

Der Einfluß externen Rauschens auf die Klimavariabilität in vereinfachten Modellen

Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades der
Naturwissenschaften im Fachbereich Geowissenschaften der
Universität Hamburg

vorgelegt von

Philip Sura
aus
Bremen

Hamburg
2000

Als Dissertation angenommen vom Fachbereich Geowissenschaften
der Universität Hamburg auf Grund der Gutachten von

Prof. Dr. K. Fraedrich und Prof. Dr. W. Zabel

Hamburg, den 19.12.2000

Prof. Dr. U. Bismayer
Dekan des Fachbereichs Geowissenschaften

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird der Einfluß externen Rauschens auf die Klimavariabilität in vereinfachten Modellen studiert. Es werden Modelle der ozeanischen und atmosphärischen Zirkulation untersucht, da der Ozean und die Atmosphäre einen entscheidenden Beitrag zum Zustand des Klimasystems leisten.

In der Umgebung eines Reduced-Gravity-Modells wird gezeigt, daß die windgetriebene Zirkulation des Ozeans signifikant durch die räumliche Struktur des atmosphärischen Stormtracks modifiziert werden kann. Die Amplitude einer durch eine konzeptionelle Kopplung an die Atmosphäre angetriebenen Rossby-Welle wird durch einen stochastisch induzierten zyklonalen Reynolds-Impulsfluß in ihrer zyklonalen Phase optimal angeregt und in der entgegengesetzten antizyklonalen Phase optimal abgeschwächt. Diese räumliche Resonanz bewirkt, daß ein signifikantes spektrales Signal in der Zeitreihe der über das Becken gemittelten transienten kinetischen Energie in Abhängigkeit von der räumlichen Struktur des Stormtracks erscheint. Des weiteren wird veranschaulicht, daß ein Double-Gyre-Modell mit einem zusätzlichen räumlich inhomogenen stochastischen Windschub ein deutlich bimodales Verhalten in einem nichtlinearen Parameterbereich zeigt. Die Bimodalität wird durch ein quasi-antisymmetrisches und ein nichtsymmetrisches Regime gekennzeichnet. Das nichtsymmetrische Regime, das ohne den räumlich inhomogenen stochastischen Antrieb nicht auftritt, kann einer instabilen stationären Lösung des stationär angetriebenen Double-Gyre-Problems zugeordnet werden.

Mit Hilfe eines niedrigdimensionalen spektralen Modells der Atmosphäre wird der Einfluß einer multiplikativen stochastischen Komponente auf die Dynamik des Systems konzeptionell untersucht. Das Regimeverhalten des Modells ist dann abhängig von der Intensität des multiplikativen Rauschens, das die Turbulenz in der atmosphärischen Grenzschicht parametrisiert. Ein solches Verhalten kann durch das Konzept der "Noise-Induced-Transitions" erklärt werden. Zusätzlich wird gezeigt, daß sich das Phänomen der Noise-Induced-Transition, welches in der Low-Order-Umgebung beobachtet wird, zumindest teilweise auf ein entsprechendes hochdimensionales Gitterpunktmodell übertragen läßt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Ozean	7
2.1	Ozeanmodell und atmosphärischer Antrieb	8
2.2	Dekadische Variabilität und räumliche Resonanz	19
2.2.1	Motivation	19
2.2.2	Ergebnisse	22
2.2.3	Mechanismus	28
2.2.4	Diskussion	38
2.3	Stochastisch angeregte Regimeübergänge	40
2.3.1	Motivation	40
2.3.2	Ergebnisse	44
2.3.3	Diskussion	64
3	Atmosphäre	68
3.1	Motivation	68
3.2	Das quasigeostrophische Modell	71
3.3	Ergebnisse	78
3.4	Diskussion	94
4	Diskussion und Ausblick	97
	Anhang A	100
	Anhang B	102
	Literatur	104

Kapitel 1

Einleitung

Das Klimasystem der Erde kann durch den Zustand unterschiedlicher Subsysteme wie Atmosphäre, Lithosphäre, Hydrosphäre, Kryosphäre und Biosphäre definiert werden, welche ihrerseits auch noch weiter unterteilbar sind (Peixoto und Oort 1992). So kann in der Hydrosphäre z.B. zwischen Süßwassersphäre, den Binnengewässern, und Salzwassersphäre, den Ozeanen, unterschieden werden. Die für den physikalischen Zustand des Klimasystems wichtigsten Subsysteme sind der Ozean und die Atmosphäre (Peixoto und Oort 1992). Der Zustand und die Wechselwirkungen von Ozean und Atmosphäre werden durch mathematische Gleichungen beschrieben, welche aus physikalischen Grundprinzipien hergeleitet werden. Diese Gleichungen sind so komplex, daß sie nur numerisch gelöst werden können. Ein Ziel der Klimaforschung ist es, diese Gleichungen in ihrer Gesamtheit für das gekoppelte System Ozean-Atmosphäre möglichst realitätsnah zu lösen. Die Klimaforschung ist daher immer auch von der verfügbaren Rechnerleistung abhängig. Die Ergebnisse solcher Simulationen mit möglichst komplexen Zirkulationsmodellen sind allerdings nur noch sehr schwer physikalisch zu interpretieren. Die Dynamik des Systems ist durch das Zusammenwirken vieler Mechanismen so kompliziert, daß eine eindeutige Analyse und Interpretation sehr schwer oder oft sogar unmöglich ist.

Vereinfachte Modelle der allgemeinen ozeanischen und atmosphärischen Zirkulation spielen daher eine wichtige Rolle, um ein Verständnis der zugrundeliegenden physikalischen Prozesse zu erhalten. Sie stellen ein ideales Bindeglied zwischen der Analyse von Beobachtungsdaten und komplexen Zirkulationsmodellen dar. Die

Bandbreite von vereinfachten Modellen ist sehr groß und eine genaue Definition daher schwierig. Sehr allgemein kann ein vereinfachtes Modell dadurch definiert werden, daß es im Vergleich zu komplexen Modellen eine reduzierte Anzahl von Freiheitsgraden und physikalischen Prozessen besitzt. Das Spektrum reicht von Box-Modellen, über spektrale Low-Order-Modelle mit nur wenigen Komponenten, bis zu nur in einigen Prozessen vereinfachten Modellen des Ozeans und der Atmosphäre. Einen Überblick über die Vielzahl vereinfachter Modelle der Ozeanographie und Meteorologie geben Olbers (2000) und Fraedrich (2000).

Alle vereinfachten Klimamodelle haben also gemeinsam, daß eine mehr oder weniger große Anzahl von Freiheitsgraden und physikalischen Mechanismen vernachlässigt werden. Das bedeutet aber a priori nicht, daß diese nicht berücksichtigten Moden und Prozesse keinen signifikanten Einfluß auf die im vereinfachten Modell dargestellte Dynamik haben können. Eine Möglichkeit, vernachlässigte hochfrequente Moden und Mechanismen dennoch zu berücksichtigen, besteht darin, sie durch Hintergrundrauschen zu parametrisieren. Dieses Vorgehen ist möglich, sobald ein komplexes dynamisches System in unterschiedliche Zeitskalen unterteilt werden kann. Diesem Prinzip kommt eine allgemeine Eigenschaft komplexer Systeme entgegen; sie enthalten oft unterschiedliche Subsysteme mit eigener Dynamik. Die Dynamik der einzelnen Subsysteme kann dabei evtl. durch verschiedene Zeitkonstanten charakterisiert werden. Es gibt also Systeme mit schnellen, mittleren und langsamen Zeitskalen. Sind nun die Zeitskalen klar voneinander getrennt, so kann man die Dynamik des Subsystems mit mittlerer Zeitskala dadurch beschreiben, daß man die schnelleren Subsysteme durch Rauschen parametrisiert und die langsameren als stationär annimmt. Diese Separation der Zeitskalen führt auf das Konzept der stochastischen dynamischen Systeme. Die schnelleren Subsysteme werden durch stochastische Prozesse parametrisiert. Die ursprünglich deterministische Differentialgleichung des vereinfachten Systems wird zu einer stochastischen Differentialgleichung, um die vernachlässigten schnelleren Freiheitsgrade und Prozesse darzustellen. Eine Einführung in die allgemeine Theorie der stochastischen dynamischen Systeme gibt z.B. Honerkamp (1990).

Ein typisches Beispiel ist das Klimasystem. Der Ozean reagiert aufgrund seiner hohen Dichte und großen Wärmekapazität sehr viel langsamer als die Atmosphäre. Die großskaligen ozeanischen Prozesse haben dabei Zeitskalen von einigen Wochen, über Jahre, bis zu einigen Jahrhunderten. Der hochfrequente Anteil des Klimasystems wird dagegen hauptsächlich von der Atmosphäre beherrscht. Des

weiteren kann der Ozean selber wieder in zwei Subsysteme mit unterschiedlicher Dynamik und separierten Zeitskalen aufgeteilt werden: die relativ schnelle Windgetriebene Zirkulation, mit typischen Zeitskalen von Wochen bis Jahren, und die sehr viel langsamere thermohaline Zirkulation, mit Zeitskalen von mehreren Jahren bis zu einigen Jahrhunderten.

Das Konzept des stochastischen Klimamodells, ausgehend von der Separation der Zeitskalen des Ozeans und der Atmosphäre, wurde als erstes von Hasselmann (1976) formuliert, um die niederfrequente Variabilität des Ozeans zu erklären. Der hochfrequente atmosphärische Antrieb, üblicherweise als Wetter bezeichnet, kann auf den Zeitskalen des langsameren Ozeans in erster Ordnung als weißes Rauschen betrachtet werden. Der träge Ozean summiert die hochfrequenten atmosphärischen Störungen auf und reagiert mit einem roten Spektrum. Das Prinzip ist dem der Brownschen Bewegung äquivalent. Die linearisierte Version von diesem Modell wird seitdem sehr erfolgreich als Nullhypothese zur Erklärung niederfrequenter Variabilität ozeanischer Zustandsgrößen verwendet und im folgenden als das lineare Hasselmann-Modell bezeichnet. Das bedeutet, daß das lineare stochastische Modell die interne nichtlineare Dynamik des stochastisch angetriebenen Systems vernachlässigt. Die Bandbreite der ozeanischen Anwendungen des stochastischen Klimamodells ist dabei sehr groß und umfaßt Phänomene der thermohalinen und windgetriebenen Zirkulation auf sehr vielen Raum- und Zeitskalen (z.B. Frankignoul und Hasselmann 1977; Frankignoul und Müller 1979; Frankignoul *et al.* 1997; Münnich *et al.* 1998; Weng und Neelin 1998; Saravanan und McWilliams 1997; Timmermann und Lohmann 2000; Mikolajewicz und Maier-Reimer 1990, und viele mehr). In der Meteorologie werden stochastische Modelle dagegen oft eingesetzt, um in niedrigdimensionalen Spektralmodellen den Einfluß vernachlässigter Moden konzeptionell darzustellen (z.B. Egger 1981; Benzi *et al.* 1984; DeSwart und Grasman 1987; DeSwart 1988). In diesem Fall geht es darum, den Einfluß hochfrequenter Moden auf die niederfrequente Variabilität der atmosphärischen Zirkulation zu parametrisieren. Die Trennung der Zeitskalen erfolgt dabei also nicht durch die Betrachtung zweier dynamisch unterschiedlicher Systeme wie Ozean und Atmosphäre, sondern durch eine im System intern vorgenommene Separierung verschiedener Raum- und Zeitskalen.

In dieser Arbeit wird das Prinzip der stochastischen Modellierung auf vereinfachte, aber dennoch nichtlineare Modelle des Ozeans und der Atmosphäre angewendet. Es werden dabei zwei unterschiedliche Ansätze verfolgt. Zum einen kann, wie

im Modell von Hasselmann, der Antrieb des Systems als stochastisch angesehen werden. Der stochastische Anteil des Modells erscheint dann als additive Komponente. Zum anderen können extern vorgegebene Modellparameter, wie z.B. die Dämpfung, nicht als eine Konstante, sondern als stochastische Prozesse betrachtet werden. Der stochastische Anteil des Systems erscheint dann nicht mehr als additive, sondern als multiplikative Komponente. Der Effekt des Rauschens hängt dann vom Zustand des Systems selber ab. Es ist bekannt, daß ein solches multiplikatives Rauschen einen sehr bedeutenden Einfluß auf das Verhalten nichtlinearer dynamischer Systeme haben kann (Horsthemke und Lefever 1984; Landa und McClintock 2000; McClintock 1999).

Die übergeordnete Fragestellung dieser Arbeit ist zum einen, ob der stochastische Ansatz in der Lage ist, zeitliche Muster zu erzeugen, die über die Nullhypothese des linearen stochastischen Modells von Hasselmann hinausgehen. Zum anderen stellt sich die Frage, inwieweit sich die Dynamik eines stochastisch angeregten nichtlinearen Modells von der entsprechenden deterministischen Dynamik unterscheidet und es zu Phänomenen kommt, die nur durch die stochastische Komponente ausgelöst werden. In der Realität ist es natürlich so, daß die niedrigfrequente Komponente des Klimas, z.B. der Zustand des Ozeans, auch die hochfrequente Komponente, z.B. die Variabilität der Atmosphäre, beeinflussen kann. Die hochfrequente Variabilität der Atmosphäre beeinflußt ihrerseits wieder den Ozean, um die Rückkopplung zu schließen. In Abbildung 1.1 ist dieser Rückkopplungskreislauf schematisch dargestellt. Man beachte, daß in der vorliegenden Arbeit die stochastischen Komponenten fest vorgegeben werden. Das bedeutet, daß nur der ungekoppelte Einfluß einer hochfrequenten stochastischen Komponente auf die niedrigfrequente Komponente untersucht wird, was in Abbildung 1.1 durch den durchgezogenen Pfeil visualisiert wird. Es gibt dementsprechend keine Rückkopplung des Systems auf die stochastische Komponente. Es ist konzeptionell auch möglich, den stochastischen Antrieb mit dem zugrundeliegenden System zu koppeln, um eine systematische Schließung zu erreichen (Fraedrich 2000), was durch den gestrichelten Pfeil in Abbildung 1.1 schematisch dargestellt wird.

Die Arbeit ist folgendermaßen strukturiert, wobei in den Kapiteln 2 (Ozean) und 3 (Atmosphäre) jeweils eine ausführliche Motivation und Diskussion der entsprechenden Thematik gegeben wird. In Kapitel 2 (Sura *et al.* 2000, 2001) wird das Konzept der stochastischen Klimamodellierung auf ein vereinfachtes Modell der windgetriebenen Ozeanzirkulation angewendet. Dabei wird der Einfluß des

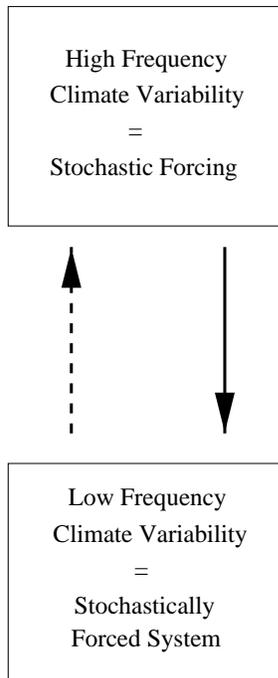


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung des Rückkopplungskreislaufs zwischen den hoch- und niedrigfrequenten Komponenten des Klimasystems. In der vorliegenden Arbeit wird nur der Einfluß einer hochfrequenten stochastischen Komponente auf die niedrigfrequente Komponente untersucht (durchgezogener Pfeil). Die Rückkopplung auf die stochastischen Komponente wird nicht berücksichtigt (gestrichelter Pfeil).

nordatlantischen Stormtracks auf die Variabilität der windgetriebenen Zirkulation konzeptionell untersucht. Der Stormtrack wird durch die Erweiterung eines stationären Double-Gyre-Antriebs durch räumlich kohärentes weißes Rauschen parametrisiert. Um die räumliche Struktur des Stormtracks zu erfassen, wird die Varianz des weißen Rauschens räumlich inhomogen gewählt. In Sensitivitätsexperimenten wird die Inhomogenität des Rauschens verändert, um die ozeanische Antwort auf die räumliche Struktur des Stormtracks zu studieren. Wie bereits erwähnt, wird in vielen Klimamodellen der stochastische Anteil als additive Komponente des Antriebs eingeführt. Es ist aber auch möglich, extern vorgegebene Modellparameter stochastisch um einen Mittelwert fluktuieren zu lassen. In solch einem Fall erscheint der stochastische Anteil des Modells als multiplikatives Rauschen. In Kapitel 3 (Sura 2000) wird ein sehr stark vereinfachtes Modell der

atmosphärischen Zirkulation eingesetzt, um den Einfluß einer solchen multiplikativen stochastischen Komponente, welche die Turbulenz der atmosphärischen Grenzschicht parametrisiert, auf das Regimeverhalten der Zirkulation in mittleren Breiten konzeptionell zu untersuchen. In Kapitel 4 werden die Ergebnisse der vorangehenden Kapitel diskutiert, um abschließend den Blick auf zukünftige Entwicklungen zu lenken.

Kapitel 2

Ozean

In diesem Kapitel wird das Konzept der stochastischen Klimamodellierung auf die windgetriebene Ozeanzirkulation angewendet. Insbesondere wird die Bedeutung der mit dem nordatlantischen Stormtrack verbundenen atmosphärischen Variabilität für den Ozean mit einem vereinfachten Modell untersucht. Der Stormtrack wird durch die Erweiterung des stationären Double-Gyre-Antriebs durch einen stochastischen Anteil, räumlich kohärentes weißes Rauschen, parametrisiert. Um die räumliche Struktur des Stormtracks zu erfassen, wird die Varianz des weißen Rauschens räumlich inhomogen gewählt. In Sensitivitätsexperimenten wird die Inhomogenität des Rauschens verändert, um den Einfluß der räumlichen Struktur des Stormtracks auf den Ozean konzeptionell zu untersuchen.

Das verwendete Reduced-Gravity-Modell und insbesondere der dazugehörige Antrieb werden in Abschnitt 2.1 beschrieben. Zwei unterschiedliche Untersuchungen zum Einfluß des räumlich inhomogenen Rauschens werden durchgeführt. In Abschnitt 2.2 (Dekadische Variabilität und räumliche Resonanz) ermittelt eine vereinfachte Kopplung des großskaligen atmosphärischen Antriebs an die ozeanische Zirkulation die Bedeutung des Stormtracks für ein konzeptionelles Modell der Nordatlantischen Oszillation (NAO). In Abschnitt 2.3 (Stochastisch angeregte Regimeübergänge) wird in ungekoppelten hochauflösenden Simulationen der Einfluß des Stormtracks auf die nichtlineare interne ozeanische Dynamik analysiert. In beiden Abschnitten wird eine detaillierte Einleitung in die entsprechende Thematik gegeben.

2.1 Ozeanmodell und atmosphärischer Antrieb

a. Reduced-Gravity-Modell

Als vereinfachtes Modell der windgetriebenen Ozeanzirkulation wird die Reduced-Gravity-Approximation des Zwei-Schichten-Modells verwendet. In dieser Approximation wird angenommen, daß die untere Schicht sehr viel mächtiger ist als die darüber liegende; die untere Schicht kann deshalb als bewegungslos angesehen werden. Das Reduced-Gravity-Modell beschreibt die Dynamik einer windgetriebenen oberen Schicht mit konstanter Dichte ρ_1 und einer Schichtmächtigkeit H , welche über einer mächtigeren ruhenden Schicht der Dichte ρ_2 liegt. Die Grenzfläche zwischen den beiden Schichten kann als Thermokline interpretiert werden. Das Reduced-Gravity-Modell simuliert nur den ersten baroklinen Mode des Ozeans, der als der dominierende angenommen wird. Der barotrope Mode wird durch die Bedingung einer ruhenden unteren Schicht eliminiert. Eine ausführliche Herleitung und Diskussion des Reduced-Gravity-Modells findet man in den gängigen Lehrbüchern (z.B. Pedlosky 1987; Gill 1982).

Definiert man die nach Osten und Westen gerichteten Transporte über die entsprechenden Geschwindigkeiten (u und v) als $U = uH$ und $V = vH$, so lauten die Gleichungen des Reduced-Gravity-Modells in kartesischen Koordinaten (x -Achse positiv nach Osten, y -Achse positiv nach Norden und z -Achse positiv nach oben)

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^2}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{UV}{H} \right) - fV = \frac{-g'}{2} \frac{\partial H^2}{\partial x} + \frac{\tau^x}{\rho_1} - rU + A\Delta U \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{UV}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V^2}{H} \right) + fU = \frac{-g'}{2} \frac{\partial H^2}{\partial y} + \frac{\tau^y}{\rho_1} - rV + A\Delta V \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

mit der reduzierten Schwere $g' = g(\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$. Des weiteren sind τ^x und τ^y die Komponenten des Windschubvektors, g ist die Schwerebeschleunigung und f ist der Coriolis-Parameter, welcher linear auf der β -Ebene approximiert wird: $f = f_0 + \beta y$. Die Reibung zwischen den Schichten wird durch einen linearen

Ansatz parametrisiert und mit r skaliert. Die laterale Reibung ist durch den Laplace-Operator, skaliert mit A , dargestellt.

Die Dynamik der windgetriebenen Zirkulation wird durch drei dimensionslose Parameter kontrolliert. Diese Parameter können aus der dimensionslosen quasihydrostatischen Vorticitygleichung hergeleitet werden, wie z.B. in Pedlosky (1996) beschrieben. Diese Parameter sind die dimensionsbehafteten Mächtigkeiten der Trägheitsgrenzschicht, der Stommel-Grenzschicht und der Munk-Grenzschicht dividiert durch die zonale Ausdehnung des Beckens L_x (* kennzeichnet dimensionsbehaftete Größen)

$$\delta_I = \frac{\delta_I^*}{L_x} = \left(\frac{U}{\beta L_x^2} \right)^{1/2}, \quad \delta_S = \frac{\delta_S^*}{L_x} = \frac{r}{\beta L_x}, \quad \delta_M = \frac{\delta_M^*}{L_x} = \left(\frac{A}{\beta L_x^3} \right)^{1/3} \quad (2.4)$$

Die charakteristische Größe der Strömungsgeschwindigkeit im Inneren des Beckens, U , ergibt sich durch die Sverdrup-Relation aus der charakteristischen Größe des Windschubs τ . Für ein rechteckiges Becken der meridionalen Ausdehnung L_y , der Tiefe H_0 und mit einem Double-Gyre-Antrieb der Amplitude τ (entspricht dem Faktor $\phi\tau_0$ in Gleichung 2.8) ergibt sich die Skalierung $U = (2\pi\tau)/(\rho_1\beta L_y H_0)$. Die drei Parameter messen den Beitrag der Nichtlinearität durch Vorticityadvektion, der Vorticitydissipation durch Boden-, bzw. Grenzschichtreibung und der Vorticitydissipation durch laterale Reibung. Die relative Bedeutung der Nichtlinearität und der lateralen Reibung wird durch die Reynolds-Zahl Re beschrieben; diese ist definiert durch

$$Re = \left(\frac{\delta_I}{\delta_M} \right)^3 \quad (2.5)$$

Die in dieser Studie verwendeten Modellparameter sind in Tabelle 2.1 zusammengefaßt. Es wird dabei zwischen Abschnitt 2.2 und 2.3 unterschieden. Wichtig ist, daß in Abschnitt 2.2 die Laplace-Reibung höher angesetzt wird als in Abschnitt 2.3: $2000 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ (Abschnitt 2.2) und $200 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ (Abschnitt 2.3). Auch werden in beiden Abschnitten verschiedene Beckenausdehnungen und geringfügig unterschiedliche Schichtdicken verwendet. Wesentlich ist die aus den unterschiedlichen Parametern folgende Größenordnung der Reynolds-Zahl. In Abschnitt 2.2 werden relativ niedrige Reynolds-Zahlen verwendet, da das Hauptanliegen dort nicht die durch interne Nichtlinearitäten ausgelöste ozeanische Variabilität ist; im Zentrum des Interesses steht dort der Einfluß des Stormtracks auf ein konzeptuelles Modell der NAO. In Abschnitt 2.3 dagegen wird die Zirkulation bei relativ

Parameter	Abschnitt 2.2	Abschnitt 2.3
Coriolis-Parameter	$f = 1.03 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	wie in 2.2
β -Effekt	$\beta = 1.62 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$	wie in 2.2
Dichte der oberen Schicht	$\rho_1 = 1027 \text{ kg m}^{-3}$	wie in 2.2
Dichte der unteren Schicht	$\rho_2 = 1030 \text{ kg m}^{-3}$	wie in 2.2
Reduzierte Schwere	$g' = 0.029 \text{ m s}^{-2}$	wie in 2.2
Windschub	$\tau_0 = 0.05 \text{ N m}^{-2}$	wie in 2.2
Rayleigh-Reibung	$r = 1 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$	wie in 2.2
Laplace-Reibung	$A = 2000 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$	$A = 200 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
Dicke der oberen Schicht	$H_0 = 500 \text{ m}$	$H_0 = 600 \text{ m}$
Reynolds-Zahl	$Re \approx 0.1$	$Re \approx 1.1 - 2.8$
Zeitschritt	$\Delta t = 3600 \text{ s}$	$\Delta t = 1200 \text{ s}$
Beckenausdehnung	$L_x = 3600 \text{ km}$	$L_x = 2400 \text{ km}$
	$L_y = 3600 \text{ km}$	$L_y = 2400 \text{ km}$
Gitterauflösung	$\Delta x = 50 \text{ km}$	$\Delta x = 20 \text{ km}$
	$\Delta y = 50 \text{ km}$	$\Delta y = 20 \text{ km}$

Tabelle 2.1: Parameter des Ozeanmodells.

großen Reynolds-Zahlen betrachtet, da das Interesse dort auf den Einfluß des Stormtracks auf die interne nichtlineare Dynamik des windgetriebenen Ozeans gerichtet ist.

In Abschnitt 2.2 sind die dimensionsbehafteten Mächtigkeiten der Stommel- und Munk-Grenzschicht $\delta_S^* = 6.17 \text{ km}$ und $\delta_M^* = 49.79 \text{ km}$ (dimensionslos: $\delta_S = 1.714 \times 10^{-3}$, $\delta_M = 1.383 \times 10^{-2}$). Mit der charakteristischen Größe des Windschubs von 0.05 N m^{-2} ergibt sich eine dimensionsbehaftete Mächtigkeit der Trägheitsgrenzschicht von $\delta_I^* = 25.46 \text{ km}$ (dimensionslos: $\delta_I = 7.072 \times 10^{-3}$). Damit hat die Reynolds-Zahl einen typischen Wert von $Re = 0.13$. In Abschnitt 2.3 sind die dimensionsbehafteten Mächtigkeiten der Stommel- und Munk-Grenzschicht $\delta_S^* = 6.17 \text{ km}$ und $\delta_M^* = 23.11 \text{ km}$ (dimensionslos: $\delta_S = 2.571 \times 10^{-3}$, $\delta_M = 9.629 \times 10^{-3}$). Mit einem Windschub von 0.05 N m^{-2} ergibt sich eine dimensionsbehaftete Mächtigkeit der Trägheitsgrenzschicht von $\delta_I^* = 28.44 \text{ km}$ (dimensionslos: $\delta_I = 1.185 \times 10^{-2}$). Damit ergibt sich eine typische Reynolds-Zahl von $Re = 1.86$.

Um die Bewegungsgleichungen zu lösen, bedarf es noch der Formulierung geeigneter Randbedingungen. Auf festen Rändern verschwindet natürlich die Geschwindigkeit normal zum Rand C (No-Flux-Bedingung). Als weitere, tangentiale Randbedingung, wird eine Linearkombination aus der Geschwindigkeit und dem Geschwindigkeitsgradienten normal zum Rand verwendet:

$$(\gamma \vec{u} \cdot \vec{t} + (1 - \gamma) \vec{n} \cdot \nabla(\vec{u} \cdot \vec{t}))|_C = 0 \quad (2.6)$$

mit dem Einheitsvektor \vec{t} tangential, und dem Einheitsvektor \vec{n} normal zum Rand C . Der Parameter γ variiert dabei zwischen $\gamma = 1$ (No-Slip-Bedingung) und $\gamma = 0$ (Free-Slip-Bedingung). Die Randbedingung (2.6) wird daher als Partial-Slip-Bedingung bezeichnet. Für den überwiegenden Teil dieses Kapitels wird eine Half-Slip-Bedingung ($\gamma = 0.5$) als Standardeinstellung benutzt. Diese Wahl ist in Hinsicht auf die Arbeit von Haidvogel *et al.* (1992) getroffen worden. Dort wird vermutet, daß die günstigste Wahl der tangentialen Randbedingung zwischen No-Slip und Free-Slip liegt.

Die Bewegungsgleichungen (2.1), (2.2) und (2.3) werden numerisch durch finite Differenzen in Raum und Zeit gelöst; dazu werden nur Standardverfahren eingesetzt, die in der gängigen Literatur diskutiert werden (z.B. Kowalik und Murty 1993; Haltiner 1971; Press *et al.* 1992). Die Diskretisierung im Raum geschieht durch zentrierte Differenzen auf einem Arakawa-C-Gitter. Zur Berechnung der advektiven Terme werden die prognostischen Variablen erst räumlich gemittelt, um die benötigten Produkte zu berechnen, bevor die Ableitungen im Raum durch zentrierte Differenzen approximiert werden. Für die Diskretisierung in der Zeit wird das Matsuno-Schema verwendet.

An dieser Stelle seien noch zwei Definitionen eingeführt, die im folgenden durchgehend verwendet werden. Die Schichtdicke H wird als Summe der ungestörten Schichtdicke H_0 und einer Anomalie h geschrieben: $H(x, y, t) = H_0 + h(x, y, t)$. Die Schichtdickenanomalie h wird in den folgenden Abschnitten bisweilen auch als Thermoklinenanomalie bezeichnet. Des weiteren werden alle zeitabhängigen Größen ψ in einen Mittelwert $\bar{\psi}$ und einer Abweichung davon, ψ' , aufgeteilt: $\psi = \bar{\psi} + \psi'$.

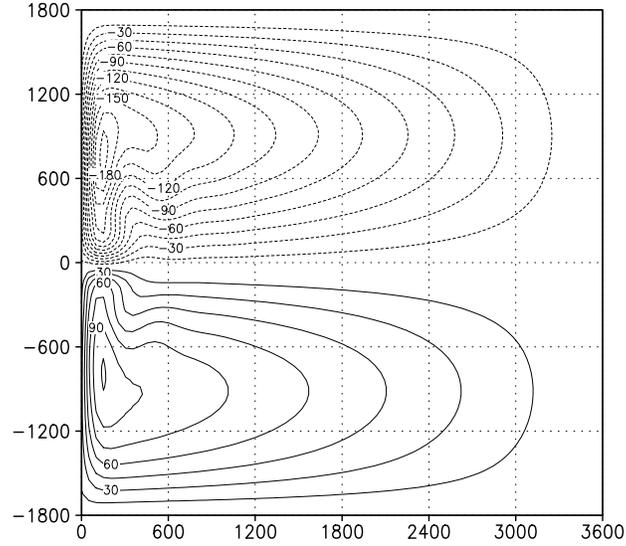


Abbildung 2.1: Stationäre Schichtdickenanomalie h [m] für den Double-Gyre-Antrieb $\vec{\tau}_{mean}$ ($\tau_0 = 0.05 \text{ N m}^{-2}$, $\phi = 1$) und niedriger Reynolds-Zahl: $Re = 0.13$. Alle weiteren Parameter gemäß Abschnitt 2.2. Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

b. Atmosphärischer Antrieb

Der atmosphärische Antrieb des Ozeans besteht aus einem stationären mittleren Feld, einem stochastischen Feld und einer konzeptionellen Kopplung an die Atmosphäre:

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_{mean} + \vec{\tau}_{stochastic} + \vec{\tau}_{coupled} \quad (2.7)$$

In Abschnitt 2.2 werden alle Windschubkomponenten berücksichtigt. In Abschnitt 2.3 dagegen wird auf die konzeptionelle Kopplung verzichtet. Im folgenden werden die einzelnen Windschubkomponenten vorgestellt.

Das *mittlere* Windfeld $\vec{\tau}_{mean}$ ist durch einen zonalen Double-Gyre-Antrieb gegeben:

$$\tau_{mean}^x = \phi \tau_0 \cos\left(\frac{2\pi y}{L_y}\right), \quad -\frac{L_y}{2} \leq y \leq \frac{L_y}{2} \quad (2.8)$$

Dadurch wird ein zyklonaler Wirbel im Norden und ein antizyklonaler Wirbel im Süden des Beckens erzeugt. Der Standardwert für die Amplitude des Double-Gyre-Antriebes τ_0 ist in dieser Arbeit 0.05 N m^{-2} . Man beachte, daß die Größenordnung der ozeanischen Strömungsgeschwindigkeit, und daher auch die Nicht-

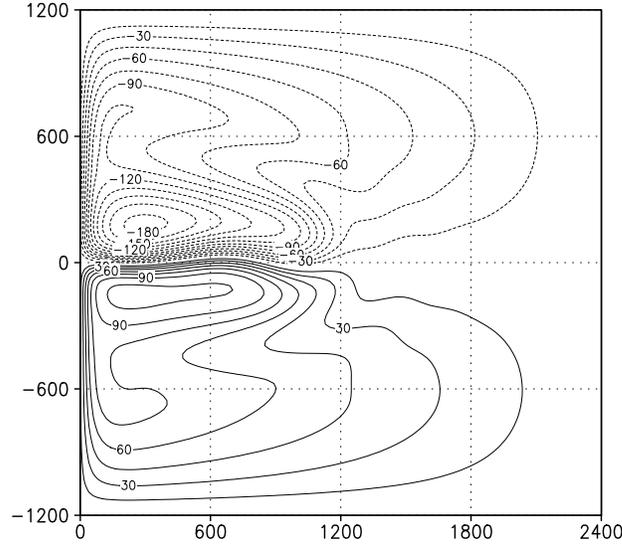


Abbildung 2.2: Zeitlich gemittelte Schichtdickenanomalie h [m] für den Double-Gyre-Antrieb $\vec{\tau}_{mean}$ ($\tau_0 = 0.05 \text{ N m}^{-2}$, $\phi = 1$) und hoher Reynolds-Zahl: $Re = 1.86$. Alle weiteren Parameter gemäß Abschnitt 2.3. Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

linearität des Systems, proportional zur Stärke des Windes ist. Das bedeutet, nichtlineare Effekte können durch variieren des Parameters ϕ systematisch studiert werden. In Abbildung 2.1 ist die stationäre Schichtdickenanomalie h für den Antrieb $\vec{\tau} = \vec{\tau}_{mean}$ und für die Parameter gemäß Abschnitt 2.2 zu sehen ($\phi = 1$, $Re = 0.13$). Die Zirkulation ist in einem schwach nichtlinearen Bereich, wie an den sich andeutenden Rezirkulationswirbeln zu erkennen ist; es überwiegt aber das lineare Regime. In Abbildung 2.2 ist das Langzeitmittel der Schichtdickenanomalie h für den Double-Gyre-Antrieb und für die Parameter gemäß Abschnitt 2.3 dargestellt ($\phi = 1$, $Re = 1.86$). Da die Lösung für hohe Reynolds-Zahlen nicht mehr stationär ist, wurde ein zeitlicher Mittelwert über 100 Jahre berechnet. Die Zirkulation ist in einem stark nichtlinearen Bereich, was an dem weit in das Becken hineinreichenden Jet zu erkennen ist.

Der *räumlich inhomogene* stochastische Antrieb $\vec{\tau}_{stochastic}$ parametrisiert die lokalisierte hochfrequente atmosphärische Variabilität des nordatlantischen Stormtracks. Die Verwendung der Bulk-Formel für den Windschub ermöglicht die Erhaltung der atmosphärischen transienten kinetischen Energie in verschiedenen

Experimenten. Der stochastische Antrieb wird also folgendermaßen formuliert:

$$\begin{aligned}
\vec{\tau}_{stochastic} &= \rho_{Air} C_D |\vec{u}'| \vec{u}' \\
u'(x, y, t) &= \eta_x(t) f(x, y) \\
v'(x, y, t) &= \eta_y(t) f(x, y)
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Dabei ist ρ_{Air} die Dichte der Atmosphäre (1.3 kg m^{-3}), \vec{u}' der Windvektor und $|\vec{u}'|$ der Betrag des Windvektors; C_D (2×10^{-3}) ist der Windschubkoeffizient. $\eta_{x,y}(t)$ ist für jede Komponente unabhängiges weißes Rauschen mit dem Mittelwert null und der Standardabweichung σ . In den numerischen Experimenten wird das weiße Rauschen der stochastischen Komponenten alle 24 Stunden erneuert. Die Wichtungsfunktion $f(x, y)$ parametrisiert die räumliche Struktur des Stormtracks durch eine zweidimensionale Gauß-Funktion, deren Maximum in das Zentrum des Beckens gelegt wird:

$$f(x, y) = \frac{\alpha}{\left(\pi \lambda_x \lambda_y \mathcal{Erf}\left(\frac{L_x}{2\lambda_x}\right) \mathcal{Erf}\left(\frac{L_y}{2\lambda_y}\right)\right)^{1/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\lambda_x^2} - \frac{y^2}{2\lambda_y^2}\right) \tag{2.10}$$

mit der Fehlerfunktion \mathcal{Erf} . Der Nenner normiert das Flächenintegral der quadrierten Wichtungsfunktion über das gesamte Becken zu eins; α ist eine Skalierungskonstante. Die Parameter λ_x und λ_y kontrollieren die räumliche Struktur der atmosphärischen Variabilität. Um die räumlich inhomogene Variabilität des Stormtracks konzeptionell darzustellen, ist es ausreichend, die zweidimensionale Gauß-Funktion als kreissymmetrisch anzunehmen: $\lambda_x = \lambda_y = \lambda$. Diese Parametrisierung ist in der Lage, die beobachtete räumliche Struktur des Stormtracks konzeptionell wiederzugeben, wie ein Vergleich mit z.B. den COADS-Daten (Comprehensive Ocean-Atmosphere Data Set) zeigt (Wright 1988). Die räumliche Anordnung der verwendeten Wichtungsfunktion mit dem Maximum im Zentrum des Beckens wird dadurch motiviert, daß das beobachtete Maximum des nordatlantischen Stormtracks näherungsweise mit der beobachteten Linie verschwindender Windschubrotation zusammenfällt. Man beachte, daß die niederfrequente meridionale Verschiebung des Stormtracks in Abhängigkeit von der NAO nicht in der gewählten Parametrisierung berücksichtigt ist. Die Skalierungskonstante α wird so gewählt, daß das Maximum der Wichtungsfunktion für einen speziellen Inhomogenitätsparameter λ zu eins wird. Es ist deshalb $\alpha = \left(\pi \lambda_x \lambda_y \mathcal{Erf}\left(L_x/2\lambda_x\right) \mathcal{Erf}\left(L_y/2\lambda_y\right)\right)^{1/2}$, mit $\lambda_x = \lambda_y = 900 \text{ km}$ und $L_x = L_y = 3600 \text{ km}$ in Abschnitt 2.2, und $\lambda_x = \lambda_y = 600 \text{ km}$ und $L_x = L_y = 2400 \text{ km}$ in

Abschnitt 2.3. Die Varianz σ^2 des weißen Rauschens wird in beiden Abschnitten ausnahmslos so gewählt, daß sie den beobachteten nordatlantischen Bedingungen entspricht (Wright 1988): $\sigma^2 = 28 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$. In Abbildung 2.3 sind Schnitte der in den nachfolgenden Experimenten verwendeten Wichtungsfunktionen $f(x, y)$ in Abhängigkeit vom Inhomogenitätsparameter λ zu sehen. Der Aufbau der Experimente wird in den entsprechenden Abschnitten detailliert vorgestellt.

