

**Merkmalsbasierte Verfahren zur elastischen Registrierung
medizinischer Bilder unter Verwendung von
Radialbasisfunktionen**

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
am Fachbereich Informatik der Universität Hamburg

vorgelegt von

Mike Fornefett

aus Hamburg

Hamburg 2007

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Naturwissenschaften
am Department Informatik der Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften
der Universität Hamburg.

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. H. Siegfried Stiehl
Prof. Dr. Karl Rohr
Prof. Dr. Heinz Handels

Tag der Disputation: 24. Oktober 2007

Kurzfassung

Die Registrierung von 2D- und 3D-Bildern findet in der Medizin zur Diagnoseunterstützung und zur Therapieplanung ein breites Einsatzgebiet. So werden Bilder verschiedener bildgebender Verfahren registriert, um Strukturen, die in den jeweiligen Bildern komplementär gut dargestellt werden, zu kombinieren. Damit erhält der Untersuchende mehr Detailinformationen als auch einen verbesserten Gesamteindruck. Bilder von Organen eines Patienten, mit einem zeitlichen Abstand aufgenommen, werden zur Therapiekontrolle oder zur Dokumentation des Krankheitsverlaufes registriert und präoperative tomographische Bilder eines Patienten werden zur Operationsplanung mit einem elektronischen Atlas oder mit intraoperativen Bildern registriert, um nur einige Anwendungen zu nennen. Insbesondere bei dem letztgenannten Einsatzgebiet, der Registrierung zwischen einem Atlas und einem Individuum, oder auch bei der Operationsplanung reichen starre Registrierungsverfahren i.A. nicht aus, um die unterschiedlichen Bilder erfolgreich zu registrieren. Hierbei ist man auf den Einsatz sogenannter elastischer Registrierungsverfahren angewiesen. Das Einsatzgebiet und die Anwendungen sind aber so vielfältig, dass zahlreiche unterschiedliche Anforderungen an solche elastischen Registrierungsverfahren gestellt werden. Eine solche Anforderung ist die Bewältigung unterschiedlichster Formunterschiede zwischen Quell- und Zielbild: Zum einen variieren die Bildstrukturen von kleinen zu registrierenden Strukturen, wie man sie beispielsweise im Gehirn findet, im Vergleich zu größeren Strukturen wie Knochen erheblich. Zum anderen können die Unterschiede in den Strukturen der zu registrierenden Bilder insgesamt gering bis umfangreich sein. Des Weiteren werden unterschiedliche Anforderungen an die elastische Registrierung hinsichtlich der Art der verwendeten Transformationsfunktion gestellt, denn diese hat wesentlich Einfluss auf die Art und Weise der Interpolation zwischen den Stützstellen der Registrierung. So kann durch verschiedene Transformationsfunktionen (als auch durch weitere Anpassungen der Registrierungsverfahren) das Interpolationsverhalten bei der Registrierung gesteuert werden. Beispielfähig lässt sich entweder ein naturgetreues, im Sinne von physikalisch-biomechanisch, Verhalten erzielen, oder, im Sinne einer mathematischen Definition, ein möglichst glattes, oder auch ein möglichst nur auf bestimmte Teile der Bilder begrenztes Verhalten.

Unter den elastischen Registrierungsverfahren haben die auf Radialbasisfunktionen basierenden Verfahren den Vorteil, dass ihre Anzahl an freien und damit zu bestimmenden Parametern nicht zu groß ist, so dass sie einerseits noch eine hohe Recheneffizienz erreichen, andererseits aber noch genügend Potenzial aufweisen, verschiedene elastische und genügend komplexe Transformationsfunktionen zu erzeugen. Die auf Radialbasisfunktionen basierenden Verfahren gehören i.A. zu den merkmalsbasierten Verfahren, d.h. lokale Bildmerkmale werden aus den Bildern in einem Vorverarbeitungsschritt extrahiert, wie z.B. Punkt-, Linien- oder

Flächenlandmarken.

In dieser Arbeit werden durch drei Eigenbeiträge Erweiterungen bestehender Verfahren und neue Verfahren, basierend auf Radialbasisfunktionen, vorgestellt und bezüglich ihrer Eigenschaften theoretisch und experimentell untersucht. Ein Schwerpunkt dabei ist ihre Herleitung mit Hilfe mathematischer Eigenschaften und Verfahren, um auf diese Weise ihre theoretischen Eigenschaften beschreiben zu können.

Im ersten Beitrag wird ein bestehender Ansatz, basierend auf Punktlandmarken und „thin-plate splines“ (TPS), um Richtungsmerkmale an Punktlandmarken ergänzt. Die Richtungsinformationen werden in die zu minimierende Kostenfunktion eingebunden und die Lösungsfunktion kann in geschlossener Form berechnet werden. Die Vorteile gegenüber bestehenden Verfahren sind die Einbindung von Richtungen als Tangenten als auch die Skalierungsunabhängigkeit bei der Registrierung. Als mögliche Anwendungen werden elastische Registrierungen von starren Strukturen, welche von Weichteilgeweben umgeben sind, vorgestellt, wobei die starren Strukturen als starr erhalten bleiben. Auch kann gezeigt werden, dass die Verwendung von Richtungen das Registrierungsergebnis gegenüber dem Verfahren mit nur Punktlandmarken verbessert.

Im zweiten Beitrag werden lokale Radialbasisfunktionen mit kompaktem Träger (Wendland-Funktionen) für elastische Registrierung vorgeschlagen. Die Eigenschaften dieser Funktionen sind hinsichtlich der Lösbarkeit ihrer bestimmenden Gleichungen, der Recheneffizienz und der Lokalität in ihrer Summe besser als bisher vorgestellte lokale Radialbasisfunktionen wie beispielsweise die abgeschnittene Gaußfunktion. Für ein Landmarkenpaar wird beispielhaft die Bedingung an Parameter der Funktion hergeleitet, so dass die Registrierung noch topologieerhaltend bleibt. Experimentelle Ergebnisse für synthetische Bilddaten zeigen die Eigenschaften des Ansatzes. Für eine gegebene Registrierungsaufgabe wird ein optimaler Skalierungsparameter der Wendland-Funktion bestimmt. Als eine mögliche medizinische Anwendung wird für einen 3D MRT-Datensatz die Registrierung eines Tumorgebietes im Gehirn auf das Resektionsgebiet nach der Operation gezeigt.

Im dritten Beitrag wird ein Registrierungsverfahren, basierend auf Radialbasisfunktionen mit Linien- und Flächenlandmarken und mit automatischer Bestimmung von Korrespondenzen, vorgestellt. Während die Quelllandmarken durch Koordinaten von Abtastpunkten dargestellt werden, werden von den Ziellandmarken digitale Distanzfunktionen berechnet. Mit Hilfe des TPS-Verfahrens kann eine Kostenfunktion für die Krümmung in geschlossener Form berechnet werden. Diese Krümmungsfunktion wird mit einem Faktor gewichtet und zu der Distanzfunktion addiert. Während des iterativen Registrierungsprozesses wird der Gewichtungsfaktor verändert, so dass sich ein starres, dann ein leicht elastisches bis hin zu einem sehr elastischen Verhalten ergibt. Dies führt zu einer automatischen Anpassung der Korrespondenzen mit minimaler Krümmungseigenschaft der Transformationsfunktion. Das Verfahren wurde um die Einbeziehung der inversen Transformation ergänzt, damit größere Strukturunterschiede zwischen den Landmarken erfolgreich registriert werden können. Neben der automatischen Korrespondenzfindung können zusätzliche – beispielsweise manuell festgelegte – Korrespondenzen vorgegeben werden. Experimente mit synthetischen Bilddaten zeigen, dass man durch eine lokal adaptive Verdichtung der Abtastpunkte ein besseres Registrierungsergebnis erhält. Auch konnten Ausbuchtungen in Linienlandmarken erfolgreich durch Einbeziehung der inversen Transfor-

mation registriert werden. Beispielhaft wurde das Verfahren auf 3D-tomographischen Bilddaten von menschlichen Wirbelkörpern angewendet. Dabei konnten erfolgreich Wirbel verschiedener Individuen registriert werden.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	i
Abbildungsverzeichnis	ix
Tabellenverzeichnis	xiii
1 Einleitung	1
1.1 Registrierung medizinischer Bilder	1
1.2 Hauptbeiträge dieser Arbeit	3
1.3 Gliederung der Arbeit	7
2 Literaturübersicht	9
2.1 Stückweise Transformationen	12
2.2 Starre und affine Transformationen	13
2.3 Nicht-starre und nicht-affine Transformationen	14
2.3.1 Transformationen mit Funktionsparametern	14
2.3.2 Transformationen mit regulären Gitterpunkten	16
2.3.3 Biomechanische Modellierung	17
2.4 Motivation für die Weiterentwicklung der Registrierung basierend auf RBF	18
3 Elastische Registrierung mit Punktlandmarken und Richtungen	19
3.1 Motivation	19
3.2 Einbindung von Richtungen in ein Minimierungsfunktional	22
3.2.1 Richtungsbedingungen formuliert als Skalarprodukt	22
3.2.2 Splinebasierte Interpolation durch Anwendung beschränkter linearer Funktionale im Hilbertraum	23
3.3 Experimentelle Ergebnisse	27
3.3.1 Erhalt von starren Bereichen in einem elastischen Registrierungsverfahren	27
3.3.2 Hinzunahme von Richtungen bei einer reduzierten Punktlandmarkenanzahl	30
3.4 Zusammenfassung	34

4	Lokale elastische Registrierung mit Punktlandmarken	35
4.1	Motivation	35
4.2	Ansatz	38
4.2.1	Elastische Registrierung mit Radialbasisfunktionen	38
4.2.2	Bisher verwendete Funktionen zur lokalen Registrierung	41
4.2.3	Positiv definite Polynome minimalen Grades mit kompaktem Träger (Wendland Funktionen)	43
4.3	Eigenschaften des Ansatzes	46
4.3.1	Lösbarkeit	46
4.3.2	Vergleich mit der Gaußfunktion	46
4.3.3	Topologieerhaltung	50
4.4	Experimentelle Ergebnisse	54
4.4.1	Experimente mit synthetischen Bilddaten	55
4.4.2	Experiment mit tomographischen Bilddaten	69
4.5	Zusammenfassung	77
5	Elastische Registrierung mit Linien- und Flächenlandmarken	79
5.1	Motivation	79
5.2	Iterative Registrierung mit Korrespondenzbestimmung	86
5.2.1	Korrespondenzbestimmung bei Linien- und Flächenlandmarken	86
5.2.2	Korrespondenzbestimmung durch ein iteratives Verfahren	88
5.2.3	Der <i>thin-plate spline</i> -Elastizitätsterm	91
5.2.4	Formulierung der Zielfunktion	95
5.2.5	Verfahren zur Minimierung der Zielfunktion	103
5.2.6	Einbeziehung der inversen Transformation	106
5.3	Eigenschaften des Verfahrens	110
5.3.1	Formunterschiede zwischen Quell- und Ziellandmarken	110
5.4	Experimentelle Ergebnisse mit Landmarken maximaler Dimension	114
5.4.1	Experimente mit synthetischen Bilddaten	114
5.4.2	Experimente mit tomographischen Bilddaten	127
5.5	Experimentelle Ergebnisse mit Linienlandmarken in 3D Bildern	161
5.5.1	Experimente mit tomographischen Bilddaten	161
5.6	Zusammenfassung	169
6	Schlussfolgerungen	171
6.1	Ausblick	173
	Literaturverzeichnis	175

Danksagungen

Diese Dissertation entstand im Rahmen des IMAGINE-Projektes (IMage- and Atlas-Guided Interventions in NEurosurgey) am ehemaligen Fachbereich Informatik (jetzt: Department Informatik der Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften) der Universität Hamburg.

Insbesondere danke ich meinen Betreuern, Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Siegfried Stiehl und Herrn Prof. Dr. Karl Rohr, für ihre intensive Unterstützung bei diesem Dissertationsvorhaben. Sie haben mir durch zahlreiche Diskussionen und Anregungen viele wertvolle Hinweise gegeben und mich stets angehalten, meine wissenschaftlichen Ergebnisse durch Publikationen und Konferenzen einer breiten Öffentlichkeit zugänglich zu machen. Ihre tiefe Einsicht in die Themen des Projektes als auch ihre guten Kontakte zu in diesem Gebiet führenden Kollegen haben eine wissenschaftlich anregende Umgebung geschaffen. Ich danke ihnen auch für wertvolle Hinweise bei der Durchsicht dieser Arbeit.

Herrn Prof. Dr. Bernd Neumann, Ph.D., sei besonderer Dank gesagt für seine großzügige Unterstützung zur Weiterführung dieser Arbeit über die Projektlaufzeit hinaus, den Kollegen des Arbeitsbereiches Kognitive Systeme (KOGS) Dank für ihre Anregungen und Diskussionen und einfach dafür, dass sie so eine tolle Gruppe waren: Herrn Dr. Sönke Frantz und Herrn Dr. Alexander Hagemann, insbesondere für ihre stets kollegiale Unterstützung, Herrn Dr. Vladimir Pekar, Herrn Dr. Ulrich Köthe, Herrn Prof. Dr. Christoph Schnörr, Herrn Josef Heers, Herrn Dr. Rainer Sprengel, Frau Dr. Ji-Young Lim sowie vielen weiteren Kollegen. Herrn Jörg Tellkamp und Herrn Dieter Jessen sowie Herrn Dr. Sven Utcke danke ich für ihre technische Unterstützung.

Auch möchte ich Philips Research Laboratories, Hamburg für die finanzielle Unterstützung im Rahmen des Projektes IMAGINE und für die Bereitstellung der tomographischen CT-Bilder danken, insbesondere Herrn Dr. Jürgen Weese, Herrn Dr. Thomas Zängel, Herrn Dr. Thorsten M. Buzug und Herrn Dr. Michael H. Kuhn sowie Herrn Dr. Cristian Lorenz für die freundliche Bereitstellung eines 3D-Triangulierers. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr. Joachim Gilsbach, Neurochirurgische Klinik, RWTH Aachen und Herrn Prof. Dr. Uwe Spetzger, Direktor der Neurochirurgischen Klinik, Städt. Klinikum Karlsruhe für die MRT-Bilder.

Nicht zuletzt danke ich meiner Familie, die mich immer unterstützte, insbesondere meiner lieben Frau, die so viel Geduld aufgebracht hat und mich häufig durch diese Arbeit entbehren musste.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Klassifikation merkmalsbasierter Registrierungsansätze	11
3.1	Elastische Registrierung mit Punktlandmarken unter Einbeziehung von Kanten	21
3.2	Elastische Registrierung mit Punktlandmarken unter Einbeziehung von Richtungen	23
3.3	Elastische Registrierung mit Punktlandmarken unter Einbeziehung von Richtungen mittels einer Skalarproduktbedingung	24
3.4	Registrierung eines verschobenen Würfels	28
3.5	Registrierungsergebnisse bei der Simulation einer gebogenen Wirbelsäule . . .	31
3.6	Registrierung zweier tomographischer Datensätze	32
3.7	Registrierung zweier tomographischer Datensätze unter zur Hilfenahme von Richtungen	33
4.1	Verschiedene lokale und strikt lokale Radialbasisfunktionen	42
4.2	Darstellung von Wendland-Funktionen in 1D	45
4.3	Darstellung von Wendland-Funktionen in 2D	46
4.4	Vergleich von $\psi_{3,1}$ mit der Gaußfunktion	48
4.5	Vergleich von $\psi_{3,2}$ mit der Gaußfunktion	49
4.6	Vergleich von $\psi_{a,3,0}$ und $\psi_{a,3,1}$ mit der Gaußfunktion	50
4.7	Topologieerhaltung und Topologieverletzung am Beispiel einer Landmarke . .	54
4.8	Synthetische Bilddaten: Verschiebung eines Quadrates	56
4.9	Registrierungsergebnisse: Verschiebung eines Quadrates	57
4.10	Registrierungsergebnisse: Verschiebung eines Quadrates in einer Komponente .	58
4.11	Verschiebung eines Quadrates: Registrierungsfehlerberechnung in Abhängigkeit von dem Parameterwert a	59
4.12	Verschiebung eines Quadrates: 2D-Schnitte durch die Registrierungsfunktion .	61
4.13	Verschiebung eines Quadrates: optimierte Registrierungsergebnisse	62
4.14	Verschiebung eines Quadrates: Vergleich von $\psi_{3,1}$ und TPS	63
4.15	Verschiebung eines Quadrates: Differenz der Transformationsfunktionen von $\psi_{3,1}$ und TPS	64
4.16	Verschiebung eines Quadrates: Lokalität der Registrierung	64
4.17	Skalierung eines Quadrates: Quell- und Zielbild	65
4.18	Skalierung eines Quadrates: Registrierungsergebnisse mit 4 Landmarkenpaaren	66
4.19	Skalierung eines Quadrates: Registrierungsergebnisse mit 8 Landmarkenpaaren	67

4.20	Skalierung eines Quadrates: Registrierungsergebnisse mit 8 und 24 Landmarkenpaaren	68
4.21	Skalierung eines Quadrates: Vergleich von $\psi_{3,1}$ und TPS	68
4.22	Tomographische Bilddaten: 2D-MRT-Schnitt eines menschlichen Gehirns mit Tumor	70
4.23	Tomographische Bilddaten: Quell- und Zielbild	71
4.24	Tomographische Bilddaten: Vergleich von $\psi_{3,1}$ und TPS	72
4.25	Tomographische Bilddaten: Vergleich von $\psi_{3,1}$ und TPS mittels Differenzbilder	74
4.26	Tomographische Bilddaten: Vergleich von $\psi_{3,1}$ und TPS mittels Differenzbilder und durch Deformation eines regelmäßigen Gitters	75
4.27	3D-Registrierungsergebnisse des MRT-Datensatzes des menschlichen Gehirns	76
5.1	2D-Skizze für Spline-basierte Registrierungsverfahren	81
5.2	Zuordnungen von Abtastpunkten zwischen Quell- und Ziellinie	87
5.3	Zuordnungen von Abtastpunkten bei verschiedenen geformten Quell- und Ziellinien	88
5.4	Beispiel für eine 2D-Registrierungsaufgabe: Eingaben für das iterative Verfahren	90
5.5	Beispiel für eine 2D-Registrierungsaufgabe: Berechnung der nächsten Nachbarn	91
5.6	Beispiel für eine 2D-Registrierungsaufgabe: Negative Gradienten des Biegeenergieterms E_{TPS}	94
5.7	Beispiel für eine 2D-Registrierungsaufgabe: Intensitätsplots der Matrix $(\mathbf{L}^{-1})_{15}$	98
5.8	Beispiel für eine 2D-Registrierungsaufgabe: Darstellung des Betrages der Matrix $(\mathbf{L}^{-1})_{15}$	99
5.9	Beispiel für eine 2D-Registrierungsaufgabe: Demonstration der lokalen strukturbewahrenden Registrierung	100
5.10	Berechnung der Auslenkungen nach verschiedenen Iterationsschritten. (a) Gradienten des Biegeenergieterms nach dem ersten Iterationsschritt, (b) Ergebnis nach 34 Iterationsschritten mit einem Gradientenabstiegsverfahren.	102
5.11	Berechnung der Gradienten für einen Iterationsschritt mit Einbeziehung der inversen Transformation	108
5.12	Skelettlinien als 2D Beispiel für ein Konvergenzkriterium	111
5.13	Skelettlinien des 2D Beispiels mit ausgeprägter Ausbuchtungen	113
5.14	Experimente mit Flächenlandmarken: erste 6 Iterationsschritte einer Registrierung eines verschobenen Quadrates	116
5.15	Wie Abb. 5.14, aber $\phi = 10^\circ$	116
5.16	Wie Abb. 5.14, aber $\phi = 25^\circ$; $\lambda = 100$	117
5.17	Wie Abb. 5.16, aber $\phi = 30^\circ$	117
5.18	Wie Abb. 5.14, aber $\phi = 35^\circ$; $\lambda = 1000$	118
5.19	Wie Abb. 5.18, aber $\phi = 40^\circ$	118
5.20	Wie Abb. 5.14, aber $\phi = 40^\circ$; $\lambda = 10000$	119
5.21	Registrierung einer Ellipse mit einem Gehirnumriss eines menschlichen MRT-Gehirnschnittes	122
5.22	Ergebnisse der Registrierung einer Ellipse mit einem Gehirnumriss	124
5.23	Ergebnisse wie in Abb. 5.22, aber mit einer Abtastdichte $d = 2$ Bildelemente	125

5.24	Ergebnisse wie in Abb. 5.22, aber mit variierenden Abtastdichten	126
5.25	2D-Schnitte aus den Datensätzen A4 und B4	127
5.26	Startwertkonstellationen für das Registrierungsverfahren	128
5.27	Registrierungsergebnisse der Abb. 5.25 und Abb. 5.26(a)-(d)	129
5.28	Iterationsergebnisse bei der Registrierung zweier segmentierter CT-Wirbelschnitte	131
5.29	Registrierungsergebnisse mit den in Abb. 5.28(c) und (d) dargestellten Korre- spondenzen	132
5.30	Datensatz A4 mit 102 Abtastpunkten auf der Oberfläche	135
5.31	Datensatz A4 mit 708 Abtastpunkten auf der Oberfläche	136
5.32	Datensatz B4 mit 105 Abtastpunkten auf der Oberfläche	137
5.33	Datensatz B4 mit 673 Abtastpunkten auf der Oberfläche	138
5.34	Datensatz B2 mit 104 Abtastpunkten auf der Oberfläche	139
5.35	Datensatz B2 mit 689 Abtastpunkten auf der Oberfläche	140
5.36	Original Datensätze A4 und B4 überlagert dargestellt	142
5.37	Registrierung von B4 und A4 durch Momente (Translation, Rotation und Ska- lierung)	143
5.38	Ergebnis der elastischen Registrierung bei Verwendung der kleinen Abtastpunkt- menge	144
5.39	Wie Abb. 5.38, aber bei Verwendung der großen Abtastpunktmenge	146
5.40	Ergebnis der elastischen Registrierung unter Einbeziehung der inversen Trans- formation	148
5.41	Wie Abb. 5.40, aber bei Verwendung der großen Abtastpunktmenge	150
5.42	Wie Abb. 5.41, aber bei Verwendung der sehr großen Abtastpunktmenge	151
5.43	Datensatz A4 mit 1563 Abtastpunkten	153
5.44	Wie Abb. 5.42, aber bei Verwendung der verdichteten Abtastpunktmenge	155
5.45	Wie Abb. 5.44, aber nach Fortsetzung der Iteration	156
5.46	Registrierung von B2 und A4 durch Momente (Translation, Rotation und Ska- lierung)	158
5.47	Ergebnis der elastischen Registrierung unter Einbeziehung der inversen Trans- formation bei Verwendung der verdichteten Abtastpunktmenge	159
5.48	Wie Abb. 5.47, aber nach Fortsetzung der Iteration	160
5.49	Kammlinien von A4 bestehend aus 1950 Punkten	162
5.50	Kammlinien von B4 bestehend aus 2110 Punkten	163
5.51	Ergebnis der elastischen Registrierung <i>ohne</i> Einbeziehung der inversen Trans- formation	165
5.52	Wie Abb. 5.51, aber mit einer Abtastrate von 5	166
5.53	Wie Abb. 5.51, aber mit Einbeziehung der inversen Transformation	167
5.54	Wie Abb. 5.51, aber mit Einbeziehung der inversen Transformation und einer Abtastrate von 5	168

Tabellenverzeichnis

4.1	Vergleich der Parameter von der Gaußfunktion und von $\psi_{3,1}$	47
4.2	Vergleich der Parameter von der Gaußfunktion und von $\psi_{3,2}$	47
4.3	Maxima von $ \frac{\partial\psi}{\partial r} $ für verschiedene lokale Basisfunktionen	53
4.4	Topologieerhaltung: minimale Werte a und σ für gegebene Verschiebung Δ . .	53
4.5	Verschiebung eines Quadrates: Mittlerer Registrierungsfehler für verschiedene Basisfunktionen	60
5.1	Konvergenz in das globale Minimum bei Verwendung des numerischen Minimierungsverfahrens und des Verfahrens basierend auf approximierenden <i>thin-plate splines</i>	120
5.2	Konvergenz wie in Tab. 5.1, aber bei einem kleinen Quadrates vom Umfang 332 Bildelementen	120
5.3	Quantitative Auswertung des Registrierungsfehlers bei unterschiedlichen Startwerten	129
5.4	Bildgrößen der Datensätze nach Interpolation und Vergrößerung	133
5.5	Triangulierungsparameter für drei verschiedene Abtastpunktmenge	134
5.6	Parameter und Ergebnisse der elastischen Registrierung von B4' nach A4 . . .	145
5.7	Parameter und Ergebnisse der elastischen Registrierung von B4' nach A4 . . .	145
5.8	Parameter und Ergebnisse der elastischen Registrierung unter Einbeziehung der inversen Transformation	147
5.9	Wie Tab. 5.8, aber bei Verwendung der großen Abtastpunktmenge	149
5.10	Wie Tab. 5.8, aber bei Verwendung der sehr großen Abtastpunktmenge	149
5.11	Wie Tab. 5.8, aber bei Verwendung der verdichteten Abtastpunktmenge	154
5.12	Wie Tab. 5.8, aber unter Einbeziehung der inversen Transformation und bei Verwendung der verdichteten Abtastpunktmenge	157

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Registrierung medizinischer Bilder

Die Registrierung zweier medizinischer Bilder ist ein Prozess, bei dem unter gegebenen Randbedingungen die räumliche Korrespondenz von Bildern hergestellt wird. Räumliche Korrespondenz bedeutet dabei, dass jedem Bildpunkt des einen Bildes genau ein Bildpunkt des anderen Bildes zugeordnet wird. Ergebnis dieses Prozesses ist eine reellwertige Registrierungsfunktion, die auch Transformationsfunktion genannt wird, oder ein Verschiebungsvektorfeld. Randbedingungen sind zum einen das *Transformationsmodell der Registrierung* und zum anderen *Vorgaben der Registrierungsfunktion* an einzelnen Stellen bzw. Vorgaben einzelner Vektoren aus dem Verschiebungsvektorfeld. Die gewonnene Registrierungsfunktion oder das Verschiebungsvektorfeld können jetzt eingesetzt werden, um z.B. die Positionen der Grau- oder Farbwerte des einen Bildes zu transformieren. Das zu transformierende Bild bezeichnet man als das Ursprungs- oder Quellbild. Das zweite Bild wird als Zielbild bezeichnet. Da sich 2D- und 3D-Bilder aus diskreten Bildelementen (engl. *pixel* bzw. *voxel*) zusammensetzen, müssen dabei die Grau- bzw. Farbwerte interpoliert werden. Häufig kommt dabei die bilineare bzw. trilineare Interpolation zum Einsatz. Das transformierte Quellbild kann dann z.B. mit dem Zielbild überlagert dargestellt werden.

Transformationsmodelle der Registrierung

Ein einfaches Modell der Registrierung, das in medizinischen Bereichen Anwendung findet, ist die *starre Registrierung*. Hierbei setzt sich die Registrierungsfunktion aus Rotationen und Translationen zusammen. In 2D hat die Registrierungsfunktion 3 freie Parameter (einen für Rotation und zwei für die Translation) und in 3D 6 freie Parameter (jeweils 3 für die Rotation und Translation). Durch verschiedene tomographische Verfahren aufgenommen können Bilder des menschlichen Kopfes oder auch anderer Körperteile so durch Rotation und Translation in Deckungsgleichheit gebracht werden. Eine Erweiterung dieser starren Registrierung ist die Hinzunahme einer Skalierung. Damit können auch Größenunterschiede in Aufnahmen ausgeglichen werden. Sind auch zusätzlich Scherungen zugelassen, so spricht man von einer *affinen Registrierung*. Die affine Registrierung zusammen mit der Translation hat in 2D 6 freie Parameter und in 3D 12 freie Parameter.

Die freien Parameter der Transformationsmodelle – im Folgenden auch als Registrierungsparameter bezeichnet – können durch Randbedingungen eingeschränkt oder komplett festgelegt werden. Bei *merkmalsbasierten Registrierungsverfahren* sind die Randbedingungen Vorgaben an das Verschiebungsvektorfeld bzw. an die Registrierungsfunktion. Diese Vorgaben werden i.A. durch Korrespondenzen in den zu registrierenden Bildern bestimmt. Eine Methode Korrespondenzen zu bestimmen, besteht darin, *Landmarken* zu lokalisieren. Eine Landmarke bezeichnet eine charakteristische Struktur – im medizinischen Bereich meist durch die Anatomie des Menschen bestimmt – welche innerhalb eines vorliegenden Bildes visuell erkannt bzw. auch automatisch oder semiautomatisch detektiert werden kann. Der einfachste Typ einer Landmarke ist die *Punktlandmarke*, die in 2D durch 2 Koordinaten und in 3D durch 3 Koordinaten beschrieben wird. Beispiele für die Beschreibung und Detektion von anatomischen Punktlandmarken in 3D-Bildern sind in Rohr und Stiehl (1997); Frantz *et al.* (1999, 2000); Frantz (2001); Wörz und Rohr (2003) zu finden. So werden z.B. in Frantz (2001) semi-automatische Ansätze vorgestellt, die nur eine ungefähre Lokalisierung der Landmarke durch den Benutzer erfordern, während der Algorithmus eine ROI (engl. *region of interest*) automatisch festlegt, in der Landmarken detektiert und lokalisiert werden. Man spricht von einem korrespondierenden Paar von Landmarken, wenn eine Landmarke (Quelllandmarke) im Quellbild und eine zugehörige Landmarke (Ziellandmarke) im Zielbild bestimmt werden.

Bei der Registrierung wird davon ausgegangen, dass korrespondierende Landmarken ganz oder weitestgehend zur räumlichen Deckung gebracht werden. Pro Punktlandmarkenpaar werden daher in 2D 2 Randbedingungen und in 3D 3 Randbedingungen vorgegeben. So reichen z.B. für die starre Registrierung exakt 2 Landmarkenpaare im Quell- und im Zielbild, um die Registrierungsparameter der starren Registrierung zu berechnen. Werden mehr Landmarkenpaare und damit auch Randbedingungen vorgegeben als Registrierungsparameter, die für die jeweilige Registrierung erforderlich sind, so wird in der Regel eine Näherung, z.B. über die Methode der kleinsten Abstandsquadrate, verwendet, um Quelllandmarken möglichst nahe an die Ziellandmarken heranzuführen. Das bedeutet, dass die Registrierungsparameter nun so gewählt werden, dass die Summe der Abstandsquadrate nach der Anwendung der Registrierungsfunktion zwischen den Koordinaten der Quelllandmarken zu den Koordinaten der Ziellandmarken minimal wird.

Neben Punktlandmarken können *Linien-* und *Flächenlandmarken* die Randbedingungen in dem einzelnen Registrierungsverfahren liefern. Linienlandmarken in 2D- und 3D-Bildern und Flächenlandmarken in 3D-Bildern sind eine Erweiterung der Punktlandmarken. Hierbei sollen die Quelllinienlandmarke bzw. -flächenlandmarke auf die Ziellinienlandmarke bzw. -flächenlandmarke abgebildet werden, ohne dass es eine genauere Festlegung über die Zuordnung von den einzelnen Abschnitten der Landmarken gibt. Beispiele für Linienlandmarken in medizinischen Bildern sind Nerven oder Blutgefäße, für Flächenlandmarken sind es Oberflächen von Organen in tomographischen 3D-Bildern.

Auf der anderen Seite gibt es *intensitätsbasierte Verfahren*. Intensitätsbasierte Verfahren verwenden keine detektierten oder segmentierten Bildstrukturen, sondern berücksichtigen direkt die Farb- oder Grauwerte der Bilder, um eine Zuordnung zu finden.

Die *elastische Registrierung* bedient sich im Gegensatz zur starren und affinen Registrie-

rung komplexerer Funktionen mit in der Regel einer größeren Anzahl an Registrierungsparametern. Diese Funktionen erweitern die oben genannten Verfahren, z.B. indem sie sich an physikalischen Eigenschaften und Verformungen von Stoffen anlehnen oder z.B. auch, indem sie sich mathematischer Interpolationsverfahren bedienen, um die Transformationsfunktion zu beschreiben. Es ist sinnvoll, die Menge aller Transformationsfunktionen einzuschränken auf solche Funktionen, bei denen die Nachbarschaftsrelationen erhalten bleiben. Das resultierende Verschiebungsvektorfeld erzeugt dann an keinem Ort eine Verschiebung, bei der die relative Lage zweier Bildpunkte zueinander verändert wird, d.h. bei der topologieverletzende Faltungen im Bild entstehen würden. Diese Vermeidung von Faltungen wird durch die Physik der Körper motiviert: Das transformierte Bild kann jede Form von Verschiebungen und Verdrehungen der einzelnen Orte, d.h. Bildelemente enthalten, jedoch keine Faltung, bei der ein Teil des Körpers durch den anderen hindurch abgebildet werden würde. In einem späteren Kapitel wird diese Bedingung an die Transformationsfunktion in eine mathematische Form gefasst werden.

Medizinische Anwendungen der Registrierung

In der Medizin werden eine Reihe komplementärer bildgebender Verfahren zur Diagnose und Therapieplanung eingesetzt, wie z.B. Magnet-Resonanz-Tomographie (MRT), Computer-Tomographie (CT), Positronen-Emission-Tomographie (PET) und Ultraschall (US). Durch eine Zusammenführung von Bildern des gleichen Objektes, aufgenommen mit verschiedenen Aufnahme-modalitäten, verspricht man sich einen höheren Informationsgehalt über das reale Organ oder den Körperteil und damit bessere diagnostische Möglichkeiten. Die Verbesserung der Abbildungen der Organe durch Zusammenführung ist besonders dann erfolgreich, wenn die Bilder der jeweiligen Modalitäten komplementäre Strukturen gut abbilden. So bilden MRT-Bilder besonders Weichteilgewebe gut ab, während CT-Bilder Knochen gut darstellen können. Bei der Integration der Bilder ist die Registrierung die Grundlage.

Neben der Registrierung von Bildern gleicher Organe eines Patienten ist die Registrierung von Bildern mit digitalen Atlanten möglich. Ein anderes Einsatzgebiet ist die Operationsplanung. Mit Hilfe eines Bildes des Patienten werden an den Eingriffsstellen der vorzubereitenden Operation Verschiebungen geplant, die bei der Operation mit hoher Wahrscheinlichkeit auftreten würden. Mit Hilfe dieser Verschiebungen und dem Registrierungsverfahren wird die gesamte räumliche Veränderung an dem Gewebe durch die Operation geplant.

Diese Dissertation entstand im Rahmen des Forschungsprojektes IMAGINE (IMage- and Atlas-Guided Interventions in NEurosurgery), einem von den Philips Research Laboratories, Hamburg geförderten Projekt am ehemaligen Fachbereich Informatik (jetzt: Department Informatik) der Universität Hamburg. Für einen Übersichtsartikel über das Projekt siehe Rohr *et al.* (2000).

1.2 Hauptbeiträge dieser Arbeit

Auf dem Gebiet der Registrierung sind allein in den 10 Jahren von 1992 bis 2002 mehr als 1000 Artikel veröffentlicht worden (Zitová und Flusser, 2003). Dieses zeigt das sehr rege Interesse an Entwicklungen auf diesem Gebiet. Die Forschungen bewegen sich dabei sowohl in die Breite –

Bilder verschiedenster und auch neuester bildgebender Verfahren werden registriert – als auch in die Tiefe – die Registrierungen selbst werden weiter verbessert und automatisiert. Mit Verbesserungen von Registrierungsverfahren beschäftigt sich auch diese Arbeit, indem für bestimmte Registrierungsaufgaben möglichst generische Methoden für deren Lösung entwickelt werden.

Ein bekanntes elastisches Registrierungsverfahren, das auf *thin-plate splines (TPS)* und Punktlandmarken basiert, wird in **Kapitel 3** um zusätzliche *Richtungsattribute* an den Landmarken erweitert, die ebenfalls zur Registrierung herangezogen werden. Stellt man sich durch die Punktlandmarke eine gedachte Kurve vor, so ist die Richtung als Tangente an dieser Kurve durch die Landmarke zu verstehen. Auf der Quell- und Ziellandmarke werden jeweils Quell- und Zielrichtung vorgegeben. Wie man sich leicht vorstellen kann, wird durch die Vorgabe einer Richtung ein bestimmender Einfluss auf die Nachbarschaft einer Landmarke genommen: das Quellbild kann durch die Transformation quasi an dem Landmarkenpunkt etwas gedreht werden, so dass dessen Umgebung besser auf das Zielbild registriert wird. Das Verfahren kann sowohl auf 2D- als auch auf 3D-Bilder angewandt werden.

Das neue erweiterte Registrierungsverfahren basiert ebenfalls auf TPS, verwendet jedoch sowohl korrespondierende Punktlandmarkenpaare als auch korrespondierende Richtungen an diesen Punktlandmarken als zusätzliche Attribute. Dabei wird das Verfahren so aufgebaut, dass diese zusätzlichen Attribute als Randbedingungen in das zu lösende lineare Gleichungssystem eingehen. Beispielanwendungen zeigen für synthetische Bilddaten, dass das Verfahren sehr gut geeignet ist, vorsegmentierte starre Strukturen mit Hilfe von mehreren Punktlandmarken mit jeweils zwei senkrecht aufeinander stehenden Richtungsattributen so mit dem Zielbild zu registrieren, dass diese Strukturen innerhalb des elastischen Registrierungsverfahrens weitestgehend in ihrer starren Form erhalten bleiben.

Der zweite Hauptbeitrag der Arbeit, das **Kapitel 4**, beschäftigt sich mit der Lokalität bzw. Globalität der durch die elastischen Registrierungsverfahren erzeugten Verschiebungsvektorfelder.

Bei punktlandmarkenbasierten elastischen Registrierungsverfahren haben die Lage und die Anzahl der Landmarkenpaare einen entscheidenden Einfluss auf die Transformationsfunktion bzw. auf das Verschiebungsvektorfeld. So werden z.B. durch sogenannte fixe Punktlandmarkenpaare, bei denen die Koordinaten von Quell- und Ziellandmarke identisch sind, Verschiebungen an deren Position verhindert.

