966). Gleichermaßen gilt dies sowohl für das Fachwissen im Bereich Analysis und Lineare Algebra, als auch für das Fachwissen im Bereich der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt. Auch der Vergleich der beiden Messzeitpunkte von TEDS-LT erbrachte hinsichtlich der Unterschiede zwischen den beiden Kohorten Bachelor-/Grund- und Master-/Hauptstudium überraschende Ergebnisse: Im Bereich Arithmetik konnten geringe, aber dennoch signifikante Unterschiede zugunsten der Studierenden im Bachelor-/Grundstudium nachgewiesen werden (Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 138). Unter der Annahme einer fortwährenden Wissenssteigerung war erwartet worden, hier signifikante Unterschiede zugunsten der Studierenden im Master-/Hauptstudium zu finden, ähnlich, wie sie sich im Bereich des fachdidaktischen Wissenserwerbs zeigten (vgl. Abschnitt 5.2.1). Zwar dürfen diese Mittelwertsunterschiede aufgrund der geringen Kohortenüberschneidung in der Teilstudie nicht überinterpretiert werden (vgl. Abschnitt 6.1), möglicherweise ist dieses erwartungswidrige Ergebnis aber auch eine Folge von Vergessenseffekten, da im Master-/Hauptstudium grundlegende mathematische Wissensinhalte, wie sie in den Leistungstests erhoben wurden, weniger präsent sind bzw. die Lerngelegenheiten, in denen sich diese Wissensinhalte zu eigen gemacht werden, schon länger zurück liegen.

Betrachtet man die fachliche Wissensentwicklung der Mathematiklehramtsstudierenden im interdisziplinären Vergleich mit Deutsch- und Englischlehramtsstudierenden, so zeigen sich bei den an TEDS-LT teilgenommen habenden Deutschlehramtsstudierenden ähnliche Phänomene für das im Fach Deutsch erhobene Fachwissen in Linguistik und Literaturwissenschaft. Auch hier verläuft der Wissenserwerb im Gegensatz zum Erwerb des fachdidaktischen Wissens nicht mit eindeutigen Zuwächsen, es treten vielmehr ebenfalls Vergessenseffekte auf (Bremerich-Vos & Dämmer, 2013, S. 68). Auch für das Fach Englisch lassen sich – bei aller Vorsicht eines tendenziellen Vergleichs – in der Entwicklung des Fachwissens zur Linguistik und Literatur- und Kulturwissenschaft keine signifikanten Unterschiede der beiden messzeitpunktspezifischen Kohorten ausmachen (Jansing, Haudeck, Keßler, Nold & Stancel-Piątak, 2013 S. 95 ff.). Die daraus folgende These, dass der fachliche Wissenserwerb von Lehramtsstudierenden im Studium somit nicht mit durchgängig konstanten Zuwächsen, sondern eher uneindeutig verläuft, wird weiterhin unterstützt durch die Tatsache, dass für die meisten Lehramtsgruppen der TEDS-Telekom Studie der Wissenszuwachs im mathematischen Fachwissen zwischen dem zweiten und dritten Messzeitpunkt ebenfalls nicht mehr signifikant nachgewiesen werden konnte bzw. zuweilen sogar negative Effekte auftraten (Buchholtz & Kaiser, 2013b, S. 966).

Zusammenfassend zu den längsschnittlichen Ergebnissen der Teilstudien lässt sich damit sagen, dass sich das mathematische Fachwissen bei den Mathematiklehramtsstudierenden (ähnlich wie auch bei Deutsch- und Englisch-Lehramtsstudierenden) nicht fortwährend steigert, übrigens ganz im Gegensatz zum fachdidaktischen Wissen (vgl. Abschnitt 5.2.1). Allerdings muss in diesem Zusammenhang auch auf eine gewisse Bereichsspezifizität des mathematischen Denkens hingewiesen werden (vgl. Bauersfeld, 1983), die der Annahme eines additiven Wissenszuwachses möglicherweise entgegensteht (vgl. auch Abschnitt 1.5). Wie unter anderem aber weitere Analysen der TEDS-Telekom Daten zeigten (Buchholtz & Blömeke, 2012; Kaiser & Buchholtz, in Druck), scheint es überdies von situations-, standorts- bzw. persönlichkeitsspezifischen Bedingungen wie z.B. Hochschulstandort, Studienaufbau und Veranstaltungsmethodik, aber auch Eingangsvoraussetzungen und Nutzung von Lerngelegenheiten abzuhängen, welches fachliche Wissen erworben wird und wie lange die Wissensinhalte nach dem Wissenserwerb nachhaltig noch abrufbar sind.

5.1.2 Studiengangspezifische Unterschiede

Bei der Wissensentwicklung der Nicht-Lehramtsstudierenden, die ebenfalls als Vergleichsgruppe an der Studie TEDS-Telekom teilgenommen haben, ergibt sich ein ganz anderes Bild. Die Ergebnisse des Vergleichs zwischen Lehramtsstudierenden und Nicht-Lehramtsstudierenden im mathematischen Fachwissen weisen dabei insbesondere auf die Verschiedenartigkeit dieser Studierendengruppen hin. Bei den Nicht-Lehramtsstudierenden steigerte sich das mathematische Fachwissen im Bereich Analysis und Lineare Algebra und Elementarmathematik vom höheren Standpunkt durchgängig weiter über den gesamten Verlauf der Studieneingangsphase (Buchholtz & Kaiser, 2013b, S. 966).

Dies verweist erstens auf eine möglicherweise unterschiedliche Wahrnehmung der jeweils dem Wissenserwerb zugrunde liegenden Lerngelegenheiten: Nicht-Lehramtsstudierende nehmen diese im Bereich des mathematischen Fachwissens in verstärktem Maß in Anspruch, während die Lehramtsstudierenden im Gegensatz dazu in der Regel ein weiteres Unterrichtsfach studieren. Wie Blömeke, Kaiser und Döhrmann (2011) anhand der TEDS-M Daten für Lehramtsstudierende der Sekundarstufe I zeigen konnten, übt der Umfang der wahrgenommenen mathematischen Lerngelegenheiten einen signifikanten Einfluss auf die mathematische Wissensentwicklung aus, so dass auch hier mit einem ähnlichen Einfluss auf die Testleistungen gerechnet werden kann. Allerdings stellt sich dabei angesichts der Tatsache, dass Gymnasiallehramtsstudierende und Nicht-Lehramtsstudierende innerhalb der

Studieneingangsphase in der Regel die gleichen Lehrveranstaltungen besuchen, die Frage, ob Lehramtsstudierende die ihnen im Studium gebotenen fachmathematischen Lerngelegenheiten möglicherweise weniger effektiv nutzen, oder ob institutionelle Rahmenbedingungen wie z.B. der Vorlesungsstil von Dozentinnen und Dozenten in Lehrveranstaltungen, die Lehrveranstaltungsorganisation oder der Leistungsdruck den Nutzen von Lerngelegenheiten sogar möglicherweise erschweren. Wie die Analysen der für das Studium investierten Zeit der Studierenden der TEDS-LT Studie belegen, investieren Mathematiklehramtsstudierende in der Studieneingangsphase viel Zeit in die Vor- und Nachbereitung von Lehrveranstaltungen und den Besuch von studentischen Arbeitsgruppen/Tutorien, dafür aber so gut wie keine Zeit in den Besuch von zusätzlichen freiwilligen Lehrveranstaltungen (anders sieht dies bei Lehramtsstudierenden der Fächer Deutsch und Englisch aus, vgl. Stancel-Piątak, Schwippert & Doll, 2011, S. 166). Die positive Wirkung einer stärker frequentierten Konfrontation mit fachmathematischem Grundlagenwissen, die möglicherweise durch den Besuch weiterer fachmathematischer Lehrveranstaltungen angeregt wird, kann also eher für die Gruppe der Nicht-Lehramtsstudierenden angenommen werden.

Zweitens können auch die hohen Eingangsvoraussetzungen der Nicht-Lehramtsstudierenden einen Einfluss auf die hohen Leistungen im fachmathematischen Wissen ausüben. Die Nicht-Lehramtsstudierenden in TEDS-Telekom zeichneten sich durch höhere kognitive Eingangsvoraussetzungen als positiv selektierte Gruppe aus, und auch über den Verlauf der gesamten Studieneingangsphase scheint diese Gruppe einer starken Selektion unterworfen zu sein, so dass prinzipiell leistungsstärkere Studierende in dieser Gruppe zu finden sind. Dagegen scheinen Ausleseprozesse bei den Lehramtsgruppen in geringerem Maße ausgeprägt zu sein, wozu auch die geförderten Programme zur Neuorientierung der Gymnasiallehramtsausbildung beitragen dürften (Kaiser & Buchholtz, in Druck).

Die Ergebnisse des Vergleichs zwischen Lehramtsstudierenden und Nicht-Lehramtsstudierenden zeigen insgesamt aber in erster Linie, wie unterschiedlich diese beiden Gruppen von Studierenden sind. Selbst die Neuorientierung der Gymnasiallehramtsausbildung in den geförderten Projekten der Deutschen Telekom Stiftung zeigt vor dem Hintergrund der Leistungen der Nicht-Lehramtsstudierenden nur relativ geringe Effekte im Bereich der Wissenssteigerung bei den Lehramtsstudierenden. Qualitative Befunde aus TEDS-Telekom belegen zusätzlich, dass die Lehramtsstudierenden insbesondere mit Verständnisproblemen zu kämpfen haben, die durch den hohen Abstraktionsgrad der fachmathematischen Lerninhalte und die geringe verfügbare Zeit zu ihrer Aneignung bedingt

werden, was als Grund für die begrenzte Entwicklung des Fachwissens gegenüber den Nicht-Lehramtsstudierenden durchaus in Betracht zu ziehen ist (Kaiser & Buchholtz, in Druck; Buchholtz & Behrens, eingereicht; Behrens & Uptmoor, 2013). Erste Analysen der Einschätzung von Lerngelegenheiten in TEDS-LT weisen u.a. darauf hin, dass die Mathematiklehramtsstudierenden vor allem den hohen Leistungsdruck, die Strukturierung und die kognitive Aktivierung bei gleichzeitig niedrigen Theorie-Praxis-Bezügen in ihren fachwissenschaftlichen Veranstaltungen wahrnehmen (Stancel-Piątak, Faria, Dämmer, Jansing, Keßler & Schwippert, 2013, S. 211).

Die Teilstudie TEDS-LT erbrachte aber auch hinsichtlich des Vergleichs von Studierenden der Sekundarstufe I und der Sekundarstufe I/II interessante Ergebnisse. Offensichtlich unterscheiden sich die Gymnasiallehramtsstudierenden im fachlichen Wissen nämlich nicht nur von den Nicht-Lehramtsstudierenden wesentlich, sondern auch von den Lehramtsstudierenden der Sekundarstufe I, die – so belegen es die studiengangspezifischen Vergleiche im mathematischen Wissen zu beiden Messzeitpunkten – über ein signifikant schlechteres Fachwissen in den Bereichen Arithmetik und Algebra verfügen[8] (Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak, 2011, S. 129; Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 136). Diese Ergebnisse lassen sich nun in zwei unterschiedliche Richtungen einordnen: So können die Ergebnisse zum einen die an vielen Hochschulen erfolgende getrennte Ausbildung dieser beiden Lehramtsstudiengänge widerspiegeln. Lehramtsstudierende mit Studienziel Grund-, Haupt- und Realschullehramt besuchen in der Regel eigene mathematische Lehrveranstaltungen, die im Vergleich zu den Lehrveranstaltungen der Gymnasiallehramts- bzw. Fachstudierenden durch einen reduzierten Stoffumfang charakterisiert sind. Folgt man dieser Interpretation, so müsste angenommen werden, dass diese Lehramtsstudierenden mathematische Lerngelegenheiten in entsprechend geringerem Umfang und in geringerer Intensität wahrnehmen und dementsprechend über ein schlechteres Fachwissen verfügen. Andererseits konzentrieren sich die Lehrveranstaltungen der Sekundarstufen I-Studierenden aber gerade auf relevante schulmathematische Inhalte, wie die untersuchten Bereiche Arithmetik und Algebra, so dass in TEDS-LT auch mit geringeren studiengangspezifischen Unterschieden hätte gerechnet werden können.

5.1.3 Fachwissen in Elementarmathematik vom höheren Standpunkt

Besondere Aufmerksamkeit verdienen die Unterschiede zwischen Lehramtsstudierenden und Nicht-Lehramtsstudierenden aber nicht zuletzt bei den Ergebnissen zur Wissensentwicklung

[8] Die Effektstärken schwanken hier jeweils um 1.0

im Bereich der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt: Insbesondere von den Lehramtsgruppen in TEDS-Telekom war erwartet worden, sich in den Leistungen innerhalb dieser schulnahen Subfacette des mathematischen Fachwissens gegenüber den Nicht-Lehramtsstudierenden in besonderer Weise zu profilieren. Überraschend waren hingegen die Ergebnisse, dass die Lehramtsgruppen auch nach vier Semestern mit ihren Leistungen deutlich hinter den Nicht-Lehramtsstudierenden zurück blieben und auch der Wissenszuwachs in diesem Bereich lediglich für die Gruppe der Lehramtsstudierenden des Projekts „Mathematik Neu Denken“ signifikant nachweisbar war, wobei die Nicht-Lehramtsstudierenden hier sogar die größten Effektstärken zeigten (Buchholtz & Kaiser, 2013b, S. 966). Zu diesen Wissenszuwächsen trug zwar vermutlich die Nutzung der Lerngelegenheiten bei, die die Mathematiklehramtsstudierenden der Universitäten Gießen und Siegen in diesem Bereich durch das geförderte Projekt angeboten bekommen hatten, dennoch waren die Nicht-Lehramtsstudierenden vermutlich aufgrund ihres hohen Fachwissens in der Lage, die Anforderungen der Testaufgaben in diesem Bereich voll zu erfüllen. Besonders eklatant wirken diese Ergebnisse angesichts der Tatsache, dass die Items, die in der Wissensfacette Elementarmathematik vom höheren Standpunkt in der Studie TEDS-Telekom eingesetzt wurden, zum Großteil der Studie TEDS-M 2008 entstammen, und somit schulisches Mathematikwissen fokussieren, das sich auf den Bereich der Sekundarstufe I bezieht. Es ist daher nicht verwunderlich, dass die Nicht-Lehramtsstudierenden aufgrund ihrer hohen mathematischen Kompetenz kaum Schwierigkeiten mit diesen Aufgaben hatten; die Schwierigkeiten der Mathematiklehramtsstudierenden sind dagegen alarmierend.

Ähnlich schwache Leistungen in diesem Bereich zeigen die Mathematiklehramtsstudierenden aber auch im internationalen Vergleich. An der Kooperationsstudie nahmen neben Gymnasiallehramtsstudierenden auch Mathematiklehramtsstudierende des Sekundarstufen I-Bereichs teil, so dass die Aussagen hier auch auf den Bereich der reinen Sekundarstufen I- bzw. kombinierten Primar- und Sekundarstufen I-Lehramtsstudierenden ausgeweitet werden können. Im länderspezifischen Vergleich, in dem sich eindeutige Spitzenleistungen der koreanischen Lehramtsstudierenden vor den Studierenden aus Hongkong und China zeigten, schnitten die deutschen Mathematiklehramtsstudierenden signifikant schlechter als alle anderen Gruppen von Lehramtsstudierenden ab. Dabei kommt es allerdings darauf an, die Leistungen auch vor dem Hintergrund der in der Skala eingesetzten Items zu bewerten. Hatten die Items zum Fachwissen in Elementarmathematik vom höheren Standpunkt in TEDS-Telekom noch verstärkt schulmathematisches Wissen erhoben, wie es auch in TEDS-M 2008 erhoben

wurde, so waren die Items innerhalb der Kooperationsstudie systematisch weiterentwickelt worden, so dass insgesamt stärker Items zum Einsatz kamen, die die universitäre Hintergrundtheorie von prototypischen schulmathematischen Inhalten fokussieren (vgl. Abschnitt 5.3). Die vertiefenden Itemanalysen in der Kooperationsstudie ermöglichten daher eine erste Bestimmung der Schwierigkeiten, die dazu führten, dass die deutschen Mathematiklehramtsstudierenden nicht in der Lage waren, die Anforderungen des Tests in dieser Wissensfacette voll zu erfüllen. Es wurde deutlich, dass die Schwierigkeiten nicht etwa nur das Schulwissen allein betreffen, wie dies aufgrund der Ergebnisse von TEDS-Telekom zu vermuten ist, sondern, dass gerade auch die Verbindungen zwischen Schul- und universitärem Wissen von den Studierenden nicht in ausreichendem Maße eingesehen bzw. beherrscht werden. Insbesondere theoretische Begründungen und die hochschulmathematische Terminologie, die den durch die Items repräsentierten ausgewählten Beispielen unterliegt, werden nur eingeschränkt beherrscht. Der von Felix Klein beschriebene höhere Standpunkt kann in diesem Fall nicht eingenommen werden (vgl. Buchholtz, Leung, Ding et al. 2013, S. 114 ff.).

Sucht man nach Begründungen für diese Defizite, gerät das mathematische Fachwissen erneut in den Blick. Die These, dass der Mangel an universitärem Fachwissen mit den Defiziten im Bereich der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt zusammenhängen könnte, kann anhand von zwei verschiedenen Befunden erhärtet werden: Einerseits bieten in der Kooperationsstudie die kulturellen Unterschiede zwischen den asiatischen Teilnehmerstaaten und Deutschland, und dabei insbesondere die gesteigerte Bedeutsamkeit der Mathematik im Bildungsprozess in asiatischen Ländern (vgl. Leung, 2006) einen Ansatzpunkt zum Verständnis der Ergebnisse. So ist die starke Bedeutung von Fachwissen in der Lehrerausbildung (für Korea vgl. Kwon & Ju, 2012) wahrscheinlich dafür verantwortlich, dass die koreanischen Studierenden in der Kooperationsstudie Spitzenleistungen zeigten (Buchholtz, Leung, Ding et al. 2013, S. 119). Andererseits zeigten die TEDS-Telekom Ergebnisse zur Struktur des Lehrerprofessionswissens auch eine hohe intrapersonale Korrelation zwischen mathematischem Fachwissen im Bereich Analysis und Lineare Algebra und dem Fachwissen im Bereich Elementarmathematik vom höheren Standpunkt (vgl. Buchholtz & Kaiser, 2013b, S. 964). Beide Befunde verweisen darauf, dass das Wissen im Bereich der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt stark vom mathematischen Fachwissen beeinflusst wird, und sich die in beiden Bereichen des mathematischen Fachwissens diagnostizierten Defizite bei den Mathematiklehramtsstudierenden gegenseitig bedingen.