Die Windschubkomponente $\vec{\tau}_{coupled}$ beinhaltet eine *vereinfachte Kopplung* des großskaligen atmosphärischen Antriebs an die windgetriebene ozeanische Zirkulation, um die NAO gemäß einer gängigen Modellvorstellung (Latif 1998; Jin 1997; Münnich *et al.* 1998; Weng und Neelin 1998) konzeptionell wiederzugeben (eine detaillierte Behandlung der Kopplungsthematik und der NAO erfolgt in Abschnitt 2.2). Dabei werden die langperiodischen Windschubanomalien durch ein vorgegebenes Anomaliepattern dargestellt. Die Amplitude der Windschubanomalien wird durch Anomalien der Schichtdicke $h'(t)$ in einer vorgegebenen Indexregion Γ im Westen des Beckens bestimmt. Das räumliche Muster der Windschubanomalien wird als konstant angenommen. Der Einfachheit halber wird ein sinusförmiges Muster verwendet:

$$\vec{\tau}_{coupled} = -\mu [h'(t)]_{\Gamma} \sin\left(\frac{\pi y}{L_y}\right), \quad -\frac{L_y}{2} \leq y \leq \frac{L_y}{2} \quad (2.11)$$

wobei $[\dots]_{\Gamma}$ die räumliche Mittelung über die Indexregion Γ kennzeichnet. μ ist eine Kopplungskonstante, welche auf 0.05 N m^{-3} gesetzt wird. Die Indexregion Γ im Westen des Beckens ist ein Quadrat mit 500 km Seitenlänge an der Stelle $x = 0$ und $y = 0$. Dadurch wird der meridionale Wärmetransport des westlichen Randstroms parametrisiert. Das Prinzip des verwendeten Kopplungsverfahrens geht auf die Arbeit von Münnich *et al.* (1998) zurück und ist des weiteren konzeptionell vergleichbar zu der von Weng und Neelin (1998) verwendeten Kopplungsstrategie. Im Gegensatz zu der vorliegenden Arbeit benutzen Weng und Neelin (1998) eine weitere Gleichung für die Meeresoberflächentemperatur (SST), schließen das System aber auch über eine nur durch räumliche Anomaliepattern dargestellte Atmosphäre. Zur Kopplung werden die prognostisch behandelten SST-Anomalien auf ein fest vorgegebenes ozeanisches SST-Muster projiziert, um die Amplituden der auch fest vorgegebenen Windschub- und Wärme-flußmuster zu bestimmen. Da die aus einem komplexen Modell empirisch gewonnenen Windschub- und Wärme-flußmuster eine ausgeprägte Lokalisierung im Westen des Beckens zeigen, ist die Kopplungsstrategie von Weng und Neelin (1998) konzeptionell vergleichbar zu

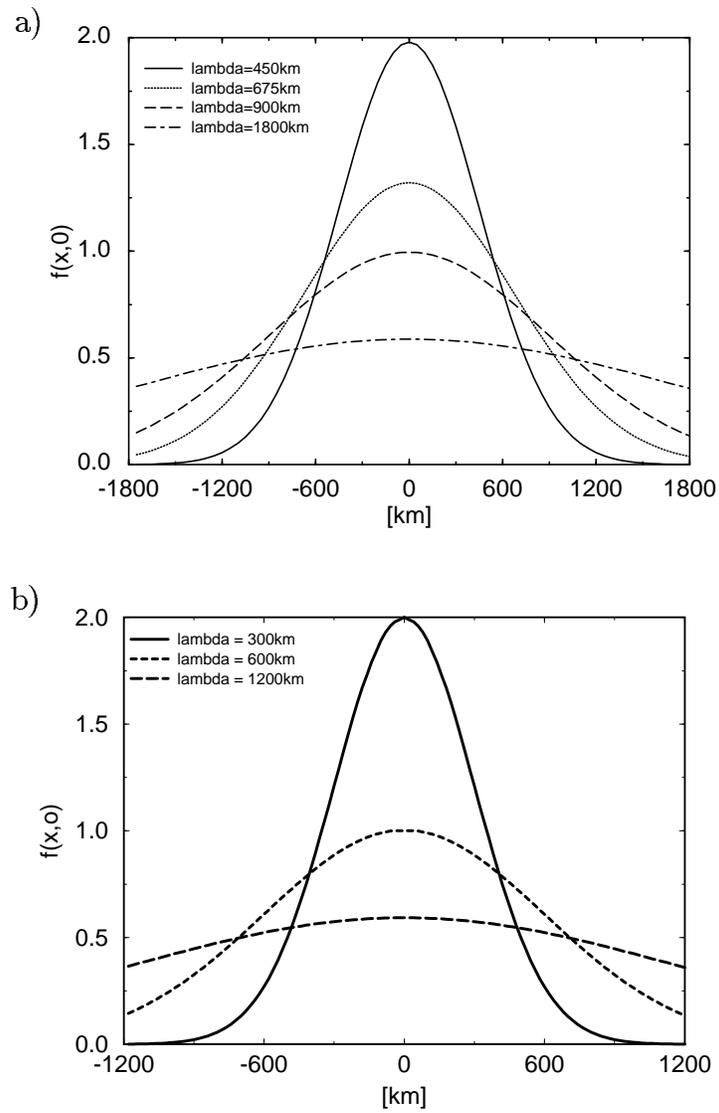


Abbildung 2.3: Schnitte durch die Wichtungsfunktion $f(x, y)$ an der Stelle $y = 0$ für die in den Experimenten der beiden Abschnitte verwendeten Inhomogenitätsparameter λ : (a) Abschnitt 2.2, (b) Abschnitt 2.3.

der vereinfachten Kopplung über die Tiefe der Thermokline in einer Indexregion im Westen des Beckens. Beide Kopplungsstrategien zeigen nahezu identische dekadische Variabilität, ausgelöst durch Rossby-Wellen, was aus dem Vergleich der Arbeiten von Münnich *et al.* (1998) und Weng und Neelin (1998) ersichtlich ist. Des weiteren zeigen Münnich *et al.* (1998), daß das konzeptionelle Kopplungsverfahren in der Lage ist, ozeanische Anomalien zu erzeugen, die vergleichbar mit den Resultaten aus komplexeren Modellen sind, sobald beobachtete Muster der Windschubanomalien verwendet werden. Es zeigt sich auch, daß die Wellenaktivität weitestgehend unabhängig von der expliziten Wahl der Kopplungskonstanten μ ist. Aus diesem Grund ist es möglich, das in dieser Arbeit benutzte Kopplungsverfahren als ein konzeptionelles Werkzeug zum Studium der großskaligen Wechselwirkung zwischen Ozean und Atmosphäre zu verwenden.

Eine typische Sequenz von Schichtdickenanomalien h über einen Zeitraum von 5 Jahren, angetrieben durch das vereinfachte Kopplungsverfahren, ist in Abbildung 2.4 gezeigt. Die dazugehörige Zeitreihe von h im Zentrum des Beckens über einen Zeitraum von 100 Jahren ist in Abbildung 2.5 dargestellt. Um diese Sequenz zu erzeugen, wird das Modell mit einer ausgeprägten Anomalie initialisiert und über 100 Jahre integriert. Als Resultat zeigt sich eine gedämpfte Schwingung mit einer Periode von ungefähr 5 Jahren. Eine positive Anomalie mit einer antizyklonalen Zirkulation erreicht den westlichen Rand des Beckens im Jahr 31; dadurch wird der Kopplungsfaktor $[h'(t)]_{\Gamma}$ positiv. Der Windschub wechselt deshalb sein Vorzeichen und treibt nun einen zyklonalen Wirbel negativer Anomalie an, welcher im Jahr 32 deutlich zu sehen ist. Die negative Anomalie erreicht den westlichen Rand des Beckens zwischen den Jahren 33 und 34. Das bedeutet, eine Phasenumkehr der Oszillation tritt nach etwa 2.5 Jahren ein. Die Periode der Oszillation beträgt daher ungefähr 5 Jahre. Die Anomalien wandern mit der doppelten Phasengeschwindigkeit einer freien nichtdispersiven Rossby-Welle westwärts. Die freie Welle hat dabei die zonale Phasengeschwindigkeit $C_x = -\beta R^2$, mit dem Rossby-Radius $R = (g'H_0)^{1/2}/f = C_0/f$. Die südlichen Fronten der Anomalien sind etwas nach Westen versetzt, da die Phasengeschwindigkeit der Welle im Süden größer ist als im Norden. Das Phänomen der Verdopplung der Phasengeschwindigkeit ist bekannt und tritt bei Rossby-Wellen auf, die durch einen zeitabhängigen zonalen Windschub angetrieben werden (White 1977; Frankignoul *et al.* 1997). Die Periode von 5 Jahren ist also genau das Doppelte der Zeit, die eine durch die Kopplung angetriebene Rossby-Welle benötigt, um das Becken von Osten nach

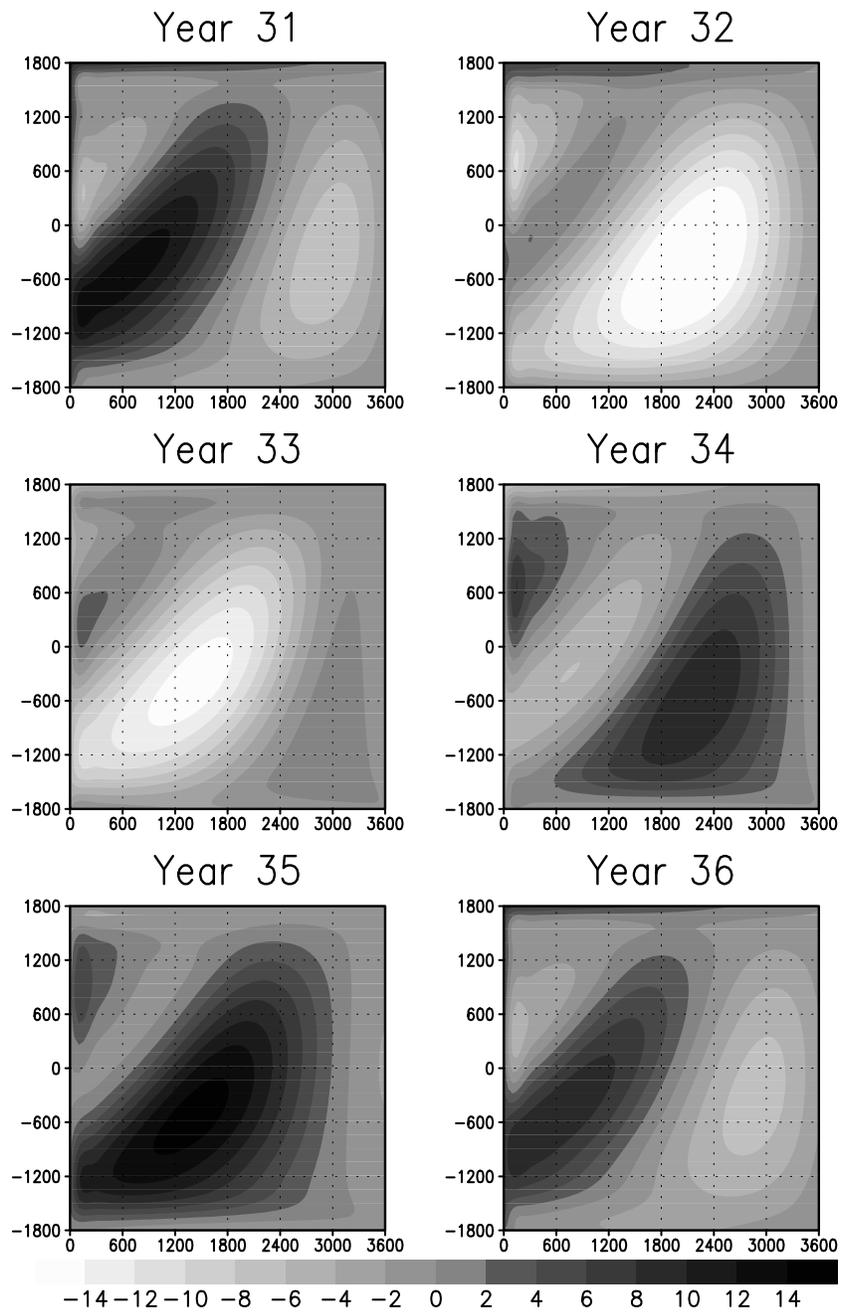


Abbildung 2.4: Sequenz der Schichtdickenanomalie h [m], angetrieben nur durch den vereinfachten Kopplungsmechanismus: $\vec{\tau} = \vec{\tau}_{coupled}$. Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

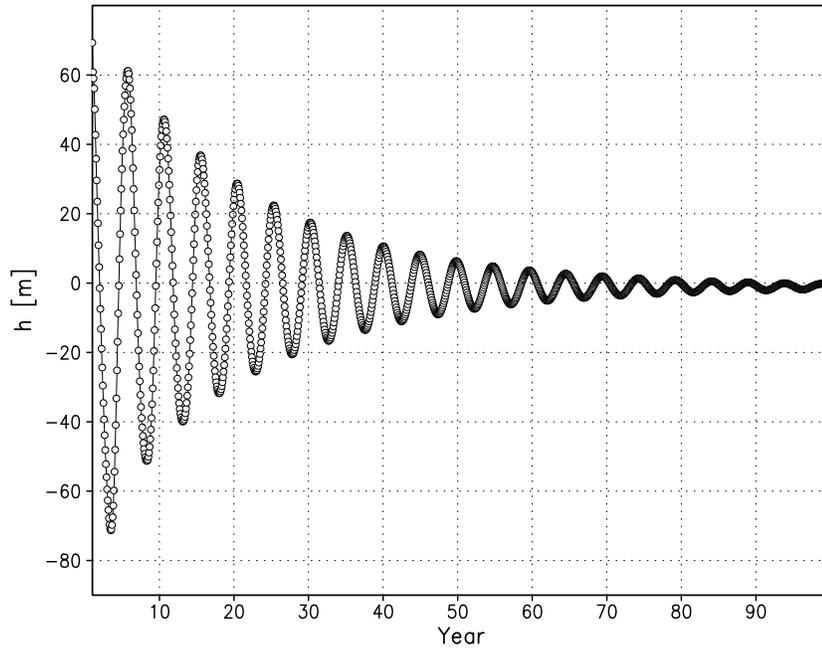


Abbildung 2.5: Zeitreihe der Schichtdickenanomalie h [m] im Zentrum des Beckens, angetrieben nur durch den vereinfachten Kopplungsmechanismus: $\vec{\tau} = \vec{\tau}_{coupled}$.

Westen zu durchqueren.

Für den Abschnitt 2.2 ist es wichtig anzumerken, daß die Kopplung eine Oszillation mit einer Periode von *5 Jahren* auslöst. In quadrierten Größen wie der Energie erscheint die Kopplung dagegen mit einer halbierten Periode von *2.5 Jahren*.

2.2 Dekadische Variabilität und räumliche Resonanz

2.2.1 Motivation

Dekadische Klimavariabilität, mit typischen Zeitskalen von Jahren bis Jahrzehnten, ist in den vergangenen Jahren auf ein zunehmendes Interesse in der Klimaforschung gestoßen. Das Verständnis der dekadischen Zeitskala ist wichtig,

um anthropogene Effekte von natürlicher Klimavariabilität zu unterscheiden. So beschäftigen sich mehrere Arbeiten jüngerer Datums mit der Analyse von Beobachtungsdaten mit einem Schwerpunkt auf der dekadischen Zeitskala. Deser und Blackmon (1993) finden in den COADS-Daten dekadische Schwankungen im Bereich des Nordatlantiks. Die Autoren nehmen an, daß oberflächennahe Windanomalien über dem Ozean veränderte Wärmeflüsse hervorrufen, welche dann ihrerseits SST-Anomalien auslösen. Auch Kushnir (1994) analysiert nordatlantische Beobachtungsdaten und nimmt an, daß eine starke Kopplung zwischen SST-Anomalien und der großskaligen atmosphärischen Zirkulation dekadische Variabilität auslöst. Ein weiteres Beispiel ist die beobachtete Zeitreihe des NAO-Index, welche eine ausgeprägte dekadische Variabilität zeigt (Hurrell 1995). Auch ozeanische Temperaturaufzeichnungen an der Position des Wetterschiffs C (52.75°N, 35.5°W) zeigen dekadische Variabilität, wie Levitus *et al.* (1994) zeigen. Ein Nachteil der Beobachtungsdaten ist allerdings, daß sie einen Zeitraum von etwa 100 Jahren nicht überschreiten, was zur Erlangung gesicherter Aussagen relativ kurz ist. Aus diesem Grund werden ungekoppelte und gekoppelte Modellsimulationen benutzt, um die möglichen Mechanismen der dekadischen Klimavariabilität genauer zu studieren.

Mehrere Hypothesen zur Erklärung der dekadischen Klimavariabilität werden zur Zeit diskutiert und wechselseitig anerkannt. Es wird angenommen, daß der Ozean, unterteilt in windgetriebene und thermohaline Zirkulation, mit einer gegenüber der Atmosphäre sehr großen Dichte und Wärmekapazität zu einem großen Teil für dekadische Klimaschwankungen verantwortlich ist. Diese Arbeit untersucht die Rolle der windgetriebenen Zirkulation, obwohl akzeptiert ist, daß die thermohaline Zirkulation entscheidend zur dekadischen Klimavariabilität beiträgt (Greatbatch und Zhang 1995; Saravanan und McWilliams 1997; Weaver und Sarachik 1991; Winton und Sarachik 1993). Drei Szenarien werden im allgemeinen vorgeschlagen, um dekadische Fluktuationen der windgetriebenen Zirkulation zu erklären: stochastisch angeregte Variabilität, durch Kopplung an die Atmosphäre erzeugte Variabilität und durch interne ozeanische Nichtlinearitäten ausgelöste Variabilität.

Das *stochastische Szenario* geht auf das Konzept von Hasselmann (1976) zurück. Das beobachtete rote Spektrum ozeanischer Zustandsgrößen ist dabei die Reaktion des Ozeans auf hochfrequente Fluktuationen der Atmosphäre. In diesem Szenario ist die dekadische Variabilität der niedrigfrequente Bereich des roten

ozeanischen Spektrums. Frankignoul und Müller (1979) benutzen dieses Konzept, um einen unendlich ausgedehnten und geschichteten quasigeostrophischen Ozean durch stochastischen Windschub anzutreiben; dieser reagiert im baroklinen Anteil mit einem roten Spektrum. Frankignoul *et al.* (1997) verwenden ein Modell, welches meridionale Randbedingungen berücksichtigt. Im Osten dient ein fester Rand als Quelle langer Rossby-Wellen, im Westen wird eine Ausstrahlungsbedingung erfüllt. Die barokline Antwort auf den stochastischen Windschub ist wieder ein primär rotes Spektrum, dem aber ein dekadischer Peak überlagert ist. Dieser Peak liegt im Periodenbereich, welcher der Zeit entspricht, die eine lange Rossby-Welle benötigt, das Becken von Osten nach Westen zu durchqueren.

Das *gekoppelte Szenario* geht auf Bjerknes (1964) zurück und verbindet langperiodische SST-Fluktuationen mit Variationen des ozeanischen Wärmetransports über folgenden Mechanismus: Eine positive SST-Anomalie im Norden des Ozeanbeckens schwächt den meridionalen Temperaturgradienten in der Atmosphäre und damit auch die Zirkulation über dem Ozean. Der schwächere Wind wiederum verstärkt die SST-Anomalie. Das geschieht einerseits durch verminderten Wärmeverlust, andererseits durch verminderten Sverdrup-Transport südwärts. Die negative Rückkopplung erfolgt über den nun abgeschwächten subtropischen Wirbel, welcher über den westlichen Randstrom weniger Wärme nordwärts transportiert. Dadurch kommt es zu einer negativen SST-Anomalie im Norden des Beckens und der Kreislauf beginnt mit umgekehrten Vorzeichen. Diese Modellvorstellung wird von Untersuchungen mit komplexen gekoppelten Modellen unterstützt. Zum einen für den Nordpazifik von Latif und Barnett (1994, 1996), zum anderen für den Nordatlantik von Grötzner *et al.* (1998). Für beide Regionen wird die Periode der Oszillation in etwa durch die Zeit bestimmt, welche die durch die Kopplung angetriebene lange barokline Rossby-Welle benötigt, das Ozeanbecken von Ost nach West zu durchqueren. Die Anomalie wandert mit der doppelten Phasengeschwindigkeit einer entsprechenden freien Welle westwärts, wie es vereinfachte gekoppelte Modelle vorhersagen (Jin 1997; Münnich *et al.* 1998; Weng und Neelin 1998). Dessenungeachtet ist es bisher nicht klar, ob die Ozean-Atmosphäre Wechselwirkung des gekoppelten Szenarios tatsächlich verantwortlich für die beobachtete dekadische Klimavariabilität der mittleren Breiten ist. Aus diesem Grund ist es notwendig, vereinfachte Modelle zu verwenden, um die grundlegenden Mechanismen des gekoppelten Systems Ozean-Atmosphäre zu studieren.

Variabilität der windgetriebenen Zirkulation, ausgelöst durch das *nichtlineare*

Szenario, wird z.B. von Jiang *et al.* (1995) und McCalpin und Haidvogel (1996) in einem Reduced-Gravity-Modell mit stationärem Double-Gyre-Antrieb untersucht. In Abhängigkeit der Modellparameter wird der Jet, welcher konzeptionell den Golfstrom, bzw. den Kuroschio darstellt, instabil und oszilliert mit einer dekadischen Periode zwischen zwei Zuständen.

In diesem Abschnitt werden das *stochastische Szenario* und das *gekoppelte Szenario* gemeinsam angewendet, um die niederfrequente Variabilität des Reduced-Gravity-Modells in einem Rechteckbecken zu studieren. Die Reduced-Gravity-Approximation des Zwei-Schichten-Modells ist die einfachste konzeptionelle, aber dennoch relativ realistische Darstellung der windgetriebenen Zirkulation; sie gibt die Rossby-Wellen-Dynamik gut wieder. Der Antrieb des Ozeans erfolgt durch den stationären Double-Gyre-Windschub, den räumlich inhomogenen stochastischen Antrieb und den vereinfachten Kopplungsmechanismus, wie in Abschnitt 2.1 detailliert beschrieben. In Sensitivitätsexperimenten wird die Inhomogenität des Rauschens verändert, um den Einfluß der räumlichen Struktur des Stormtracks auf das konzeptionelle Modell der NAO zu studieren.

2.2.2 Ergebnisse

a. Aufbau der Experimente

Um den Einfluß des räumlich inhomogenen stochastischen Antriebs auf die windgetriebene Zirkulation im ungekoppelten und gekoppelten Zustand zu untersuchen, werden 4 Gruppen (Sets) von Experimenten definiert. In jeder Gruppe werden jeweils 4 Experimente (1,...,4) durchgeführt, die sich durch die unterschiedlichen Inhomogenitätsparameter $\lambda = 450, 675, 900$ und 1800 km unterscheiden; die dazugehörige Struktur der Wichtungsfunktion $f(x, y)$ ist in Abbildung 2.3a zu sehen. In den Experimenten der Gruppe 1 werden der mittlere Antrieb und die Kopplung nicht berücksichtigt: $\vec{\tau}_1 = \vec{\tau}_{stochastic}$. In Gruppe 2 wird die Kopplung zusätzlich verwendet, der mittlere Windschub aber weiterhin vernachlässigt: $\vec{\tau}_2 = \vec{\tau}_{stochastic} + \vec{\tau}_{coupled}$. Die Experimente der Gruppen 3 und 4 sind identisch mit denen der vorherigen Gruppen, mit der Ausnahme, daß auch der mittlere Windschub berücksichtigt wird: $\vec{\tau}_3 = \vec{\tau}_{mean} + \vec{\tau}_{stochastic}$ und $\vec{\tau}_4 = \vec{\tau}_{mean} + \vec{\tau}_{stochastic} + \vec{\tau}_{coupled}$.

Als Anfangsbedingung der Experimente aus den Gruppen 1 und 2 wird der ruhende Zustand verwendet. Die Experimente der Gruppen 3 und 4 starten ausgehend von der stationären Zirkulation des Double-Gyre-Antriebs (Abbildung 2.1). Alle Experimente werden über einen Zeitraum von 1000 Jahren integriert. Transporte, Geschwindigkeiten und Schichtdickenanomalien werden täglich abgespeichert. Zu Diagnosezwecken werden, wenn nicht anders erwähnt, immer Jahresmittel verwendet: Die relevante Zeitskala des Systems ist die Periode einer langen nicht-dispersiven Rossby-Welle in mittleren Breiten, welche die Größenordnung von Jahren hat.

b. Ergebnisse der Experimente

Ein übliches Maß, um das zeitabhängige Verhalten der windgetriebenen Zirkulation zu beschreiben, ist die über das gesamte Becken Ω gemittelte transiente Energie $[E']_{\Omega} = [E'_{kin}]_{\Omega} + [E'_{pot}]_{\Omega}$:

$$[E'_{kin}]_{\Omega} = \frac{1}{\Omega} \iint_{\Omega} \left(\frac{\rho_1 \bar{H}}{2} (u'^2 + v'^2) \right) dx dy \quad (2.12)$$

$$[E'_{pot}]_{\Omega} = \frac{1}{\Omega} \iint_{\Omega} \left(\frac{g' \rho_1 h'^2}{2} \right) dx dy \quad (2.13)$$

wobei $[\dots]_{\Omega}$ die räumliche Mittelung über das gesamte Becken kennzeichnet. In diesem Abschnitt wird zu Analysezwecken nur die über das Becken gemittelte transiente kinetische Energie (2.12) betrachtet. Die Verwendung der transienten potentiellen Energie zur Analyse des Systems liefert die gleichen Ergebnisse, da die Ozeanzirkulation in sehr guter Näherung quasigeostrophisch balanciert ist. Im folgenden wird die integrale Größe $[E'_{kin}]_{\Omega}$ als transiente kinetische Energie bezeichnet. Zur weiteren Analyse der Zeitreihen der transienten kinetischen Energie werden die dazugehörigen Spektren betrachtet. Als Nullhypothese wird ein an die Daten angepaßter autoregressiver Prozeß erster Ordnung (AR(1)-Prozeß oder rotes Rauschen) mit einem zugehörigen Vertrauensniveau von 95% benutzt. Die Spektren werden aus den 1000-jährigen Zeitreihen der Jahresmittel berechnet, wobei die Daten in 20 Blöcke (Chunks) von je 50 Jahren aufgeteilt werden. Die maximal auflösbare Periode ist somit 25 Jahre. Die Verwendung monatlich gemittelter Daten verändert die im folgenden diskutierten Resultate nicht.

Gruppe 1 ($\vec{\tau}_1 = \vec{\tau}_{stochastic}$): Abbildung 2.6 zeigt die Spektren der transienten kinetischen Energie für alle Experimente der Gruppe 1. Alle Experimente zeigen

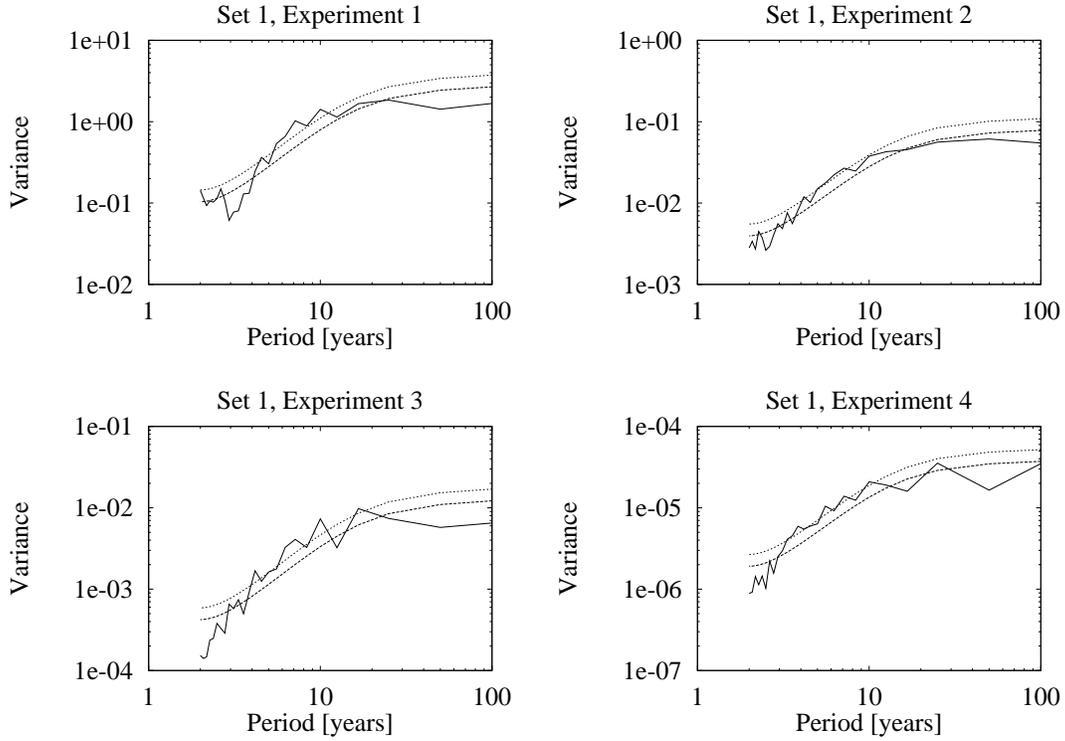


Abbildung 2.6: Varianzspektren [$\text{J}^2 \text{ yr m}^{-4}$] der transienten kinetischen Energie für die Experimente der Gruppe 1 (Set 1): $\vec{\tau} = \vec{\tau}_{stochastic}$. Der an die Daten angepaßte AR(1)-Prozeß ist durch die gestrichelte Linie, das 95%-Vertrauensniveau durch die punktierte Linie dargestellt.

deutlich das typische rote ozeanische Spektrum, wie es das stochastische Szenario der dekadischen Variabilität vorhersagt. Eine erhöhte räumliche Inhomogenität, was gleichbedeutend mit einer Verringerung des Inhomogenitätsparameters λ ist, verändert die qualitative Struktur der Spektren nicht; es erhöht sich nur das Varianzniveau, da die Rotation der Windschubanomalien mit erhöhter räumlicher Inhomogenität zunimmt. Das Varianzniveau der windgetriebenen Zirkulation in mittleren Breiten hängt also stark von der Inhomogenität des Stormtracks ab.

Gruppe 2 ($\vec{\tau}_2 = \vec{\tau}_{stochastic} + \vec{\tau}_{coupled}$): Gemäß des stochastischen Szenarios zeigen die Spektren der transienten kinetischen Energie der Experimente aus Gruppe 2 (Abbildung 2.7) deutlich rotes Rauschen. Bei einer Periode von etwa 2.5 Jahren zeigt sich aber zusätzlich ein auf dem 95%-Vertrauensniveau signifikanter Peak

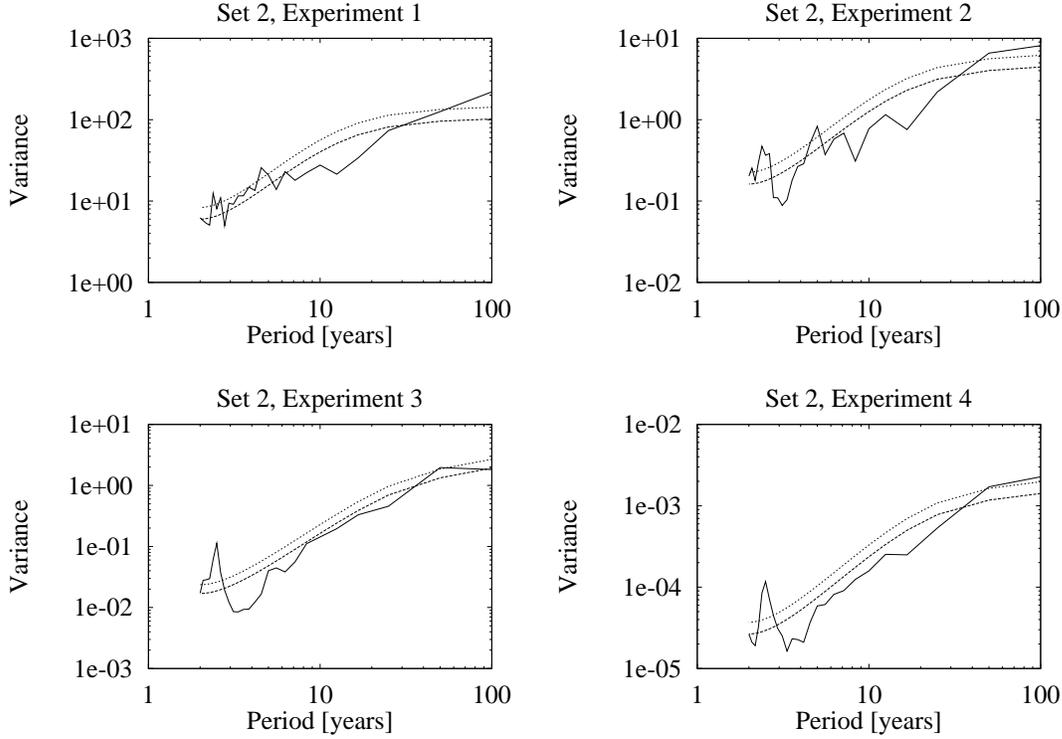


Abbildung 2.7: Varianzspektren [$\text{J}^2 \text{ yr m}^{-4}$] der transienten kinetischen Energie für die Experimente der Gruppe 2 (Set 2): $\vec{\tau} = \vec{\tau}_{stochastic} + \vec{\tau}_{coupled}$. Der an die Daten angepaßte AR(1)-Prozeß ist durch die gestrichelte Linie, das 95%-Vertrauensniveau durch die punktierte Linie dargestellt.

über dem roten Hintergrundrauschen. Diese Periode von 2.5 Jahren kommt durch die Kopplung zustande, da die eigentliche Kopplungsperiode von 5 Jahren durch die Verwendung der Energie zur Analyse des Systems mit einer halbierten Periode von 2.5 Jahren in den Zeitreihen erscheint. Im Gegensatz zu den Experimenten in Gruppe 1 erscheint in den Spektren nun zusätzlich ein signifikantes Signal in Abhängigkeit von der räumlichen Struktur des stochastischen Antriebs. Solange der stochastische Windschub räumlich nahezu homogen ist (Experiment 4 mit $\lambda = 1800 \text{ km}$), ist nur der Kopplungspeak von 2.5 Jahren signifikant. Eine leicht erhöhte Inhomogenität (Experiment 3 mit $\lambda = 900 \text{ km}$) bewirkt, daß in dem entsprechenden Spektrum ein schwach ausgeprägter spektraler Peak mit einer Periode von etwa 5 Jahren erscheint; dieser ist allerdings nicht signifikant. Eine weitere Erhöhung der räumlichen Inhomogenität (Experiment 2 mit $\lambda = 675 \text{ km}$)

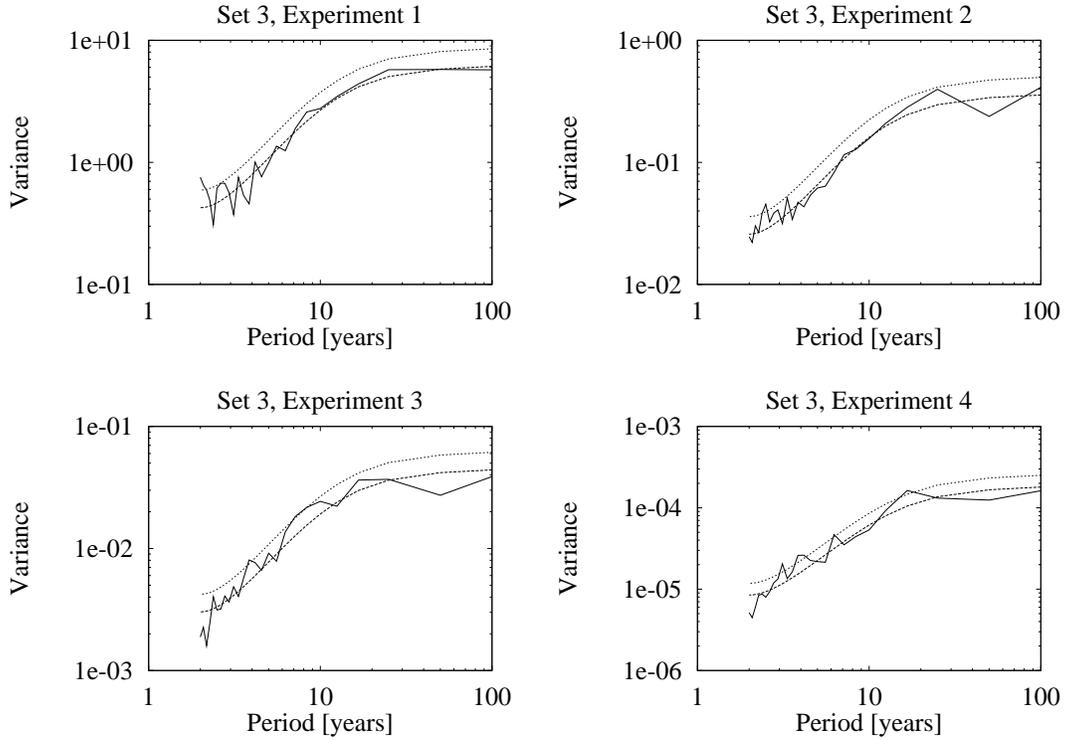


Abbildung 2.8: Varianzspektren [$\text{J}^2 \text{ yr m}^{-4}$] der transienten kinetischen Energie für die Experimente der Gruppe 3 (Set 3): $\vec{\tau} = \vec{\tau}_{mean} + \vec{\tau}_{stochastic}$. Der an die Daten angepaßte AR(1)-Prozeß ist durch die gestrichelte Linie, das 95%-Vertrauensniveau durch die punktierte Linie dargestellt.

hat zur Folge, daß der 5-jährige Peak signifikant auf dem 95%-Vertrauensniveau wird. Das Spektrum zeigt also zwei signifikante Peaks mit Perioden von etwa 2.5 und 5 Jahren. Dieser Effekt wird leicht abgeschwächt, sobald die räumliche Inhomogenität weiter verstärkt wird (Experiment 1 mit $\lambda = 450 \text{ km}$). Eine weitere bemerkenswerte Tatsache ist, daß der 2.5-jährige Kopplungspeak mit zunehmender Inhomogenität des Rauschens immer schwächer wird. Dieser Effekt hängt mit dem erhöhten Varianzniveau bei erhöhter räumlicher Inhomogenität zusammen; der 2.5-jährige Kopplungspeak wird durch das erhöhte Varianzniveau zunehmend verdeckt.