Kann die räumliche Veränderung, die durch die Transformationsfunktion bzw. durch das Verschiebungsvektorfeld erzeugt wird, nicht begrenzt werden, so ist das Registrierungsverfahren *global*. Ist hingegen die Transformationsfunktion bzw. das Verschiebungsvektorfeld nur für eine endliche Definitionsmenge ungleich Null, so ist das Registrierungsverfahren *lokal*.

Unter den auf Punktlandmarken basierenden Registrierungsverfahren kommen fast ausschließlich Funktionen für die Registrierung zum Einsatz, die fast überall ungleich Null und auch nicht asymptotisch Null sind. In Kapitel 4 der Arbeit wird eine kompakte Registrierungs-funktion basierend auf Punktlandmarken vorgestellt. Die verwendeten Funktionen haben einen kompakten Träger und daher ist das Registrierungsverfahren *lokal*. Damit grenzen sie sich zu „nur asymptotisch“ lokalen Funktionen wie der Gaußfunktion ab. Ihre mathematischen Eigenschaften und besonders die Lösbarkeit des Gleichungssystems zur Bestimmung ihrer Parame-

ter heben sich von anderen vorgestellten Verfahren ab, da eine Lösung unabhängig von der gewählten Position der Landmarken immer berechnet werden kann. Experimente mit synthetischen Bildern zeigen, dass der Registrierungsparameter der Funktionen zur Optimierung des vorliegenden Registrierungsproblems herangezogen werden kann. Das Verfahren kann sowohl auf 2D- als auch auf 3D-Bilder angewandt werden.

Eine Einsatzmöglichkeit des Verfahrens ist z.B. die intraoperative Bildkorrektur, bei der ein präoperatives Bild auf ein intraoperatives Bild registriert wird, wobei dieses häufig nicht die relativ hohe Auflösung haben kann wie das präoperative. Dieses hat seinen Grund darin, dass gleichzeitig mit der Aufnahme des Bildes die Operation durchgeführt wird, was z.B. nur mit einem offenen MRT-Scanner möglich ist. Diese Geräte müssen klein und offen genug sein, um gleichzeitig mit der Bildaufnahme Operationen durchführen zu können. Sie haben dadurch aber nicht die Leistungsfähigkeit großer geschlossener MRT-Röhren. Zur Klärung, ob z.B. wichtige Organe oder Nerven durch die Operation gefährdet werden, wird das registrierte gut aufgelöste präoperative Bild herangezogen.

In dem dritten Hauptbeitrag der Arbeit, im **Kapitel 5**, wird ein merkmalsbasiertes Registrierungsverfahren mit TPS auf der Basis von Linien- und Flächenlandmarken entwickelt. Linien- und Flächenlandmarken sind Merkmale, die aus Bildern extrahiert werden müssen. Das Verfahren kann sowohl auf 2D- als auch auf 3D-Bilder angewandt werden. Flächen in 2D sind durch eine Linie begrenzt, während Flächen in 3D geschlossen sein können wie z.B. Oberflächen von Organbildern. Das hier vorgestellte Verfahren kann beliebige Flächen registrieren. In medizinischen Anwendungen können korrespondierende Linien und Flächen extrahiert werden, welche aufgrund der Anatomie zueinander gehören. So gehört beispielsweise das Bild eines Nerven, der sowohl mit einem Aufnahmeverfahren als auch mit einem anderen Aufnahmeverfahren abgebildet wird, zueinander. Auch ist es sinnvoll zu definieren, dass die Oberfläche einer Niere in einem Atlas der Oberfläche der Niere im realen Bildes eines Patienten zugeordnet werden soll.

Um die Korrespondenz herzustellen, werden die Linien- und Flächenlandmarken des Quellbildes durch Punkte repräsentiert. Von den Landmarken des Zielbildes wird eine (digitale) Distanzfunktion berechnet, deren Werte in einer bildhaften Distanzkarte abgespeichert werden. Das Verfahren arbeitet iterativ; in jedem Schritt werden für die Abtastpunkte der Quelllandmarken neue Koordinaten berechnet. Dabei erfolgt die Zuordnung der Abschnitte respektive der Abtastpunkte der Quelllinien- und Quellflächenlandmarke zu ihrer korrespondierenden Ziellinien- bzw. Zielflächenlandmarke automatisch. Zusätzlich kann der Benutzer auch optional feste Korrespondenzpunkte auf den Landmarkenpaaren bestimmen, die einander zugeordnet werden sollen. Dieses ist sinnvoll, wenn die Linienlandmarke z.B. signifikante Knotenpunkte aufweist oder die Flächenlandmarke Spitzen in ihrer Oberfläche hat, die zueinander gehören.

Das Registrierungsverfahren basierend auf Linien- und Flächenlandmarken bewirkt eine möglichst geringe Verformung des gesamten 2D- oder 3D-Bildes und erfüllt zudem die vorgegebenen Korrespondenzen. Der Biegeenergieterm wird nur aus den Positionen der Abtastpunkte der Landmarken berechnet. Zudem läßt er sich durch eine einfache Rechenvorschrift (Matrixmultiplikation) berechnen. Durch ein numerisches Verfahren wird das Minimum einer Matrixgleichung bestimmt, das gleichzeitig die Lösung der Registrierung bildet. Es wird gezeigt, dass die Registrierung in Grenzen von der Ausgangslage des Quellbildes und Zielbildes

zueinander unabhängig ist. Durch Einbeziehung der inversen Transformation wird das Verfahren robuster gegen Registrierungsfehler. Des Weiteren werden die Korrespondenzen der Linien- und Flächenlandmarken automatisch bestimmt, d.h. es müssen zwar die einzelnen Quelllinien- und -flächenlandmarken ihren entsprechenden Ziellinien- und -flächenlandmarken als Ganzes zugeordnet werden, die Korrespondenzbestimmung für die Bereiche der Landmarken liefert das Verfahren aber automatisch.

Ein Vorteil des Verfahrens besteht aufgrund seiner mathematischen Definition darin, dass die Krümmung des gesamten Raumes bzw. der gesamten Fläche mit in die Berechnung einbezogen wird – im Gegensatz zu Snake- und Balloon-Verfahren, aber analog zu komplexeren Finite-Elemente-Methoden (FEM). Dieses bedeutet eine „natürlichere“, d.h. den organischen Stoffen des menschlichen Körpers angepasstere Verformung, da der gesamte Körper auf die Verformung Einfluss nimmt und nicht nur seine Oberfläche.

Das hier vorgestellte Verfahren unterscheidet sich gegenüber anderen in der Literatur vorgestellten Verfahren darin, dass keine *regelmäßigen Kontrollpunkte* eingesetzt werden, die äquidistant über den Raum verteilt sind (Szeliski und Lavallée, 1996; Subsol *et al.*, 1998; Amini *et al.*, 1998b). Die in diesem Verfahren eingesetzten Abtastpunkte beschränken sich auf eine Verteilung auf der Oberfläche der Quelllandmarke, wodurch sich die Anzahl der freien Parameter des Systems verringert. Auch wird häufig bei den bestehenden Verfahren der regelmäßigen Kontrollpunkte eine zusätzliche Interpolationsfunktion wie die B-Splines (Szeliski und Lavallée, 1996; Subsol *et al.*, 1998) eingesetzt, um das Verschiebungsvektorfeld zwischen den Kontrollpunkten zu berechnen. Ein weiterer Unterschied besteht in der Berechnung des Regularisierungsterms in der Kostenfunktion. Bei der Aufstellung des Regularisierungsterms kommt in dem hier vorgestellten Verfahren keine numerische Approximation wie die finiten Differenzen (Szeliski und Lavallée, 1996; Subsol *et al.*, 1998; Amini *et al.*, 1998b) zur Berechnung der Ableitungen zum Einsatz, sondern die Berechnung der Regularisierung erfolgt durch eine Matrixgleichung, die eine vollständige analytische Lösung der Regularisierung darstellt. Durch dieses neue Verfahren wird auch dort, wo keine Kontrollpunkte im Bild verwendet worden sind, eine Regularisierung durchgeführt. Dieses hat dann außerdem den weiteren Vorteil, dass für den gesamten Definitionsbereich des Bildes eine analytische Registrierungsfunktion berechnet wird, so dass keine Interpolation zwischen den Kontrollpunkten notwendig wird.

1.3 Gliederung der Arbeit

Das folgende **Kapitel 2** stellt zunächst den Stand der Forschung über elastische Registrierungsverfahren zusammen. Dabei wird der Schwerpunkt auf *merkmalsbasierte Verfahren* gelegt, und es wird nur am Rande auf *intensitätsbasierte Verfahren* eingegangen.

Im **Kapitel 3** wird ein bestehendes elastisches Registrierungsverfahren, die Registrierung mit TPS und Punktländmarken, um die Einbindung von *Richtungsmerkmalen an Punktländmarken* erweitert. Der Abschnitt 3.1 stellt bestehende Verfahren zur Integration von Richtungsmerkmalen vor und erklärt die unterschiedlichen Möglichkeiten, wie Richtungsinformationen repräsentiert werden können. Der Abschnitt 3.2 erklärt, wie Richtungen, die als Vektoren repräsentiert werden, mit Hilfe des Skalarproduktes in eine Kostenfunktion integriert werden können. Experimentelle Ergebnisse aus Abschnitt 3.3 zeigen als eine mögliche Anwendung den Erhalt von starren Strukturen, die von Weichteilgewebe umgeben sind, als auch die Optimierung von Registrierungsergebnissen mit Punktländmarken, wenn zusätzlich Richtungen angegeben werden.

Kapitel 4 befaßt sich mit *lokalen elastischen Registrierungsverfahren*, wobei am Anfang des Kapitels im Abschnitt 4.1 eine Motivation für die Entwicklung eines neuen lokalen elastischen Registrierungsverfahrens anhand einer Diskussion existierender Verfahren gegeben wird. Des Weiteren wird ein eigener Ansatz im Abschnitt 4.2 basierend auf Radialbasisfunktionen vorgestellt und bisher verwendete Funktionen werden der im eigenen Ansatz eingeführten Funktion gegenübergestellt. Im Abschnitt 4.3 werden die Eigenschaften und Vorteile des neuen Ansatzes diskutiert. Im Abschnitt 4.4 wird das neu entwickelte Verfahren anhand von Experimenten mit synthetischen Bilddaten validiert. Es wird auch ein Experiment vorgestellt, bei dem der Registrierungsparameter des Ansatzes für die vorliegende Aufgabe optimiert wird. Beispielhaft für die Verwendung des lokalen elastischen Registrierungsverfahrens in der medizinischen Registrierung wird eine intraoperative Bildkorrektur in 2D und 3D von tomographischen Bildern des menschlichen Kopfes durchgeführt.

Kapitel 5 stellt ein neues Verfahren zur *elastischen Registrierung mit Linien- und Flächenländmarken* vor. Im Abschnitt 5.1 werden bestehende Verfahren aus der Literatur vorgestellt und eine Weiterentwicklung motiviert. Das neue Verfahren wird im Abschnitt 5.2 vorgestellt. Im Abschnitt 5.3 werden experimentell motivierte Bedingungen für zulässige Formunterschiede der Quell- und Zielländmarken diskutiert. Mit Hilfe von Experimenten mit synthetischen Bilddaten werden weitere Eigenschaften des neuen Verfahrens in Abschnitt 5.4 vorgestellt. Experimente mit tomographischen Bilddaten zeigen die Unabhängigkeit des Registrierungsergebnisses von der Ausgangsposition der zu registrierenden Bilder. Als eine Einsatzmöglichkeit wird die Anwendung für die Registrierung von 3D tomographischen Bildern von menschlichen Wirbeln gezeigt. Außerdem wird das Verfahren in Abschnitt 5.5 unter Verwendung von Linienländmarken statt der bisher eingesetzten Flächenländmarken demonstriert.

Kapitel 6 gibt eine Zusammenfassung der Arbeit und einen Ausblick.

Kapitel 2

Literaturübersicht

Dieses Kapitel gibt eine Übersicht sowie eine Klassifikation existierender Verfahren für merkmalsbasierte Registrierung medizinischer Bilder. Ein Merkmal eines Bildes ist dabei – abstrakt gesprochen – eine quantifizierte Eigenschaft des Bildes. Solche quantifizierten Eigenschaften können z.B. Ortsinformationen wie Punkte, Linien oder Flächen oder Richtungsverläufe von Konturen oder allgemeinere Beschreibungen von Bereichen in den Bildern sein, wie z.B. die Lage der Rotationsachsen, die sich ergeben würden, wenn man die Grauwertverteilung des Bildes als Dichteverteilung zweiter Ordnung betrachtet. Dabei bilden Landmarken eine Untermenge der Merkmale von Bildern, und zwar sind Landmarken quantifizierte Ortsinformationen wie Punkte, Linien und Flächen.

Durch Registrierung bestimmt man die Positionen aller korrespondierenden Punkte des Bildes durch Berechnung einer Transformationsfunktion oder eines Verschiebungsvektorfeldes. Bei merkmalsbasierter Registrierung erfolgt diese Korrespondenzberechnung unter ausschließlicher Zuhilfenahme der extrahierten Merkmale der zu registrierenden Bilder. Dabei wird ein Ähnlichkeitsmaß definiert, das die Übereinstimmung zweier korrespondierender Merkmale anzeigt. Für Ortsmerkmale, d.h. Landmarken, ist dieses Ähnlichkeitsmaß typischerweise der euklidische Abstand der Landmarken zueinander. Für andere Merkmale ist ein ihnen entsprechendes Ähnlichkeitsmaß zu definieren, wie z.B. bei Richtungen in Bildern ihr Winkel zueinander, der möglichst klein sein sollte, damit die Bilder möglichst gut übereinstimmen. Die Bestimmung der Merkmale oder anders gesagt, die Extraktion der Merkmale aus den Bildern kann manuell, semiautomatisch oder automatisch erfolgen, sie ist jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit.

Die sehr große Vielfalt der in der Literatur beschriebenen Registrierungsverfahren zeigt, dass die Entwicklung und das Design solcher Verfahren stark an die jeweils vorliegende Registrierungsaufgabe angepaßt ist. Da die Entwicklung der Verfahren in dieser Arbeit in erster Linie durch eine Fortführung von mathematischen Algorithmen geschieht, erfolgt die Gliederung der Literatur auch anhand dieser Kriterien. Alternativ wäre eine Gliederung der Verfahren entsprechend ihrem Anwendungsgebiet denkbar.

In diesem Kapitel werden die folgenden Kriterien zur Klassifikation von merkmalsbasierten Registrierungsverfahren zugrunde gelegt: i) Transformationsmodell und Repräsentation, ii) die zur Registrierung verwendeten Bildmerkmale, ihre Repräsentation und das Ähnlichkeitsmaß

dieser Merkmale und iii) das Anpassungsverfahren für die Merkmale. Diese Einteilung der Registrierungsverfahren hält sich an die in Audette *et al.* (2000) vorgeschlagene Einteilung. Eine andere Einteilung wird in dem Übersichtsartikel von Maintz und Viergever (1998) gegeben, wobei dort die jeweils vorliegende medizinische Registrierungsanwendung im Vordergrund steht. Für weitere Übersichtsartikel siehe z.B. Rohr (2000, 2001) und Zitová und Flusser (2003). Eine fundierte Zusammenstellung numerischer Registrierungsverfahren unter mathematischen Gesichtspunkten ist in dem Buch von Modersitzki (2004) zu finden.

Neben merkmalsbasierten (engl. *feature-based*) Registrierungsverfahren gibt es intensitätsbasierte (engl. *intensity-based*) Verfahren zur Registrierung zweier Bilder. Bei intensitätsbasierten Verfahren werden keine Merkmale aus den Bildern gewonnen, sondern alle Bildelemente (engl. *pixel* bzw. *voxel*) bzw. ihre Farb- oder Grauwerte werden für die Registrierung berücksichtigt. Das Ähnlichkeitsmaß kann dabei von der Summe der Quadrate der Intensitätsdifferenzen (engl. *sum of squares of intensity differences (SSD)*) über den Korrelationskoeffizienten (engl. *correlation coefficient (CC)*) bis hin zu der wechselseitigen Information (engl. *mutual information (MI)*), die aus den Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen (engl. *probability density function (PDF)*) berechnet wird, variieren. Für eine detaillierte Darstellung siehe z.B. Maintz und Viergever (1998); Sonka und Fitzpatrick (2000); Rohr (2001). Neuere Ansätze verfolgen alternative Bildähnlichkeitsmaße, die auf dem optischen Fluß (engl. *optical flow*) beruhen, insbesondere, wenn Bilder mit Zeitfolgen (sogenannte 4D-Bilder) registriert werden, wie sie bei Aufnahmen der Lungenatmung (Handels *et al.*, 2006; Ehrhardt *et al.*, 2007) oder des Herzschlages (Ehrhardt *et al.*, 2006) entstehen. Maintz und Viergever (1998) führen an, dass intensitätsbasierte Verfahren einen hohen Berechnungsaufwand wegen der Berücksichtigung aller Bildelemente als auch einen großen Speicherbedarf in Abhängigkeit von den Bildgrößen haben. Eine interessante Weiterentwicklung ist die Kombination von diesen intensitätsbasierten mit den merkmalsbasierten Verfahren wie sie in Gee *et al.* (1994); Meyer *et al.* (1996/97); Christensen *et al.* (1997); Fischer und Modersitzki (2003); Rohr *et al.* (2004) vorgestellt werden. Dabei werden in einem iterativen Minimierungsverfahren sowohl Intensitäts-Randbedingungen als auch Landmarken-Randbedingungen berücksichtigt, wobei die zusätzlichen Landmarken die Komplexität des Verfahrens nur unwesentlich erhöhen, jedoch zusätzliche Korrespondenzzuordnungen durch intensitätsbasierte Verfahren ermöglichen. Diese Arbeit beschränkt sich im weiteren auf merkmalsbasierte Registrierungsverfahren.

Zunächst werden die oben genannten Gliederungskriterien weiter spezifiziert. Siehe dazu auch Abbildung 2.1, die dort verwendeten Kriterien sind im Folgenden durch einen anderen Zeichensatz hervorgehoben. Transformationen lassen sich in zusammengesetzte Transformationen und global-analytische Transformationen unterteilen. Bei den zusammengesetzten Transformationen wird das Bild mit seinen Merkmalen unterteilt, danach werden jeweils stückweise Transformationen gebildet, welche dann für das gesamte Bild zusammengesetzt werden. Im Gegensatz dazu gehen die analytischen Transformationen nicht aus einer Zerlegung der Merkmale oder des Bildes hervor. Die analytischen Transformationen wiederum lassen sich in starre und affine Transformationen und nicht-starre bzw. nicht-affine Transformationen unterteilen. Zu den nicht-starren und nicht-affinen Transformationen gehören z.B. die quadratischen Polynome und auch Polynome höheren Grades oder Transformationen basierend auf Ra-

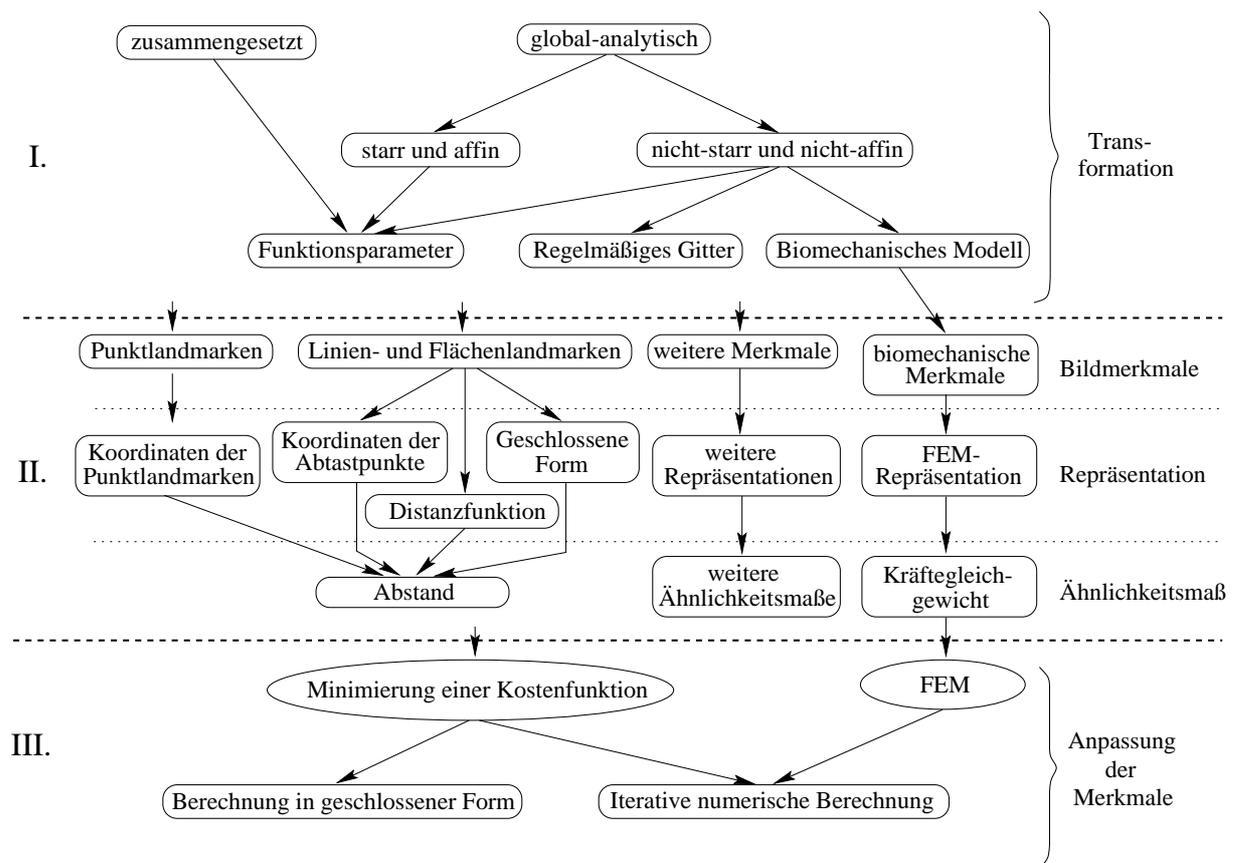


Abbildung 2.1: Klassifikation merkmalsbasierter Registrierungsansätze.

dialbasisfunktionen (RBF). Für nicht-starre und nicht-affine Transformationen ist eine weitere Klassifikation nach den Freiheitsgraden möglich, die die Transformationen haben. Zum einen gibt es Transformationen mit bestimmten Funktionsparametern als Freiheitsgrade, wobei die Anzahl von wenigen bis sehr vielen Parametern schwanken kann. Charakteristisch ist jedoch, dass die Freiheitsgrade Parameter der beschreibenden Transformationsfunktionen sind. Zum anderen gibt es Transformationen, deren Freiheitsgrade die Auslenkungen eines **regelmäßigen Gitters** sind. Charakteristisch ist hier, dass neben den funktionalen Parametern als Freiheitsgrade noch räumliche Parameter, nämlich die Auslenkungen von Kontrollpunkten (engl. *control points*), die die Schnittpunkte der Gitterlinien sind, hinzukommen. Zum dritten gibt es Transformationen, die ein **biomechanisches Modell** als Grundlage haben. Hier gehen physikalisch-biomechanische Eigenschaften in die Transformationsfunktion ein.

Das zweite Kriterium zur Gliederung der merkmalsbasierten Registrierungsverfahren befasst sich mit der Auswahl der verwendeten Bildmerkmale und ihrer Repräsentation. Sehr häufig kommen **Punktlandmarken** zum Einsatz, die durch ihre Koordinaten repräsentiert werden. **Linien- und Flächenlandmarken** werden durch Koordinaten von Abtastpunkten (engl. *sampling points*) auf Linien bzw. Flächen, durch eine **Berechnung in geschlossener Form** (z.B. durch Normalenvektoren) oder durch eine **Distanzfunktion** repräsentiert. Häufig werden für Linien-/Flächenquell- und Ziellandmarken unterschiedliche Repräsentationen be-

nötigt, die im Zusammenhang mit dem Ähnlichkeitsmaß der Landmarken stehen. Das Ähnlichkeitsmaß ist – abstrakt gesprochen – ein Maß, das angibt, wie weit die betrachteten Merkmale, hier die Landmarken, übereinstimmen. Dabei kann ein Einzelmaß zwischen jeweils zwei (Punkt-) Landmarken berechnet werden oder ein Gesamtmaß über alle in einer vorliegenden Registrierungsaufgabe herangezogenen Landmarken, z.B. als gemittelte Summe aller Einzelmaße. Das Ähnlichkeitsmaß für korrespondierende Landmarken ist sehr häufig ihr jeweiliger euklidischer Abstand. Der Zusammenhang zwischen der Repräsentation der Landmarke und dem Ähnlichkeitsmaß ergibt sich wie folgt: Es finden sich viele Beispiele, bei denen die Quelllandmarken durch die Koordinaten der Abtastpunkte repräsentiert werden, während für die Ziellandmarken eine Distanzfunktion berechnet wird. Durch diese Kombination aus festen Koordinaten einerseits und der Distanzfunktion andererseits läßt sich auf einfache Weise der euklidische Abstand der Landmarken berechnen. Insbesondere ist das von Vorteil, wenn durch iterative Verfahren das Ähnlichkeitsmaß vielfach berechnet werden muß. Auch finden sich in den Registrierungsansätzen weitere Merkmale, wie z.B. Richtungen an Punktlandmarken. Für diese Merkmale müssen spezielle Repräsentationen gefunden werden, wie z.B. Vektoren für Richtungen. Das Ähnlichkeitsmaß in diesem Fall ist der Winkel oder das Skalarprodukt von Vektoren. Einen Sonderfall nehmen Transformationen ein, die auf biomechanischen Modellen beruhen. Bei der Registrierung werden nicht nur die Landmarken berücksichtigt, sondern zusätzlich biomechanische Merkmale wie z.B. die Steifigkeit eines Materials. Die Eigenschaften des Materials spiegeln sich im Aufbau der Transformation wider. Entsprechend werden aus der Physik stammende Gleichungen herangezogen, welche zusätzlich häufig noch durch einen oder mehrere Parameter parametrisiert sind. Forschungen zeigen, dass sich auch Transformationsfunktionen für verschiedene Materialien wie z.B. für Feststoffe und für Flüssigkeiten in einem Modell kombinieren lassen (Hagemann, 2001).

Sind das Modell der Transformation als auch die Auswahl und die Repräsentation der Bildmerkmale festgelegt, so folgt in einem weiteren Verfahrensschritt die Anpassung der Bilder bzw. die Berechnung der Registrierungsparameter. Dieser Prozeß erfolgt häufig durch eine Optimierung im mathematischen Sinne, beispielsweise durch eine iterative Minimierung einer Kostenfunktion oder durch eine Berechnung der Registrierungsparameter in geschlossener Form.

Ansätze basierend auf Punktmerkmalen haben gemein, dass aus dem Quell- und Zielbild korrespondierende Punkte (Punktlandmarken) bestimmt werden. Man unterscheidet Interpolationsansätze, bei denen Quelllandmarken exakt auf die Ziellandmarken abgebildet werden, und Approximationsansätze, bei denen eine Anpassung der Quell- an die Ziellandmarken durch die Transformation näherungsweise erfolgt (Rohr *et al.*, 2001).

2.1 Stückweise Transformationen

Ein klassischer Ansatz der Bildregistrierung durch stückweise Transformationen ist die Zerlegung des Bildes in Dreiecke (Triangulierung), wobei jeder Eckpunkt des Dreiecks eine Punktlandmarke des Bildes repräsentiert. Durch die vorgegebene Korrespondenz zwischen den Quell- und Ziellandmarken werden die Triangulierungspunkte aufeinander abgebildet. Für die Punkte

innerhalb der Dreiecke wird z.B. eine (lokale) lineare (Goshtasby, 1986) oder kubische Funktion (Goshtasby, 1987) verwendet. Die generellen Probleme mit Triangulierungsmethoden bestehen in der großen Anzahl korrespondierender Landmarken als auch in dem relativ häufigen Auftreten von Topologieverletzungen (Ruprecht und Müller, 1995). Eine Topologieverletzung beschreibt das Phänomen, wenn nicht benachbarte Bildelemente im Quellbild auf das gleiche Bildelement im Zielbild transformiert werden. Bei Triangulierungen treten Topologieverletzungen dann auf, wenn sich z.B. für ein Dreieck die Orientierung der Eckpunkte ändert.

2.2 Starre und affine Transformationen

Starre Transformationen bestehen aus Translation und Rotationen. Affine Transformationen schließen auch Skalierung und Scherung mit ein. Entsprechend der gewählten Transformation muss eine unterschiedliche Anzahl von Registrierungsparametern bestimmt werden, so z.B. im 3D-Fall 6 Parameter für die starre Transformation bzw. 12 Parameter für die affine Transformation.

Starre und affine Transformationen werden in der medizinische Bildregistrierung in vielen Bereichen eingesetzt. Beispielsweise werden Bilder verschiedener Modalitäten von einem gleichen Körperteil eines Patienten, z.B. dem Kopf, durch starre und affine Transformationen registriert. Die notwendigen Punktlandmarken werden z.B. durch einen stereotaktischen Rahmen, durch Hautmarker oder auch als intrinsische anatomische Landmarken in medizinischen Bildern bestimmt. Die Parameter der starren Transformation können z.B. durch die Singulärwertzerlegungsmethode (engl. *singular value decomposition*) berechnet werden. Registrierungsverfahren mit Linien- und Flächenlandmarken sind z.B. von Zhang (1994, *iterative closest point (ICP)*) vorgestellt worden. Eine Weiterentwicklung dieses Verfahrens ist das '*stochastic iterative closest point*' (*stochastICP*) (Penney *et al.*, 2001), bei dem vor jedem Iterationsschritt die Positionen der Landmarken stochastisch leicht verschoben werden, um lokale Minima bei der Iteration zu verhindern. Während in Zhang (1994) das ICP-Verfahren für starre Registrierung angewendet wurde, ist es in Feldmar und Ayache (1996); Feldmar *et al.* (1996) auf affine, lokal affine und spline-basierte (aber intensitätsbasierte) Verfahren erweitert worden. Neuere Algorithmen zur Registrierung von Oberflächen sind *Unscented Particle Filter, UPF* (Ma und Ellis, 2004) und *Unscented Kalman Filter, UCF* (Moghari und Abolmaesumi, 2005), die eine höhere Registrierungs Genauigkeit als ICP erreichen, weitere statistische Kenngrößen über den Registrierungsfehler ermitteln und eine inkrementelle Hinzunahme von zusätzlichen Landmarken oder Abtastpunkten während des Registrierungsprozesses erlauben. In den genannten Arbeiten sind die Algorithmen nur für die starre Registrierung angewandt worden. Ein anderer Ansatz zur starren, affinen und lokal affinen Registrierung mit Linien- und Flächenlandmarken ist der *Robust Point Matching (RPM)*-Ansatz (Rangarajan *et al.*, 1997; Chui *et al.*, 1999), der dort auf 2D-Bilder der Hirnrinde und 3D-Bilder von extrahierten Sulci angewandt wurde. Bei diesem Verfahren werden sowohl von den Quell- als auch von den Ziellandmarken Abtastpunkte generiert. Durch Iterationen werden gleichzeitig die optimale Transformation als auch die Zuordnung von den Quell- zu den Zielabtastpunkten bestimmt. Das Verfahren bedient sich dabei der *Softassign*-Technik, bei dem die Zuordnung der Abtastpunkte zueinander während der Ite-

ration nicht binär, sondern unscharf (engl. *fuzzy*) ist, also Werte zwischen 0 und 1 annehmen kann. Unterstützt wird dieses Vorgehen durch *Deterministic Annealing*, welches durch einen Parameter T (der Temperatur) den Grad der *fuzziness* der Zuordnung angibt. Bei sehr kleinen Temperaturen ist RPM ähnlich dem ICP, aber mit dem zusätzlichen Vorteil, dass eine 1-zu-1-Zuordnung gefunden wird. Durch *Softassign* und *Deterministic Annealing* wird eine Glättung des Minimierungsfunktionals zur Vermeidung lokaler Minima und damit eine Erhöhung der Robustheit erreicht. Zusätzlich kann das Verfahren Ausreißer eliminieren. Ein Verfahren ohne Extraktion von Merkmalen ist das Ausrichten nach Hauptträgheitsachsen, die durch die Grauwertverteilung der Bilder berechnet werden können (Alpert *et al.*, 1990; Skusa, 1997). Eine ausführliche Übersicht mit zahlreichen Referenzen bietet z.B. der Übersichtsartikel von Maintz und Viergever (1998). Eine mehr algorithmische Zusammenstellung findet sich in Sonka und Fitzpatrick (2000), sowie eine neuere in dem Artikel von Zitová und Flusser (2003).

2.3 Nicht-starre und nicht-affine Transformationen

Zu dieser Klasse gehören Verfahren, die auf über starren und affinen Transformationen hinausgehenden Transformationen basieren. Nachfolgend werden die Verfahren unterschieden in Transformationen mit Funktionsparametern, Transformationen mit regulären Gitterpunkten und biomechanische Modellierung. Die Transformationen mit Funktionsparametern (oder Funktionskoeffizienten) haben neben ihren Parametern oder Koeffizienten, wie z.B. dem σ der Gaußfunktion oder dem Lokalisierungsparameter a der Wendland-Funktion, keine weiteren Parameter. Das Gleichungssystem zur Bestimmung der Transformationsfunktion ergibt sich allein durch die Koordinaten der Landmarken. Die Funktionen, aus denen sich die Transformationsfunktion zusammensetzt, sind dabei häufig um die Positionen der Landmarken fixiert, wie beispielsweise im Falle der Radialbasisfunktionen (RBF). Bei den Transformationen mit regulären Gitterpunkten ist hingegen die Anordnung der einzelnen Funktionen, aus denen sich die Transformationsfunktion zusammensetzt, um die Schnittpunkte eines gedachten Gitters gegeben. Die Auslenkungen dieser Schnittpunkte sind dabei die zusätzlichen freien Parameter, die aus den Positionen der Landmarken bestimmt werden müssen. Biomechanische Modelle verwenden darüber hinaus spezielle physikalisch motivierte Bedingungen, um die Auslenkungen ihrer einzelnen Elemente zu steuern.

2.3.1 Transformationen mit Funktionsparametern

Zu den Registrierungsfunktionen basierend auf nicht-starren und nicht-affinen Transformationen sowie auf der Repräsentation der Bildmerkmale durch Punktlandmarken gehören die Arbeiten von Bookstein (1989), Bookstein und Green (1993a,b), Evans *et al.* (1991), Ruprecht und Müller (1993, 1995); Ruprecht *et al.* (1995), Mardia und Little (1994); Mardia *et al.* (1996) Rohr *et al.* (1996); Sprengel *et al.* (1996), Little *et al.* (1997), Christensen *et al.* (1997), Rohr *et al.* (1997); Rohr (1998), Davis *et al.* (1997); Kohlrausch (1999), Gabrani und Tretiak (1999), Rohr *et al.* (1999b, 2001, 2003), Chui und Rangarajan (2000, 2003) sowie Wörz und Rohr (2006a,b).

Bookstein (1989) verwendet als Transformationsfunktion *thin-plate splines*. Diese Splines haben die Eigenschaft, dass ein Integral über die Summe aller Quadrate aller zweiten Ableitungen der Splines über \mathbb{R}^d minimiert wird. Dieses Integral lässt sich als „Krümmung der Transformationsfunktion“ interpretieren. In diesem Sinne ist die berechnete Transformation diejenige unter allen möglichen Transformationen, die minimale Krümmung besitzt. Die Parameter der Transformation werden in geschlossener Form aus den Koordinaten der Quell- und Ziellandmarken berechnet. Evans *et al.* (1991) erweiterten diesen Ansatz auf 3D.

Rohr *et al.* (1996); Sprengel *et al.* (1996) haben ein Approximationsschema mit TPS vorgestellt, das isotrope Lokalisationsfehler an Landmarken einbezieht. Rohr *et al.* (1997, 2001) erweiterten das Approximationsschema um die Einbeziehung von Fehler-Kovarianz-Matrizen an Landmarken, so dass auch anisotrope Fehler berücksichtigt werden können. Diese Erweiterung erlaubt die Einbeziehung sowohl der Lokalisierungsunsicherheit von Landmarken als auch die Verwendung von sogenannten Quasi-Landmarken (Rohr, 1998).

Eine andere Erweiterung der Registrierung mit Punktlandmarken und TPS, die Einbeziehung von Richtungsinformationen (Tangenten) an Landmarken, ist von Bookstein und Green (1993a,b) und Mardia und Little (1994); Mardia *et al.* (1996) vorgestellt worden. Bookstein und Green (1993a,b) benutzen *finite Differenzen* zwischen Punktlandmarken, um Kanten einzubeziehen. Mardia und Little (1994); Mardia *et al.* (1996) verwenden die *Kriging*-Methode, um exakte Orientierungen (Tangenten) an Landmarken einzubeziehen.

Eine Vielzahl weiterer Verfahren sind in der Literatur vorgestellt worden, die auf Punktlandmarken und unterschiedlichen Transformationen basieren: So verwenden Ruprecht und Müller (1993, 1995); Ruprecht *et al.* (1995) eine Erweiterung der Hardyschen Multiquadriken, die lokal gebundenen Multiquadriken mit adaptiven Radius, als auch distanzgewichtete Shepard-Funktionen und Erweiterungen davon.

Davis (1996); Davis *et al.* (1997) schlagen als Basisfunktion sogenannte *Elastic-Body Splines (EBS)* vor. Dieser Ansatz basiert ebenfalls auf Punktlandmarken. Die Interpolationsfunktion setzt sich aus einem affinen Anteil und den nicht-radialsymmetrischen *EBS* zusammen. Die *EBS* sind Elementarlösungen der physikalischen Navier-Gleichungen unter ausgewählten Kraftdichten. Kohlrausch (1999); Kohlrausch *et al.* (2001, 2005) haben diesen Ansatz um Lösungen basierend auf Gaußförmigen Kraftdichten erweitert (*Gaussian EBS, GEBS*). Deren lokale Eigenschaft erwies sich anhand von experimentellen Untersuchungen bei Anwendung auf klinische MRT-Bilder gegenüber den von Davis *et al.* (1997) eingeführten Kraftdichten als überlegen. Approximierende *GEBS* sind von Wörz und Rohr (2006a,b) eingeführt worden.