5.2 Mathematikdidaktisches Wissen von Lehramtsstudierenden

5.2.1 Die fachdidaktische Wissenentwicklung

Die längsschnittlichen Teilstudien TEDS-Telekom und TEDS-LT erbrachten hinsichtlich der fachdidaktischen Wissensentwicklung der Mathematiklehramtsstudierenden unterschiedliche, aber miteinander vereinbare Ergebnisse. So wiesen die Ergebnisse von TEDS-Telekom im Bereich des fachdidaktischen Wissens auf eine beständige Steigerung des Wissens der Gymnasiallehramtsstudierenden in der Studieneingangsphase hin, die dabei jeweils eine größere Effektstärke als bei den Nicht-Lehramtsstudierenden zeigte (Buchholtz & Kaiser, 2013b, S. 966). Als anschlussfähig erwiesen sich in diesem Zusammenhang die Ergebnisse von TEDS-LT, die auf eine weitere bedeutsame Entwicklung dieser Wissenskomponente zwischen dem Bachelor- bzw. Grundstudium und dem Master- bzw. Hauptstudium hinweisen (Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 137 f.). Sowohl Lehramtsstudierende der Sekundarstufe I als auch des Gymnasialbereichs eignen sich Wissen im Bereich der Mathematikdidaktik offenbar über den gesamten Verlauf ihres Studiums hinweg an, und so sind Masterstudierende eher in der Lage, die durch die eingesetzten Leistungstests erhobenen mathematikdidaktischen Anforderungen zu erfüllen, als Studierende in den ersten Semestern. Interessanterweise scheint dies – wie aus dem interdisziplinären Vergleich zwischen den Fächern Deutsch, Englisch und Mathematik in TEDS-LT ersichtlich – auch für das Fach Deutsch zu gelten, da auch hier die Studierenden des zweiten Messzeitpunkts signifikant höhere Leistungen im fachdidaktischen Wissen zeigten (Bremerich-Vos & Dämmer, 2013, S. 67). Auch für das Fach Englisch gelten diese Befunde: in zwei der drei fachdidaktischen Subdimensionen (Methodik/Konzepte/Analysen und Prozesse/Strategien/Spracherwerb) fanden sich signifikante Wissensunterschiede zwischen den Studierenden im Bachelor-/Grund- und Master-/Hauptstudium (Jansing, Haudeck, Keßler, Nold & Stancel-Piątak, 2013 S. 96 f.).

5.2.2 Studiengangspezifische Profilierungen

Vergleichende studiengangspezifische Befunde aus TEDS-LT zur Wissensentwicklung geben allerdings Anlass dazu, diese zunächst generellen Befunde differenzierter zu betrachten. Werden Leistungsunterschiede zwischen den beiden Kohorten in TEDS-LT nämlich unter Kontrolle des Studiengangs betrachtet, so profilieren sich Gymnasiallehramtsstudierende dabei insbesondere im Bereich der stoffdidaktischen Wissensentwicklung. Die Leistungsunterschiede zwischen Bachelor-/Grund- und Master-/Hauptstudium fallen bei ihnen in diesem Bereich größer aus als bei den Lehramtsstudierenden der Sekundarstufe I.

Letztere Studierende profilieren sich im Kohortenvergleich beim Übergang vom Bachelor- bzw. Grundstudium zum Master- bzw. Hauptstudium hingegen verstärkt durch das Wissen im Bereich der erziehungswissenschaftlich-psychologischen Inhalte der Mathematikdidaktik (Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 138; Buchholtz, Kaiser & Blömeke, 2014). Die Ergebnisse deuten – bei aller Vorsicht, die bei längsschnittlichen Interpretationen in diesem Fall angebracht ist (vgl. Abschnitt 6.1) – darauf hin, dass sich die Lehramtsstudierenden über den Verlauf des Studiums hinweg in unterschiedlichen Schwerpunkten der Fachdidaktik Wissen aneignen, die in Abhängigkeit ihres Studienziels stehen und somit teilweise auch auf die unterschiedliche Wahrnehmung von Lerngelegenheiten zurückzuführen sind. Interessanterweise ergeben sich diese studiengangspezifischen Unterschiede innerhalb des fachdidaktischen Wissens zwar für das Fach Deutsch nicht (Bremerich-Vos & Dämmer, 2013, S. 69), sehr wohl in etwas anderer Ausgestaltung aber für das Fach Englisch (Jansing, Haudeck, Keßler, Nold & Stancel-Piątak, 2013, S. 97 f.). Auch hier profilieren sich Lehramtsstudierende der Sekundarstufe I gegenüber den Lehramtsstudierenden der Sekundarstufe I/II in zwei der drei fachdidaktischen Subdimensionen.

Auch die Befunde über den Zusammenhang der mathematikdidaktischen Wissensdimension(en) zum Fachwissen deuten auf die Notwendigkeit einer studiengangspezifischen bzw. nach unterschiedlichen mathematikdidaktischen Subdimensionen ausdifferenzierten Betrachtung der fachdidaktischen Wissensentwicklung hin. So korreliert das in der Studieneingangsphase erworbene fachdidaktische Wissen der Gymnasiallehramtsstudierenden in TEDS-Telekom zwar stark mit ihrem dort erhobenen mathematischen Fachwissen (Buchholtz & Kaiser, 2013b, S. 964); ein Befund, der sich bereits ähnlich auch in TEDS-M 2008 ergab (vgl. Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010b, S. 212) und auch bei TEDS-LT im Rahmen der Analysen zum ersten Messzeitpunkt festgestellt wurde (Buchholtz, Kaiser & Stancel-Piątak, 2011, S. 128). Die Analysen zum zweiten Messzeitpunkt von TEDS-LT, die diese hohe Korrelation genauer in den Blick nahmen, ergaben jedoch, dass eine hohe Korrelation zwischen Fachwissen und fachdidaktischem Wissen nicht per se angenommen werden sollte, sondern, dass dieser starke Zusammenhang sich anscheinend vor allem auf den Bereich der Stoffdidaktik bezieht.

Im Wesentlichen führen zwei Aspekte zu dieser Schlussfolgerung: Erstens weisen die in TEDS-M 2008 und TEDS-Telekom eingesetzten fachdidaktischen Testitems infolge einer sehr fachnahen Konzeptualisierung bzw. Operationalisierung der fachdidaktischen

Wissensdomäne einen starken fachlichen Bezug[9] auf, so dass sich die starken Zusammenhänge zwischen Fachwissen und fachdidaktischem Wissen zum Teil auch auf testimmanente Strukturen zurückführen lassen (hierauf weisen nicht zuletzt auch die hohen Leistungsscores der Nicht-Lehramtsstudierenden im Bereich des fachdidaktischen Wissens in TEDS-Telekom hin). Zweitens weisen stoffdidaktische Wissensinhalte prinzipiell zu fachmathematischen Wissensinhalten einen stärkeren thematischen Bezug auf, als dies im Bereich der unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Wissensinhalte der Fall ist. Da sich letztere vor allem stärker auf unterrichtliche und curriculare Wissensinhalte beziehen, stellte sich der Zusammenhang zum mathematischen Fachwissen dementsprechend als nicht im gleichen Maße ausgeprägt heraus.

Diese differenzierten Befunde besitzen darüber hinaus im Rahmen der Interpretation der studiengangspezifischen Unterschiede in den Ergebnissen der Teilstudien eine gewisse Erklärungskraft. Werden nämlich generelle Leistungsunterschiede zwischen Gymnasiallehramtsstudierenden und Sekundarstufen I-Lehramtsstudierenden im mathematischen Fachwissen angenommen (vgl. Abschnitt 5.1.2), so kann dies die Erklärung dafür liefern, warum in TEDS-LT zum zweiten Messzeitpunkt innerhalb des studiengangspezifischen Vergleichs zwischen GyGS-Studierenden und GHR-Studierenden im Bereich des stoffdidaktischen Wissens ebenfalls signifikante Leistungsunterschiede zugunsten der Gymnasiallehramtsstudierenden gefunden wurden (vgl. Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 136), während sich innerhalb des erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissens keine solcher generellen Leistungsunterschiede ausmachen ließen (ebd.). Die differenzierte Betrachtung des fachdidaktischen Wissens und seines Zusammenhangs zum Fachwissen gibt dann Anlass dazu, davon auszugehen, dass sich diese Leistungsunterschiede zum Teil auf die Leistungsunterschiede innerhalb des mathematischen Wissens zurückführen lassen. Auch die Leistungsunterschiede im fachdidaktischen Wissen, die bei den Analysen zum ersten Messzeitpunkt von TEDS-LT identifiziert wurden, lassen sich in diesem Fall erklären. So ist davon auszugehen, dass die relativ stoffliche Nähe der eingesetzten Items dazu geführt hat, dass die Gymnasiallehramtsstudierenden hier ihre fachdidaktische Stärke zeigen konnten, denn immerhin weisen die Ergebnisse aus TEDS-Telekom darauf hin, dass bei ihnen bereits in der ersten Studienphase ein signifikant messbarer Wissenserwerb innerhalb des stoffdidaktischen Bereichs stattfindet (vgl. Buchholtz & Kaiser, 2013b, S. 966; Buchholtz,

[9] Diese Items wurden auch zum ersten Messzeitpunkt von TEDS-LT eingesetzt, bei dem die spezifische Ausschärfung einer von der Stoffdidaktik unterschiedenen mathematikdidaktischen Subdimension allerdings nicht realisiert wurde, so dass auch hier noch von einer relativ fachnahen Konzeptualisierung der mathematikdidaktischen Wissensdimension auszugehen ist.

Kaiser & Stancel-Piątak, 2011, S. 129). Es stellte sich zwar heraus, dass GHR-Studierende im Gegensatz zu GyGS-Studierenden in der Regel mehr fachdidaktische Lehrveranstaltungen innerhalb der ersten sechs Semester besuchen, allerdings ist davon auszugehen, dass diese Veranstaltungen verstärkt didaktische Inhalte der Primarstufe aufgreifen (ebd., S. 115 ff.). Das fachdidaktische Wissen, das die Studierenden in diesen Lehrveranstaltungen erwerben, macht sich anscheinend im Bereich der Stoffdidaktik wenig bemerkbar, so dass sich diesbezüglich schon im Bachelor- bzw. Grundstudium entsprechende Leistungsunterschiede zeigen. Der fachdidaktische Wissenserwerb für den Bereich der Sekundarstufe vollzieht sich im Studienverlauf für die Studierenden der Sekundarstufe I dann vermutlich eher in Richtung der erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissensinhalte, und in der Tat ließen sich für die GHR-Studierenden in diesem Bereich ja bei dem Vergleich der beiden Kohorten BA/MA bzw. Grund- und Hauptstudium signifikante Unterschiede feststellen.

Kommt man nun zurück auf die in TEDS-Telekom gefundenen starken Zusammenhänge zwischen Fachwissen und fachdidaktischem Wissen der Studierenden, so erscheinen die Ergebnisse vor dem Hintergrund einer differenzierten Betrachtung von Studiengängen und fachdidaktischen Subdimensionen ebenfalls durchweg plausibel. Die Gymnasiallehramtsstudierenden zeigen hier ihre stoffdidaktische Stärke, die sich einerseits in dem starken Zusammenhang zum Fachwissen offenbart, andererseits aber auch die Wissenszuwächse im fachdidaktischen Wissen in den Bereich der erwartungsgemäßen Ergebnisse verschiebt. Unterstrichen wird diese Interpretation jedenfalls durch die Tatsache, dass die Studierenden des Projekts „Mathematik Neu Denken“ der Universitäten Gießen und Siegen in der Studieneingangsphase verstärkt fachdidaktische Veranstaltungen besuchten, die sich eng an den mathematischen Fachveranstaltungen orientierten, und dass sich diese spezifisch stoffdidaktischen Lerngelegenheiten in Form von signifikanten Leistungsunterschieden im Eingangsniveau und in der Wissensentwicklung bemerkbar machen[10] (vgl. Buchholtz & Kaiser, 2013b).

Schließlich deuten aber auch die längssschnittlichen Ergebnisse von TEDS-LT zu den Zusammenhängen der Wissensfacetten in die Richtung eines sich im Studienverlauf differenziert entwickelnden mathematikdidaktischen Wissens: So ergaben die Befunde, dass der Zusammenhang zwischen stoffdidaktischem Wissen und mathematischem Fachwissen über den Studienverlauf hinweg kaum Veränderungen aufzeigt, während sich das erziehungswissenschaftlich-psychologische Wissen erst im Laufe des Studiums als eine

[10]Dieser Effekt wurde allerdings vermutlich durch die fortgeschrittenen Studierenden innerhalb der Stichprobe noch verstärkt.

eigenständige Wissensdimension herausbildet bzw. die Zusammenhänge zum stoffdidaktischen Wissen und zum mathematischen Fachwissen deutlich abnehmen, je fortgeschrittener die Studierenden sind (vgl. Buchholtz & Kaiser, 2013a, S. 134 f.).

Gründe für diese studiengangspezifischen Profilierungen im Studienverlauf sind höchstwahrscheinlich in der Wahrnehmung von durch den Ablauf des Studiums teilweise vorgegebenen Lerngelegenheiten zu sehen. Im Gymnasiallehramtsbereich spielt hier die Dominanz der fachlichen Ausbildung und damit der Einfluss der mathematischen Lerngelegenheiten in der ersten Phase des Studiums eine entscheidende Rolle (vgl. dazu den Einfluss mathematischer Lerngelegenheiten auf den fachdidaktischen Wissenserwerb bei Primarstufenlehrkräften in Blömeke, Suhl, Kaiser & Döhrmann, 2012). Die von den Studierenden zu besuchenden fachdidaktischen Lehrveranstaltungen sind in der Regel stofflich orientiert. Sofern für Gymnasiallehramtsstudierende und Sekundarstufen I-Lehramtsstudierende der Besuch von gemeinsamen fachdidaktischen Lehrveranstaltungen im Studienablauf vorgesehen ist, thematisieren diese Lehrveranstaltungen in der Regel ebenfalls eher stoffdidaktische Inhalte, da diese Inhalte vor allem für die Sekundarstufe I eine gewisse Schnittmenge zwischen den beiden Studiengängen darstellen. Oft besuchen Gymnasiallehramtsstudierende und Sekundarstufen I-Lehramtsstudierende in der Studieneingangsphase aber auch gemeinsame fachdidaktische Orientierungsveranstaltungen, die jeweils nur einzelne mathematikdidaktische Aspekte überblicksartig aufgreifen. Ob solche Veranstaltungen allerdings bereits zu einer fachdidaktischen Profilierung der Studierenden beitragen, bleibt Spekulation. Denkbar ist, dass sich Studierende insbesondere diejenigen fachdidaktischen Wissensinhalte aneignen, die sie ihrer Meinung nach am besten auf die zukünftige Berufstätigkeit vorbereiten. Die Vermittlung von erziehungswissenschaftlich-psychologischen mathematikdidaktischen Inhalten geschieht im Rahmen der fachdidaktischen Ausbildung hingegen eher in speziellen fachdidaktischen Seminaren zum Beispiel über den Einsatz von differenzierenden Mathematikaufgaben, Bildungsstandards oder den Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht. Es ist nicht unüblich, dass diese Seminare erst im Master-/Hauptstudium angeboten werden. Dass die Mathematiklehramtsstudierenden des zweiten Messzeitpunkts von TEDS-LT deshalb bei der Einschätzung ihrer fachdidaktischen Lerngelegenheiten stärker als die Studierenden im Bachelor-/Grundstudium Theorie-Praxis-Bezüge wahrnehmen, überrascht daher nicht (Stancel-Piątak, Faria, Dämmer, Jansing, Keßler et al., 2013, S. 211).

Es fehlt bislang allerdings immer noch an weiteren gesicherten Erkenntnissen über den Nutzen dieser Lerngelegenheiten, um genauere Aussagen darüber zu treffen, ob diese Art

fachdidaktischer Lehrveranstaltungen verstärkt von Sekundarstufen I-Lehramtsstudierenden besucht werden bzw. ob diese Lehrveranstaltungen das spezifisch fachdidaktische Interesse von Sekundarstufen I-Lehramtsstudierenden aufgreifen und zu einer Profilierung dieser Studierenden im Gegensatz zu Gymnasiallehramtsstudierenden beitragen können. Bisherige Analysen zu den angehenden Primarstufen- und Sekundarstufen I-Lehrkräften in TEDS-M 2008 und den Gymnasiallehramtsstudierenden in TEDS-Telekom ermittelten jedenfalls überraschenderweise einen nicht vorhandenen oder allenfalls durch Eingangsselektivität vermittelten Einfluss des Umfangs wahrgenommener fachdidaktischer Lerngelegenheiten auf den fachdidaktischen Wissenserwerb (Blömeke, Kaiser & Döhrmann, 2011; Blömeke, Suhl, Kaiser & Döhrmann, 2012; Behrens & Uptmoor, 2013). Erste Indizien dafür, dass der Erwerb fachdidaktischer Wissensinhalte in der Studieneingangsphase aber auch mit einer spezifischen durch Vorstellungen über die spätere berufliche Tätigkeit geprägten Motivation zusammenhängt, konnte Leschkowski (2012) bei der Analyse von Interviews aus der TEDS-Telekom Studie herausarbeiten. Sie beobachtete dabei bei Gymnasiallehramtsstudierenden einerseits ein eher fachliches (d.h. eher stofflich orientiertes) Interesse an fachdidaktischen Lehrveranstaltungen, andererseits aber auch ein berufspraktisches Interesse, bei dem vor allem schulpraktische Anteile bzw. Wissensinhalte, die durch spezifisch fachdidaktische Lehrveranstaltungen vermittelt werden, hervorgehoben wurden. Ob sich die Wahrnehmung von fachdidaktischen Lerngelegenheiten bei Sekundarstufen I-Lehramtsstudierenden hiervon unterscheidet oder andere Schwerpunkte besitzt, bleibt eine noch zu klärende Frage.

5.3 Weiterentwicklung bisheriger Ansätze

Alle Teilstudien boten Gelegenheit, die bisherigen Erkenntnisse in der Erfassung von Lehrerprofessionswissen im Fach Mathematik zu vertiefen. Dabei wurden bisherige Ansätze, wie sie hauptsächlich aus den Studien MT21 und TEDS-M 2008 vorlagen, innerhalb der drei Teilstudien inhaltlich in unterschiedliche Richtungen weiterentwickelt. In der TEDS-Telekom Studie wurden dazu gezielt Items neu entwickelt, die das mathematische Fachwissen von Gymnasiallehramtsstudierenden im Bereich Analysis und Lineare Algebra fokussieren, um die bislang aus TEDS-M 2008 vorliegenden Instrumente zur Messung des mathematischen Fachwissens von Mathematiklehramtsstudierenden stärker an den Lerngelegenheiten der Gymnasiallehramtsstudierenden zu orientieren und die Instrumente für den Gebrauch im Rahmen einer längschnittlichen Evaluation hinsichtlich der spezifischen Neustrukturierungsmaßnahmen im Bereich der mathematischen Eingangsveranstaltungen anzupassen. Es gelang zwar, hier ein adäquates sensibles Testinstrument zu entwickeln, das das Wissen der Lehramtsstudierenden in diesem Bereich über drei Messzeitpunkte hinweg reliabel erfasst (Buchholtz & Kaiser, 2013b, S. 963), allerdings zeigte sich, dass die Wissensskala insbesondere durch das Fachwissen im Bereich Analysis beeinflusst wird, und sich die Wirkung der Neustrukturierungsmaßnahmen anhand der Wissensskala nur mit schwachen Effekten nachweisen lässt (ebd., S. 968 ff.).