Gruppe 3 ($\vec{\tau}_3 = \vec{\tau}_{mean} + \vec{\tau}_{stochastic}$): Die Spektren der transienten kinetischen Energie der Experimente aus Gruppe 3 sind in Abbildung 2.8 zu sehen und sind qua-

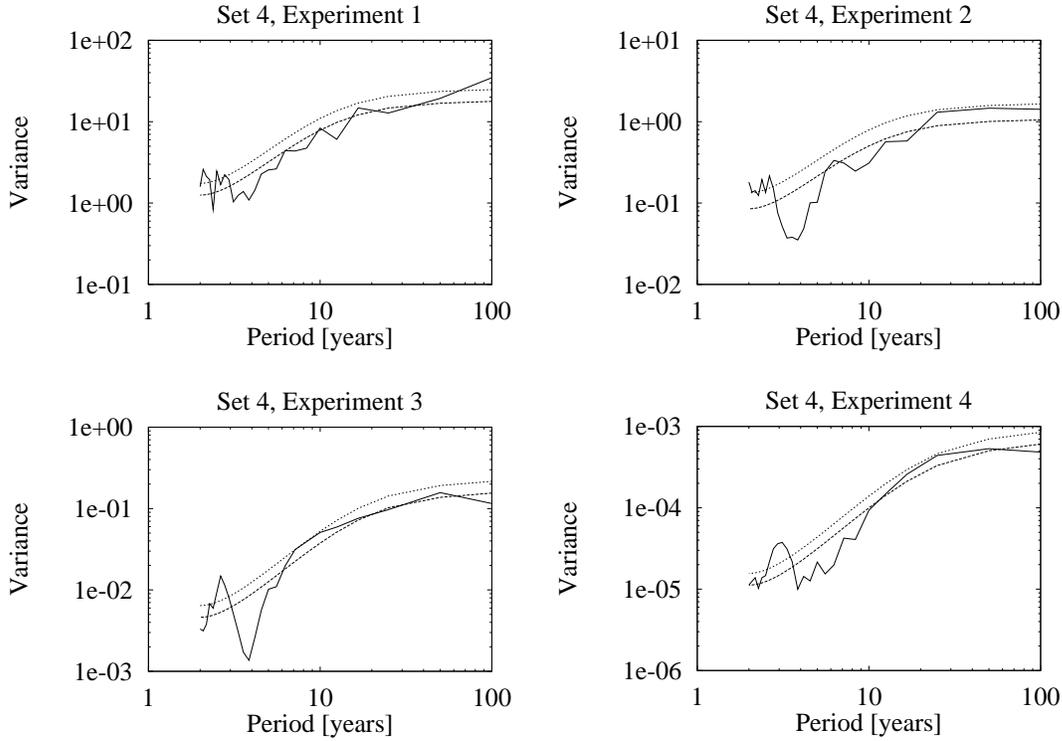


Abbildung 2.9: Varianzspektren [$\text{J}^2 \text{ yr m}^{-4}$] der transienten kinetischen Energie für die Experimente der Gruppe 4 (Set 4): $\vec{\tau} = \vec{\tau}_{mean} + \vec{\tau}_{stochastic} + \vec{\tau}_{coupled}$. Der an die Daten angepaßte AR(1)-Prozeß ist durch die gestrichelte Linie, das 95%-Vertrauensniveau durch die punktierte Linie dargestellt.

litativ nahezu identisch mit den entsprechenden Spektren aus Gruppe 1. Alle Experimente zeigen deutlich das typische rote ozeanische Spektrum. Das einzige Merkmal im Vergleich mit Gruppe 1 ist das leicht erhöhte Varianzniveau in Gruppe 3. Dieser Effekt kann den durch die mittlere Strömung ausgelösten Instabilitäten zugewiesen werden.

Gruppe 4 ($\vec{\tau}_4 = \vec{\tau}_{mean} + \vec{\tau}_{stochastic} + \vec{\tau}_{coupled}$): Die Spektren der transienten kinetischen Energie der Experimente aus Gruppe 4 sind in Abbildung 2.9 dargestellt. Die Berücksichtigung des mittleren Windschubs hat, verglichen mit den Experimenten aus Gruppe 2, eine leicht dämpfende Wirkung auf die transiente Zirkulation. Der Kopplungspeak ist weniger ausgeprägt und auch zu einer etwas längeren Periode von etwa 3 Jahren verschoben. Wie auch in Gruppe 2 zeigt Experiment 2

aus Gruppe 4 ($\lambda = 675$ km) eine erhöhte Varianz bei einer Periode von ungefähr dem Doppelten der Kopplungsperiode; dieser Peak mit einer Periode von etwa 6 Jahren ist allerdings auf dem 95%-Vertrauensniveau nicht signifikant.

2.2.3 Mechanismus

In dem vorhergehenden Abschnitt 2.2.2 wurde gezeigt, daß ein Mechanismus existiert, der im gekoppelten Modell einen unerwarteten Peak mit einer Periode von etwa 5 Jahren in den Spektren der transienten kinetischen Energie erzeugt. Dieser Mechanismus ist abhängig von der räumlichen Inhomogenität des idealisierten Stormtracks und tritt am deutlichsten in Experiment 2 ($\lambda = 675$ km) aus Gruppe 2 ($\vec{\tau}_2 = \vec{\tau}_{stochastic} + \vec{\tau}_{coupled}$) auf. Im folgenden wird der dem 5-jährigen Peak zugrunde liegende Mechanismus ausführlich erläutert, wobei die Dämpfung durch den mittleren Windschub vorerst vernachlässigt wird.

a. Energetik

Die Bilanzgleichung der transienten kinetischen Energie wird benutzt, um den Mechanismus der 5-jährigen Variabilität detailliert zu untersuchen. Die Energiebilanzgleichung wird in Anhang A hergeleitet und diskutiert. Analog zum Beckenmittel der transienten kinetischen Energie (2.12) werden auch Beckenmittel der einzelnen Terme der Energiegleichung (A.6) betrachtet, um das zeitabhängige Verhalten der windgetriebenen Zirkulation zu analysieren. Die folgenden über das Becken gemittelten Terme der Energiegleichung (A.6) sind nicht in der Lage, ein oszillatorisches Verhalten auszulösen, was aus physikalischen Überlegungen, bzw. den Größenordnungen und Vorzeichen der entsprechenden Zeitreihen hervorgeht. Sie kommen daher zur Erzeugung des 5-jährigen Peaks nicht in Frage. Die Advektion transienter kinetischer Energie kann keinen Beitrag leisten, da die entsprechenden Terme bei der Integration über ein geschlossenes Gebiet verschwinden. Die Umwandlung von mittlerer in transiente kinetische Energie durch Instabilitäten der mittleren Strömung ist vernachlässigbar, da die mittlere Strömung in den Experimenten der Gruppen 1 und 2 sehr klein, aber nicht gleich null ist, wie später zu sehen sein wird. Auch die Umwandlung von transienter kinetischer in transiente potentielle Energie (Geostrophic-Adjustment) ist nicht in der Lage, ein oszillatorisches Verhalten auszulösen, da die Zirkulation in sehr gu-

ter Näherung quasigeostrophisch balanciert ist. Der entsprechende Term ist daher eine Senke von transienter kinetischer Energie. Das gleiche gilt für die dissipativen Terme, da auch diese immer als Energiesenke wirken. Der Windschub des vereinfachten Kopplungsmechanismus treibt nur die 2.5-jährige Oszillation in den Energiezeitreihen an, aber kein anderes periodisches Phänomen. Der stochastische Windschub ist nur für das rote ozeanische Hintergrundspektrum verantwortlich (Hasselmann 1976), nicht aber für spezielle Zeitskalen. Nur der Reynolds-Term

$$u' \left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \right) + v' \left(\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} \right) \quad (2.14)$$

ist in der Lage, die in den Zeitreihen der transienten kinetischen Energie beobachtete 5-jährige Variabilität anzutreiben.

In Abbildung 2.10 ist das Kreuzspektrum der Zeitreihen der transienten kinetischen Energie und des Reynolds-Terms für Experiment 2 aus Gruppe 2 zu sehen; das ist genau das Experiment, in dem der 5-jährige Peak besonders ausgeprägt erscheint. Beide Zeitreihen sind auf eine einheitliche Standardabweichung normiert, da sie stark unterschiedliche Größenordnungen haben. Auf dem 99%-Vertrauensniveau sind beide Zeitreihen bei der Periode von etwa 5 Jahren kohärent, wobei die Zeitreihe des Reynolds-Terms die der transienten kinetischen Energie mit einer Phase von ungefähr 100° (1.4 Jahre) anführt.

b. Dynamik

Der Mechanismus der unerwarteten 5-jährigen Variabilität in den Zeitreihen der transienten kinetischen Energie muß in der Lage sein, die folgenden drei experimentellen Befunde zu erklären:

- Die Periode von etwa 5 Jahren ist das Doppelte der Zeit, die eine durch die Kopplung angetriebene Rossby-Welle benötigt, das Becken von Ost nach West zu durchqueren.
- Die Dynamik der 5-jährigen Variabilität ist mit dem Energiefluß des Reynolds-Terms, bzw. mit dem Reynolds-Impulsfluß verbunden.
- Die Amplitude der 5-jährigen Variabilität hängt sensitiv von der räumlichen Struktur des stochastischen Antriebs durch die Atmosphäre ab, die durch

Set 2, Experiment 2

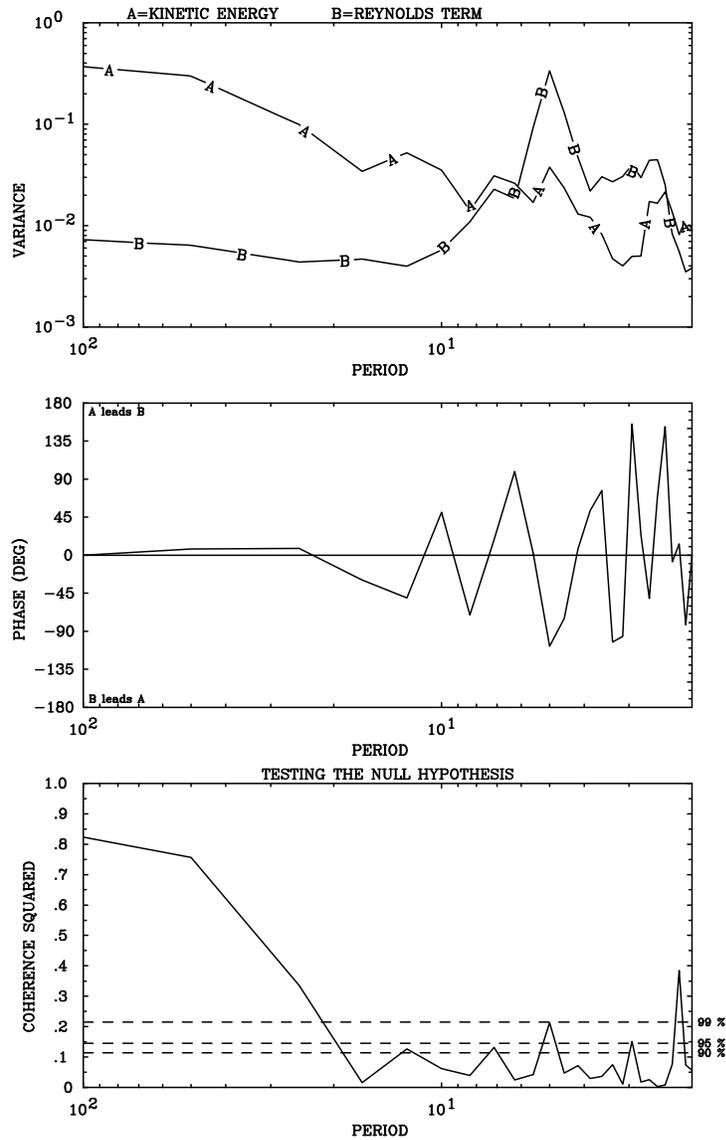


Abbildung 2.10: Kreuzspektrum der transienten kinetischen Energie und des Reynolds-Terms für Experiment 2 aus Gruppe 2. Die Periode ist in Jahren dargestellt. Beide Zeitreihen sind auf eine einheitliche Standardabweichung normiert.

den Inhomogenitätsparameter λ in der Wichtungsfunktion $f(x, y)$ kontrolliert wird. Ein optimaler Antrieb erfolgt für eine relativ starke räumliche Inhomogenität: Der Antrieb vermindert sich für Inhomogenitätsparameter oberhalb oder unterhalb von $\lambda = 675$ km.

An dieser Stelle sei angemerkt, daß es sich bei der dynamisch zu erklärenden Variabilität nicht um eine quasigeostrophische Eigenschwingung im geschlossenen Becken handeln kann. Die Eigenfrequenzen der quasigeostrophischen Vorticitygleichung in der Reduced-Gravity-Approximation, also des ersten baroklinen Modus, sind viel zu hoch, um die niederfrequente Variabilität zu erzeugen (Pedlosky 1987). Sogar die sehr kleinskaligen und daher niedrigfrequenten Eigenmoden haben Perioden von nur etwa 2 Jahren. Tatsächlich haben die kleinskaligen, gerade noch in dem verwendeten Modell aufgelösten Eigenmoden alle nahezu die gleiche Frequenz $\omega_{mn} = (\beta R)/(2\pi)$, was einer Periode von ungefähr 2 Jahren entspricht. Des weiteren ist die zu erklärende Variabilität auch keine höhere Eigenschwingung des gekoppelten Systems Ozean-Atmosphäre. Münnich *et al.* (1998), Jin (1997) und Weng und Neelin (1998) zeigen, daß sogar mit einem räumlich inhomogenen stochastischen Windschub das lineare gekoppelte System keinen anderen Eigenmode als den in Abschnitt 2.1 beschriebenen zeigt. Das bedeutet, daß die 5-jährige Variabilität in der Tat mit dem Energiefluß des Reynolds-Terms zusammenhängt und daher nicht in linearen gekoppelten Modellen zu beobachten ist.

Im folgenden wird ein Mechanismus vorgestellt, der in der Lage ist, die 5-jährige Variabilität zu erklären. Der Mechanismus wird mit Hilfe der schematischen Darstellung in Abbildung 2.11 diskutiert. Die drei Spalten repräsentieren dabei a) den *räumlich inhomogenen stochastischen Antrieb*, b) das *gekoppelte Szenario* und c) *räumliche Resonanz*.

Der *räumlich inhomogene stochastische Antrieb* (Abbildung 2.11, Spalte a), dessen räumliche Struktur durch die unterschiedlichen Liniestärken in der oberen Box (Atmosphäre) dargestellt ist, erzeugt ozeanische Eddies. Diese Eddies induzieren einen zyklonalen Impulsfluß, da auch die Aktivität der Eddies räumlich inhomogen verteilt ist. Dieser Impulsfluß, der später noch genauer erklärt wird, wird als Reynolds-Impulsfluß bezeichnet. Holland (1978) untersucht die fundamentale Wechselwirkung des durch Eddies induzierten Impulsflusses mit dem mittleren Grundstrom; die vorliegende Arbeit untersucht die Wechselwirkung des Reynolds-Impulsflusses mit der transienten Zirkulation. Man beachte, daß

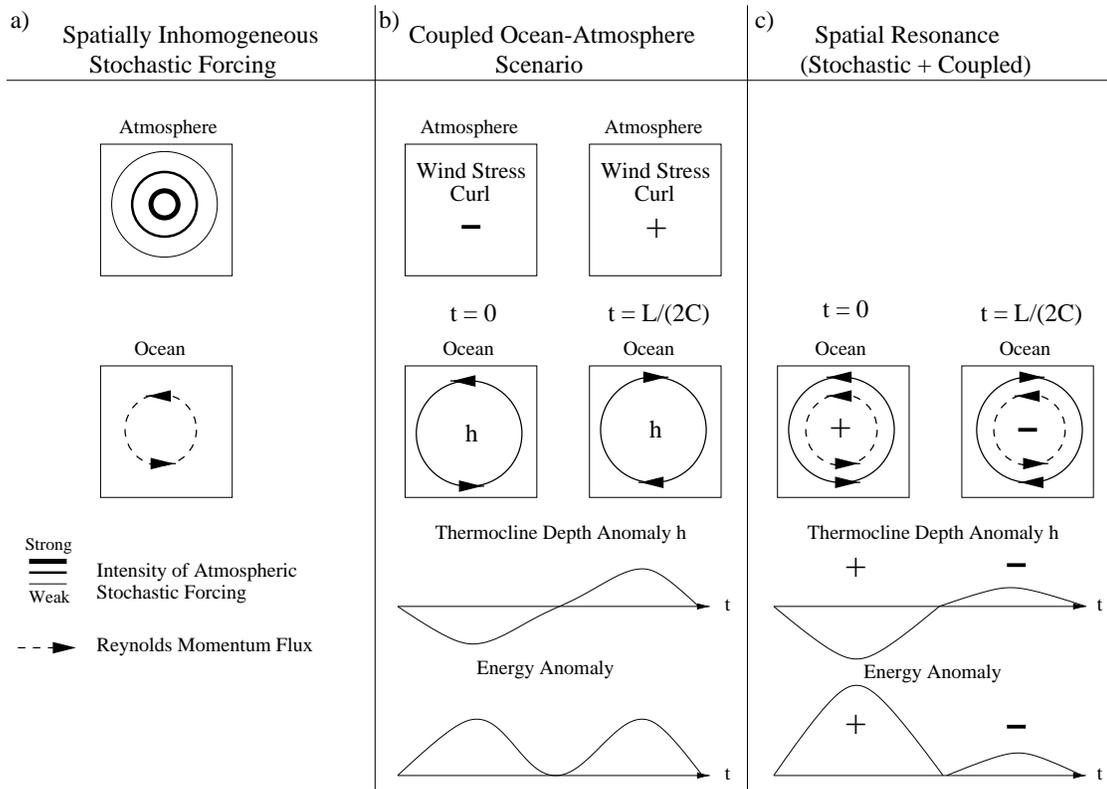


Abbildung 2.11: Schematische Darstellung des postulierten Mechanismus; eine detaillierte Diskussion befindet sich im Text. Spalte a) Der *räumlich inhomogene stochastische Antrieb*: In der oberen Box (Atmosphäre) ist die räumliche Inhomogenität des stochastischen Windschubs durch die unterschiedlichen Linienstärken angedeutet. In der unteren Box (Ozean) zeigt die gestrichelte Linie die Richtung des durch die Eddies erzeugten Reynolds-Impulsflusses. Spalte b) Das *gekoppelte Szenario*: Die obere Boxenreihe zeigt das Vorzeichen der Windschubrotation. Die durchgezogenen Linien der mittleren Boxenreihe zeigen die Struktur und die Phase der nach Westen wandernden Rossby-Welle. L ist die Breite des Beckens und C ist die zonale Phasengeschwindigkeit einer freien nichtdispersiven Rossby-Welle. Darunter sind schematische Zeitreihen der Thermoklinenanomalien und der dazugehörigen Energieanomalien dargestellt. Spalte c) *Räumliche Resonanz*: Die Ozeanboxen illustrieren die Wechselwirkung zwischen dem Reynolds-Impulsfluß und der Rossby-Welle. Die Plus-, bzw. Minuszeichen kennzeichnen die Phase der Wechselwirkung. Die resultierenden Zeitreihen sind darunter zu sehen.

die Reynolds-Impulsflüsse mit entgegengesetzten Vorzeichen in der Impulsgleichung der mittleren Strömung (Gleichung A.1 und A.2) und der Impulsgleichung des transienten Bewegungsfelds (Gleichung A.3 und A.4) erscheinen. Die gestrichelte Linie in der unteren Box (Ozean) zeigt die idealisierte Struktur und die Richtung des durch die Eddies erzeugten Reynolds-Impulsflusses. Es sei angemerkt, daß der Reynolds-Impulsfluß per Definition stationär ist (siehe Anhang A); er trägt mit einem zeitunabhängigen zyklonalen Antrieb zur Impulsbilanz des transienten Bewegungsfelds bei. Die räumlich inhomogene Verteilung der ozeanischen Eddies ist die Antwort des Ozeans auf den inhomogenen stochastischen Antrieb der Atmosphäre. Die Richtung des Reynolds-Impulsflusses läßt sich unter der Verwendung von Polarkoordinaten leicht herleiten. Polarkoordinaten werden verwendet, da sie an die kreisförmige Symmetrie des stochastischen Antriebs und der daraus folgenden räumlichen Struktur der ozeanischen Antwort angepaßt sind. Tatsächlich zeigen die horizontalen Muster der Reynolds-Impulsflüsse keine perfekte Kreissymmetrie, da diese durch die westwärtige Ausbreitung der Eddies verzerrt wird. Zur konzeptionellen Betrachtung des Problems ist es aber angemessen, diese Verzerrung zu vernachlässigen und Kreissymmetrie anzunehmen. Die grundlegenden physikalischen Mechanismen werden durch diese konzeptionelle Vereinfachung nicht beeinflusst. Sind nun u_θ und u_r die tangentialen und radiale Komponente des Geschwindigkeitsvektors in Polarkoordinaten, so ergibt sich für die durch den Reynolds-Impulsfluß verursachte lokale zeitliche Änderung der tangentialen Komponente des transienten Geschwindigkeitsfelds

$$\frac{\partial u'_\theta}{\partial t} \propto \frac{\partial \overline{u'_\theta u'_r}}{\partial r} \quad (2.15)$$

Die numerischen Experimente zeigen nun, daß die mittleren Geschwindigkeitskorrelationen radial nach außen hin abnehmen. Diese Annahme wird durch die Gaußsche Struktur des stochastischen Antriebs verursacht, dessen Varianz ein Maximum im Zentrum des Beckens hat und radial nach außen hin abnimmt. Das bedeutet, daß der radiale Gradient der mittleren Geschwindigkeitskorrelationen in (2.15) negativ ist und daher einen zyklonalen Reynolds-Impulsfluß induziert. Wird nun die Inhomogenität des stochastischen Windschubs verstärkt, so wachsen auch die Gradienten der mittleren Geschwindigkeitskorrelationen und der zugehörige zyklonale Reynolds-Impulsfluß gemäß (2.15). Um diesen Effekt in kartesischen Koordinaten zu verifizieren, werden Süd-Nord-Profile der mittleren Geschwindigkeitskorrelationen $\overline{u'v'}$ und $\overline{v'v'}$ an der Stelle $x = 1800$ km für Experiment 2 aus der Gruppe 1 ($\vec{\tau}_1 = \vec{\tau}_{stochastic}$) und 2 ($\vec{\tau}_2 = \vec{\tau}_{stochastic} + \vec{\tau}_{coupled}$) in

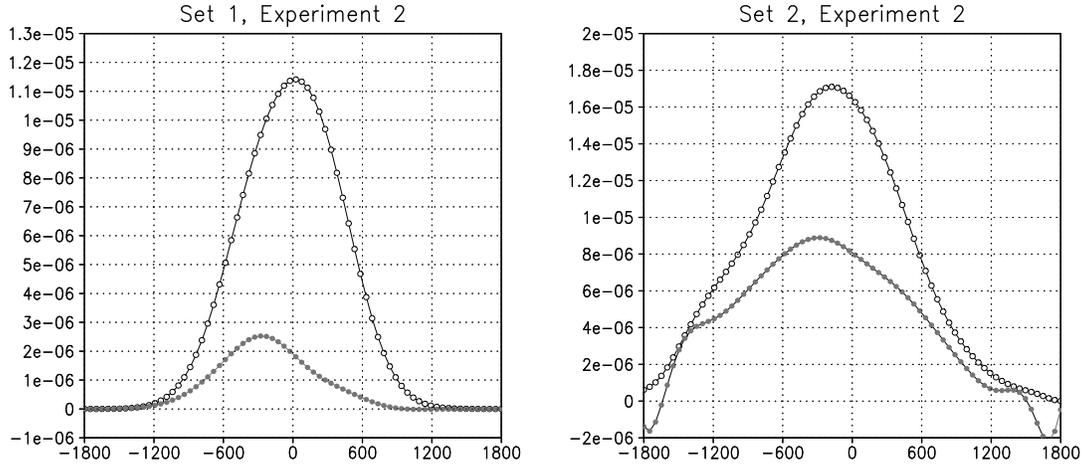


Abbildung 2.12: Süd-Nord-Profile der mittleren Geschwindigkeitskorrelationen [$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$] an der Stelle $x = 1800 \text{ km}$. $\overline{v'v'}$ ist durch einen nicht ausgefüllten Kreis und $\overline{u'v'}$ durch einen ausgefüllten Kreis gekennzeichnet. Auf der Abszisse ist die Süd-Nord-Koordinate in Kilometern aufgetragen.

Abbildung 2.12 dargestellt; in diesen Experimenten nimmt der Inhomogenitätsparameter seinen zum Antrieb des 5-jährigen Peaks optimalen Wert von $\lambda = 675 \text{ km}$ an. Beide Experimente zeigen eine ausgeprägte Gaußsche Struktur der mittleren Geschwindigkeitskorrelationen (in dem Experiment aus Gruppe 2 ist die Gaußsche Struktur durch die Kopplung etwas verzerrt). Wird der stochastische Antrieb räumlich nahezu homogen gewählt, so verschwinden die starken Gradienten und daher auch die Reynolds-Impulsflüsse.

Das *gekoppelte Szenario* (Abbildung 2.11, Spalte b) erzeugt großskalige Rossby-Wellen, wie in Abschnitt 2.1 und der Einleitung zu diesem Abschnitt ausführlich erläutert. Der Kopplungsmechanismus wird im folgenden anhand der schematischen Abbildung 2.11 nochmals kurz erläutert. Eine negative Thermoklinenanomalie zum Zeitpunkt $t = 0$ geht mit einem zyklonalen Strömungsmuster einher und verursacht durch den Kopplungsmechanismus eine negative Windschubrotation. Die Thermoklinenanomalie wandert mit der doppelten Phasengeschwindigkeit einer freien nichtdispersiven Rossby-Welle westwärts; die freie Welle hat die Phasengeschwindigkeit $C_x = -\beta R^2$. Das bedeutet, die Phasenumkehr des Kopplungsmechanismus tritt nach der Zeit ein, welche die durch die Kopplung erzeugte Rossby-Welle benötigt, das Becken zu durchqueren: $t = L_x / (2\beta R^2)$ ($\approx 2.5 \text{ Jah}$ -

re). Die Periode der Oszillation ist daher das Doppelte der Durchquerungszeit: $T = L_x/(\beta R^2)$ (≈ 5 Jahre). Zur konzeptionellen Betrachtung wird die Rossby-Welle in Abbildung 2.11 als kreissymmetrisch angenommen. Die tatsächlichen Muster der Rossby-Welle sind in Abbildung 2.4 zu sehen. Man beachte wiederum, daß die eigentliche Kopplungsperiode $T = L_x/(\beta R^2)$ in den Energiezeitreihen als $T/2 = L_x/(2\beta R^2)$ erscheint, wie in den schematischen Darstellungen der Zeitreihen angedeutet.

Räumliche Resonanz wird möglich, wenn der räumlich inhomogene stochastische Antrieb und das Kopplungszenario koexistieren (Abbildung 2.11, Spalte c). Die Rossby-Welle und der Reynolds-Impulsfluß treten dabei in eine räumlich resonante Wechselwirkung, sobald das räumliche Muster des Reynolds-Impulsflusses optimal zu der Struktur der Rossby-Welle paßt. In diesem räumlichen Resonanzfall wird die Amplitude der Rossby-Welle durch den zeitunabhängigen zyklonalen Reynolds-Impulsfluß in ihrer zyklonalen Phase optimal angeregt und in der entgegengesetzten antizyklonalen Phase optimal abgeschwächt. Der Zeitraum zwischen optimal angeregter und abgeschwächter Phase entspricht der Beckendurchquerungszeit von etwa 2.5 Jahren. Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden angeregten und zwei aufeinanderfolgenden abgeschwächten Phasen ist daher ungefähr 5 Jahre. Man beachte, daß, obwohl der Reynolds-Impulsfluß stationär ist, der Reynolds-Term in der Bilanzgleichung der transienten kinetischen Energie (A.6) aufgrund der Rossby-Welle periodisch das Vorzeichen wechselt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Amplitude der nach Westen wandernden Rossby-Welle optimal durch den vom Stormtrack induzierten Reynolds-Impulsfluß angeregt, was durch das Pluszeichen in Spalte c der Abbildung 2.11 gekennzeichnet ist. In dieser Phase fließt Energie in die Rossby-Welle. In der entgegengesetzten Phase, die nach der Durchquerungszeit $t = L_x/(2\beta R^2)$ (≈ 2.5 Jahre) angenommen wird, wird die Amplitude der Rossby-Welle abgeschwächt, was durch das Minuszeichen gekennzeichnet ist. In dieser Phase nimmt die Energie der Rossby-Welle ab. Nach insgesamt 5 Jahren tritt die anfangs diskutierte Phase, welche die Amplitude der Rossby-Welle durch das räumlich inhomogene Rauschen optimal verstärkt, erneut auf. Die im Falle der räumlichen Resonanz resultierenden Zeitreihen der Thermoklinenanomalie und der Energie sind schematisch dargestellt. Es sei wieder angemerkt, daß in der Zeitreihe der Energie eine Periode von $T = L_x/(\beta R^2)$ (≈ 5 Jahre) auftritt. Aus diesem Grund findet man eine signifikante Periode von 5 Jahren in der transienten kinetischen Energie im Falle der räumlichen Resonanz. Ein

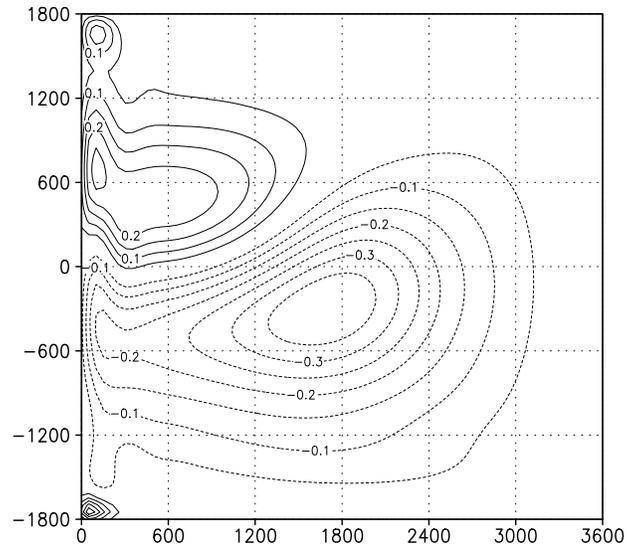


Abbildung 2.13: Zeitlich gemittelte Schichtdickenanomalie h [m] für Experiment 2 aus Gruppe 2. Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

qualitativ ähnlicher Resonanzmechanismus für die thermohaline Zirkulation in einem vereinfachten Modell wird von Saravanan und McWilliams (1997) gefunden, die auch den Begriff der räumlichen Resonanz (Spatial-Resonance) vorgeschlagen haben.

Da die Amplitude der Rossby-Welle in der zyklonalen Phase verstärkt und in der antizyklonalen Phase abgeschwächt wird, verschwindet die Welle durch eine zeitliche Mittelung nicht. Tatsächlich zeigt sich dieses Phänomen in den numerischen Experimenten: Die angeregte Phase der Rossby-Welle erscheint in der zeitlich gemittelten Zirkulation. In Abbildung 2.13 ist die über 1000 Jahre gemittelte Schichtdickenanomalie h für das Experiment mit dem optimalen Inhomogenitätsparameter $\lambda = 675$ km zu sehen (Experiment 2 aus Gruppe 2). Das Muster ähnelt stark der zyklonalen, und daher angeregten Phase, der durch die Kopplung angetriebenen Rossby-Welle (Abbildung 2.4). Alle anderen Experimente aus Gruppe 2 zeigen dieses Muster der gemittelten Schichtdickenanomalie h nicht. Wird der nahezu homogene stochastische Antrieb benutzt, verschwindet die mittlere Zirkulation fast vollständig.

Eine genauere Analyse der Vorzeichen des Reynolds-Terms zeigt, daß die mittlere Schichtdickenanomalie in Abbildung 2.13 in der Tat die verstärkte Phase der

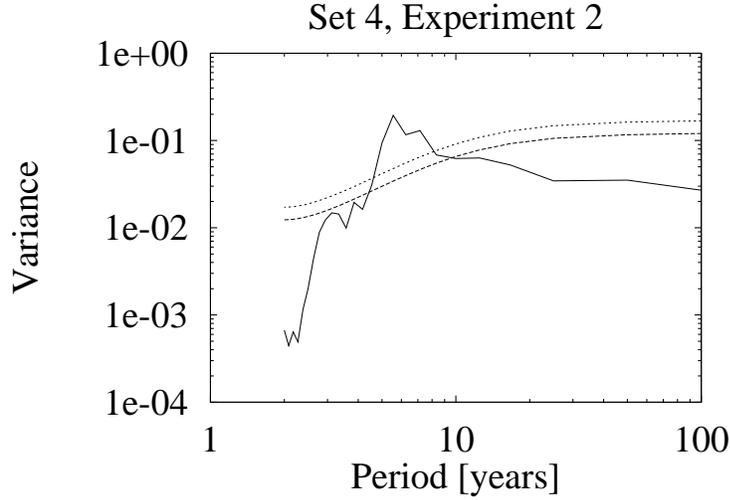


Abbildung 2.14: Varianzspektrum des über das Becken gemittelten und normierten Reynolds-Terms für Experiment 2 aus Gruppe 4 (Set 4): $\vec{\tau} = \vec{\tau}_{mean} + \vec{\tau}_{stochastic} + \vec{\tau}_{coupled}$. Der an die Daten angepaßte AR(1)-Prozeß ist durch die gestrichelte Linie, das 95%-Vertrauensniveau durch die punktierte Linie dargestellt.

Rossby-Welle ist. Betrachtet man nur die zonalen Profile der meridionalen Gradienten der mittleren Geschwindigkeitskorrelationen und die zonale Geschwindigkeit u' an der Stelle $x = 1800$ km (v' wird vernachlässigt), so trägt nur $u'(\partial \overline{u'v'} / \partial y)$ zum Reynolds-Term bei. Das Vorzeichen dieses Terms ist immer positiv für die angeregte Phase der Oszillation: nördlich von $y = -300$ km sind u' und $\partial \overline{u'v'} / \partial y$ beide negativ, südlich von $y = -300$ km sind u' und $\partial \overline{u'v'} / \partial y$ beide positiv. Genau das Gegenteil tritt für die abgeschwächte Phase der Oszillation ein.

Als letztes bleibt noch die Frage der Dämpfung der 5-jährigen Variabilität, ausgelöst durch die räumliche Resonanz des Reynolds-Impulsflusses mit der Rossby-Welle, durch den mittleren Double-Gyre-Antrieb zu beantworten. Die Struktur der gemittelten Geschwindigkeitskorrelationen in den Experimenten mit Double-Gyre-Antrieb (Gruppe 3 und 4) zeigt, daß die durch den stochastischen Antrieb erzeugten Eddies nicht signifikant durch die mittlere Strömung beeinflusst werden. Das gleiche gilt für die durch den Kopplungsmechanismus erzeugte Rossby-Welle. Die Ursache dafür ist, daß nur barokline Rossby-Wellen mit Wellenlängen deutlich kleiner als einige hundert Kilometer signifikant durch einen Grundstrom beein-

flußt werden. Diese Längenskala wird jedoch durch den stochastischen Antrieb nicht vorwiegend erzeugt. Aus diesem Grund ist der Mechanismus der räumlichen Resonanz auch in Anwesenheit des Double-Gyre-Windschubs präsent, wie das Spektrum des beckenintegrierten Reynolds-Terms für Experiment 2 aus Gruppe 4 ($\vec{\tau}_4 = \vec{\tau}_{mean} + \vec{\tau}_{stochastic} + \vec{\tau}_{coupled}$) deutlich durch den 5-jährigen Peak zeigt (Abbildung 2.14). Deshalb ist anzunehmen, daß der Resonanzmechanismus durch einen anderen Effekt gedämpft wird. Dieser Effekt ist vermutlich die Umwandlung von mittlerer in transiente kinetische Energie, da die Eddies nicht signifikant durch den Grundstrom beeinflusst werden.

Da der Schwerpunkt in diesem Abschnitt die Analyse der Bedeutung des Stormtracks für ein konzeptionelles Modell der NAO ist, wird die in den Experimenten beobachtete Dämpfung der 5-jährigen Variabilität durch den Grundstrom in dieser Arbeit nicht detailliert studiert. Es ist daher sinnvoll, den Mechanismus der räumlichen Resonanz in unterschiedlich komplexen Modellen in Zukunft weiter zu untersuchen.

2.2.4 Diskussion

In diesem Abschnitt wird ein vereinfachtes Ozeanmodell verwendet, um die niederfrequente Variabilität der durch einen instationären Windschub angetriebenen Zirkulation zu untersuchen. Das Windfeld besteht aus einem mittleren Double-Gyre-Antrieb, einer räumlich inhomogenen stochastischen Komponente und einer konzeptionellen Kopplung an die Atmosphäre. Im Falle räumlicher Resonanz wird die Amplitude der durch den Kopplungsmechanismus angetriebenen Rossby-Welle durch einen stochastisch induzierten zyklonalen Reynolds-Impulsfluß in ihrer zyklonalen Phase optimal angeregt und in der entgegengesetzten antizyklonalen Phase optimal abgeschwächt. Diese räumliche Resonanz tritt ein, sobald das Muster des durch den räumlich inhomogenen Stormtrack induzierten Reynolds-Impulsflusses optimal zu der Struktur der Rossby-Welle paßt. Aus diesem Grund erscheint ein signifikantes spektrales Maximum bei 5 Jahren in der Zeitreihe der über das Becken gemittelten transienten kinetischen Energie.

Das bedeutet, daß Klimavariabilität ausgelöst durch das *gekoppelte Szenario* (Bjerknes 1964; Latif und Barnett 1994, 1996; Grötzner *et al.* 1998; Jin 1997; Münnich *et al.* 1998; Weng und Neelin 1998) signifikant durch das *stochastische*

Szenario (Hasselmann 1976; Frankignoul und Müller 1979; Frankignoul *et al.* 1997) modifiziert werden kann. Es ist wichtig anzumerken, daß der konzeptionell vorgestellte Mechanismus der räumlichen Resonanz auf andere Dimensionen des Beckens angewendet werden kann, was zu anderen signifikanten Perioden führt. Entscheidend für den Mechanismus ist nur die Koexistenz der großskaligen Rossby-Welle und des räumlich inhomogenen stochastischen Antriebs, der dann die Reynolds-Impulsflüsse induziert. Auch ist es nicht entscheidend, welchen Ursprung die Rossby-Welle hat; diese muß nicht zwangsläufig durch das Kopplungsszenario angetrieben werden, sondern kann auch durch andere Prozesse entstanden sein. Jeder großskalige Rossby-Mode kann durch die Reynolds-Impulsflüsse, die durch den Stormtrack induziert werden, signifikant modifiziert werden.

Ein ähnlicher Resonanzmechanismus für die thermohaline Zirkulation wird mit Hilfe eines vereinfachten gekoppelten Modells von Saravanan und McWilliams (1997) vorgeschlagen. Dort werden die Wärme- und Frischwasserflüsse stochastisch behandelt, um die Wechselwirkungen zwischen Ozean und Atmosphäre auf dekadischen Zeitskalen zu studieren. Dieser stochastische Anteil wird räumlich inhomogen gewählt. Das Modell zeigt eine Oszillation der thermohalinen Zirkulation mit einer Periode von etwa 30–40 Jahren. Die Hälfte dieser Periode entspricht in etwa der Zeit, die SST-Anomalien benötigen, um von mittleren in hohe Breiten transportiert zu werden (Greatbatch und Zhang 1995; Weaver und Sarachik 1991). Interessant ist dabei die stochastische Anregung des thermohalinen Modes. Saravanan und McWilliams (1997) nehmen an, daß vorhandene ozeanische Moden der thermohalinen Zirkulation in räumliche Resonanz mit den stochastischen Oberflächenflüssen treten. Dadurch werden speziell die vorhandenen ozeanischen Moden verstärkt angeregt, deren Oberflächenstruktur räumlich am besten an die Struktur der stochastischen Oberflächenflüsse angepaßt ist. Saravanan und McWilliams (1997) mutmaßen, daß der Effekt der räumlichen Resonanz einen bedeutenden Einfluß auf die Variabilität der thermohalinen Zirkulation haben kann.