Little *et al.* (1997) benutzen einen Spline-Ansatz, bei dem Hardysche Multiquadriken mit Distanzfunktionen multipliziert werden. Die Distanzfunktionen messen den Abstand zum nächsten starren Objekt im Bild. Die starren Objekte werden in den Bildern vorsegmentiert. Für diese Bereiche wird eine rein starre Transformation angesetzt. Für Bereiche außerhalb der starren Objekte geht die Transformation in die Spline-Funktion, gewichtet mit der Distanzfunktion, über.

Registrierungsansätze mit komplexeren Merkmalen wie Linien- und Flächenlandmarken werden in den Ansätzen von Green (1995), Bookstein (1996) und Gabrani und Tretiak (1999) vorgestellt. Diesen Ansätzen ist gemein, dass die Linien- und Flächenlandmarken durch eine Abta-

stung repräsentiert werden. Damit werden diese Ansätze wieder auf die bekannten Ansätze für Punktlandmarken zurückgeführt. Die Registrierungsverfahren verlaufen iterativ, indem die Koordinaten der Abtastpunkte unter bestimmten Minimierungsbedingungen auf den Linien- oder Flächenlandmarken verschoben werden.

Green (1995) und Bookstein (1996) benutzen Verfahren zur Registrierung, bei denen die einmal festgelegten Abtastpunkte der Quelllandmarken auf den Ziellandmarken entlang von Linien verschoben werden können, um einen Biegeenergieterm zu minimieren. Nach jedem Iterationsschritt müssen die Abtastpunkte zurück auf die Ziellandmarke projiziert werden. Beim Ansatz von Gabrani und Tretiak (1999) können die Abtastpunkte der Quelllandmarken auf den Ziellandmarken innerhalb vorgegebener Bereiche variieren, bis der Gradient der Biegeenergie Null wird.

Chui und Rangarajan (2000, 2003) haben das *Robust Point Matching (RPM)*-Verfahren unter Einbeziehung von TPS erweitert (*TPS-RPM*). Die dabei verwendeten Regularisierungsparameter λ sind an die *Annealing*-Temperatur T geknüpft worden. Das Verfahren wurde auf synthetische 2D-Bilder und 3D-Bilder extrahierter Sulci angewandt. In Kapitel 5 wird näher auf das Verfahren eingegangen werden.

Zu den mehrstufigen Registrierungsverfahren gehört das Verfahren von Christensen *et al.* (1997), bei dem neben einem merkmalsbasierten Verfahren auch ein intensitätsbasiertes Verfahren verwendet wird. Christensen *et al.* (1997) schlagen ein hierarchisches Registrierungs-schemata vor, das mit einer „grob-zu-fein“-Strategie zuerst globale Unterschiede registriert, um danach eine Registrierung mit lokalen Deformationen durchzuführen. Der erste Schritt besteht in einem Landmarkenregistrierungsansatz, der ein Funktional basierend auf einem Differentialoperator minimiert (Joshi *et al.*, 1995). Im zweiten Schritt wird ein intensitätsbasiertes Verfahren angewandt, das eine Biegeenergie als auch die Intensitätsdifferenz der Bilder durch ein Gradientenabstiegsverfahren minimiert (Miller *et al.*, 1993; Christensen *et al.*, 1994). Da dieser Ansatz nur für kleine Deformationen gültig ist, wird im dritten Schritt ein Flüssigkeitstransformationsmodell verwendet, das große und nicht-lineare Transformationen erlaubt (Christensen *et al.*, 1996). Dieser Ansatz ist sehr rechenzeitaufwendig. Neuere Verfahren beziehen die inverse Transformation bei der Berechnung der Zielfunktion mit ein (Christensen und Johnson, 2001; Christensen, 2004; Geng *et al.*, 2005; Leow *et al.*, 2005), um eine Symmetrie zwischen Quell- und Ziellandmarken zu erreichen. Cachier und Rey (2000) haben gezeigt, dass invers inkonsistente Verfahren (engl. *inversely inconsistent approaches*) die Ausdehnung von Bildregionen stärker bestrafen als die Schrumpfung von Bildregionen.

2.3.2 Transformationen mit regulären Gitterpunkten

Im Gegensatz zu den in Abschnitt 2.3.1 vorgestellten Verfahren werden bei diesen Registrierungsverfahren die Bilder mit einem regulären Gitter überlagert. An den Schnittpunkten der Gitterlinien liegen sogenannte Kontrollpunkte. Die Auslenkung dieser Kontrollpunkte sind die Freiheitsgrade der Transformation. Die Auslenkung der Punkte erfolgt dabei so, dass die Quelllandmarken iterativ auf die Ziellandmarken abgebildet werden. Zu diesem Ansatz gehören die Arbeiten von Szeliski und Lavallée (1996), Subsol *et al.* (1998) und Amini *et al.* (1996,

1998a,b,c).

Szeliski und Lavallée (1996) schlagen eine Kostenfunktion vor, die ein quadratisches Distanzmaß zwischen Quell- und Ziellandmarke zusammen mit einem Regularisierungsterm minimiert. Die Ziellandmarke wird durch eine Distanztransformation repräsentiert, während die Quelllandmarkenfläche durch eine große Anzahl von Oberflächenabtastpunkten dargestellt wird. Zur Reduzierung der Parameterzahl werden die Kontrollpunkte nach dem Verfahren der *Octree-Splines* verteilt. Die Kostenfunktion wird durch den Levenberg-Marquardt-Algorithmus minimiert.

Der Ansatz von Subsol *et al.* (1998) ähnelt dem von Szeliski und Lavallée (1996), wobei hier jedoch durch Abtastpunkte dargestellte Kammlinien (engl. *ridge/crest lines*) registriert werden. Während der iterativen Minimierung wird der Glättungsparameter des Regularisierungsterms von 'sehr starr' bis 'sehr verformbar' variiert.

Amini *et al.* (1996, 1998a,b,c) schlagen ein Verfahren vor, das die TPS-Energie numerisch minimiert. Zusätzlich zu der Biegeenergie und den Distanzen zwischen den Koordinaten der Quell- und Zielpunktlandmarken wird zu der Kostenfunktion eine Summe von Differenzen zwischen den Endpunkten von freien Federn addiert. Der Ansatz wird zur Registrierung von Zeitfolgen markierter 2D MRT-Bilder (engl. *tagged MR images*) des menschlichen Herzens verwendet.

2.3.3 Biomechanische Modellierung

Für die in diesem Abschnitt vorgestellten Verfahren liegt der Schwerpunkt auf einer biomechanischen Modellbildung. Sehr häufig wird dabei die Finite-Elemente-Methode (FEM) verwendet. Die Ansätze modellieren meistens Objekteigenschaften in unterschiedlichen Bildbereichen. So geht der eigentlichen Registrierung eine Segmentierung voraus, die das Bild in z.B. 'starrer', 'flüssige' und 'elastische' Bereiche unterteilt. Für diese Objekteigenschaften modelliert das Verfahren verschiedene Funktionen oder Registrierungsparameter. Die Anzahl der freien Parameter ist sehr groß und der Rechenaufwand ist hoch. Die Korrespondenz von Landmarken, insbesondere bei höherdimensionalen Landmarken wie Linien oder Flächen, muss jedoch meistens durch Vorverarbeitungsschritte oder ergänzende Verfahren hergestellt werden.

Zu dieser Gruppe von Verfahren gehören die Ansätze von Davatzikos (1996, 1997), Edwards *et al.* (1997, 1998), Kyriacou und Davatzikos (1998), Kyriacou *et al.* (1997, 1999), Peckar (1998); Peckar *et al.* (1999) und Hagemann *et al.* (2000); Hagemann (2001).

Edwards *et al.* (1997, 1998) schlagen ein Drei-Komponenten-Modell vor, das die Bereiche 'fest', 'flüssig' und 'elastisch' unterscheidet. Dabei wird bei der Registrierung eine Systemenergie berechnet, die sich aus Modellenergie und Verformung der Quelle zusammensetzt. Die Modellenergie setzt sich dabei aus einfach modellierten Steifigkeits-, Drehbewegungs-, Feder-, Flächenenergien und einer Topologieerhaltungsenergie zusammen. Die Minimierung erfolgt durch die Konjugierte-Gradienten-Methode (Press *et al.*, 1988).

Die Ansätze von Davatzikos (1996, 1997), Kyriacou und Davatzikos (1998), Kyriacou *et al.* (1997, 1999), Peckar (1998); Peckar *et al.* (1999) und Hagemann *et al.* (1999, 2000); Hagemann (2001); Hagemann *et al.* (2002) beschreiben FEM-Modelle. Davatzikos verwendet zur Korre-

spondenzfindung in 2D aktive Konturen (engl. *active contours*), die in Davatzikos und Prince (1995, 1996) beschrieben sind, oder Oberflächenmodelle, um kortikale Strukturen zu beschreiben (Davatzikos und Bryan, 1995, 1996). Peckar *et al.* (1999) stellen einen parameterfreien Ansatz vor, bei dem im Gegensatz zu den Ansätzen von Davatzikos keine Elastizitätsparameter λ und μ angegeben werden müssen. Hagemann *et al.* (1999); Hagemann (2001); Hagemann *et al.* (2002) entwickelten einen FEM-Ansatz, bei dem erstmals flüssige und elastische Strukturen zusammen modelliert werden können.

Neben der FEM ist auch die BEM (engl. *boundary element method*) für die elastische Bildregistrierung eingesetzt worden. Ecabert *et al.* (2003) entwickelten ein Verfahren für die Neurochirurgie basierend auf BEM und der Modellierung unterschiedlicher Materialeigenschaften. Gladilin *et al.* (2006) verglichen FEM und BEM und stellen deren Vor- und Nachteile gegenüber.

Erfahrungen und Diskussionen mit der Anwendung verschiedener biomechanischer Verfahren bei der Registrierung zur intraoperativen Bildkorrektur in der Neurochirurgie haben Warfield *et al.* (2005) und Hawkes *et al.* (2005) zusammengestellt.

2.4 Motivation für die Weiterentwicklung der Registrierung basierend auf RBF

Die in Abschnitt 2.3 vorgestellten Klassen von elastischen Registrierungsverfahren unterscheiden sich in ihrer Komplexität, wobei diese ausgehend von den einfacheren Transformationen mit Funktionsparametern, über die Transformationen mit regulären Gitterpunkten bis hin zu der biomechanischen Modellierung zunimmt. Andererseits können mit komplexeren Verfahren auch komplexere Fragestellungen der elastischen Registrierung adressiert werden.

In dieser Arbeit werden elastische Registrierungsverfahren basierend auf RBF entwickelt, die nicht so eine hohe Parameteranzahl wie Transformationen mit regulären Gitterpunkten oder biomechanische Modelle haben, aber trotzdem das Potential bieten, spezielle, komplexere Registrierungsaufgaben zu lösen, wie z.B. die Registrierung mit Linien- und Flächenlandmarken. Neben der Entwicklung der Verfahren werden ihre Einsatzmöglichkeiten anhand realer Registrierungsanwendungen demonstriert.

Kapitel 3

Elastische Registrierung mit Punktlandmarken und Richtungen

3.1 Motivation

Ein Nachteil der elastischen Registrierung basierend auf Punktlandmarken besteht in der Auswahl einer genügend großen Anzahl an Punktlandmarken als Eingabe für das elastische Registrierungsverfahren. Auf der einen Seite wünscht sich der Anwender eine genügend große Anzahl und eine ausgewogene Verteilung der Landmarken, welche alle Bilddifferenzen zwischen Quell- und Zielbild beschreiben, so dass ein hinreichend gutes Registrierungsergebnis erzielt wird, während andererseits in einigen Bildbereichen nicht genügend Landmarken definiert werden können. Zum Problem der Definition von Landmarken z.B. im menschlichen Kopf siehe beispielsweise die Studie von Rohr und Stiehl (1997), aus der sich ergibt, dass die Anzahl der intrinsischen Punktlandmarken begrenzt ist.

In diesem Kapitel wird eine Erweiterung des Punktlandmarkenansatzes zur Registrierung um die Einbeziehung von Attributen an Punktlandmarken vorgestellt. Als Attribute werden Richtungen an Punktlandmarken verwendet, wobei man sich unter einer Richtung einen Vektor (-pfeil) an den Punktlandmarken vorstellen kann. Bei der Registrierung werden dann nicht nur korrespondierende Punkte aufeinander abgebildet, sondern auch korrespondierende Richtungen an den Landmarken. Während durch die Vorgabe eines korrespondierenden Punktlandmarkenpaares die Transformationsfunktion so beschränkt wird, dass diese beiden Punkte aufeinander abgebildet werden, wird durch die zusätzliche Festlegung der Richtung an Punktlandmarken der Lösungsraum der Transformationsfunktionen weiter eingeschränkt, so dass auch beide Richtungen korrespondieren. Teile dieses Kapitels sind bereits in Fornefett *et al.* (1998a,b,c) und Rohr *et al.* (1999a, 2003) veröffentlicht worden.

Mit der Vorgabe von Richtungen (engl. *orientations* oder *directions*) an einem Bildelement B im Quellbild und dem korrespondierenden Bildelement B' im Zielbild werden die benachbarten Bildelemente von B' in ihrer Lage festgelegt. Dieser Einfluss wird weiter unten am Beispiel einer Kontur in den zu registrierenden Bildern verdeutlicht.

Bestimmung der Richtungen aus den Bilddaten

Richtungen werden in 2D und in 3D durch Vektoren an Landmarken beschrieben. Für den Fall, dass eine Isokonturlinie durch die zugehörige Punktländermarke verläuft, an der eine Richtung aus dem Bild abgeleitet werden soll, kann eine Richtung aus den Bilddaten bestimmt werden: Beispielsweise kann die Tangente der Isokonturlinie an der Punktländermarke verwendet werden. Für das Registrierungsverfahren gilt, dass korrespondierende Richtungen im Quell- und Zielbild aufeinander abgebildet werden sollen. Diese Bedingung an die Transformationsfunktion, dass eine Richtung im Quellbild mit einer Richtung im Zielbild korrespondiert, wird im Folgenden mit Hilfe von Tangenten an Kurven in Bildern erklärt.

In der Tat ist die Bestimmung einer Richtung durch eine Isokonturlinie möglich und auch sinnvoll für ein Registrierungsverfahren, denn die Ausrichtung gleicher Konturen im Quell- und Zielbild erhöht die Ähnlichkeit der Bilder nach Anwendung der Registrierungsfunktion auf das Quellbild. Für den Fall, dass keine Isokonturlinie in der Punktländermarke vorliegt, sind andere Verfahren zur Bestimmung einer Richtung anzuwenden, z.B. die Festlegung einer Richtung als gedachte Verbindungslinie zu einer anderen Punktländermarke.

Für die folgenden Erklärungen wird aber angenommen, dass eine Isokonturlinie durch die Punktländermarke verläuft.

Andere Arbeiten zur Einbindung von Richtungen

Es sind unterschiedliche Ansätze zur Einbindung von Richtungen an Punktländernmarken in Registrierungsverfahren entwickelt worden. Bookstein und Green (1993a,b) benutzen die Methode der finiten Differenzen (engl. *finite differences*), um Kanten (engl. *edges*) in ihren auf Punktländermarken-basierten Ansatz einzubinden. Diese Kanten sind definiert als der Verbindungsvektor zwischen zwei Landmarken 1 und 2, wobei die Ländermarke 1 als Ausgangsländermarke dienen soll, der die Kante zugeordnet wird. Der Abstand δ beider Landmarken 1 und 2 soll möglichst klein werden. In diesem Sinne kann die Kante als Sekante verstanden werden, die für $\delta \rightarrow 0$ die Tangente approximiert (siehe Abb. 3.1). Diese Kanten repräsentieren Richtungen an Landmarken und sind das erste Mal in einem Registrierungsverfahren verwendet worden. Bei diesem Verfahren wird die Richtungsinformation (hilfsweise) durch zwei Punktländermarken approximiert. Als Registrierungsverfahren wird das Interpolationsverfahren der *thin-plate splines* (TPS) nur basierend auf Punktländermarken verwendet. Dieses ist möglich, da Richtungen – wie oben erwähnt – durch zwei Punktländermarken dargestellt werden.

Die Koeffizienten der Transformationsfunktion sind eine Funktion des Parameters δ : Für $\delta = 0$ fallen die zwei Ländermarkepositionen zusammen und die Kante schrumpft zu einem Punkt. Aus diesem Grund ist ein Wert $\delta > 0$ notwendig, um Richtungsinformation einzubinden. Dieses Verfahren hat den Nachteil, dass es von einem Parameter δ abhängig ist und dass kein Grenzwert für das Interpolationsverfahren für $\delta \rightarrow 0$ existiert (siehe hierzu auch die Ausführungen von Mardia *et al.* (1996, §7, Seite 215f)).

Mardia und Little (1994); Mardia *et al.* (1996) benutzen die sogenannte *Kriging*-Methode, ein Schätzverfahren aus der Geostatistik zur Schätzung von geographischen Daten wie z.B. der Erzgehaltverteilung anhand einiger Probebohrungen, welches angewandt auf die Bildregistrie-

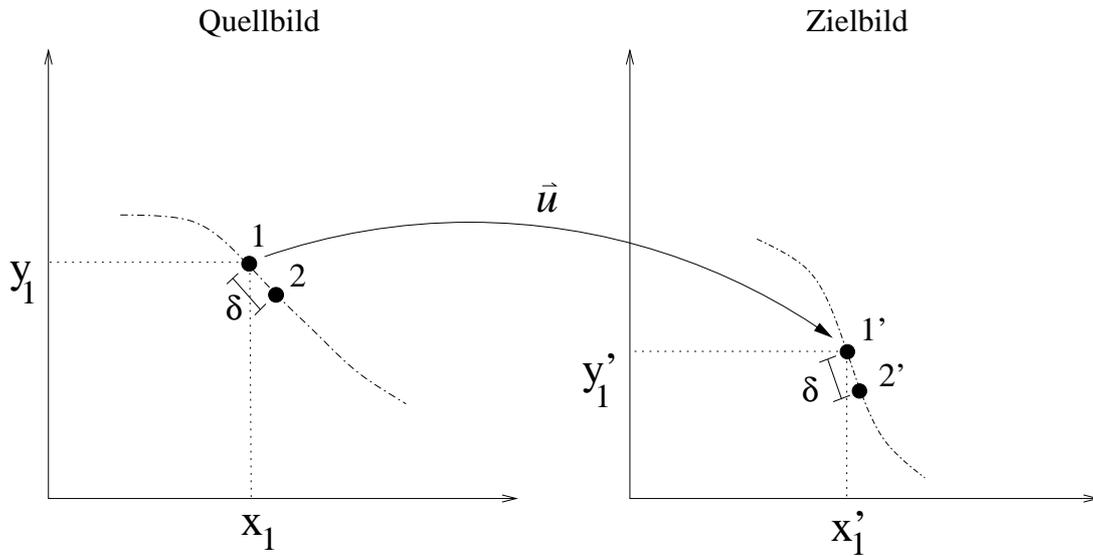


Abbildung 3.1: Einbindung von Kanten: Die Transformationsfunktion u transformiert die Landmarke 1 von dem Ort (x_1, y_1) zum Ort (x'_1, y'_1) . Um die Kontur in beiden Bildern in der direkten Nachbarschaft der Landmarken 1 und 1' in Korrespondenz zu bringen, wird eine Kante benötigt: Eine weitere Landmarke 2 wird auf der Kontur in einer Entfernung δ von der Landmarke 1 (Quellbild) benutzt. Ihre korrespondierende Landmarke 2' befindet sich auf der Kontur im Zielbild ebenfalls in einer Entfernung δ von der Landmarke 1' (Zielbild).

rung die Einbindung von Richtungsinformationen erlaubt. Im Gegensatz zu dem Ansatz von Bookstein und Green (1993a,b) werden hier exakte Richtungen (im Sinne von Tangenten) in das Registrierungsverfahren eingebunden, welches in diesem Fall zu einer analytischen Lösung ohne einen zusätzlichen freien Parameter δ führt. So werden sowohl Landmarken als auch Richtungen durch das Verfahren exakt interpoliert. Um im Folgenden die von den Autoren verwendeten Richtungsattribute in der Registrierungsfunktion u zu motivieren, werden als Hilfskonstrukt Bildkonturen als Kurvenfunktionen eines Parameters t betrachtet: $\phi(t)$ und $\psi(t) = u(\phi(t))$ seien Kurven im Quell- bzw. im Zielbild (siehe Abb. 3.2). Im weiteren wird angenommen, dass für $t = t_0$ die Position der Landmarken auf den Kurven bestimmt ist. Dann können die Tangenten der Kurve durch die Ableitungen nach t berechnet werden:

$$\left. \frac{d\phi(t)}{dt} \right|_{t=t_0} = \mathbf{s}, \quad \left. \frac{d\psi(t)}{dt} \right|_{t=t_0} = \mathbf{e}. \quad (3.1)$$

Der zweite Term kann durch die Kettenregel für Ableitungen erweitert werden:

$$\left. \frac{d\psi(t)}{dt} \right|_{t=t_0} = \left. \frac{d\mathbf{u}(\phi(t))}{dt} \right|_{t=t_0} \quad (3.2)$$

$$= \nabla_x \mathbf{u}(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\phi(t_0)} \left. \frac{d\phi(t)}{dt} \right|_{t=t_0}. \quad (3.3)$$

Da \mathbf{u} ein Vektor ist, ist $\nabla_x \mathbf{u}$ eine Jakobimatrix und der Term der rechten Seite von Gleichung (3.3) ist ein Vektor, dessen Komponenten Summen sind. Er ist als Produkt einer Matrix mit einem Vektor geschrieben. Werden die Ableitungen aus (3.1) in (3.3) substituiert und wird der Vektor \mathbf{s} zusammen mit ∇_x in einen skalaren Operator – angewandt auf \mathbf{u} – zusammengefasst, so ergibt sich:

$$\mathbf{e} = (\nabla_x \mathbf{u}(\mathbf{x}))|_{\mathbf{x}=\phi(t_0)} \cdot \mathbf{s} \quad (3.4)$$

$$= ((\mathbf{s}^T \nabla_x) \mathbf{u}(\mathbf{x}))|_{\mathbf{x}=\phi(t_0)}. \quad (3.5)$$

Jetzt können die Bedingungen für eine Registrierungsaufgabe einschließlich der Richtungen wie folgt formuliert werden:

$$\text{Punktländer:} \quad \mathbf{u}(\mathbf{p}_i) = \mathbf{q}_i, \quad i = 1 \dots n, \quad (3.6)$$

$$\text{Richtungen:} \quad (\mathbf{s}_j^T \nabla) \mathbf{u}(\mathbf{p}'_j) = \mathbf{e}_j, \quad j = 1 \dots n_\theta, \quad (3.7)$$

wobei \mathbf{p}'_j beliebige Punkte, aber nicht notwendigerweise Landmarken sind. Diese Herleitung bzgl. Richtungen ist auch in Mardia *et al.* (1996) gegeben. Richtungsvektoren müssen bei diesem Ansatz Einheitsvektoren sein (Mardia *et al.*, 1996).

Die Transformationsfunktion ist eine gewichtete Summe verschiedener Basisfunktionen und ihrer Ableitungen (siehe Mardia *et al.* (1996, Gleichung (3.2), Seite 211)). Für den 2D Fall und für die Einbindung von Ableitungen erster Ordnung ($p = 1$) als Richtungen müssen diese Basisfunktionen mindestens von der Ordnung 3 sein, d.h. $U(\mathbf{x}) = |\mathbf{x}|^3$, weil für den freien Parameter α dieser Basisfunktionen gilt: $\alpha > p$, also $\alpha_{\min} = 3/2$ (siehe Mardia *et al.* (1996, §3, Seite 211)). Mardia und Little benutzten Ableitungen erster Ordnung (Richtungen) und zweiter Ordnung. Bei der Ableitung zweiter Ordnung handelt es sich um eine Erweiterung dieses Verfahrens, nämlich um die Einbindung von Krümmungseigenschaften als weiteres Attribut an Landmarken.

3.2 Einbindung von Richtungen in ein Minimierungsfunktional

In diesem Abschnitt wird ein neuer Ansatz zur Einbindung von Richtungen in ein elastisches Registrierungsverfahren beschrieben. Dabei wird in Abschnitt 3.2.1 die Bedingung zur Einbindung von Richtungen in das elastische Registrierungsverfahren dargestellt und in Abschnitt 3.2.2 die Theorie des elastischen Registrierungsverfahrens mit Richtungen erläutert.

3.2.1 Richtungsbedingungen formuliert als Skalarprodukt

Das Verfahren von Mardia und Little (1994); Mardia *et al.* (1996) hat den Nachteil, dass aufgrund der verwendeten Einheitsvektoren die Transformationsfunktion \mathbf{u} die Einheitsvektoren, die die Richtung anzeigen, im Quellbild nicht verlängern oder verkürzen darf (siehe Abschnitt 3.1). Aus diesem Grund müssen das Quell- und Zielbild die gleiche Bildgröße besitzen oder

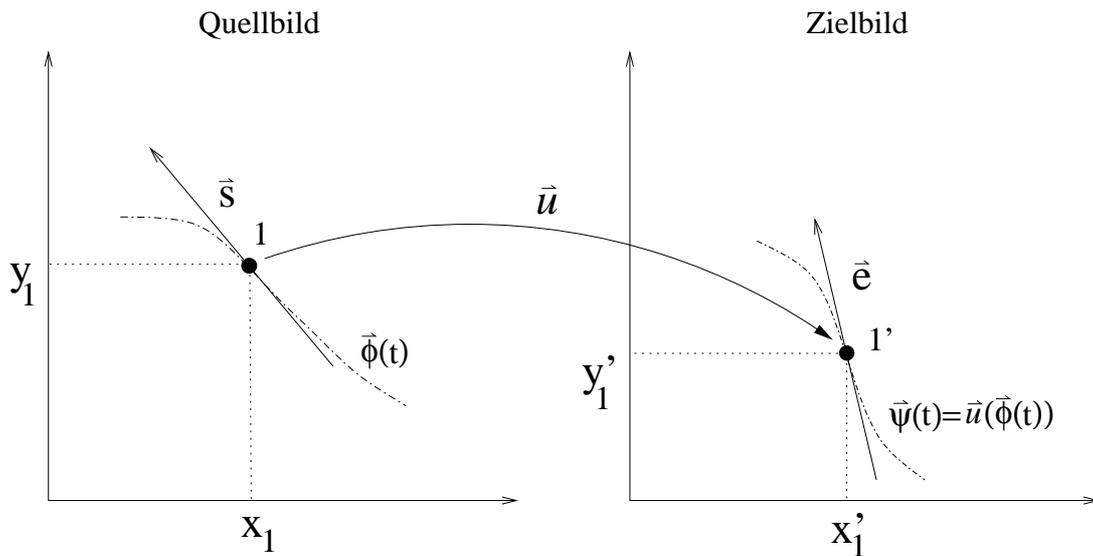


Abbildung 3.2: Einbindung von Richtungen: Die Transformationsfunktion u transformiert die Landmarke 1 von dem Ort (x_1, y_1) zum Ort (x'_1, y'_1) . Um die Kontur in beiden Bildern in der direkten Nachbarschaft der Landmarken 1 und 1' in Korrespondenz zu bringen, wird eine Richtung eingebunden: Die Tangenten s und e im Quell- bzw. Zielbild werden durch folgende Bedingung für die Richtungen in Übereinstimmung gebracht: $(s^T \nabla) u(x_1, y_1) = e$.

durch einen Vorverarbeitungsschritt in die gleiche Bildgröße skaliert werden, bevor die Richtungen eingebunden werden, weil für die Richtungen in den Bildern keine Verlängerung oder Verkürzung der Bildkoordinaten erlaubt ist.

Die folgende Richtungsbedingung wird vorgeschlagen, die anstatt Gleichung (3.7) verwendet werden soll, um Richtungen aufeinander abzubilden:

$$\text{Richtungsbedingungen mit Skalarprodukt: } (s_j^T \nabla) u(p'_j) \cdot e_j^\perp = 0, \quad j = 1 \dots n_\theta, \quad (3.8)$$

wobei $(s_j^T \nabla) u(p'_j)$ die transformierte Richtung des Quellbildes und e_j^\perp der senkrechte Vektor zu der korrespondierenden Richtung im Zielbild ist (siehe dazu Abbildung 3.3). Das Skalarprodukt ist Null, wenn die transformierte Richtung im Quellbild parallel zu der korrespondierenden Richtung im Zielbild ist, bzw. wenn der Winkel zwischen der transformierten Richtung und der Senkrechten des korrespondierenden Richtungsvektors im Zielbild 90° beträgt. Das Skalarprodukt ist jedoch unabhängig von der Länge der Vektoren s und e Null, auch dann, wenn durch die Transformationsfunktion u am Punkt p'_j das Quellbild skaliert wird, d.h. Quell- und Zielbild müssen nicht von gleicher Bildgröße sein.

3.2.2 Splinebasierte Interpolation durch Anwendung beschränkter linearer Funktionale im Hilbertraum

Um die Bedingung der Richtungen aus (3.8) in ein Registrierungsverfahren einzubinden, wird die Methode der orthogonalen Projektion in Hilberträumen verwendet. Dabei sind die Spline-

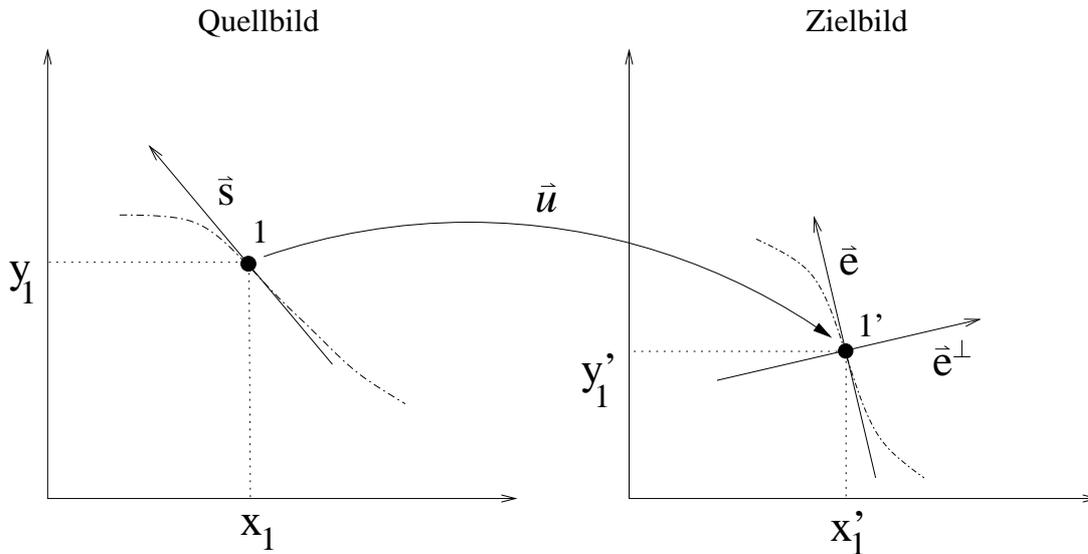


Abbildung 3.3: Einbindung von Richtungen: Die Transformationsfunktion u transformiert die Landmarke 1 von dem Ort (x_1, y_1) zum Ort (x'_1, y'_1) . Um die Kontur in beiden Bildern in der direkten Nachbarschaft der Landmarken 1 und 1' in Korrespondenz zu bringen, wird eine Richtung eingebunden: Die Tangenten \vec{s} und \vec{e} im Quell- bzw. Zielbild werden durch folgende Bedingung für Richtungen in Übereinstimmung gebracht: $(\vec{s}^T \nabla) \mathbf{u}(x_1, y_1) \cdot \vec{e}^\perp = 0$.

funktionen die Repräsentanten (engl. *representers*) bestimmter beschränkter linearer Funktionale in zugehörigen Hilberträumen oder Semi-Hilberträumen. Die Beschränktheit der Funktionale wird vorausgesetzt, damit diese Elemente des Hilbertraumes sein können (siehe dazu die Ausführungen von Wahba (1990, §1.2 - 1.3, Seite 5ff) und Mardia *et al.* (1996, §2, Seite 208ff)). Durch diese Methode ist es möglich, einen weiten Bereich an Funktionalen zu verwenden, um so die Richtungsbedingungen einbinden zu können, solange man darauf achtet, dass beschränkte Funktionale zum Einsatz kommen. Damit im Fall von TPS-Funktionen die Funktionale mit Richtungsableitungen der Ordnung p beschränkt bleiben, ist eine weitere Bedingung einzuhalten, nämlich die, dass die Potenz in der Basisfunktion des TPS größer als $2p$ ist. Später wird auf diese Bedingung zurückgekommen.

Für eine detaillierte Beschreibung dieser Beziehung zwischen Splines und Hilberträumen mit reproduzierendem Kern (engl. *Hilbert spaces with reproducing kernel*) siehe z.B. De Boor und Lynch (1966).

Wenn \mathbf{L}_i jetzt die oben erwähnten beschränkten Funktionale des Hilbertraumes sind, für die sich im einfachsten Fall $\mathbf{L}_i \mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{p}_i)$ ergibt, und \mathbf{v}_i die Zielwerte des Interpolationsproblems, in dem oben zugehörigen Fall $\mathbf{v}_i = \mathbf{q}_i$, und σ_i optionale Gewichtungswerte sind, dann wird in dem entwickelten Verfahren die gesuchte Transformationsfunktion $\mathbf{u} : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ durch ein Gesamtfunktional beschrieben, das sie minimiert:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(\mathbf{v}_i - \mathbf{L}_i \mathbf{u})^2}{\sigma_i^2} + \lambda J_m^d(\mathbf{u}), \quad (3.9)$$

welches auch wie folgt geschrieben werden kann:

$$\frac{1}{dn + (d-1)n_\theta} \left(\sum_{i=1}^n (\mathbf{q}_i - \mathbf{u}(\mathbf{p}_i))^2 + \sum_{i=1}^{n_\theta} \sum_{j=1}^{d-1} ((\mathbf{d}_i^T \nabla) \mathbf{u}^T(\mathbf{p}_{\theta_i}) \mathbf{e}_{i,j}^\perp)^2 \right) + \lambda J_m^d(\mathbf{u}), \quad (3.10)$$

wobei n für die Anzahl der Paare der Punktlandmarken $(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i)$ steht und d die Bilddimension ist. n_θ ist die Anzahl der Richtungen \mathbf{d}_i an den Orten \mathbf{p}_{θ_i} im Quellbild. Die Vektoren $\mathbf{e}_{i,j}^\perp, j = 1 \dots d-1$ sind senkrecht zu den korrespondierenden Richtungen \mathbf{e}_i an den Orten \mathbf{q}_{θ_i} im Zielbild. $J_m^d(\mathbf{u})$ ist der Biegeenergieterm, der bereits in Wahba (1990); Sprengel *et al.* (1996); Rohr *et al.* (1996) beschrieben wurde

$$J_m^d(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha_1 + \dots + \alpha_d = m} \int_{\mathbb{R}^d} \frac{m!}{\alpha_1! \dots \alpha_d!} \left(\frac{\partial^m \mathbf{u}(\mathbf{x})}{\partial x_1^{\alpha_1} \dots \partial x_d^{\alpha_d}} \right)^2 d\mathbf{x}. \quad (3.11)$$

Der zweite Term in (3.10) ist ein Skalarprodukt von $(\mathbf{d}_i^T \nabla) \mathbf{u}(\mathbf{p}_{\theta_i})$ mit den Vektoren $\mathbf{e}_{i,j}^\perp$. Der transformierte Quellvektor $(\mathbf{d}_i^T \nabla) \mathbf{u}(\mathbf{p}_{\theta_i})$ ist senkrecht zu den Zielvektoren $\mathbf{e}_{i,j}^\perp$, so dass sein Beitrag zum Funktional gleich Null ist.

Die Wahl von Vektoren aus dem Orthogonalraum hat den Vorteil, dass das korrespondierende Skalarprodukt Null ist, und zwar unabhängig von der Länge der Vektoren. In der Regel müssen $d-1$ senkrechte Vektoren zu dem Zielrichtungsvektor bestimmt werden, um die Richtung des transformierten Quellrichtungsvektors in Bezug auf den Zielrichtungsvektor festzulegen. Die Anzahl dieser Vektoren ist dann geringer, wenn ein Richtungsvektor nicht auf einen anderen Richtungsvektor festgelegt werden soll, sondern auf eine Ebene, was mit diesem Verfahren auch möglich ist. Die Landmarkenpaare $(\mathbf{p}_{\theta_i}, \mathbf{q}_{\theta_i})$ mit Richtungen können, müssen aber nicht notwendigerweise, eine Untermenge der Landmarkenpaare $(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i)$ sein.

In diesem erweiterten Registrierungsschema sind die Funktionale \mathbf{L}_i und ihre korrespondierenden Datenwerte v_i wie folgt definiert:

$$L_{i,j} \mathbf{u} = \mathbf{u}^T(\mathbf{p}_i) \varepsilon_j \quad i = 1 \dots n, j = 1 \dots d \quad (3.12)$$

$$v_{i,j} = \mathbf{q}_i^T \varepsilon_j \quad i = 1 \dots n, j = 1 \dots d \quad (3.13)$$

$$L_{\theta,i,j} \mathbf{u} = (\mathbf{d}_i^T \nabla) \mathbf{u}^T(\mathbf{p}_{\theta_i}) \mathbf{e}_{i,j}^\perp \quad i = 1 \dots n_\theta, j = 1 \dots d-1 \quad (3.14)$$

$$v_{\theta,i,j} = 0 \quad i = 1 \dots n_\theta, j = 1 \dots d-1, \quad (3.15)$$

wobei $\varepsilon_j, j = 1 \dots d$ kanonische Basisvektoren von \mathbb{R}^d sind.