Für die Kooperationsstudie wurden im Bereich Elementarmathematik vom höheren Standpunkt spezielle Items entwickelt, die die universitäre Hintergrundtheorie prototypischer schulmathematischer Aufgaben erheben, so dass beim Bearbeiten dieser Aufgaben der durch Felix Klein beschriebene höhere Standpunkt eingenommen werden muss. In dieser Subfacette des mathematischen Fachwissens konnten die bisherigen Instrumente aus TEDS-Telekom – die im Wesentlichen noch schulmathematisches Wissen fokussierten und Items aus TEDS-M 2008 enthielten – entscheidend hinsichtlich einer differenzierten Erhebung des mathematischen Fachwissens im Sinne der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt weiterentwickelt werden. Mit der Entwicklung eines reliablen Testinstruments gerät insbesondere auch der Ansatz zur Messung eines stärker professionsbezogenen mathematischen Fachwissens von Lehramtsstudierenden in den Blick, der sich von den bisherigen Ansätzen zur Erhebung mathematischen Fachwissens unterscheidet, die hinsichtlich mathematischer Inhalte und ihrer Anwendungsfelder weniger stark differenzieren. Einen ähnlichen, aber davon zu unterscheidenden Ansatz zu einem „mathematischen Wissen im schulischen Kontext“ verfolgen dazu mittlerweile auch Loch, Lindmeier und Heinze

(2013) in einer Studie zur Messung *professioneller Kompetenzen in mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehramtsstudiengängen* (KIL). Im Gegensatz zum Wissen in Elementarmathematik vom höheren Standpunkt im Sinne Kleins, bei dem von der Perspektive der Hochschulmathematik ausgegangen wird, verstehen Loch, Lindmeier und Heinze das von ihnen untersuchte Wissen ausgehend von der Schulmathematik als „curriculares Wissen, Wissen über Verzerrungen durch die fachdidaktische Reduktion von Inhalten (z. B. welche Probleme ergeben sich aus dem üblichen Umgang mit Grenzwertprozessen in der Sekundarstufe) sowie Wissen über die Einbettung schulmathematischer Inhalte in die universitäre Mathematik (z. B. welche Aspekte der Körpererweiterung von Q nach R spiegeln sich im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I wieder)“ (ebd., S. 626). Insbesondere die Perspektive des internationalen Vergleichs ermöglichte in der Kooperationsstudie aber einen Anschluss an das Vorgehen bei TEDS-M 2008, bei dem die Entwicklung der eingesetzten Items aus Gründen der Qualitätssicherung und Objektivität ebenfalls einem internationalen Aushandlungs- und Abstimmungsprozess unterworfen war (vgl. Tatto et al., 2012).

In der Studie TEDS-LT schließlich wurden zum zweiten Messzeitpunkt gezielt mathematikdidaktische Items neu entwickelt, die sich stärker auf mathematikdidaktisches Wissen „jenseits“ der Stoffdidaktik beziehen. Bei der Itementwicklung kam dabei insbesondere die interdisziplinäre Zusammenarbeit mit den fachdidaktischen Kolleginnen und Kollegen der Fächer Deutsch und Englisch zum Tragen. Die Außenperspektive auf das mathematikdidaktische Wissen vor dem Hintergrund der Sprach- und Literaturdidaktik ermöglichte die Verständigung auf eine gewisse „Schnittmenge“ an fachdidaktischen Wissensinhalten, die – jenseits der mathematischen Orientierung und jenseits der in TEDS-M 2008 erhobenen fachdidaktischen Wissensinhalte – als Bestandteile des fachdidaktischen Wissens von Lehramtsstudierenden und speziell von Mathematiklehramtsstudierenden angesehen wurden. Die in diese Richtung weiter entwickelten Instrumente ermöglichten eine genauere Erfassung des mathematikdidaktischen Wissens, bei der nun auch verstärkt psychologisch-didaktische Wissensinhalte des Mathematikunterrichts Berücksichtigung fanden. Des Weiteren konnte im Zuge der Studie auch eine differenzierte Diagnostik der Leistungen von Studierenden der Sekundarstufe I und Studierenden der Sekundarstufe I/II verwirklicht werden.

Alle neu entwickelten Items durchliefen innerhalb der Studien verschiedene Prozesse zur Qualitätssicherung (Pilotierungen, Expertenworkshops, Peer-Reviews) und wurden – sofern sie sich als hinreichend reliabel und valide herausstellten – anschließend in den Fragebögen der Studien eingesetzt. Innerhalb der Pilotierungen der Teilstudien wurde die Güte der neu

entwickelten Items dabei anhand von gängigen Item-Fitwerten wie der Trennschärfe oder dem gewichteten MNSQ (Weighted Meansquare) entschieden. Buchholtz, Scheiner, Döhrmann, Suhl, Kaiser u.a. (2012) entwickelten darüber hinaus übergreifend anhand der Testitems aus den TEDS-Telekom, TEDS-LT und TEDS-M 2008 Studien ein kombiniertes Kurztestinstrument zur Messung von mathematischem und mathematikdidaktischem Lehrerprofessionswissen.

Mit der Entwicklung von Testitems, die Wissensinhalte berücksichtigen, die von bisherigen Testaufgaben teilweise bislang unberücksichtigt blieben, wurde allerdings hinsichtlich der spezifischen Skalen der Teilstudien auch Neuland betreten. Der damit verbundene partiell-explorative Charakter der Studien und die Heterogenität der erhobenen Wissensinhalte dürften als Gründe für gewisse aufgetretene Reliabilitätsprobleme anzusehen sein, die dafür sorgten, dass die Reliabilitäten der neu entwickelten Skalen in der Regel noch unter dem kritischen Wert von .70 lagen, zumeist sich diesem Wert aber annäherten und so gerade noch zufriedenstellend waren (vgl. dazu auch Abschnitt 6.1). Für den Bereich des erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissens in TEDS-LT traten dabei allerdings größere Reliabilitätsprobleme auf, worauf in Buchholtz, Kaiser und Blömeke (2014) noch einmal gesondert eingegangen wird. Deutlich wird hier der weiter bestehende Entwicklungsbedarf, die Skalen für eine differenzierte Erhebung des mathematischen und mathematikdidaktischen Lehrerprofessionswissens weiter zu verbessern.

Aber die Weiterentwicklung der bisherigen Ansätze zur Messung von Lehrerprofessionswissen geschah nicht nur unter einer inhaltlichen Perspektive. Auch methodische Weiterentwicklungen konnten innerhalb der drei Teilstudien verwirklicht werden. So stellte die längsschnittliche Erhebung von Lehrerprofessionswissen seit MT21 und TEDS-M 2008 eine Herausforderung dar, mit der in den Studien TEDS-Telekom und TEDS-LT umgegangen wurde. Es kamen dabei jeweils elaborierte Skalierungsverfahren der Item-Response-Theory zum Einsatz, um das Lehrerprofessionswissen der Studierenden längsschnittlich auszuwerten. Das Vorgehen unterscheidet sich dabei in den Studien TEDS-LT und TEDS-Telekom geringfügig; ein Umstand, der sich aufgrund der unterschiedlichen Skalierungsansätze in den jeweiligen Arbeiten bzw. Vorarbeiten von Agnes Stancel-Piątak bzw. Ute Suhl ergab. Beide Ansätze nutzen dabei aber eine längsschnittliche Skalierung der Daten mit Hilfe von sog. „virtuellen Personen“ mit der entsprechenden Schätzung von Itemschwierigkeiten und Personenparametern. Die Ansätze unterscheiden sich jedoch einerseits in der unterschiedlichen Berücksichtigung fehlender Werte bei der Schätzung der Itemparameter und andererseits in der Schätzung messzeitpunktspezifischer

Skalenreliabilitäten und Personenparameter mit Hilfe von mehrdimensionalen IRT-Modellen (so geschehen in TEDS-Telekom, vgl. auch Hartig & Kühnbach, 2006).

Ein Bereich, in dem gleichermaßen inhaltliche und methodische Überlegungen zu Weiterentwicklungen der bisherigen Ansätze zur Messung von Lehrerprofessionswissen führten, liegt in der differenzierten Erfassung mathematischer und mathematikdidaktischer Subdimensionen. Die Arbeiten von MT21 und TEDS-M 2008 wurden mit der Berücksichtigung verschiedener Subfacetten des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens insbesondere kritisch aufgegriffen und theorieorientiert fortgeführt. Eine empiriegestützte Fortführung der Diskussion um die Nähe des mathematikdidaktischen Wissens zum mathematischen Fachwissen ist daher auch Gegenstand der Publikation Buchholtz, Kaiser und Blömeke (2014). Methodische Weiterentwicklungen in diesem Bereich bestehen vor allem in dem Einsatz multidimensionaler IRT-Modelle (MIRT; Reckase, 2009; Hartig & Höhler, 2010; Adams, Wilson & Wang, 1997; Blömeke, Houang & Suhl, 2011) zur differenzierten Erhebung fachdidaktischen Wissens.

6 Diskussion

Im Anschluss an die Darstellung und Interpretation der gemeinsamen Ergebnisse der drei Teilstudien der Dissertation im vorherigen Kapitel werden im folgenden Abschnitt mögliche Anknüpfungspunkte für die Forschung und Möglichkeiten zur Weiterentwicklung der Mathematiklehramtsausbildung diskutiert. Dabei soll zunächst übergreifend ein Blick auf die Grenzen der Teilstudien geworfen werden, um anschließend einen Ausblick auf mögliche Folgeuntersuchungen zu geben. Der die Dissertation abschließende Abschnitt bettet die bisher gewonnenen Ergebnisse in den Kontext der Diskussion um die Weiterentwicklung der Mathematiklehramtsausbildung ein.

6.1 Grenzen der Teilstudien

Die Teilstudien geraten in mehreren Bereichen an ihre Grenzen, worauf in den jeweiligen Publikationen an entsprechender Stelle im Detail hingewiesen wird. Im Folgenden werden jedoch übergreifend noch einmal prinzipielle und methodische Einschränkungen der Teilstudien in den Blick genommen, da sich diese Formen von Problemen gegenseitig beeinflussen – wenn nicht gar bedingen – und sich nicht voneinander trennen lassen. Einschränkungen ergeben sich vor allem hinsichtlich folgender Aspekte:

(1) Erstens ist aufgrund der Kontingenz zwischen Konzeptualisierung und Operationalisierung von theoretisch angenommenen psychologischen Konstrukten in Fragebogenerhebungen der Interpretationsspielraum für die Ergebnisse der Teilstudien begrenzt. So untersuchen und diagnostizieren alle Teilstudien Leistungen von Mathematiklehramtsstudierenden anhand von Fragebögen, die sich insbesondere auf die jeweils zugrunde liegende Konzeptualisierung professioneller Kompetenz beziehen. Die Erhebung von Kompetenzen in vergleichenden Untersuchungen wurden aber insbesondere in der mathematikdidaktischen Forschung nach den TIMSS- (Baumert, Bos & Lehmann, 2000a, b) und PISA-Untersuchungen (Baumert, Klieme, Neubrand, Prenzel, Schiefele et al., 2001) aus einer normativen Sichtweise heraus, aber teilweise auch unter methodologischen Gesichtspunkten immer wieder scharf kritisiert (z.B. Jahnke & Meyerhöfer, 2006; für einen Überblick vgl. Kelle & Buchholtz, in Druck). Die Kritik besteht insbesondere darin, dass Testitems mathematische Kompetenz nicht hinreichend

valide genug erfassen könnten. Um z.B. einen Fragebogen einsetzen zu können, den die befragten Personen innerhalb einer begrenzten Zeit bearbeiten können, würden die zugrunde liegenden komplexen theoretischen Konstrukte im Prozess der Operationalisierung in der Regel zu manchmal eher einfachen Aufgaben heruntergebrochen. Komplexe Argumentationen könnten vielmehr nur in offenen Testitems berücksichtigt werden, von denen in der Regel aufgrund der begrenzten Testzeit nur verhältnismäßig wenige eingesetzt würden. Kaiser (2000) weist in diesem Zusammenhang in ihrer Betrachtung von Problemen und Grenzen von quantitativen Leistungsstudien auf die Schwierigkeiten der Interpretation von Testleistungen hin, da in vielen Studien die Unabhängigkeit der Testleistungen von den eingesetzten Items nicht hinreichend sichergestellt werden könne bzw. konkreter die Kriterien der Modelle der probabilistischen Testtheorie nicht immer erfüllt seien (vgl. Abschnitt 1.5). So ist innerhalb der hier beschriebenen Teilstudien auch zu bemerken, dass im Bereich des mathematischen Wissens oft nur zentrale Aspekte des Fachwissens eine Rolle spielen, Bereiche wie etwa die Geometrie oder die Stochastik aber unterrepräsentiert sind. Um diesem Einwand adäquat gerecht zu werden, ist es daher erforderlich, die innerhalb der Teilstudien diagnostizierten Leistungen bzw. das untersuchte Wissen konzeptionell stets auf die zugrunde liegenden Tests zu beziehen. Hierbei einem Vorschlag von Bender (2006) folgend, muss deshalb bei der Diagnose von z.B. „fachmathematischem Wissen“ strenggenommen von „fachmathematischem Wissen, wie es durch den Test definiert ist“ gesprochen werden. Die Reichweite der Interpretationen der Ergebnisse der Teilstudien ist damit konzeptionell eingeschränkt. Verschärft wird dieser Aspekt noch einmal, wenn die Validität der untersuchten Konstrukte zusätzlich noch durch kulturelle Unterschiede – wie dies etwa in der Kooperationsstudie der Fall ist – in Frage gestellt wird. Bei der Kooperationsstudie wurde deshalb bei der Erstellung der Instrumente auf eine enge Abstimmung zwischen den Projektbeteiligten und eine exakte sprachliche Übersetzung Wert gelegt. Trotz dieser Einschränkung können die Teilstudien dennoch Hinweise auf die Kompetenzentwicklung der Mathematiklehramtsstudierenden geben, sofern man sich dieser methodischen Entität bewusst ist.

(2) Aufgrund der Tatsache, dass – wie bei Untersuchungen im tertiären Bildungssektor leider nicht unüblich – die Kohorten von Mathematiklehramtsstudierenden an den unterschiedlichen Standorten bzw. Hochschulen sehr klein sind (vgl. im Gegensatz hierzu TEDS-M 2008), war es nicht möglich, in den unterschiedlichen Teilstudien zu

repräsentativen Stichproben zu gelangen, um generelle Aussagen über die Population der deutschen Mathematiklehramtsstudierenden zu treffen. Insbesondere hingen die Stichproben der Teilstudien von den örtlichen Gegebenheiten ab; d.h. einerseits von der Auswahl der Hochschulen, deren individuelle Studienprogramme für Mathematiklehramtsstudierende den standardisierten Vergleich von Lehramtsstudierenden unter gleichen Voraussetzungen prinzipiell erschwerten, andererseits aber auch von der lokalen Rekrutierung. Gruppen von Mathematiklehramtsstudierenden waren z.B. oft nur mit Hilfe sog. Anreize und/oder unter dem Zugriff der dort ansässigen Kolleginnen und Kollegen zu den Testsitzungen zu bewegen. Die Teilnahme an den Teilstudien war für die Studierenden grundsätzlich freiwillig, weshalb darüber hinaus davon auszugehen ist, dass verstärkt diejenigen Studierenden an den Teilstudien teilgenommen haben, die ihr Studium besonders engagiert verfolgen und eine gewisse Motivation für die langfristige Verbesserung der Mathematiklehramtsausbildung aufbringen. Die durchgeführten statistischen Auswertungen sind damit zwangsläufig nicht geeignet, die Ergebnisse für die gesamte Population, also alle Mathematiklehramtsstudierenden des Gymnasial- bzw. Sekundarstufen I-Bereichs zu verallgemeinern. Die Ergebnisse müssen daher innerhalb der Teilstudien insbesondere vor dem Hintergrund der untersuchten Hochschulen und Institutionen interpretiert werden, weshalb in den einzelnen Publikationen zu den Teilstudien explizit auf die untersuchten Standorte und Stichproben hingewiesen wird.

(3) Auch hinsichtlich der längsschnittlichen Ergebnisse der Teilstudien sind auf Einschränkungen hinzuweisen. So wurde die TEDS-LT Studie zwar längsschnittlich angelegt, da jedoch nur etwa 10% der Mathematiklehramtsstudierenden zum zweiten Messzeitpunkt wieder identifiziert werden konnten, sind längsschnittliche Aussagen – wie etwa zum Wissenszuwachs – so gut wie nicht möglich. Es konnten aber innerhalb der Teilstudie dennoch zwei additive Querschnitte miteinander verglichen werden, so dass entsprechende Kohortenvergleiche im Sinne einer Quasi-Längsschnitts- bzw. Trendstudie möglich sind und zumindest Hinweise auf die Wissensentwicklung der Studierenden geben können. Erschwerend kam in diesem Fall aber auch eine starke Panel-Mortalität hinzu, die mit wachsender Anzahl der Messzeitpunkte zu immer stärkeren Einschränkungen führte. Zwar liegt mit der TEDS-Telekom Studie eine der wenigen echten Längsschnittstudien vor, das untersuchte Panel der Lehramtsstudierenden, die an allen drei Messzeitpunkten der Studie teilgenommen haben, ist allerdings verhältnismäßig klein. Dies führte zu dem methodischen Problem, dass auf der Ebene der an der Studie

beteiligten Hochschulen größere Gruppen von Studierenden aggregiert werden mussten, da aufgrund von kleinen Teilstichproben keine hochschulstandortspezifischen Aussagen mehr möglich gewesen wären. Der damit verbundene Informationsverlust schränkt auch hier die Interpretierbarkeit der Ergebnisse empfindlich ein, so dass z.B. keine spezifischen Aussagen über längsschnittliche Unterschiede zwischen den Universitäten Gießen und Siegen mehr möglich sind.

(4) Des Weiteren bestehen hinsichtlich der Skalen vor allem im Bereich des unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Wissens und auch im Bereich des Wissens über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt noch Reliabilitätsprobleme. Die entwickelten Instrumente zur Messung des Lehrerprofessionswissens in diesem Bereich müssen in weiteren Studien noch verbessert werden, was insbesondere die Neuentwicklung von Items und anschließende stärkere Homogenisierung der Skalen mittels Itemselektion betrifft. Die teilweise noch nicht zufriedenstellenden Reliabilitäten der Skalen können zu Verzerrungen der Ergebnisse bei den Zusammenhangsanalysen führen und haben zur Folge, dass insbesondere die Ergebnisse zum erziehungswissenschaftlich-psychologischen Wissen in TEDS-LT nur mit Vorsicht interpretiert werden können.

6.2 Folgestudien

Die Teilstudien lieferten trotz der Einschränkungen viele neue Erkenntnisse über die Kompetenzentwicklung von Mathematiklehramtsstudierenden. Da viele der Einschränkungen sich auf methodische Gesichtspunkte beziehen, besteht hier auch ein möglicher Anknüpfungspunkt für weitere Forschung.