Der Mechanismus von Saravanan und McWilliams (1997) und der Mechanismus, der in dieser Arbeit diskutiert wird, sind also konzeptionell vergleichbar. In der vorliegenden Arbeit ist die ozeanische Komponente nicht die thermohaline Zirkulation, sondern die Rossby-Welle der windgetriebenen Zirkulation. Dieser Rossby-Mode wird durch die Reynolds-Impulsflüsse, die durch den räumlich inhomogenen stochastischen Windschub induziert werden, signifikant modifiziert.

In der Arbeit von Saravanan und McWilliams (1997) wird der thermohaline Mode durch das räumliche Muster der stochastischen Wärme- und Frischwasserflüsse bevorzugt angeregt. In beiden Fällen ist die räumliche Resonanz zwischen einem ozeanischen Mode und dem Muster des stochastischen atmosphärischen Antriebs verantwortlich für die Modifizierung oder Anregung eines existierenden ozeanischen Modes.

Obwohl das in dieser Arbeit verwendete Modell relativ einfach ist, wird dennoch angenommen, daß der diskutierte Mechanismus ein nützliches Konzept zur Anregung langperiodischer ozeanischer Variabilität sein kann.

2.3 Stochastisch angeregte Regimeübergänge

2.3.1 Motivation

In der Vergangenheit haben sich die barotropen und baroklinen Single- und Double-Gyre-Modelle der windgetriebenen Ozeanzirkulation als sehr geeignet erwiesen, die lineare und insbesondere die nichtlineare Dynamik des Ozeans konzeptionell zu studieren. Die Zirkulation hängt dabei sensitiv von den verwendeten Randbedingungen und der Parametrisierung der lateralen Reibung ab. Man ist bis heute allerdings nicht in der Lage, die unterschiedlichen Randbedingungen und Parametrisierungen aus Beobachtungsdaten zu verifizieren oder zu falsifizieren. Aus diesem Grund ist eine Hauptaufgabe dieser Modelle die Analyse der Dissipationsmechanismen in den westlichen Randströmen; einen ausführlichen Überblick über diese Thematik gibt z.B. Pedlosky (1996). Der Mechanismus und Einfluß der Vorticitydissipation auf die windgetriebene Zirkulation ist nicht der einzige Punkt, der mit Hilfe dieser Modelle untersucht wird. Seit kurzer Zeit ist bekannt, daß die nichtlinearen Single- und Double-Gyre-Modelle multiple stationäre Lösungen besitzen. In diesem Zusammenhang spielt insbesondere die Dynamik der Double-Gyre-Zirkulation als konzeptionelles Modell der windgetriebenen Strömung des Nordatlantiks eine wichtige Rolle.

Die Existenz von multiplen stationären Zuständen in vereinfachten Zirkulationsmodellen des Ozeans und der Atmosphäre wird oft zur Erklärung der beobachteten Klimavariabilität herangezogen. Durch eine zeitliche Integration können

allerdings nur stabile stationäre Zustände erreicht werden. Es kann jedoch sein, daß eine instabile stationäre Lösung des Systems, welche nur in wenigen Moden instabil, aber in vielen Moden stabil ist, die Trajektorie zumindest zeitweise in der Nähe des eigentlich instabilen Fixpunkts halten kann (Legras und Ghil 1985). Es kann deshalb auch in der Umgebung instabiler Fixpunkte zu temporär stabilen Regimen kommen. Regime werden dabei als Regionen im Phasenraum definiert, die durch eine lokal erhöhte Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Phasenraumtrajektorie gekennzeichnet sind. Diese Definition beinhaltet die Tatsache, daß die Attraktoren eines chaotischen Systems in der Regel nur relativ kleine Bereiche des Phasenraums ausfüllen.

Die niederfrequente Variabilität der Atmosphäre wird oft mit den Übergängen zwischen verschiedenen Regimen in Verbindung gebracht (Kimoto und Ghil 1993a,b; Itoh und Kimoto 1996, 1997; Marshall und Molteni 1993; Molteni 1996a,b). Die gleiche Vorstellung kann nun auch auf die windgetriebene Ozeanzirkulation angewendet werden. Insbesondere wird angenommen, daß die niederfrequente Variabilität der nordatlantischen Wirbel mit Übergängen zwischen unterschiedlichen Regimen erklärt werden kann. Das bedeutet, daß das Studium der multiplen stationären Zustände der windgetriebenen Zirkulation direkt mit der Frage nach der Ursache von niederfrequenter Klimavariabilität in Verbindung gebracht werden kann.

Ierley und Sheremet (1995) untersuchen die stationären Fixpunkte, und Meacham und Berloff (1997) und Berloff und Meacham (1997) studieren die Struktur der Attraktoren des Single-Gyre-Modells. Die entsprechenden Untersuchungen werden auch auf das Double-Gyre-Problem ausgeweitet (Cessi und Ierley 1995; Speich *et al.* 1995; Jiang *et al.* 1995; Primeau 1998a,b; Scott und Straub 1998). Diese Autoren zeigen in ihren Arbeiten, daß das Double-Gyre-Problem für einen großen Parameterbereich und unterschiedliche Randbedingungen, bzw. Parametrisierungen eine Vielzahl von stationären Lösungen besitzt. Alle zitierten Arbeiten berechnen explizit stabile und instabile stationäre Lösungen, mit Ausnahme von Jiang *et al.* (1995), die das System zeitlich vorwärts integrieren. Jiang *et al.* (1995) arbeiten in einem Parameterbereich, in dem das Modell stabile Fixpunkte besitzt, welche natürlich auch in einem zeitabhängigen Modell angenommen werden können. Das quasigeostrophische Double-Gyre-Modell (Cessi und Ierley 1995; Primeau 1998a,b; Scott und Straub 1998) wird durch zwei Klassen von stationären Lösungen gekennzeichnet: Eine Klasse beinhaltet exakt antisymme-

trische, die andere Klasse nichtsymmetrische Zirkulationsmuster. Die nichtsymmetrischen Lösungen treten aufgrund der Symmetrieeigenschaft $\psi(-y) = -\psi(y)$ der quasigeostrophischen Gleichung immer paarweise auf. Das bedeutet, daß zu einer Lösung $\psi(x, y)$ noch die weitere Lösung $-\psi(x, -y)$ existiert. Cessi und Ierley (1995) mutmaßen, daß alle stationären Lösungen, egal ob stabil oder instabil, signifikant zur niederfrequenten Variabilität der windgetriebenen Ozeanzirkulation beitragen. Die entsprechenden Berechnungen der Fixpunkte unter Verwendung der primitiven Gleichungen werden von Speich *et al.* (1995) und Jiang *et al.* (1995) durchgeführt. Es zeigt sich, daß obwohl die primitiven Gleichungen nicht die Symmetrieeigenschaften der quasigeostrophischen Gleichungen besitzen, die nichtsymmetrischen stationären Lösungen der primitiven Gleichungen dennoch paarweise gemäß der quasigeostrophischen Theorie auftreten.

Im Falle eines relativ schwachen Windschubs besitzt das Double-Gyre-Modell nur eine stabile Lösung. Für stärker werdende Amplituden des Antriebs erscheinen sukzessiv instabile Lösungen, welche schließlich zu einem chaotischen Verhalten des Systems führen: Ausgehend von der stabilen stationären Zirkulation erscheinen in Abhängigkeit von der Stärke des Windschubs, welcher äquivalent zur Nichtlinearität des Systems ist, zunächst stabile periodische Lösungen durch Hopf-Bifurkationen. Der Übergang zum Chaos erfolgt schrittweise durch weitere Hopf-Bifurkationen, so daß das System aperiodisch und schließlich chaotisch wird.

Ein rechteckiges Becken mit einer zonalen Ausdehnung von $L_x = 1000$ km und einer meridionalen Ausdehnung von $L_y = 2000$ km wird oft zum Studium der stationären Lösungen des Double-Gyre-Modells verwendet (Cessi und Ierley 1995; Speich *et al.* 1995; Jiang *et al.* 1995; Primeau 1998a; Scott und Straub 1998). Das bedeutet allerdings, daß ein weit in das Becken hineinreichender Jet durch die Beckengeometrie a priori verhindert wird. Es ist jedoch bekannt, daß es in einem Becken mit einer größeren zonalen Ausdehnung L_x auch weit in das Becken hineinreichende quasi-antisymmetrische und nichtsymmetrische stationäre Zirkulationsmuster gibt, wie z.B. Primeau (1998b) zeigt. Die Bezeichnung “quasi-antisymmetrisch” wird im folgenden benutzt, um eine Zirkulation zu beschreiben, in der die Transporte im nördlichen und südlichen Rezirkulationswirbel näherungsweise gleich groß sind, was mit einem weit in das Becken hineinreichenden Jet einhergeht. In der zeitabhängigen quasigeostrophischen Theorie ist eine weit in das Becken hineinreichende quasi-antisymmetrische Zirkulation das bevorzugt

angenommene Regime, solange der exakt antisymmetrische Double-Gyre-Antrieb verwendet wird (McCalpin und Haidvogel 1996). Die Verwendung eines leicht asymmetrischen Windschubs verändert das Verhalten der Zirkulation. Das System besitzt dann mehrere bevorzugt angenommene Regime, wie die Arbeit von McCalpin und Haidvogel (1996) verdeutlicht; ein Regime zeigt wieder das weit in das Becken hineinreichende quasi-antisymmetrische Zirkulationsmuster, ein anderes Regime dagegen zeigt ein nicht weit in das Becken hineinreichendes nichtsymmetrisches Muster. Der nichtsymmetrische Zustand wird durch die leichte Asymmetrie des Windschubs verursacht. McCalpin und Haidvogel (1996) schließen daraus, daß die niederfrequente Variabilität des Double-Gyre-Modells durch Übergänge zwischen verschiedenen Regimen verursacht werden kann.

In diesem Abschnitt wird ein quadratisches Becken mit einer Kantenlänge von 2400 km verwendet. Die zonale Beckenausdehnung ist so gewählt, daß sie einen weit in das Becken hineinreichenden Jet zuläßt. Alle weiteren Parameter sind in Tabelle 2.1 zusammengefaßt. Entscheidend für diesen Abschnitt ist, daß die Parameter so gewählt sind, daß sich die durch den klassischen Double-Gyre-Windschub angetriebene Zirkulation in einem stark nichtlinearen Regime befindet, wie in Abschnitt 2.1 beschrieben. Die nichtlineare Dynamik des Ozeans, insbesondere die Existenz von multiplen stationären Zuständen, spielt bei der Beschreibung der internen ozeanischen Variabilität vermutlich eine wichtige Rolle (Cessi und Ierley 1995). In diesem Abschnitt wird nun der Einfluß des Stormtracks auf die nichtlineare interne ozeanische Dynamik analysiert. Die lokalisierte hochfrequente Variabilität des nordatlantischen Stormtracks wird, wie in Abschnitt 2.1 detailliert beschrieben, parametrisiert.

Die Bedeutung externen Rauschens auf die Dynamik physikalischer Systeme wird von McClintock (1999) hervorgehoben. Ein vor kurzem publiziertes meteorologisches Beispiel, daß externes Rauschen einen entscheidenden Einfluß auf die atmosphärische Dynamik haben kann, stammt von Itoh und Kimoto (1996). Die Autoren zeigen, daß stochastische Störungen Übergänge zwischen verschiedenen Zirkulationsregimen auslösen können. In diesem Sinne wird nun der Einfluß eines räumlich inhomogenen stochastischen Windschubs auf das ozeanische Regimeverhalten analysiert.

2.3.2 Ergebnisse

a. Aufbau der Experimente

Um den Einfluß des räumlich inhomogenen stochastischen Antriebs auf die nicht-lineare ozeanische Dynamik zu untersuchen, werden Experimente durchgeführt, in denen die Amplitude des Double-Gyre-Antriebs (ϕ) und die Inhomogenität des stochastischen Antriebs (λ) variiert werden. Sofern nicht explizit erwähnt, werden alle weiteren Parameter nicht verändert. Insbesondere wird im folgenden eine Half-Slip-Bedingung ($\gamma = 0.5$) als Standardeinstellung verwendet. Die Sensitivität der vorgestellten Ergebnisse zu veränderten Randbedingungen wird in 2.3.2d untersucht. Der Wert des Windschubparameters ϕ variiert zwischen 0.7 und 1.3. Da die Reynolds-Zahl im Falle der Windschubamplitude $\tau_0 = 0.05 \text{ N m}^{-2}$ den Wert $Re = 1.86$ hat (siehe Abschnitt 2.1), ergibt sich die Reynolds-Zahl der folgenden Experimente zu $Re = 1.86 \phi^{3/2}$. Das bedeutet, Re nimmt im folgenden Werte zwischen 1.09 und 2.76 an. Für jeden Wert von ϕ wird der Effekt des stochastischen Windschubs durch vier verschiedene Experimente analysiert. Drei dieser Experimente werden durch die unterschiedlichen Inhomogenitätsparameter $\lambda = 300, 600$ und 1200 km definiert; ein weiteres Experiment wird ohne stochastischen Antrieb durchgeführt. Alle Experimente in 2.3.2b,c verwenden den ruhenden Zustand als Anfangsbedingung. Die Sensitivität bezüglich veränderter Anfangsbedingungen wird in 2.3.2d analysiert. Die stochastisch angeregten Experimente werden über einen Zeitraum von 510 Jahren integriert. Die nur stationär angetriebenen Experimente werden mindestens 110 Jahre integriert; der tatsächliche Zeitraum hängt von dem zeitabhängigen Verhalten der Zirkulation ab. Die ersten 10 Jahre werden aufgrund der Spin-Up-Phase immer ignoriert. Transporte, Geschwindigkeiten und Schichtdickenanomalien werden einmal pro Tag abgespeichert und später monatlich gemittelt. Zur Berechnung von Zeitreihen der über das Becken gemittelten transienten kinetischen und potentiellen Energie werden immer Monatsmittel verwendet (siehe Gleichung 2.16 und 2.17). Wie schon im vorherigen Abschnitt 2.2 erläutert, hat die relevante Zeitskala des Systems die Größenordnung von Jahren. Die Zeitabhängigkeit der Zirkulationsmuster wird daher durch die entsprechenden Jahresmittel visualisiert.

Wie schon in Abschnitt 2.2 wird das zeitabhängige Verhalten der Zirkulation durch die über das gesamte Becken Ω integrierte transiente Energie charakte-

riert. Die Beckeninhalte der transienten kinetischen und potentiellen Energie sind

$$[E'_{kin}]_{\Omega} = \frac{1}{\Omega} \iint_{\Omega} \left(\frac{\rho_1 \bar{H}}{2} (u^2 + v^2) \right) dx dy \quad (2.16)$$

$$[E'_{pot}]_{\Omega} = \frac{1}{\Omega} \iint_{\Omega} \left(\frac{g' \rho_1 h^2}{2} \right) dx dy \quad (2.17)$$

wobei $[...]_{\Omega}$ genau wie bisher die räumliche Mittelung über das gesamte Becken kennzeichnet. Im Unterschied zu Abschnitt 2.2 wird nicht die Schichtdickenanomalie h , sondern die Transportstromfunktion ψ benutzt, um die räumliche Struktur der Zirkulation zu visualisieren: $U = -\partial\psi/\partial y$, $V = \partial\psi/\partial x$. Die Stromfunktion wird verwendet, um die Symmetrieeigenschaften der Double-Gyre-Zirkulation hervorzuheben. Es bleibt noch anzumerken, daß im folgenden der Begriff “quasi-stationär” verwendet wird, wenn die räumliche Struktur der zeitabhängigen Zirkulation ihren qualitativen Charakter zeitlich nicht verändert.

b. Ergebnisse der Experimente: $\phi = 1$

Die Experimente mit dem Windschubparameter $\phi = 1$ werden als Referenzexperimente betrachtet und daher ausführlich diskutiert. Diese Experimente zeigen qualitativ das Hauptresultat von diesem Abschnitt, so daß sie ausführlicher als alle weiteren Experimente behandelt werden. Die Sensitivität der Ergebnisse bezüglich eines veränderten Windschubparameters ϕ wird in 2.3.2c diskutiert.

Die Zeitreihen der über das Becken gemittelten transienten Energie der vier Referenzexperimente sind in Abbildung 2.15 zu sehen. Für die stochastisch angeregten Experimente sind nur die ersten 200 Jahre der insgesamt 500-jährigen Integration dargestellt. Die verbleibenden 300 Jahre sind qualitativ nicht von den dargestellten Zeitreihen zu unterscheiden. Man beachte, daß für das entsprechende Experiment ohne stochastischen Antrieb nur ein Zeitraum von 100 Jahren abgebildet ist.

Das Experiment ohne stochastischen Antrieb zeigt ein periodisches Verhalten mit einer Zeitskala von etwa 3 Jahren. Das dazugehörige zeitlich gemittelte Zirkulationsmuster ist in Abbildung 2.16 dargestellt. Die Zirkulation zeigt das klassische quasi-antisymmetrische Double-Gyre-Muster mit einem etwa 1000 km in das Becken hineinreichenden Jet. Ungefähr 600 km stromabwärts zeigt der Jet einen sehr schwach ausgeprägten Mäander. Eine Animation der Zirkulation zeigt,

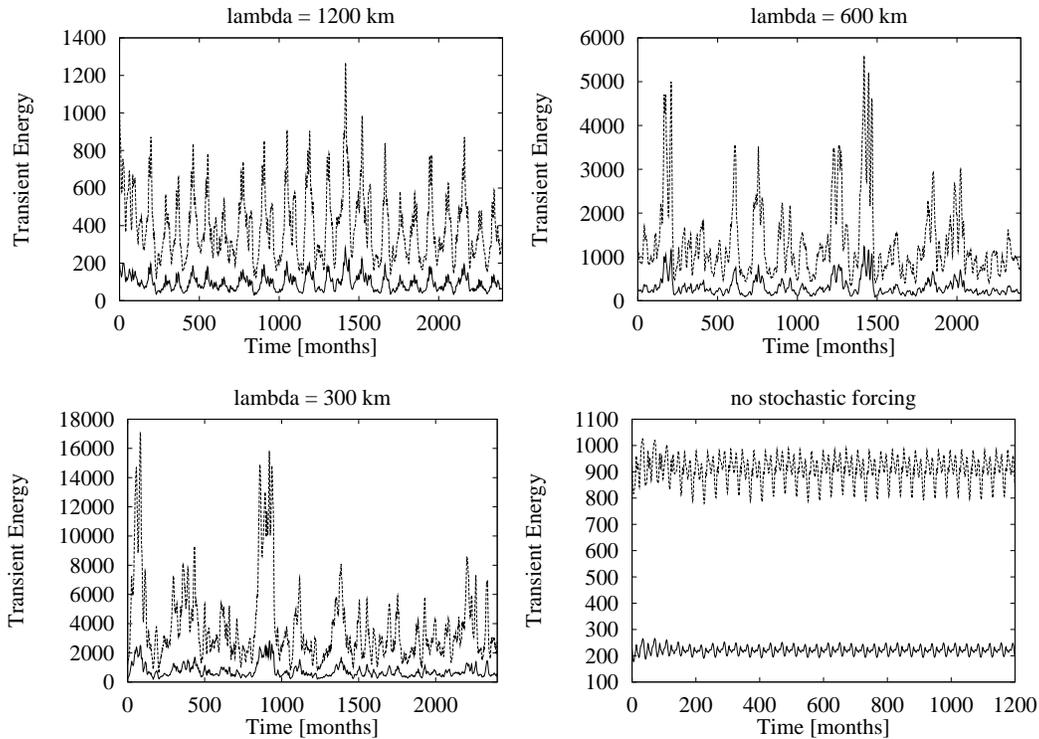


Abbildung 2.15: Zeitreihen der über das Becken gemittelten transienten kinetischen und potentiellen Energie [J m^{-2}] für die Referenzexperimente mit $\phi = 1$. Die durchgezogenen Linien kennzeichnen die transiente kinetische Energie, die gestrichelten Linien die transiente potentielle Energie. Man beachte die unterschiedlichen dargestellten Zeiträume der Experimente mit (200 Jahre) und ohne (100 Jahre) stochastischen Antrieb.

daß dieser Zustand quasi-stationär ist, also sein Muster in der Zeit nicht qualitativ verändert; nur das ostwärtige Ende des Jets zeigt eine schwache Oszillation, die aber das qualitative Muster der Strömung nicht beeinflußt. Es ist bekannt, daß das Double-Gyre-Modell auf dem Weg zum chaotischen Verhalten in einem Übergangsbereich ein periodisches Verhalten zeigt. Dieses Phänomen ist für unterschiedliche Parameterkonstellationen und Dimensionen des Beckens dokumentiert (Speich *et al.* 1995; Jiang *et al.* 1995; Dijkstra und Katsman 1997). Insbesondere bewirkt eine sukzessive Vergrößerung der zonalen Beckenausdehnung L_x bei festen Antriebs- und Dissipationsparametern einen Übergang von periodischen zu aperiodischen Oszillationen.

Das Verhalten des Modells verändert sich, sobald der räumlich nahezu homogene

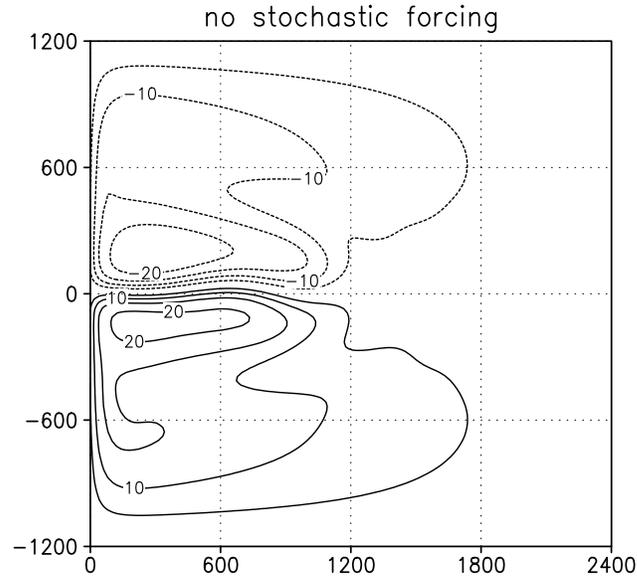


Abbildung 2.16: Zeitlich gemittelte Stromfunktion ψ [$10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$] des Referenzexperiments ohne stochastischen Antrieb ($\phi = 1$). Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

stochastische Antrieb ($\lambda = 1200 \text{ km}$) zu dem stationären Double-Gyre-Antrieb hinzugefügt wird: Der stochastische Antrieb erhöht die Varianz des transienten Bewegungsfelds und zerstört dessen Periodizität. Es zeigt sich aber, daß die Zirkulation dennoch ihre quasi-antisymmetrische Struktur beibehält und daher vergleichbar zu der ohne stochastischen Antrieb ist. Dieses quasi-stationäre Verhalten wird in Abbildung 2.17 durch eine charakteristische Sequenz der Stromfunktion ψ visualisiert.

Eine Verringerung des Inhomogenitätsparameters auf $\lambda = 600 \text{ km}$, was gleichbedeutend mit einer Erhöhung der räumlichen Inhomogenität des stochastischen Antriebs ist, erhöht die Varianz der transienten Zirkulation, da die Rotation der Windschubanomalien mit erhöhter räumlicher Inhomogenität zunimmt. Des weiteren erscheinen in den Zeitreihen der transienten Energieinhalte nun auch Phasen mit relativ hohen Werten, welche durch einen leicht verstärkten Mäander des Jets gekennzeichnet sind. Der etwas stärker mäandrierende Jet geht mit einer Verringerung seiner Eindringtiefe in das Becken auf etwa 800 km einher. Die Phasen niedriger transienter Energie zeigen genau die schon vorher diskutierte quasi-antisymmetrische Zirkulation. Dessenungeachtet bleibt die charakteristi-

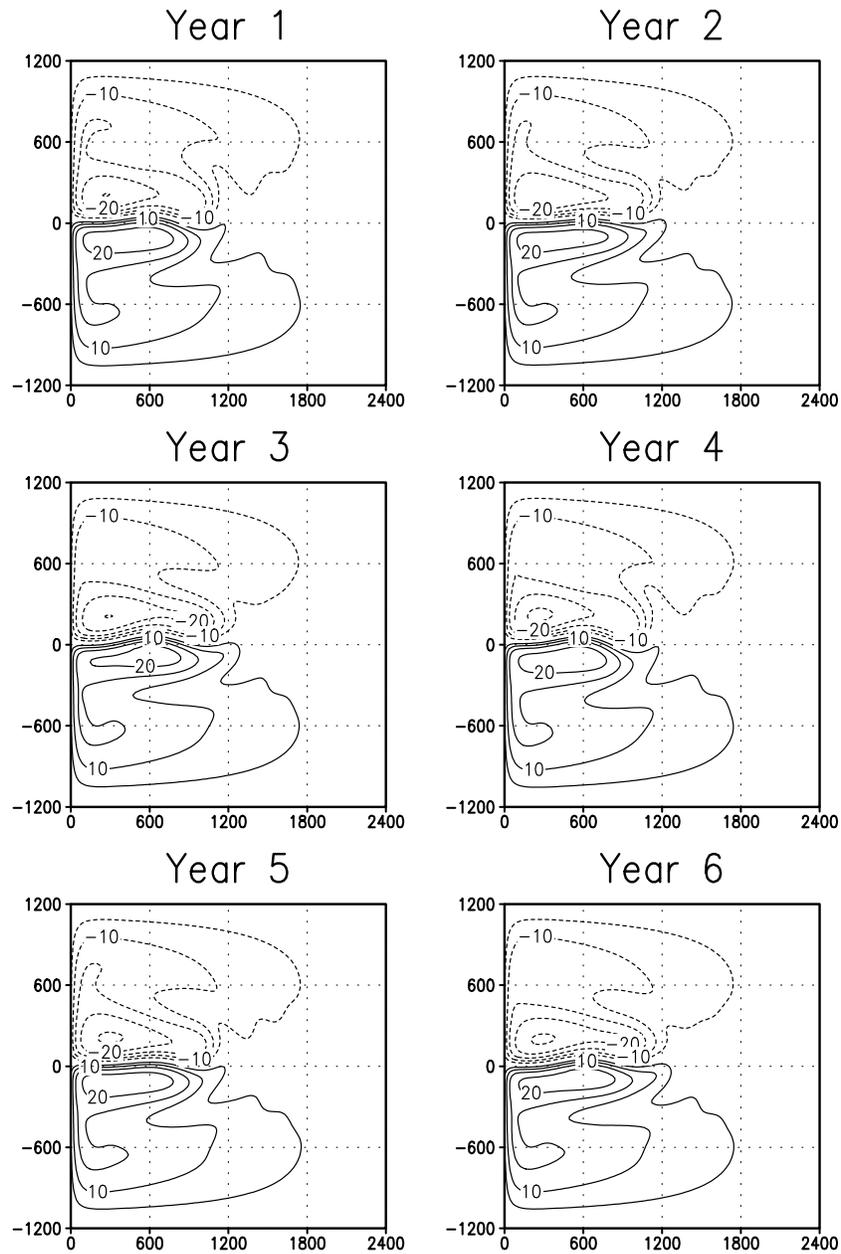


Abbildung 2.17: Charakteristische Sequenz der Stromfunktion ψ [$10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$] des Referenzexperiments ($\phi = 1$) mit dem Inhomogenitätsparemeter $\lambda = 1200 \text{ km}$. Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

sche quasi-antisymmetrische Struktur eines weit in das Becken hineinreichenden Jets in Phasen hoher und niedriger transienter Energie qualitativ erhalten.

Eine weitere Erhöhung der räumlichen Inhomogenität ($\lambda = 300$ km) ruft ein Zirkulationsregime hervor, das in den vorherigen Experimenten nicht zu beobachten ist. Eine Untersuchung der Zirkulationsmuster offenbart einen sehr stark nichtsymmetrischen Zustand, welcher vom Ozean nun zeitweilig eingenommen wird. Dieser nichtsymmetrische Zustand wird in den ersten 200 Jahren zweimal angenommen: Er ist durch sehr hohe Werte der transienten Energie gekennzeichnet (Monat 100 und 750; siehe Abbildung 2.15) und bleibt für einen typischen Zeitraum von etwa 10 Jahren in diesem Regime. Die Phasen niedriger transienter Energie werden wie in den bisher diskutierten Experimenten durch ein quasi-antisymmetrisches Zirkulationsmuster bestimmt. Das bedeutet, das Experiment mit dem Inhomogenitätsparameter $\lambda = 300$ km zeigt ein bimodales Verhalten mit einem nichtsymmetrischen und einem quasi-antisymmetrischen Zustand. Die beiden Zirkulationsregime sind in Abbildung 2.18 dargestellt: In Abbildung 2.18a ist das quasi-antisymmetrische Regime mit niedrigen Werten der transienten Energie, in Abbildung 2.18b das nichtsymmetrische Regime mit hohen Werten der transienten Energie zu sehen. Das nichtsymmetrische Regime zeichnet sich durch einen nordwärts gerichteten Jet in Verbindung mit einem verstärkten Transport des nördlichen zyklonalen Rezirkulationswirbels aus. Es scheint, daß dieser nichtsymmetrische Zustand einer instabilen stationären Lösung des Double-Gyre-Problems entspricht, welche in einem quasigeostrophischen Reduced-Gravity-Modell für ein etwas größeres Becken mit einer zonalen, bzw. meridionalen Ausdehnung von $L_x = 3600$ km und $L_y = 2800$ km gefunden wird (Primeau 1998a). Der weitere, durch die Symmetrie $\psi(-y) = -\psi(y)$ der quasigeostrophischen Gleichung hervorgerufene stationäre Zustand, wird in dem hier verwendeten Modell nicht angenommen. Der charakteristische Übergang von dem quasi-antisymmetrischen Regime niedriger transienter Energie in das nichtsymmetrische Regime hoher transienter Energie ist in Abbildung 2.19 dargestellt. Der Regimeübergang wird durch eine anormale positive Krümmung des Jets eingeleitet (Jahr 1). Ein Jahr später (Jahr 2) hat sich das östliche Ende des Jets nach Norden bewegt und zeigt nun außerdem zwei räumlich begrenzte antizyklonale Rezirkulationszellen. In Jahr 3 zeigt sich schließlich das nichtsymmetrische Zirkulationsmuster, welches dann für einen Zeitraum von etwa 10 Jahren beibehalten wird. Die hohe transiente Aktivität wird durch ein pulsierendes Verhalten

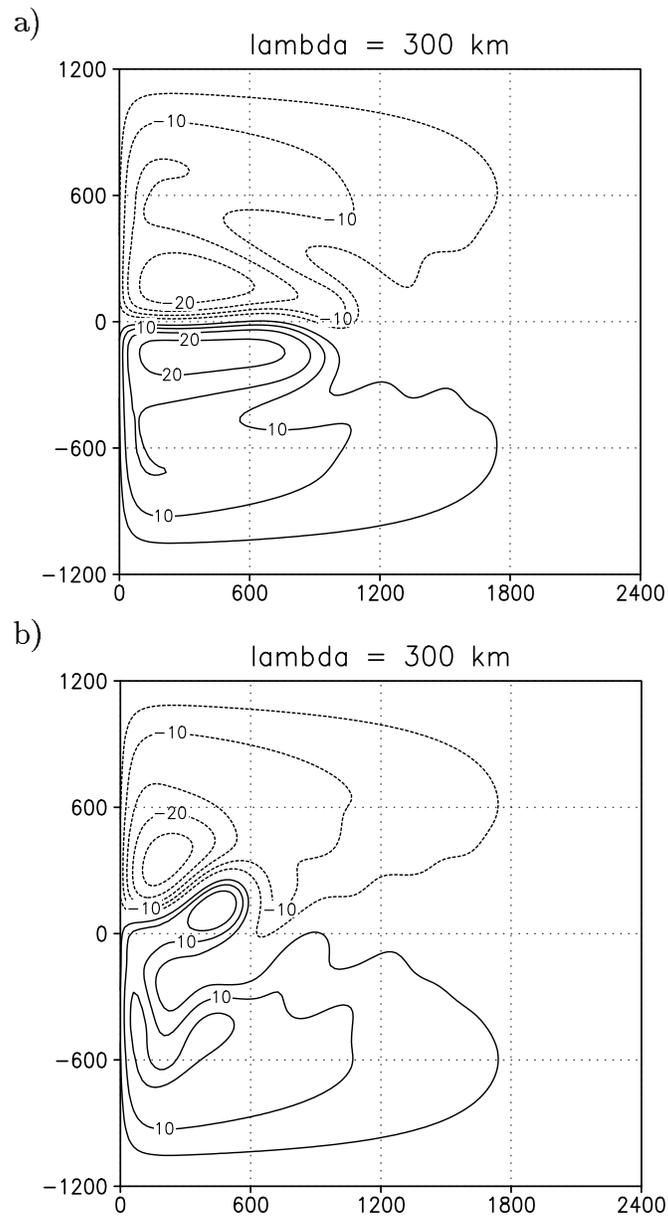


Abbildung 2.18: Charakteristische Muster der Stromfunktion ψ [$10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$] für die beiden beobachteten Regime in dem Experiment mit $\phi = 1$ und $\lambda = 300 \text{ km}$: (a) zeigt die Phase niedriger transienter Energie, (b) die Phase hoher transienter Energie. Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

der Rezirkulationswirbel ausgelöst, das dem periodischen und aperiodischen Verhalten des nur stationär angetriebenen Double-Gyre-Modells entspricht (Jiang *et al.* 1995; Speich *et al.* 1995; Dijkstra und Katsman 1997). Dieses Verhalten ist allerdings in den über ein Jahr gemittelten Feldern in Abbildung 2.19 nicht zu sehen, da die typischen Zeitskalen eine Größenordnung von einigen Monaten haben. Die entsprechenden Anomalien der Stromfunktion (Abbildung 2.20) verdeutlichen, daß die positive Krümmung des Jets, welche den Regimeübergang einleitet, durch eine starke negative Anomalie im Westen des Beckens ausgelöst wird (Jahr 1). Im gleichen Jahr erscheint östlich dieser starken negativen Störung eine etwas schwächere positive Anomalie, die sich in den darauffolgenden Jahren verstärkt und nach Osten bewegt, um schließlich das nichtsymmetrische Regime zu etablieren. Sequenzen der Stromfunktion und der dazugehörigen Anomalien, welche den Übergang zurück in das quasi-antisymmetrische Regime zeigen, sind in den Abbildungen 2.21 und 2.22 zu sehen. Zwischen Jahr 9 und Jahr 10 hat sich der nord-östliche antizyklonale Rezirkulationswirbel des Jets nach Westen bewegt und beginnt sich abzulösen. Ein Jahr später (Jahr 11) hat sich der Wirbel vollständig vom Jet getrennt; sein Rest kann noch nahe des westlichen Randes im subpolaren Wirbel beobachtet werden. In den folgenden Jahren dringt der nun wieder nahezu zonale Jet in das Becken ein, um erneut das quasi-antisymmetrische Regime zu etablieren.

c. Sensitivität bezüglich ϕ

Die Zeitreihen der transienten Energieinhalte der Experimente mit Windschubparametern $\phi = 1.1, 1.2$ und 1.3 sind in Abbildung 2.23 zu sehen. Es sind nur die Experimente mit der mittleren ($\lambda = 600$ km) und der maximalen Inhomogenität dargestellt ($\lambda = 300$ km), da nur diese den beschriebenen Regimeübergang zeigen. Auch sind, wie bisher, nur die ersten 200 Jahre der insgesamt 500-jährigen Integration gezeigt; die verbleibenden 300 Jahre zeigen qualitativ das gleiche Verhalten.