Die Anwendung des Splinetheorems¹ aus Wahba (1990, Theorem 1.3.1, Seite 11) und Wahba (1992, RKHS von vektorbasierten Funktionen, Kap. 6, Seite 106) ergibt die folgende Lösung:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^d a_{k,j} \phi_k(\mathbf{x}) \varepsilon_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^d w_{1,i,j} U(\mathbf{x} - \mathbf{p}_i) \varepsilon_j - \sum_{i=1}^{n_\theta} \sum_{j=1}^{d-1} w_{2,i,j} (\mathbf{d}_i^T \nabla) U(\mathbf{x} - \mathbf{p}_{\theta_i}) \mathbf{e}_{i,j}^\perp, \quad (3.16)$$

wobei ϕ_1, \dots, ϕ_M die Basisfunktionen des korrespondierenden Nullraumes der Dimension M sind. Die Vektoren $\mathbf{a} = (a_{1,1}, a_{1,2}, \dots, a_{1,d}, a_{2,1}, \dots, a_{M,d})$ und $\mathbf{w} = (w_{1,1,1}, w_{1,1,2}, \dots, w_{1,n,d}, \dots, w_{2,1,1}, \dots, w_{2,n_\theta,d-1})$ sind die Lösungen des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}\mathbf{w} + \mathbf{P}\mathbf{a} &= \mathbf{v} \\ \mathbf{P}^T \mathbf{w} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.17)$$

mit

$$K_{(i-1)d+j, (k-1)d+l} = U(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k) \varepsilon_j^T \varepsilon_l \quad (3.18)$$

$$i, k \leq n, \quad j, l \leq d$$

$$K_{nd+(i-1)(d-1)+j, (k-1)d+l} = (\mathbf{d}_i^T \nabla) U(\mathbf{p}_{\theta_i} - \mathbf{p}_k) \mathbf{e}_{i,j}^{\perp T} \varepsilon_l \quad (3.19)$$

$$i \leq n_\theta, \quad j \leq d-1, \quad k \leq n, \quad l \leq d$$

$$K_{(i-1)d+j, nd+(k-1)(d-1)+l} = -(\mathbf{d}_k^T \nabla) U(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{\theta_k}) \varepsilon_j^T \mathbf{e}_{k,l}^\perp \quad (3.20)$$

$$i \leq n, \quad j \leq d, \quad k \leq n_\theta, \quad l \leq d-1$$

$$K_{nd+(i-1)(d-1)+j, nd+(k-1)(d-1)+l} = -(\mathbf{d}_k^T \nabla) (\mathbf{d}_i^T \nabla) U(\mathbf{p}_{\theta_i} - \mathbf{p}_{\theta_k}) \mathbf{e}_{i,j}^{\perp T} \mathbf{e}_{k,l}^\perp \quad (3.21)$$

$$i, k \leq n_\theta, \quad j, l \leq d-1$$

und

$$P_{(i-1)d+j, (k-1)d+l} = \phi_k(\mathbf{p}_i) \varepsilon_j^T \varepsilon_l \quad (3.22)$$

$$i \leq n, \quad j \leq d, \quad k \leq M, \quad l \leq d$$

$$P_{nd+(i-1)(d-1)+j, (k-1)d+l} = (\mathbf{d}_i^T \nabla) \phi_k(\mathbf{p}_{\theta_i}) \mathbf{e}_{i,j}^{\perp T} \varepsilon_l \quad (3.23)$$

$$i \leq n_\theta, \quad j \leq d-1, \quad k \leq M, \quad l \leq d.$$

Wie oben erwähnt, muss das Funktional \mathbf{L}_i beschränkt sein. In diesem Fall der Registrierung von 2D- und 3D-Bildern und der Verwendung von Ableitungen höchstens erster Ordnung als Richtungen in den Funktionalen \mathbf{L}_i ergeben sich als Basisfunktionen die kubischen Splines $U(\mathbf{x}) = |\mathbf{x}|^3$ als einzig mögliche Funktionen für $U(\mathbf{x})$, um ein beschränktes Funktional \mathbf{L}_i zu erhalten (Mardia *et al.*, 1996, §3, Seite 211).

¹Es wird hier die allgemeine Form des Theorems mit den „Auswertefunktionalen“ \mathbf{L}_i verwendet. Die Elemente \mathbf{u} des Hilbertraumes sind TPS. Die Beschränkung der Funktionalen mit Ableitungen erster Ableitung $p = 1$ wird durch eine genügend große Potenz 3 ($> 2p$) der TPS-Basisfunktionen sichergestellt.

3.3 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden experimentelle Ergebnisse des Registrierungsverfahrens mit Punktlandmarken und Richtungen vorgestellt. Es werden sowohl Experimente an synthetischen als auch an tomographischen Bildern beschrieben werden. Der Schwerpunkt dieser Experimente liegt dabei auf der Demonstration der prinzipiellen Verwendbarkeit des Verfahrens. Es wird dabei kein Wert auf komfortable Eingabemöglichkeiten der Richtungen gelegt, die man in einem Anwendersystem erwarten würde. Ebenso wird hier auf die Anwendung von Verfahren verzichtet, die die Richtungen automatisch berechnen, z.B. anhand von Isokonturen oder Gradientenrichtungen an Punkten in Bildern.

3.3.1 Erhalt von starren Bereichen in einem elastischen Registrierungsverfahren

In medizinischen Bilddaten ist es häufig wichtig, zwischen starren und elastischen Bereichen zu unterscheiden. So können z.B. die Knochen in den Bilddaten als starre Bereiche aufgefasst werden, während das Weichteilgewebe als elastisch betrachtet wird. Entsprechend stellt sich an das elastische Registrierungsverfahren die Frage, ob es innerhalb der elastischen Verformungen der Weichteilgewebe möglich ist, die starren Bereiche, d.h. die Knochen, annähernd starr, d.h. ohne innere Verformungen, aufeinander zu registrieren. In dem folgenden Experiment an 3D synthetischen Daten soll untersucht werden, inwieweit Richtungen als Attribute an Punktlandmarken geeignet sind, starre Bereiche innerhalb des oben dargestellten elastischen Registrierungsverfahrens zu registrieren. Bei diesem Registrierungsverfahren mit Punktlandmarken und ihren Attributen, den Richtungen, erfolgt die Registrierung der starren Bereiche *ohne ihre vorherige vollständige Segmentierung*. Hierbei steht das hier dargestellte Verfahren im Gegensatz zu anderen in der Literatur vorgestellten Verfahren, die elastische und starre Registrierung verbinden, wie beispielsweise (Little *et al.*, 1997). Bei diesem Verfahren müssen die starr und die elastisch zu registrierenden Bereiche vollständig segmentiert werden, um registriert werden zu können. Dieses ist auch bei dem Verfahren von Loeckx *et al.* (2004) der Fall, wobei hier der Erhalt der starr zu registrierenden Bereiche nicht durch lokale starre Funktionen, sondern durch eine Registrierungsfunktion erreicht wird, die mittels einer Bedingung basierend auf der Jakobimatrix elastische Verformungen an den starr zu registrierenden Bereichen „bestraft“.

Abb. 3.4 zeigt die Verschiebung (a) und (b) eines Würfels um jeweils 60 Bildvolumenelemente in jede Bildrichtung als auch die Rotation (c) und (d) von 60° um die Raumdiagonale. Die Seitenlänge des Würfels beträgt 60 Bildvolumenelemente und die des Bildes 301 Bildvolumenelemente. Beide Bewegungen simulieren Verschiebungen bzw. Drehungen in medizinischen Bildern von Objekten, die in ihrer Form erhalten bleiben sollen. In allen Bildern sind die Würfelkanten des Quellbildes als Umrisse gezeigt. Daneben zeigen alle vier Bilder die transformierten Quellbilder mit der jeweils berechneten Transformationsfunktion $u(\mathbf{x})$ der Registrierung. Es werden 8 Punktlandmarken in den Ecken der Bilder als auch 8 Objektpunktlandmarken auf den Ecken des Würfels verwendet. Die Landmarken in den Ecken des Bildes werden nicht bewegt. Sie dienen dazu, das gesamte Bild bei der Registrierung zu fixieren, da es

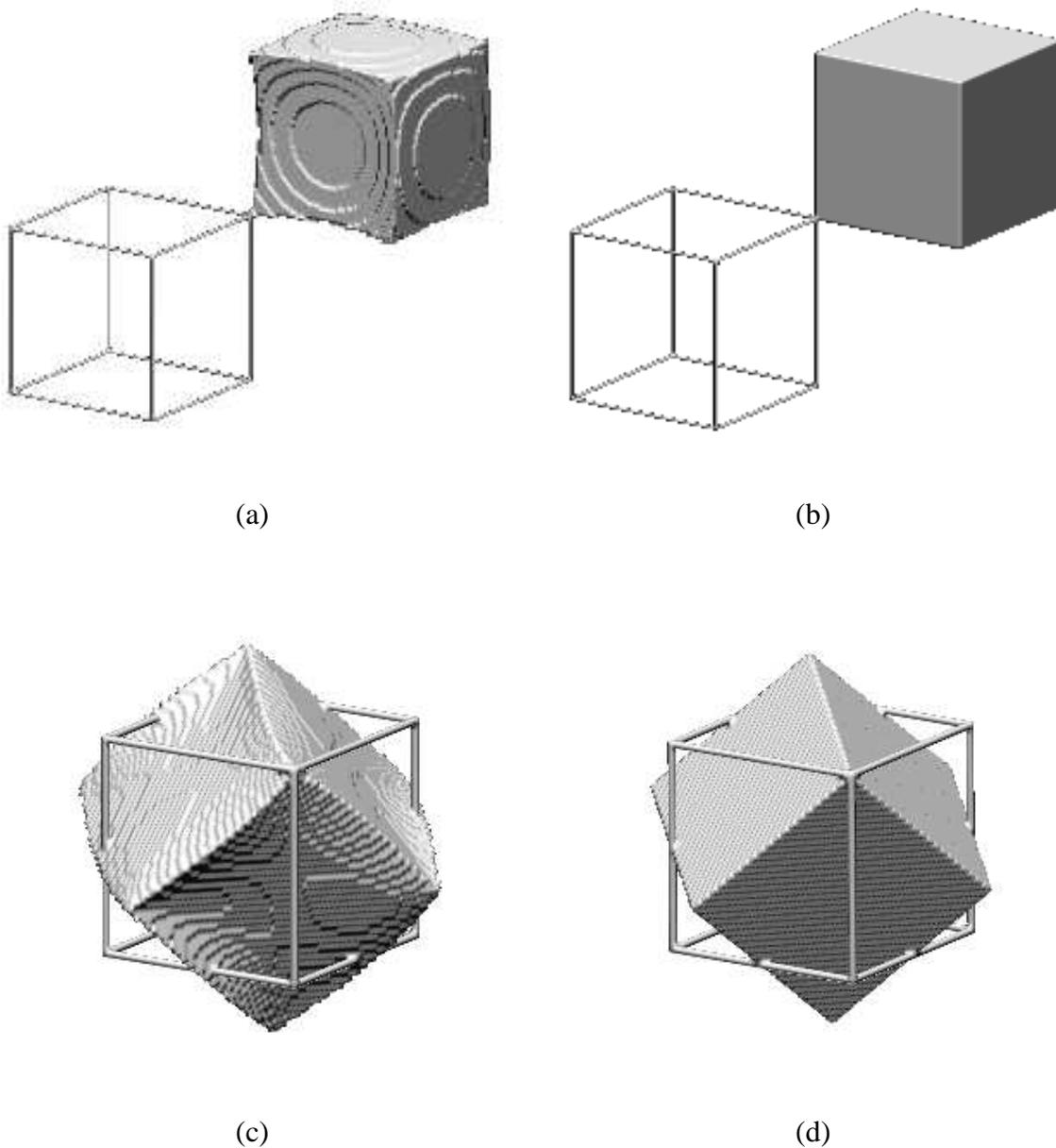


Abbildung 3.4: Registrierungsergebnisse mit synthetischen Datensätzen. (a) und (b): Registrierung eines verschobenen Würfels. (c) und (d): Registrierung eines um 60° gedrehten Würfels. thin-plate spline-Registrierung i) mit Punktlandmarken in den Bilddecken und weiteren Punktlandmarken in jeder Ecke des Würfels (a) und (c) und ii) mit zusätzlichen Richtungen an jeder Eckenlandmarke des Würfels (b) und (d).

genau wie Bilder in der Medizin eine endliche Ausdehnung hat. Sie bilden dabei einen Rand, der sich im wesentlichen nicht verändern soll. Die verschobenen bzw. gedrehten Objektpunktlandmarken werden entsprechend der (berechneten) Verschiebung bzw. Drehung des Würfels als Ziellandmarken verwendet. Zum einen (Abb. 3.4 (a) und (c)) wird das „klassische“ TPS-Registrierungsverfahren basierend auf Punktlandmarken eingesetzt, zum anderen ((b) und (d))

werden die Punktlandmarken am Würfel jeweils um 3 Richtungen entlang der Kantenrichtung ergänzt und das hier vorgestellte TPS-Registrierungsverfahren mit Richtungen eingesetzt.

In Abb. 3.4(a) ist zu erkennen, dass eine Registrierung des Würfels auf einen verschobenen Würfel mit Hilfe von 8 Punktlandmarken an seinen Ecken und dem einfachen TPS-Registrierungsverfahren zu einer Verformung des starr gedachten Objektes führt. Die Hinzunahme von Richtungen bei der Registrierung, wie in Abb. 3.4(b) dargestellt, lässt das Objekt unverformt unter elastischer Registrierung. Ähnlich verhält es sich bei der Drehung des Würfels: Während der Würfel bei der Registrierung ohne Richtungen, wie in Abb. 3.4(c) dargestellt, mehr in sich verformt wird, was an seinen verformten Kanten und Oberflächen zu erkennen ist, bleibt bei der Registrierung mit Richtungen an den Ecken des Würfels, wie in Abb. 3.4(d) dargestellt, seine gesamte Form im Wesentlichen erhalten.

In einem zweiten Experiment sollen mehrere nebeneinander liegende starre Objekte in einem sonst elastischen Medium registriert werden. Die Objekte werden verschoben und gedreht oder beides zugleich. Die Fragestellung an das Experiment ist, ob auch mehrere starre Objekte in einem Bild gut registriert werden können und welche Verformungen im Bild in den einzelnen Bereichen innerhalb und außerhalb der starren Objekte resultieren, und zwar im Vergleich mit und ohne Hinzunahme von Richtungen an Landmarken.

Abb. 3.5 zeigt die Simulation einer Verbiegung der Wirbelsäule in einem als sagittal angenommenen synthetischen 2D Bild. Die dunklen Quadrate simulieren die Wirbelknochen, die helleren Gebiete das elastische Gewebe dazwischen. Zur Verdeutlichung der Verformungen ist das Quellbild (a) mit einem regelmäßigen Gitter durchzogen. Als Objektlandmarken dienen die insgesamt 20 Eckpunkte der Quadrate. Zur Fixierung des Bildes kommen noch 4 weitere Landmarken an den Ecken des Bildes hinzu, die ihre Position nicht verändern. Das Zielbild (b) zeigt eine – bezüglich einer horizontalen Linie in der Mitte des Bildes – nicht symmetrische Biegung der Wirbelsäule.

Abb. 3.5(c) zeigt das Registrierungsergebnis unter ausschließlicher Verwendung von Punktlandmarken. Eine Unterscheidung bei der Registrierung von starren und nicht-starren Bildteilen ist nicht getroffen worden, d.h. die Verformungen der Gitterlinien innerhalb der Quadrate weisen eine Veränderung der ursprünglichen Form des Gitters auf. Die starren Objekte sind hier nur sehr unvollständig erhalten. In Abb. 3.5(d) sind an jeder Ecke zwei Richtungen hinzugenommen worden, wobei das hier vorgestellte Verfahren auf der Basis von TPS unter Einbeziehung von Richtungen verwendet worden ist. Das Registrierungsergebnis zeigt eine Verbesserung, d.h. die Steifigkeit der simulierten Wirbel bleibt besser erhalten. In Abb. 3.5(e) ist statt des Interpolationsverfahrens das Approximationsverfahren mit $\lambda = 100$ verwendet worden, sonst aber die gleichen Landmarken und Richtungen eingesetzt. Im Vergleich zum Registrierungsergebnis des Interpolationsverfahrens (Abb. 3.5(d)) erhält man ein noch besseres Ergebnis: Neben einer guten Bewahrung der Winkel zwischen den Hilfslinien innerhalb der Quadrate ergibt sich auch eine wesentlich verbesserte Parallelität derselben. Der Grund dafür ist, dass die Landmarken auf der linken Seite der Quadrate im Zielbild an einigen Stellen sehr dicht beieinander liegen, was zu starken Verformungen führt. Durch eine Approximation können diese kritischen Stellen weniger dicht beieinander registriert werden, so dass weniger Verformungen in Abb. 3.5(e) resultieren. Durch den visuellen Eindruck bestätigt, lässt sich durch das Approximationsverfah-

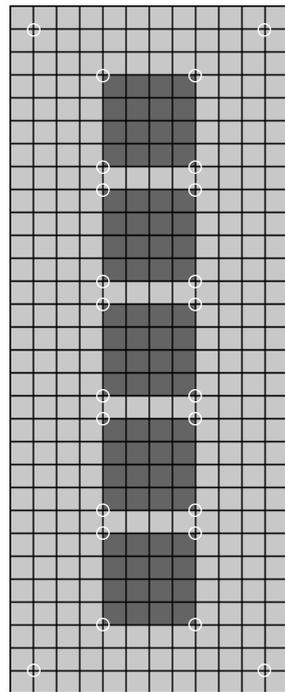
ren ein gutes Registrierungsergebnis erzielen. Das Abweichen der Positionen der registrierten Punktländern von den Zielpunktländern aufgrund der Approximation ergibt des Weiteren in den Experiment nur einen kleinen mittleren Abstand von 0.5 Bildelementen und eine maximale Abweichung von 1.3 Bildelementen bei einer Bildgröße von 181×451 Bildelementen.

3.3.2 Hinzunahme von Richtungen bei einer reduzierten Punktländeranzahl

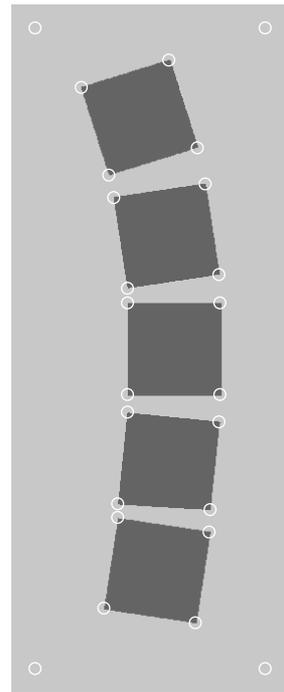
Im folgenden Experiment wird das Registrierungsverfahren unter Einbeziehung von Punktländern und Richtungen dahingehend untersucht, ob das Registrierungsergebnis durch das Hinzufügen einer Richtung verbessert werden kann, wenn nur eine eingeschränkte Zahl an Punktländern zur Verfügung steht. Besonders in medizinischen Bilddaten kann die Anzahl an intrinsischen anatomischen Ländern eingeschränkt sein, die z.B. bei der multimodalen Registrierung in sowohl CT- als auch MRT-Aufnahmen bestimmt werden können.

Eine sagittale 2D MRT-Aufnahme eines menschlichen Kopfes wird auf eine andere Aufnahme eines zweiten Individuums registriert. Dazu sind in beiden Aufnahmen manuell 13 korrespondierende Punktländer bestimmt worden. Abb. 3.6 zeigt das Quellbild (a) und das Zielbild (b) zusammen mit jeweils 13 anatomischen Punktländern. In Abb. 3.7 (a) ist das Registrierungsergebnis unter Verwendung des TPS-Verfahrens ohne Richtungen dargestellt. Auf das transformierte Quellbild sind die Konturen des Zielbildes als weiße Linien überlagert worden. Abb. 3.7 (b) zeigt das Registrierungsergebnis unter Hinzunahme zweier Richtungs-paare an den Punktländern Nr. 1 und 13. Die etwas hellgrauere Struktur zwischen den Ländern Nr. 1 und 2 heißt *corpus callosum* (Verbindung zwischen den beiden Hirnhälften). Die Richtungen im Quell- bzw. im Zielbild sind an der Landmarke Nr. 1 jeweils so ausgerichtet worden, dass sie zum jeweils höchsten Punkt in der Mitte des *corpus callosum* zeigen. Die Richtungen an der Landmarke Nr. 13 zeigen in Richtung der in den Bildern schwarz abgebildeten Hirnflüssigkeit. Jeweils Quell- und Zielrichtung ist in Abb. 3.7 (b) gezeigt. Das Registrierungsergebnis verbessert sich gegenüber Abb. 3.7 (a), was durch visuelle Inspektion im Bereich des *corpus callosum* zu sehen ist. Neben den lokalen Einflüssen der Richtungen haben diese aber auch globale Einflüsse auf das Registrierungsergebnis: Die Strukturen oberhalb des *corpus callosum* haben sich mit dem Einsatz der Richtungen weiter nach oben verschoben.

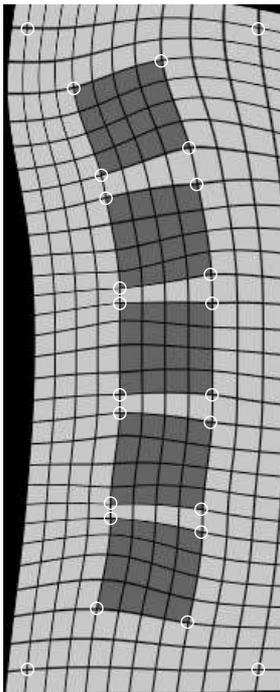
Insgesamt ist zu beobachten, dass durch die geschickte Wahl der Richtungen das *corpus callosum* wesentlich besser registriert wurde. Offensichtlich ist die Wahl der Ländern und der Richtungen entscheidend. Durch die Erfahrungen mit diesem Experiment ist aber auch klar geworden, dass gerade im Bereich der optimalen Wahl der Ländern und Richtungen weitere Untersuchungen notwendig sind, damit ein Anwender ein geeignetes Werkzeug für die Registrierung mit Punktländern und Richtungen zur Verfügung hat.



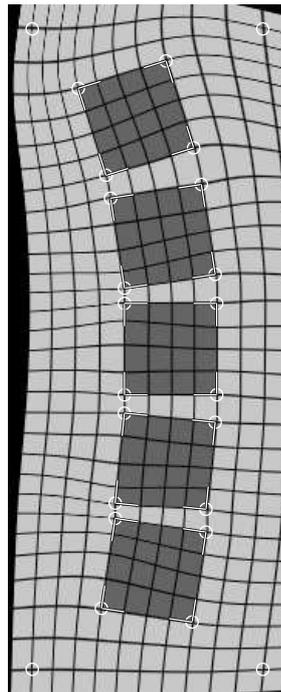
(a)



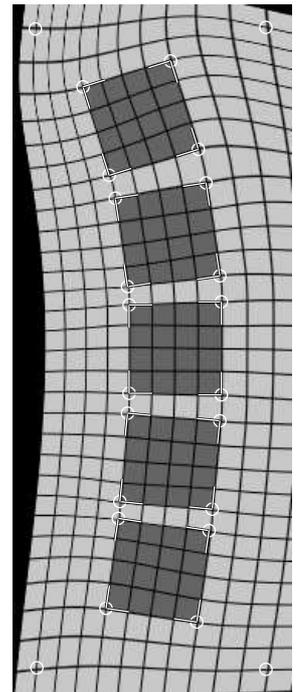
(b)



(c)

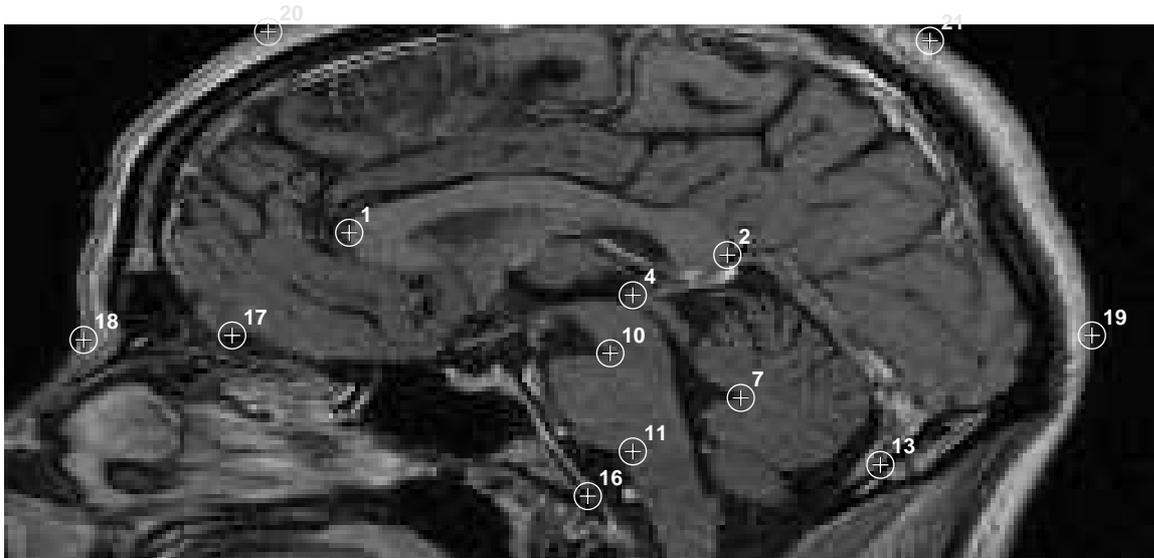


(d)

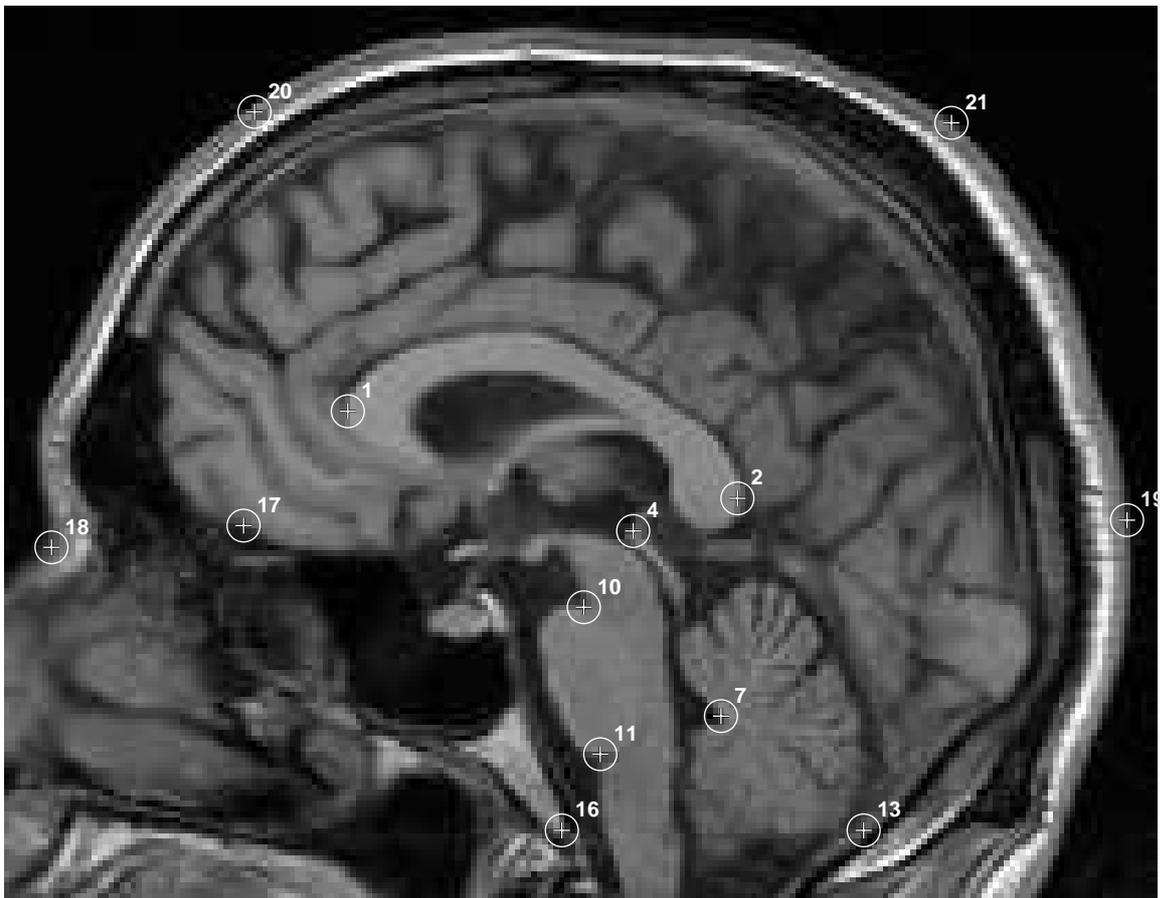


(e)

Abbildung 3.5: Registrierungsergebnisse mit synthetischen Datensätzen. Simulation einer gebogenen Wirbelsäule. (a) Quell- und (b) Zielbild, (c) Registrierung basierend auf TPS nur mit Punktlandmarken (weiß markierte Punkte), (d) Ergebnis unter Hinzunahme von je zwei Richtungen entlang der Quadratkanten an den Punktlandmarken der simulierten Wirbel, (e) Ergebnis wie unter (d), jedoch unter Verwendung des Approximationsschemas mit $\lambda = 100$ und den gleichen Richtungen wie in (d).

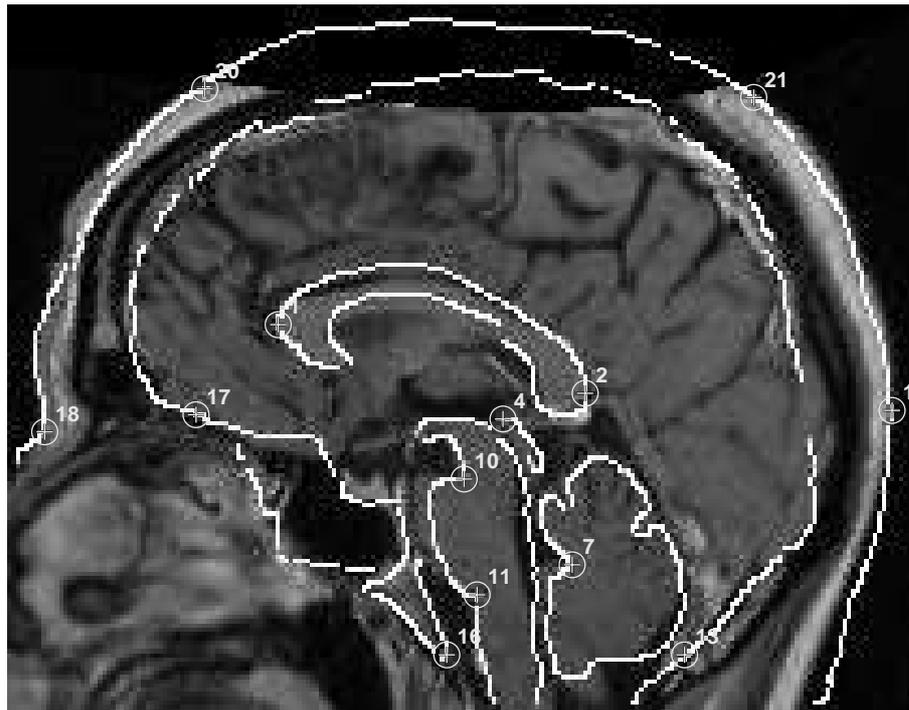


(a)

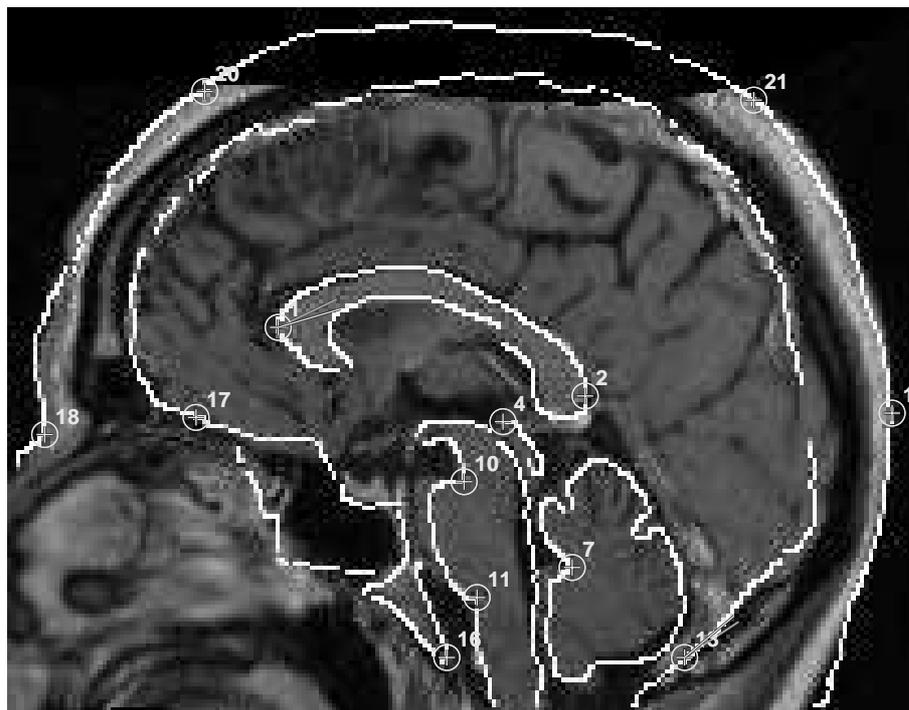


(b)

Abbildung 3.6: Registrierung zweier tomographischer Datensätze. MRT-Aufnahmen zweier verschiedener menschlicher Gehirne als Quell- (a) und Zielbild (b) zusammen mit 13 Landmarken.



(a)



(b)

Abbildung 3.7: Registrierungsergebnisse mit tomographischen Datensätzen und dem Interpolationsverfahren mit Punktlanmarken und Richtungen. (a): Registrierungsergebnis nur unter Verwendung von Punktlanmarken, (b) wie (a) jedoch unter Hinzuziehung von Richtungen an den Landmarken Nr. 1 und 13. Die weißen Linien sind die Konturen des Zielbildes.

3.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel ist eine Erweiterung des elastischen Registrierungsverfahrens basierend auf Punktlandmarken um die Einbeziehung von Richtungen als Attribute der Punktlandmarken vorgestellt worden. Diese Erweiterung erlaubt es, den Lösungsraum der TPS durch zusätzliche Richtungsrandbedingungen weiter einzuschränken. Zur Berechnung der Transformationsfunktion wurde ein Minimierungstheorem herangezogen, das für gegebene (Punkt- oder Richtungs-) Randbedingungen i) die Transformationsfunktion mit minimaler Krümmungseigenschaft berechnet, und ii) die Berechnung der Lösungsfunktion mit ihren Koeffizienten in geschlossener analytischer Form gestattet. Die Richtungsrandbedingungen werden durch ein Skalarprodukt mit den Senkrechten der Zielrichtung realisiert. Dieses hat den Vorteil, dass das Skalarprodukt unabhängig von der Länge der Richtungsvektoren Null ist. Am Beispiel von Isokonturlinien in Bildern wurde eine Möglichkeit aufgezeigt, Richtungen in Bildern zu bestimmen. Mit Hilfe der Richtungsattribute kann ohne vorherige vollständige Segmentierung von Bildstrukturen eine Verbesserung des Registrierungsergebnisses erreicht werden. Dieser Ansatz hat gegenüber anderen Ansätzen den Vorteil, dass Richtungen als Tangenten eingebunden werden und dass unterschiedliche Bildgrößen registriert werden können, da die Richtungsrandbedingungen unabhängig von der Länge der Richtungsvektoren sind.

Die experimentellen Ergebnisse zeigen, dass der Ansatz zur Registrierung von starren Bereichen in Weichteilgeweben angewendet werden kann. Als Vorteil erweist sich, dass die starren Bereiche nicht vollständig segmentiert werden müssen, um registriert zu werden. Nachteilig ist, dass damit aber keine vollständige Erhaltung ihrer Form gewährleistet werden kann. Jedoch muss diese Einschränkung nicht notwendigerweise ein Hindernis für Anwendungen bilden. Richtungen an einzelnen Landmarken können das Registrierungsergebnis verbessern, ohne dass weitere Punktlandmarken hinzugefügt werden. Dies ist besonders vorteilhaft, wenn in den zu untersuchenden Bildern nur eine begrenzte Anzahl an Punktlandmarken definiert werden kann. Es ist jedoch zu beachten, dass die Verwendung von Richtungen in diesem Ansatz nicht nur lokale Auswirkungen in unmittelbarer Nähe der Punktlandmarken mit Richtungen hat, sondern dass durch die allgemeine Formulierung einer globalen Minimierung der Gesamtkrümmung der Transformationsfunktion auch an anderen Stellen, in denen keine Landmarken platziert wurden, Verformungen auftreten können. Aber auch diese Eigenschaft muss nicht unbedingt für einzelne Anwendungen nachteilig sein. Hinsichtlich einer verlässlichen Aussage zur klinischer Wertigkeit der Erweiterungen gilt, dass es noch weiterer gezielter Experimente bedarf.

Kapitel 4

Lokale elastische Registrierung mit Punktlandmarken

4.1 Motivation

Wie in Kapitel 1.2 dargestellt, hat die Wahl der Landmarkenpaare im Quell- und Zielbild einen entscheidenden Einfluss auf das Registrierungsergebnis, denn die Landmarkenpaare sind bei Punktlandmarken-basierten Ansätzen neben der Transformationsfunktion die einzige weitere Eingabe.

Die Auswahl und die Positionierung der Landmarken hat einen maßgeblichen Einfluss auf das Registrierungsergebnis. Nimmt man als Beispiel die affine Registrierung in 3D: Registriert ein Anwender mit diesem Modell, so nimmt er intuitiv an, dass sich die resultierenden Verschiebungen der Bildelemente durch die Transformationsfunktion an allen Stellen des Bildbereiches in Größenordnungen der Verschiebung von Quell- zur Ziellandmarke bewegen. Dieses ist auch deswegen richtig, da das Rotationszentrum sich im geometrischen Schwerpunkt der Landmarken befindet. Die resultierenden Verschiebungen an beliebigen Stellen im Raum werden jedoch ungleich größer, je mehr ein Punkt vom Rotationszentrum entfernt liegt. Gleiches gilt für die Scherung und die Skalierung: Je weiter die betrachteten Punkte vom Zentrum der Scherung oder Skalierung entfernt liegen, desto größer ist die resultierende Verschiebung. In diesem Beispiel führt lediglich die Translation zu einer in allen Punkten gleichen Verschiebung. Die Lösung hin zu einer Begrenzung der Verschiebung kann durch eine Begrenzung des Definitionsbereiches erreicht werden. Hier ist der Definitionsbereich z.B. durch die Dimensionen des Bildes beschränkt. Nichtsdestoweniger können aber bei einer unglücklichen Positionierung der Landmarkenpaare, beispielsweise am Bildrand, am gegenüberliegenden Bildrand sehr große Verschiebungen entstehen.

