

# Zusammenfassung

Es ist bekannt, daß der Satz von Miquel die Benz-Ebenen charakterisiert, die in den dreidimensionalen projektiven Raum über einem kommutativen Körper eingebettet werden können. Falls im Satz von Miquel Punkte zusammenfallen oder parallel sind, so sprechen wir von Ausartungen. Als Ergebnis erhalten wir, daß es 18, 40 bzw. 61 Ausartungen vom miquelschen Typ bezüglich Möbius-, Laguerre- bzw. Minkowski-Ebenen gibt. Für Möbius-Ebenen konnte Schaeffer zeigen, daß jede 8- und 7-Punkte-Ausartung zur Charakterisierung miquelscher Möbius-Ebenen herangezogen werden kann. Er konnte ebenfalls beweisen, daß dies auch für einige 6-Punkte-Ausartungen gilt. In der vorliegenden Arbeit beweisen wir dies für eine weitere 6-Punkte-Bedingung. Das Hauptresultat lautet:

*Jede 7-Punkte-Ausartung vom miquelschen Typ charakterisiert die Klasse der miquelschen Laguerre-Ebenen.*

Im Gegensatz zu Schaeffers Resultat ist es nicht möglich zu zeigen, daß jede 8-Punkte-Ausartung die Klasse der miquelschen Laguerre-Ebenen charakterisiert:

*Es gibt mindestens vier Ausartungen vom miquelschen Typ, die in einer Klasse von Laguerre-Ebenen gültig sind, die größer ist als die miquelsche Klasse.*

Für Minkowski-Ebenen ergänzen wir die Arbeit von Samaga um die 4- und 5-Punkte-Ausartungen. Es werden zahlreiche Zusammenhänge zwischen den Ausartungen in Benz-Ebenen hergestellt. Es wird weiterhin ein systematischer Zugang zu den Ausartungen des Büschelsatzes in Laguerre-Ebenen erarbeitet.

# Abstract

It is well known that Miquel's Theorem characterizes the class of Benz planes that can be embedded into projective 3-space over some commutative field. Several authors investigated the so-called degenerations of Miquel's Theorem. By degenerations we mean that one allows any points involved in Miquel's Theorem to coincide or to be parallel. It turns out that there are 18, 40 and 61 of these degenerations concerning Möbius, Laguerre and Minkowski planes, resp. For Möbius planes Schaeffer proved that any 8- and 7-point degeneration characterizes the class of miquelian Möbius planes. He also proved this fact for some of the 6-point degenerations. We prove this for one more 6-point degeneration. The main result (for Laguerre planes) of this thesis reads as follows:

*Any 7-point degeneration of Miquel's Theorem characterizes the class of miquelian Laguerre planes.*

In contrast to Schaeffer's result for Möbius planes it is not possible to prove that every 8-point degeneration characterizes the class of miquelian Laguerre planes:

*There exist at least four degenerations<sup>1</sup> that hold in a class of Laguerre planes bigger than the miquelian class.*

Furthermore we prove for Laguerre planes that

*Almost all 6-point degeneration characterize the class of miquelian Laguerre planes.*

For Minkowski planes we complete Samaga's work on degenerations and develop the missing 5- and 4-point degenerations. We also give several connections between the degenerations in Benz planes. An approach to degenerations of the Bundle theorem in Laguerre planes is given.

---

<sup>1</sup>That is, one 8-point degeneration, two 6-point degenerations and one 4-point degeneration.