Mit $\phi = 1.1$ zeigt das Experiment ohne stochastischen Antrieb ein periodisches Verhalten. Wie erwartet steigt mit erhöhter Amplitude des Windschubs auch das Energieniveau des transienten Bewegungsfelds an. Es zeigt sich jedoch, daß die Zirkulation weiterhin nur das quasi-antisymmetrische Muster einnimmt, wobei der zonale Jet etwas weiter in das Becken hineinreicht als in dem entsprechenden

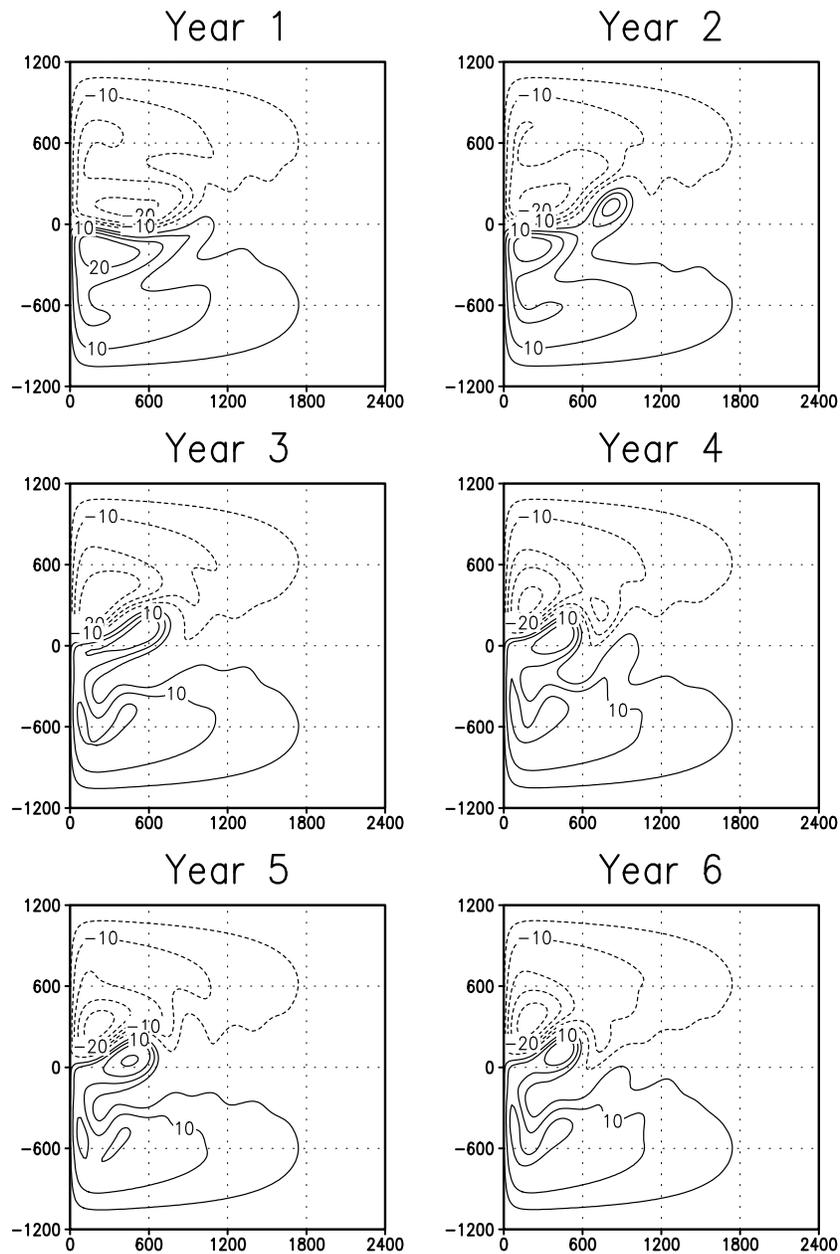


Abbildung 2.19: Charakteristische Sequenz der Stromfunktion ψ [$10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$] im Falle eines Regimeübergangs vom quasi-antisymmetrischen in den nichtsymmetrischen Zustand ($\phi = 1$, $\lambda = 300 \text{ km}$). Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

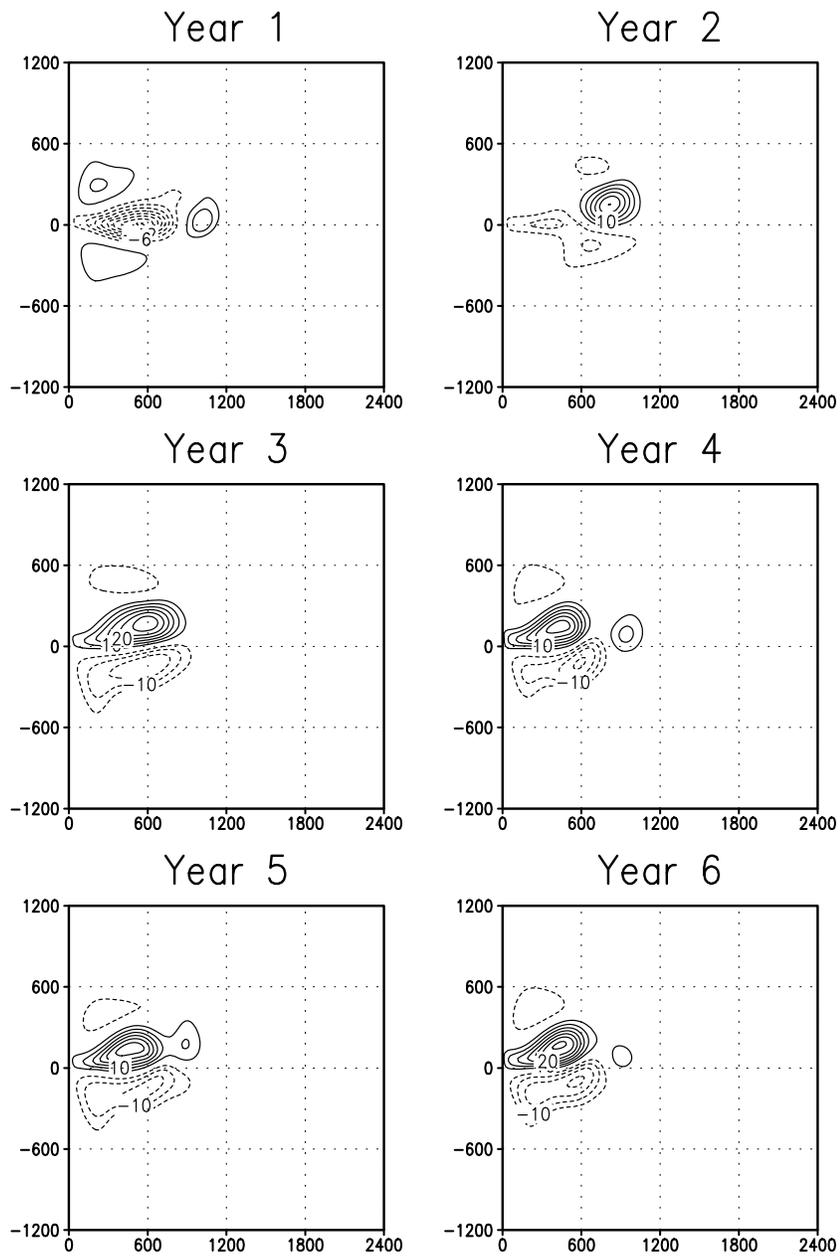


Abbildung 2.20: Charakteristische Sequenz der Stromfunktionsanomalie ψ' [$10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$] im Falle eines Regimeübergangs vom quasi-antisymmetrischen in den nichtsymmetrischen Zustand ($\phi = 1$, $\lambda = 300 \text{ km}$). Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

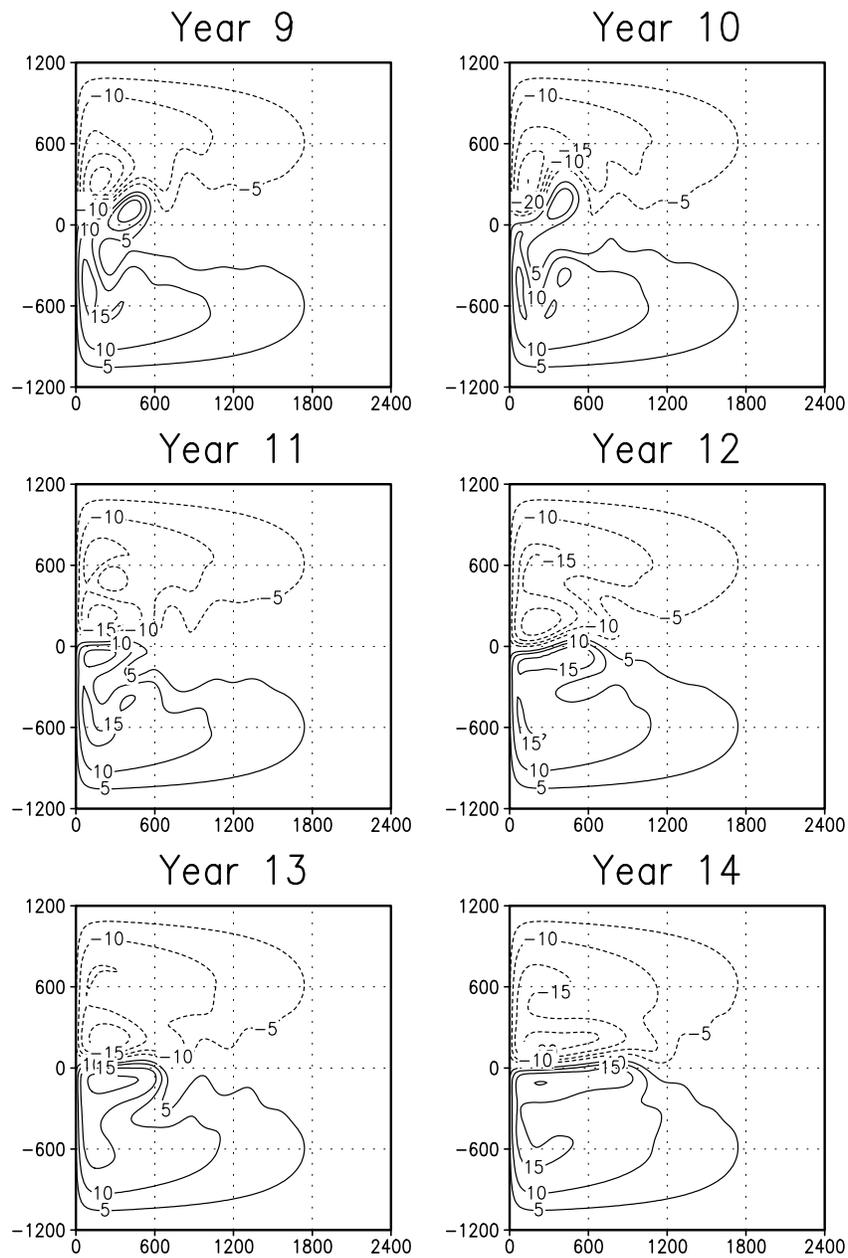


Abbildung 2.21: Charakteristische Sequenz der Stromfunktion ψ [$10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$] im Falle eines Regimeübergangs vom nichtsymmetrischen zurück in den quasi-antisymmetrischen Zustand ($\phi = 1$, $\lambda = 300 \text{ km}$). Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

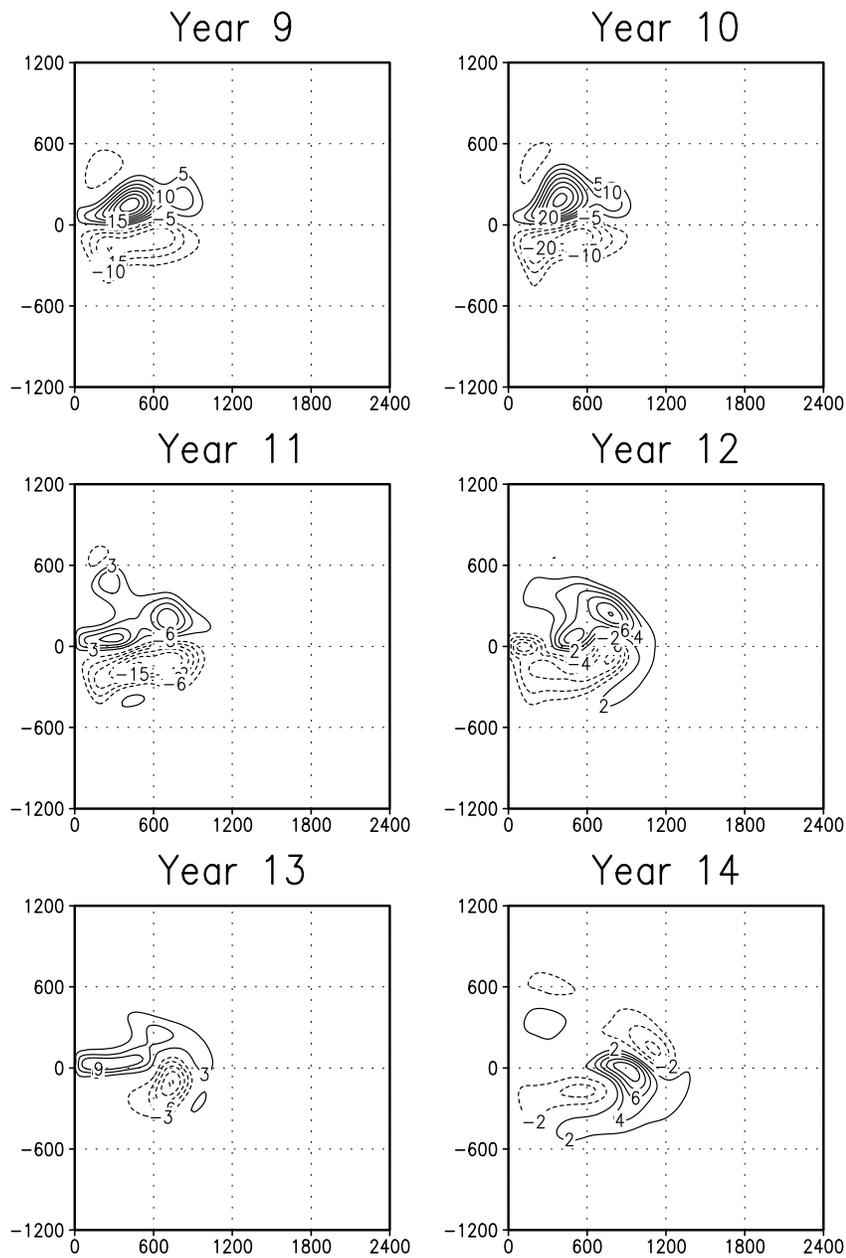


Abbildung 2.22: Charakteristische Sequenz der Stromfunktionsanomalie ψ' [$10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$] im Falle eines Regimeübergangs vom nichtsymmetrischen zurück in den quasi-antisymmetrischen Zustand ($\phi = 1$, $\lambda = 300 \text{ km}$). Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

Referenzexperiment mit $\phi = 1$. Die Verwendung des nahezu homogenen stochastischen Antriebs ($\lambda = 1200$ km) erhöht die Variabilität der Zirkulation, verändert aber nicht die quasi-antisymmetrische Struktur der Strömung. Wird die Inhomogenität des stochastischen Windschubs weiter erhöht ($\lambda = 600$ km), so verändert sich das Regimeverhalten der Zirkulation verglichen mit dem entsprechenden Referenzexperiment. Es zeigt sich, daß es auch für die mittlere Inhomogenität zu Regimeübergängen kommt: Die Übergänge sind in der Zeitreihe durch die hohen Werte der transienten Energie nahe der Monate 1500 und 1800 in Abbildung 2.23 zu erkennen. Die Phänomenologie der beiden Regime und der Regimeübergänge ist die gleiche, wie für das Referenzexperiment ausführlich beschrieben. Dementsprechend charakterisieren die Zirkulationsmuster der Regime in Abbildung 2.18 und die Sequenzen der Regimeübergänge (Abbildungen 2.19, 2.20, 2.21 und 2.22) die Bimodalität der Zirkulation auch im Falle von $\lambda = 600$ km und $\phi = 1.1$. Eine weitere Erhöhung der Inhomogenität des stochastischen Antriebs ($\lambda = 300$ km) führt zu keiner nennenswerten Veränderung des Regimeverhaltens verglichen mit dem Referenzexperiment; die ausgeprägten Regimeübergänge zeigen sich auch bei einer leicht erhöhten Amplitude des Double-Gyre-Antriebs, also einer erhöhten Reynolds-Zahl des Systems. Auch die Phänomenologie der Regime und Regimeübergänge bleibt qualitativ unverändert.

Das Experiment ohne stochastischen Antrieb zeigt auch für $\phi = 1.2$ ein periodisches Verhalten. Es dauert allerdings sehr lange, bis sich das System auf diese periodische Lösung zurückzieht. Dieses Verhalten ist ein Kennzeichen der weiter erhöhten Nichtlinearität des Systems. Wie bisher bleibt die Zirkulation ohne stochastischen Antrieb in dem quasi-antisymmetrischen Regime. Entsprechendes gilt für das Experiment mit dem räumlich schwach inhomogenen Rauschen ($\lambda = 1200$ km), mit der Einschränkung, daß der Jet etwas stärker zeitlich mäandriert. Das bedeutet, der Jet wird durch den stochastischen Antrieb zunehmend instabiler, ohne jedoch Regimeübergänge zu zeigen. In dem Experiment mit mittlerer Inhomogenität des Rauschens ($\lambda = 600$ km) kommt es während der ersten 200 Jahre zu einem Regimeübergang. Eine weiter erhöhte Inhomogenität des stochastischen Antriebs ($\lambda = 300$ km) macht die eindeutige Identifikation der Regimeübergänge anhand der transienten Energieinhalte schwierig. Eine Animation der Zirkulation zeigt aber, daß das nichtsymmetrische Regime eingenommen wird, die Aufenthaltsdauer dort aber gering ist.

Mit dem Windschubparameter $\phi = 1.3$ zeigt das stationär angetriebene Expe-

riment ein aperiodisches Verhalten: Die Zirkulation zeigt aber dennoch nur das quasi-antisymmetrische Regime. Das gleiche gilt für das Experiment mit dem schwach inhomogenen stochastischen Antrieb ($\lambda = 1200$ km). Auch das Experiment mit der mittleren Inhomogenität ($\lambda = 600$ km) zeigt für $\phi = 1.3$ keine Regimeübergänge. Bemerkenswert ist jedoch, daß eine weitere Lokalisierung des stochastischen Antriebs auf $\lambda = 300$ km zu sehr ausgeprägten Regimeübergängen führt. Die typische Größenordnung der Aufenthaltsdauer im nichtsymmetrischen Zustand beträgt nun etwa 20–50 Jahre. Zusammenfassend läßt sich also feststellen, daß sich das Verhalten des stochastisch angetriebenen Double-Gyre-Modells bei zunehmender Reynolds-Zahl sehr komplex zu verändern scheint.

Die Experimente mit $\phi = 0.9, 0.8$ und 0.7 ohne stochastischen Antrieb zeigen alle ein periodisches Verhalten. Ein verminderter mittlerer Windschub verringert die Eindringtiefe des zonalen Jets in das Becken und vermindert die Amplitude der Oszillation. Entsprechend bleibt das System in dem quasi-antisymmetrischen Regime. Desgleichen zeigen auch die Experimente mit stochastischem Windschub ein weniger komplexes Verhalten als die schon diskutierten Experimente mit den höheren Windschubparametern $\phi = 1.1, 1.2$ und 1.3 . So zeigen die Experimente mit den Inhomogenitätsparametern $\lambda = 600$ km und $\lambda = 300$ km ein deutlich abgeschwächtes bimodales Verhalten. Wie schon vorher fehlen die Regimeübergänge bei dem schwach inhomogenen Rauschen ($\lambda = 1200$ km) ganz.

Mit dem Windschubparameter $\phi = 0.9$ zeigt das Experiment mit $\lambda = 600$ km keine Regimeübergänge; es wird nur der quasi-antisymmetrische Zustand angenommen. Für den gleichen Wert des Windschubparameters zeigt nur das Experiment mit der maximalen Inhomogenität des stochastischen Antriebs ($\lambda = 300$ km) klar definierte Regimewechsel. Die Verweildauer im nichtsymmetrischen Regime ist jedoch mit etwa einem Jahr sehr kurz. Die charakteristische Phänomenologie der Regime und Regimeübergänge ist aber auch in diesem Fall äquivalent zu dem schon ausführlich beschriebenen Regimeverhalten des Referenzexperiments mit $\phi = 1$. Die sehr kurze Verweildauer im nichtsymmetrischen Zustand kommt daher, daß der Ablösungsprozeß des Rezirkulationswirbels sofort nach dem Regimeübergang einsetzt. Ein länger andauernder Aufenthalt im nichtsymmetrischen Regime ist daher nicht möglich. Des weiteren zeigen alle verbleibenden stochastisch angetriebenen Experimente mit $\phi = 0.8$ und 0.7 überhaupt keine Regimewechsel mehr.

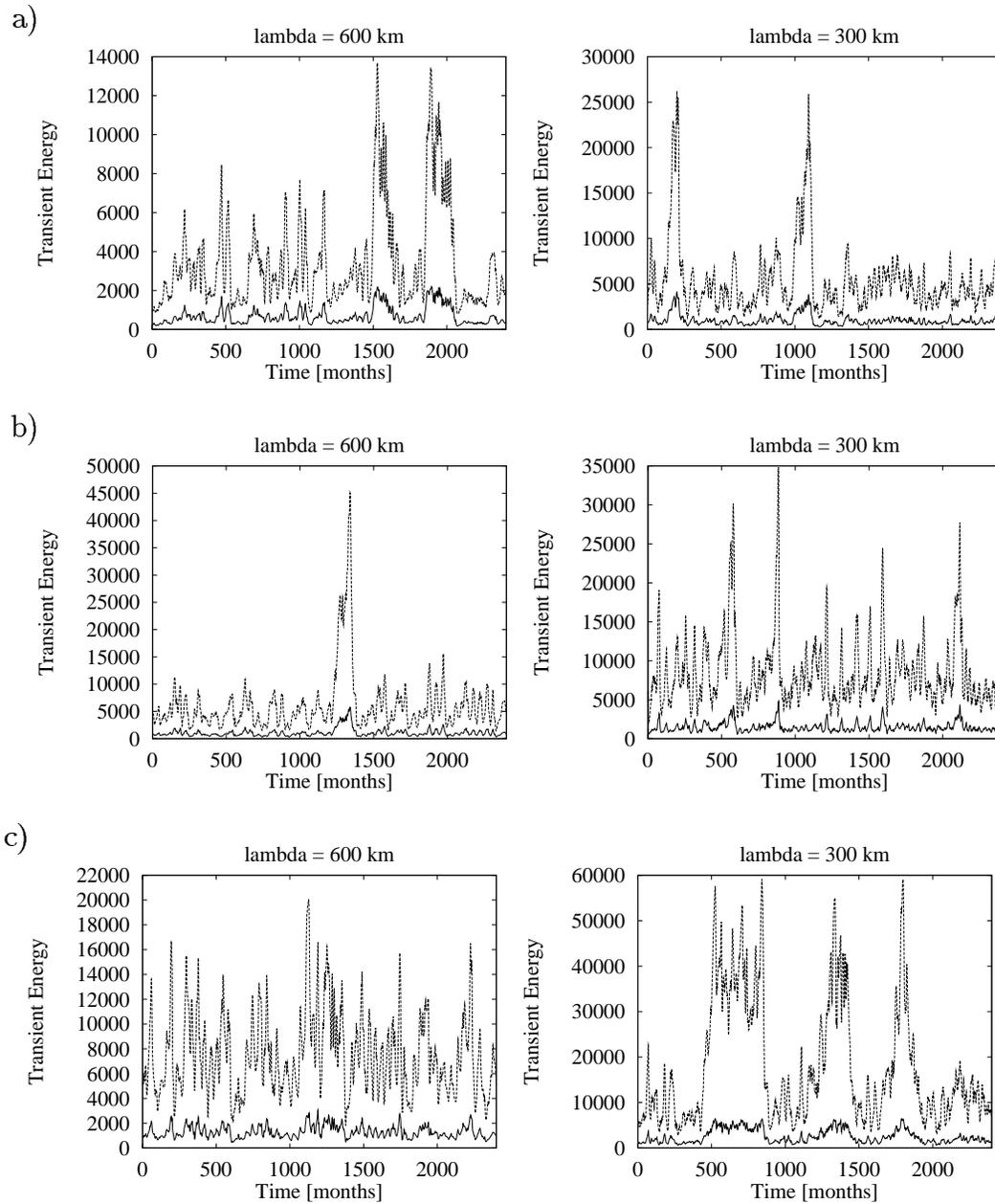


Abbildung 2.23: Zeitreihen der über das Becken gemittelten transienten kinetischen und potentiellen Energie [J m^{-2}] für die Sensitivitätsexperimente mit veränderten Windschubparametern ϕ . Die durchgezogenen Linien kennzeichnen die transiente kinetische Energie, die gestrichelten Linien die transiente potentielle Energie. (a) $\phi = 1.1$, (b) $\phi = 1.2$, (c) $\phi = 1.3$.

d. Sensitivität bezüglich Randbedingungen, Anfangsbedingungen und Beckendimension

Randbedingungen: Es ist bekannt, daß die windgetriebene Ozeanzirkulation in hochauflösenden Modellen stark von der expliziten Formulierung der lateralen Randbedingungen abhängt (Pedlosky 1996). Es ist daher wichtig zu untersuchen, inwieweit ein in einem Modell beobachtetes Phänomen von der Wahl der Randbedingungen abhängt. Detaillierte Sensitivitätsexperimente in der Double-Gyre-Umgebung, die den gesamten Bereich zwischen No-Slip-Bedingung und Free-Slip-Bedingung abdecken (siehe Gleichung 2.6), werden von Haidvogel *et al.* (1992) dokumentiert. Allgemein läßt sich feststellen, daß das Double-Gyre-Modell mit größerem γ , also einem weniger am Rand haftenden Fluid, energiereicher wird. Dieses Verhalten geht mit einem weiter in das Becken hineinreichenden Jet einher. Da eine Half-Slip-Bedingung ($\gamma = 0.5$) als Standardeinstellung verwendet wird, werden die Sensitivitätsexperimente mit einer No-Slip-Bedingung ($\gamma = 1$) und einer Free-Slip-Bedingung ($\gamma = 0$) durchgeführt. Der Aufbau der Experimente wird dabei nicht verändert. Es wird wiederum die Amplitude des Double-Gyre-Antriebs (ϕ) und die Inhomogenität des stochastischen Windschubs variiert (λ). Auch wird ein zusätzliches Experiment ohne stochastischen Antrieb durchgeführt.

Als Resultat dieser Sensitivitätsexperimente zeigt sich, daß die Verwendung von einer No-Slip- ($\gamma = 1$) und einer Free-Slip-Bedingung ($\gamma = 0$) die Phänomenologie der vorgestellten Ergebnisse nicht signifikant verändert. Für beide Randbedingungen zeigen alle Experimente ohne stochastischen Antrieb nur das quasi-antisymmetrische Zirkulationsregime. Die Verwendung der No-Slip-Bedingung ($\gamma = 1$) bewirkt nur, daß der Jet im Vergleich zu den entsprechenden Experimenten mit Half-Slip-Bedingung etwas stabiler wird. Das Auftreten der stochastisch angeregten Regimeübergänge wird dadurch zu etwas größeren Windschubparametern ϕ verschoben. Im Gegensatz dazu verursacht die Verwendung von einer Free-Slip-Bedingung ($\gamma = 0$) eine Destabilisierung des Jets. Für das Auftreten der Regimeübergänge bedeutet das eine Verschiebung hin zu niedrigeren Windschubparametern ϕ . Zusätzlich verkürzen sich die charakteristischen Aufenthaltszeiten des Systems im nichtsymmetrischen Regime im Vergleich zu Half-Slip- und No-Slip-Bedingung.

Anfangsbedingungen: Im folgenden wird untersucht, inwieweit das dokumentierte Regimeverhalten des Modells von den Anfangsbedingungen abhängig ist. Ins-

besondere wird der nichtsymmetrische Zustand (Abbildung 2.18b) in einigen Experimenten mit und ohne stochastischen Antrieb als Startbedingung verwendet. Es zeigt sich, daß die Wahl des anfänglichen Zustands keinen Einfluß auf das zeitabhängige Regimeverhalten des Modells hat. Das System verharrt niemals länger in dem nichtsymmetrischen Zustand als in dem entsprechenden aus der Ruhe startenden Experiment. Das bedeutet, das nichtsymmetrische Regime ist in der Tat ein instabiler Zustand. Des weiteren wird auch das spiegelsymmetrische Pendant des nichtsymmetrischen Regimes (Abbildung 2.18b) als Anfangsbedingung benutzt. In der quasigeostrophischen Theorie ist auch dieser Zustand aufgrund der Symmetrieeigenschaft $\psi(-y) = -\psi(y)$ eine stationäre Lösung des Double-Gyre-Modells. In diesem Fall fällt das Modell sofort in den quasi-antisymmetrischen oder nichtsymmetrischen Zustand zurück; es gibt keinerlei Anzeichen dafür, daß das Modell jemals das Spiegelbild des beobachteten nichtsymmetrischen Zustands einnimmt.

Beckendimension: Um die Sensitivität der Regimeübergänge bezüglich der Beckendimension zu untersuchen, werden Experimente mit einem etwas größeren Becken der Dimension $L_x = 3600$ km und $L_y = 2800$ km durchgeführt. Diese Beckendimension wird z.B. in den schon zitierten Arbeiten von McCalpin und Haidvogel (1996) und Primeau (1998a) verwendet. Es werden drei Experimente durch die Inhomogenitätsparameter $\lambda = 450, 900$ und 1800 km definiert; λ wird aufgrund des größeren Beckens auch etwas größer gewählt. Weiterhin wird wieder ein viertes Experiment ohne stochastischen Antrieb durchgeführt. Alle weiteren Parameter werden nicht verändert (siehe Tabelle 2.1). Es zeigt sich, daß die Verwendung des etwas größeren Beckens das Regimeverhalten des stochastisch angetriebenen Double-Gyre-Modells nicht verändert. Der räumlich inhomogene stochastische Antrieb verursacht auch im größeren Becken die Regimeübergänge zwischen dem quasi-antisymmetrischen und dem nichtsymmetrischen Zustand. Das nichtsymmetrische Regime hoher transienter Energie im Falle des größeren Beckens ist in Abbildung 2.24 zu sehen. Man beachte, daß der nichtsymmetrische Zustand in Abbildung 2.24 qualitativ vergleichbar mit dem Zustand in Abbildung 2.18b ist.

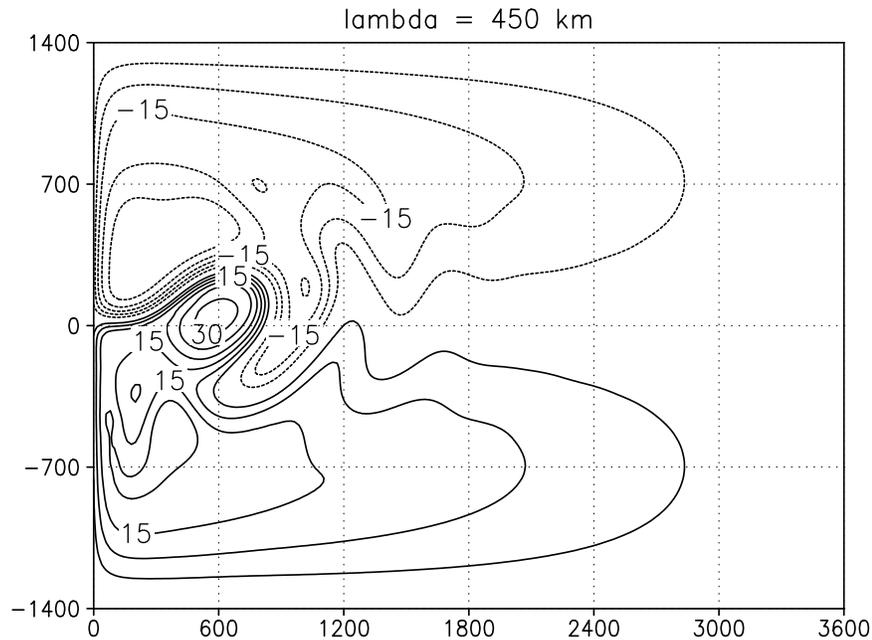


Abbildung 2.24: Charakteristisches Muster der Stromfunktion ψ [$10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$] des nichtsymmetrischen Regimes hoher transienter Energie für das Sensitivitätsexperiment mit einem größeren Becken ($L_x = 3600 \text{ km}$, $L_y = 2800 \text{ km}$); $\phi = 1$ und $\lambda = 450 \text{ km}$. Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

e. Zusammenfassung

Obwohl sich das Regimeverhalten des stochastisch angetriebenen Double-Gyre-Modells mit zunehmender Nichtlinearität in bezug auf die Aufenthaltsdauer im nichtsymmetrischen Regime und den Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den Regimen sehr komplex zu verändern scheint, können die Ergebnisse der durchgeführten Experimente folgendermaßen zusammengefaßt werden:

- Das Double-Gyre-Modell mit einem zusätzlichen räumlich inhomogenen stochastischen Windschub zeigt ein deutlich bimodales Verhalten in einem stark nichtlinearen Parameterbereich. Diese Bimodalität wird durch ein quasi-antisymmetrisches und ein nichtsymmetrisches Regime gekennzeichnet.
- Das nichtsymmetrische Regime kann einer instabilen stationären Lösung des quasigeostrophischen und stationär angetriebenen Double-Gyre-

Problems in einem etwas größeren Becken zugeordnet werden.

- Das nichtsymmetrische Regime erscheint nicht im stationär angetriebenen Fall. Es erscheint auch nicht, wenn das Modell mit einem räumlich nahezu homogenen stochastischen Windschub angeregt wird. Das bedeutet, die Regimeübergänge werden durch die räumliche Inhomogenität des stochastischen Antriebs ausgelöst.
- Der Regimeübergang wird durch eine anormale positive Krümmung des ozeanischen Jets eingeleitet. Nach dem Regimewechsel bleibt die Zirkulation für einen Zeitraum von wenigen Jahren bis zu einigen Jahrzehnten in dem nichtsymmetrischen Zustand, bevor sich die Rezirkulationszelle des Jets ablöst und das System in den quasi-antisymmetrischen Zustand zurückkehrt.
- Das Auftreten der stochastisch angeregten Regimeübergänge hängt nicht sensitiv von den verwendeten Randbedingungen, Anfangsbedingungen oder der Beckengröße ab.

Das bedeutet, das Regimeverhalten des Ozeans wird durch die räumliche Inhomogenität des Stormtracks stark verändert. Solch ein Phänomen kann im allgemeinen als “Noise-Induced-Transition” bezeichnet werden (Horsthemke und Lefever 1984). Noise-Induced-Transitions können auftreten, sobald ein ursprünglich deterministisches System durch einen stochastischen Anteil im Antrieb oder in den Parametern zu einem stochastischen dynamischen System wird. Im Falle einer Noise-Induced-Transition verändert sich die qualitative Struktur der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Systems in Abhängigkeit von dem vorgegebenen Rauschen. Im vorliegenden Fall beobachtet man eine Veränderung der qualitativen Struktur des Systems in Abhängigkeit von der räumlichen Struktur des stochastischen Antriebs. Dieses charakteristische Verhalten kann in den Histogrammen der transienten kinetischen Energie beobachtet werden. In Abbildung 2.25 sind die Histogramme der stochastisch angeregten Experimente mit dem Windschubparameter $\phi = 1.3$ und der Half-Slip-Bedingung ($\gamma = 0.5$) gezeigt. Diese Experimente werden als Beispiel ausgewählt, da die Regimeübergänge im Falle des räumlich inhomogenen Rauschens sehr ausgeprägt sind (siehe Abbildung 2.23). Die Experimente mit $\lambda = 1200$ km und $\lambda = 600$ km besuchen in der

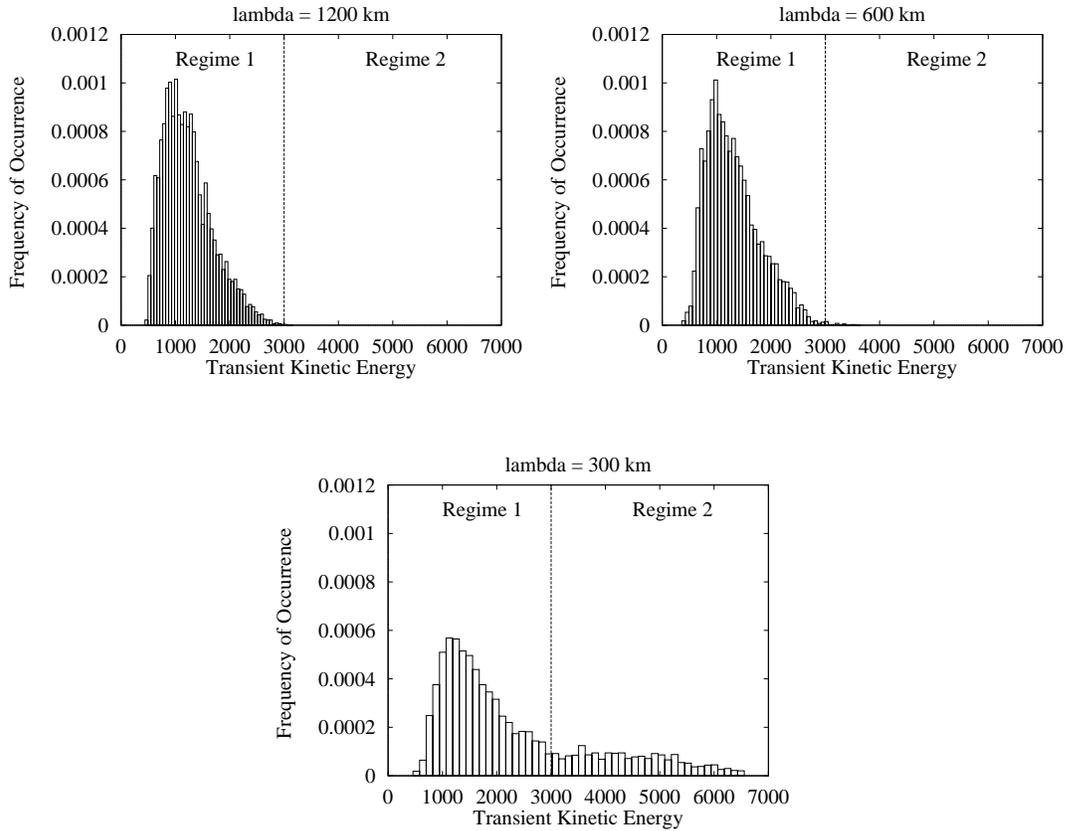


Abbildung 2.25: Normierte Histogramme der transienten kinetischen Energie [J m^{-2}] für die Experimente mit $\lambda = 1200, 600$ und 300 km, $\phi = 1.3$, $L_x = L_y = 2400$ km und einer Half-Slip-Bedingung ($\gamma = 0.5$). Die vertikale Linie trennt das quasi-antisymmetrische (Regime 1) von dem nichtsymmetrischen Regime (Regime 2) und visualisiert die “Noise-Induced-Transition”.

500-jährigen Integration niemals den nichtsymmetrischen Zustand hoher transienter Energie. Die Histogramme zeigen daher nur den quasi-antisymmetrischen Zustand niedriger transienter Energie unterhalb von 3000 J m^{-2} . Die qualitative Struktur des Histogramms verändert sich, sobald der stark räumlich inhomogene stochastische Windschub verwendet wird ($\lambda = 300$ km). Das System besucht nun auch das nichtsymmetrische Zirkulationsregime mit transienten Energien oberhalb von 3000 J m^{-2} . Da die Varianz des nichtsymmetrischen Zustands relativ groß ist, ist dieses Regime nicht durch einen Peak, sondern durch ein Plateau im entsprechenden Histogramm gekennzeichnet.

2.3.3 Diskussion

Das vereinfachte Modell der windgetriebenen, stark nichtlinearen Zirkulation des Ozeans, angetrieben durch eine Kombination des Double-Gyre-Windschubs und einem räumlich inhomogenen stochastischen Antrieb, zeigt ein bimodales Verhalten. Ein Regime zeigt eine quasi-antisymmetrische Zirkulation mit einem weit in das Becken hineinreichenden zonal ausgerichteten Jet. Ein mehr oder weniger starkes Mäandrieren des Jets in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl und des stochastischen Antriebs verändert dabei nicht die charakteristische quasi-antisymmetrische Struktur der Zirkulation. Das Auftreten des zweiten Regimes hängt von der Wahl der räumlichen Inhomogenität des Rauschens ab; es zeichnet sich durch ein nichtsymmetrisches Zirkulationsmuster aus, welches durch einen nord-östlich ausgerichteten Jet und sehr große Transporte im nördlichen zyklonalen Rezirkulationswirbel gekennzeichnet ist.