Während bei der starren und affinen Registrierung dieses oben beschriebene Verhalten erwartet wird, sieht es bei der elastischen Registrierung anders aus: Intuitiv erwartet man, dass die Verschiebung, die durch ein Landmarkenpaar erzeugt wird, mit zunehmendem Abstand von dem Landmarkenpaar zu immer kleiner werdenden Bildverschiebungen durch die Transformationsfunktion führt. Dieses Verhalten wäre dann ähnlich zu einer physikalischen Verschiebung in

einem elastischen Material. Sowohl Erfahrungen als auch die Betrachtung der Basisfunktion z.B. der TPS zeigen, dass dieses Verhalten bei den TPS so nicht auftritt. Die Verschiebungen nehmen zwar mit zunehmendem Abstand zu dem betrachteten Landmarkenpaar ab, jedoch können sie an anderen Stellen des Definitionsbereiches, in dem sich keine Landmarken befinden, wieder zunehmen. Dieses Verhalten lässt sich zum einen durch die Eigenschaft des Verfahrens selbst plausibel machen, dass die Gesamtkrümmung im Raum minimiert werden soll, und zum anderen durch die Basisfunktion (z.B. $r^2 \log(r)$) begründen, die im mathematischen Sinne nicht beschränkt ist. Diesem z.T. unerwünschten Verhalten wird an verschiedenen Stellen dieser Arbeit begegnet, indem zusätzliche Landmarkenpaare, die ihre Position im Quell- und Zielbild nicht verändern, dort platziert werden, wo keine Verschiebungen erwünscht sind.

Diese Betrachtungen zeigen, dass die Landmarkenpaare und ihre Platzierung einen bedeutenden Einfluss auf das Registrierungsergebnis haben. Insbesondere im Hinblick auf spezielle Anwendungen muss dieses Verhalten weiter untersucht werden, damit dem Anwender notwendige Bedingungen an die Platzierung der Landmarken mitgegeben werden können. Das würde jedoch den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Im Folgenden soll die Frage behandelt werden, ob ein Registrierungsverfahren durch die Wahl von bestimmten Basisfunktionen entwickelt werden kann, das die in Kapitel 1.2 diskutierte Eigenschaft von „Lokalität“ hat, d.h. dass aufgrund der Eigenschaft des Registrierungsmodells der Einfluss eines Landmarkenpaares mit zunehmender Entfernung zu diesem immer weiter abnimmt.

In bisherigen Arbeiten sind verschiedene Ansätze entwickelt worden, die lokal beschränkte Registrierungen erlauben. So werden z.B. Abklingfunktionen benutzt, die mit den Basisfunktionen multipliziert werden, um sie auf einen lokalen Bereich zu beschränken. Zu diesen Ansätzen gehört der Shephard-modifizierte Ansatz der *lokal begrenzten Gewichtsfunktionen* (engl. *locally bounded weight functions*) (Ruprecht und Müller, 1993, Seite 276) und (Franke und Nielson, 1980). Bei diesem Ansatz werden an Stützstellen bzw. Landmarken definierte Gewichtsfunktionen mit globalen Funktionen multipliziert, wobei die Gewichtsfunktion an der Stützstelle x_i den Wert 1 annimmt und radialsymmetrisch auf den Wert 0 abnimmt, um dann ab einem festgelegten Radius r_i konstant Null zu sein. So bleibt die Verschiebung auf definierte Bereiche um die Stützstellen beschränkt. Jeder Radius r_i kann individuell gewählt werden. Die Radien hängen dabei häufig von den Entfernungen zwischen einer Stützstelle und ihrer nächstgelegenen Stützstelle ab. Statt einzelne Stützstellen mit Gewichtsfunktionen zu versehen, ist alternativ vorgeschlagen worden, mehrere Stützstellen mit Basisfunktionen zu interpolieren und diese dann mit den abklingenden Gewichtsfunktionen zu multiplizieren. Dieser *‘lokal gewichtete Mittelwert’* ist z.B. in Goshtasby (1988, *‘local weighted mean’*, Seite 259) als auch in Ruprecht (1994, Seite 86ff und Gl. (2.5), Seite 18) beschrieben worden. Die Gewichtsfunktionen sind dabei gegeben durch

$$w_i(\mathbf{x}) = \frac{\sigma_i(\mathbf{x})}{\sum_{j=0}^n \sigma_j(\mathbf{x})}$$

mit

$$\sigma_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} \left(\frac{r_i - d_i(\mathbf{x})}{r_i} \right)^\mu & \text{für } d_i(\mathbf{x}) < r_i, \\ 0 & \text{für } d_i(\mathbf{x}) \geq r_i, \end{cases}$$

wobei $d_i(\mathbf{x})$ den Abstand von \mathbf{x} zur Landmarke i bezeichnet. Die Interpolationsfunktion ist für diese Ansätze beschrieben durch

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^n w_i(\mathbf{x}) \mathbf{f}_i(\mathbf{x}),$$

wobei \mathbf{f}_i bei Ruprecht und Müller (1993); Franke und Nielson (1980) durch $\mathbf{f}_i(\mathbf{x}) = \mathbf{q}_i$, d.h. den Wert an den Stützstellen, gegeben ist und bei Goshtasby (1988); Ruprecht (1994) z.B. durch eine Funktion n -ten Grades, die den Wert an der Stützstelle x_i und der $n-1$ nächsten Nachbarn interpoliert.

Eine andere Möglichkeit, lokale Registrierungsergebnisse zu erhalten, ist die Anwendung von *Fenster-techniken*, siehe Schiemann (1998); Little *et al.* (1997); Penney *et al.* (1998). Hierbei wird das zu registrierende Bild in Teilgebiete unterteilt. Diese Gebiete werden zunächst unabhängig voneinander betrachtet, in denen mit den dort vorhandenen Landmarken Registrierungs-funktionen berechnet werden. Diese Registrierungsverfahren können sich aus lokalen und globalen Radialbasisfunktionen zusammensetzen. Im einfachsten Fall, falls keine Änderung vorliegt, sind sie für einzelne Gebiete die identische Funktion. Die Teilregistrierungsfunktionen der einzelnen Gebiete werden mit Gewichtsfunktionen multipliziert, die von der Entfernung zum jeweiligen Gebiet abhängen, und dann aufsummiert. Die so erhaltene Registrierungsfunktion setzt sich somit aus den Teilregistrierungsfunktionen zusammen und lässt sich darstellen als

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) \mathbf{f}_1(\mathbf{x}) + (1 - g(\mathbf{x})) \mathbf{f}_2(\mathbf{x}),$$

mit z.B.

$$g(\mathbf{x}) = \frac{1}{\exp\left(\frac{d(\mathbf{x})}{b}\right) + 1}$$

mit b als freien Parameter und $d(\mathbf{x})$ als Abstand zum definierten Teilgebiet. Für eine lokale Registrierung wird ein Teilgebiet um den lokal zu registrierenden Bereich definiert. Außerhalb dieses Teilgebietes ist die Registrierungsfunktion identisch Eins, innerhalb wird eine beliebige geeignete Funktion (z.B. thin-plate splines) gewählt. Das Teilgebiet kann entweder eine einfache geometrische Fläche bzw. ein Körper – wie eine Ellipse oder ein Ellipsoid – sein oder auch eine unregelmäßige Fläche oder ein unregelmäßiger Körper, gewonnen z.B. durch vorherige Segmentation. Diese Technik wird im Bereich der Volumendeformationen z.B. von Schiemann (1998, Seite 80ff) angewendet, bei der eine Deformation aufgrund eines Operationsinstruments mit Hilfe eines Ellipsoids lokal auf ein Gebiet beschränkt wird, während die Registrierungsfunktion durch globale thin-plate splines beschrieben wird. Little *et al.* (1997) sowie Penney *et al.* (1998) beschreiben einen Ansatz, bei dem starre Strukturen vorher segmentiert werden. Für diese Strukturen werden dann Distanztransformationen berechnet, die anhand der Segmentierungen zwischen einer starren und einer elastischen Transformation gewichten. Bei dem verwendeten Radialbasisfunktionsansatz (siehe dazu Kapitel 4.2.1) für die elastische Transformation werden die Radialbasisfunktionen mit der Distanz $D_0(\mathbf{x})$ zu den starren Körpern gewichtet

$$R'(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|) = D_0(\mathbf{x}) D_0(\mathbf{x}_i) R(\|\mathbf{x} - b\mathbf{x}_i\|).$$

Beide oben vorgestellten Ansätze enthalten Gewichtsfunktionen, die in Abhängigkeit vom Problem und von der Stützstellenverteilung angepaßt werden müssen. Neben diesem Nachteil haben Effizienzvergleiche gezeigt (Ruprecht, 1994, Seite 47f), dass der 'lokal gewichtete Mittelwert' ca. 3 mal mehr Rechenzeit als *Radialbasisfunktionen* (Multiquadriken mit $\mu = -1$, siehe Gl. (4.10)) benötigt. Das Verhältnis bezüglich der Effizienz erhöht sich auf ca. 30, wenn die Radialbasisfunktionen begrenzte Reichweite haben, allerdings nur, sofern die Stützstellenzahl nicht zu hoch ist ($n \approx 70$).

In diesem Kapitel wird einen neuen Ansatz lokal beschränkter Registrierung basierend auf *Radialbasisfunktionen* vorgestellt, der lokale Funktionen, d.h. Funktionen mit kompaktem Träger, verwendet. Dieser Ansatz ermöglicht lokal begrenzte Registrierungsergebnisse ohne Hinzunahme von Gewichtsfunktionen.

Im folgenden Abschnitt 4.2 werden die bisher verwendeten Basisfunktionen und ihre Nutzung für elastische Registrierung vorgestellt. Aus dem Ansatz können einige für die Registrierung interessante Eigenschaften hergeleitet werden. Daneben ist der neue Ansatz bezogen auf die Recheneffizienz im Gegensatz zu anderen bisher für die Registrierung gebräuchlichen Radialbasisfunktionen effizienter. Abschnitt 4.3 stellt die Eigenschaften des neuen Ansatzes vor, während Abschnitt 4.4 Beispiele für den Einsatz dieses Registrierungsansatzes und experimentelle Ergebnisse beschreibt. Abschnitt 4.5 gibt eine Zusammenfassung. Teile dieser Arbeiten sind in Fornefett *et al.* (1999a,b, 2001) veröffentlicht worden.

4.2 Ansatz

4.2.1 Elastische Registrierung mit Radialbasisfunktionen

Die Methode der (multivariaten) Interpolation und Approximation von Streudaten (engl. *scattered data*) durch Radialbasisfunktionen (RBF) geht von bedingt positiv definiten (univariaten) Funktionen als Basisfunktionen aus. Der Begriff der bedingten positiven Definitheit dient zur Klassifizierung der Basisfunktionen, denn diese Eigenschaft ist für die Lösbarkeit der auftretenden Gleichungssysteme von entscheidender Bedeutung, wie im Zusammenhang mit (4.6) weiter unten dargestellt wird. Positive Definitheit wird wie folgt definiert (z.B. Wendland (1996, Seite 4)):

Definition 4.2.1. Eine stetige Funktion $\phi : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ heißt bedingt positiv definit der Ordnung m auf \mathbb{R}^d , falls für beliebige paarweise verschiedene Punkte $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N \in \mathbb{R}^d$ und beliebige reelle Zahlen $\alpha_1, \dots, \alpha_N \in \mathbb{R}$ mit

$$\sum_{j=1}^N \alpha_j \mathbf{x}_j^p = 0 \quad |p| < m, p \in \mathbb{N}_0^d$$

die Ungleichung

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \alpha_j \alpha_k \phi(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k) > 0$$

erfüllt ist. Eine bedingt positiv definite Funktion der Ordnung Null heißt auch positiv definite Funktion.

Bei Verwendung des RBF-Ansatzes zur Registrierung wird jede Komponente der Registrierungsfunktion zur Interpolation bzw. Approximation des Verschiebungsvektorfeldes getrennt berechnet. Wenn $\mathbf{u} : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ die zu bestimmende Registrierungsfunktion für das d -dimensionale Problem beschreibt, so ist jede Komponente k der Vektorfunktion \mathbf{u} gegeben durch: $u_k : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$, $k = 1 \dots d$. Dabei gelten die Randbedingungen der interpolierenden Registrierungsfunktion

$$\mathbf{u}(\mathbf{p}_i) = \mathbf{q}_i, \quad i = 1 \dots n \quad (4.1)$$

und für die k -te Komponente

$$u_k(\mathbf{p}_i) = \mathbf{q}_{i,k} \quad i = 1 \dots n, \quad (4.2)$$

wobei $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^d$ eine gegebene Menge von Punktländern im Quellbild und $\mathbf{q}_i \in \mathbb{R}^d$ die gegebenen korrespondierenden Punktländern im Zielbild beschreiben. Im Folgenden wird $u(\mathbf{x})$ statt $u_k(\mathbf{x})$ geschrieben, wobei für den zweidimensionalen Fall $u(\mathbf{x})$ separat für $u_1(\mathbf{x})$ und $u_2(\mathbf{x})$ und für den dreidimensionalen Fall für $u_1(\mathbf{x})$, $u_2(\mathbf{x})$ und $u_3(\mathbf{x})$ berechnet wird.

Beim RBF-Ansatz besteht die Interpolationsfunktion im allgemeinen aus zwei Teilen (siehe dazu Wahba (1990) und Wendland (1996))

$$u(\mathbf{x}) = \phi_s(\mathbf{x}) + R_s(\mathbf{x}), \quad (4.3)$$

wobei $\phi_s(\mathbf{x})$ aus einer Summe von Polynomen bis zum Grade p und $R_s(\mathbf{x})$ aus einer Summe von Radialbasisfunktionen besteht¹

$$\phi_s(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^M \beta_j \phi_j(\mathbf{x}), \quad R_s(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i R(\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_i\|). \quad (4.4)$$

Hierbei bilden die $\phi_j(\mathbf{x})$ eine Basis von M Funktionen für alle Polynome bis zum Grade p und $R(r) = R(\|\mathbf{r}\|)$ ist eine (bedingt positiv definite oder positiv definite) Funktion, die nur vom Abstand $r \geq 0$ zum Ursprung abhängt. $\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_i\| = \|\mathbf{r}\|$ ist der Euklidische Abstand von \mathbf{x} nach \mathbf{p}_i und α_i bzw. β_j sind Koeffizienten.

Die RBF $R(\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_i\|)$ sind um die n (Quell-)Landmarken \mathbf{p}_i zentriert. Setzt man (4.3) in (4.1) ein und benutzt dabei die folgenden zusätzlichen Bedingungen

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_j(\mathbf{p}_i) = 0, \quad j = 1 \dots M, \quad (4.5)$$

so erhält man das folgende lineare Gleichungssystem für die Koeffizienten $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)^T$ und $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_M)^T$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{P} \\ \mathbf{P}^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_k \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

wobei \mathbf{K} eine $n \times n$ Untermatrix ist, die durch $K_{ij} = R(\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|)$ definiert wird, und \mathbf{P} eine $n \times M$ Untermatrix mit $P_{ij} = \phi_j(\mathbf{p}_i)$ ist. $\mathbf{q}_k = (\mathbf{q}_{k,1}, \dots, \mathbf{q}_{k,n})^T$ ist ein Vektor der k -ten Koordinaten der Ziellandmarken \mathbf{q}_i .

¹Der Index s steht hierbei für Summe.

Für bedingt positiv definite Funktionen $R(r)$ der Ordnung $m > 0$ sind $M = \binom{d+m-1}{d}$ zusätzliche Bedingungen der Form (4.5) notwendig, wobei d die Dimension ist. Dies führt direkt zu einem polynomialen Anteil ϕ_s in der Registrierungsfunktion (4.3), der notwendig ist, damit das Gleichungssystem (4.6) lösbar bleibt. Für z.B. thin-plate splines ist $m = 2$ (für $d = 2$ als auch $d = 3$). Für positiv definite Funktionen $m = 0$ reduziert sich (4.3) zu

$$u(\mathbf{x}) = R_s(\mathbf{x}) \quad (4.7)$$

und (4.6) zu

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{q}_k, \quad (4.8)$$

wobei keine zusätzlichen Bedingungen der Form (4.5) notwendig sind.

Neben diesem Interpolationsschema läßt sich auch für diesen Fall der positiv definiten Funktionen ein Approximationsschema angeben, in dem die Koeffizienten $\boldsymbol{\alpha}$ wie folgt berechnet werden:

$$(\mathbf{K} + \lambda\mathbf{W}^{-1})\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{q}_k \quad \text{mit} \quad \mathbf{W} = \text{diag}\{1/\sigma_1^2, \dots, 1/\sigma_n^2\}, \quad (4.9)$$

wobei σ_i die individuellen Lokalisierungsfehler der Landmarken repräsentieren und λ ein allgemeiner Gewichtungsfaktor ist. (4.9) folgt dem Vorschlag in Rohr *et al.* (1996, 1999a, 2001), in dem ein Approximationsschema für TPS zur elastischen Registrierung vorgestellt wurde.

Die Wahl der Basisfunktionen $R(r)$ bestimmt die Wirkung der Registrierungsfunktionen $u(\mathbf{x})$ wesentlich. Unter den im Abschnitt 4.1 beschriebenen Gesichtspunkten der lokalen Registrierung sind die im Folgenden genannten Eigenschaften von vorrangigem Interesse:

- *Lokalität.* Gegeben sei eine Registrierungsaufgabe mit einem Registrierungsverfahren und einer Menge von jeweils korrespondierenden Quell- und Ziellandmarken. Mit Lokalität werden die unterschiedlichen Veränderungen des Verschiebungsvektorfeldes bei zunehmendem euklidischen Abstand eines Landmarkenpaares (Seite 4) bezeichnet. Nur solche Registrierungsverfahren sind demnach *strikt lokal*, bei denen die Veränderung des Verschiebungsvektorfeldes außerhalb eines bestimmten Radius um die jeweilige Quelllandmarke verschwindet. Registrierungsverfahren, deren Veränderungen des Verschiebungsvektorfeldes zwar immer weiter abnehmen, aber nur im Limes gegen Null streben, sind nur als *lokal* zu bezeichnen. Andererseits kann eine Verschiebung einer Landmarke das Registrierungsergebnis im gesamten Bild beeinflussen. Solche Registrierungsverfahren sind *global*. Einige dieser globalen Registrierungsverfahren mit RBF haben aber Parameter, mit denen der Einflußbereich um die Landmarken gesteuert wird (z.B. der Parameter c bei Multiquadriken, siehe Abschnitt 4.2.1).
- *Lösbarkeit.* Um stets Lösungen für die Koeffizienten $\boldsymbol{\alpha}$ und $\boldsymbol{\beta}$ für alle beliebigen Konstellationen von – paarweise verschiedenen (siehe Definition 4.2.1) – Landmarken zu finden, ist es notwendig, dass die Gleichungssysteme (4.6) bzw. (4.8) lösbar sind. Für bedingt positiv definite Funktionen ist die Gesamtmatrix von (4.6) und für positiv definite Funktionen die von (4.8) nicht singular, was direkt aus der Definition der positiven Definitheit folgt. Denn nach dem Determinantensatz ergibt das Produkt der Eigenwerte quadratischer

Matrizen den Wert der Determinate, und dieser wiederum ist bei positiven Eigenwerten ungleich Null, was bedeutet, dass die zugehörige Matrix invertierbar ist.

Wie dargestellt, sind sowohl mit bedingt positiv definiten Funktionen als auch mit positiv definiten Funktionen die entsprechenden Gleichungssysteme (4.6) bzw. (4.8) für die elastische Registrierung lösbar. Für die Entwicklung eines lokal beschränkten Registrierungsschemas ist folgendes Lemma von Interesse: Positiv definite Funktionen $\psi(r)$ haben ihr Maximum an der Stelle 0: $|\psi(r)| \leq \psi(0) \forall r > 0$ und es gilt $\psi(r) > 0 \forall r > 0$ (Wendland, 1996, Lemma 3.11, Seite 10). Damit sind positiv definite Funktionen beschränkt: $|\psi(0)| \geq \psi(r) > 0 \forall r > 0$ Insbesondere sind positiv definite Funktionen mit kompaktem Träger *strikt lokal*. Positive definite Funktionen $\psi(r)$ mit $\lim_{r \rightarrow \infty} \psi(r) = 0$ sind hingegen *bedingt lokal*.

- *Effizienz*. Rechenzeiteffizienz ist besonders für große Gleichungssysteme wichtig, wie sie im Zusammenhang mit 3D-Bildern und bei einer großen Anzahl von Landmarken auftreten. Die Effizienz der Berechnung der Registrierungsfunktion hängt von der verwendeten Basisfunktion ab (siehe unten). Ebenso ist für die Effizienz der numerischen Lösung des Gleichungssystems (4.6) bzw. (4.8) wichtig, ob die betreffende Matrix dicht oder dünn besetzt ist, welches ebenfalls von der gewählten Basisfunktion abhängt.

4.2.2 Bisher verwendete Funktionen zur lokalen Registrierung

Wie schon in Abschnitt 4.2.1 diskutiert, existieren eine Reihe von positiv definiten und bedingt positiv definiten Funktionen, die sich für einen elastischen Registrierungsansatz mit Radialbasisfunktionen eignen. Basisfunktionen sind für eine lokal beschränkte Registrierung interessant, wenn sie mindestens asymptotisch gegen Null streben, weil dann ihr wesentlicher Einfluß auf das Gebiet um die Landmarke beschränkt ist. Häufig zitierte Beispiele für lokale Basisfunktionen sind die Multiquadriken mit negativem Exponenten (sogenannte inverse Multiquadriken)

$$R_{IM}(r) = (c^2 + r^2)^\mu, \quad \mu < 0 \quad (4.10)$$

sowie die Gaußfunktion

$$R_G(r) = e^{-r^2/2\sigma^2}. \quad (4.11)$$

Beide Funktionen sind in Abb. 4.1(a) dargestellt.

Ruprecht und Müller (1993) haben die Multiquadrikfunktion (4.10) mit unterschiedlichen Exponenten μ für *Freiform-Deformationen* (engl. *free form deformations*) benutzt. Diese Freiform-Deformationen lassen sich auch für die Registrierung einsetzen. So konnte mit 8 Landmarken ein in ein Bild eingebettetes Quadrat lokal auf ein rotiertes Zielquadrat verformt werden ($\mu = -4, c = 3$) (Ruprecht und Müller, 1993, Seite 274, Abb. 3f). Hierbei sind die Deformationen im Wesentlichen auf ein Gebiet um das Quadrat beschränkt. Arad und Reisfeld (1995) untersuchten die Gaußfunktion (4.11) für Bilddeformationen. Sie haben gezeigt, dass für einfache lokale Verformungen bei Verwendung der Gaußfunktion bereits ein Landmarkenpaar ausreicht (Arad und Reisfeld, 1995, Seite 41, Abb. 4). Die Gaußfunktion (4.10) und die Multiquadrikfunktion (4.11) haben keinen kompakten Träger, sondern streben nur asymptotisch gegen Null

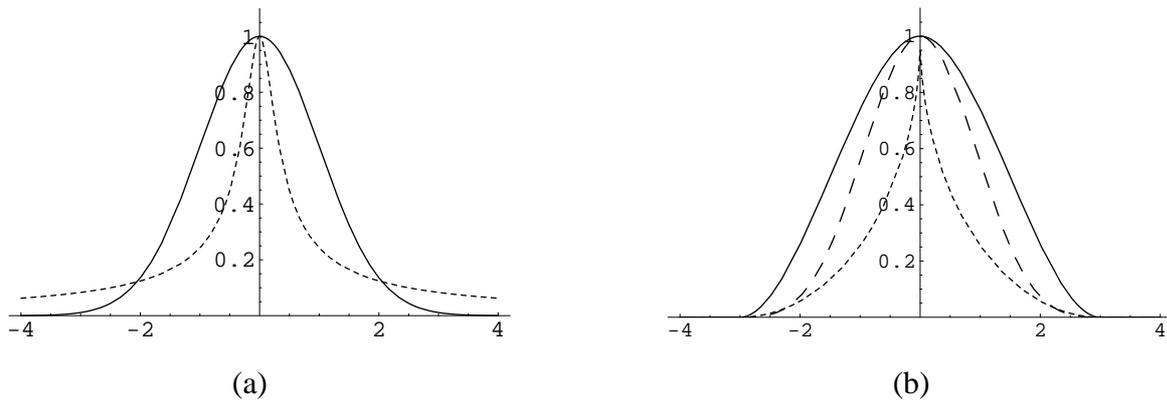


Abbildung 4.1: (a) Funktionen, die asymptotisch gegen Null gehen: inverse Multiquadrik (gestrichelte Linie, $\mu = -0.5, c = 0.25$) und Gaußfunktion (durchgezogene Linie, $\sigma = 1$), (b) Funktionen mit kompaktem Träger: 'Übergangsfunktion' (durchgezogene Linie), kubischer Spline (lang gestrichelte Linie) und 'Viertelkreis' (kurz gestrichelte Linie) (für alle gilt $c = 3$).

und sind daher lediglich *lokal*. Die mathematische Eigenschaft eines kompakten Trägers bedeutet, dass die Funktion nur auf einer endlichen Menge ungleich 0 ist. Für stetige rationale Funktionen gibt es daher einen kleinsten Wert x_{min} , so dass $f(x) = 0, \forall x < x_{min}$ und ein x_{max} , so dass $f(x) = 0, \forall x > x_{max}$.

Arad und Reisfeld (1995, Abschnitt 2.3, Seite 37) haben auch eine lokale Radialbasisfunktion gesucht und dabei im Wesentlichen die gleichen Anforderungen an das beschränkte Registrierungsverfahren gestellt wie oben formuliert. Sie haben neben der Gaußfunktion die folgenden Funktionen vorgeschlagen: die 'Übergangsfunktion' (engl. *transition function*)

$$R_U(r) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{r}{c}\right)^2 \left(3 - 2\frac{r}{c}\right) & 0 \leq r \leq c \\ 0 & r > c, \end{cases} \quad (4.12)$$

den kubischen Spline (engl. *one-sided cubic spline*)

$$R_{KS}(r) = \begin{cases} 6\left(\frac{r}{c}\right)^2\left(\frac{r}{c} - 1\right) + 1 & 0 \leq r \leq \frac{c}{2} \\ 2\left(1 - \frac{r}{c}\right)^3 & \frac{c}{2} \leq r \leq c \\ 0 & r > c \end{cases} \quad (4.13)$$

als auch den 'Viertelkreis' (engl. *quarter circle*)

$$R_{VK}(r) = \begin{cases} 1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{r}{c}\right)^2} & 0 \leq r \leq c \\ 0 & r > c. \end{cases} \quad (4.14)$$

Alle drei Funktionen haben einen kompakten Träger. Für $c = 3$ sind die Funktionen in Abb. 4.1(b) gezeigt. Arad und Reisfeld schreiben aber auch, dass das Gleichungssystem zur Bestimmung

der Koeffizienten der Registrierungsfunktion (4.8) für beide Funktionen (4.12) und (4.13) nicht immer lösbar ist. Die Funktion (4.14) ist hingegen positiv definit und das Gleichungssystem für die Koeffizienten ist somit zwar lösbar, jedoch ist der Viertelkreis nicht mehr gaußförmig und insbesondere bei $r = 0$ nicht mehr differenzierbar. Arad und Reisfeld (1995) haben festgestellt, dass die Form der Gaußfunktion sich bei der Verformung von Bildern zwar als geeignet herausgestellt hat, die Gaußfunktion jedoch keinen kompakten Träger besitzt und daher mit ihr kein beschränktes Verformungs- und Registrierungsverfahren möglich ist. Alternativ könnte die abgeschnittene Gaußfunktion (engl. *truncated Gaussian*) für ein lokal beschränktes Registrierungsverfahren eingesetzt werden, bei dem ab einem im Einzelfall zu bestimmenden Wert r_{cutoff} die Gaußfunktion (4.11) Null gesetzt wird: $R_G(r) = 0 \forall r > r_{\text{cutoff}}$. Dieser Wert r_{cutoff} müsste die jeweiligen Werte α_i von (4.8) berücksichtigen, welche für jeden Landmarkensatz verschieden sind und eben durch die abgeschnittene Gaußfunktion erst bestimmt werden. Damit ergibt sich ein Problem mit zyklischer Abhängigkeit. Darüber hinaus ist die Lösbarkeit des Gleichungssystems (4.8) mit der abgeschnittenen Gaußfunktion nicht für beliebige Landmarkenverteilung gewährleistet. Dieses Problem wird weiter unten in Abschnitt 4.3.2 diskutiert werden. Arad und Reisfeld (1995) konnten in ihrem Artikel keine Lösung für eine Funktion mit kompaktem Träger geben, die eine ähnliche Form hat wie die Gaußfunktion.

4.2.3 Positiv definite Polynome minimalen Grades mit kompaktem Träger (Wendland Funktionen)

In diesem Abschnitt wird eine Basisfunktion vorgestellt, die alle in Abschnitt 4.2.1 gestellten Anforderungen – *Lokalität, Lösbarkeit, Effizienz* – erfüllt: Sie nähert die Gaußfunktion an, ist positiv definit und besitzt einen kompakten Träger, um die Lokalität zu garantieren. Diese Funktion ist innerhalb der Mathematik entwickelt worden, und zwar in einer Arbeit, die sich speziell mit der Konstruktion radialer Basisfunktionen mit kompaktem Träger beschäftigten (Wendland, 1995, 1996).

Der folgende Satz – ohne Beweis aus Wendland (1996, Seite 8) zitiert – begründet, warum bei der Konstruktion von Funktionen mit kompaktem Träger nur noch positiv definite Funktionen von Interesse sind:

Satz 4.2.1. *Ist ϕ eine bedingt positiv definite Funktion der Ordnung m auf \mathbb{R}^d und besitzt ϕ einen kompakten Träger, so ist ϕ bereits positiv definit auf dem \mathbb{R}^d .*

Im Unterschied zu einigen klassischen bedingt positiv definiten Basisfunktionen ohne kompakten Träger, für die die korrespondierende univariate Funktion von der Raumdimension unabhängig ist, hängt die Darstellung einer Basisfunktion mit kompaktem Träger immer von der Raumdimension ab, was folgender Satz zeigt (Wendland, 1996, Seite 9):

Satz 4.2.2. *Die Funktion $\phi : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ habe den Träger $[0, 1]$. Dann kann $\phi_d : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$, $\phi_d(x) := \phi(\|x\|)$ nicht für jede Raumdimension d positiv definit sein. D.h. die Darstellung einer radialen Basisfunktion mit kompaktem Träger muß von der Raumdimension abhängen.*

Die allgemeine Form der konstruierten Basisfunktionen, die in Wendland (1995, 1996) als ψ -

Funktionen bezeichnet werden, läßt sich wie folgt beschreiben:

$$\psi(r) = \begin{cases} p(r) & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & r > 1, \end{cases} \quad (4.15)$$

wobei $p(r)$ ein univariates Polynom ist. Für jede univariate Funktion $\psi(r)$ bezeichnet $\psi : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$, $\psi(\mathbf{r}) = \psi(\|\mathbf{r}\|)$ die korrespondierende multivariate Funktion. Dementsprechend sind Aussagen über ψ , die in Verbindung mit Räumen höherer Dimensionen gemacht werden, wie „ ψ ist positiv definit auf \mathbb{R}^d “ auf das korrespondierende ψ bezogen. Wenn ψ positiv definit auf \mathbb{R}^d ist, so ist ψ auch positiv definit auf \mathbb{R}^g mit $0 < g \leq d$.

Wendland (1995) hat bewiesen, dass für gegebene Raumdimension d und Glattheit $C^{2k}(\mathbb{R})$ – bis auf einen konstanten Faktor – nur eine Funktion ψ von der Form (4.15) existiert, die positiv definit auf \mathbb{R}^d ist und welche einen minimalen polynomiellen Grad $\lfloor d/2 \rfloor + 3k + 1$ hat, wobei $\lfloor x \rfloor$ die größte ganze Zahl kleiner oder gleich x bezeichnet. Diese Funktion ist durch folgende Konstruktionsvorschrift gegeben

$$\psi_{d,k}(r) := I^k (1 - r)_+^{\lfloor d/2 \rfloor + k + 1}(r) \quad (4.16)$$

mit

$$(1 - r)_+^\nu = \begin{cases} (1 - r)^\nu & 0 \leq r < 1 \\ 0 & r \geq 1 \end{cases}$$

als dem bei 1 abgeschnittenen Polynom und

$$I f(r) := \int_r^\infty t f(t) dt \quad r \geq 0$$

als Integrationsoperator, der k -mal in (4.16) angewendet wird. Für negative Werte gilt $\psi(-r) = \psi(r)$. Für gerade Dimensionen d gilt aufgrund der Rundungsfunktion im Exponenten von (4.16) die Eigenschaft $\psi_{d,k} = \psi_{d+1,k}$. Von den Funktionen $\psi_{d,k}(r)$ wird $d = 3$ gewählt, welches die höchste Bilddimension in den folgenden Registrierungsanwendungen ist. Da $\psi_{3,k}(r) = \psi_{2,k}(r)$ ist, werden die gleichen Funktionen zur Registrierung von sowohl 2D- als auch 3D-Bildern verwendet. $\psi_{3,k}$ auch für kleinere Raumdimensionen g als 3 positiv definit $0 < g \leq 3$. Im Folgenden werden die ψ -Funktionen für $d = 3$ und $k = 0, 1, 2$ angegeben

$$\psi_{3,0}(r) = (1 - r)_+^2 \quad (4.17)$$

$$\psi_{3,1}(r) = (1 - r)_+^4 (4r + 1) \quad (4.18)$$

$$\psi_{3,2}(r) = (1 - r)_+^6 (35r^2 + 18r + 3). \quad (4.19)$$

Die entsprechenden multivariaten Funktionen sind gegeben durch $\psi : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$, $\psi(\mathbf{r}) = \psi(\|\mathbf{r}\|)$.

Bei den bisher in dieser Arbeit eingesetzten Funktionen zur elastischen Registrierung ist als Randbedingung eine relativ hohe Glattheit des Registrierungsergebnisses postuliert worden. So minimieren die TPS ein Funktional, das man als Krümmungsoperator des Raumes verstehen kann. Daher werden bei der lokal beschränkten Registrierung ebenfalls glatte Funktionen

gewählt. $\psi_{3,0}$ mit der Glattheit $C^0(\mathbb{R})$ ist eine nur stetige Funktion und sie wird nicht als Registrierungsfunktion verwendet. Daher ist $\psi_{3,1}$ das Polynom mit dem kleinsten Grad, das für die Registrierung benutzt wird. Alle drei Funktionen sind in Abb. 4.2 dargestellt und die Funktionen $\psi_{3,1}(\mathbf{r})$ und $\psi_{3,2}(\mathbf{r})$ sind in 2D in Abb. 4.3 gezeichnet. Die positive Definitheit bleibt für unterschiedlich große kompakte Träger $[0, a]$ erhalten, denn positiv definite Funktionen können nach dem Satz von Bochner durch eine positive Fouriertransformierte charakterisiert werden, wobei eine Skalierung daran nichts ändert. Die Funktion ψ_a mit einem kompaktem Träger der Länge a wird durch

$$\psi_a(r) = \psi(r/a)$$

definiert. Die Registrierungsfunktion $u(\mathbf{x})$ (in einer Komponente) ist jetzt durch R_s gemäß (4.4) und (4.7) mit einer ψ_a -Funktion als R gegeben. Die zugehörigen Koeffizienten α werden durch (4.8) bestimmt. Die Registrierungsfunktion hat einen Parameter a , der vor der Registrierung festgelegt werden muss. Dem Autor ist derzeit keine theoretische Arbeit bekannt, die die Lösbarkeit des Gleichungssystems (4.8) beweist, wenn für jede Landmarke \mathbf{p}_i ein unterschiedlicher Radius a gewählt wird. Daher wurde bei den Experimenten (siehe Kapitel 4.4) der gewählte Parameter a für alle Landmarken einheitlich gewählt.

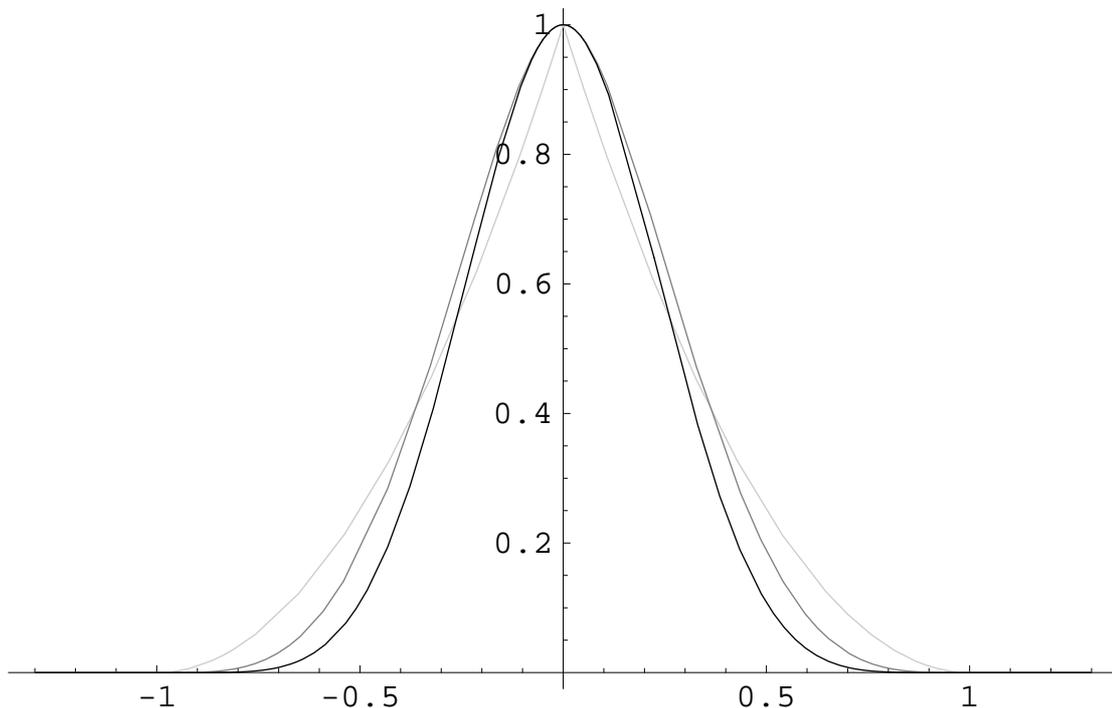


Abbildung 4.2: Darstellung von $\psi_{3,0}$ (hellgrau), $\psi_{3,1}$ (dunkelgrau) und $\frac{\psi_{3,2}}{3}$ (schwarz). Die letzte Funktion ist an der Stelle 0 auf 1 normiert worden, um sie mit den anderen besser vergleichen zu können. Mit zunehmendem k (zunehmender Glattheit) werden die Funktionen an den Stellen 0 und 1 flacher.