Die Erfahrungen mit TEDS-LT haben beispielsweise gezeigt, dass sich differenzierte Erkenntnisse über die Wissensentwicklung im Bereich der Fachdidaktik erst offenbaren, wenn das sehr breit erhobene Konstrukt auf der Basis von Unterstrukturen erfasst und untersucht wird. Speziell im Bereich des mathematikdidaktischen Wissens sollten diese Unterstrukturen weiter erforscht werden, da hier erstens noch Reliabilitätsprobleme bestehen und die Instrumente verbessert werden müssen (beispielsweise durch die Entwicklung weiterer Items) und zweitens auch noch ungeklärt ist, ob eine differenzierte Erfassung mathematikdidaktischer Kompetenz dazu beitragen kann, ein lehramtsspezifisches mathematikdidaktisches Wissen zu erheben, das hinreichend zwischen der Kompetenz von

Lehramtsstudierenden und Nicht-Lehramtsstudierenden diskriminiert. Drittens muss geklärt werden, wie handlungsrelevante Komponenten der professionellen Kompetenz von Mathematiklehrkräften mit den entsprechenden mathematikdidaktischen Subdimensionen zusammenhängen, und ob sich beispielsweise auch ein Zusammenhang der professionellen Kompetenz von Lehrkräften in diesen Unterstrukturen zu Schülerleistungen herstellen lässt. Erste Ergebnisse der TEDS-M 2008 Folgeuntersuchung TEDS-FU (*Teacher Education and Development Study – Follow Up*; König, Blömeke, Klein, Suhl, Busse et al., angenommen mit minor revisions), bei der das professionelle Wissen von Mathematiklehrkräften zusätzlich zu Leistungstests handlungsnah mit der Wahrnehmung und Beurteilung von Unterricht durch Videovignetten erfasst wird, deuten darauf hin, dass sich auch im handlungsrelevanten Wissen entsprechende mathematikdidaktische Subdimensionen abzeichnen, hier aber zusätzlich auch noch Komponenten der selektiven Aufmerksamkeit (vgl. Sherin, Jacobs & Philipp, 2011) und Schnelligkeit der Reaktion eine Rolle spielen (vgl. dazu auch Lazarevic, 2013). Hier können die Erkenntnisse aus Buchholtz, Kaiser und Blömeke (2014) erste Interpretationsansätze zur Weiterarbeit liefern. Viertens stellt eine differenzierte Erhebung des fachdidaktischen Wissens auch neue Anforderungen an die Erhebung von fachdidaktischen Lerngelegenheiten und die Untersuchung ihres Einflusses auf den Wissenserwerb. Speziell vor dem Hintergrund des erstaunlicherweise geringen Einflusses, den die Lerngelegenheiten in diesem Bereich auf den Wissenserwerb ausüben (vgl. Blömeke, Kaiser & Döhrmann, 2011), stellt sich die Frage, ob nicht eine differenzierte Erhebung fachdidaktischer Lerngelegenheiten in Hinblick auf stoffdidaktische und unterrichtsbezogene mathematikdidaktische Inhalte hier zu neuen Erkenntnissen über die Wirksamkeit fachdidaktischer Ausbildungsanteile beitragen kann.

Des Weiteren werden auch die mathematischen Wissensdimensionen noch relativ breit erfasst, wenngleich mit der konzeptionellen Eingrenzung der mathematischen Subdimensionen in der Kooperationsstudie, in TEDS-LT und in TEDS-Telekom bereits erste wichtige Schritte für eine differenzierte Erfassung des mathematischen Fachwissens getan wurden. Es erscheint sinnvoll, in zukünftigen Untersuchungen erstens auch die bisher vernachlässigten Bereiche des mathematischen Fachwissens differenzierter zu untersuchen, und sich zweitens nicht nur auf eine verstärkt deklarative Repräsentation einzelner Wissensinhalte zu konzentrieren, sondern vor allem prozessbezogenes und vernetztes bzw. für Mathematiklehrkräfte in der täglichen Praxis handlungsrelevantes mathematisches Fachwissen in den Blick zu nehmen. Die Tests zum Fachwissen im Bereich der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt kommen hier der Forderung nach praktischer

Relevanz der Erhebung der Kompetenz von Mathematiklehrkräften zwar bereits in Ansätzen nach, diese Arbeiten sind jedoch fortzuführen und zu vertiefen. Insbesondere bedarf es auch hier einer Entwicklung von weiteren Items und Validierung des erhobenen Konstrukts an größeren Stichproben, wozu ggf. eine Einbeziehung weiterer Länder in Betracht kommt. Modellhaft bietet sich hierzu aber auch der (relativ klar überschaubare und gut gegliederte) Bereich der Geometrie an, um neben einem vernetzten Inhaltswissen über Begriffe unter anderem auch stärker prozedurale Tätigkeiten, wie etwa Beweisen, Konstruieren oder Modellieren zu berücksichtigen, die Lehrerinnen und Lehrer im schulischen Mathematikunterricht beherrschen müssen. Für diesen Bereich ließe sich darüber hinaus auch ein Bezug zu einem domänen- bzw. bereichsspezifischen didaktischen Wissen herstellen bzw. untersuchen, so dass hier mathematische, mathematikdidaktische und ggf. auch pädagogische Kompetenzfacetten bei der Erhebung stark miteinander verzahnt wären.

Nicht zuletzt ist auch die Frage nach weiteren und alternativen Erhebungsformaten zur Messung der professionellen Kompetenz von Mathematiklehramtsstudierenden zu stellen. In allen Teilstudien kommen Fragebögen im Papier-und-Bleistift-Format zum Einsatz, um vor allem die kognitiven Komponenten der Kompetenz – das Lehrerprofessionswissen – zu erheben. Die Auswertung der Fragebögen ist dabei quantitativ orientiert. Einerseits stellt sich dabei gerade vor dem Hintergrund der methodischen Einschränkungen und insbesondere für die Erfassung von handlungsrelevanten Komponenten des Lehrerprofessionswissens die Frage, ob hier neue innovative Erhebungsformate, wie zum Beispiel die Beurteilung von Videovignetten, wie sie in den Studien TEDS-FU (König et al., angenommen mit minor revisions), bei Lindmeier, Heinze und Reiss (2013), Knievel und Heinze (2012) oder in der Video-Analyse-Studie COACTIV-VIDEO (Bruckmaier, Krauss, Leiss, Blum & Neubrand, 2013) eingesetzt werden, nicht gewinnbringend zum Einsatz gebracht werden können, auch wenn diese Erhebungsformate ebenfalls methodische Herausforderungen mit sich bringen (s. Kaiser, Benthien, Döhrmann, König & Blömeke, 2013). Andererseits zeigte sich insbesondere bei der Evaluation der hochschuldidaktischen Programme in der Teilstudie TEDS-Telekom, dass quantitativ orientierte large-scale Untersuchungen im Rahmen von standardisierten Vergleichsstudien ihre methodische Berechtigung besitzen und zu interpretierbaren Forschungsergebnissen führen, die Interpretation der Ergebnisse und damit die Beantwortung der anvisierten Fragestellungen aber aufgrund von methodischen Einschränkungen möglicherweise erst durch den ergänzenden Einsatz von qualitativ orientierten Erhebungsverfahren zu einem zufriedenstellenden Maß erreicht werden kann. Wie die Verschränkung von qualitativen und quantitativen Forschungsmethoden im Rahmen von sog.

Mixed-method Forschungsdesigns sich dabei beispielsweise ausgestalten kann, beschreiben Kelle (2008) allgemein und Kelle und Buchholtz (in Druck) in Hinblick auf die mathematikdidaktische Forschung.

6.3 Weiterentwicklung der Mathematiklehramtsausbildung

6.3.1 Erwerb von mathematischem Fachwissen

Die Unterschiedlichkeit der beiden Gruppen der gymnasialen Lehramtsstudierenden und der Nicht-Lehramtsstudierenden in der TEDS-Telekom Studie wirft in erster Linie die Frage auf, ob der gemeinsame Besuch von Einführungsveranstaltungen für diese beiden Gruppen überhaupt sinnvoll ist, und die Antwort auf diese Frage muss in Abhängigkeit davon gegeben werden, was als der Zweck des Besuchs dieser Veranstaltungen angesehen wird. Sie lautet ja, wenn von den Lehramtsstudierenden im Sinne der Polyvalenz gefordert wird, Fachwissen zu erwerben, das über schulrelevantes mathematisches Wissen hinaus geht und das die Lehramtsstudierenden dazu befähigt, auch außerhalb des Berufsfeldes Schule tätig zu werden bzw. ggf. sogar die Laufbahn eines Mathematikers oder einer Mathematikerin einzuschlagen. Sie lautet nein, wenn die prinzipiellen Leistungsunterschiede zwischen den beiden Gruppen ernst genommen werden sollen, und die universitäre Lehre die Bedürfnisse der Mathematiklehramtsstudierenden nach professionsorientierter Ausbildung berücksichtigen soll. Die Frage nach Polyvalenz oder Professionalisierung in der Lehramtsausbildung kann an dieser Stelle nicht umfassend erörtert werden. Dennoch soll zumindest auf zentrale Aspekte hingewiesen werden, die die Beantwortung der Frage beeinflussen.

Zunächst ist die hohe Sicherheit von Lehramtsstudierenden bei der Wahl ihres Studienfachs und ihres späteren Berufswegs in der Schulpraxis zu nennen, auf die u.a. in einer Studie über die Studiensicherheit von Rothland (2010) hingewiesen wird. Angesichts der starken Orientierung der Studierenden zum Lehrberuf ist es sinnvoll, die Weiterentwicklung der Mathematiklehramtsausbildung in Richtung einer stärkeren Professionsorientierung zu verfolgen. In der Konsequenz bedeutet dies, separate Lehrveranstaltungen für Lehramtsstudierende anzubieten, die spezifisches mathematisches Wissen vermitteln, das einen Bezug zur Schulpraxis aufweist. Die Ergebnisse der Teilstudien zeigen, dass bei vielen Lehramtsstudierenden bereits im Umgang mit der Schulmathematik keine ausreichende Sicherheit besteht. Die entsprechenden Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik können von diesen Studierenden nicht in zufriedenstellendem Maße hergestellt werden. Nun

kann die Schulmathematik allein aber nicht Inhalt der Lehramtsausbildung sein, da der sichere Umgang mit schulrelevanter Mathematik eigentlich zu den Voraussetzungen zur Aufnahme eines Mathematiklehramtsstudiums gehört. Bevor allerdings die Schulmathematik aufgrund des Vorwurfs der Trivialität allzu leicht aus den Studieninhalten des Lehramtsstudiums im Fach Mathematik verbannt wird, sollte der professionsbezogene Nutzen einer intensiven Vertiefung im Studium in Betracht gezogen werden. Insbesondere die Mathematikdidaktik hat hierzu immer wieder auf die verschiedenen gesellschaftsrelevanten Funktionen der Schulmathematik hingewiesen und ihr nicht triviales Verhältnis zur universitären Mathematik beschrieben (z.B. Keitel & Otte, 1979; Fischer, Heinze & Wagner, 2009). Da die Schulmathematik im Gegensatz zur Hochschulmathematik zu den alltäglichen Gegenständen der Lehrtätigkeit praktizierender Lehrkräfte gehört, sollte von den Lehramtsausbildern und –ausbilderinnen daher sichergestellt werden, dass die diesbezüglichen professionsbezogenen Wissensinhalte in den Studieninhalten in angemessenem Umfang Berücksichtigung finden. Dies bedeutet nicht, dass auf den Einblick in die Hochschulmathematik verzichtet werden muss, im Gegenteil: Im Sinne der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt sollten die Lehrinhalte entsprechender Lehrveranstaltungen primär hochschulmathematisch orientiert sein. Allerdings müsste das Curriculum dieser Lehrveranstaltungen entfrachtet werden, um Raum für die Vermittlung der Verknüpfung der Hochschulmathematik und der Elementarmathematik zu schaffen (vgl. hierzu Klein, 1908 und v.a. Kirsch, 1977). Hier können die Ansätze des Projekts „Mathematik Neu Denken“ erste Hinweise zur Gestaltung von Lehrveranstaltungen geben (Beutelspacher et al., 2011). Denkbar ist allerdings ebenfalls, die umgekehrte Form des Zugangs zu wählen und ausgehend vom Schulcurriculum lokale fachliche „Tiefenbohrungen“ vorzunehmen. Diese Form der Lehrveranstaltungen werden beispielsweise an der PH Luzern angeboten und scheinen ebenfalls vielversprechend (Hölzl, 2013).

Natürlich bestehen gegenüber derartigen tiefgreifenden Veränderungen der fachmathematischen Ausbildung von Mathematiklehramtsstudierenden Vorbehalte. So wird weithin die Befürchtung bestehen, dass Lehramtsstudierende, die ohnehin – verglichen mit Nicht-Lehramtsstudierenden – über ungleich weniger mathematisches Fachwissen verfügen, durch eine curriculare Entfrachtung der zu lernenden Hochschulmathematik bereits vorhandene Defizite nur weiter vergrößern. Tatsächlich weisen die Ergebnisse von TEDS-Telekom darauf hin, dass eine Trennung von Lehramtsstudierenden und Nicht-Lehramtsstudierenden den Wissenserwerb der Lehramtsstudierenden nur geringfügig steigern würde. Jedoch zeigen die Ergebnisse einerseits, dass der fachliche Wissenserwerb von

Lehramtsstudierenden im Gegensatz zu Nicht-Lehramtsstudierenden ohnehin nicht kontinuierlich verläuft, wenig nachhaltig angelegt ist, und die Studierenden wahrscheinlich – betrachtet vor den fachlichen Anforderungen in der Schulpraxis und bedingt durch die studienspezifischen Lerngelegenheiten – eher ein bereichsspezifisches Expertenwissen denn ein breites mathematisches Gelehrtenwissen ausbilden. Andererseits ist auch nicht zu unterschätzen, welche zusätzlichen Wissensinhalte neu hinzugelernt werden könnten, und dass diese Wissensinhalte möglicherweise begünstigen könnten, dass mit der schulrelevanten Mathematik mit einer größeren Sicherheit umgegangen werden könnte, die Vernetzung von Wissen vorangetrieben würde, und damit letztendlich auch das Verständnis der Hochschulmathematik auf einer solideren Wissensbasis aufbauen könnte.

Untersuchungen im Zuge von TEDS-M 2008 zufolge belegt Deutschland derzeit sowohl in der Einschätzung der Kohärenz zwischen der Wissensvermittlung in der universitären Ausbildung und der Anwendbarkeit des Wissens im schulischen Kontext als auch in der Einschätzung der Effektivität des Lehrveranstaltungsarrangements unter 15 untersuchten Ländern den letzten Platz (Hsieh, Law, Shy, Wang, Hsieh et al., 2014, S. 469 ff.). Sollten in Zukunft spezifische mathematische Lehrveranstaltungen speziell für Lehramtsstudierende konzipiert werden, so ist vor allem entscheidend, dass diese Lehrveranstaltungen die Schulmathematik inhaltlich kohärent in die universitäre Mathematik eingliedern und nicht etwa nur „inselartiges“ Wissen vermitteln, und dass die Lehrveranstaltungen inhaltlich aufeinander aufbauen und miteinander verzahnt sind. Auf diese Weise könnte möglicherweise auch erreicht werden, dass sich die Lehramtsstudierenden das mathematische Wissen nachhaltig aneignen und es über den gesamten Studienverlauf hinweg weiter ausbauen, da die zu lernenden Wissensinhalte jeweils eine berufspraktische Relevanz aufweisen und daher nicht nur kurzfristig gelernt werden (etwa für Modulabschlussprüfungen). Die curriculare Kohärenz der Schulmathematik, die beispielsweise in ihrem genetischen Aufbau bzw. in ihrer spiralförmigen Anordnung besteht, könnte darüber hinaus beispielsweise innerhalb ergänzender fachdidaktischer Veranstaltungen vermittelt werden (siehe Abschnitt 6.3.2). Die Entscheidung, wie eine mögliche Reduzierung von Lehrinhalten vorgenommen werden kann und auf welche Lehrinhalte ggf. verzichtet werden kann, liegt aber letztendlich bei den Lehramtsausbildenden und sollte in einem umfangreichen Diskurs mit der Herausarbeitung von gemeinsamen verbindlichen Richtlinien geklärt werden. Die Plattform für diesbezügliche Aushandlungsprozesse ist zweifellos das gemeinsame Gremium zur Neuorientierung der Lehrerbildung von DMV, GDM & MNU, allerdings genügt es nach Ansicht des Verfassers nicht, diese Aushandlungsprozesse in den Verantwortungsbereich der einzelnen Hochschulen

zu verschieben – wie etwa Bruder u.a. (2010) vorschlagen – wenn die Entwicklungen zur Neuorientierung der Lehramtsausbildung ernsthaft in diese Richtung vorangetrieben werden sollen.

Weiterhin sprechen aber auch bildungspolitische Aspekte für die fortschreitende Professionalisierung der fachlichen Ausbildung von Mathematiklehramtsstudierenden. So stellt die von der KMK (2011) herausgegebene Modellrechnung zur Bedarfsanalyse von Lehrkräften bis 2020 weiteren größeren Bedarf nach Mathematiklehrkräften in Aussicht, so dass ein Mathematiklehramtsstudium bis auf Weiteres eine attraktive und lohnende Weiterbildungsmöglichkeit darstellt und die Notwendigkeit einer verschärften fachlich-polyvalenten Orientierung der Lehramtsausbildung vorerst nicht vordergründig erscheint.
Auf der anderen Seite der Diskussion um die Professionalisierung existieren auch Gegenargumente, die einer derartigen Professionsorientierung von mathematischen Lehrveranstaltungen entgegenstehen. So erschweren beispielsweise fehlende Mittel zur Finanzierung der Lehre die Versuche, supplementäre lehramtsspezifische Veranstaltungen in den Lehrbetrieb der Hochschulen zu integrieren, oder es mangelt an Bereitschaft der Dozentinnen und Dozenten, neben den regulären Lehrveranstaltungen für Nicht-Lehramtsstudierende zusätzliche Lehrveranstaltungen für Lehramtsstudierende anzubieten, in denen das Lerntempo „gedrosselt“ werden muss.

Eine Möglichkeit, diesen Schwierigkeiten beizukommen, sind sicherlich Modelle zur bedarfsgerechten Mittelverteilung innerhalb der Hochschulen, bei denen beispielsweise die Finanzierung von Lehrveranstaltungen an Absolventenquoten oder an bestimmte Lehrbedingungen wie z.B. Lehramtsspezifizität geknüpft wird, jedoch liegt dies im Bereich der Selbstverwaltung der Hochschulen. Eine andere Möglichkeit kann auch in der Gründung von Zentren für Lehrerbildung innerhalb der Hochschulen gesehen werden, um so – legitimiert durch Lehrerausbildungsgesetze (Hochschulgesetz) – die interdisziplinäre Kooperation innerhalb der verschiedenen an der Lehrerausbildung beteiligten Institutionen zu stärken und fachwissenschaftliche Lehrveranstaltungen zu koordinieren und auch finanziell zu steuern (vgl. Rinkens, Hilligus & Lenhard, 2009; MIWFT, 2007, S. 7).