Das unerwartete Phänomen in den vorgestellten Experimenten ist das Auftreten des nichtsymmetrischen Zirkulationsregimes (Abbildung 2.18b), welches durch die räumliche Inhomogenität des idealisierten Stormtracks ausgelöst wird. Dieses Regime wird für Reynolds-Zahlen zwischen $Re \approx 1.86$ und $Re \approx 2.76$ beobachtet. Höhere Reynolds-Zahlen werden in der vorliegenden Studie nicht betrachtet. Des weiteren zeigt sich, daß das Auftreten der stochastisch angeregten Regimeübergänge nicht sensitiv von den verwendeten Randbedingungen, Anfangsbedingungen oder der Größe des Beckens abhängt. Es scheint, daß der nichtsymmetrische Zustand einer instabilen stationären Lösung des Double-Gyre-Modells entspricht, der in einem quasigeostrophischen Reduced-Gravity-Modell von Primeau (1998a) für Reynolds-Zahlen zwischen $Re \approx 0.4$ und $Re \approx 1.8$ gefunden wird; er verwendet allerdings ein etwas größeres Becken, Free-Slip-Randbedingungen und biharmonische Reibung (Primeau (1998a) und McCalpin und Haidvogel (1996) benutzen das gleiche Modell und identische Parameter). Dieses nichtsymmetrische Regime erscheint weder im stationär angetriebenen Fall, noch mit einem räumlich nahezu homogenen stochastischen Antrieb. Dieses Verhalten ist konsistent mit der Arbeit von McCalpin und Haidvogel (1996), die keinerlei Anzeichen des in diesem Abschnitt diskutierten nichtsymmetrischen Zustands in ihren stationär angetriebenen Double-Gyre-Experimenten finden. McCalpin und Haidvogel (1996) zeigen jedoch, daß das quasigeostrophische Double-Gyre-Modell mit einem leicht asymmetrischen Windschub drei

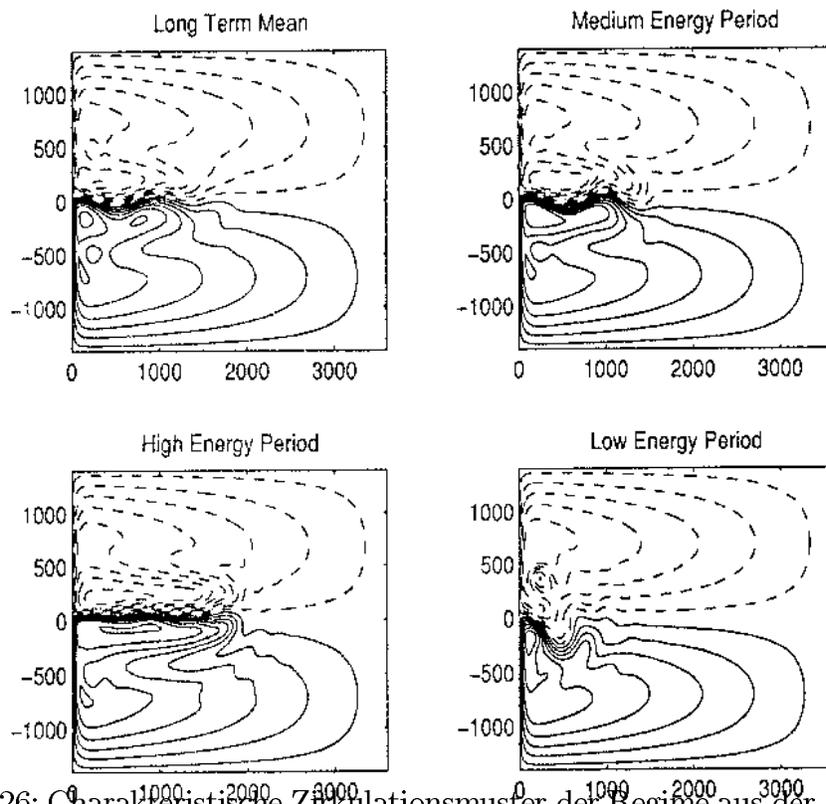


Abbildung 2.26: Charakteristische Zirkulationsmuster der Regime aus der Arbeit von McCalpin und Haidvogel (1996). Abgebildet sind Schichtdickenanomalien mit einem Isolinienabstand von 20 m. Oben links: Langzeitmittel; oben rechts: quasi-antisymmetrischer Zustand; unten links: antisymmetrischer Zustand; unten rechts: nichtsymmetrischer Zustand. Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

bevorzugt angenommene Regime besitzt. Zwei Zustände zeigen eine antisymmetrische, bzw. quasi-antisymmetrische Zirkulation, ein weiterer Zustand eine stark nichtsymmetrische Zirkulation (siehe Abbildung 2.26). Dieses Verhalten wird für Reynolds-Zahlen zwischen $Re \approx 1$ und $Re \approx 3$ gefunden. Ein vergleichbares Regimeverhalten wird mit den in dieser Arbeit benutzten primitiven Gleichungen, angetrieben durch einen stationären antisymmetrischen Double-Gyre-Antrieb, unter der Verwendung von Free-Slip-Randbedingungen auch gefunden. Es ist dabei sehr wichtig anzumerken, daß der nichtsymmetrische Zustand von McCalpin und Haidvogel (1996) eindeutig von dem in dieser Arbeit diskutierten nichtsymmetrischen Zustand zu unterscheiden ist: Man vergleiche dazu das Regime in Abbildung 2.18b mit dem nichtsymmetrischen Regime in Abbildung 2.26. Es wird daher angenommen, daß der räumlich inhomogene stochastische Windschub das System in die Nähe der instabilen nichtsymmetrischen Lösung bringt, was im Phasenraum des deterministischen Modells nicht möglich ist. Der instabile Fixpunkt ist dann in der Lage, das Modell zeitweise in diesem Zustand zu halten.

Obwohl die stationären Lösungen des verwendeten Modells nicht explizit berechnet werden, erscheint es dennoch glaubwürdig, daß das nichtsymmetrische Zirkulationsregime in der Tat eine instabile stationäre Lösung des Systems ist. Unterstützt wird diese Vorstellung dadurch, daß die qualitative Struktur der Fixpunkte des Double-Gyre-Modells nicht sensitiv von der Modellkonfiguration abhängt.

Ein räumlich inhomogener stochastischer Windschub ist also in der Lage, das Regimeverhalten der windgetriebenen Ozeanzirkulation, jedenfalls unter Verwendung der speziellen Modellkonfiguration, signifikant zu verändern. Der Regimeübergang wird durch eine anormale positive Krümmung des Jets eingeleitet. Diese Struktur wird ohne das räumlich inhomogene Rauschen nicht erreicht. Die Inhomogenität des Rauschens erzeugt ausgeprägte Anomalien der Windschubvorticity, die ihrerseits Rossby-Wellen antreiben. Diese Wellen sind nun in der Lage, den Jet so zu deformieren, daß das System in den Einzugsbereich des instabilen nichtsymmetrischen Regimes kommt, was den Regimewechsel vom quasi-antisymmetrischen in den nichtsymmetrischen Zustand bewirkt. Der Übergang zurück in den quasi-antisymmetrischen Zustand wird durch die Ablösung der antizyklonalen Rezirkulationszelle am ostwärtigen Ende des Jets verursacht. Es bleibt zu erwähnen, daß der stark idealisierte Stormtrack, genauso wie auch der

stationäre antisymmetrische Double-Gyre-Antrieb, nicht den Anspruch erhebt, die Atmosphäre realitätsnah darzustellen. Es wird aber angenommen, daß das Konzept des räumlich inhomogenen stochastischen Antriebs in Verbindung mit dem klassischen, stark nichtlinearen Double-Gyre-Modell ein sinnvolles Werkzeug zum Studium des Regimeverhaltens der windgetriebenen Zirkulation ist.

Das Regimeverhalten der windgetriebenen Zirkulation kann also signifikant durch den atmosphärischen Stormtrack modifiziert werden. In diesem Sinne wird einerseits die Mutmaßung von Cessi und Ierley (1995) untermauert, daß stabile und instabile stationäre Lösungen zur Variabilität der windgetriebenen Zirkulation beitragen. Andererseits wird auch die prinzipielle Bedeutung des stochastischen Antriebs für die Ozeanzirkulation unterstrichen, die über das lineare Modell von Hasselmann (1976) hinausgeht.

Kapitel 3

Atmosphäre

In diesem Kapitel wird das Konzept der stochastischen Klimamodellierung auf ein einfaches Modell der Atmosphäre angewendet. Dazu wird ein nichtlineares Low-Order-Modell eingesetzt, um den Einfluß einer multiplikativen stochastischen Komponente, welche die Turbulenz der atmosphärischen Grenzschicht parametrisiert, auf das Regimeverhalten der Zirkulation in mittleren Breiten konzeptionell zu untersuchen. Der Schwerpunkt liegt dabei auf dem Phänomen der “Noise-Induced-Transition”. Eine solche qualitative Veränderung der Aufenthaltswahrscheinlichkeiten im Phasenraum des Systems kann durch eine multiplikative stochastische Komponente ausgelöst werden.

3.1 Motivation

Es ist seit langem bekannt, daß die atmosphärische Zirkulation der mittleren Breiten ein ausgeprägtes Regimeverhalten aufweist. Dieses Verhalten äußert sich durch die Wiederkehr von charakteristischen Mustern, z.B. einer blockierenden und einer nicht blockierenden Zirkulation. Die blockierende Lage ist durch eine ausgeprägte Wellenform, die nicht blockierende Lage durch eine nahezu zonale Strömung gekennzeichnet. Diese Charakterisierung kann auch durch einen zonalen Index, der den meridionalen Druckgradienten beschreibt, wiedergegeben werden: Die nahezu zonale Strömung der nicht blockierenden Lage hat einen hohen zonalen Index (High-Index-Flow), die blockierende Lage dagegen hat einen niedrigen zonalen Index (Low-Index-Flow). Einen Überblick über das atmosphärische

Regimeverhalten in mittleren Breiten gibt Pandolfo (1993); die genauen Ursachen und Mechanismen sind allerdings weitestgehend unbekannt.

Eine weit verbreitete Hypothese nimmt an, daß das atmosphärische Regimeverhalten durch multiple stationäre Lösungen der zugrundeliegenden nichtlinearen Gleichungen bestimmt wird. Regime sind dabei Regionen im Phasenraum des Systems, die durch eine lokal erhöhte Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Phasenraumtrajektorie ausgezeichnet sind. Diese Hypothese wird zuerst von Charney und DeVore (1979) in einer vereinfachten Modellumgebung formuliert. Dieses niedrigdimensionale spektrale Modell der barotropen quasigeostrophischen Vorticitygleichung (CDV-Modell) ist in der Lage, die Existenz von blockierenden und nicht blockierenden Wetterlagen als stabile stationäre Lösungen zu erklären, ohne jedoch interne Variabilität zu zeigen. Es ist sogar möglich, daß ein instabiler stationärer Zustand des Modells, welcher nur in wenigen Moden instabil, aber in vielen Moden stabil ist, die Trajektorie des Systems zeitweise in der Nähe des eigentlich instabilen Fixpunkts halten kann, wie Legras und Ghil (1985) für ein atmosphärisches Modell zeigen. Dessenungeachtet liefern die Analysen von Beobachtungsdaten keine eindeutigen Hinweise auf die Existenz von multiplen stationären Zuständen der atmosphärischen Zirkulation. Außerdem wird auch kontrovers diskutiert, inwieweit die Struktur des Phasenraums niedrigdimensionaler spektraler Modelle überhaupt auf die eines komplexeren Modells abgebildet wird (Tung und Rosenthal 1985).

Ein entscheidender Schwachpunkt des niedrigdimensionalen CDV-Modells ist, daß es keinerlei interne Schwankungen zeigt und die Trajektorien des Systems daher immer in einen der beiden stabilen Fixpunkte enden. Das Modell ist zwar in der Lage, die Existenz von blockierenden und nicht blockierenden Wetterlagen konzeptionell zu erklären, es besitzt jedoch keine durch Nichtlinearitäten ausgelöste interne Variabilität. Das bedeutet, daß das deterministische CDV-Modell keine Übergänge zwischen den stationären Zuständen darstellen kann. Um dieses Problem innerhalb der Low-Order-Umgebung des CDV-Modells zu lösen, muß der deterministische Ansatz aufgegeben und die Regimeübergänge durch eine stochastische Anregung erzwungen werden. Oft werden die durch den spektralen Ansatz vernachlässigten Mechanismen und Prozesse durch additives Rauschen parametrisiert. Dieser Ansatz wird für das CDV-Modell von Egger (1981), Benzi *et al.* (1984) und DeSwart und Grasman (1987) verfolgt. Es zeigt sich, daß der additive stochastische Antrieb das System abhängig von der Parameterkonstellation

dazu bringen kann, die beiden stabilen Zustände aufzusuchen; das Modell zeigt dadurch ein bimodales Verhalten. Weiterhin ergibt sich, daß sogar die Umgebung des instabilen Fixpunkts bei den Regimeübergängen bevorzugt aufgesucht wird. Dieses Verhalten untermauert die Vorstellung von Legras und Ghil (1985), daß auch instabile stationäre Lösungen signifikant zur Dynamik eines Modells beitragen können.

In vielen Klimamodellen wird der stochastische Anteil als additive Komponente des Antriebs eingeführt. Das bedeutet, daß die Amplitude des stochastischen Antriebs nicht vom Zustand des Systems abhängt. Es ist aber auch möglich, extern vorgegebene Modellparameter nicht als eine Konstante zu betrachten, sondern diese stochastisch um einen Mittelwert fluktuieren zu lassen. In solch einem Fall erscheint der stochastische Anteil des Modells als multiplikatives Rauschen. Der Einfluß der stochastischen Komponente auf das System hängt dann vom Zustand des Systems selber ab. Es ist bekannt, daß solch ein multiplikatives Rauschen einen bedeutenderen Einfluß auf das Verhalten nichtlinearer dynamischer Systeme haben kann als ein additives (Horsthemke und Lefever 1984; Landa und McClintock 2000). Ein Beispiel dafür ist das Phänomen der "Noise-Induced-Transition" (Horsthemke und Lefever 1984), das im vorhergehenden Kapitel schon kurz angedeutet wurde. Noise-Induced-Transitions können auftreten, sobald ein ursprünglich deterministisches System durch einen stochastischen Anteil zu einem stochastischen dynamischen System wird; dabei verändert sich die qualitative Struktur der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Systems in Abhängigkeit von dem vorgegebenen Rauschen.

In diesem Kapitel wird das Konzept des multiplikativen Rauschens und der Noise-Induced-Transitions auf ein barotropes quasigeostrophisches Modell der atmosphärischen Strömung über einer einfachen Topographie angewendet. Die spektrale Darstellung dieser Modellkonfiguration liefert das klassische CDV-Modell. Neben einem additiven stochastischen Antrieb wird auch die extern vorgegebene Dämpfung des Systems als stochastischer Prozeß um einen Mittelwert parametrisiert. Durch diesen Ansatz wird der turbulente Charakter der atmosphärischen Grenzschicht, die in dem barotropen Modell nicht enthalten ist, konzeptionell wiedergegeben. Aufgrund dieser stochastischen Parametrisierung der Ekman-Schicht erhält das System eine multiplikative stochastische Komponente: Der Effekt dieses stochastischen Terms hängt also vom Zustand des Systems selbst ab. Dementsprechend liegt der Schwerpunkt in diesem Kapitel auf der Analyse der Dyna-

mik des CDV-Modells mit einer additiven und einer multiplikativen stochastischen Komponente. Des weiteren wird kurz qualitativ beleuchtet, inwieweit sich die Phänomenologie des stochastisch angetriebenen CDV-Modells in einem entsprechend stochastisch angetriebenen hochauflösenden Modell wiederfinden läßt. In diesem Zusammenhang ist es wichtig anzumerken, daß Charney und DeVore (1979) die stationären Lösungen des deterministischen Low-Order-Modells auch in einem entsprechenden Gitterpunktmodell mit sehr viel mehr Freiheitsgraden wiederfinden. Dessenungeachtet ist es aber nicht von vornherein klar, ob eine Noise-Induced-Transition eines Low-Order-Modells auch in einer entsprechenden hochauflösenden Modellkonfiguration wiedergegeben wird.

3.2 Das quasigeostrophische Modell

a. Die quasigeostrophische Flachwassergleichung

Das zugrundeliegende Modell in diesem Kapitel ist die barotrope quasigeostrophische Vorticitygleichung eines Fluids der Schichtdicke H über einer Topographie $h(x, y)$. Auf der β -Ebene in mittleren Breiten ergibt sich die Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \psi - \gamma^2 \psi) + J \left(\psi, \nabla^2 \psi + f_0 \frac{h}{H} + \beta y \right) = -f_0 \frac{D_E}{2H} \nabla^2 (\psi - \psi^*) \quad (3.1)$$

mit der Stromfunktion $\psi(x, y, t)$, dem Jacobi-Operator $J(a, b) = \partial a / \partial x \partial b / \partial y - \partial a / \partial y \partial b / \partial x$ und dem Quadrat des inversen Rossby-Radius $\gamma^2 = f_0^2 / gH$; g ist die Schwerebeschleunigung und f_0 der Coriolis-Parameter. Die rechte Seite von (3.1) enthält eine reibungsbedingte Senke und eine Quelle von Vorticity. Der Eintrag von Vorticity erfolgt durch die Relaxation der prognostischen Vorticity $\nabla^2 \psi$ auf ein vorgegebenes Feld $\nabla^2 \psi^*$. Die vorgegebene Stromfunktion ψ^* parametrisiert dabei den meridionalen Temperaturgradienten zwischen Äquator und Pol. Der Antriebs- und Dissipationsterm sind proportional zur Mächtigkeit der Boden-Ekman-Schicht $D_E = (2A_v / f_0)^{1/2}$, mit dem vertikalen Austauschkoefizienten A_v . Die charakteristische Dämpfungszeitskala der quasigeostrophischen Strömung unter dem Einfluß der Boden-Ekman-Schicht ist $\tau = 2H / f_0 D_E = 2 / (f_0 E_v^{1/2})$, mit der vertikalen Ekman-Zahl $E_v = (2A_v) / (f_0 H^2)$. Eine detaillierte Herleitung und Diskussion der quasigeostrophischen Dynamik findet sich z.B. in Pedlosky (1987).

Coriolis-Parameter	$f_0 = 1.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$
β -Effekt	$\beta = 1.6 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$
Schichtdicke	$H = 1 \times 10^4 \text{ m}$
Boden-Ekman-Schicht	$D_E = 120 \text{ m}$
Schwerebeschleunigung	$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$
Amplitude der Topographie	$h_0 = 500 \text{ m}$
Amplitude des Antriebs	$\psi_0^* = 6.7 \times 10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
Kanaldimension	$L_x = 3 \times 10^6 \text{ m}$ $L_y = 1.5 \times 10^6 \text{ m}$

Tabelle 3.1: Dimensionsbehaftete Parameter des Atmosphärenmodells.

Im folgenden wird ein Kanal mit einer zonalen Länge $0 \leq x \leq L_x$ und einer meridionalen Ausdehnung $0 \leq y \leq L_y$ betrachtet. Zur Lösung der Gleichung bedarf es noch der Formulierung geeigneter Randbedingungen. Auf den zonalen Rändern verschwindet natürlich der Transport normal zur Berandung: Das bedeutet, die Stromfunktion ψ ist konstant an den Stellen $y = 0$ und $y = L_y$. Des weiteren werden auf den meridionalen Rändern periodische Randbedingungen verwendet; es gilt also $\psi(x, y, t) = \psi(x + L_x, y, t)$.

Die Topographie $h(x, y)$ und der Antrieb ψ^* werden konzeptionell durch die trigonometrischen Funktionen Sinus und Cosinus dargestellt, welche eine einfache Berg- und Tal-Struktur der Amplitude h_0 und einen meridionalen Stromfunktionsgradienten der Amplitude ψ_0^* wiedergeben:

$$h(x, y) = h_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{L_y}\right), \quad \psi^* = \psi_0^* \cos\left(\frac{\pi y}{L_y}\right) \quad (3.2)$$

Die in diesem Kapitel benutzten dimensionsbehafteten Modellparameter sind in Tabelle 3.1 zusammengestellt. Die Werte aller Parameter sind entsprechend der Arbeit von DeSwart und Grasman (1987) gewählt worden.

b. Das spektrale Low-Order-Modell

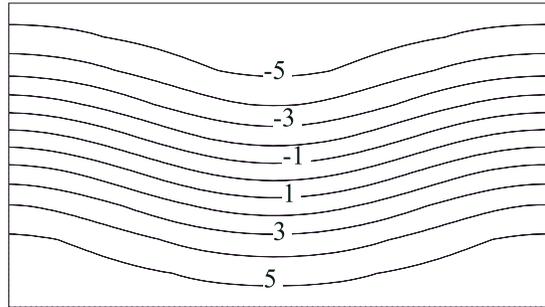
Ein spektrales Modell von (3.1) und (3.2) kann durch eine Entwicklung der Felder ψ , ψ^* und h in orthonormale Eigenfunktionen des Laplace-Operators hergeleitet werden. Das in dieser Arbeit verwendete Low-Order-Modell berücksichtigt nur drei Moden; die Herleitung findet sich in Anhang B. Die dimensionslosen

Gleichungen der spektralen Low-Order-Approximation des quasigeostrophischen Modells (3.1) mit dem Antrieb und der Topographie gemäß (3.2) sind

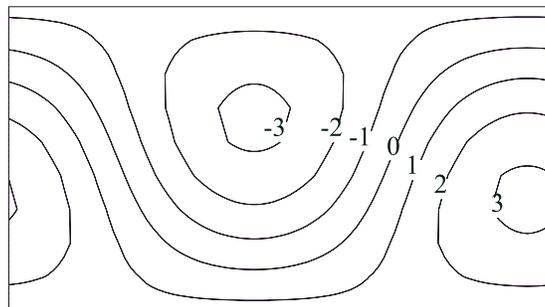
$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= bx_3 - C(x_1 - x_1^*) \\
 \dot{x}_2 &= -ab\left(x_1 - \frac{1}{2}\beta\right)x_3 - Cx_2 \\
 \dot{x}_3 &= ab\left(x_1 - \frac{1}{2}\beta\right)x_2 - \frac{1}{2}ax_1 - Cx_3
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Dieses System gewöhnlicher Differentialgleichungen wird üblicherweise als das CDV-Modell, bzw. als die CDV-Gleichungen bezeichnet. Es ist bekannt, daß das nichtlineare System (3.3) für einen großen Parameterbereich drei stationäre Lösungen besitzt. Diese Lösungen werden im folgenden mit E_1 , E_2 und E_3 bezeichnet. Die in dieser Studie verwendeten dimensionslosen Parameter in (3.3) sind identisch mit DeSwart und Grasman (1987): $a = 1$, $b = 1$, $C = 0.2$, $x_1^* = 4.19$ und $\beta = 2.55$. Die Stromfunktionen der zu diesen Parametern gehörenden stationären Lösungen E_1 , E_2 und E_3 sind in Abbildung 3.1 zu sehen. Der erste stabile Zustand $E_1 = (3.91, 0.74, -0.06)$ zeigt eine nahezu zonale, nach Osten gerichtete Strömung mit einem hohen zonalen Index. In dem Konzept von Charney und DeVore (1979) ist das die nicht blockierende Lage. Der weitere stabile Zustand $E_3 = (0.94, -1.06, -0.65)$ zeigt eine ausgeprägte Wellenform mit einem Hochdruckgebiet über dem Tal, das allerdings gegenüber der Topographie etwas nach Osten versetzt ist. Diese Strömung hat einen niedrigen zonalen Index und stellt dementsprechend die blockierende Lage dar. Der einzige instabile Zustand $E_2 = (1.88, 1.40, -0.46)$ zeigt ein zwischen den stabilen Lagen angesiedeltes Strömungsmuster. Für beliebige Anfangsbedingungen endet die Phasenraumtrajektorie des CDV-Modells (3.3) immer in einem der beiden stabilen Fixpunkte E_1 oder E_3 . Eine detaillierte Diskussion des CDV-Modells findet man in den Arbeiten von Charney und DeVore (1979), Egger (1981) und DeSwart (1988). Insbesondere zeigen Charney und DeVore (1979), daß die stationären Lösungen des Low-Order-Modells (3.3) auch in einem entsprechenden Gitterpunktsmodell mit sehr viel mehr Freiheitsgraden wiedergefunden werden; die stationären Zustände des CDV-Modells sind also kein Artefakt der niedrigen spektralen Auflösung der zugrundeliegenden Gleichungen (3.1) und (3.2).

Equilibrium 1 (stable)



Equilibrium 2 (unstable)



Equilibrium 3 (stable)

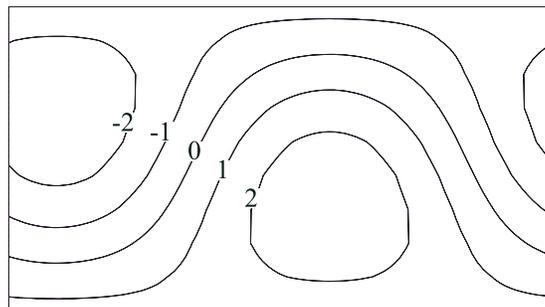


Abbildung 3.1: Dimensionslose Stromfunktionen ψ für die drei stationären Zustände des deterministischen CDV-Modells ($a = 1$, $b = 1$, $C = 0.2$, $x_1^* = 4.19$, $\beta = 2.55$).

c. Das stochastische CDV-Modell und die dazugehörige Fokker-Planck-Gleichung

Das deterministische CDV-Modell ist in dem Sinne unrealistisch, daß es nicht in der Lage ist, Wechsel zwischen den stabilen Fixpunkten, also Regimeübergänge darzustellen. Es liegt daher nahe, die fehlende interne Variabilität des Low-Order-Modells durch eine stochastische Anregung zu parametrisieren, um die durch den spektralen Ansatz vernachlässigten Skalen dennoch konzeptionell zu berücksichtigen. Wie von Egger (1981) erörtert, existieren zwei verschiedene Möglichkeiten, einen stochastischen Anteil in das CDV-Modell einzuführen. Einerseits können die in den CDV-Gleichungen berücksichtigten Moden durch eine additive stochastische Komponente angetrieben werden. Der additive stochastische Antrieb parametrisiert dabei den Effekt der vernachlässigten höheren Moden; dieser additive Ansatz wird von Egger (1981) verfolgt. Andererseits können auch die extern vorgegebenen Parameter als schnell fluktuierende Größen aufgefaßt werden. Egger (1981) äußert die Vermutung, daß zeitlich fluktuierende externe Parameter die Stabilitätseigenschaften der stationären Lösungen beeinflussen können, ohne jedoch eine entsprechende Gleichung aufzustellen und zu analysieren. Im Falle des barotropen Modells (3.1), bzw. der daraus hergeleiteten CDV-Gleichungen (3.3) erscheint es sinnvoll, die Dämpfung des Systems als stochastische Größe zu parametrisieren, um den turbulenten Charakter der atmosphärischen Grenzschicht konzeptionell zu erfassen. Für das CDV-Modell bedeutet das, daß der Dämpfungsparameter C als eine um einen Mittelwert stochastisch fluktuierende Größe angesehen wird. Kombiniert man beide stochastischen Ansätze im CDV-Modell, so wird aus der ursprünglich deterministischen Differentialgleichung eine stochastische Differentialgleichung:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= bx_3 - (C + \eta_1^M)(x_1 - x_1^*) + \eta_1^A \\
 \dot{x}_2 &= -ab \left(x_1 - \frac{1}{2}\beta \right) x_3 - (C + \eta_2^M)x_2 + \eta_2^A \\
 \dot{x}_3 &= ab \left(x_1 - \frac{1}{2}\beta \right) x_2 - \frac{1}{2}ax_1 - (C + \eta_3^M)x_3 + \eta_3^A
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

η_i^A sind dabei die additiven stochastischen Komponenten. Man beachte, daß die additive Störung des mittleren Dämpfungsparameters C durch den stochastischen Anteil η_i^M zu einer multiplikativen stochastischen Komponente führt, da η_i^M mit x_i multipliziert wird: Die Varianz, und somit der dynamische Effekt des stochastischen Terms $\eta_i^M x_i$ hängt vom Zustand des Systems ab. Es sei noch erwähnt, daß der Term $\eta_1^M x_1^*$ natürlich eine additive stochastische Komponente ist. Der

Einfachheit halber wird aber die Bezeichnung η_i^M als multiplikatives Rauschen durchgehend beibehalten.

Im folgenden sind alle stochastischen Komponenten η_i^A und η_i^M voneinander unabhängiges und gaußverteilttes weißes Rauschen mit den Amplituden σ_i^A und σ_i^M . Für das weiße Rauschen $\eta(t)$ gilt also

$$\langle \eta(t) \rangle = 0, \quad \langle \eta(t)\eta(t') \rangle = \sigma^2 \delta(t - t') \quad (3.5)$$

mit dem Mittelungsoperator $\langle \dots \rangle$ und der δ -Funktion $\delta(t - t')$. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß die ‐Dämpfung‐ des Systems aufgrund des stochastischen Ansatzes auch negative Werte annehmen kann. Dieser Widerspruch zur Definition der Ekman-Schicht wird bewußt hingenommen, da der Schwerpunkt in der vorliegenden Studie die konzeptionelle Untersuchung multiplikativen Rauschens in vereinfachten Modellen ist.

Das Verhalten einer stochastischen Differentialgleichung kann durch die entsprechende Fokker-Planck-Gleichung bestimmt werden, welche die Wahrscheinlichkeitsdichte im Phasenraum des Systems vollständig beschreibt. Für eine n -dimensionale stochastische Differentialgleichung in der allgemeinen Form

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{A}(\vec{x}) + \tilde{B}(\vec{x})\vec{\eta}^M + \vec{\eta}^A \quad (3.6)$$

mit der $n \times n$ Matrix \tilde{B} folgt die Fokker-Planck-Gleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p(\vec{x}, t)$ (siehe z.B. Gardiner 1985; Horsthemke und Lefever 1984; Honerkamp 1990):

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(\vec{x}, t)}{\partial t} = & - \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left[A_i + \alpha \sum_{j,k} (\sigma_i^M)^2 \left(\frac{\partial}{\partial x_j} B_{ik} \right) B_{jk} \right] p(\vec{x}, t) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i,j} (\sigma_i^M)^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\tilde{B} \tilde{B}^T)_{ij} p(\vec{x}, t) \\ & + \frac{1}{2} \sum_i (\sigma_i^A)^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} p(\vec{x}, t) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Die Ableitungen wirken auf alle Funktionen, die rechts vom Operator stehen, es sei denn, der Ableitungsoperator und die Funktion sind eingeklammert. Der Parameter α kann zwei verschiedene Werte annehmen, um zwei physikalisch sinnvolle Interpretationen der stochastischen Integration zu liefern: die Itô-Interpretation

($\alpha = 0$) und die Stratonovich-Interpretation ($\alpha = 1/2$). Die Fokker-Planck-Gleichung (3.7) beschreibt die Dynamik der Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\vec{x}, t)$ im Phasenraum der stochastischen Differentialgleichung (3.6). Der erste Term in der eckigen Klammer beschreibt die Dynamik des deterministischen Systems und wird als deterministische Drift bezeichnet. Der zweite Term in der eckigen Klammer, welcher nicht in der Itô-Interpretation ($\alpha = 0$) erscheint, wird als stochastische Drift (Noise-Induced-Drift) bezeichnet. In der Stratonovich-Interpretation ($\alpha = 1/2$) werden die beiden Terme zusammen als effektive Drift bezeichnet. Die verbleibenden Terme bewirken die Diffusion der Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\vec{x}, t)$ im Phasenraum des Systems. Der erste Diffusionsterm ist eine Konsequenz des multiplikativen Rauschens und hängt daher von der Struktur der Matrix \tilde{B} ab. Der zweite Diffusionsterm gibt das additive Rauschen wieder und beinhaltet dementsprechend nur Ableitungen der Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\vec{x}, t)$. Man beachte, daß in dem speziellen Fall des stochastischen CDV-Modells (3.4) keine gemischten Ableitungen in der entsprechenden Fokker-Planck-Gleichung auftreten, da die Matrix \tilde{B} dann eine sehr einfache Diagonalstruktur mit ausschließlich linearen Termen besitzt.

Eine ausführliche Diskussion über stochastische Differentialgleichungen, Fokker-Planck-Gleichung, stochastische Integration und den Unterschied zwischen der Itô- und Stratonovich-Interpretation findet man in vielen Büchern und Artikeln (siehe z.B. Gardiner 1985; Horsthemke und Lefever 1984; Honerkamp 1990; Rümelin 1982; Kloeden und Platen 1992; Penland und Matrosova 1994; Penland 1996). Es zeigt sich, daß die Stratonovich-Interpretation die Situation wiedergibt, in der sehr schnell fluktuierende Größen mit sehr kleinen, aber dennoch endlichen Korrelationszeiten, als weißes Rauschen parametrisiert werden. Das bedeutet, daß bei physikalischen Problemen, in denen man aus einer zunächst deterministischen eine stochastische Differentialgleichung ableitet, die Stratonovich-Interpretation angemessen ist. Die Itô-Interpretation wird dagegen benutzt, wenn diskrete und vollständig unkorrelierte Fluktuationen als kontinuierliches weißes Rauschen approximiert werden sollen.

3.3 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden numerische Lösungen der zum stochastischen CDV-Modell (3.4) gehörenden Fokker-Planck-Gleichung in der Stratonovich-Interpretation ($\alpha = 1/2$) vorgestellt und diskutiert. Um die aus der Fokker-Planck-Gleichung resultierenden Ergebnisse zu verifizieren und dynamisch zu interpretieren, wird zusätzlich auch das stochastische CDV-Modell in der Stratonovich-Interpretation numerisch integriert. Des Weiteren wird empirisch untersucht, ob sich die Phänomenologie des stochastischen CDV-Modells in einem entsprechenden Gitterpunktsmodell qualitativ wiederfinden läßt.

a. Lösungen der Fokker-Planck-Gleichung

Analytische Lösungen der Fokker-Planck-Gleichung (3.7) können nur in wenigen Fällen gefunden werden; im allgemeinen müssen numerische Verfahren verwendet werden. In dieser Studie wird das semi-implizite Chang-Cooper-Verfahren zur Lösung der zeitabhängigen Fokker-Planck-Gleichung eingesetzt (Chang und Cooper 1970; Park und Petrosian 1996). Die Chang-Cooper-Methode ist ein die integrierte Wahrscheinlichkeitsdichte erhaltendes Finite-Differenzen-Verfahren zweiter Ordnung in der Zeit. Es ist zur numerischen Lösung eindimensionaler Fokker-Planck-Gleichungen entwickelt worden, kann aber mit Hilfe der Methode des Operatoren-Splittings problemlos zur Lösung mehrdimensionaler Probleme erweitert werden (Park und Petrosian 1996; Press *et al.* 1992). Als Integrationsgebiet wird ein Würfel der Kantenlänge 10 mit den Koordinaten $[-2.5 : 7.5, -5 : 5, -5 : 5]$ verwendet, welcher die stationären Lösungen des deterministischen CDV-Modells im Falle der benutzten Parameter einschließt. Der Würfel wird mit einem äquidistanten Gitter der Maschenweite 0.1 durchsetzt. Das bedeutet, die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p(x, y, z, t)$ wird an insgesamt $100 \times 100 \times 100$ Gitterpunkten berechnet. Zur Integration wird ein dimensionsloser Zeitschritt von 0.25 benutzt, was 0.96 Tagen in dimensionsbehafteten Einheiten entspricht. Die Fokker-Planck-Gleichung wird zeitlich integriert bis ein stationärer Zustand der Wahrscheinlichkeitsdichte erreicht wird. Es zeigt sich, daß die stationäre Lösung unabhängig von den Anfangsbedingungen nach spätestens 100 Tagen angenommen wird, was in Übereinstimmung mit der Arbeit von Egger (1981) ist. Als Anfangsbedingung der Wahrscheinlichkeitsdichte p wird eine kugelsymmetrische dreidimensionale Gaußverteilung um den Ursprung

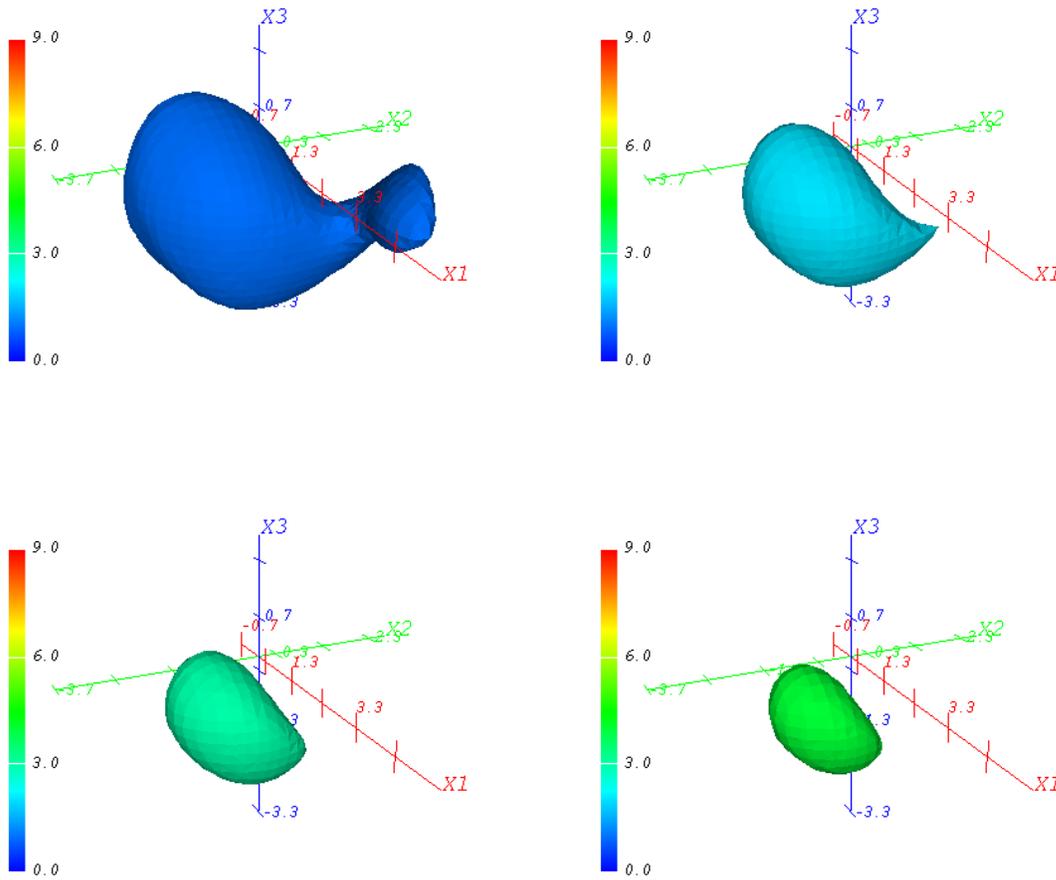


Abbildung 3.2: Isoflächen der stationären Wahrscheinlichkeitsdichte der Fokker-Planck-Gleichung des stochastischen CDV-Modells mit multiplikativem und additivem Rauschen: $\sigma_i^M = 0.1$ und $\sigma_i^A = 0.3$ ($i = 1, 2, 3$); $a = 1$, $b = 1$, $C = 0.2$, $x_1^* = 4.19$, $\beta = 2.55$. Werte der Isoflächen von links oben nach rechts unten: 1.0, 2.0, 3.0, 4.0.

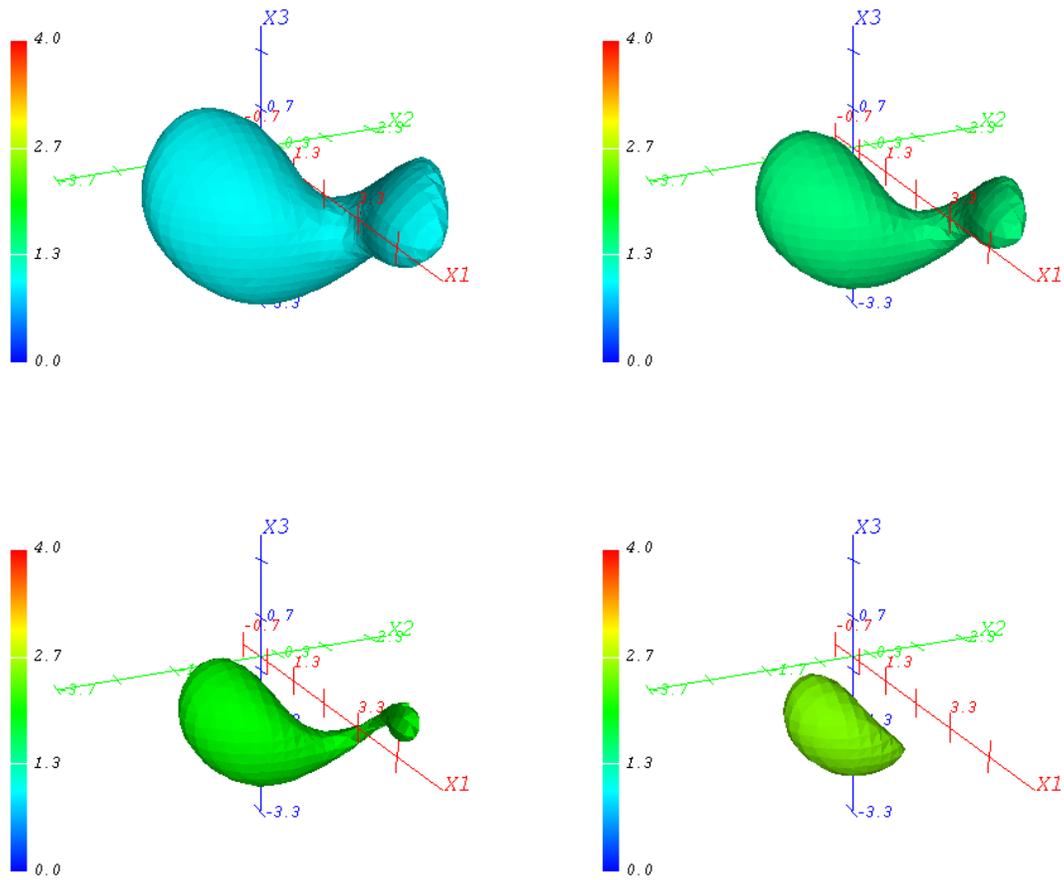


Abbildung 3.3: Isoflächen der stationären Wahrscheinlichkeitsdichte der Fokker-Planck-Gleichung des stochastischen CDV-Modells mit multiplikativem und additivem Rauschen: $\sigma_i^M = 0.2$ und $\sigma_i^A = 0.3$ ($i = 1, 2, 3$); $a = 1$, $b = 1$, $C = 0.2$, $x_1^* = 4.19$, $\beta = 2.55$. Werte der Isoflächen von links oben nach rechts unten: 1.0, 1.5, 2.0, 2.5.