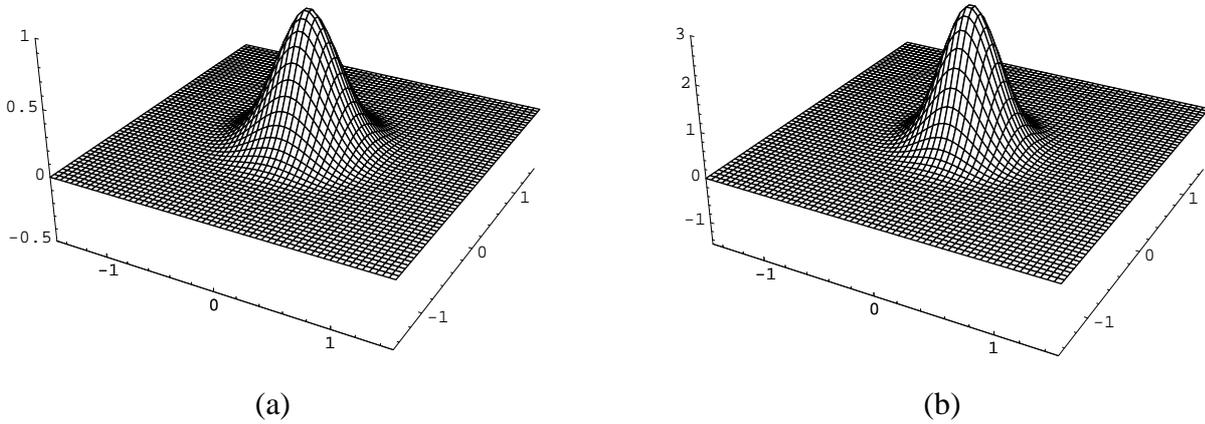


Abbildung 4.3: (a) $\psi_{3,1}([0, 1])$ und (b) $\psi_{3,2}([0, 1])$

4.3 Eigenschaften des Ansatzes

4.3.1 Lösbarkeit

Die Lösbarkeit des Gleichungssystems (4.8) ist durch die positive Definitheit der ψ -Funktionen gegeben, denn dann ist auch die Matrix \mathbf{K} in (4.8) positiv definit. (Eine Funktion ϕ wird gerade genau dann als positiv definit bezeichnet, wenn die aus ihr gebildete Matrix \mathbf{K} mit $K_{ij} = \phi(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|)$ für paarweise verschiedene Punkte $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N \in \mathbb{R}^d$ positiv definit ist.) Für die Definition positiv definiter Matrizen gilt z.B. nach Forster (1987)

Definition 4.3.1. Eine symmetrische $n \times n$ -Matrix \mathbf{A} heißt genau dann positiv definit, falls

$$\langle \xi, \mathbf{A}\xi \rangle > 0 \quad \text{für alle } \xi \in \mathbb{R}^n \setminus 0,$$

wobei $\langle \cdot, \cdot \rangle$ das Skalarprodukt bezeichnet. Mit $\xi = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)$ ist nach Def. 4.2.1 und 4.3.1 \mathbf{K} mit $K_{ij} = \phi(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|)$ positiv definit. Jede positiv definite Matrix ist aber auch invertierbar, also ist das Gleichungssystem (4.8) für paarweise verschiedene Landmarken $\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n \in \mathbb{R}^d$ immer lösbar.

4.3.2 Vergleich mit der Gaußfunktion

Im Folgenden werden graphisch die ψ -Funktionen mit der nicht normalisierten Gaußfunktion in (4.11) verglichen, um ihre Ähnlichkeiten im Verlauf zu verdeutlichen. Für einen gegebenen Parameterwert σ der Gaußfunktion ergibt sich der korrespondierende Parameterwert a der ψ -Funktion z.B. durch den Vergleich der Flächen unterhalb beider Kurven. Dazu werden beide 1D-Funktionen mit ihren Parametern von $-\infty$ bis ∞ integriert und gleichgesetzt. Für gegebenes σ wird der Parameterwert a so gewählt, dass beide Flächen gleich groß sind

$$\psi_{3,1} : \quad \frac{a}{3} = \sqrt{\pi/2} \sigma \quad \Rightarrow \quad a = 3\sqrt{\pi/2} \sigma. \quad (4.20)$$

σ	0.5	1	1.5	2	3	5
a	1.87997	3.75994	5.63991	7.51988	11.2798	18.7997

Tabelle 4.1: Parameterwerte a für gegebenes σ entsprechend Gl. (4.20).

Für $\psi_{3,2}$ ergibt sich entsprechend

$$\psi_{3,2} : \quad \frac{8a}{9} = 3\sqrt{\pi/2}\sigma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{27\sqrt{\pi/2}}{8}\sigma. \quad (4.21)$$

σ	0.5	1	1.5	2	3	5
a	2.11497	4.22994	6.3449	8.45987	12.6898	21.1497

Tabelle 4.2: Parameterwerte a für gegebenes σ entsprechend Gl. (4.21).

In den Abb. 4.4 und 4.5 ist der graphische Verlauf von $\psi_{3,1}$ bzw. $\psi_{3,2}$ zusammen mit der Gaußfunktion dargestellt. Die Ähnlichkeit zwischen den ψ -Funktionen und der Gaußfunktion ist offenbar, wobei $\psi_{3,2}$ dem Verlauf der Gaußfunktion im Vergleich zu $\psi_{3,1}$ noch mehr ähnelt (siehe dazu auch die Darstellung von Gauß-, $\psi_{3,0}$ und $\psi_{3,1}$ -Funktionen in Abb. 4.6).

Im Folgenden werden die Unterschiede in den mathematischen Eigenschaften zwischen den ψ -Funktionen und der Gaußfunktion beim Gebrauch als Registrierungsfunktionen untersucht. Es wird eine Registrierungsaufgabe mit 7 Landmarken betrachtet, wobei 4 Landmarken in den jeweiligen Ecken des Bildes fixiert sind und 3 Landmarken mit nicht verschwindender Verschiebung in der Mitte des Bildes platziert werden. Die berechneten Matrizen \mathbf{K} aus (4.8) sind für $\psi_{a,3,1}$ mit $a = 120$ in (4.22) und für die Gaußfunktion mit dem korrespondierendem $\sigma = 31.91$ in (4.23) dargestellt.

$$\mathbf{K}_{\psi_{3,1}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.000825 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.0282 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000825 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0282 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

$$\mathbf{K}_G = \begin{pmatrix} 1 & 2.85 \cdot 10^{-16} & 8.12 \cdot 10^{-32} & 2.85 \cdot 10^{-16} & 2.43 \cdot 10^{-06} & 6.07 \cdot 10^{-17} & 6.74 \cdot 10^{-11} \\ 2.85 \cdot 10^{-16} & 1 & 2.85 \cdot 10^{-16} & 8.12 \cdot 10^{-32} & 2.43 \cdot 10^{-06} & 4.92 \cdot 10^{-10} & 1.56 \cdot 10^{-19} \\ 8.12 \cdot 10^{-32} & 2.85 \cdot 10^{-16} & 1 & 2.85 \cdot 10^{-16} & 1.6 \cdot 10^{-11} & 0.00399 & 6.74 \cdot 10^{-11} \\ 2.85 \cdot 10^{-16} & 8.12 \cdot 10^{-32} & 2.85 \cdot 10^{-16} & 1 & 1.6 \cdot 10^{-11} & 4.92 \cdot 10^{-10} & 0.0292 \\ 2.43 \cdot 10^{-06} & 2.43 \cdot 10^{-06} & 1.6 \cdot 10^{-11} & 1.6 \cdot 10^{-11} & 1 & 0.000761 & 5.37 \cdot 10^{-05} \\ 6.07 \cdot 10^{-17} & 4.92 \cdot 10^{-10} & 0.00399 & 4.92 \cdot 10^{-10} & 0.000761 & 1 & 0.000116 \\ 6.74 \cdot 10^{-11} & 1.56 \cdot 10^{-19} & 6.74 \cdot 10^{-11} & 0.0292 & 5.37 \cdot 10^{-05} & 0.000116 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Die Matrix in (4.22) ist dünn besetzt und kann zur Lösung des Gleichungssystems (4.8) in Untermatrizen zerlegt werden, während hingegen die Matrix in (4.23) dicht besetzt ist und nicht

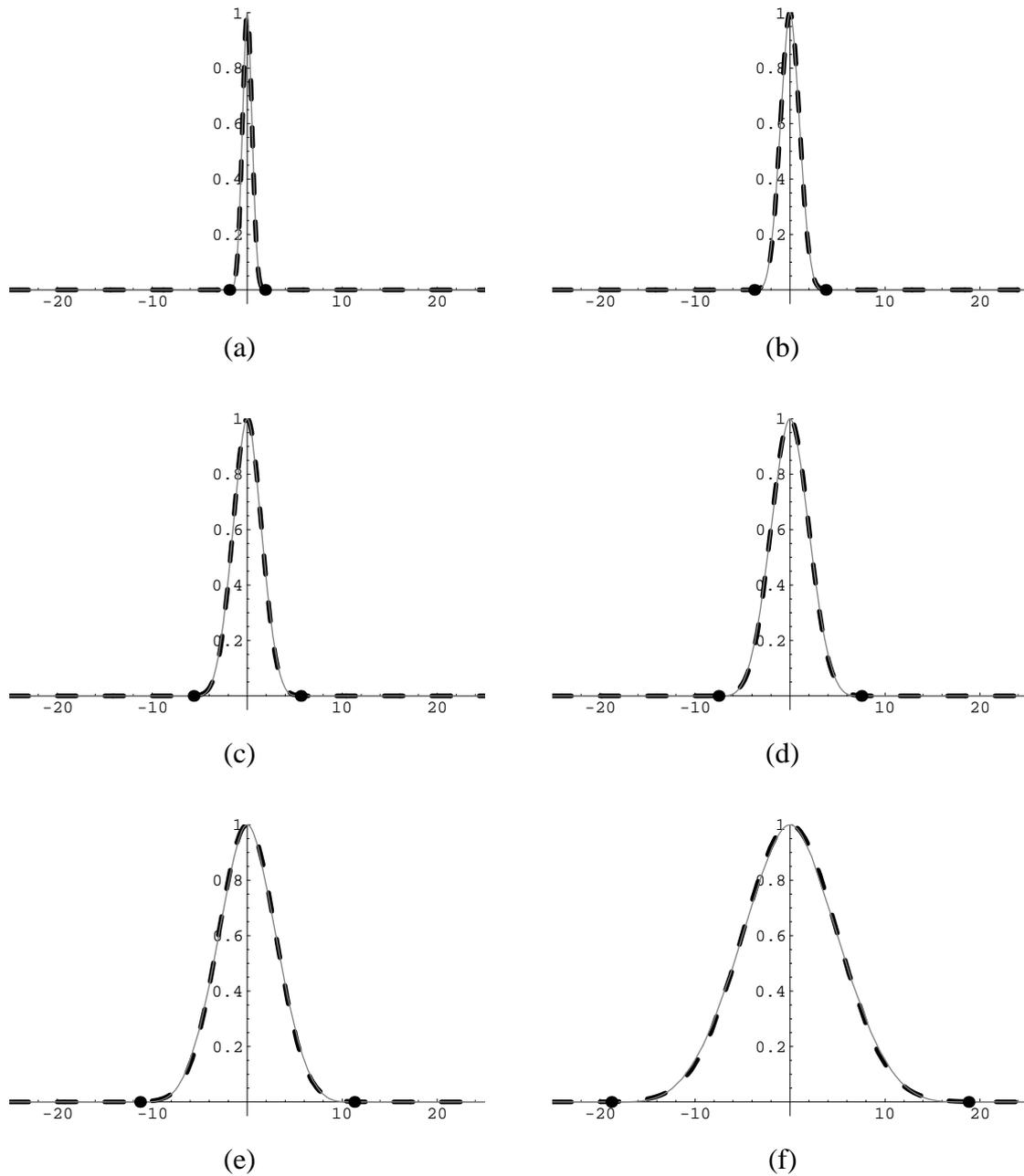


Abbildung 4.4: Vergleich von $\psi_{3,1}$ (dünn) mit der Gaußfunktion (unterbrochene Linie). Die Werte von σ und a sind der Tabelle 4.1 entnommen und korrespondieren zu den Abb. 4.4(a) bis 4.4(f). Der Träger von $\psi_{3,1}$, d.h. das Intervall von $-a$ bis a , ist auf der x -Achse durch Punkte dargestellt.

zerlegt werden kann. Eine Zerlegung in Untermatrizen ist wiederum für die Berechnung der Invertierung der Matrix von Vorteil, da dann inverse Matrizen von niedrigerer Dimension invertiert werden müssen. Wird statt der Gaußfunktion die abgeschnittene Gaußfunktion benutzt, so ist die positive Definitheit nicht länger gegeben (siehe unten), und deshalb ist auch nicht gewährleistet, dass die korrespondierende Matrix regulär ist. Hingegen ist die zu $\psi_{3,1}$ korrespondierende Matrix (4.22) sowohl dünn besetzt als auch regulär. Deshalb ist das zugehörige

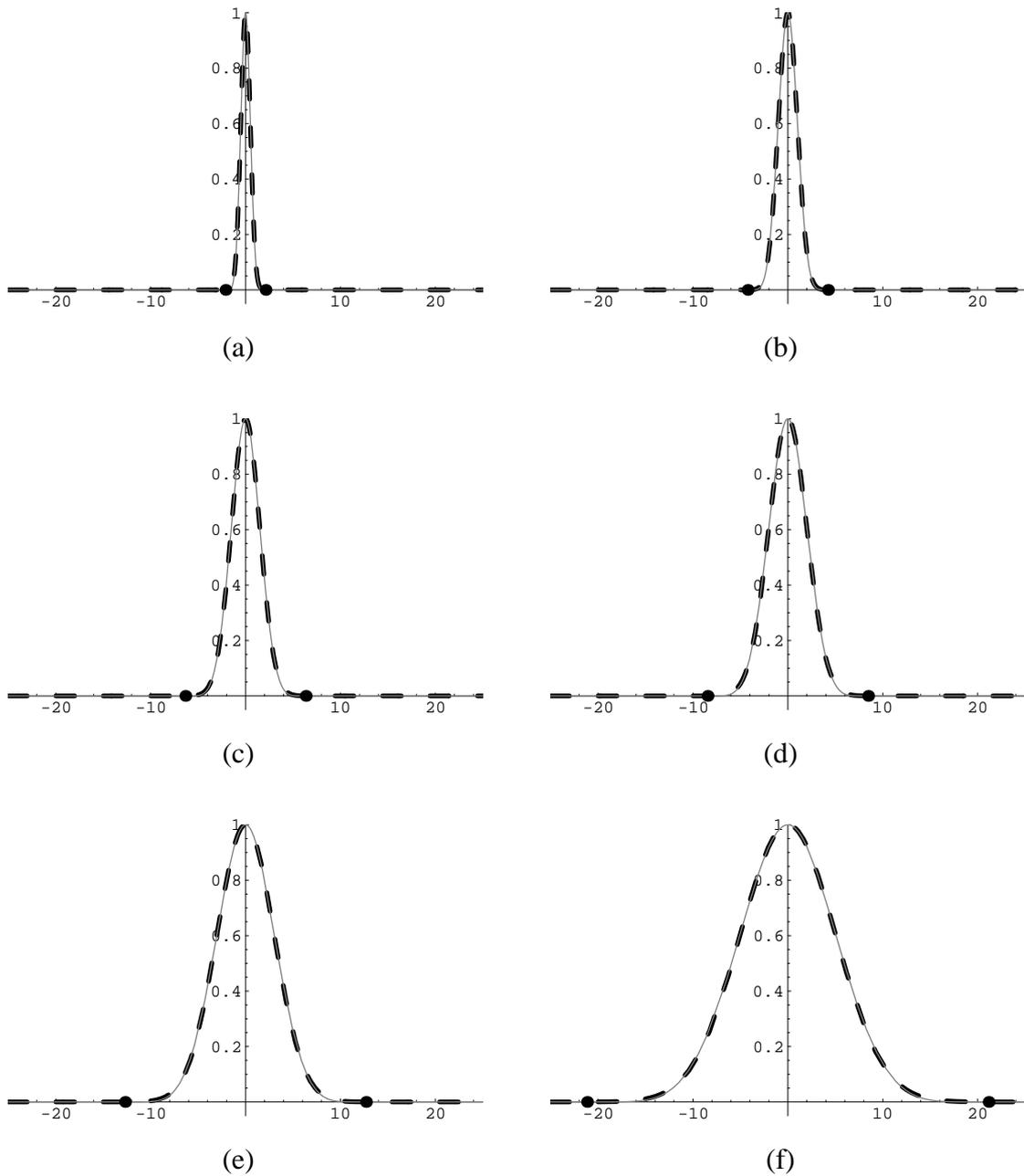


Abbildung 4.5: Vergleich von $\psi_{3,2}$ (dünn) mit der Gaußfunktion (unterbrochene Linie). Erklärungen siehe Abb. 4.4.

lineare Gleichungssystem auch immer lösbar.

Der Grund, weswegen die zu der abgeschnittenen Gaußfunktion korrespondierende Matrix \mathbf{K} nicht positiv definit ist, kann wie folgt erklärt werden: Ein (beidseitiges) Abschneiden einer Funktion wird durch Multiplikation mit einer Rechteckfunktion erreicht. Im Frequenzraum entspricht dies einer Faltung der Fourier-Transformierten-Funktion mit der sinc-Funktion. Im Fall der Gaußfunktion hat die Fouriertransformierte der abgeschnittenen Funktion negative Werte. Nach dem Satz von Bochner (Wendland, 1996, Satz 3.10, Seite 9) haben aber positiv definite Funktionen eine positive Fourier-Transformierte, so dass die abgeschnittene Gaußfunktion nicht

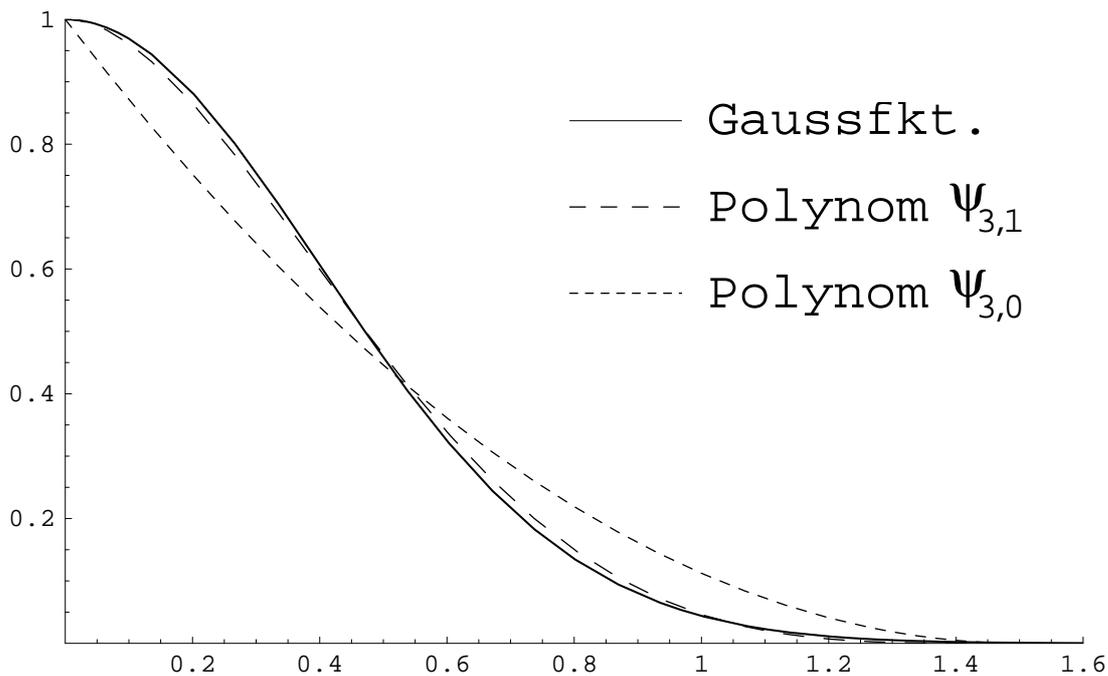


Abbildung 4.6: Vergleich von $\psi_{a,3,0}$ und $\psi_{a,3,1}$ für $a = 1.504$ mit der Gaußfunktion für $\sigma = 0.4$.

positiv definit ist (siehe dazu auch Arad und Reinfeld (1995) und Wendland (1996)).

Neben den geschilderten Vorteilen der Bestimmbarkeit der Inversen der Matrix \mathbf{K} spielt für große Landmarkensätze und/oder große Bilder auch die Effizienz der Berechnung des Registrierungsergebnisses eine Rolle. Die Berechnung der ψ -Funktionen ist gegenüber der Gaußfunktion effizienter, da zum einen weniger Polynomterme als für eine Exponentialfunktion berechnet werden müssen und zum anderen durch den kompakten Träger die resultierende Registrierungsfunktion (4.7) für viele Stellen \mathbf{x} der Bilder Null ist.

4.3.3 Topologieerhaltung

Eine wesentliche Anforderung an elastische Registrierungsschemata ist die Topologieerhaltung. Dies bedeutet, dass Gebiete im Bild, die vor der Registrierung Nachbarn sind, dies auch nach der Anwendung der Transformationsfunktion auf das Bild bleiben. Die Registrierungsfunktion nennt man dann global univalent. Eine notwendige Bedingung an die Registrierungsfunktion \mathbf{u} ist, dass sie stetig ist und dass die Determinante ihrer Jakobimatrix positiv für jeden Punkt des Bildes sein muss (engl. *locally 1-to-1 property*, Christensen *et al.* (1995))

$$\det(\nabla \mathbf{u}) > 0. \quad (4.24)$$

Um die globale Univalenz (engl. *globally 1-to-1 property*, Christensen *et al.* (1995)) der Registrierungsfunktion zu beweisen, wird ein Theorem von Gale und Nikaido (1965) herangezogen:

Satz 4.3.1. Wenn $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ eine differenzierbare Abbildung definiert, wobei Ω eine geschlossene rechteckige Region von \mathbb{R}^n ist, so dass die Jakobimatrix ∇u eine P-Matrix für alle x in Ω ist, dann ist u univalent in Ω .

Eine reelle $n \times n$ Matrix heißt P-Matrix, wenn alle Hauptunterdeterminanten (Hauptminoren) positiv sind.

Im Folgenden wird die Jakobimatrix für die Registrierungsfunktion u bei Verwendung einer isolierten Landmarke \mathbf{p} untersucht. Die Funktion u besteht dabei aus der Summe der Identität und einer lokalen Basisfunktion. Ziel der Berechnung der Topologieerhaltung ist es, Kriterien für den Wertebereich des Parameters a für die ψ -Funktionen bzw. des Parameters σ für die Gaußfunktion in Abhängigkeit von der Größe der Verschiebung Δ von Quell- zu Ziellandmarke zu finden. Dabei wird die Bedingung für die lokale Univalenz entsprechend (4.24) gezeigt und für den 2D-Fall bewiesen und später getrennt auch für den 3D-Fall verkürzt gezeigt, dass dann nach Satz 4.3.1 auch die globale Univalenz gegeben ist.

Für eine isolierte Landmarke im 2D-Fall ergibt sich folgende Registrierungsfunktion mit zwei Komponenten

$$\begin{aligned} u_1(\mathbf{x}) &= x + \Delta_1 \psi(\|\mathbf{x} - \mathbf{p}\|) \quad \text{und} \\ u_2(\mathbf{x}) &= y + \Delta_2 \psi(\|\mathbf{x} - \mathbf{p}\|), \end{aligned} \tag{4.25}$$

wobei ψ eine lokale RBF ist, Δ_1 und Δ_2 sind die Verschiebungen in x - bzw. y -Richtung von der Quelllandmarke \mathbf{p} zur Ziellandmarke \mathbf{q} , und \mathbf{p} ist eine beliebige Position der Landmarke. Einsetzen von (4.25) in (4.24) ergibt

$$\begin{aligned} \det(\nabla u) &= \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial u_2}{\partial y} - \frac{\partial u_1}{\partial y} \frac{\partial u_2}{\partial x} = \\ &\left(1 + \Delta_1 \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) \left(1 + \Delta_2 \frac{\partial \psi}{\partial y}\right) - \Delta_1 \Delta_2 \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial x} > 0 \\ &\Rightarrow \Delta_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + \Delta_2 \frac{\partial \psi}{\partial y} > -1. \end{aligned}$$

Der Übergang zu Polarkoordinaten führt zu

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta_1 \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{x - p_x}{\|\mathbf{x} - \mathbf{p}\|} + \Delta_2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{y - p_y}{\|\mathbf{x} - \mathbf{p}\|} &> -1 \\ \Rightarrow \Delta_1 \frac{\partial \psi}{\partial r} \cos \phi + \Delta_2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \sin \phi &> -1 \\ \Rightarrow \left| \frac{\partial \psi}{\partial r} \right| (\Delta_1 \cos \phi + \Delta_2 \sin \phi) &< 1, \end{aligned}$$

wobei ψ für $\psi(\|\mathbf{x} - \mathbf{p}\|)$ mit $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{p}\|$ steht. Die letzte Zeile ergibt sich nach Multiplikation mit -1 , weil $\frac{\partial \psi}{\partial r} < 0$ für $r > 0$ gilt. Wird jetzt $\Delta = \max(\Delta_1, \Delta_2) > 0$ gesetzt, so erhält man

für den Ausdruck in Klammern eine Abschätzung nach oben mit $\phi = \pi/4$. Dann ergibt sich für den 2D-Fall folgende Bedingung

$$\left| \frac{\partial \psi}{\partial r} \right| < \frac{1}{\sqrt{2} \Delta}. \quad (4.26)$$

Die linke Seite der Gleichung (4.26) hängt von dem Parameter a bzw. σ ab. Durch geeignete Wahl der Parameterwerte $a(\Delta)$ bzw. $\sigma(\Delta)$ (siehe unten) kann man daher erreichen, dass ψ lokal univalent ist. Mit Hilfe von Satz 4.3.1 wird die globale Univalenz von ψ unter der Bedingung gezeigt, dass (4.26) erfüllt ist. Die Jakobimatrix von (4.25) ist

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x} & \frac{\partial u_1}{\partial y} \\ \frac{\partial u_2}{\partial y} & \frac{\partial u_2}{\partial x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \Delta_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} & \Delta_1 \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ \Delta_2 \frac{\partial \psi}{\partial x} & 1 + \Delta_2 \frac{\partial \psi}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \Delta_1 \frac{\partial \psi}{\partial r} \cos \phi & \Delta_1 \frac{\partial \psi}{\partial r} \sin \phi \\ \Delta_2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \cos \phi & 1 + \Delta_2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \sin \phi \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

Die Hauptminoren sind neben der Determinante von (4.27) die Hauptdiagonalelemente. Falls Bedingung (4.26) gilt, ist weiter oben gezeigt worden, dass die Determinante von (4.27) positiv ist (4.24). Mit Hilfe von (4.26) wird auch die Positivität der Hauptdiagonalelemente gezeigt:

$$\begin{aligned} 1 + \Delta_1 \frac{\partial \psi}{\partial r} \cos \phi &= 1 - \Delta_1 \left| \frac{\partial \psi}{\partial r} \right| \cos \phi \\ &> 1 - \Delta_1 \left| \frac{\partial \psi}{\partial r} \right| \quad \text{mit } \Delta_1 \leq \Delta \text{ und (4.26) folgt weiter:} \\ &> 1 - \Delta \frac{1}{\sqrt{2} \Delta} \\ &> 0. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Entsprechendes gilt für das zweite Hauptdiagonalelement. Damit ist nach Satz 4.3.1 gezeigt, dass (4.25) global univalent ist, falls (4.26) gilt.

Für den 3D-Fall erhält man eine analoge Bedingung. Aus der Determinante der Jakobimatrix ergibt sich

$$\det(\nabla \mathbf{u}) = 1 + \Delta_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + \Delta_2 \frac{\partial \psi}{\partial y} + \Delta_3 \frac{\partial \psi}{\partial z} > 0.$$

Wird wieder $\Delta = \max(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3)$ gesetzt, so erhält man als Abschätzung durch ähnliche Rechnung für den 3D-Fall analog zu (4.26)

$$\left| \frac{\partial \psi}{\partial r} \right| < \frac{1}{\sqrt{3} \Delta}. \quad (4.29)$$

Auch hier kann entsprechend (4.28) gezeigt werden, dass alle Hauptminoren der Jakobimatrix für den 3D-Fall positiv sind, wenn (4.29) gilt. Somit ist auch die Transformationsfunktion für eine isolierte Landmarke für den 3D-Fall unter der Bedingung (4.29) global univalent. Hieraus folgt direkt, dass die Transformationsfunktionen (die für den 2D-Fall in (4.25) definiert ist) topologieerhaltend sind, sofern (4.26) für den 2D-Fall und (4.29) für den 3D-Fall gilt. Das Minimum von $\frac{\partial \psi}{\partial r}$ bzw. das Maximum von $\left| \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|$ hängt von dem Parameterwert a bzw. σ ab und kann analytisch bestimmt werden. Die folgende Tabelle 4.3 faßt $\left| \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|$ für verschiedene lokale Basisfunktionen zusammen:

	$\psi_{a,3,1}$	$\psi_{a,3,2}$	Gauß
$\left \frac{\partial \psi}{\partial r} \right _{\max}$	$\frac{135}{64} \frac{1}{a}$	$\frac{5}{2} \frac{1}{a}$	$\frac{1}{\sqrt{e}} \frac{1}{\sigma}$

Tabelle 4.3: Maxima von $\left| \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|$ für verschiedene lokale Basisfunktionen.

Aus den Bedingungen (4.26) und (4.29) zusammen mit den Maxima $\left| \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|$ aus Tabelle 4.3 können die für die Topologieerhaltung notwendigen Bedingungen für die Parameterwerte a und σ in Abhängigkeit von der maximalen Verschiebung in einer Koordinatenrichtung Δ abgeleitet werden. Sie sind in der folgenden Tabelle 4.4 zusammengestellt:

Dimension	$\psi_{a,3,1}$	$\psi_{a,3,2}$	Gauß
$d = 2$	$a > 2.98 \Delta$	$a > 3.54 \Delta$	$\sigma > 0.86 \Delta$
$d = 3$	$a > 3.66 \Delta$	$a > 4.33 \Delta$	$\sigma > 1.06 \Delta$

Tabelle 4.4: Minimale Werte a und σ für gegebene Verschiebung Δ entlang einer Koordinatenrichtung.

Tabelle 4.4 zeigt, dass je nach Wahl der Bilddimension und der ψ -Funktion der Wert des Parameters a mindestens zwischen 3 bis ca. 4.5 mal so groß wie die maximale Verschiebung in einer Koordinatenrichtung sein muss, damit die Transformationsfunktion topologieerhaltend ist. Dieses Ergebnis ist insofern unerwartet, da es zeigt, dass keine beliebig kleinen kompakten Träger der ψ -Funktionen erlaubt sind (für mögliche Ausnahmen davon siehe weiter unten). Das Ergebnis zeigt außerdem, dass der Einflußbereich einer Landmarke im Vergleich zur Verschiebung der Landmarke relativ groß sein muss. So ist der Durchmesser dieses Einflußbereiches bei einer Verschiebung von $\Delta = 15$ Bildelementen mindestens 90 Bildelemente groß ($d = 2$, Funktion $\psi_{45,3,1}$). Zur Verdeutlichung siehe die Darstellungen in Abb. 4.7.

Die errechneten Bedingungen (siehe Tabelle 4.4) sind für eine isolierte Landmarke ausgerechnet worden, innerhalb deren Radius a keine weitere Landmarken platziert wurden. Für Landmarken mit sich überschneidenden Trägern hängt der kleinste Wert von a auch von den Positionen der Landmarken ab, was sofort zu einer sehr viel komplizierteren Rechnung führt, da die Koeffizienten der einzelnen Basisfunktionen α_i nicht mehr mit den Verschiebungen Δ_i identisch sind, sondern sich eben durch ein lineares Gleichungssystem (4.8) berechnen.

Im Folgenden soll verdeutlicht werden, warum bei mehreren benachbarten Landmarken auch kleinere Träger als die aus Tabelle 4.4 möglich sein können. Für eine isolierte Landmarke ist der Koeffizient α_i in der Registrierungsfunktion (siehe Gl. (4.4)) immer identisch mit der Verschiebung Δ_i in einer Koordinatenrichtung der Landmarke. Bei sich überlappenden Trägern ergibt sich die notwendige Verschiebung Δ_i i.A. aus Summen von mehreren ψ -Funktionen mit verschiedenen α_i . Diese α_i können jeweils kleiner sein als jedes Δ_i . Da der minimale Parameterwert a von den Koeffizienten vor der ψ -Funktion abhängt, sind kleinere Werte a als die errechneten möglich.

Dennoch ist Tabelle 4.4 ein guter Anhaltspunkt, auch für den Fall mehrerer Landmarken einen Wert für den Parameter a zu erhalten. Als Folgerung aus den Experimenten (siehe Abb. 4.23

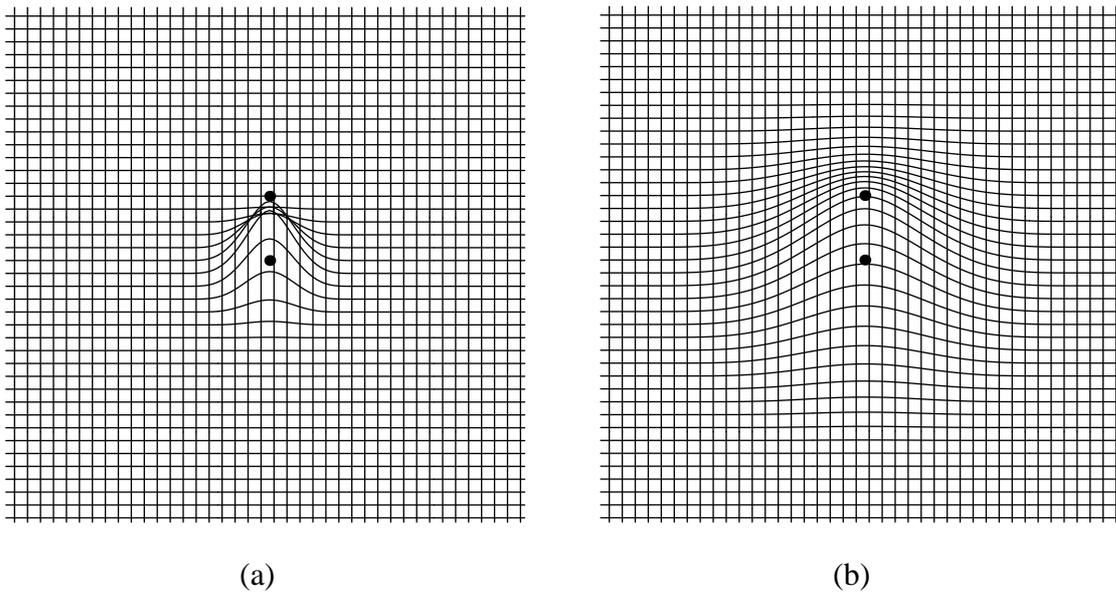


Abbildung 4.7: Darstellung eines Registrierungsergebnisses mit $\psi_{a,3,1}$ am Beispiel einer Landmarke, die in der Mitte des Bildes platziert $\Delta = 15$ Bildelemente nach oben verschoben wurde (Bildgröße: 120×120 Bildelemente, Ausgangs- und Endposition der Landmarke durch Punkte gekennzeichnet). Der notwendige Träger ist $a_{min} = 45$ (a) Ergebnis mit resultierender Topologieverletzung mit $a = 20 \ll 45$, aber kleinem Einflußbereich von 40 Bildelemente (b) Ergebnis ohne Topologieverletzung mit $a = 50 > 45$, aber großem Einflußbereich von 100 Bildelemente.

und 4.27) läßt sich sagen: je dichter die Landmarken gesetzt sind, desto kleiner kann der Parameter a gewählt werden. In den Experimenten ist a so klein wie möglich gewählt worden, um möglichst lokale Transformationen zu erhalten.

Zukünftige Arbeiten sollten weitere Methoden für die günstigste Wahl des Lokaliätätsparameters a erarbeiten. Zu berücksichtigen wäre dabei auch die komplexe Abhängigkeit des Parameters a von den Verschiebungen aller Landmarken. Für Anwendungen könnte z.B. die numerische Berechnung der Determinante der Jakobimatrix die Bedingung in Gl. (4.24) sicherzustellen. So haben Haber und Modersitzki (2007) ein Registrierungsverfahren entwickelt, das die Bedingung (4.24) in die Konstruktion der Transformationsfunktion inhärent mit einschließt.

4.4 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die ψ -Funktionen, die in den vorherigen Abschnitten vorgestellt worden sind, für die elastische Registrierung von Bildern eingesetzt. Im Gegensatz zu TPS haben ψ -Funktionen einen Parameter a , dessen Wert – unter den Bedingungen der Topologieerhaltung (siehe Kapitel 4.3.3) – frei wählbar ist und bei der Registrierung entsprechend festgelegt werden muss.