Die empirisch ermittelten starken Zusammenhänge zwischen dem Fachwissen in Analysis und Linearer Algebra und dem Wissen über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt und auch die starken Zusammenhänge zwischen mathematischem Fachwissen und dem stoffdidaktischen Wissen weisen auf die in vielen Studien immer wieder belegte hohe Bedeutung des mathematischen Fachwissens hin, wenn es um den Erwerb von dem Fachwissen nahe stehenden mathematiklehramtsspezifischen Wissensinhalten geht (Stichwort

„Voraussetzungscharakter“ des Fachwissens). Trotzdem – wie die Studie COACTIV belegt – letztendlich der fachdidaktischen Kompetenz von Lehrkräften eine größere Bedeutung für Schülerleistungen zukommt (Baumert & Kunter, 2011, S. 185), kann aus den Ergebnissen der Teilstudien auch die Forderung nach mehr fachmathematischen Studieninhalten abgeleitet werden: Sollte etwa verstärkt die Vermittlung stoffdidaktischer Lerninhalte oder auch elementarmathematischer Wissensinhalte für Lehramtsstudierende gefördert werden, so würden aller Voraussicht nach diejenigen Studierenden davon profitieren, die über ein hohes Fachwissen verfügen. Zu denken ist ferner beispielsweise aber auch an den hohen Stellenwert der Mathematik in den asiatischen Ländern oder auch die intensivere Nutzung von Lerngelegenheiten von Nicht-Lehramtsstudierenden und die entsprechende Leistungsperformanz in den Teilstudien. Den Besuch von mehr fachmathematischen Lehrveranstaltungen im Mathematiklehramtsstudium zu fordern, hat also durchaus seine Berechtigung. Vor dem im Mathematiklehramtsstudium aber ohnehin schon hoch empfunden Leistungsdruck und der generellen Kritik der Praxisferne ist die Forderung nach mehr mathematischen Lerngelegenheiten allerdings nur dann sinnvoll, wenn diese Lerngelegenheiten gerade nicht darin bestehen, weitere hochschulmathematische Studieninhalte in das Mathematiklehramtsstudium zu integrieren, die z.B. zusammen mit den Nicht-Lehramtsstudierenden absolviert werden müssen und sehr spezielles fachmathematisches Wissen vermitteln. Es kommt hier ganz offensichtlich auf die Form und den Inhalt zusätzlicher Lehrveranstaltungen an.

Das Projekt „Mathematik Besser Verstehen“ der Universität Duisburg-Essen stellt einen ersten Versuch dar, entsprechende zusätzliche Lerngelegenheiten zu entwickeln, die beispielsweise in Form einer Lehrveranstaltung umgesetzt werden könnten. Zu denken ist hier aber einmal mehr auch an Veranstaltungen, die verstärkt elementarmathematische Lerninhalte aufgreifen, Defizite im Schulwissen oder im universitären Grundwissen ausgleichen und Bezüge zur Hochschulmathematik herstellen. Derzeit werden an vielen Hochschulen sog. „Brückenkurse“ angeboten, die Studienanfängerinnen und –anfängern vor allem im MINT-Bereich den Einstieg in das Studium erleichtern sollen. Denkbar erscheint z.B., entsprechende additive, ggf. fakultative mathematische Lehrveranstaltungen für Lehramtsstudierende an diesen Kursen zu orientieren und über die gesamte Studieneingangsphase hinweg anzubieten, um den mathematischen Wissenserwerb der Studierenden langfristig zu verbessern. Wie auch immer entsprechende Lerngelegenheiten also gestaltet werden, es sollte dennoch darauf geachtet werden, die Lehramtsstudierenden nicht mit zusätzlicher Stofffülle zu erdrücken, sondern Querverstrebungen zwischen und Vertiefungen in den bereits vorhandenen

fachmathematischen Wissensinhalten zu vermitteln. Der kulturelle Blick über den Tellerrand hinaus zeigt: Selbst in den (stark am Fachwissen orientierten) asiatischen Ländern besitzen die nicht-hochschulmathematischen Lerngelegenheiten eine entsprechende Relevanz in der Vermittlung im Lehramtsstudium. So finden es beispielsweise auch Siu, Siu und Wong (1993) fraglich, ob die einfache Bereitstellung von zusätzlichem Wissen der Schlüssel zur Verbesserung der Lehrerausbildung sei, solange kein Gewicht auf die Wechselbeziehung zwischen den mathematischen Wissensinhalten oder zwischen universitärer Mathematik und Elementarmathematik gelegt werde.

6.3.2 Erwerb von fachdidaktischem Wissen

An die Wissensvermittlung innerhalb fachdidaktischer Lehrveranstaltungen werden seither große Erwartungen geknüpft. Aufgrund der Stellung der Disziplin zwischen ihren Bezugswissenschaften (vornehmlich Mathematik und Erziehungswissenschaft, zu nennen wären aber auch Psychologie, die Allgemeine Didaktik, Soziologie und Philosophie) sowie ihres Praxisbezugs als Anwendungswissenschaft übernehmen fachdidaktische Lehrveranstaltungen im Mathematiklehramtsstudium sehr unterschiedliche Aufgaben. So sollen Studierende beispielsweise zum einen mathematische Fachinhalte hinsichtlich ihrer Lehrbarkeit in der Schule kennenlernen, analysieren und praktisch umsetzen. Des Weiteren sollen Studierende lernen, das Fach Mathematik in einer angemessenen und vielfältigen Weise zu betrachten und die Zusammenhänge zwischen universitärer und schulischer Mathematik herzustellen. Und schließlich sollen Studierende durch fachdidaktische Lehrveranstaltungen spezifisch fachdidaktische Erkenntnisse zum Lernen und Lehren von Mathematik kennenlernen und diagnostische Kompetenzen erwerben (vgl. Blum & Henn, 2003).

Angesichts dieser inhaltlichen Aufladung ist es fraglich, ob mathematikdidaktische Lehrveranstaltungen all diese Erwartungen erfüllen können. Würde allerdings das Aufgreifen schul- bzw. elementarmathematischer Lerninhalte durch die Schaffung entsprechender Lerngelegenheiten (vgl. Abschnitt 6.3.1) in den Bereich der fachlichen Ausbildung ausgelagert werden können, so böten sich im Rahmen der mathematikdidaktischen Wissensvermittlung Möglichkeiten, den Ansprüchen zumindest im Ansatz gerecht zu werden. Ein Blick in die Studienpläne verschiedener Hochschulen und die Modulbeschreibungen fachdidaktischer Module im Lehramtsstudium vermittelt den Eindruck, dass es eine Reihe unterschiedlicher Arten fachdidaktischer Lehrveranstaltungen zu geben scheint, deren

Spektrum von überblicksartigen Vorlesungen bis stoffspezifischen Vertiefungsseminaren reicht. Eine Spezialisierung fachdidaktischer Lehrveranstaltungen für das Mathematiklehramtsstudium erscheint allerdings gerade vor dem Hintergrund der studiengangspezifisch unterschiedlichen Wissensentwicklung im Bereich des fachdidaktischen Wissens durchaus sinnvoll. Es ist bislang zwar noch nicht geklärt, welche Formen fachdidaktischer Lehrveranstaltungen am erfolgreichsten mathematikdidaktische Kompetenzen im Lehramtsstudium vermitteln, allerdings entwickelte Leschkowski (2012) auf der Grundlage einer Analyse von Interviews von Studierenden, die an der TEDS-Telekom Studie teilgenommen hatten, Kategorien, anhand derer sich fachdidaktische Lehrveranstaltungen formal, strukturell und inhaltlich klassifizieren lassen. So spielt neben dem Grad der thematischen Spezialisierung von fachdidaktischen Lehrveranstaltungen beispielsweise auch die Positionierung der fachdidaktischen Lehrveranstaltungen im Studienverlauf, das Spektrum des fachdidaktischen Curriculums und die Beziehung zwischen fachdidaktischen und fachwissenschaftlichen Lehrveranstaltungen im Gymnasiallehramtsstudium eine Rolle für den Kompetenzerwerb von Mathematiklehramtsstudierenden.

Gerade wenn es um die Bezüge zwischen den fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Lehrveranstaltungen geht, wird die „Kompartmentalisierung“, also das unverbundene Nebeneinanderstehen der unterschiedlichen Wissensbereiche als kritisch angesehen (MWK, 2013, S. 41). Sinnvoll erscheint – um der Unverbundenheit der Wissensinhalte entgegenzuwirken – in jedem Fall, die Bezüge zwischen Fachwissenschaft und Fachdidaktik zu stärken. Allerdings sollte vor dem Hintergrund der fachdidaktischen Spezialisierung der Lehramtsstudierenden dabei gegebenenfalls differenziert vorgegangen werden. Sofern fachdidaktische Lehrveranstaltungen dahingehend spezialisiert werden, dass die beiden (relativ unabhängigen) mathematikdidaktischen Wissensbereiche der Stoffdidaktik und der unterrichtsbezogenen Mathematikdidaktik nicht gemeinsam in einer Lehrveranstaltung „abgewickelt“ werden müssen, sondern in getrennten Veranstaltungen angeboten werden, bieten sich für beide Arten Lehrveranstaltungen neue und gewinnbringende Möglichkeiten der Verknüpfung fachdidaktischer Lehrinhalte mit anderen Wissensinhalten: Die Ergebnisse der Teilstudien haben gezeigt, dass eine Stärkung der Bezüge zur universitären Mathematik vor allem im Bereich der Stoffdidaktik den größten Einfluss auf den Wissenserwerb der Studierenden haben dürfte, während der Bezug zu fachwissenschaftlichen Lehrveranstaltungen für fachdidaktische Veranstaltungen zu unterrichtsbezogenen mathematikdidaktischen Inhalten ungleich weniger notwendig

erscheint. Stoffdidaktische Lehrveranstaltungen könnten sich daher gerade im Bereich der Studieneingangsphase auf die Themen der Didaktik der Analysis und der Didaktik der Linearen Algebra konzentrieren und so den Wissenserwerb auch in den mathematischen Fachveranstaltungen positiv unterstützen. Auch für den Bereich des Sekundarstufen I-Lehramts könnten entsprechende Veranstaltungen zur Didaktik der Arithmetik und Didaktik der Algebra den Wissenserwerb in den Fachveranstaltungen unterstützen. Zielführend erscheint hier jeweils, die fachdidaktischen Lehrveranstaltungen parallel zu den Fachveranstaltungen anzubieten, da ein zeitlich versetzter Besuch von thematisch verwandten Fach- und Fachdidaktikveranstaltungen vor dem Hintergrund des nicht kontinuierlich verlaufenden fachmathematischen Wissenserwerbs wenig sinnvoll erscheint. Unterrichtsbezogene mathematikdidaktische Lehrveranstaltungen könnten im Gegensatz zu stoffdidaktischen Lehrveranstaltungen hingegen eher curriculare Aspekte der Schulmathematik aufgreifen, sowie ggf. an elementarmathematische Wissensinhalte anknüpfen. Eine weitere Verknüpfungsmöglichkeit besteht in diesem Zusammenhang auch zu schulpraktischen Studien bzw. entsprechend integrativ angelegten Schulpraxisseminaren. Eine derartige Differenzierung innerhalb fachdidaktischer Lehrveranstaltungen könnte nicht zuletzt auch dazu genutzt werden, den Lehramtsstudierenden die Möglichkeit zu geben, sich fachdidaktisch gemäß ihrer eigenen Interessensschwerpunkte zu profilieren und beispielsweise neben dem Besuch von obligatorischen Lehrveranstaltungen zusätzliche Angebote an mathematikdidaktischer Weiterbildung wahrzunehmen.

Literaturverzeichnis

Ableitinger, C. & Herrmann, A. (2011). *Lernen aus Musterlösungen zur Analysis und Linearen Algebra. Ein Arbeits- und Übungsbuch*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner Verlag.

Ableitinger, C., Kramer. J. & Prediger, S. (Hrsg.). (2013). *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerausbildung. Ansätze zu Verknüpfungen der fachinhaltlichen Ausbildung mit schulischen Vorerfahrungen und Erfordernissen*. Wiesbaden: Springer.

ACER (Australian Council for Educational Research for the TEDS-M International Study Center) (2010a). *Released Items. Future Teacher Mathematics Content Knowledge (MCK) and Mathematics Pedagogical Content Knowledge (MPCK) – Primary*. Abgerufen am 15. Oktober 2013 von http://www.acer.edu.au/images/uploads/TEDS-M_Primary_Released_Items.pdf.

ACER (Australian Council for Educational Research for the TEDS-M International Study Center) (2010b). *Released Items. Future Teacher Mathematics Content Knowledge and Mathematics Pedagogical Content Knowledge – Secondary*. Abgerufen am 15. Oktober 2013 von http://www.acer.edu.au/images/uploads/TEDS-M_Secondary_Released_Items.pdf.

Adams, R. J., Wilson, M. R., & Wang, W. (1997). The multidimensional random coefficients multinomial logit model. *Applied Psychological Measurement, 21*, 1-23.

Anderson, L.W., Krathwohl, D.R., Airasian, P.W., Cruikshank, K.A., Mayer, R.E., Pintrich, P.R., Raths, J. & Wittrock, M.C. (Eds.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives (abridged ed.)*. New York: Longman.

Allmendinger, H. (2011). Elementarmathematik vom höheren Standpunkt – eine Begriffsanalyse in Abgrenzung zu Felix Klein. In R. Haug & L. Holzäpfel (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011* (S. 51-54). Münster: WTM-Verlag.

Allmendinger, H. (2012). Hochschulmathematik versus Schulmathematik in Felix Kleins „Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus“. In M. Kleine & M. Ludwig (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. 69-72). Münster: WTM-Verlag.

Allmendinger, H., Lengnink, K., Vohns, A. & Wickel, G. (Hrsg.). (2013). *Mathematik verständlich unterrichten. Perspektiven für Unterricht und Lehrerbildung*. Heidelberg: Springer.

Bargel, T., Multrus, F., Ramm, M & Bargel, H. (2009). *Bachelor-Studierende - Erfahrungen in Studium und Lehre. Eine Zwischenbilanz*. Bonn/Berlin: Bundesministerium für Bildung und Forschung. Abgerufen am 25. September 2013 von http://www.bmbf.de/pub/bachelor_zwischenbilanz_2010.pdf.

Barton, B. (2009). The Klein Project: A Living & Connected View of Mathematics for Teachers. An IMU/ICMI Collaboration: A Short Description. *MSOR Connections*, *8*(4), 16–17.

Bauer, J., Diercks, U., Retelsdorf, J., Kauper, T., Zimmermann, F., Köller, O., Möller, J. & Prenzel, M. (2011). Spannungsfeld Polyvalenz in der Lehrerausbildung. Wie polyvalent sind Lehramtsstudiengänge und was bedeutet dies für die Berufswahlsicherheit der Studierenden? *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *14*(4), 629-649.

Bauer, T. (2012). *Analysis – Arbeitsbuch. Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik – sichtbar gemacht in Aufgaben mit kommentierten Lösungen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In H. Bauersfeld, H. Bussmann, G. Krummheuer, J.H. Lorenz & J. Voigt (Hrsg.), *Lehren und lernen von Mathematik* (S. 1-56). Köln: Aulis.

Baumert, J., Bos, W. & Lehmann, R. (Hrsg.). (2000a). *TIMSSS/III Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie – Mathematische und Naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn. Bd. 1: Mathematische und naturwissenschaftliche Grundbildung am Ende der Pflichtschulzeit*. Opladen: Leske + Budrich.

Baumert, J., Bos, W. & Lehmann, R. (Hrsg.). (2000b). *TIMSSS/III Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie – Mathematische und Naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn. Bd. 2: Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe*. Opladen: Leske + Budrich.

Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Stanat, P., Tillmann, J. & Weiß, M. (Hrsg.). (2001). *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Opladen: Leske & Budrich.

Baumert, J. & Kunter, M. (2006). Stichwort: Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 9*(4), 469–520.

Baumert, J. & Kunter, M. (2011). Das Kompetenzmodell von COACTIV. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum et al. (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 29-53). Münster: Waxmann.

Bausch, I. & Bruder, R. (2013). TELPS – Ein Instrument zur Erforschung und Förderung von mathematikdidaktischem Wissen. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 108-111). Münster: WTM-Verlag.

Becker, G. (1974). Möglichkeiten und Probleme des Elementarisierens im mathematischen Unterricht. *Die Schulwarte*, *10/11*, 10-19.

Behrens, D. & Uptmoor, W. (2013). *Lerngelegenheiten im gymnasialen Mathematiklehramtsstudium. Ergebnisse einer empirischen Untersuchung*. Masterarbeit im Studiengang Lehramt an Gymnasien im Fachbereich Erziehungswissenschaften. Hamburg: Universität Hamburg.

Bellenberg, G. & Reintjes, C. (2010). Chancen zum Professionalisierungsgewinn durch die Bologna-Reform der Lehrerbildung. *Die Deutsche Schule*, *102*(1), 7-20.

Bender, P. (2006). Was sagen uns PISA & Co, wenn wir uns auf sie einlassen? In T. Jahnke & W. Meyerhöfer (Hrsg.), *PISA & Co – Kritik eines Programms* (S. 281-337). Hildesheim: Franzbecker.

Bergmann, K. (2004). Multiperspektivität. In U. Mayer, H.-J. Pandel & G. Schneider (Hrsg.), *Handbuch Methoden im Geschichtsunterricht* (S. 65-77). Schwalbach: Wochenschau-Verlag.

Beutelspacher, A., Danckwerts, R., Nickel, G., Spieß, S. & Wickel, G. (2011). *Mathematik Neu Denken. Impulse für die Gymnasiallehrerausbildung an Universitäten*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner Verlag.

Biehler, R., Hochmuth, R., Fischer, P.R. & Wassong, T. (2011). Transition von Schule zu Hochschule in der Mathematik: Probleme und Lösungsansätze. In R. Haug & L. Holzäpfel (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011* (S. 111-114), Münster: WTM-Verlag.

Blömeke, S. (2004). Empirische Befunde zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung. In S. Blömeke, P. Reinhold, G. Tulodziecki & J. Wildt (Hrsg.), *Handbuch Lehrerbildung* (S. 59-91). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Blömeke, S., Bremerich-Vos, A., Haudeck, H., Kaiser, G., Nold, G., Schwippert, K. & Willenberg, H. (Hrsg.). (2011). *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Bremerich-Vos, A., Kaiser, G., Nold, G., Haudeck, H., Keßler, J.-U. & Schwippert, K. (Hrsg.). (2013). *Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Buchholtz, N., König, J. & Suhl, U. (2012). Zwei Kulturen? Mathematiklehramtsstudierende mit unterschiedlichen Zweitfächern. In W. Blum, R. Borromeo Ferri & K. Maaß (Hrsg.), *Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität: Festschrift für Gabriele Kaiser* (S. 184-195). Wiesbaden: Vieweg + Teubner.

Blömeke, S. & Delanay, S. (2012). Assessment of teacher knowledge across countries: a review of the state of research. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education (ehemals Zentralblatt für Didaktik der Mathematik), 44*(3), 223-247.