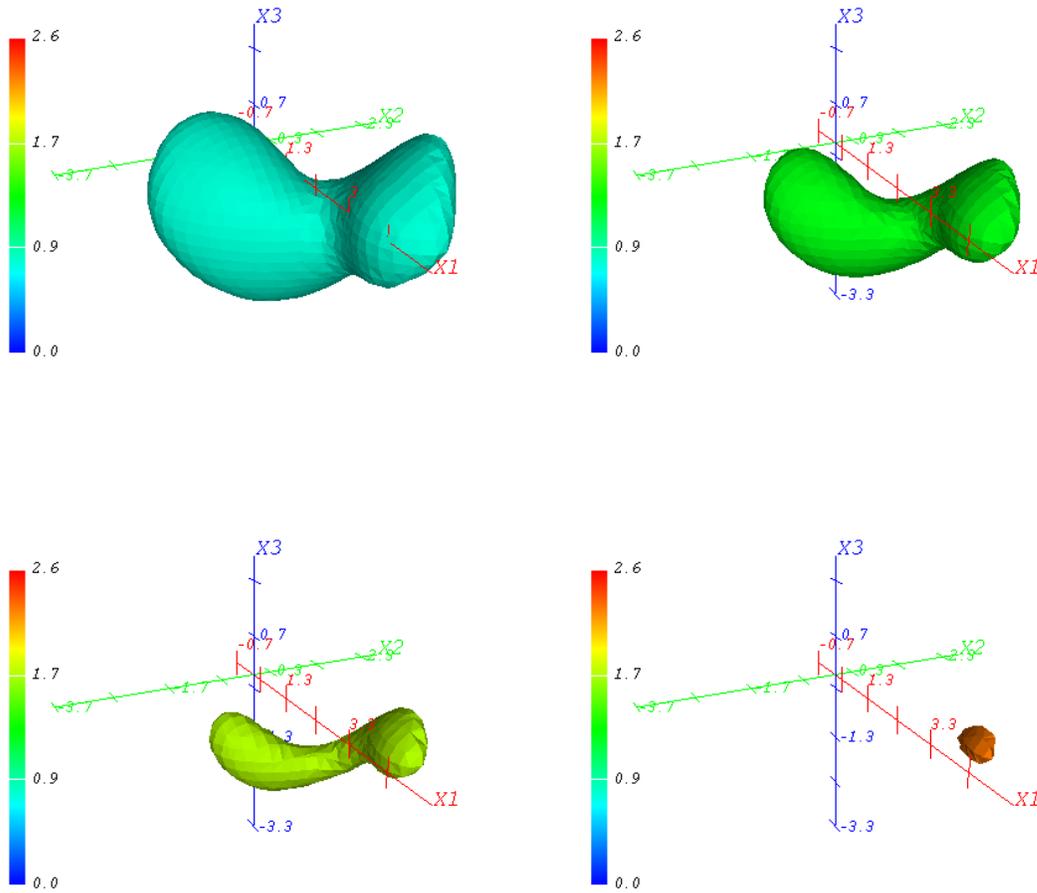


Abbildung 3.4: Isoflächen der stationären Wahrscheinlichkeitsdichte der Fokker-Planck-Gleichung des stochastischen CDV-Modells mit multiplikativem und additivem Rauschen: $\sigma_i^M = 0.3$ und $\sigma_i^A = 0.3$ ($i = 1, 2, 3$); $a = 1$, $b = 1$, $C = 0.2$, $x_1^* = 4.19$, $\beta = 2.55$. Werte der Isoflächen von links oben nach rechts unten: 0.75, 1.25, 1.75, 2.25.

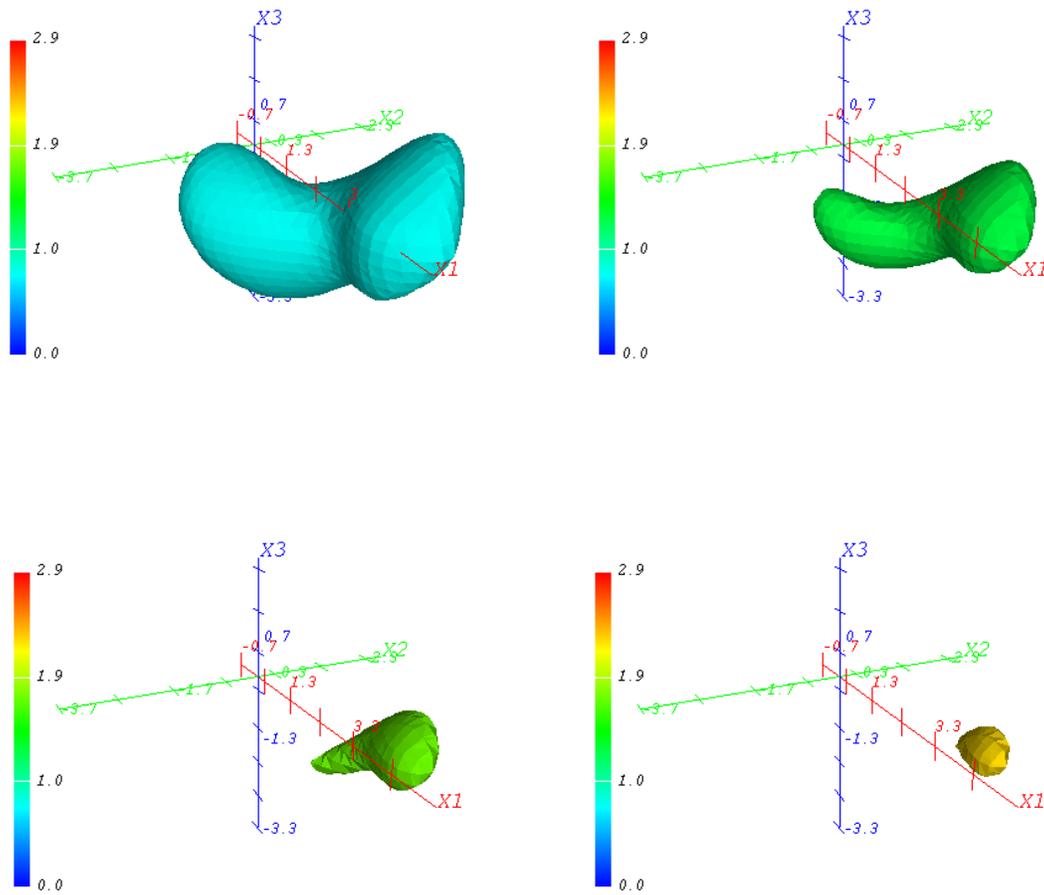


Abbildung 3.5: Isoflächen der stationären Wahrscheinlichkeitsdichte der Fokker-Planck-Gleichung des stochastischen CDV-Modells mit multiplikativem und additivem Rauschen: $\sigma_i^M = 0.4$ und $\sigma_i^A = 0.3$ ($i = 1, 2, 3$); $a = 1$, $b = 1$, $C = 0.2$, $x_1^* = 4.19$, $\beta = 2.55$. Werte der Isoflächen von links oben nach rechts unten: 0.75, 1.25, 1.75, 2.25.

des Koordinatensystems mit der Standardabweichung eins verwendet. Andere Anfangsbedingungen verändern die im folgenden präsentierten Ergebnisse nicht. Die Gesamtwahrscheinlichkeit, also die über das gesamte Gebiet integrierte Wahrscheinlichkeitsdichte, wird willkürlich auf 100 gesetzt.

In den im folgenden vorgestellten numerischen Experimenten wird nur die Stärke des multiplikativen Rauschens (σ_i^M) variiert. Die Stärke des additiven Rauschens (σ_i^A) und die Amplitude des Antriebs (x_1^*) werden für die diskutierten Experimente nicht verändert. Die deterministischen Parameter sind also weiterhin: $a = 1$, $b = 1$, $C = 0.2$, $x_1^* = 4.19$, $\beta = 2.55$. Der Einfachheit halber haben die Amplituden des multiplikativen und des additiven Rauschens in jeder der drei Dimensionen den gleichen Wert: $\sigma_1^M = \sigma_2^M = \sigma_3^M$ und $\sigma_1^A = \sigma_2^A = \sigma_3^A$. Die Stärke des additiven stochastischen Antriebs ist $\sigma_i^A = 0.3$. Die stationären Lösungen der Wahrscheinlichkeitsdichte werden als dreidimensionale Isoflächen präsentiert. Für jeden Wert des multiplikativen Rauschens σ_i^M werden vier verschiedene Isoflächen ausgewählt, um die dreidimensionale Struktur der Wahrscheinlichkeitsdichte zu veranschaulichen. In den Abbildungen 3.2, 3.3, 3.4 und 3.5 sind die stationären Lösungen der Fokker-Planck-Gleichung für die multiplikativen Amplituden $\sigma_i^M = 0.1, 0.2, 0.3$ und 0.4 zu sehen.

Für $\sigma_i^M = 0.1$ (Abbildung 3.2) zeigt das System ein nahezu monomodales Verhalten mit niedrigem zonalem Index, also einer blockierenden Strömung (ohne multiplikatives Rauschen zeigt sich ein vergleichbares Verhalten). Das bedeutet, die bevorzugten Zustände der Zirkulation sind in der Umgebung der stabilen stationären Lösung E_3 zu finden. Nur die $p = 1.0$ Isofläche (1.0-Isofläche) zeigt den Fixpunkt E_1 , der die zonale Lage repräsentiert. Dessenungeachtet sind die Maxima der Wahrscheinlichkeitsdichte, mit Werten bis 9.0, innerhalb der 4.0-Isofläche in der Umgebung vom Zustand E_3 zu finden. Eine Erhöhung der Amplitude des multiplikativen Rauschens auf $\sigma_i^M = 0.2$ (Abbildung 3.3) bewirkt, daß das System eine schwache Bimodalität zeigt. Wie schon in dem Experiment mit $\sigma_i^M = 0.1$ sind die maximalen Beträge der Wahrscheinlichkeitsdichte, mit Werten bis 4.0, innerhalb der 2.5-Isofläche in der Umgebung des Fixpunkts mit der blockierenden Zirkulation (E_3) zu finden. Die nicht blockierende zonale Zirkulation besitzt nun aber auch eine gewisse Wahrscheinlichkeit, bedingt durch ein sekundäres Maximum der Wahrscheinlichkeitsdichte in der Nähe des Zustands E_1 . Mit $\sigma_i^M = 0.3$ (Abbildung 3.4) zeigt das Modell eine ausgeprägte Bimodalität mit zwei fast gleich wahrscheinlichen Zuständen. Das absolute Maximum der Wahrscheinlich-

keitsdichte, mit Werten bis 2.6, ist nun in der Nähe des zonalen, nicht blockierenden Fixpunkts E_1 zu finden. Der blockierende Zustand in der Umgebung von E_3 besitzt aber nur geringfügig kleinere Aufenthaltswahrscheinlichkeiten. Das bedeutet, daß das System ein klar definiertes bimodales Verhalten zeigt. Eine weitere Erhöhung der Amplitude des multiplikativen Rauschens auf $\sigma_i^M = 0.4$ (Abbildung 3.5) bewirkt, daß das System nun bevorzugt den zonalen Zustand aufsucht, also wieder ein monomodales Verhalten zeigt. Die höchsten Wahrscheinlichkeitsdichten, mit Werten bis 2.9, sind innerhalb der 2.25-Isfläche in der Umgebung des zonalen Zustands E_1 zu finden. Nur die 0.75-Isfläche zeigt noch einen deutlichen Hinweis der blockierenden Zirkulation in der größeren Umgebung von E_3 .

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß sich die qualitative Struktur der Wahrscheinlichkeitsdichte des stochastischen CDV-Modells in Abhängigkeit von der Amplitude des multiplikativen Rauschens stark verändert. Im Falle eines schwachen (oder verschwindenden) multiplikativen Rauschens bevorzugt das System den blockierenden Zustand. Eine sukzessive Erhöhung der Stärke der multiplikativen stochastischen Komponente bewirkt, daß das System zunehmend auch den zonalen Zustand einnimmt. Der allmähliche Übergang zum bevorzugt angenommenen zonalen Zustand erfolgt über eine Bimodalität für mittlere Werte des multiplikativen Rauschens; starkes multiplikatives Rauschen zwingt das Modell in den zonalen Zustand. Das bedeutet, das System durchläuft eine Noise-Induced-Transition.

Es bleibt anzumerken, daß identische Experimente auch mit der Itô-Interpretation ($\alpha = 0$) durchgeführt wurden. Es zeigt sich dabei, daß sowohl die Stratonovich-Interpretation als auch die Itô-Interpretation nahezu identische Ergebnisse liefern. Insbesondere ist in beiden Fällen die Noise-Induced-Transition zu beobachten. Die dynamische Äquivalenz der beiden Interpretationen ist dadurch zu erklären, daß die multiplikativen Terme nur linear in den Komponenten x_i sind. Der Beitrag der stochastischen Drift zur Dynamik des Systems ist dementsprechend für nicht zu große Amplituden des multiplikativen Rauschens relativ gering.

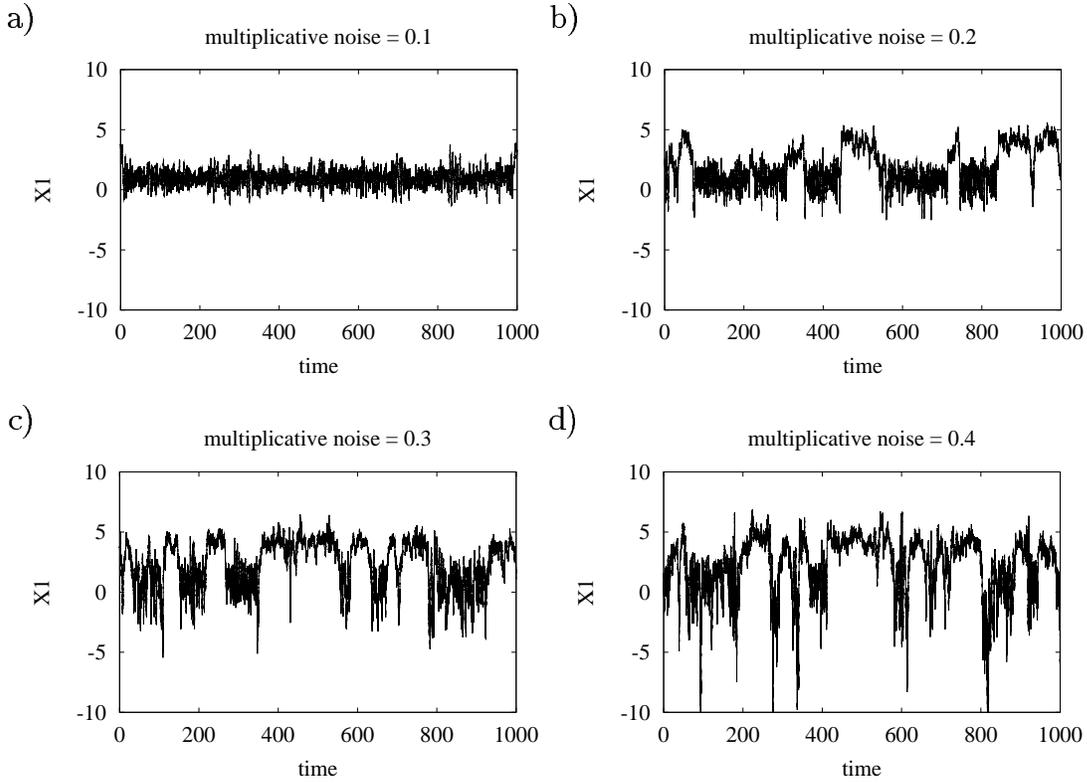


Abbildung 3.6: Zeitreihen der x_1 -Komponente von Realisierungen des stochastischen CDV-Modells mit additivem und multiplikativem Rauschen: $a = 1$, $b = 1$, $C = 0.2$, $x_1^* = 4.19$, $\beta = 2.55$, $\sigma_i^A = 0.3$ ($i = 1, 2, 3$). (a) $\sigma_i^M = 0.1$, (b) $\sigma_i^M = 0.2$, (c) $\sigma_i^M = 0.3$, (d) $\sigma_i^M = 0.4$. Man beachte die Noise-Induced-Transition.

b. Lösungen der stochastischen Differentialgleichung und Dynamik der Noise-Induced-Transition

Um die aus der Fokker-Planck-Gleichung resultierenden Ergebnisse zu verifizieren und dynamisch zu interpretieren, wird im folgenden das stochastische CDV-Modell (3.4) in der Stratonovich-Interpretation integriert; die numerische Lösung von (3.4) erfolgt mit dem stochastischen Euler-Verfahren (Rümelin 1982; Kloeden und Platen 1992). In der numerischen Integration hat das nun zeitlich diskrete gaußverteilte weiße Rauschen η_t die Standardabweichung σ , da die kontinuierliche Bedingung $\langle \eta(t)\eta(t') \rangle = \sigma^2 \delta(t - t')$ numerisch natürlich nicht zu erfüllen ist. Es gilt also für diskrete Zeitschritte

$$\langle \eta_t \rangle = 0, \quad \langle \eta_t \eta_{t'} \rangle = \sigma^2 \delta_{tt'} \quad (3.8)$$

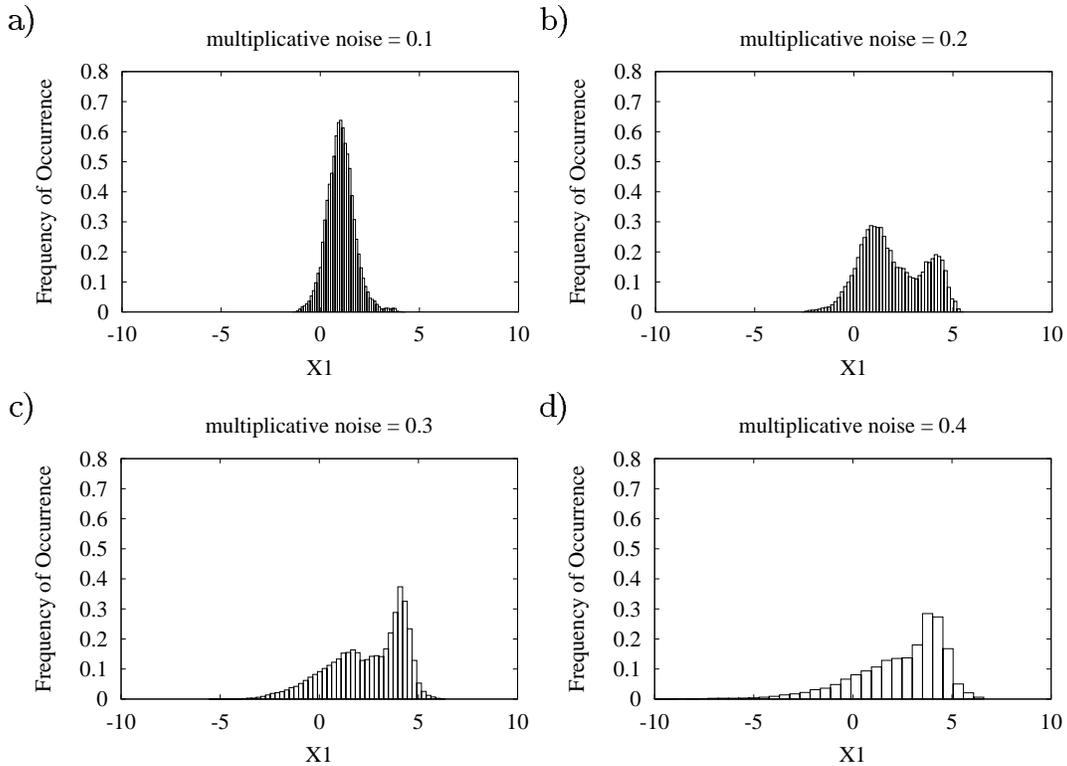


Abbildung 3.7: Normierte Histogramme der Zeitreihen der x_1 -Komponente von Realisierungen des stochastischen CDV-Modells mit additivem und multiplikativem Rauschen: $a = 1$, $b = 1$, $C = 0.2$, $x_1^* = 4.19$, $\beta = 2.55$, $\sigma_i^A = 0.3$ ($i = 1, 2, 3$). (a) $\sigma_i^M = 0.1$, (b) $\sigma_i^M = 0.2$, (c) $\sigma_i^M = 0.3$, (d) $\sigma_i^M = 0.4$. Man beachte die Noise-Induced-Transition.

mit dem Kronecker-Delta $\delta_{tt'}$. Die Parameterkonstellation und der Versuchsaufbau sind dabei identisch mit den vorherigen Experimenten. Das stochastische CDV-Modell wird mit einem Zeitschritt von 0.01 über insgesamt 10000 Zeiteinheiten integriert, was einem dimensionsbehafteten Zeitraum von 106 Jahren entspricht. Man beachte, daß die so erzeugten Zeitreihen für jedes Experiment natürlich nur eine einzige endliche Realisierung eines stochastischen Prozesses darstellen. Die Lösung der Fokker-Planck-Gleichung gibt dagegen per Definition die Wahrscheinlichkeitsdichte aus unendlich vielen Realisierungen wieder. Zeitreihen der x_1 -Komponente von Realisierungen des CDV-Modells mit multiplikativem Rauschen der Standardabweichungen $\sigma_i^M = 0.1, 0.2, 0.3$ und 0.4 sind in Abbildung 3.6 zu sehen: Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist ein Ausschnitt

von nur 1000 Zeiteinheiten ausgewählt worden. Die Histogramme der vollständigen Zeitreihen sind in Abbildung 3.7 dargestellt.

Für $\sigma_i^M = 0.1$ bleibt die Trajektorie des Systems über den gesamten Integrationszeitraum in der Nähe des blockierenden Zustands E_3 mit $x_1 = 0.94$ (Abbildung 3.6a). Das dazugehörige Histogramm (Abbildung 3.7a) verdeutlicht dieses Verhalten. Eine Erhöhung der Standardabweichung des multiplikativen Rauschens auf $\sigma_i^M = 0.2$ bewirkt, daß sich die Modelltrajektorie zeitweise in der Umgebung des zonalen Fixpunkts E_1 mit $x_1 = 3.91$ aufhält (Abbildung 3.6b). Es fällt dabei auf, daß die Varianz der Trajektorie im zonalen Zustand geringer ist als im blockierenden. Die Bimodalität des Systems wird durch das entsprechende Histogramm visualisiert (Abbildung 3.7b), wobei die blockierende Lage eine etwas höhere Wahrscheinlichkeit besitzt als die zonale. Mit $\sigma_i^M = 0.3$ verändert sich das bimodale Verhalten des Modells dahingehend, daß die Trajektorie des Systems sich nun häufiger in der Umgebung des zonalen Zustands E_1 aufhält (Abbildung 3.6c). Auch nimmt die Varianz im blockierenden Zustand weiter zu; die Varianz des zonalen Zustands verändert sich dagegen nicht merklich. Das entsprechende Histogramm offenbart, daß der nicht blockierende Zustand nun eine höhere Wahrscheinlichkeit besitzt als der blockierende (Abbildung 3.7c). Eine weitere Erhöhung der Standardabweichung des multiplikativen Rauschens auf $\sigma_i^M = 0.4$ erhöht die Varianz des blockierenden Zustands deutlich, läßt den qualitativen Charakter der zonalen Lage aber nahezu unbeeinflusst (Abbildung 3.6d). Das dazugehörige Histogramm zeigt, daß die Bimodalität zugunsten des zonalen Zustands verschwunden ist (Abbildung 3.7d).

Es läßt sich demnach feststellen, daß die stochastische Differentialgleichung des CDV-Modells (3.4) die Noise-Induced-Transition qualitativ gut wiedergibt. Während eine Realisierung von (3.4) die Dynamik einer Trajektorie des Systems beschreibt, bestimmt die entsprechende Fokker-Planck-Gleichung die Wahrscheinlichkeitsdichte im Phasenraum des Systems. Eine Realisierung der Modelltrajektorie erlaubt es allerdings, die zugrundeliegende Dynamik der Noise-Induced-Transition genauer zu beleuchten. So zeigt sich z.B. in Abbildung 3.6, daß die Varianz des blockierenden Zustands mit zunehmender Amplitude des multiplikativen Rauschens anwächst, die Varianz der zonalen Lage, sofern sie angenommen wird, aber fast unverändert bleibt. Dieses Verhalten kann durch den Mechanismus, der zu einer Noise-Induced-Transition führt, erklärt werden.

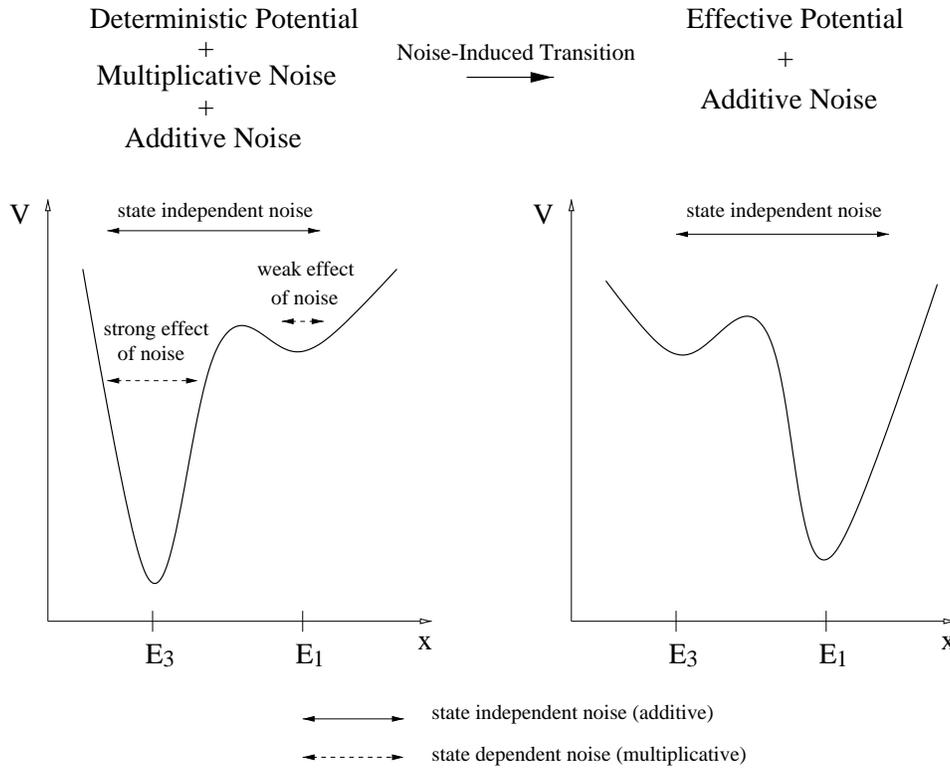


Abbildung 3.8: Schematischer Mechanismus der Noise-Induced-Transition; eine detaillierte Diskussion befindet sich im Text.

Eine schematische Darstellung dieses Mechanismus ist in Abbildung 3.8 dargestellt. Zur Veranschaulichung wird dabei ein eindimensionales System mit zwei stabilen stationären Zuständen, E_1 und E_3 , betrachtet. Die Struktur des deterministischen Potentials soll die Dynamik und die Stabilitätseigenschaften des Systems veranschaulichen. Mit vom Zustand des Systems unabhängigem, also additivem Rauschen ist der stabile Zustand E_3 derjenige mit der größten Wahrscheinlichkeit, da er einen sehr tiefen Potentialtopf besitzt. Der andere stabile Zustand E_1 wird im additiv stochastisch angetriebenen System nur sehr selten angenommen. Die Situation verändert sich, sobald das System eine multiplikative stochastische Komponente erhält. Der Effekt des multiplikativen Rauschens hängt dabei vom Zustand des Systems ab. Ist nun der Effekt des multiplikativen Rauschens in der näheren Umgebung von E_1 geringer als an der Stelle E_3 , so ändert sich das Verhalten des stochastischen Modells; ein solcher Fall tritt z.B. ein, wenn für den stochastischen Teil des Systems gilt $\dot{x} = \dots - \eta^M(x - x^*) + \eta^A$,

mit $x^* \approx E_1$. Die Wahrscheinlichkeit, daß sich das System in der Nähe von E_1 aufhält, steigt mit der Stärke des multiplikativen Rauschens. Die relativ großen Amplituden der stochastischen Störungen in der Umgebung von E_3 , verglichen mit der Umgebung von E_1 , befördern die Modelltrajektorie sehr schnell in die Umgebung von E_1 . Da die Amplituden der stochastischen Störungen in der Nähe von E_1 relativ klein sind, verweilt das System vergleichsweise lange in diesem Zustand. Die Wahrscheinlichkeit der beiden Zustände kann also durch die Stärke des multiplikativen Rauschens gesteuert werden. Aus dem deterministischen Potential wird unter dem Einfluß des multiplikativen Rauschens ein verändertes effektives Potential. Der hier nur in einer Dimension vorgestellte Mechanismus tritt im stochastischen CDV-Modell in identischer Form in drei Dimensionen in Erscheinung, um die im Modell beobachtete Noise-Induced-Transition zu verursachen.

c. Ein qualitativer Vergleich mit einem Gitterpunktmodell

In Anlehnung an die Arbeit von Charney und DeVore (1979) wird untersucht, inwieweit sich das Verhalten des stochastischen CDV-Modells, insbesondere die Noise-Induced-Transition, in einem entsprechenden Gitterpunktmodell mit sehr viel mehr Freiheitsgraden qualitativ wiederfinden läßt. Charney und DeVore (1979) zeigen, daß die stationären Lösungen des deterministischen Low-Order-Modells kein Artefakt der niedrigen spektralen Auflösung sind, sondern auch in einem hochauflösenden Modell zu finden sind. Man beachte allerdings, daß dieser Vergleich natürlich nur einen rein empirischen, bzw. qualitativen Charakter hat, da die beiden Modellkonzepte und die räumlichen Auflösungen zu unterschiedlich sind, um quantitative Vergleiche durchzuführen. Insbesondere ist es sehr problematisch, die stochastische Darstellung des Dämpfungsparameters im Spektralmodell auf ein Gitterpunktmodell zu übertragen. Auch ist die genaue numerische Behandlung von stochastischen partiellen Differentialgleichungen ein ungelöstes Problem. Dieser Abschnitt soll daher hauptsächlich als Anregung zu einer detaillierteren Untersuchung des multiplikativen Rauschens in komplexeren Modellen dienen.

Die dimensionsbehaftete quasigeostrophische Vorticitygleichung (3.1) mit der Topographie und dem Antrieb (3.2) und den Parametern gemäß Tabelle 3.1 wird durch finite Differenzen in Raum und Zeit approximiert. Es werden dazu nur

Standardverfahren eingesetzt, die in der gängigen Literatur diskutiert werden (z.B. Kowalik und Murty 1993; Haltiner 1971; Press *et al.* 1992). Die Diskretisierung im Raum erfolgt durch zentrierte Differenzen. Insbesondere wird der nicht-lineare Jacobi-Operator durch das die Vorticity erhaltende Arakawa-Verfahren approximiert. Die Diskretisierung in der Zeit erfolgt durch das Adams-Bashforth-Verfahren dritter Ordnung. Die zu jedem Zeitschritt auftretende Helmholtz-Gleichung wird durch zyklische Reduktion unter Anwendung der Programm-bibliothek FISHPAK gelöst (Swarztrauber und Sweet 1979). Die räumliche Auflösung beträgt $\Delta x = 120$ km und $\Delta y = 60$ km. Das bedeutet, der Kanal besitzt 25×25 Gitterpunkte. Der Zeitschritt beträgt 1 Stunde. Die Stromfunktion wird einmal am Tag abgespeichert. Entsprechend werden im folgenden auch tägliche Werte der Stromfunktion präsentiert, um die stochastisch angeregte Variabilität zu visualisieren.

Die additive stochastische Komponente ist einfach ein zusätzlicher Term in Gleichung (3.1). Das weiße Rauschen wird dabei räumlich inkohärent gewählt. Die multiplikative stochastische Komponente ergibt sich äquivalent zu dem Low-Order-Modell (3.4) aus der stochastischen Parametrisierung des Dämpfungsparameters. Im dimensionsbehafteten Modell (3.1) wird also die Mächtigkeit D_E der Ekman-Schicht durch weißes Rauschen $\eta(t)$ um einen Mittelwert \overline{D}_E dargestellt: $D_E = \overline{D}_E + \eta(t)$. Zwei unterschiedliche Ansätze werden im folgenden experimentell verfolgt. Einerseits wird das Rauschen räumlich inkohärent gewählt, um die räumliche Variabilität der Turbulenz in der Grenzschicht konzeptionell wiederzugeben. Das bedeutet, die Mächtigkeit der Ekman-Schicht wird auch im Raum stochastisch behandelt. Andererseits wird eine räumlich konstante, aber weiterhin zeitlich stochastische Parametrisierung der Ekman-Schicht gewählt. Die Mächtigkeit der Ekman-Schicht variiert dann nur in der Zeit, aber nicht im Raum.

Es ergibt sich, daß das deterministische Gitterpunktsmodell für die verwendete Parameterkonstellation in der Tat zwei stabile stationäre Zustände besitzt. Die entsprechenden Zirkulationsmuster sind in Abbildung 3.9 zu sehen. Der Zustand in Abbildung 3.9a stellt die nicht blockierende Zirkulation dar, Abbildung 3.9b repräsentiert die blockierende Lage. Die stationären Lösungen sind qualitativ durchaus mit den stabilen Lösungen des deterministischen CDV-Modells (Abbildung 3.1) vergleichbar; nur der zonale Zustand des Gitterpunktsmodells hat eine etwas andere Struktur.

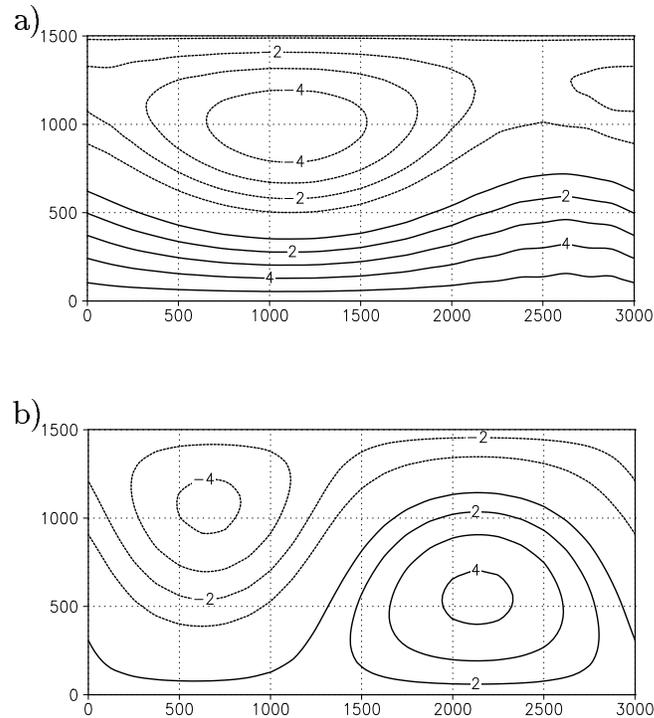


Abbildung 3.9: Dimensionsbehaftete Stromfunktion [$10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$] der beiden stabilen stationären Lösungen des Gitterpunktsmodells: (a) nicht blockierender Zustand, (b) blockierender Zustand. Die Achsen sind horizontale Entfernungen in Kilometern.

Auch im Falle eines additiven stochastischen Antriebs zeigt sich, daß das stochastische CDV-Modell mit additivem Rauschen qualitativ ähnliche Resultate liefert wie das Gitterpunktsmodell. Die Varianz des weißen Rauschens wird dabei empirisch so gewählt, daß das Modell eine Variabilität besitzt, die zum einen stark genug ist, um Regimeübergänge anzuregen. Zum anderen soll es noch möglich sein, die beiden stabilen Zustände zu unterscheiden. In Abbildung 3.10a ist die Zeitreihe der dimensionsbehafteten Stromfunktion im Zentrum des Kanals ($x = 1500 \text{ km}$, $y = 750 \text{ km}$) für den additiven stochastischen Antrieb dargestellt. Positive Werte der Stromfunktion kennzeichnen den blockierenden, negative Werte den nicht blockierenden Zustand, wie aus dem Vergleich mit Abbildung 3.9 zu erkennen ist. In Abbildung 3.10b ist das dazugehörige Histogramm zu sehen. Es ist deutlich zu erkennen, daß auch im Gitterpunktsmodell der blockierende Zustand

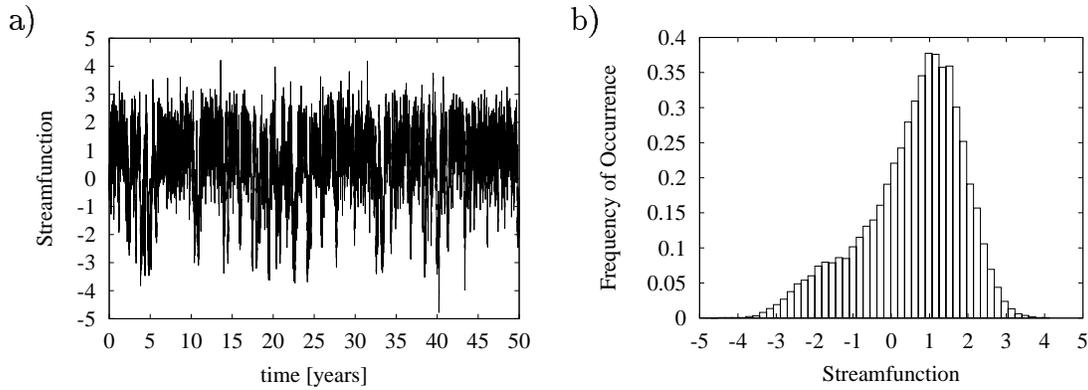


Abbildung 3.10: (a) Zeitreihe der dimensionsbehafteten Stromfunktion [$10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$] im Zentrum des Kanals ($x = 1500 \text{ km}$, $y = 750 \text{ km}$) für das Gitterpunktsmodell mit additivem stochastischem Antrieb. Positive Werte der Stromfunktion kennzeichnen den blockierenden, negative Werte den nicht blockierenden Zustand (siehe Abbildung 3.9). (b) Das dazugehörige normierte Histogramm.

im additiv angeregten Fall derjenige mit der größten Wahrscheinlichkeit ist. Die zonale Lage besitzt dagegen nur eine relativ geringe Wahrscheinlichkeit. Daher ist die Phasenraumstruktur des stochastischen CDV-Modells mit additivem Antrieb kein Artefakt der niedrigen spektralen Auflösung, sondern wird auch in einem deutlich komplexeren Modell qualitativ wiedergegeben.