Die Experimentalstrategie besteht darin, einige Aspekte bei der Registrierung mit ψ -Funktionen in Hinblick auf Anwendungen mit medizinischen Bildern anhand von Beispielen zu un-

tersuchen, und zwar i) wie kann eine optimale Wahl des Parameters a bei einer lokalen Registrierung erfolgen, bei der eine starre Struktur innerhalb eines elastischen Bereiches verschoben wird, ii) wie kann der Parameter a durch Hinzunahme von weiteren Landmarken möglichst klein gewählt werden, wenn eine gedehnte Struktur registriert werden soll, und iii) wie kann das Verfahren bei der Registrierung einer Tumorsektion im Gehirn auf das ursprüngliche Bild eingesetzt werden? Die Beispiele zeigen die generelle Einsatzfähigkeit des Verfahrens; Anpassungen und Erweiterungen an speziell vorliegende Registrierungsaufgaben werden weiterhin notwendig sein.

Die Freiheit bei der Wahl der Landmarkenpositionen ist bei tomographischen Bildern sehr häufig eingeschränkt und durch die Struktur der Objekte gegeben. Um ähnlich realistische Fälle auch bei synthetischen Bildern herzustellen, wird auch dort der Typ der Landmarken auf markante Strukturen wie Ränder oder Ecken von Objekten beschränkt sein. Die Wahl des Parameters a könnte im einfachsten Fall anhand Tabelle 4.4 erfolgen, wenn dort das Größerzeichen durch ein Gleichheitszeichen ersetzt wird. Allgemeine Strategien zur Festlegung von a sind schwierig anzugeben, sie müssen für die jeweils vorliegende Aufgabe oder für die vorliegende Klasse von Registrierungsaufgaben angepaßt bzw. sogar neu entwickelt werden. Im ersten Experiment (siehe Kapitel 4.4.1) wird beispielhaft eine solche Strategie vorgestellt. In den folgenden Experimenten wird sich aber – wenn nicht anders angegeben – auf eine Festlegung von a aufgrund des „besten visuellen Eindrucks“ der Ergebnisse beschränkt.

4.4.1 Experimente mit synthetischen Bilddaten

Verschiebung eines starren Objektes

Eine Verschiebung eines starren Objektes in elastischem Material simuliert eine Verschiebung von z.B. Knochen im umgebenden Weichteilgewebe in tomographischen Bildern wie auch in Kapitel 3.3.1. Im Gegensatz zu Kapitel 3.3.1 ist das Registrierungsverfahren hier jedoch lokal, d.h. dass zwar die starre Struktur auch hier erhalten bleiben soll, jedoch die Verformung des umgebenden elastischen Materials beschränkt bleibt.

Für den 2D-Fall ist ein solches Beispiel anhand eines verschobenen Quadrates in Abb. 4.8 dargestellt. In einem Bild von 300×300 Bildelementen ist das 60×60 Bildelemente große Quadrat, das das starre Objekt darstellen soll, um je 20 Bildelemente nach unten und rechts verschoben. Dabei sollen dunkle Grautöne starres und weiße Grautöne elastisches Material repräsentieren. Als Landmarken werden die vier Eckpunkte des Quadrates und als lokale Basisfunktion die Funktion $\psi_{3,1} = \psi_{2,1}$ gewählt, die auch in allen anderen Experimenten dieses Abschnitts verwendet wird, als Polynom kleinsten Grades, das eine Glattheit $C^2(\mathbb{R})$ größer Null besitzt. Zur Erklärung der Wahl des Parameters a dienen folgende Betrachtungen: Die nächsten Nachbarn der Landmarken zueinander sind 60 Bildpunkte entfernt, d.h. bis zu einem Wert von $a = 30$ sind die Landmarken noch als isoliert zu betrachten (siehe Abschnitt 4.3.3). Für isolierte Landmarken mit einer Verschiebung von $\Delta = 20$ ist nach Tabelle 4.4 für $d = 2$ und $\psi_{3,1}$ $a_{min} \approx 60$. Für $a = 60$ sind die Landmarken aber nicht mehr isoliert und ein kleineres a als 60 könnte verwendet werden, ohne dass die Topologie verletzt würde (siehe Diskussion in Abschnitt 4.3.3). Die Experimentreihe beginnen bei $a = 50$. In Abb. 4.9 sind die Registrie-

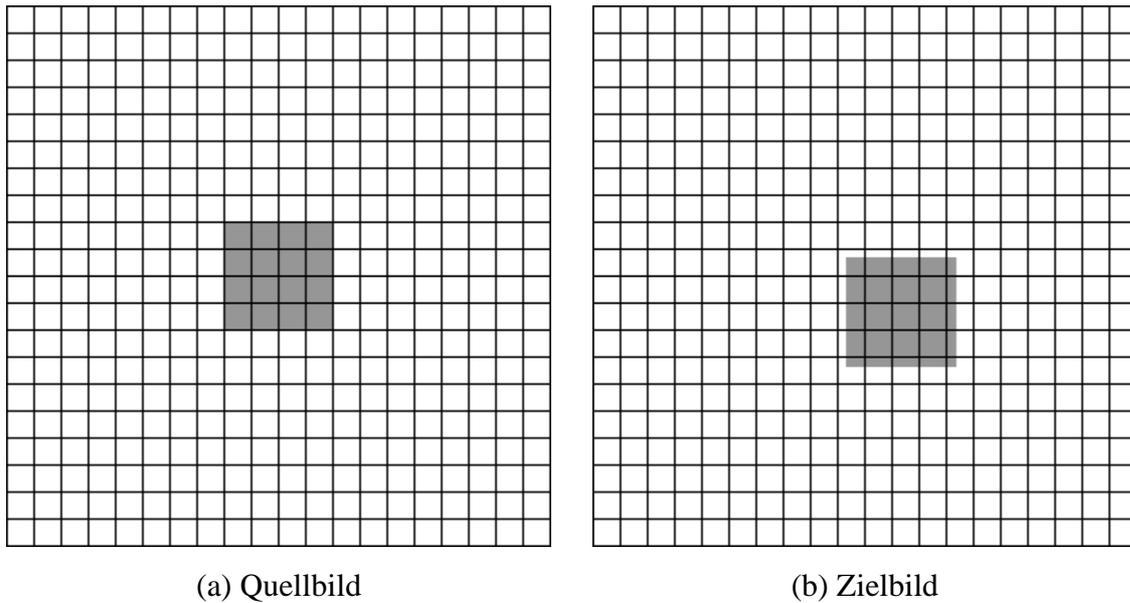


Abbildung 4.8: Verschiebung eines Quadrates, (a) Quellbild 300×300 Bildelemente; starres Quadrat 60×60 Bildelemente; die Umgebung ist elastisch, (b) Zielbild um je 20 Bildelemente nach rechts und unten verschobenes Quadrat.

rungsergebnisse für $a = 50, 70, 90, 110$ dargestellt, wobei auch die Ziellandmarken als Kreise (\odot) eingezeichnet sind. Abb. 4.9(a) und (b) zeigen, dass Werte von $a = 50$ und 70 für diese Aufgabenstellung ungeeignet sind. Derjenige Wert von a , bei dem das Registrierungsergebnis am ehesten dem Zielbild Abb. 4.8(b) entspricht, liegt zwischen $a = 90$ und 110 (siehe Abb. 4.9(c) und (d)). Dabei gleicht das Zielbild vom optischen Eindruck eher Abb. 4.9(d), da dort keine gekrümmten Linien innerhalb des Quadrates auftreten. Das Experiment zeigt außerdem, dass die Verschiebungen lokal auf einen Bereich um die Landmarken beschränkt sind, wobei dieser um so größer wird, je größer der Parameterwert a ist. Der nicht verschobene Bereich lässt sich durch unveränderte Gitterlinien erkennen. Durch ein Differenzbild wurde dieser Bereich beispielhaft für $a = 110$ in Abb. 4.16 kenntlich gemacht.

Die folgende Vorgehensweise zur Optimierung des Parameterwertes a ist für diese Registrierungsaufgabe angepaßt. Für das synthetische Experiment der Verschiebung eines starren Objektes ist die ideale Lösung für den Teil des starren Körpers bekannt. Sie ist für das gegebene Experiment in Abb. 4.10(a) in einer Koordinatenrichtung gezeichnet². Für das starre Quadrat ist die Verschiebung im ganzen Objekt konstant 20 Bildelemente. Abb. 4.10(b) zeigt die errechnete Registrierungsfunktion in einer Komponente für $a = 110$, was dem Ergebnis in Abb. 4.9(d) entspricht. In der Abbildung wurde außerdem die Positionen der Landmarken eingezeichnet. Die Kreise deuten die Radialsymmetrie der vier Basisfunktionen an, aus denen sich die Registrierungsfunktion in ihrer Summe zusammensetzt. Für eine optimale Funktion ist der Fehler, d.h. die Differenz zwischen der idealen Verschiebung in Abb. 4.10(a) und der Registrierungsfunktion, minimal. Um die optimale Funktion zu bestimmen, ist zunächst die

²Durch das interne Berechnungsschema der Grauwerte des transformierten Bildes werden intern Quell- und Zielbild vertauscht. Daher sind hier die Verschiebungen vom Ziel- auf das Quellbild gezeigt.

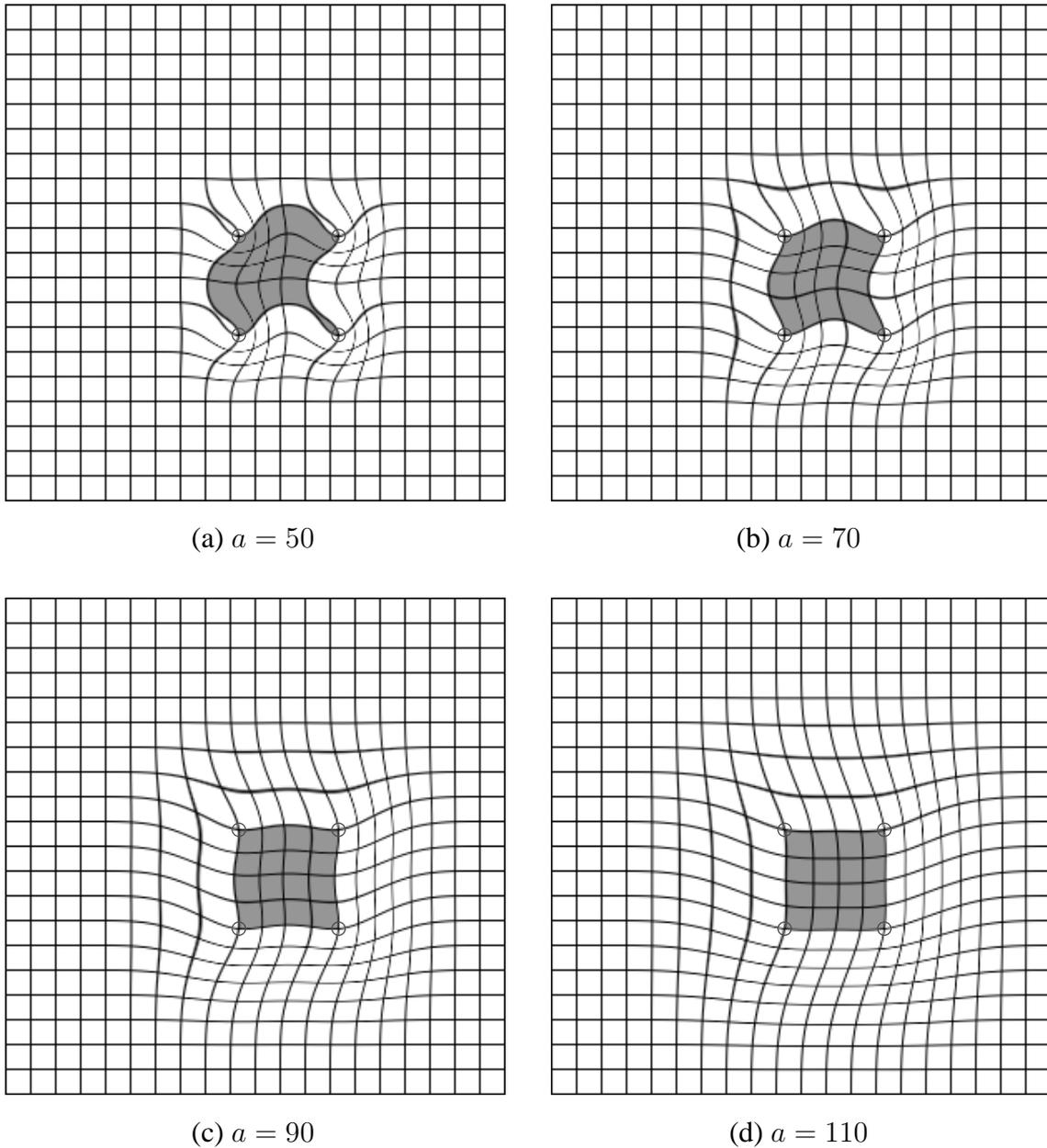
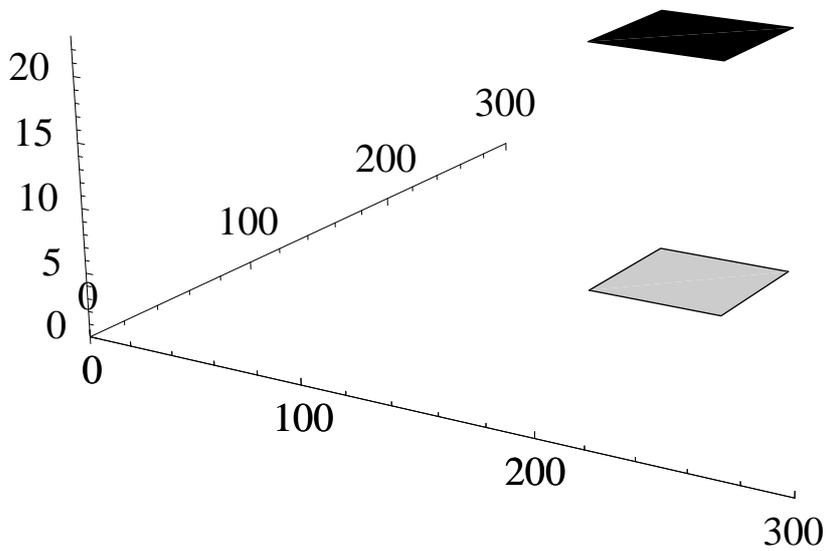


Abbildung 4.9: Verschiebung eines Quadrates, Registrierungsergebnisse für verschiedene Parameterwerte a . Werte von $a = 100$ bis $a = 110$ scheinen am geeignetsten (siehe Text).

Transformationsfunktion in Abhängigkeit von dem Parameter a berechnet worden

$$\begin{aligned}
 u_q(x, y, a) = & \frac{20}{\psi(0) + 2\psi\left(\frac{60}{a}\right) + \psi\left(\frac{84.8528}{a}\right)} \\
 & \left(\psi\left(\frac{x-200}{a}, \frac{y-200}{a}\right) + \psi\left(\frac{x-200}{a}, \frac{y-140}{a}\right) + \right. \\
 & \left. \psi\left(\frac{x-140}{a}, \frac{y-200}{a}\right) + \psi\left(\frac{x-140}{a}, \frac{y-140}{a}\right) \right), \quad (4.30)
 \end{aligned}$$



(a) Ideale Verschiebung

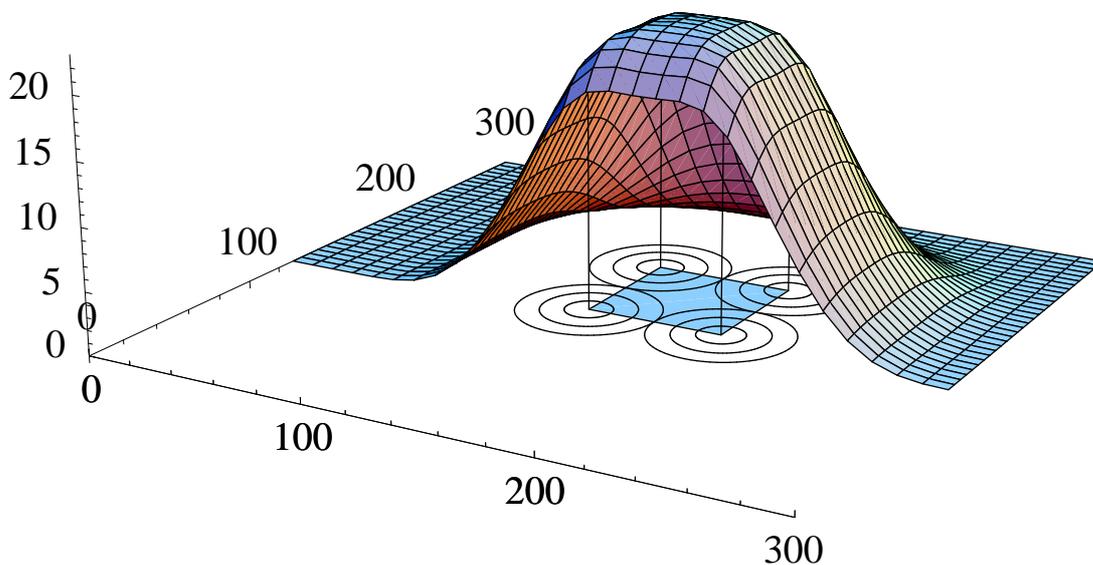
(b) Berechnete Verschiebung für $a = 110$

Abbildung 4.10: Die Verschiebung in einer Komponente dargestellt durch 3D-Flächen, (a) ideale Verschiebung, (b) zur Verdeutlichung ist nur der Bereich von $y = 130$ bis $y = 200$ gezeichnet. Die Kreise deuten die Radialsymmetrie um die vier Landmarken an.

wobei $\psi(x, y) = \psi(\sqrt{x^2 + y^2})$. Die auf ein Bildelement genormte Fehlerfunktion ist jetzt gegeben durch

$$f_q(a) = \frac{\int_{140}^{200} \int_{140}^{200} |u_q(a) - 20| dx dy}{60 \times 60}. \quad (4.31)$$

Mit Hilfe von `Mathematica` ist die Funktion (4.31) für verschiedene a numerisch berechnet worden:

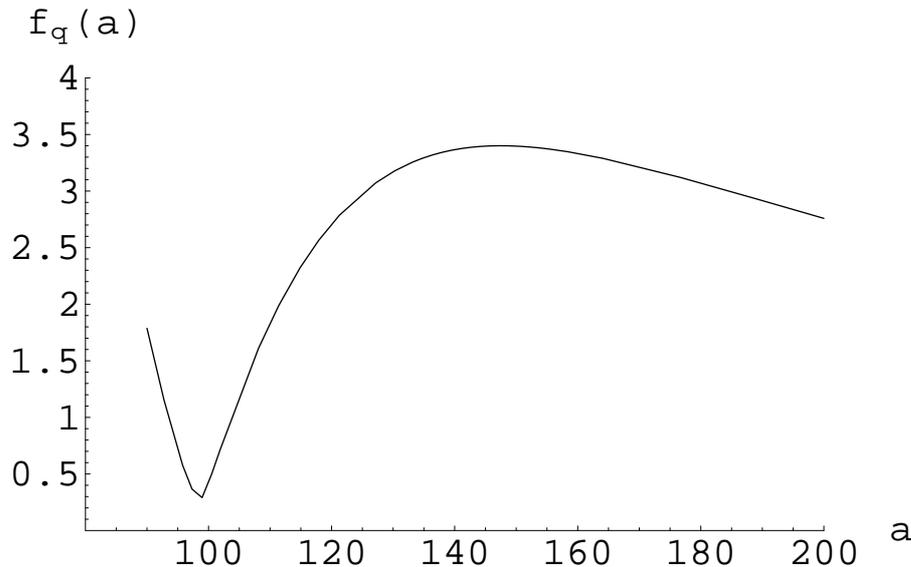


Abbildung 4.11: Berechnung des Fehlers $f_q(a)$ nach (4.31) bei der Registrierung mit der Funktion (4.30) in Abhängigkeit des Parameterwertes a . Das Minimum ist bei $a_{min} = 98.63$.

Abb. 4.11 zeigt, dass sowohl für zu kleine als auch für zu große Werte von a der Fehler zunimmt. Für sehr große Werte von a ($a > 150$) nimmt der Fehler zwar wieder leicht ab, allerdings ist dann die Lokalität der Funktion nicht mehr gegeben. Das Optimum ist numerisch berechnet worden und liegt bei 98.63, der mittlere Fehler ist dann 0.28 Bildelemente (innerhalb des Quadrates). In Abb. 4.12(a),(c) und (e) (linke Spalte) ist für $a = 98.63$ die Funktion u_q in drei y -Schnitten zusammen mit der idealen geraden Verschiebung gezeichnet. Die Abweichungen von der Ideallinie sind gering, aber jedoch gekrümmt, was sich auch im Registrierungsergebnis widerspiegelt, das in Abb. 4.13(a) gezeigt ist. Obwohl das Registrierungsergebnis mit dem Parameterwert $a = 98.63$ einen sehr viel geringeren mittleren Fehler über die Verschiebung des Quadrates aufweist (im Schnitt 0.28 Bildelemente), ist das Ergebnis für $a = 110$ (Abb. 4.9(d)) zwar visuell ansprechender, jedoch hat es einen mittleren Fehler von 1.83 Bildelementen. Das Ergebnis zeigt zum einen, dass der visuelle Eindruck nicht ausreichend sein kann, ein Registrierungsergebnis zu bewerten, und zum anderen, dass das Fehlerkriterium ebenfalls der Aufgabe angepaßt werden muss. Die naheliegende Formulierung des Kriteriums, nämlich die Minimierung des Betragsabstandes zur Ideallösung, muss nicht in allen Fällen die beste sein.

Abb. 4.13(b) zeigt das Registrierungsergebnis mit TPS unter Hinzunahme von 4 weiteren in den Ecken des Bildes fixierten Landmarken, um am Rand eine Verschiebung zu unterdrücken.

Wie erwartet, ist die Registrierung trotz der weiteren Landmarken global. Zudem beträgt der mittlere Fehler, wie er in (4.31) definiert wurde, für das Ergebnis mit TPS in Abb. 4.13(b) 1.17 Bildelemente. Er ist somit wesentlich größer als der für die lokalste Lösung mit ψ -Funktionen (0.28 Bildelemente), obwohl visuell ein anderer Eindruck entsteht. Abb. 4.14(a), (c) und (e) (linke Spalte) zeigen wieder drei y -Schnitte³ der Transformationsfunktion mit TPS und $\psi_{1500,3,1}$. Der Parameterwert a , für den sich der gleiche Fehler wie für TPS ergibt (1.17 Bildelemente), ist $a = 104.85$. Das zugehörige Registrierungsergebnis und die zugehörigen Schnittbilder sind in Abb. 4.13(c) bzw. in Abb. 4.12(b), (d) und (f) (rechte Spalte) gezeigt. Das Ergebnis zeigt, dass mit erhöhter und gleicher Fehlertoleranz wie bei TPS, mit ψ -Funktionen ein ansprechendes Ergebnis erzeugt werden kann. Für das Gebiet des Quadrates hat das Ergebnis einen sehr ähnlichen Verlauf wie das mit TPS, ist aber lokal. Beim Übergangsbereich zwischen dem Quadrat und dem Bildrand besteht bei ψ -Funktionen ein Gegensatz zwischen Glattheit und Lokalität des Ergebnisses. Je größer a ist, desto glatter ist das Ergebnis, aber auch globaler. Für sehr große a ($a > \approx 1000$) ähnelt das Ergebnis dem mit TPS wie Abb. 4.13(d) und Abb. 4.14(b), (d) und (f) (rechte Spalte) zeigen, in der ψ -Funktionen mit $a = 1500$ verwendet wurden. Abb. 4.15 demonstriert die Differenz zwischen dem Verschiebungsfeld in einer Komponente der Ergebnisse aus Abb. 4.13(b) und (d). Der maximale Unterschied ist in der Tat nicht größer als 0.8 Bildelemente.

Eine Übersicht aller zu diesem Experiment genannten mittleren Fehler ist in Tabelle 4.5 zusammengestellt.

Anzahl LM	Basisfunktion	mittl. Fehler
$LM = 4$	$\psi_{a=110}$	1.83
$LM = 4$	$\psi_{a=104.85}$	1.17
$LM = 8$	TPS	1.17
$LM = 8$	$\psi_{a=1500}$	1.10
$LM = 4$	$\psi_{a=98.63}$	0.28

Tabelle 4.5: Mittlere Fehler (in einer Komponente) nach (4.31) bei der Registrierung des Quadrates auf das Zielbild. Angegeben ist die Abhängigkeit von der gewählten Basisfunktion und der Anzahl der Landmarken. Man beachte, dass Anzahl der Landmarken unterschiedlich ist.

Um auch die Lokalität bei Registrierungen mit ψ -Funktionen experimentell nachzuweisen, ist der Bereich für den die Verschiebungen Null sind, markiert worden. Abb. 4.16 zeigt den Rand des Bereiches im Registrierungsergebnis für ψ -Funktionen mit $a = 110$ ⁴.

³Nur für $y_0 = 140$ und $y_0 = 200$ muss der Graph an den Stellen $x = 140$ und $x = 200$ die Ideallinie schneiden, weil dort Landmarken sind.

⁴Das Zentrum der Kreise bilden die Ziellandmarken, weil die Abbildungsrichtung vertauscht wurde.

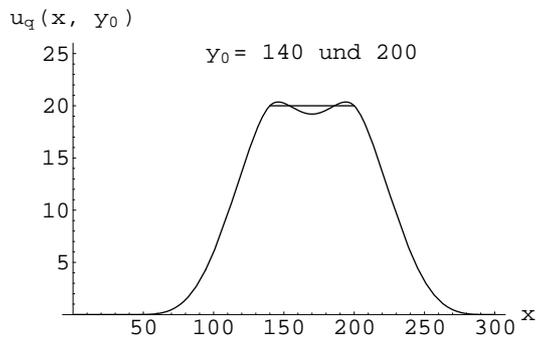
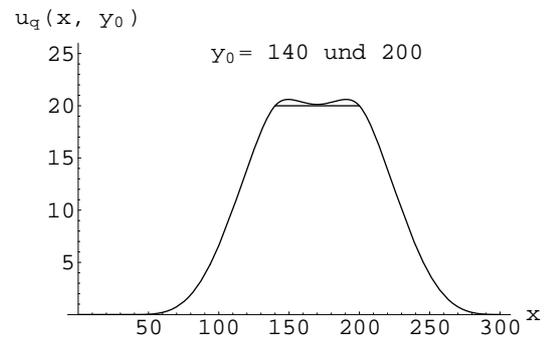
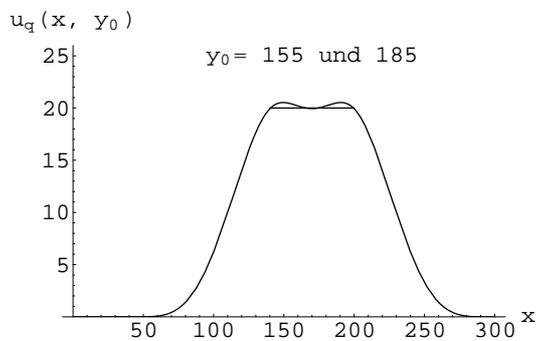
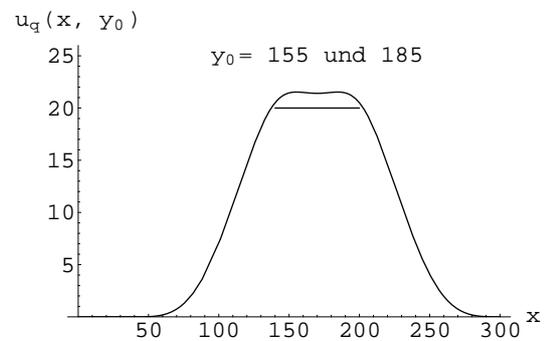
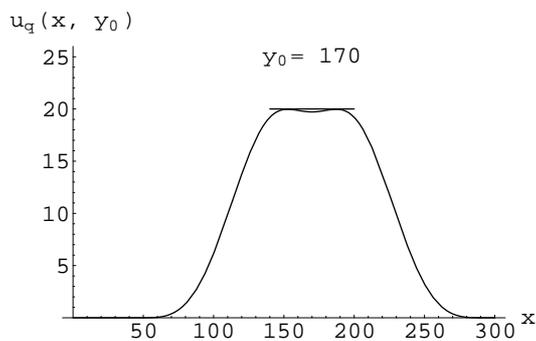
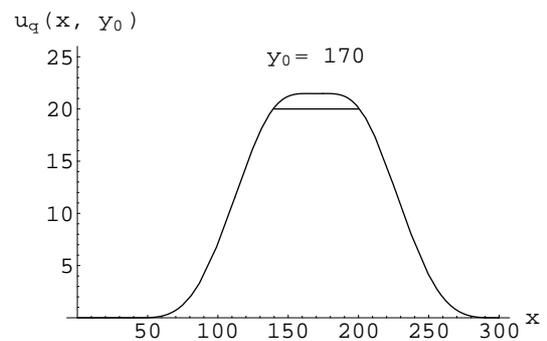
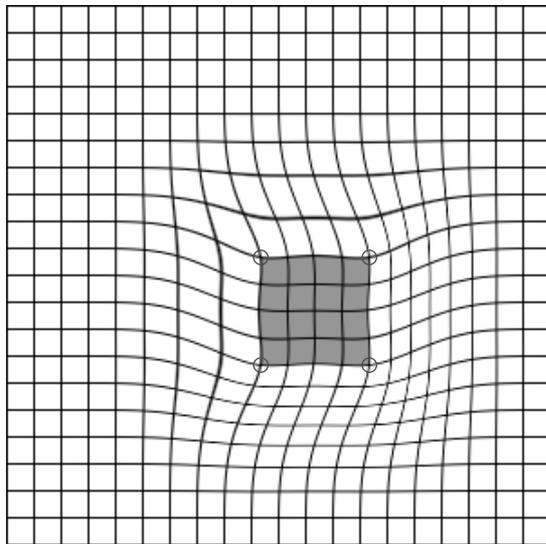
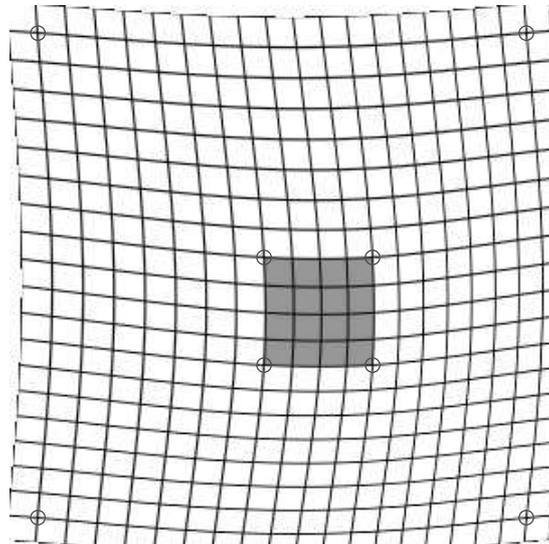
(a) $a = 98.63$ (b) $a = 104.85$ (c) $a = 98.63$ (d) $a = 104.85$ (e) $a = 98.63$ (f) $a = 104.85$

Abbildung 4.12: Verschiedene 2D-Schnitte durch die Registrierungsfunction dargestellt in Abb. 4.10, aber für verschiedene Werte a , jeweils die Bilder der linken und rechten Spalte gehören zusammen und korrespondieren zu dem Registrierungsergebnis in Abb. 4.13(a) bzw. (c).

(a) $a = 98.63$ 

(b) TPS

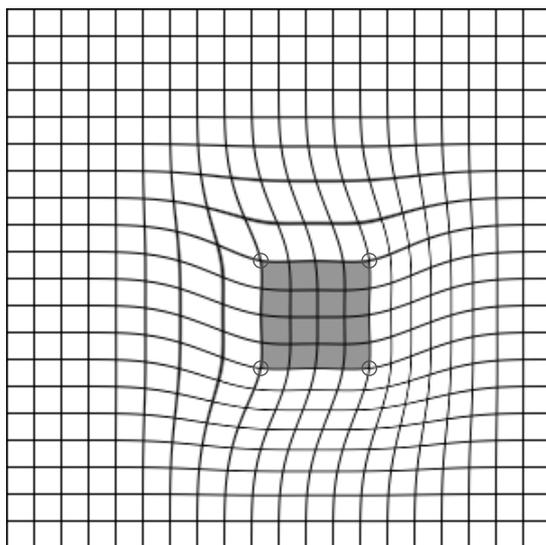
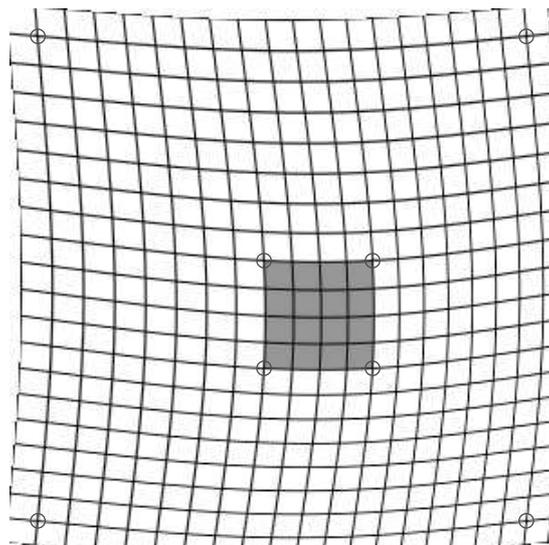
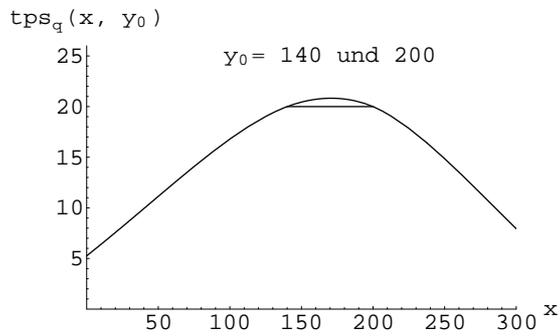
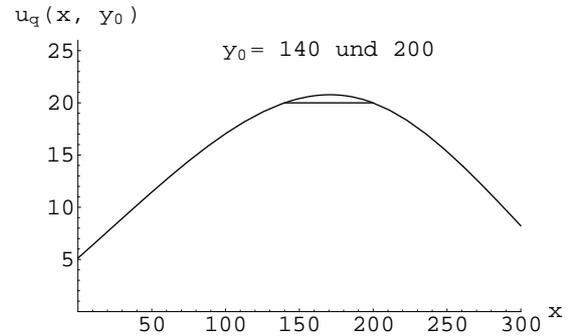
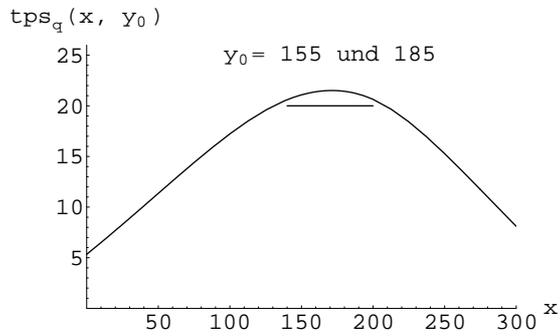
(c) $a = 104.85$ (d) $a = 1500$

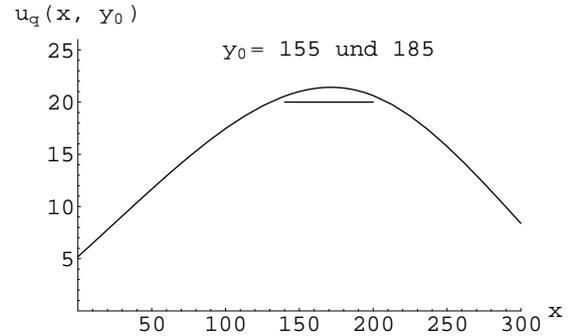
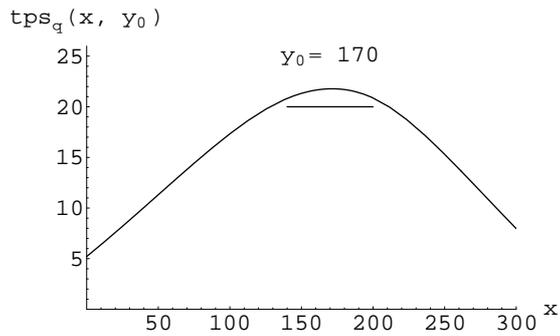
Abbildung 4.13: Verschiedene Registrierungsergebnisse mit $\psi_{3,1}$ und Vergleich mit TPS. (a) Ergebnis mit kleinstem mittleren Fehler, (b) TPS, aber mit 8 Landmarken, (c) Ergebnis mit einem mittleren Abweichungsfehler von dem Idealergebnis, der dem Registrierungsergebnis von TPS entspricht, (d) Ergebnis mit 8 Landmarken und $a = 1500$ zum Vergleich mit TPS.



(a) TPS

(b) $a = 1500$ 

(c) TPS

(d) $a = 1500$ 

(e) TPS

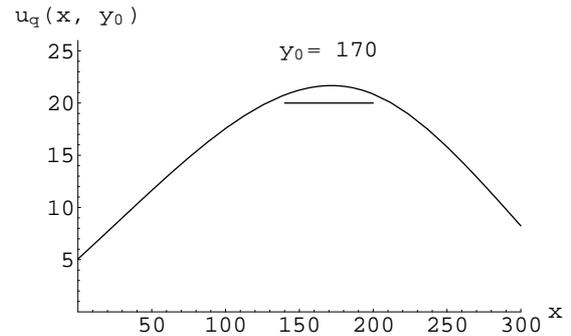
(f) $a = 1500$

Abbildung 4.14: Verschiedene 2D-Schnitte durch die Registrierungsfunction wie in Abb. 4.12, aber für TPS (linke Spalte) und ψ -Funktionen mit $a = 1500$ (rechte Spalte).