Blömeke, S., Felbrich, A. & Müller, C. (2008). Theoretischer Rahmen und Untersuchungsdesign. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und –referendare. Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung* (S. 15-48). Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Houang, R. & Suhl, U. (2011). TEDS-M: Diagnosing teacher knowledge by applying multidimensional item response theory and multi-group models. *IERI Monograph Series: Issues and Methodologies in Large-Scale Assessments, 4*, 109-126.

Blömeke, S., Hsieh, F.-J., Kaiser, G. & Schmidt, W.H. (Hrsg.). (2014). *International Perspectives on Teacher Knowledge, Beliefs and Opportunities to Learn*. Dordrecht u.a.: Springer.

Blömeke, S. & Kaiser, G. (2012). Homogeneity or heterogeneity? Profiles of opportunities to learn in primary teacher education and their relationship to cultural context and outcomes. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education (ehemals Zentralblatt für Didaktik der Mathematik), 44*(3), 249-264.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Döhrmann, M. (2011). Bedingungsfaktoren des fachbezogenen Kompetenzerwerbs von Lehrkräften. Zum Einfluss von Ausbildungs-, Persönlichkeits- und Kompositionsmerkmalen in der Mathematiklehrerausbildung für die Sekundarstufe I. *Zeitschrift für Pädagogik* (57. Beiheft), *57*, 77-103.

Blömeke, S., Kaiser, G., Döhrmann, M. & Lehmann, R. (2010). Mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen angehender Sekundarstufen-I-Lehrkräfte im internationalen Vergleich. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008. Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender*

Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich (S. 197-238). Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G., Döhrmann, M., Suhl, U. & Lehmann, R. (2010). Mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008. Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich* (S. 195-252). Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (Hrsg.). (2008). *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und –referendare. Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (Hrsg.). (2010a). *TEDS-M 2008. Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (Hrsg.). (2010b). *TEDS-M 2008. Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S. & Paine, L. (2008). Getting the fish out of the water: Considering benefits and problems of doing research on teacher education at an international level. *Teaching and Teacher Education, 24*(4), 2027–2037.

Blömeke, S., Suhl, U. & Kaiser, G. (2011). Teacher education effectiveness: Quality and equity of future primary teachers' mathematics and mathematics pedagogical content knowledge. *Journal of Teacher Education, 62*(2), 154-171.

Blömeke, S., Suhl, U., Kaiser, G. & Döhrmann, M. (2012). Family background, entry selectivity and opportunities to learn: What matters in primary teacher education? An international comparison of fifteen countries. *Teaching and Teacher Education*, *11*(1), 23-31.

Blum, W. & Henn, H.-W. (2003). Zur Rolle der Fachdidaktik in der universitären Gymnasiallehrerausbildung. *Der Mathematische und Naturwissenschaftliche Unterricht, 56*(2), 68–76.

Blum, W., Krauss, S. & Neubrand, M. (2011). COACTIV - Ein mathematikdidaktisches Projekt? In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 329–343). Münster: Waxmann.

Bortz, J. & Döring, N. (2006). *Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler* (4. Auflage). Berlin, Heidelberg: Springer.

Bremerich-Vos, A. & Dämmer, J. (2013). Professionelles Wissen im Studienverlauf: Lehramt Deutsch. In S. Blömeke, A. Bremerich Vos, G. Kaiser, G. Nold, H. Haudeck, J.-U. Keßler & K. Schwippert (Hrsg.), *Professionelle Kompetenzen im Studienverlauf. Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (S. 47-75). Münster: Waxmann.

Briedis, K., Egorova, T., Heublein, U., Lörz, M., Middendorff, E., Quast, H. & Spangenberg, H. (2008). Studienaufnahme, Studium und Berufsverbleib von Mathematikern. Einige Grunddaten zum Jahr der Mathematik. *Forum Hochschule, F09/2008*, Hannover: HIS.

Bromme, R. (1992). *Der Lehrer als Experte: Zur Psychologie des professionellen Wissens*. Bern: Huber.

Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers‘ professional knowledge. In R. Biehler, R.W. Scholz, R. Sträßer & B. Winkelmann (Hrsg.), *Mathematics Didactics as a Scientific Discipline: The State of the Art* (S. 77-88). Dordrecht: Kluwer.

Bromme, R. (1997). Kompetenzen, Funktionen und unterrichtliches Handeln des Lehrers. In F.E. Weinert (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie: Psychologie des Unterrichts und der Schule* (Bd. 3, S. 177-212). Göttingen: Hogrefe.

Bruckmaier, G., Krauss, S., Leiss, D., Blum, W. & Neubrand, M. (2013). COACTIV-Video: Eine unterrichtsnahe Erfassung fachdidaktischen Wissens mittels Videovignetten. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 212-215). Münster: WTM-Verlag.

Bruder, R., Elschenbroich, J., Greefrath, G., Henn, H.-W., Kramer, J. & Pinkernell, G. (2010). *Schnittstelle Schule – Universität. Positionspapier der Gemeinsamen Mathematik-Kommission Übergang Schule/Hochschule der DMV, GDM und MNU*. Abgerufen am 25. September 2013 von http://www.mathematik-schule-hochschule.de/images/Materialien/PDF/schnittstellen-muenchen.pdf.

Buchholtz, N. & Behrens, D. (eingereicht). Anschaulichkeit in der Studieneingangsphase aus Sicht der Lehramtsstudierenden – Ein hochschuldidaktisches Prinzip? *mathematica didactica*.

Buchholtz, N. & Blömeke, S. (2012). Mathematik unterrichten lernen. Zur Wirksamkeit hochschuldidaktischer Innovationen in der Mathematik-Lehrerausbildung. In D. Bosse, L. Criblez & T. Hascher (Hrsg.), *Reform der Lehrerbildung in Deutschland, Österreich und der Schweiz. Teil 1: Analyse, Perspektiven und Forschung* (S. 255-276). Immenhausen bei Kassel: Prolog- Verlag.

Buchholtz, N., Blömeke, S., Kaiser, G., König, J., Lehmann, R., Schwarz, B. & Suhl, U. (2011). Entwicklung von Professionswissen im Lehramtsstudium: eine Längsschnittstudie an fünf deutschen Universitäten. In K. Eilerts, A. Hilligus, G. Kaiser & P. Bender (Hrsg.), *Kompetenzorientierung in Schule und Lehrerbildung* (S. 201-214). Münster: Lit Verlag.

Buchholtz, N. & Kaiser, G. (2012). Zur Konzeptualisierung des mathematikdidaktischen Wissens – Beitrag im Rahmen des AK Vergleichsuntersuchungen im Mathematikunterricht. In M. Ludwig & M. Kleine (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. 997-1000). Münster: WTM-Verlag.

Buchholtz, N. & Kaiser, G. (2013a). Professionelles Wissen im Studienverlauf: Lehramt Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, G. Kaiser, G. Nold, H. Haudeck, J.-U.

Keßler & K. Schwippert (Hrsg.), *Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (S. 107-143). Münster: Waxmann.

Buchholtz, N. & Kaiser, G. (2013b). Improving Mathematics Teacher Education in Germany: Empirical Results from a longitudinal Evaluation of innovative Programs. *International Journal for Science and Mathematics Education, 11*(4), 949-977.

Buchholtz, N., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2013). Die Entwicklung von Beliefs von Lehramtsstudierenden in der Studieneingangsphase – Ergebnisse aus TEDS-Telekom. In G. Greefrath, W. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 220-223). Münster: WTM-Verlag.

Buchholtz, N., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2014). Die Erhebung mathematikdidaktischen Wissens – Konzeptualisierung einer komplexen Domäne. *Journal für Mathematik-Didaktik.* Abgerufen am 28. Januar 2014 von doi: 10.1007/s13138-013-0057-y

Buchholtz, N., Kaiser, G. & Stancel-Piątak, A. (2011). Professionelles Wissen von Studierenden des Lehramts Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, H. Haudeck, G. Kaiser, G. Nold, K. Schwippert & H. Willenberg (Hrsg.), *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT* (S. 101-133). Münster: Waxmann.

Buchholtz, N., Leung, F.K.S., Ding, L., Kaiser, G., Park, K. & Schwarz, B. (2013). Future mathematics teachers' professional knowledge of elementary mathematics from an advanced standpoint. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education (ehem. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik), 45*(1), 107-120.

Buchholtz, N., Scheiner, T., Döhrmann, M., Suhl, U., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2012). *TEDS-shortM. Teacher Education and Development Study – Short Test on Mathematics Content Knowledge (MCK) and Mathematics Pedagogical Content Knowledge (MPCK). Kurzfassung der mathematischen und mathematikdidaktischen Testinstrumente aus TEDS-M, TEDS-LT und TEDS-Telekom*. Hamburg: Universität Hamburg.

Buchholtz, N. & Schwarz, B. (2012). Professionelles Wissen im Bereich der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt von Lehramtsstudierenden im Fach Mathematik. In W. Blum, R. Borromeo Ferri & K. Maaß (Hrsg.), *Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität: Festschrift für Gabriele Kaiser* (S. 238-248). Wiesbaden: Vieweg + Teubner.

Büchter, A. (2011). *Zur Erforschung von Mathematikleistung. Theoretische Studie und empirische Untersuchung des Einflussfaktors Raumvorstellung*. Dissertation. Dortmund: Technische Universität Dortmund.

Buschmann, M. (1996). Multiperspektivität – Alle Macht dem Leser? *Wirkendes Wort*, *46*(2), 259-275.

Dankwerts, R. (2013). Angehende Gymnasiallehrer(innen) brauchen eine „Schulmathematik vom höheren Standpunkt“! In C. Ableitinger, J. Kramer und S. Prediger (Hrsg.), *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung* (S.77-94). Wiesbaden: Springer.

Darnstädt, J. (2010). *Das Bachelorstudium in der Umbruchsituation. Studium und Berufseinstieg von Absolventen geisteswissenschaftlicher Bachelorstudiengänge der Ruhr-Universität Bochum*. Dissertation. Bochum: Ruhr-Universität Bochum. Abgerufen am 25. September 2013 von http://www-brs.ub.ruhr-uni-bochum.de/netahtml/HSS/Diss/Darn staedtJana/diss.pdf.

Deiser, O., Heinze, A. & Reiss, K. (2012). Elementarmathematik vom höheren Standpunkt: Warum ist $0,\overline{9}=1$? In W. Blum, R. Borromeo Ferri & K. Maaß (Hrsg.), *Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität. Festschrift für Gabriele Kaiser* (S. 249-264). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Deutsche Telekom Stiftung (Hrsg.). (2010). *Mathematik Neu Denken: Empfehlungen zur Neuorientierung der universitären Lehrerbildung im Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt*. Bonn: Deutsche Telekom Stiftung.

Deutsche Telekom Stiftung (Hrsg.). (2013). *Hochschulwettbewerb MINT-Lehrerausbildung. Ausgewählte Projektbeispiele der geförderten Universitäten*. Bonn: Deutsche Telekom Stiftung.

Dieter, M., Brugger, P., Schnelle, D. & Törner, G. (2008). Zahlen rund um das Mathematikstudium – Teil 3. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker Vereinigung, 16*(3), 176-182.

DMV, GDM & MNU (Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Gesellschaft für Didaktik der Mathematik & Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts e.V.) (2008). Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik. Empfehlungen von DMV, GDM, MNU. Abgerufen am 21. Oktober 2013 von http://www.math.uni-sb.de/ag/lambert/LAHLAR/StandardsLehrerbildungMathematik.pdf.

DMV, GDM & MNU (Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Gesellschaft für Didaktik der Mathematik & Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts e.V.) (2013). Wider die Nivellierung des gymnasialen und nicht-gymnasialen Sekundarschullehramts. Stellungnahme der Gemeinsamen Kommission der DMV, GDM und MNU zur Lehrerbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 95*, S. 44.

Döhrmann, M., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2010). Messung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens: Theoretischer Rahmen und Teststruktur. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008. Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich* (S. 169-196). Münster: Waxmann.

Döhrmann, M., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2012). The conceptualisation of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education (ehemals Zentralblatt für Didaktik der Mathematik), 44*(3), 325-340.

Eilerts, K. (2009). *Kompetenzorientierung in der Mathematik-Lehrerausbildung: empirische Untersuchung zu ihrer Implementierung. Paderborner Beiträge zur Unterrichtsforschung und Lehrerbildung* (Bd. 14). Zürich: LIT-Verlag.

Ernst, S. (2006). Die Evaluation von Qualität – Möglichkeiten und Grenzen von Gruppendiskussionsverfahren. In U. Flick (Hrsg.), *Qualitative Evaluationsforschung. Konzepte – Methoden – Umsetzung* (S. 183-213). Reinbek: Rowohlt Taschenbuch Verlag.

Fischer, A. (2007). Gegenseitige Beeinflussungen von Darstellungen und Vorstellungen zum Vektorraumbegriff. *Journal für Mathematik-Didaktik, 28*(3/4), 311 – 330.

Fischer, A., Heinze, A. & Wagner, D. (2009). Mathematiklernen in der Schule-Mathematiklernen in der Hochschule: Die Schwierigkeiten von Lernenden beim Übergang ins Studium. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht* (S. 245-263). Münster: Waxmann.

Fried, L. (2004). Polyvalenz und Professionalität. In S. Blömeke, P. Reinhold, G. Tulodziecki & J. Wildt (Hrsg.), *Handbuch Lehrerbildung* (S. 232-242). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

GDM & DMV (Gesellschaft für Didaktik der Mathematik & Deutsche Mathematiker-Vereinigung) (2010). Ausbildung von Mathematiklehrerinnen und –lehrern im internationalen Vergleich. Stellungnahme der Fachverbände zur Vergleichsstudie TEDS-M. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 89*, 31-32.

Göller, R., Kortemeyer, J., Liebendörfer, M., Biehler, R., Hochmuth, R., Krämer, J., Ostsieker, L. & Schreiber, S. (2013). Instrumentenentwicklung zur Messung von Lernstrategien in mathematikhaltigen Studiengängen. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 360-363). Münster: WTM-Verlag.

Grigutsch, S., Raatz, U. & Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik, 19*(1), 3–45.

Hartig, J. & Höhler, J. (2010). Modellierung von Kompetenzen mit mehrdimensionalen IRT-Modellen. In E. Klieme, D. Leutner & M. Kenk (Hrsg.), *Kompetenzmodellierung. Zwischenbilanz des DFG-Schwerpunktprogramms und Perspektiven des Forschungsansatzes. Zeitschrift für Pädagogik* (Beiheft 56, S. 189-198). Weinheim und Basel: Beltz.

Hartig, J. & Kühnbach, O. (2006). Schätzung von Veränderung mit Plausible Values in mehrdimensionalen Rasch-Modellen. In A. Ittel & H. Merkens (Hrsg.), *Veränderungsmessung und Längsschnittstudien in der der Erziehungswissenschaft* (S. 27-44). Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.

Hefendehl-Hebeker, L. (2013). Mathematisch fundiertes fachdidaktisches Wissen. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 432-435). Münster: WTM-Verlag.

Herrmann, A. (2012). Mathematik besser verstehen. In M. Ludwig & M. Kleine (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. 979-980). Münster: WTM-Verlag.

Heublein, U., Schmelzer, R. & Sommer, D. (2008). *Die Entwicklung der Studienabbruchquote an den deutschen Hochschulen. Ergebnisse einer Berechnung des Studienabbruchs auf der Basis des Absolventenjahrgangs 2006*. Projektbericht 2008, Hannover: HIS. Abgerufen am 26. September 2013 von http://www.bmbf.de/pubRD/his-projektbericht-studienabbruch.pdf.

Hill, H.C., Loewenberg Ball, D. & Schilling, S.G. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39*(4), 372-400.

HIS (Hochschul-Informations-System GmbH) (2006). *Ergebnisbericht zur begleitenden Evaluation des Modellversuchs „Gestufte Lehrerausbildung" an den Universitäten Bielefeld und Bochum*. Hannover: HIS. Abgerufen am 26. September 2013 von http://zlb.uni-due.de/wiki/images/a/ac/Evaluation_Modellversuch_Zusammenfassung.pdf.

Hölzl, R. (2013). Mathematisches Fachwissen für angehende Lehrpersonen der Sekundarstufe I – in welchem Umfang erwerben, auf welche Art?. In H. Allmendinger, K. Lengnink, A. Vohns & G. Wickel (Hrsg.), *Mathematik verständlich unterrichten* (S. 189-200).

Hofstede, G. (1986). Cultural differences in teaching and learning. *International Journal of Intercultural Relations*, *10*, 301–320.

HRK (Hochschulrektorenkonferenz) (2006). *Empfehlung zur Zukunft der Lehrerbildung in den Hochschulen (Entschließung des 206. Plenums am 21.2.2006)*. Bonn: HRK. Abgerufen am 26. September 2013 von http://www.hrk.de/uploads/media/HRK_Beschluss_Lehrerbildung_2006.pdf.

Hsieh, F.-J., Chu, C.-T., Hsieh, C.-J. & Lin, P.-J. (2014). In-depth Analyses of Different Countries' Responses to MCK Items: A View on the Differences Within and Between East and West. In S. Blömeke, F.-J. Hsieh, G. Kaiser & W.H. Schmidt (Hrsg.), *International Perspectives on Teacher Knowledge, Beliefs and Opportunities to Learn* (S. 115-140). Dordrecht u.a.: Springer.

Hsieh, F.-J., Law, C.-K., Shy, H.-Y., Wang, T.-Y., Hsieh, C.-J. & Tang, S.-J. (2014). A Conceptualization of Indicators for Mathematics Teacher Education Quality for International Studies. In S. Blömeke, F.-J. Hsieh, G. Kaiser & W.H. Schmidt (Hrsg.), *International Perspectives on Teacher Knowledge, Beliefs and Opportunities to Learn* (S. 457-482). Dordrecht u.a.: Springer.

Hsieh, F.-J., Lin, P.-J. & Wang, T.-Y. (2012). Mathematics-related teaching competence of Taiwanese future teachers: evidence from TEDS-M. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education (ehemals Zentralblatt für Didaktik der Mathematik)*, *44*(3), 277-292.

Hsieh, F.-J., Wu, P.-C. & Wang, T.-Y. (2014). Why Did Taiwan Excel: hot Topics and Pressing Issues. In S. Blömeke, F.-J. Hsieh, G. Kaiser & W.H. Schmidt (Hrsg.), *International Perspectives on Teacher Knowledge, Beliefs and Opportunities to Learn* (S. 141-161). Dordrecht u.a.: Springer.

Hußmann, S. & Selter, C. (Hrsg.). (2013). *Diagnose und individuelle Förderung in der MINT-Lehrerbildung Das Projekt dortMINT*. Münster: Waxmann.

Jahnke, T. (1998). Zur Kritik und Bedeutung der Stoffdidaktik. *mathematica didactica, 21*(2), 61-74.

Jahnke, T. & Meyerhöfer, W. (Hrsg.). (2006). *PISA & Co – Kritik eines Programms*. Hildesheim: Franzbecker.

Jansing, B., Haudeck, H., Keßler, J.-U., Nold, G. & Stancel-Piątak, A. (2013). Professionelles Wissen im Studienverlauf: Lehramt Englisch. In S. Blömeke, A. Bremerich Vos, G. Kaiser, G. Nold, H. Haudeck, J.-U. Keßler & K. Schwippert (Hrsg.), *Professionelle Kompetenzen im Studienverlauf. Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (S. 77-106). Münster: Waxmann.