Die Situation wird komplizierter, sobald das Gitterpunktsmodell neben einer additiven auch mit einer zusätzlichen multiplikativen stochastischen Komponente betrieben wird. Das Regimeverhalten hängt dann davon ab, ob das multiplikative Rauschen räumlich inkohärent oder kohärent gewählt wird. Um die folgenden qualitativen Ergebnisse zu erhalten, werden zahlreiche Experimente mit dem Gitterpunktsmodell durchgeführt, in denen die Varianz des multiplikativen Rauschens über einen sehr großen Bereich verändert wird. Im Falle räumlich inkohärenter stochastischer Störungen der Ekman-Schicht durch weißes Rauschen läßt sich kein Anzeichen dafür finden, daß sich die Wahrscheinlichkeiten der stationären Zustände verglichen mit dem nur additiv stochastisch angetriebenen Modell signifikant verändern. Im Falle räumlich kohärenter stochastischer Störungen der Ekman-Schicht ist dagegen eine deutliche Änderung des Regimeverhaltens feststellbar. Durch das multiplikative Rauschen nimmt das Modell verstärkt den

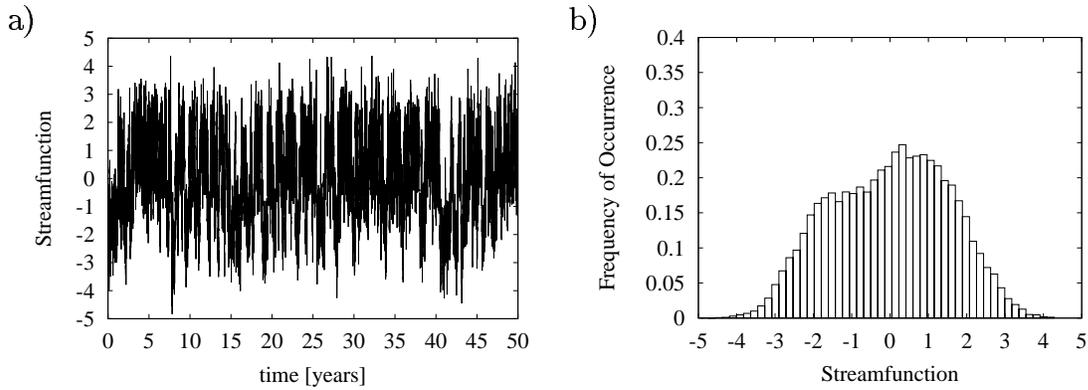


Abbildung 3.11: (a) Zeitreihe der dimensionsbehafteten Stromfunktion [$10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$] im Zentrum des Kanals ($x = 1500 \text{ km}$, $y = 750 \text{ km}$) für das Gitterpunktsmodell mit additivem und räumlich kohärentem multiplikativem stochastischem Antrieb. Positive Werte der Stromfunktion kennzeichnen den blockierenden, negative Werte den nicht blockierenden Zustand (siehe Abbildung 3.9). (b) Das dazugehörige normierte Histogramm.

zonalen Zustand an. In Abbildung 3.11 ist die Zeitreihe und das dazugehörige normierte Histogramm der dimensionsbehafteten Stromfunktion im Zentrum des Kanals ($x = 1500 \text{ km}$, $y = 750 \text{ km}$) für ein Experiment mit additivem und räumlich kohärentem multiplikativem stochastischem Antrieb zu sehen. Die Standardabweichung der stochastischen Schichtmächtigkeit ist 300 m . Es ist zu erkennen, daß die Wahrscheinlichkeit des zonalen Zustands zugenommen hat. Daß dieses Phänomen keinen rein diffusiven Ursprung hat, also der zonale Zustand nicht einfach nur durch eine stark erhöhte Varianz des Modells angenommen wird, ist daran zu erkennen, daß die Varianz des Systems nicht stark angestiegen ist. Auch kann ein vergleichbares Regimeverhalten nicht durch ein stärkeres additives Rauschen erreicht werden, wie Experimente nur mit einer additiven stochastischen Komponente zeigen. Es handelt sich also tatsächlich um eine Noise-Induced-Transition. Es gelingt allerdings nicht, die Wahrscheinlichkeit der nicht blockierenden Lage durch stärkeres multiplikatives Rauschen weiter anzuheben, da das System dann numerisch nicht mehr zu integrieren ist.

Es läßt sich qualitativ feststellen, daß sich das Phänomen der Noise-Induced-Transition, welches in einer Low-Order-Umgebung beobachtet wird, zumindest

partiell auf ein entsprechendes hochdimensionales Gitterpunktsmodell übertragen läßt. Die Noise-Induced-Transition wird in abgeschwächter Form auch in dem Gitterpunktsmodell beobachtet, sobald das multiplikative Rauschen räumlich kohärent gewählt wird. Es bedarf weiterer systematischer Untersuchungen, um den Einfluß multiplikativen Rauschens in relativ hochdimensionalen Modellen näher zu beleuchten. Von besonderer Bedeutung ist in diesem Zusammenhang der systematische Vergleich zwischen stochastisch angeregten Phänomenen in niedrig- und höherdimensionalen Modellen.

3.4 Diskussion

In diesem Kapitel wird ein spektrales Low-Order-Modell der quasigeostrophischen Vorticitygleichung verwendet, um den Einfluß stochastischer Störungen auf das atmosphärische Regimeverhalten in mittleren Breiten konzeptionell zu untersuchen. Zu diesem Zweck wird das niedrigdimensionale Modell von Charney und DeVore (1979) mit drei spektralen Komponenten benutzt, welches in der Lage ist, die Existenz von blockierenden und nicht blockierenden Strömungen als stationäre Lösungen zu erklären. Da das deterministische CDV-Modell keine interne Variabilität und daher auch keine Übergänge zwischen den stationären Zuständen zeigen kann, wird der deterministische Ansatz aufgegeben, um Regimeübergänge durch stochastische Anregung zu ermöglichen. Insbesondere werden die im CDV-Modell vernachlässigten Moden von Egger (1981), Benzi *et al.* (1984) und Deswart und Grasman (1987) durch additives Rauschen parametrisiert. Der additive stochastische Antrieb kann je nach Parameterkonstellation das Modell dazu bringen, die beiden stabilen Zustände aufzusuchen; das Modell zeigt dann ein bimodales Verhalten.

In der vorliegenden Studie wird in der Umgebung des CDV-Modells der Einfluß des multiplikativen Rauschens auf die Dynamik des Low-Order-Modells untersucht. Das heißt, daß ein extern vorgegebener Modellparameter nicht als eine Konstante, sondern als stochastischer Prozeß behandelt wird. Der Effekt der stochastischen Komponente hängt dann vom Zustand des Systems selber ab. Im Falle des CDV-Modells wird neben einem additiven stochastischen Antrieb auch die extern vorgegebene Dämpfung des Systems als weißes Rauschen um einen Mittelwert parametrisiert. Die aus dem stochastischen CDV-Modell abgeleitete

Fokker-Planck-Gleichung, sowie auch die stochastische Differentialgleichung, werden numerisch gelöst. Es zeigt sich, daß das Regimeverhalten des CDV-Modells von der Intensität des multiplikativen Rauschens abhängt. Ist das multiplikative Rauschen schwach, so bevorzugt das System den blockierenden Zustand. Eine sukzessive Erhöhung der Amplitude des multiplikativen Rauschens bewirkt, daß das System zunehmend auch den zonalen Zustand einnimmt. Starkes multiplikatives Rauschen zwingt das Modell in den zonalen Zustand. Dieses Verhalten kann durch das Konzept der Noise-Induced-Transitions erklärt werden. Des weiteren wird empirisch untersucht, ob sich die Phänomenologie des stochastischen CDV-Modells, insbesondere also die Noise-Induced-Transition, in einem entsprechenden Gitterpunktsmodell qualitativ wiederfinden läßt. Es zeigt sich, daß sich das Phänomen der Noise-Induced-Transition, welches in einer Low-Order-Umgebung beobachtet wird, teilweise auf ein entsprechendes hochdimensionales Gitterpunktsmodell übertragen läßt. Die Noise-Induced-Transition wird in abgeschwächter Form auch in dem Gitterpunktsmodell beobachtet, sobald das multiplikative Rauschen räumlich kohärent gewählt wird. In dem Low-Order-Modell ist der Einfluß auf das Regimeverhalten sehr stark, da das System gemäß der spektralen Umgebung nur großskalig angeregt wird und auch nur großskalig reagieren kann. In dem hochdimensionalen Gitterpunktsmodell ist die Noise-Induced-Transition nur dann zu beobachten, wenn die Ekman-Schicht räumlich kohärent stochastisch gestört wird; in diesem Fall ist die stochastische Anregung auch großskalig und das System reagiert deshalb ähnlich wie das Low-Order-Modell. Im Falle eines hochdimensionalen Modells kann die räumliche Struktur des multiplikativen Rauschens einen Einfluß auf das Regimeverhalten des Systems haben.

Ein vergleichbares Ergebnis für das Regimeverhalten der thermohalinen Zirkulation des Ozeans wird von Timmermann und Lohmann (2000) präsentiert. Es wird dabei anhand eines einfachen Box-Modells gezeigt, wie stochastische Störungen der Temperatur, die zu einem multiplikativen Rauschen führen, das Regimeverhalten der thermohalinen Zirkulation signifikant verändern können; es kommt auch dort zu einer Noise-Induced-Transition. Es läßt sich also feststellen, daß das Regimeverhalten vereinfachter Modelle der Atmosphäre und des Ozeans durch eine stochastische Darstellung externer Parameter stark verändert werden kann. Ein weiterer wichtiger Sachverhalt ist, daß die Bifurkations- und Stabilitätsanalyse deterministischer Systeme oft keinen Rückschluß auf das entsprechende sto-

chastische System zuläßt. Die Wahrscheinlichkeitsdichte im Phasenraum eines stochastisch angeregten nichtlinearen Systems kann sich signifikant von der Wahrscheinlichkeitsdichte des deterministischen Systems unterscheiden.

Die vorgestellten Ergebnisse illustrieren den Mechanismus der Noise-Induced-Transition und zeigen, daß multiplikatives Rauschen einen entscheidenden Einfluß auf das Regimeverhalten der barotropen quasigeostrophischen Vorticitygleichung haben kann. An dieser Stelle muß natürlich der illustrative Charakter der verwendeten Modellkonfiguration, insbesondere des niedrigdimensionalen CDV-Modells, betont werden. Es stellt sich dementsprechend die Frage, inwieweit sich die diskutierten Resultate auf komplexere Modelle oder die Realität übertragen lassen. Es bedarf daher weiterer systematischer Untersuchungen, um den Einfluß multiplikativen Rauschens in hochdimensionalen Modellen besser zu verstehen. Von besonderer Bedeutung ist dabei der systematische Vergleich zwischen stochastisch angeregten Phänomenen in niedrig- und hochdimensionalen Modellen.

Kapitel 4

Diskussion und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wird der Einfluß externen Rauschens auf die Klimavariabilität in vereinfachten Modellen studiert. Es werden Modelle der ozeanischen und atmosphärischen Zirkulation untersucht, da der Ozean und die Atmosphäre einen entscheidenden Beitrag zum Zustand des Klimasystems leisten. Im Vordergrund steht dabei einerseits die Frage, ob der stochastische Ansatz in der Lage ist, zeitliche Muster zu erzeugen, die über das lineare stochastische Modell von Hasselmann (1976) hinausgehen. Andererseits wird studiert, inwieweit sich die Dynamik eines stochastisch angeregten nichtlinearen Modells von der entsprechenden deterministischen Dynamik unterscheidet und es zu Phänomenen kommt, die nur durch die stochastische Komponente ausgelöst werden.

In Kapitel 2 wird der Einfluß der mit einem Stormtrack verbundenen atmosphärischen Variabilität auf die windgetriebene ozeanische Zirkulation konzeptionell untersucht. Es zeigt sich in der Umgebung eines Reduced-Gravity-Modells, daß die windgetriebene Zirkulation signifikant durch die räumliche Struktur des atmosphärischen Stormtracks modifiziert werden kann. In Abschnitt 2.2 (Dekadische Variabilität und räumliche Resonanz) wird die Amplitude einer durch eine konzeptionelle Kopplung an die Atmosphäre angetriebenen Rossby-Welle durch einen stochastisch induzierten zyklonalen Reynolds-Impulsfluß in ihrer zyklonalen Phase optimal angeregt und in der entgegengesetzten antizyklonalen Phase optimal abgeschwächt. Diese räumliche Resonanz bewirkt, daß ein signifikantes spektrales Signal in der Zeitreihe der über das Becken gemittelten transienten kinetischen Energie in Abhängigkeit von der räumlichen Struktur des Stormtracks erscheint.

Abschnitt 2.3 (Stochastisch angeregte Regimeübergänge) veranschaulicht, daß ein Double-Gyre-Modell mit einem zusätzlichen räumlich inhomogenen stochastischen Windschub ein deutlich bimodales Verhalten in einem nichtlinearen Parameterbereich zeigt. Die Bimodalität wird durch ein quasi-antisymmetrisches und ein nichtsymmetrisches Regime gekennzeichnet. Das nichtsymmetrische Regime, das ohne den räumlich inhomogenen stochastischen Antrieb nicht auftritt, kann einer instabilen stationären Lösung des stationär angetriebenen Double-Gyre-Problems zugeordnet werden.

In Kapitel 3 wird mit Hilfe eines niedrigdimensionalen spektralen Modells der Atmosphäre der Einfluß einer multiplikativen stochastischen Komponente auf die Dynamik des Systems konzeptionell untersucht. Es zeigt sich, daß das Regimeverhalten des Modells von der Intensität des multiplikativen Rauschens, das die Turbulenz in der atmosphärischen Grenzschicht parametrisieren soll, abhängt. Ein solches Verhalten kann durch das Konzept der “Noise-Induced-Transitions” erklärt werden. Des weiteren wird gezeigt, daß sich das Phänomen der Noise-Induced-Transition, welches in der Low-Order-Umgebung beobachtet wird, zumindest teilweise auf ein entsprechendes hochdimensionales Gitterpunktsmodell übertragen läßt.

Es läßt sich also feststellen, daß der additive stochastische Ansatz in der Ozeanmodellierung in der Lage ist, zeitliche Muster zu erzeugen, die über die Nullhypothese des linearen stochastischen Modells hinausgehen. Nichtlineare Prozesse wie Reynolds-Impulsflüsse und multiple stationäre Zustände sind dafür verantwortlich, daß es im stochastisch angetriebenen Ozeanmodell zu Phänomenen kommt, die im linearen stochastischen Modell nicht zu beobachten sind. Auch wird das Regimeverhalten eines vereinfachten Atmosphärenmodells durch multiplikatives Rauschen stark verändert. Das bedeutet, daß sich die Dynamik eines stochastisch angeregten nichtlinearen Modells von der entsprechenden deterministischen Dynamik stark unterscheiden kann.

Diese Ergebnisse belegen, daß stochastische Modelle, basierend auf vereinfachten deterministischen Modellen, ein sinnvolles Werkzeug sind, um die Variabilität des Klimasystems konzeptionell zu untersuchen. Insbesondere illustrieren vereinfachte stochastische Modelle, daß sich die Wahrscheinlichkeitsdichte im Phasenraum eines stochastisch angeregten nichtlinearen Systems signifikant von der deterministischen Wahrscheinlichkeitsdichte unterscheiden kann. Zum Verständnis der

Klimavariabilität ist aber gerade die Struktur der Wahrscheinlichkeitsdichte in dem durch das Klimasystem aufgespannten Phasenraum entscheidend. Da das Systemverständnis ein grundsätzliches Ziel der Klimaforschung ist, müssen vereinfachte Modelle gleichberechtigt neben realitätsnahen Modellen betrieben werden. Es ist daher angebracht, auch in Zukunft vereinfachte stochastische Modelle, welche auch die Rückkopplung zwischen den hoch- und niedrigfrequenten Komponenten des Klimasystem berücksichtigen, zu benutzen, um die Klimavariabilität zu untersuchen.

Anhang A

Energetik des Reduced-Gravity-Modells

Im folgenden wird die Bilanzgleichung der transienten kinetischen Energie hergeleitet und diskutiert. Die zeitliche Mittelung der konventionellen Reduced-Gravity-Gleichungen ergibt

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial y} - f\bar{v} = -g' \frac{\partial \bar{H}}{\partial x} + \frac{\bar{\tau}_x}{\rho_1 \bar{H}} + A\nabla^2 \bar{u} - r\bar{u} \quad (\text{A.1})$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}'^2}{\partial y} + f\bar{u} = -g' \frac{\partial \bar{H}}{\partial y} + \frac{\bar{\tau}_y}{\rho_1 \bar{H}} + A\nabla^2 \bar{v} - r\bar{v} \quad (\text{A.2})$$

wobei angenommen wird, daß das transiente Bewegungsfeld in guter Näherung quasigeostrophisch balanciert und $\bar{H} \gg H'$ ist. Diese Gleichungen werden nun von den ungemittelten Impulsgleichungen subtrahiert. Daraus ergeben sich die Bewegungsgleichungen der transienten Geschwindigkeiten zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial u'}{\partial t} + (\bar{u} + u') \frac{\partial u'}{\partial x} + (\bar{v} + v') \frac{\partial u'}{\partial y} + u' \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f v' \\ = -g' \frac{\partial H'}{\partial x} + \frac{\tau'_x}{\rho_1 \bar{H}} + A\nabla^2 u' - r u' + \frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial y} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v'}{\partial t} + (\bar{u} + u') \frac{\partial v'}{\partial x} + (\bar{v} + v') \frac{\partial v'}{\partial y} + u' \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + v' \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + f u' \\ = -g' \frac{\partial H'}{\partial y} + \frac{\tau'_y}{\rho_1 \bar{H}} + A\nabla^2 v' - r v' + \frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}'^2}{\partial y} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Als nächstes multipliziert man die Gleichungen (A.3) und (A.4) mit den entsprechenden fluktuierenden Geschwindigkeitskomponenten u' und v' und addiert die so erhaltenen Gleichungen. Definiert man noch die transiente kinetische Energie pro Masseneinheit

$$EM'_{kin} = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2) = \frac{E'_{kin}}{\rho_1 \bar{H}} \quad (\text{A.5})$$

so folgt

$$\begin{aligned}
\frac{\partial EM'_{kin}}{\partial t} = & - \left(\bar{u} \frac{\partial EM'_{kin}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial EM'_{kin}}{\partial y} + u' \frac{\partial EM'_{kin}}{\partial x} + v' \frac{\partial EM'_{kin}}{\partial y} \right) \\
& - \left(u'^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + u' v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + u' v' \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + v'^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) - g' \left(u' \frac{\partial H'}{\partial x} + v' \frac{\partial H'}{\partial y} \right) \\
& + A \left(u' \nabla^2 u' + v' \nabla^2 v' \right) + \frac{(u' \tau'_x + v' \tau'_y)}{\rho_1 \bar{H}} - r (u'^2 + v'^2) \\
& + u' \left(\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}' v'}{\partial y} \right) + v' \left(\frac{\partial \bar{u}' v'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial y} \right) \tag{A.6}
\end{aligned}$$

Die lokale zeitliche Änderung der transienten kinetischen Energie ergibt sich als Summe mehrerer physikalischer Prozesse. Der erste Term auf der rechten Seite von (A.6) repräsentiert die durch die mittleren, bzw. fluktuierenden Geschwindigkeiten bewirkte Advektion der transienten kinetischen Energie. Der zweite Term beinhaltet die Umwandlung von stationärer in transiente kinetische Energie, die durch Instabilitäten der mittleren Strömung ausgelöst wird. Der dritte Term ist die Umwandlung von transienter kinetischer in transiente potentielle Energie (Geostrophic-Adjustment). Die folgenden drei Terme beinhalten die Effekte des stochastischen Windschubs und dissipativer Prozesse. Von besonderem Interesse in Abschnitt 2.2 sind die beiden letzten Terme von (A.6); sie stellen den energetischen Effekt der durch das transiente Bewegungsfeld bewirkten Impulsflüsse dar. Die Gradienten der mittleren Geschwindigkeitskorrelationen erscheinen aufgrund der Mittelungsoperation als Impulsflüsse, wie aus den Gleichungen (A.3) und (A.4) zu erkennen ist, und werden üblicherweise als Reynolds-Impulsflüsse bezeichnet. Der entsprechende Term in der Energiebilanz (A.6) wird als Reynolds-Term bezeichnet. Man beachte, daß der Reynolds-Term durch zeitliche Mittelung verschwindet und daher nicht zur Bilanz der mittleren transienten kinetischen Energie $\overline{EM'_{kin}}$ beiträgt.

Anhang B

Herleitung des spektralen Low-Order-Modells

Im folgenden wird die Herleitung des in dieser Arbeit verwendeten Low-Order-Modells erläutert. Die Skalierung ist identisch mit der von DeSwart und Grasmann (1987). Ausgegangen wird von der dimensionsbehafteten barotropen quasi-geostrophischen Vorticitygleichung mit der Schichtdicke H :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \psi - \gamma^2 \psi) + J \left(\psi, \nabla^2 \psi + f_0 \frac{h}{H} + \beta y \right) = -f_0 \frac{D_E}{2H} \nabla^2 (\psi - \psi^*) \quad (\text{B.1})$$

mit der Stromfunktion $\psi(x, y, t)$, dem Jacobi-Operator $J(a, b) = \partial a / \partial x \partial b / \partial y - \partial a / \partial y \partial b / \partial x$ und dem Quadrat des inversen Rossby-Radius $\gamma^2 = f_0^2 / gH$; g ist die Schwerebeschleunigung und f_0 der Coriolis-Parameter. Es wird ein Kanal mit einer zonalen Länge $0 \leq x \leq L_x$ und einer meridionalen Ausdehnung $0 \leq y \leq L_y$ betrachtet. Auf den zonalen Rändern verschwindet der Transport normal zur Berandung: Das bedeutet, die Stromfunktion ψ ist konstant an den Stellen $y = 0$ und $y = L_y$. Des weiteren werden auf den meridionalen Rändern periodische Randbedingungen verwendet; es gilt also $\psi(x, y, t) = \psi(x + L_x, y, t)$. Für die Topographie h und die vorgegebene Stromfunktion ψ^* gilt

$$h(x, y) = h_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{L_y}\right), \quad \psi^* = \psi_0^* \cos\left(\frac{\pi y}{L_y}\right) \quad (\text{B.2})$$

Wird nun die Rigid-Lid-Approximation angenommen ($\gamma^2 = 0$), so folgt durch eine Entdimensionierung mit der charakteristischen Skala H für die Schichtdicke, der Skala h_0 für die Topographie, der Längenskala k^{-1} und der Zeitskala σ^{-1} die dimensionslose Vorticitygleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi) + \bar{\gamma} J(\psi, h) + \bar{\beta} \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\bar{C} \nabla^2 (\psi - \psi^*) \quad (\text{B.3})$$

mit den Parametern

$$\bar{\gamma} = \frac{f_0 h_0}{\sigma H}, \quad \bar{\beta} = \frac{\beta}{\sigma k}, \quad \bar{C} = \frac{f_0 D_E}{2\sigma H} \quad (\text{B.4})$$

Mit der Skalierung $k = 2\pi/L_x$ folgen die dimensionslosen Maße des Kanals $0 \leq x \leq 2\pi$ und $0 \leq y \leq \pi b$, mit $b = 2L_y/L_x$.

Die entdimensionierte Stromfunktion ψ wird nun durch nur drei Moden approximiert, $\psi = \psi_1 + \psi_2 + \psi_3$. Für diese Moden gilt

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \bar{\psi}_1 \phi_1 = \bar{\psi}_1 \sqrt{2} \cos\left(\frac{y}{b}\right) \\ \psi_2 &= \bar{\psi}_2 \phi_2 = \bar{\psi}_2 2 \cos(x) \sin\left(\frac{y}{b}\right) \\ \psi_3 &= \bar{\psi}_3 \phi_3 = \bar{\psi}_3 2 \sin(x) \sin\left(\frac{y}{b}\right)\end{aligned}\quad (\text{B.5})$$

Die verwendeten Basisfunktionen erfüllen auch die geforderten Randbedingungen. Das bedeutet, die Stromfunktion $\psi(x, y, t)$ ist konstant an den Stellen $y = 0$ und $y = \pi b$. Des weiteren gilt $\psi(x, y, t) = \psi(x + 2\pi, y, t)$, also die periodische Randbedingung in zonaler Richtung.

Entsprechend werden die Topographie und der Antrieb entdimensioniert dargestellt durch

$$\bar{h}(x, y) = \frac{1}{2} \phi_2 = \cos(x) \sin\left(\frac{y}{b}\right), \quad \psi^* = \psi_0^* \phi_1 = \psi_0^* \sqrt{2} \cos\left(\frac{y}{b}\right)\quad (\text{B.6})$$

Werden nun (B.5) und (B.6) in die quasigeostrophische Vorticitygleichung (B.3) eingesetzt und wird die Orthonormalität der Basisfunktionen ϕ_i ausgenutzt, so folgt mit $x_i = \bar{\psi}_i/b$, $\sigma = f_{0-0}/H$ und der neu skalierten Zeit $\bar{t} = (4\sqrt{2}/3\pi)t$

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= bx_3 - C(x_1 - x_1^*) \\ \dot{x}_2 &= -ab\left(x_1 - \frac{1}{2}\beta\right)x_3 - Cx_2 \\ \dot{x}_3 &= ab\left(x_1 - \frac{1}{2}\beta\right)x_2 - \frac{1}{2}ax_1 - Cx_3\end{aligned}\quad (\text{B.7})$$

mit

$$a = \frac{2b}{1 + b^2}, \quad \beta = \frac{3\pi}{4\sqrt{2}}\bar{\beta}, \quad C = \frac{3\pi}{4\sqrt{2}}\bar{C}, \quad x_1^* = \frac{Uk}{\sigma}\quad (\text{B.8})$$

Die Geschwindigkeitsskala U ist dabei mit der dimensionsbehafteten Amplitude ψ_0^* des Stromfunktionsantriebs über die Relation $\psi_0^* = Ub\sqrt{2}/k$ verknüpft.

Literaturverzeichnis

- Benzi, R., Hansen, A. R., und Sutera, A. (1984). On stochastic perturbation of simple blocking models. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **110**, 393–409.
- Berloff, P. und Meacham, S. P. (1997). The dynamics of an equivalent barotropic model of the wind-driven circulation. *J. Mar. Res.*, **55**, 407–451.
- Bjerknes, J. (1964). Atlantic air-sea interaction. *Advances in Geophysics*, **10**, 1–82.
- Cessi, P. und Ierley, G. R. (1995). Symmetry-breaking multiple equilibria in quasigeostrophic, wind-driven flow. *J. Phys. Oceanogr.*, **25**, 1196–1205.
- Chang, J. S. und Cooper, G. (1970). A practical difference scheme for Fokker-Planck equations. *J. Comput. Phys.*, **6**, 1–16.
- Charney, J. G. und DeVore, J. G. (1979). Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking. *J. Atmos. Sci.*, **36**, 1205–1216.
- Deser, C. und Blackmon, M. L. (1993). Surface climate variations over the North Atlantic Ocean during winter: 1900–1989. *J. Climate*, **6**, 1743–1753.
- DeSwart, H. E. (1988). Low-order spectral models of the atmospheric circulation: A survey. *Acta Appl. Math.*, **11**, 49–96.
- DeSwart, H. E. und Grasman, J. (1987). Effect of stochastic perturbations on a low-order spectral model of the atmospheric circulation. *Tellus*, **39A**, 10–24.
- Dijkstra, H. A. und Katsman, C. A. (1997). Temporal variability of the wind-driven quasi-geostrophic double gyre ocean circulation: Basic bifurcation diagrams. *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*, **85**, 195–232.

- Egger, J. (1981). Stochastically driven large-scale circulations with multiple equilibria. *J. Atmos. Sci.*, **38**, 2606–2618.
- Fraedrich, K. (2000). Simple climate models. In P. Imkeller und J.-S. von Storch, editors, *Progress in Probability*. Birkhäuser Verlag. In preparation.
- Frankignoul, C. und Hasselmann, K. (1977). Stochastic climate models. Part II. Application to sea-surface temperature anomalies and thermocline variability. *Tellus*, **29**, 289–305.
- Frankignoul, C. und Müller, P. (1979). Quasi-geostrophic response of an infinite β -plane ocean to stochastic forcing by the atmosphere. *J. Phys. Oceanogr.*, **9**, 104–127.
- Frankignoul, C., Müller, P., und Zorita, E. (1997). A simple model of the decadal response of the ocean to stochastic wind forcing. *J. Phys. Oceanogr.*, **27**, 1533–1546.
- Gardiner, C. W. (1985). *Handbook of Stochastic Methods for Physics, Chemistry and the Natural Science, Second Edition*. Springer-Verlag. 442 pp.
- Gill, A. E. (1982). *Atmosphere-Ocean Dynamics*. Academic Press, San Diego. 662 pp.
- Greatbatch, R. J. und Zhang, S. (1995). An interdecadal oscillation in an idealized ocean basin forced by constant heat flux. *J. Climate*, **8**, 81–91.
- Grötzner, A., Latif, M., und Barnett, T. P. (1998). A decadal climate cycle in the North Atlantic Ocean as simulated by the ECHO coupled GCM. *J. Climate*, **11**, 831–847.
- Haidvogel, D. B., McWilliams, J. C., und Gent, P. R. (1992). Boundary current separation in a quasigeostrophic, eddy-resolving ocean circulation model. *J. Phys. Oceanogr.*, **22**, 882–902.
- Haltiner, G. J. (1971). *Numerical Weather Prediction*. Wiley, New York. 317 pp.
- Hasselmann, K. (1976). Stochastic climate models. Part I. Theory. *Tellus*, **28**, 473–484.

- Holland, W. R. (1978). The role of mesoscale eddies in the general circulation of the ocean – Numerical experiments using a wind-driven quasi-geostrophic model. *J. Phys. Oceanogr.*, **8**, 363–392.
- Honerkamp, J. (1990). *Stochastische Dynamische Systeme: Konzepte, numerische Methoden, Datenanalysen*. VCH Verlagsgesellschaft. 340 pp.
- Horsthemke, W. und Lefever, R. (1984). *Noise-Induced Transitions: Theory and Applications in Physics, Chemistry, and Biology*. Springer-Verlag. 318 pp.
- Hurrell, J. W. (1995). Decadal trends in the North Atlantic Oscillation: Regional temperatures and precipitation. *Science*, **269**, 676–679.
- Ierley, G. R. und Sheremet, V. A. (1995). Multiple solutions and advection-dominated flows in the wind-driven circulation. Part I: Slip. *J. Mar. Res.*, **53**, 703–737.
- Itoh, H. und Kimoto, M. (1996). Multiple attractors and chaotic itinerancy in a quasigeostrophic model with realistic topography: Implications for weather regimes and low-frequency variability. *J. Atmos. Sci.*, **53**, 2217–2231.
- Itoh, H. und Kimoto, M. (1997). Chaotic itinerancy with preferred transition routes appearing in an atmospheric model. *Phys. D*, **109**, 274–292.
- Jiang, S., Jin, F.-F., und Ghil, M. (1995). Multiple equilibria, periodic and aperiodic solutions in a wind-driven, double-gyre, shallow-water model. *J. Phys. Oceanogr.*, **25**, 764–786.
- Jin, F.-F. (1997). A theory of interdecadal climate variability of the North Pacific ocean-atmosphere system. *J. Climate.*, **10**, 1821–1835.
- Kimoto, M. und Ghil, M. (1993a). Multiple flow regimes in the Northern Hemisphere winter. Part I: Methodology and hemispheric regimes. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 2625–2643.
- Kimoto, M. und Ghil, M. (1993b). Multiple flow regimes in the Northern Hemisphere winter. Part II: Sectorial regimes and preferred transitions. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 2645–2673.
- Kloeden, P. und Platen, E. (1992). *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*. Springer-Verlag. 632 pp.

- Kowalik, Z. und Murty, T. S. (1993). *Numerical Modeling of Ocean Dynamics*. World Scientific Publishing Co., Singapore. 481 pp.
- Kushnir, Y. (1994). Interdecadal variations in North Atlantic sea surface temperature and associated atmospheric conditions. *J. Climate*, **7**, 141–157.
- Landa, P. S. und McClintock, P. V. E. (2000). Changes in the dynamical behavior of nonlinear systems induced by noise. *Physics Reports*, **323**, 1–80.
- Latif, M. (1998). Dynamics of interdecadal variability in coupled ocean-atmosphere models. *J. Climate*, **11**, 602–624.
- Latif, M. und Barnett, T. B. (1994). Causes of decadal climate variability over the North Pacific and North America. *Science*, **266**, 634–637.
- Latif, M. und Barnett, T. B. (1996). Decadal climate variability over the North Pacific and North America: Dynamics and predictability. *J. Climate*, **9**, 2407–2423.
- Legras, B. und Ghil, M. (1985). Persistent anomalies, blocking and variations in atmospheric predictability. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 433–471.
- Levitus, S., Antonov, J. I., und Boyer, T. P. (1994). Interannual variability of temperature at a depth of 125 m in the North Atlantic Ocean. *Science*, **266**, 96–99.
- Marshall, J. und Molteni, F. (1993). Toward a dynamical understanding of planetary-scale flow regimes. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 1792–1818.
- McCalpin, J. und Haidvogel, D. B. (1996). Phenomenology of the low-frequency variability in a reduced-gravity quasigeostrophic double-gyre model. *J. Phys. Oceanogr.*, **26**, 739–752.
- McClintock, P. V. E. (1999). Unsolved problems of noise. *Nature*, **40**, 23–24.
- Meacham, S. P. und Berloff, P. (1997). Barotropic, wind-driven circulation in a small basin. *J. Mar. Res.*, **55**, 523–563.
- Mikolajewicz, U. und Maier-Reimer, E. (1990). Internal secular variability in an ocean general circulation model. *Climate Dyn.*, **4**, 145–156.

- Molteni, F. (1996a). On the dynamics of planetary flow regimes. Part I: The role of high-frequency transients. *J. Atmos. Sci.*, **53**, 1950–1971.
- Molteni, F. (1996b). On the dynamics of planetary flow regimes. Part II: Results from a hierarchy of orographically forced models. *J. Atmos. Sci.*, **53**, 1972–1992.
- Münnich, M., Latif, M., Venske, S., und Maier-Reimer, E. (1998). Decadal oscillations in a simple coupled model. *J. Climate*, **11**, 3309–3319.
- Olbers, D. (2000). A gallery of simple models from climate physics. In P. Imkeller und J.-S. von Storch, editors, *Progress in Probability*. Birkhäuser Verlag. In preparation.
- Pandolfo, L. (1993). Observational aspects of the low-frequency intraseasonal variability of the atmosphere in middle latitudes. *Advances in Geophysics*, **34**, 93–174.
- Park, B. T. und Petrosian, V. (1996). Fokker-Planck equations of stochastic acceleration: A study of numerical methods. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **103**, 255–267.
- Pedlosky, J. (1987). *Geophysical Fluid Dynamics, Second Edition*. Springer Verlag. 710 pp.
- Pedlosky, J. (1996). *Ocean Circulation Theory*. Springer-Verlag. 453 pp.
- Peixoto, J. P. und Oort, A. H. (1992). *Physics of Climate*. American Institute of Physics, New York. 520 pp.
- Penland, C. (1996). A stochastic model of Indian Pacific sea surface temperature anomalies. *Phys. D*, **98**, 543–558.
- Penland, C. und Matrosova, L. (1994). A balance condition for stochastic numerical models with application to El Niño - the Southern Oscillation. *J. Climate*, **7**, 1352–1372.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., und Flannery, B. P. (1992). *Numerical Recipes in Fortran, The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press. 963 pp.

- Primeau, F. W. (1998a). *Multiple Equilibria and Low-Frequency Variability of Wind-Driven Ocean Models*. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Woods Hole Oceanographic Institution. 158 pp.
- Primeau, F. W. (1998b). Multiple equilibria of a double-gyre ocean model with super-slip boundary conditions. *J. Phys. Oceanogr.*, **28**, 2130–2147.
- Rümelin, W. (1982). Numerical treatment of stochastic differential equations. *SIAM J. Numer. Anal.*, **19**, 604–613.
- Saravanan, R. und McWilliams, J. C. (1997). Stochasticity and spatial resonance in interdecadal climate fluctuations. *J. Climate*, **10**, 2299–2320.
- Scott, R. B. und Straub, D. N. (1998). Small viscosity behaviour of a homogeneous quasi-geostrophic, ocean circulation model. *J. Mar. Res.*, **56**, 1225–1258.
- Speich, S., Dijkstra, H., und Ghil, M. (1995). Successive bifurcations in a shallow-water model applied to the wind-driven circulation. *Nonlinear Processes Geophys.*, **2**, 241–268.
- Sura, P. (2000). Noise-Induced transitions in a low-order barotropic β -plane channel. *J. Atmos. Sci.* In preparation.
- Sura, P., Lunkeit, F., und Fraedrich, K. (2000). Decadal variability in a simplified wind-driven ocean model. *J. Phys. Oceanogr.*, **30**, 1917–1930.
- Sura, P., Fraedrich, K., und Lunkeit, F. (2001). Regime transitions in a stochastically forced double-gyre model. *J. Phys. Oceanogr.*, **31**. In press.
- Swarztrauber, P. N. und Sweet, R. A. (1979). Efficient fortran subprograms for the solution of separable elliptic partial differential equations. *ACM Transactions on Mathematical Software*, **5**(3), 352–364.
- Timmermann, A. und Lohmann, G. (2000). Noise-induced transitions in a simplified model of the thermohaline circulation. *J. Phys. Oceanogr.*, **30**, 1891–1900.
- Tung, K. K. und Rosenthal, A. J. (1985). Theories of multiple equilibria—A critical reexamination. Part I: Barotropic models. *J. Atmos. Sci.*, **24**, 2804–2819.
- Weaver, A. J. und Sarachik, E. S. (1991). Evidence for decadal variability in an ocean general circulation model: An advective mechanism. *Atmos.-Ocean*, **29**, 197–231.

- Weng, W. und Neelin, J. D. (1998). On the role of ocean-atmosphere interaction in midlatitude interdecadal variability. *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 167–170.
- White, W. B. (1977). Annual forcing of baroclinic long waves in the tropical North Pacific Ocean. *J. Phys. Oceanogr.*, **7**, 50–61.
- Winton, M. und Sarachik, E. S. (1993). Thermohaline oscillations induced by strong steady salinity forcing of ocean general circulation models. *J. Phys. Oceanogr.*, **23**, 1713–1724.
- Wright, P. B. (1988). An atlas based on the COADS data set: Fields of mean wind, cloudiness and humidity at the surface of the global ocean. Technical Report 14, Max-Planck-Institut für Meteorologie. [Available from Max-Planck-Institut für Meteorologie, Bundesstrasse 55, D-20146 Hamburg, Germany].

Danksagung

Bei Herrn Prof. Dr. K. Fraedrich bedanke ich mich für die Anregung und Ermöglichung dieser Arbeit.

Der gesamten Abteilung der Theoretischen Meteorologie danke ich für die ungezählten fachlichen Diskussionen, welche für die Entstehung dieser Arbeit sehr wertvoll waren. Ein besonderer Dank gilt der Kaffeerunde, in der neben fachlichen Diskussionen auch der Humor nicht zu kurz kommt.

Allen weiteren Mitarbeitern des Meteorologischen Instituts der Universität Hamburg danke ich für die sehr gute Zusammenarbeit.