Kaiser, G. (2000). Internationale Vergleichsuntersuchungen im Mathematikunterricht – Eine Auseinandersetzung mit ihren Möglichkeiten und Grenzen. *Journal für Mathematikdidaktik, 21*(3/4), 171-192.

Kaiser, G., Benthien, J., Döhrmann, M., König, J. & Blömeke, S. (2013). Expert Rating as an Instrument for Validating Results of Video-based Testing. In A. Lindmeier & A. Heinze (Hrsg.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Bd. 5, S. 83). Kiel: PME.

Kaiser, G. & Blömeke, S. (2013). Learning from the Eastern and the Western debate: the case of mathematics teacher education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 45*(1), 7-19.

Kaiser, G. & Buchholtz, N. (in Druck). Overcoming the gap between university and school mathematics. The impact of an innovative programme in mathematics teacher education at the Justus-Liebig University in Gießen. In S. Rezat & M. Hattermann (Hrsg.), *Transformation – A Fundamental Idea of Mathematics Education*. Heidelberg: Springer.

Kaiser, G., Buchholtz, N., Schwarz, B., Blömeke, S., Lehmann, R., Suhl, U., König, J. & Rinkens, H.-D. (2010). Kompetenzentwicklung in der Mathematik-Gymnasiallehrerausbildung – eine empirische Studie an fünf deutschen Universitäten. In A. Lindmeier & S. Ufer (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2010* (S. 465-468). Münster: WTM-Verlag.

Kaiser, G., & Li, Y. (2011). Reflections and future prospects. In Y. Li & G. Kaiser (Hrsg.), *Expertise in mathematics instruction. An international perspective* (S. 343–353). New York: Springer.

Keitel, C. & Otte, M. (1979). Probleme der Professionalisierung und des professionellen Wissens des Mathematiklehrers. *Mathematisch-Physikalische Semesterberichte, 2,* 154-176.

Kelle, U. (2008). *Die Integration qualitativer und quantitativer Methoden in der empirischen Sozialforschung. Theoretische Grundlagen und methodologische Konzepte* (2. Aufl.). Wiesbaden: VS-Verlag für Sozialwissenschaften.

Kelle, U. & Buchholtz, N. (in Druck). Mixed methods in the research of mathematics education. In A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping & N. Presmeg (Hrsg.), *Doing (qualitative) research: Methodology and methods in mathematics education*. Heidelberg: Springer.

Kirchgraber, U. (2008). Zur Mathematiklehrpersonenausbildung fürs Gymnasium an der ETH Zürich. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 110*, 143–159.

Kirsch, A. (1977). Aspekte des Vereinfachens im Mathematikunterricht. *Didaktik der Mathematik, 5*(2), 87-101.

Klein, F. (1908). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Teil 1: Arithmetik, Algebra, Analysis*. Leipzig: Teubner.

KMK (Sekretariat der ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland) (2004). *Standards für die Lehrerbildung: Bildungswissenschaften (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.12.2004).*

Abgerufen am 25. September 2013 von http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_12_16-Standards-Lehrerbildung.pdf.

KMK (Sekretariat der ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland) (2005). *Eckpunkte für die gegenseitige Anerkennung von Bachelor- und Masterabschlüssen in Studiengängen, mit denen die Bildungsvoraussetzungen für ein Lehramt vermittelt werden (Beschluss der KMK vom 2.6.2005).* Bonn: KMK. Abgerufen am 26. September 2013 von http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2005/2005_06_02-Bachelor-Master-Lehramt.pdf.

KMK (Sekretariat der ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland) (2008). *Ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerbildung (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.10.2008 i. d. F. vom 16.05.2013).* Abgerufen am 25. September 2013 von http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2008/2008_10_16_Fachprofile-Lehrerbildung.pdf.

KMK (Sekretariat der ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland) (2011). *Lehrereinstellungsbedarf und Lehrereinstellungsangebot in der Bundesrepublik Deutschland. Modellrechnung 2010 – 2020*. Abgerufen am 06. Oktober 2013 von http://www.kmk.org/fileadmin/pdf/Statistik/BERICHT_MODELLRECHNUNG_online.pdf.

Knievel, I. & Heinze, A. (2012). Erfassung der fachspezifischen professionellen Kompetenzen von Mathematiklehrkräften in der Grundschule. In M. Kleine & M. Ludwig (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. 457-460). Münster: WTM-Verlag.

König, J., Blömeke, S., Klein, P., Suhl, U., Busse, A. & Kaiser, G. (angenommen mit minor revisons). Teachers' general pedagogical knowledge as a premise for noticing and interpreting classroom situations? On the standardized measurement of teachers' professional competencies. *Teacher and Teacher Education*.

Krämer, J., Wendrich, L., Haase, J., Bender, P., Biehler, R., Blum, W., Hochmuth, R. & Schukajlow, S. (2012). Was bewirkt die Mathe-Pflichtvorlesung? Entwicklung von Arithmetik-Fachwissen und Einstellungen bei Studienanfängern des Grundschullehramts. In M. Ludwig & M. Kleine (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. 493-496). Münster: WTM-Verlag.

Krauss, S., Blum, W., Brunner, M., Neubrand, M., Baumert, J., Kunter, M., Besser, M. & Elsner, J. (2011). Konzeptualisierung und Testkonstruktion zum fachbezogenen professionswissen von Mathematiklehrkräften. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 135-161). Münster: Waxmann.

Kricke, M. & Reich, K. (2011). *Kritische Bemerkungen zu den Eckdaten der Reform der deutschen Lehrer/innenbildung*. Abgerufen am 26. September 2013 von http://www.hf.uni-koeln.de/data/lebama/File/Kricke_Reich_LehrerInnenbildung_reformieren_2011.pdf.

Kromrey, H. (1995). Evaluation. Empirische Konzepte zur Bewertung von Handlungsprogrammen und die Schwierigkeiten ihrer Realisierung. *Zeitschrift für Sozialforschung und Erziehungssoziologie*, *15*(4), 313-336.

Kunter, M. & Baumert, J. (2011). Das COACTIV-Forschungsprogramm zur Untersuchung professioneller Kompetenz von Lehrkräften – Zusammenfassung und Diskussion. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum et al. (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 345-366) . Münster, Waxmann.

Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (Hrsg.) (2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster: Waxmann.

Kwon, O.N. & Ju, M.-K. (2012). Standards for professionalization of mathematics teachers: policy, curricula, and national teacher employment test in Korea. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education (ehemals Zentralblatt für Didaktik der Mathematik)*, *44*(2), 211-222.

Lazarevic, C. (2013). Analyse und Bewertung von Unterricht durch Mathematiklehrkräfte in der Berufseinstiegsphase. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 604-607). Münster: WTM-Verlag.

Leitner, E. (1998). Die Hochschuldidaktik und die Qualität der Hochschullehre. In W. Michl, P. Krupp & Y. Stry (Hrsg.), *Didaktische Profile der Fachhochschulen* (S. 9-24). Neuwied: Luchterhand.

Leschkowski, P. (2012). *Erfahrungen von Studierenden mit fachdidaktischen Lehrveranstaltungen im Mathematiklehramtsstudium*. Bachelorarbeit im Studiengang Lehramt an Gymnasien im Fachbereich Erziehungswissenschaften. Hamburg: Universität Hamburg.

Leuchter, M., Reusser, K., Pauli, C. & Klieme, E. (2008). Zusammenhänge zwischen unterrichtsbezogenen Kognitionen und Handlungen von Lehrpersonen. In M. Gläser-Zikuda & J. Seifried (Hrsg.), *Lehrerexpertise – Analyse und Bedeutung unterrichtlichen Handelns* (S. 165-185). Münster: Waxmann.

Leung, F.K.S. (2006). Mathematics education in East Asia and the West: Does culture matter? In F.K.S. Leung, K.-D. Graf & F.J. Lopez-Real (Hrsg.), *Mathematics education in different cultural traditions - a comparative study of East Asia and the West. The 13th ICMI Study* (S. 21–46). New York: Springer.

Li, Y. (2014). Learning About and Improving Teacher Preparation for Teaching Mathematics from an International Perspective. In S. Blömeke, F.-J. Hsieh, G. Kaiser & W. H. Schmidt (Hrsg.), *International Perspectives on Teacher Knowledge, Beliefs and Opportunities to Learn* (S. 49-57). Dordrecht u.a.: Springer.

Lindemann, U. (1999). Die Ungleichzeitigkeit des Gleichzeitigen: Polyperspektivismus, Spannung und der iterative Modus der Narration bei Samuel Richardson, Choderlos de Laclos, Ludwig Tieck, Wilkie Collins und Robert Browning. In K. Röttgers & M. Schmitz-Emans (Hrsg.), *Perspektive in Literatur und bildender Kunst* (S. 48-81). Essen: Die Blaue Eule.

Lindmeier, A. (2011). *Modeling and measuring knowledge and competencies of teachers: A threefold domain-specific structure model for mathematics*. Münster: Waxmann.

Lindmeier, A., Heinze, A. & Reiss, K. (2013). Eine Machbarkeitsstudie zur Operationalisierung aktionsbezogener Kompetenz von Mathematiklehrkräften mit videobasierten Maßen. *Journal für Mathematik-Didaktik, 34*(1), 99–119.

Loch, C., Lindmeier, A. & Heinze, A. (2013). Instrumententwicklung zur Erfassung professionellen Wissens von Lehramtsstudierenden. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 624-627). Münster: WTM-Verlag.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics. Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Mayring, P. (2000). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken*. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.

Mentz, I. (2012). Eine dialogische Lineare Algebra 1 – ein neuer Weg in der Studieneingangsphase des Mathematikstudiums. In M. Kleine & M. Ludwig (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. 589-595). Münster: WTM-Verlag.

MIWFT (Ministerium für Innovation, Wissenschaft, Forschung und Technologie Nordrhein-Westfalen) (Hrsg.). (2007). Ausbildung von Lehrerinnen und Lehrern in Nordrhein-Westfalen. Empfehlungen der Expertenkommission zur Ersten Phase. Düsseldorf: MIWFT. Abgerufen am 22. Oktober 2013 von https://www.ph-freiburg.de/fileadmin/dateien/zentral/rektorat/infos/broschuere_baumert.pdf.

Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Beaton, A.E., Gonzalez, E.J., Kelly, D.L. & Smith, T.A. (1998). *Mathematics and Science Achievement in the Final Year of Secondary School: IEA's Third International Mathematics and Science Study*. Chestnut Hill, MA: TIMSS International Study Center, Boston College.

MWK (Ministerium für Wissenschaft, Forschung und Kunst Baden-Württemberg) (Hrsg.). (2013). *Expertenkommission zur Weiterentwicklung der Lehrerbildung in Baden-Württemberg. Empfehlungen*. Stuttgart: MWK. Abgerufen am 26. September 2013 von http://mwk.baden-wuerttemberg.de/fileadmin/pdf/studium/Expertenkommission_Lehrerbildung/RZ_MfWFK_Bericht_Expertenkommission_Web.pdf.

Neuhaus, V. (1971). *Typen multiperspektivischen Erzählens*. Köln: Böhlau.

Nietzsche, F. (1997). Zur Genealogie der Moral. Eine Streitschrift. In K. Schlechta (Hrsg.), *Friedrich Nietzsche, Werke in drei Bänden* (Bd. 2). Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) (Hrsg.). (2001). *Knowledge and skills for life: first results from the OECD Programme for International Student Assessment (PISA) 2000*. Paris: OECD.

Rach, S. & Heinze, A. (2013). Welche Studierenden sind im ersten Semester erfolgreich? Zur Rolle von Selbsterklärungen beim Mathematiklernen in der Studieneingangsphase. *Journal für Mathematik-Didaktik, 34*(1), 121-147.

Rasch, G. (1960). *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. Copenhagen: Danish Institute for Educational Research.

Reckase, M. D. (2009). *Multidimensional Item Response Theory*. New York: Springer.

Reiss, K., Prenzel, M., Rinkens, H.-D. & Kramer, J. (2010). Konzepte der Lehrerbildung. In A. Lindmeier & S. Ufer (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2010* (S. 91-98). Münster: WTM-Verlag.

Rindermann, H. (1999). Was zeichnet gute Lehre aus? Ergebnisse einer offenen Befragung von Studierenden und Lehrenden. *Zeitschrift für Hochschuldidaktik, 23*(1), 136-156.

Rindermann, H. (2001). *Lehrevaluation – Einführung und Überblick zu Forschung und Praxis der Lehrveranstaltungsevaluation an Hochschulen. Mit einem Beitrag zur Evaluation computerbasierten Unterrichts*. Landau: Verlag Empirische Pädagogik.

Rindermann, H. (2003). Lehrevaluation an Hochschulen: Schlussfolgerungen aus Forschung und Anwendung für Hochschulunterricht und seine Evaluation. *Zeitschrift für Evaluation, 3*(2), 233-256.

Rinkens, H.-D., Hilligus, A.H. & Lenhard, H. (2009). Zentren für Bildungsforschung und Lehrerbildung - Chancen für die institutionelle Zusammenarbeit von Universität und Studienseminar? *Seminar - Lehrerbildung und Schule*, 2, 62-72.

Rothland, M. (2010). Berufsorientierung und –motivation in der konsekutiven Lehrerbildung: diffus, trügerisch und defizitär?. Befunde einer vergleichenden Untersuchung. *Die Deutsche Schule, 102*(1), 21-36.

Rowland, T., Turner, F. & Thwaites, A. (2014). Research into teacher knowledge: a stimulus for development in teacher education practice. Erscheint in *ZDM – The International Journal on Mathematics Education (ehem. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik), 46*(2).

Rowland, T. & Ruthven, K. (Hrsg.) (2011). *Mathematical Knowledge in Teaching*. Dordrecht: Springer.

Rost, J. (1996). *Lehrbuch Testtheorie Testkonstruktion*. Bern: Verlag Hans Huber.

Russ, R.S., Sherin, B. & Sherin, M.G. (2011). Images of expertise in mathematics teaching. In Y. Li & G. Kaiser (Hrsg.), *Expertise in mathematics instruction. An international perspective* (S. 41-60). New York: Springer.

Schmidt, W.H. & Cogan, L. (2014). Greater Expectations in Lower Secondary Mathematics Teacher Preparation: An Examination of Future Teachers' Opportunity to Learn Profiles. In S. Blömeke, F.-J. Hsieh, G. Kaiser & W.H. Schmidt (Hrsg.), *International*

Perspectives on Teacher Knowledge, Beliefs and Opportunities to Learn (S. 393-414). Dordrecht u.a.: Springer.

Schmidt, W.H., Cogan, L. & Houang, R. (2011). The Role of Opportunity to Learn in Teacher Preparation: An International Context. *Journal for Teacher Education, 62*(2), 138-153.

Schmidt, W.H., Tatto, M.T., Bankov, K., Blömeke, S., Cedillo, T., Cogan, L., Han, S.I., Houang, R., Hsieh, F.J., Paine, L., Santillan, M. & Schwille, J. (2007). *The preparation gap: Teacher education for middle school mathematics in six countries. Mathematics teaching in the 21st Century (MT21)*. East Lansing, MI: MSU Center for Research in Mathematics and science Education.

Schwarz, B. (2013). *Professionelle Kompetenz von Mathematiklehramtsstudierenden - Eine Analyse der strukturellen Zusammenhänge*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Schwarz, B., Herrmann, P., Kaiser, G., Richter, B. & Struckmeier, G. (2013). Ein Projekt zur Unterstützung angehender Mathematiklehrkräfte in der ersten Phase ihres Studiums - Erste Erfahrungen aus der Begleitung einführender fachmathematischer Lehrveranstaltungen. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 938-941). Münster: WTM-Verlag.

Scriven, M. (1991). *Evaluation Thesaurus*. Newbury Park u.a.: Sage.

Sherin, M.G., Jacobs, V.R. & Philipp, R.A. (Hrsg.). (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Siu, F.K., Siu, M.K., & Wong, N.Y. (1993). Changing times in mathematics education: The need of a scholar-teacher. In C.C. Lam, H.W. Wong, & Y.W. Fung (Hrsg.), *Proceedings of the international symposium on curriculum changes for Chinese communities in Southeast Asia: Challenges of the 21st century* (S. 223–226). Hongkong: The Chinese University of Hong Kong.

Siu, M.K. (2009). Mathematics education in East Asia from antiquity to modern times. In K. Bjarnadottir, F. Furinghetti & G. Schubring (Hrsg.), *Dig where you stand: Proceedings of*

the Conference on On-going Research in the History of Mathematics Education, Garðabær 2009, (S. 197–208). Reykjavík: School of Education of University of Iceland.

Shulman, L.S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of a new reform. *Havard Educational Research, 57*, 1-22.

Stancel-Piątak, A., Faria, J.A., Dämmer, J., Jansing, B., Keßler, J.-U. & Schwippert, K. (2013). Lerngelegenheiten und Veranstaltungsqualität im Studienverlauf. In S. Blömeke, A. Bremerich Vos, G. Kaiser, G. Nold, H. Haudeck, J.-U. Keßler & K. Schwippert (Hrsg.), *Professionelle Kompetenzen im Studienverlauf. Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (S. 189-229). Münster: Waxmann.

Stancel-Piątak, A., Schwippert, K. & Doll, J. (2011). Lerngelegenheiten von Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehramtsstudierenden. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, H. Haudeck, G. Kaiser, G. Nold, K. Schwippert & H. Willenberg (Hrsg.), Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT (S. 159-175). Münster: Waxmann.

Steinbring, H. (1998). Mathematikdidaktik: Die Erforschung theoretischen Wissens in sozialen Kontexten des Lernens und Lehrens. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education (ehemals Zentralblatt für Didaktik der Mathematik), 98*(5), 161-167.

Steinbring, H. (2011). Changed views on Mathematical Knowledge in the Course of Didactical Theory development: Independent Corpus of Scientific Knowledge or Result of Social Constructions? In T. Rowland & K. Ruthven (Hrsg.), *Mathematical Knowledge in Teaching* (S. 43-64). Berlin, New York: Springer.

Stockmann, R. (Hrsg.). (2004). *Evaluationsforschung. Grundlagen und ausgewählte Forschungsfelder* (2. Auflage). Opladen: Leske + Budrich.

Tashakkori, A. & Teddlie, C. (2003). Major issues and controversies in the use of mixed methods in the social and behavioral sciences. In A. Tashakkori & C. Teddlie (Hrsg.), *Handbook of mixed methods in social and behavioral sciences* (S. 3-50). Thousand Oaks, CA: Sage.

Tatto, M.T., Schwille, J., Senk, S.L., Ingvarson, L., Rowley, G., Peck, R., Bankov, K., Rodriguez, M. & Reckase, M. (2012). *Policy, Practice, and Readyness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries. Findings from the IEA Teacher and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).

Terhart, E. (Hrsg.). (2000). *Perspektiven der Lehrerbildung in Deutschland. Abschlussbericht der von der Kultusministerkonferenz eingesetzten Kommission*. Weinheim: Beltz.

Terhart, E. (2002). *Standards für die Lehrerbildung. Eine Expertise für die Kultusministerkonferenz*. Münster: Institut für Schulpädagogik und Allgemeine Didaktik Westfälische Wilhelms-Universität Münster. Abgerufen am 25. September 2013 von http://miami.uni-muenster.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-1151/Standards_fuer_die_Lehrerbildung_Eine_Expertise_fuer_die_Kultusministerkonferenz.pdf.

Weinert, F.E. (1999). *Konzepte der Kompetenz. Gutachten zum OECD-Projekt "Definition and Selection of Competencies: Theoretical and Conceptional Foundations (DeSeCo)"*. Neuchatel, Schweiz: Bundesamt für Statistik.

Witzel, A. (2000). Das problemzentrierte Interview [25 Absätze]. *Forum Qualitative Sozialforschung / Forum: Qualitative Social Research, 1*(1), *Art. 22*. Abgerufen am 17. Oktober 2013 von http://www.qualitative-research.net/index.php/fqs/article/view/1132/2519#gcit.

Wong, K.Y., Boey, K.L., Lim-Teo, S.K. & Dindyal, J. (2012). The preparation of primary teachers in Singapore: programs and outcomes from the TEDS-M study. *ZDM – The*

International Journal on Mathematics Education (ehemals Zentralblatt für Didaktik der Mathematik), *44*(3), 293-306.

Wottawa, H. (2006). Evaluation. In D.H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (3. Aufl., S. 162-168). Weinheim: Belz.

Wottawa, H. & Thierau, H. (1998). *Lehrbuch Evaluation* (2. Aufl.). Bern: Huber.

Wright, B.D. & Masters, G.N. (1982). *Rating Scale Analysis: Rasch Measurement*. Chicago: MESA Press.

Wu, M. & Adams, R. (2007). *Applying the Rasch model to psycho-social measurement. A practical approach*. Melbourne: Educational Measurement Solutions.

Wu, M., Adams, R. & Wilson, M. (1998). *ACER ConQuest. Generalised Item Response Modelling Software*. Melbourne: Acer Press.

Yang, X. (2014). *Conception and characteristics of expert mathematics teachers in China*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Anhang

Anhang 1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Dissertation beschäftigt sich der Verfasser mit multiperspektivischen Ansätzen zur Messung des Lehrerprofessionswissens in der Mathematiklehramtsausbildung. Dazu wird die Entwicklung der professionellen Kompetenz von Mathematiklehramtsstudierenden des Gymnasial- bzw. Sekundarstufen I-Bereichs fokussiert, indem bestehende Instrumente zur Messung von Lehrerprofessionswissen gezielt methodisch weiterentwickelt werden. Ausgehend von den Ergebnissen der internationalen Vergleichsstudien *Mathematics Teaching in the 21st Century* (MT21) und *Teacher Education and Development Study in Mathematics* (TEDS-M 2008) im Bereich der Lehrerbildung werden die über diesen Forschungsbereich vorliegenden Erkenntnisse dabei systematisch durch neue Ansätze der psychometrischen Erfassung von Lehrerprofessionswissen längsschnittlich und international-vergleichend empirisch ausgebaut. Dazu werden im Rahmen der kumulativ angelegten Dissertation die Forschungsergebnisse dreier unterschiedliche Teilstudien herangezogen, die durch aktuelle hochschulpolitische und hochschuldidaktische Diskussionen angeregt wurden und unter verschiedenen Perspektiven jeweils differenzierte Fragestellungen zur Vertiefung der Ergebnisse von TEDS-M 2008 verfolgten.

In einer international-vergleichenden Kooperationsstudie zwischen Deutschland, Hongkong, China und Südkorea wurde das Lehrerprofessionswissen im Bereich Elementarmathematik vom höheren Standpunkt untersucht. Dabei wurden kulturspezifische Ergebnisse von TEDS-M 2008 aufgegriffen und ein Instrument zur differenzierten Erhebung von speziellem mathematischem Fachwissen entwickelt. In der längsschnittlichen Evaluationsstudie *Teacher Education Development Study – Telekom* (TEDS-Telekom) wurde die Kompetenzentwicklung von Gymnasiallehramtsstudierenden und Nicht-Lehramtsstudierenden in veränderten Studienstrukturen analysiert. Dabei wurde mittels einer längsschnittlichen Erhebung über drei Messzeitpunkte die Entwicklung des Lehrerprofessionswissens u.a. in den Bereichen mathematisches Fachwissen und Mathematikdidaktik untersucht. In der interdisziplinären Studie *Teacher Education Development Study – Learning to Teach* (TEDS-LT) wurde die längsschnittliche fachliche und fachdidaktische Wissensentwicklung von Mathematiklehramtsstudierenden aus der

Perspektive eines interdisziplinär-fachdidaktischen Vergleichs mit Deutsch- und Englischlehramtsstudierenden verglichen.

Die Dissertation bündelt die Forschungsergebnisse der Teilstudien und interpretiert und diskutiert die Ergebnisse übergreifend. Zentrale Ergebnisse sind unter anderem, dass sich die fachliche Wissensentwicklung von Mathematiklehramtsstudierenden deutlich von ihrer fachdidaktischen Wissensentwicklung unterscheidet und dass sich im fachlichen Wissenserwerb systematische Unterschiede zwischen Gymnasial- und Sekundarstufen I-Lehramtsstudierenden sowie Fachstudierenden identifizieren lassen. Insbesondere bestehen bei den Lehramtsstudierenden Defizite im Bereich des schulrelevanten Wissens über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt. Auch im fachdidaktischen Wissenserwerb lassen sich Unterschiede zwischen Gymnasial- und Sekundarstufen I-Lehramtsstudierenden identifizieren, die im Sinne von fachdidaktischen Profilbildungen während des Studiums interpretiert werden können. Die Unterscheidung zwischen „Stoffdidaktik“ und „unterrichtsbezogener Mathematikdidaktik“ stellt dabei insbesondere auch die Erhebung fachdidaktischen Wissens vor Herausforderungen und bereichert die theoretische Diskussion um die Inhalte fachdidaktischer Lehramtsausbildung. Methodische Weiterentwicklungen der Instrumente zur Messung von Lehrerprofessionswissen konnten im Bereich der differenzierten Messung des mathematischen und des mathematikdidaktischen Wissens realisiert werden, die eine zuverlässigere und validere Diagnostik im Bereich der Kompetenzmessung im Hochschulbereich ermöglichen. In einem abschließenden Kapitel der Dissertation diskutiert der Verfasser Grenzen der Teilstudien und Anknüpfungspunkte für die weitere Forschung. Vor dem Hintergrund der Forschungsergebnisse werden schließlich Möglichkeiten zur Weiterentwicklung der Mathematiklehramtsausbildung diskutiert, die auch die Diskussion um Polyvalenz und Professionalisierung in der Lehramtsausbildung aufgreifen.

Anhang 2 English summary

In this dissertation, the author deals with multi-perspective approaches to measure teachers' professional knowledge in the context of mathematics teacher education. For this purpose, the development of the professional competence of mathematics student teachers studying for upper and lower secondary school level is focused by methodically extending existing instruments for the measurement of teachers' professional knowledge. Based on the results of the international comparative studies *Mathematics Teaching in the 21st Century* (MT21) and *Teacher Education and Development Study in Mathematics* (TEDS-M 2008) in the field of teacher education the findings in this field of research are systematically empirically enhanced by new approaches in the psychometric measurement of teachers' professional knowledge in an international-comparative and longitudinal way. As parts of this cumulative dissertation the results of three different sub-studies are used, which were stimulated by recent discussions about higher education policy and university teaching, each of the studies following differentiated research questions to deepen the results of TEDS-M 2008 from different perspectives.

In an international comparative study conducted in Germany, Hong Kong, China and South Korea the professional knowledge of teachers in the area of elementary mathematics from an advanced standpoint was investigated. Taking up culture-specific results of TEDS-M 2008, an instrument for the differentiated measurement of special mathematical content knowledge (MCK) was developed. In the longitudinal evaluation study *Teacher Education Development Study – Telekom* (TEDS-Telekom) the development of the professional competence of student teachers studying for upper secondary school level and non-teaching students was analyzed in the context of altered conditions for studying. Amongst others the development of the professional knowledge in the areas of mathematical content knowledge (MCK) as well as pedagogical content knowledge in mathematics (MPCK) was analyzed using a longitudinal design survey of three measurement points. In the interdisciplinary study *Teacher Education Development Study – Learning to Teach* (TEDS-LT) the longitudinal development of MCK and MPCK of mathematics student teachers was compared to German and English student teachers under the perspective of an interdisciplinary-didactical comparison.

The dissertation combines the research results of the studies and interprets and discusses the results comprehensively. Key findings indicate that the development of the mathematics

student teachers' professional knowledge differs significantly from their development of pedagogical content knowledge and that systematic differences between student teachers studying for upper and lower secondary school level and non-teaching students can be identified. Especially in the area of the school-related knowledge of elementary mathematics from an advanced standpoint the student teachers have deficits. Also in the acquisition of pedagogical content knowledge, differences between student teachers studying for upper secondary and lower secondary school level can be identified. These differences can be interpreted in terms of didactic profiling while studying. Hereby, the distinction between "content-related MPCK" and "teaching-related MPCK" is especially challenging when it comes to the measurement of MPCK and as a result also the theoretical discussion about the didactical content of mathematics teacher education is enriched. Methodological advancements of instruments for the measurement of teachers' professional knowledge could be realized in the area of differentiated measurement of MCK and MPCK. They enable a more reliable and more valid diagnosis in the field of measuring competence in tertiary education. In a final chapter of the dissertation the author discusses the limits of the studies and starting points for further research. In the light of the findings of the studies, opportunities for the further development of mathematics teacher education are discussed, which also take up the discussion of polyvalence and professionalism in teacher education.

Anhang 3 Liste mit den Titeln der Einzelarbeiten der Dissertation[11]

Buchholtz, N., Leung, F.K.S., Ding, L., Kaiser, G., Park, K. & Schwarz, B. (2013). Future mathematics teachers' professional knowledge of elementary mathematics from an advanced standpoint. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education (ehem. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik), 45(1)*, 107-120.

Buchholtz, N., Kaiser, G. & Stancel-Piatak, A. (2011). Professionelles Wissen von Studierenden des Lehramts Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, H. Haudeck, G. Kaiser, G. Nold, K. Schwippert & H. Willenberg (Hrsg.), *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT* (S. 101-133). Münster: Waxmann-Verlag.

Buchholtz, N. & Kaiser, G. (2013). Professionelles Wissen im Studienverlauf: Lehramt Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, G. Kaiser, G. Nold, H. Haudeck, J.-U. Keßler & K. Schwippert (Hrsg.), *Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (S. 107-143). Münster: Waxmann.

Buchholtz, N. & Kaiser, G. (2013). Improving Mathematics Teacher Education in Germany: Empirical Results from a longitudinal Evaluation of innovative Programs. *International Journal for Science and Mathematics Education, 11(4)*, 949-977.

Buchholtz, N., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2014). Die Erhebung mathematikdidaktischen Wissens – Konzeptualisierung einer komplexen Domäne. *Journal für Mathematik-Didaktik.* Abgerufen am 28. Januar 2014 von doi: 10.1007/s13138-013-0057-y

[11] Pflicht gem. §7 Absatz 2 Promotionsordnung der Fakultät EPB für die Fächer Erziehungswissenschaft und Bewegungswissenschaft der Universität Hamburg

Anhang 4 Curriculum Vitae Nils Buchholtz

Entfällt aus datenschutzrechtlichen Gründen

Anhang 5 Liste der Publikationen von Nils Buchholtz

Schwarz, B., Kaiser, G. & Buchholtz, N. (2008). Vertiefende qualitative Analysen zur professionellen Kompetenz am Beispiel von Modellierung und Realitätsbezügen. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer – Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare – Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung* (S. 391 - 424). Münster: Waxmann Verlag.

Schwarz, B., Leung, I. K. C., Buchholtz, N., Kaiser, G., Stillman, G., Brown, J., Vale, C. (2008). Future teachers' professional knowledge on argumentation and proof: a case study from universities in three countries. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education* (ehem. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik), *40*(5), 791-811.

Buchholtz, N. & Schwarz, B. (2009). Vergleich des mathematischen und fachdidaktischen Wissens zum Thema "Argumentieren und Beweisen" von Lehramtsstudierenden in Deutschland, Hongkong und Australien. In M. Neubrand (Hg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (S. 519-522). Münster: WTM-Verlag.

Kaiser, G., Buchholtz, N., Schwarz, B., Blömeke, S., Lehmann, R., Suhl, U., König, J., Rinkens, H.-D. (2010). Kompetenzentwicklung in der Mathematik-Gymnasiallehrerausbildung – eine empirische Studie an fünf deutschen Universitäten. In A. Lindmeier & S. Ufer (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2010* (S. 465-468). Münster: WTM-Verlag.

Kaiser, G., Schwarz, B. & Buchholtz, N. (2011). Authentic Modelling Problems in Mathematics Education. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Hrsg.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling. ICTMA 14* (S. 591-601). New York: Springer-Verlag.

Buchholtz, N., Kaiser, G. & Stancel-Piatak, A. (2011). Professionelles Wissen von Studierenden des Lehramts Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, H. Haudeck,

G. Kaiser, G. Nold, K. Schwippert & H. Willenberg (Hrsg.), *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT* (S. 101-133). Münster: Waxmann-Verlag.

Buchholtz, N., Blömeke, S., Kaiser, G., König, J., Lehmann, R., Schwarz, B. & Suhl, U. (2011). Entwicklung von Professionswissen im Lehramtsstudium: eine Längsschnittstudie an fünf deutschen Universitäten. In K. Eilerts, A. Hilligus, G. Kaiser & P. Bender (Hrsg.), *Kompetenzorientierung in Schule und Lehrerbildung. Perspektiven der bildungspolitischen Diskussion, der Bildungsforschung und der Mathematik-Didaktik. Festschrift für Hans-Dieter Rinkens* (S. 201-214). Paderborn: Lit Verlag.

Buchholtz, N. (2011). Professionelles Wissen in Zeiten von Bachelor und Master. Konzeptualisierung der Vergleichsstudie TEDS-LT in der Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehramtsausbildung. In R. Haug & L. Holzäpfel (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011* (S. 171-174). Münster: WTM-Verlag.

Buchholtz, N., Scheiner, T., Döhrmann, M., Suhl, U., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2012). TEDS-shortM. Teacher Education and Development Study – Short Test on Mathematics Content Knowledge (MCK) and Mathematics Pedagogical Content Knowledge (MPCK). Kurzfassung der mathematischen und mathematikdidaktischen Testinstrumente aus TEDS-M, TEDS-LT und TEDS-Telekom. Hamburg: Universität Hamburg.

Buchholtz, N. & Blömeke, S. (2012). Mathematik unterrichten lernen. Zur Wirksamkeit hochschuldidaktischer Innovationen in der Mathematik-Lehrerausbildung. In D. Bosse, L. Criblez & T. Hascher (Hrsg.), *Reform der Lehrerbildung in Deutschland, Österreich und der Schweiz. Teil 1: Analyse, Perspektiven und Forschung* (S. 255-276). Immenhausen bei Kassel: Prolog- Verlag.

Blömeke, S., Buchholtz, N., König, J. & Suhl, U. (2012). Zwei Kulturen? Mathematiklehramtsstudierende mit unterschiedlichen Zweitfächern. In W. Blum, R. Borromeo Ferri & K. Maaß. (Hrsg.), *Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität: Festschrift für Gabriele Kaiser* (S. 184-195). Wiesbaden: Vieweg+Teubner.

Buchholtz, N. & Schwarz, B. (2012). Professionelles Wissen im Bereich der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt von Lehramtsstudierenden im Fach Mathematik. In W. Blum, R. Borromeo Ferri & K. Maaß. (Hrsg.), *Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität: Festschrift für Gabriele Kaiser* (S. 238-248). Wiesbaden: Vieweg+Teubner.

Buchholtz, N. & Kaiser, G. (2012). Zur Konzeptualisierung des mathematikdidaktischen Wissens – Beitrag im Rahmen des AK Vergleichsuntersuchungen im Mathematikunterricht. In M. Ludwig & M. Kleine (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. 997-1000). Münster: WTM-Verlag.

Kaiser, G., Blömeke, S., Lehmann, R., Döhrmann, M., König, J., Buchholtz, N. & Suhl, U. (2012). Empirische Studien zur Wirksamkeit der Mathematiklehrerausbildung. In M. Ludwig & M. Kleine (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. 25-32). Münster: WTM-Verlag.

Buchholtz, N., Leung, F.K.S., Ding, L., Kaiser, G., Park, K. & Schwarz, B. (2013). Future mathematics teachers' professional knowledge of elementary mathematics from an advanced standpoint. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education* (ehem. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik), *45*(1), 107-120.

Buchholtz, N. & Kaiser, G. (2013). Professionelles Wissen im Studienverlauf: Lehramt Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, G. Kaiser, G. Nold & K. Schwippert (Hrsg.), *Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (S. 107-143). Münster: Waxmann.

Schwippert, K., Feld, I., Doll, J. & Buchholtz, N. (2013). Vergleich motivationaler und volitionaler Bedingungen des selbst eingeschätzten Studienerfolgs von Lehramtsstudierenden in zwei Studienabschnitten. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, G. Kaiser, G. Nold & K. Schwippert (Hrsg.), *Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (S. 231-249). Münster: Waxmann.

Buchholtz, N., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2013). Die Entwicklung von Beliefs von Lehramtsstudierenden in der Studieneingangsphase – Ergebnisse aus TEDS-Telekom. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 220-223). Münster: WTM-Verlag.

Buchholtz, N. & Kaiser, G. (2013). Improving Mathematics Teacher Education in Germany: Empirical Results from a longitudinal Evaluation of innovative Programs. *International Journal for Science and Mathematics Education, 11*(4), 949-977.

Kaiser, G. & Buchholtz, N. (in Druck). Overcoming the gap between university and school mathematics. The impact of an innovative programme in mathematics teacher education at the Justus-Liebig University in Gießen. In S. Rezat & M. Hattermann (Hrsg.), *Transformation – A Fundamental Idea of Mathematics Education*. Heidelberg: Springer.

Kelle, U. & Buchholtz, N. (in Druck). Mixed methods in the research of mathematics education. In A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping & N. Presmeg (Hrsg.), *Doing (qualitative) research: Methodology and methods in mathematics education*. Heidelberg: Springer.

Erklärung über die Eigenständigkeit der Dissertation

Eidesstattliche Versicherung

Hiermit versichere ich, dass die Dissertation von mir selbst verfasst wurde und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel von mir genutzt wurden.

24.10.2013	(Signatur entfällt aus datenschutzrechtlichen Gründen)
Datum	Unterschrift

Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich keine kommerzielle Promotionsberatung in Anspruch genommen habe und, dass ich mich bisher keiner weiteren Doktorprüfung unterzogen habe. Insbesondere habe ich die Dissertation in der gegenwärtigen oder einer anderen Fassung an keiner anderen Fakultät eingereicht.

24.10.2013	(Signatur entfällt aus datenschutzrechtlichen Gründen)
Datum	Unterschrift