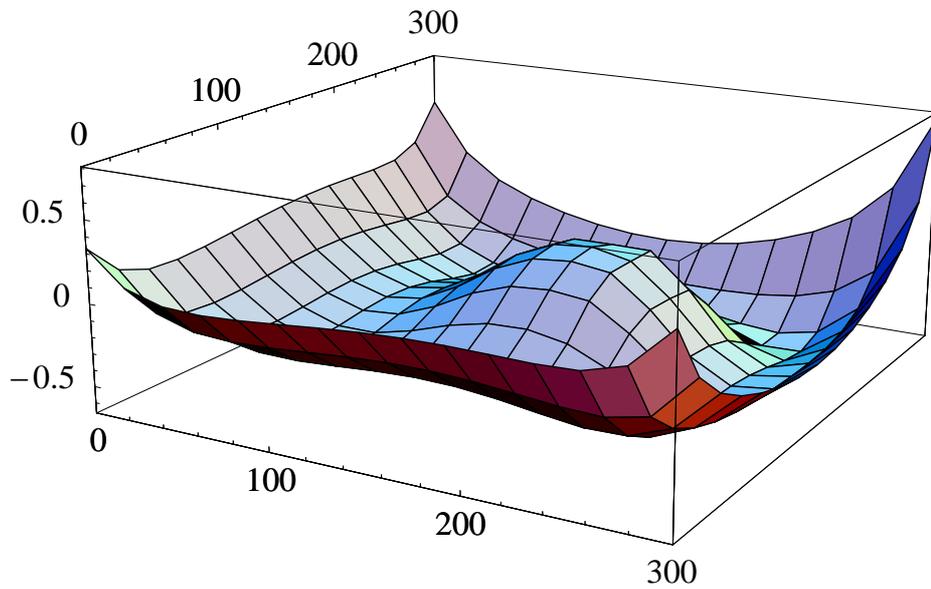


Abbildung 4.15: Differenz zwischen den Registrierungsfunktionen in einer Komponente von TPS und ψ mit $a = 1500$. Der Betrag der Differenz ist an keiner Stelle größer als 0.8 Bildelemente.

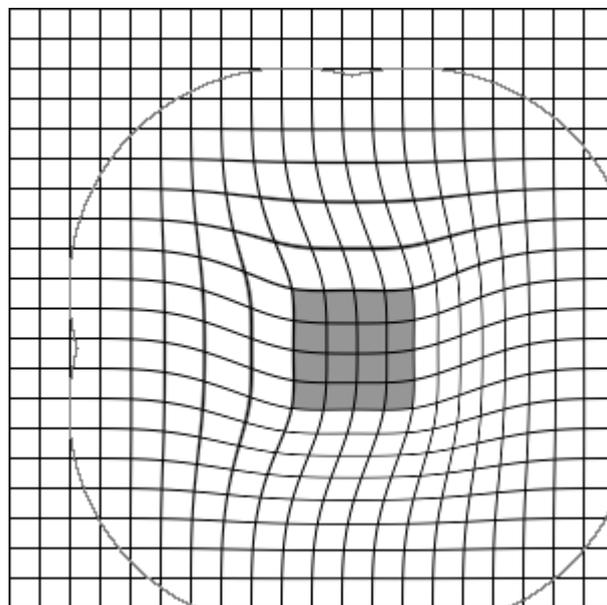


Abbildung 4.16: Registrierungsergebnis für $a = 110$ und Gebiet mit Verschiebung ungleich Null (durch den Rand markiert). Außerhalb dieses Gebietes ist die Verschiebung Null. Das Gebiet besteht aus einer Überlagerung von Kreisen um die Landmarken.

Skalierung eines Objektes

Im Gegensatz zur Verschiebung eines Objektes wie oben betrachtet bleibt bei der Skalierung eines Objektes, das von elastischem Gewebe umgeben ist, die Größe des Objektes nicht erhalten. In medizinischen Anwendungen spielen Ausdehnungen oder Schrumpfungen von Organen, die von Weichteilgewebe umgeben sind, z.B. beim Tumorwachstum an einem Organ oder bei der Entstehung von Ödemen, eine Rolle. In diesem Experiment wird das Quellbild wie im vorigen Experiment verwendet, im Zielbild hingegen ist das Quadrat auf 50% der ursprünglichen Größe skaliert worden (siehe Abb. 4.17). Im Quellbild Abb. 4.17(a) sind zusätzlich die Quelllandmarken (\square) und die Ziellandmarken (\circ) eingezeichnet.

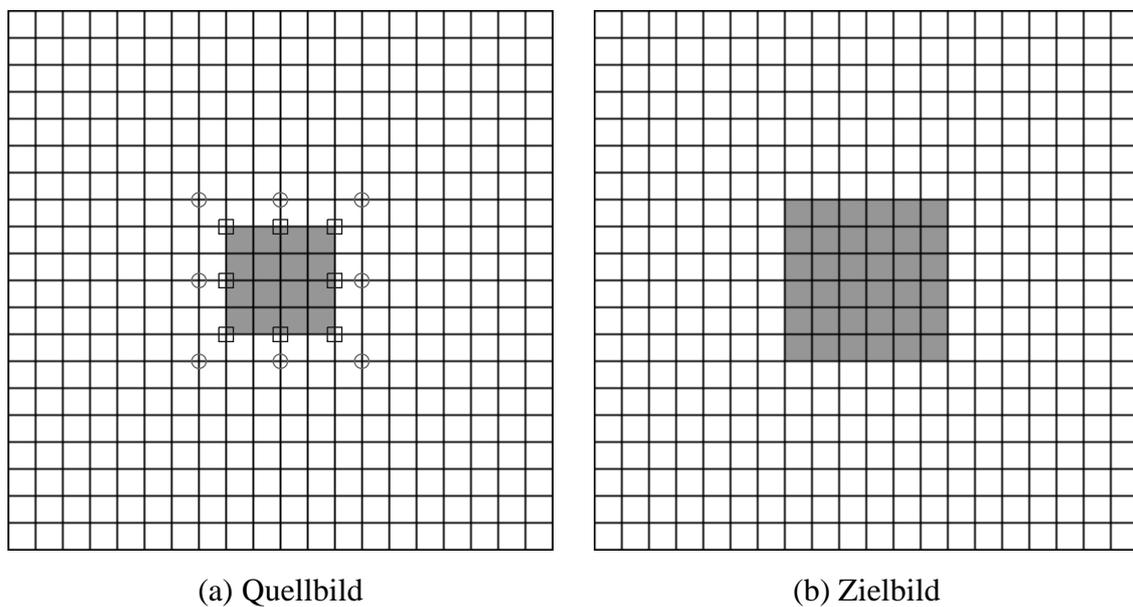


Abbildung 4.17: Skalierung eines Quadrates, (a) Quellbild 300×300 Bildelemente; Quadrat 60×60 Bildelemente; die Umgebung ist elastisch, (b) Zielbild in den jeweiligen Koordinatenrichtungen um je 15 Bildelemente nach außen gedehnt.

Die folgende Experimentalreihe benutzt vorerst nur die 4 Landmarken an den Ecken des Objektes, um zu sehen, ob sich ein genügend gutes Registrierungsergebnis ergibt. Als Parameterwerte wurden $a = 60, 90, 120$ und $a = 150$ verwendet. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.18 zusammengestellt. Es ist zu erkennen, dass erst für große Werte von $a \approx 150$ ein genügend gutes Registrierungsergebnis erzielt wird. Mit zunehmendem Wert a dehnt sich wieder der Bereich aus, in dem die Verschiebung ungleich Null ist. Für den vorliegenden Fall ist keine gute Registrierung möglich, die nicht fast das ganze (Quell-)Bild beeinflusst.

Die im Folgenden dargestellte Vorgehensweise kann die Verschiebungen lokal begrenzen, sofern die Möglichkeit besteht, weitere Landmarken hinzunehmen zu können. Werden alle 8 Landmarkenpaare aus Abb. 4.17 benutzt, so ergeben sich für die gleiche Parameterreihe die Ergebnisse wie in Abb. 4.19 dargestellt. In diesem Fall werden schon für Werte $a \approx 90$ gute Registrierungsergebnisse erreicht. Die Experimente zeigen, dass durch eine höhere Anzahl an

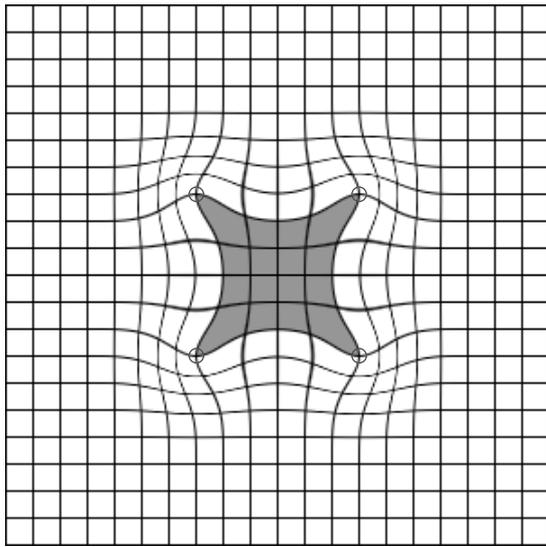
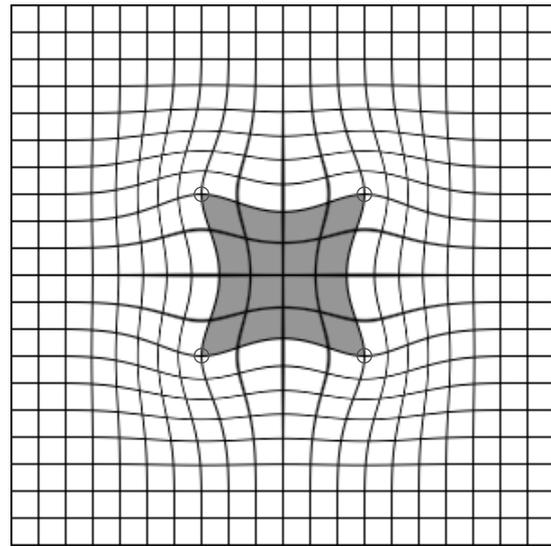
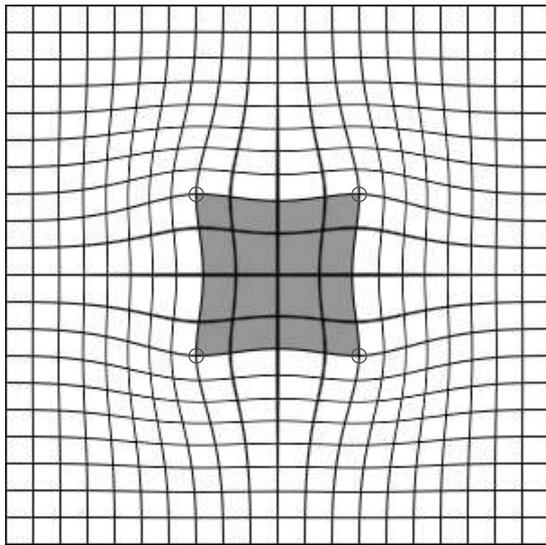
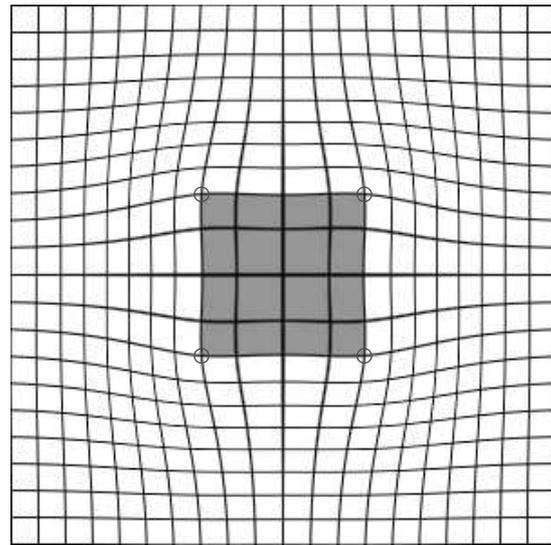
(a) 4 LM, $a = 60$ (b) 4 LM, $a = 90$ (c) 4 LM, $a = 120$ (d) 4 LM, $a = 150$

Abbildung 4.18: Skalierung eines Quadrates, Registrierungsergebnisse für verschiedene Parameterwerte a unter Verwendung von 4 Landmarkenpaaren aus Abb. 4.17. Werte von $a \approx 150$ scheinen am geeignetsten (siehe Text).

Landmarken eine höhere Lokalität bei der Registrierung erreicht werden kann. In Abb. 4.20 sind Registrierungsergebnisse abgebildet, in denen der Bereich mit einer Verschiebung ungleich Null umrandet eingezeichnet wurde. In Abb. 4.20(a) wurden 8 Landmarken und ein Parameterwert von $a = 90$ verwendet (was dem Ergebnis aus Abb. 4.19(b) entspricht) und in Abb. 4.20(b) wurden 24 Landmarkenpaare am Rand des Quadrates verwendet und $a = 50$. Das letzte Ergebnis zeigt, dass mit sehr vielen Landmarken ein hoher Grad an Lokalität erreicht werden kann.

In Abb. 4.21 ist ein Vergleich mit TPS zusammengestellt. In (a) ist das Ergebnis unter Ver-

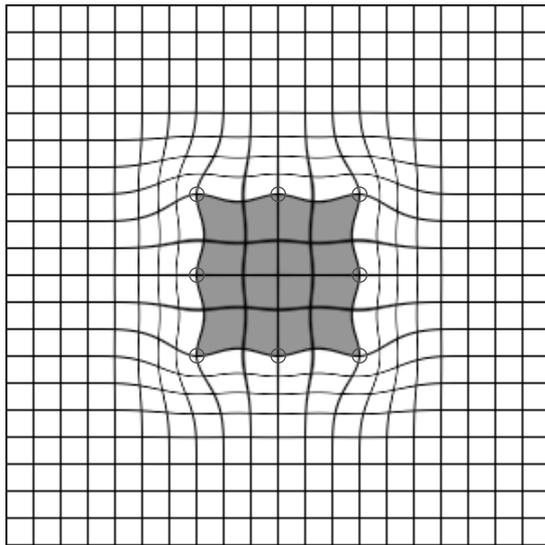
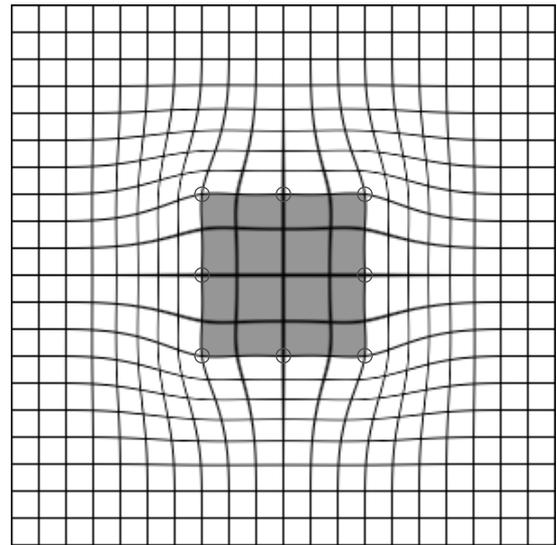
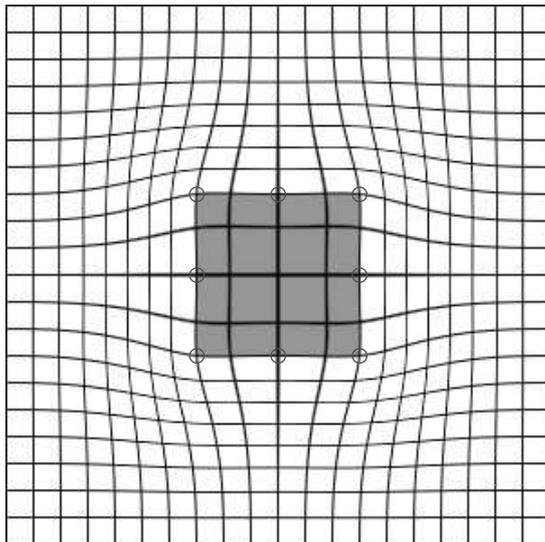
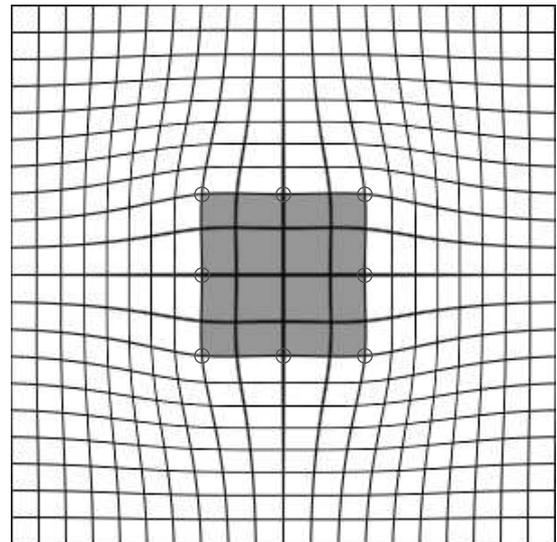
(a) 8 LM, $a = 60$ (b) 8 LM, $a = 90$ (c) 8 LM, $a = 120$ (d) 8 LM, $a = 150$

Abbildung 4.19: Skalierung eines Quadrates, Registrierungsergebnisse wie in Abb. 4.18 aber unter Verwendung von 8 Landmarkenpaaren aus Abb. 4.17. Werte ab $a \approx 90$ erzielen schon genügend gute Registrierungsergebnisse.

wendung von TPS mit 4 Landmarken am Objekt und 4 Landmarken am Bildrand abgebildet, während in (b) ψ -Funktionen mit $a = 1500$ verwendet wurden. Beide Ergebnisse sind sehr ähnlich.

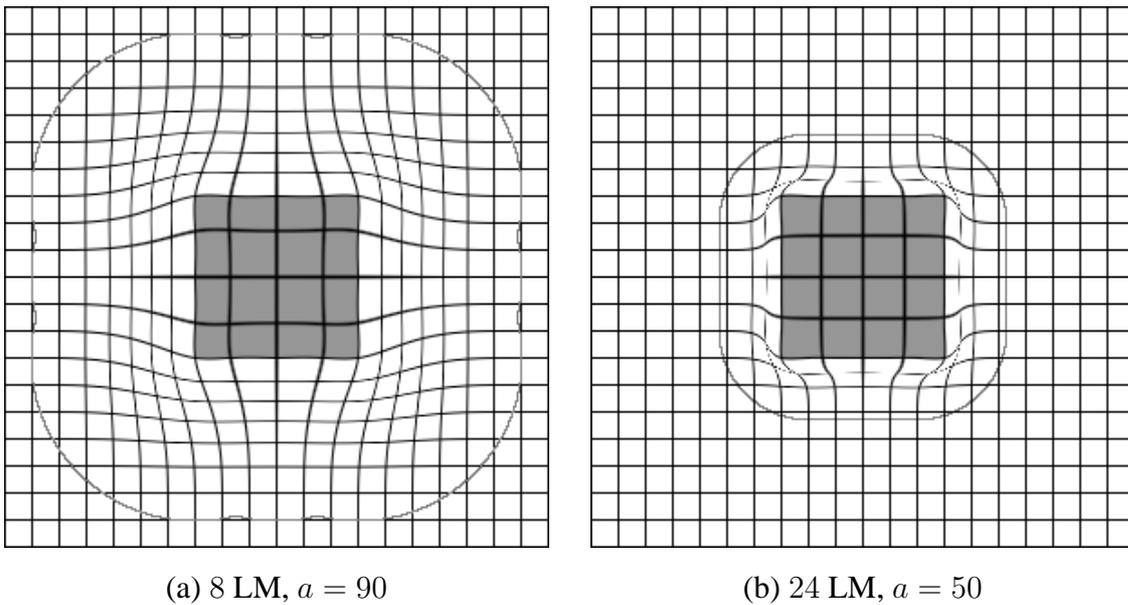


Abbildung 4.20: Registrierungsergebnis für $a = 90$ unter Verwendung von 8 Landmarken (a) und $a = 50$ mit 24 Landmarken (b) und jeweils Gebiet mit Verschiebung ungleich Null (vgl. Abb. 4.16). Bei einer hohen Anzahl von Landmarken ist auch ein hoher Grad an Lokalität möglich.

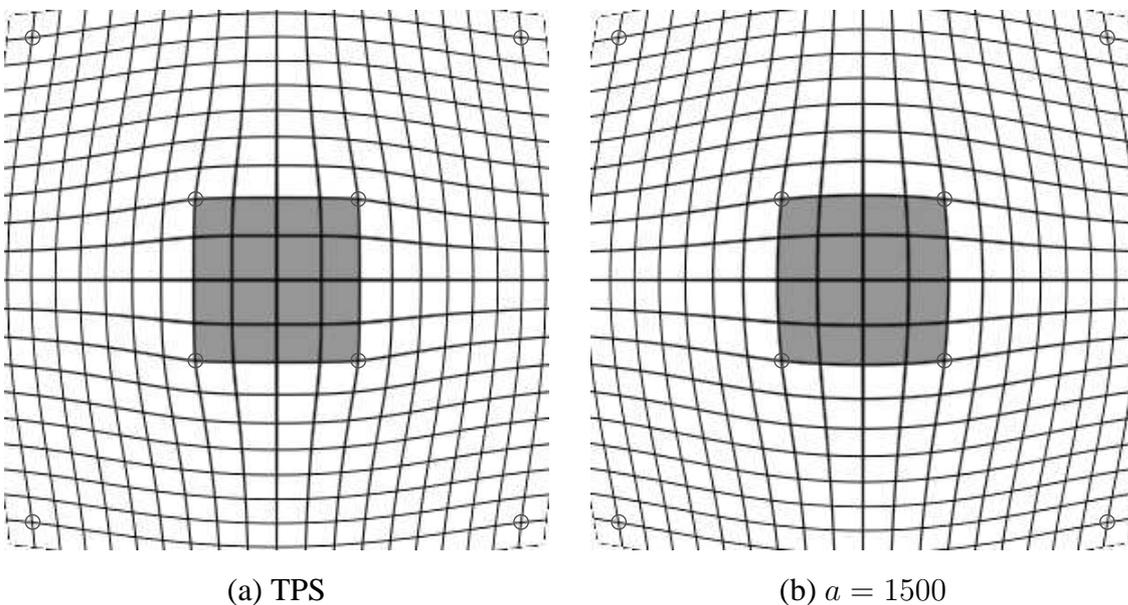


Abbildung 4.21: Vergleich von TPS und ψ -Funktionen mit sehr großem a bei der Skalierung eines Quadrates. (a) TPS, (b) ψ -Funktionen mit $a = 1500$. Die Ergebnisse sind sehr ähnlich (vgl. Abb. 4.13(b) und (d)).

4.4.2 Experiment mit tomographischen Bilddaten

In diesem Abschnitt werden Registrierungsergebnisse für tomographische Bilder unter Verwendung von ψ -Funktionen vorgestellt und mit denen mit TPS verglichen. Als tomographische Datensätze werden prä- und postoperative 3D-MRT-Schichtaufnahmen⁵ eines menschlichen Gehirns verwendet, in dem ein Tumor entfernt wurde. Die Datensätze bestehen aus 60 Schichten zu je 256×256 Bildelementen. Die vorgestellte Registrierung dieses Datensatzes soll als ein mögliches Beispiel für die Verwendung von ψ -Funktionen in tomographischen Bildern dienen. Eine detaillierte Ausarbeitung eines Ansatzes zur Wahl und Platzierung der Landmarken sowie zur Wahl des Wertes des Parameters a hängt von dem jeweiligen medizinischen Szenario ab als auch von den Möglichkeiten, welche Landmarken überhaupt verwendet werden können. Mit diesem Experiment soll die prinzipielle Einsatzmöglichkeit von ψ -Funktionen bei tomographischen Bildern verdeutlicht werden. Im Folgenden wird eine Registrierung beschrieben, in der der Tumor im präoperativen Bild lokal auf das Resektionsgebiet im postoperativen Bild registriert wird. Andere Bereiche des Bildes (vergleiche hierzu Abb. 4.23(a) und (b)) sollen von der Registrierung nicht betroffen werden. Die Registrierung des präoperativen Bildes auf das (hier für ein intraoperatives ersatzweise gewähltes) postoperative Bild soll die prinzipielle Vorgehensweise verdeutlichen, um präoperative Bilder auf intraoperative registrieren zu können.

Zuerst soll ein Experiment mit 2D-Bildern durchgeführt werden. Für das 2D-Experiment wird jeweils eine Schicht aus den 3D-Datensätzen verwendet. Bei den beiden 3D-Datensätzen in ihrer Originalform entsprechen aber die einzelnen Schichten physiologisch nicht einander. Um aber korrespondierende 2D-Schichten zu erhalten, ist zuerst eine starre Registrierung auf den 3D-Quelldatensatz angewandt worden. Zu diesem Zweck werden 34 korrespondierende Landmarkenpaare manuell in beiden 3D-Datensätzen bestimmt und die starre Transformationsfunktion durch die Kleinste-Fehlerquadrate-Methode (Arun *et al.*, 1987) berechnet. Diese Transformationsfunktion wird auf das Quellbild angewandt. Anschließend wird als 2D-Quell- und Zielbild aus beiden 3D-Datensätzen – dem starr transformierten 3D-Quellbild und dem 3D-Zielbild – eine korrespondierende Schicht ausgewählt, in der der Tumor gut sichtbar ist (Abb. 4.23). Der Tumorrand ist durch einen Arzt bestimmt worden. Die Ränder des Gehirns, des Schädelknochens und der Kopfhaut sind mit einem Kantendetektor berechnet worden (Canny, 1986); siehe Abb. 4.22 für den für die Registrierung relevanten Ausschnitt der Kanten. Beim Zielbild ist statt des Tumors das Resektionsgebiet von einem Arzt durch eine Kontur gekennzeichnet worden. Die Ränder des Schädels und der Rand der Kopfhaut, die an den Tumor angrenzen, wurden zur Registrierung verwendet, weil die Kopfhaut durch den operativen Eingriff stark angeschwollen ist und sich dadurch stark verformt hat (siehe Abb. 4.23(b)). Korrespondenzen zwischen den Rändern wurden automatisch ermittelt auf der Basis von *Aktiver Konturen* (engl. *active contours*) (Kass *et al.*, 1988, Snakes) wie in Peckar (1998); Peckar *et al.* (1999) beschrieben. Ein alternativer Ansatz zur Bestimmung von Korrespondenzen ist die Anwendung einer Distanzfunktion (engl. *iterative closest point (ICP)*) (Besl und McKay, 1992; Zhang, 1994).

⁵Die beiden Datensätze zusammen mit der Markierung des Tumors und des Resektionsgebietes nach der Operation sind dem Autor freundlicherweise von Herrn Prof. Dr. Joachim Gilsbach, Neurochirurgische Klinik, RWTH Aachen und Herrn Dr. Uwe Spetzger, Direktor der Neurochirurgischen Klinik, Städt. Klinikum Karlsruhe überlassen worden.

Die Bestimmung von Korrespondenzen für Organkonturen ist ein eigenständiges schwieriges Bildanalyseproblem, auf das im Rahmen dieser Arbeit in Kapitel 5 näher eingegangen wird. In Kapitel 5 wird eine neue Methode der automatischen Korrespondenzfindung vorgestellt, die sich in Verbindung mit einer elastischen Registrierung auf der Basis von Linien- und Flächenlandmarken ergibt. Die gewählte Methode der *aktiven Konturen* in diesem Experiment wird beispielhaft gebraucht und sollte dem Anwendungsszenario angepaßt werden. Aus den eingezeichneten Konturen im Quellbild wurde manuell jeder zwanzigste Punkt als Quelllandmarke (\square) ausgewählt (siehe Abb. 4.23(a)). Durch die berechnete Korrespondenz mittels *Aktiver Konturen* sind auch die korrespondierenden Ziellandmarken (\circ) gegeben (siehe Abb. 4.23(b)). Die 21 Landmarkenpaare dienen als Eingabe für die lokale elastische Registrierung.

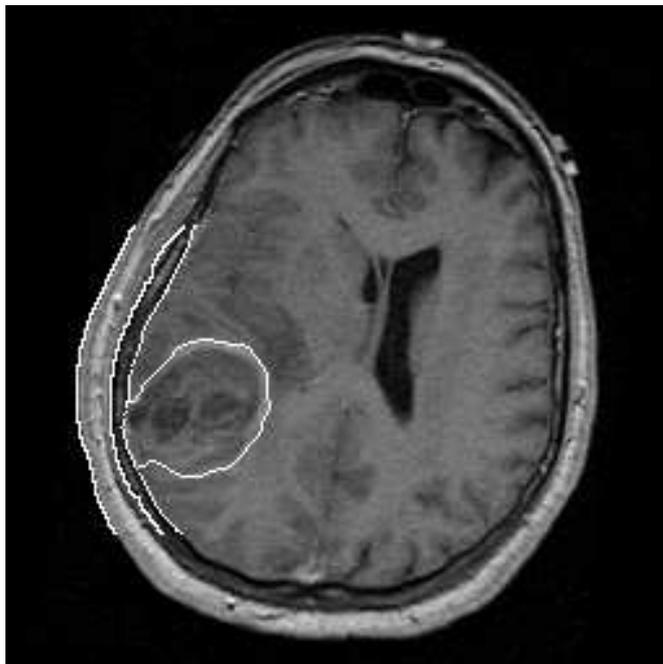
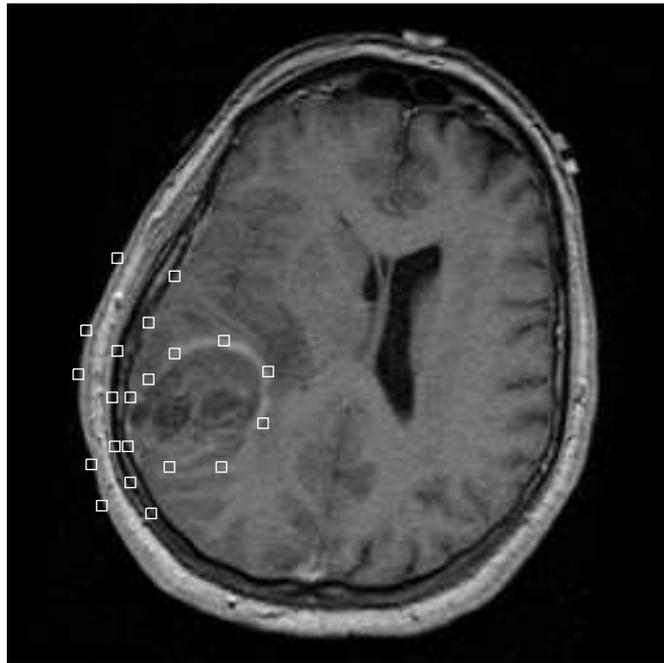


Abbildung 4.22: 2D-MRT-Schnitt eines menschlichen Gehirns mit Tumor als Quellbild. Eingezeichnet sind die für die Registrierung verwendeten Konturen. Das Gebiet des Tumors ist durch einen Arzt festgelegt, die anderen Konturen sind durch einen Kanten-detektor bestimmt worden.

Da die maximale Verschiebung einer Landmarke in einer Koordinate 17 Bildelemente beträgt, wäre bei isolierten Landmarken nach Tabelle 4.4 der kleinste a -Wert ≈ 50 . Diesen Wert als Startwert nehmend sind verschiedene kleinere und größere Werte für a getestet und das Ergebnis mit $a = 60$ als den besten Kompromiß zwischen gutem Registrierungsergebnis und hoher Lokalität gefunden worden. Das Registrierungsergebnis unter Verwendung von $\psi_{3,1}$ mit $a = 60$ ist in Abb. 4.24(a) dargestellt. Man erkennt, dass das Gebiet des Tumors gut auf das Resektionsgebiet abgebildet worden ist, während die direkte Umgebung ebenfalls in Richtung des Resektionsgebietes transformiert wurde. Um einen Vergleich mit TPS herzustellen, sind in dem übrigen Teil des Bildes weitere 12 Landmarken platziert worden, um dort eine Verschiebung bei Anwendung von TPS zu verhindern. Bei Anwendung der TPS unter Hinzunahme der weiteren 12 Landmarken erhält man das Registrierungsergebnis in Abb. 4.24(b). Das

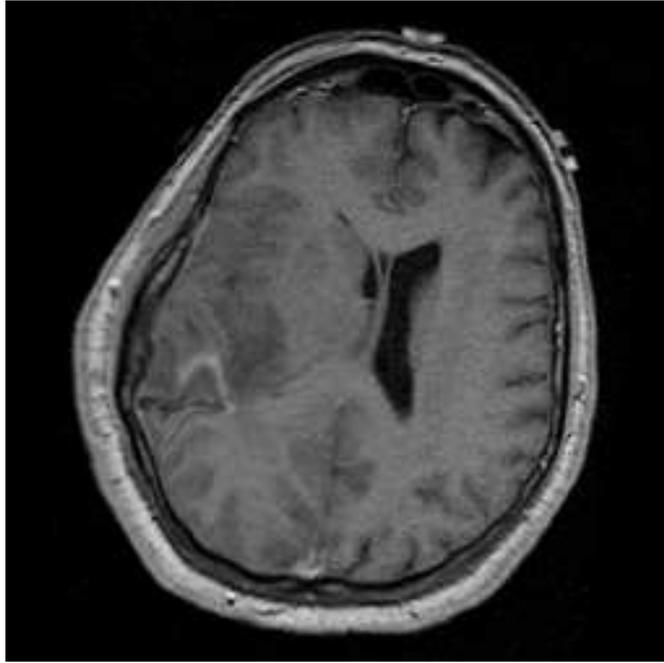


(a) Quellbild

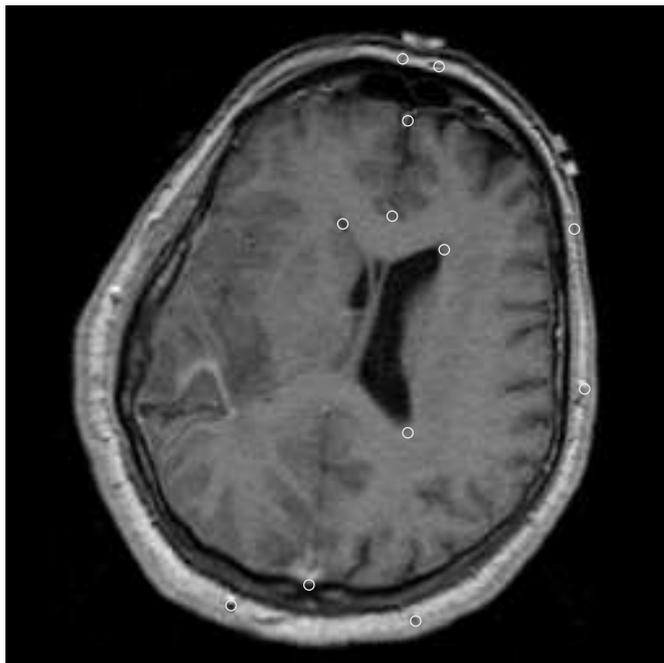


(b) Zielbild

Abbildung 4.23: 2D-MRT-Schnitte eines menschlichen Gehirns mit Tumor als Quellbild (präoperatives Bild) und nach Entfernung des Tumors als Zielbild (postoperatives Bild). Eingezeichnet sind außerdem 21 korrespondierende Landmarkenpaare für die lokale elastische Registrierung.



(a) ψ -Funktionen mit $a = 60$



(b) thin-plate splines plus weiteren 12 Landmarken

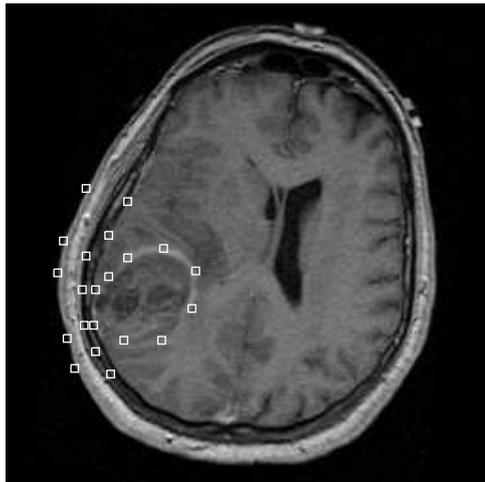
Abbildung 4.24: Registrierungsergebnisse für die 2D-MRT-Schnitte eines menschlichen Gehirns mit Quell- und Zielbild aus Abb. 4.23.

Ergebnis ist – besonders im Bereich des Tumors – sehr ähnlich zu dem vorherigen Ergebnis (a) mit ψ -Funktionen. Beide Registrierungsergebnisse wurden hier durch die sogenannte ‘Vorwärts-Transformation’ gewonnen, bei der die Quell- und Ziellandmarken *nicht* vertauscht werden. Hierbei wird die notwendige inverse Transformation der Registrierungsfunktion für jedes Bildelement numerisch berechnet. Dies dauert je nach Anzahl der Landmarken für ein 2D-Bild ca. 10 bis 100 mal länger als mit der sonst verwendeten ‘Rückwärts-Transformation’, bei dem Quell- und Ziellandmarken vertauscht werden. Jedoch ergab sich mit der ‘Vorwärts-Transformation’ für das hier vorliegende Problem ein besseres Ergebnis.

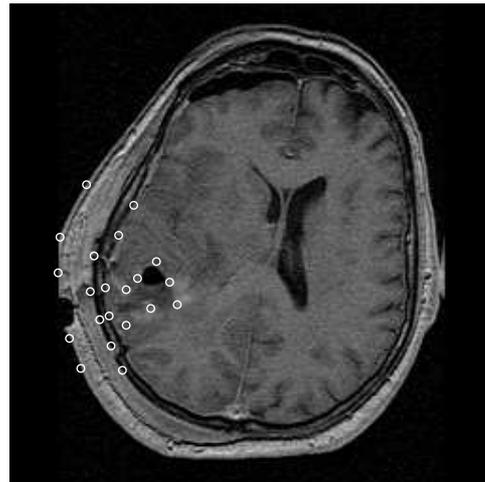
In Abb. 4.25 sind die Registrierungsergebnisse erneut zusammengestellt: Abb. 4.25(a) und (b) zeigen das Quell- bzw. Zielbild, Abb. 4.25(c) und (e) die Registrierungsergebnisse mit ψ -Funktionen bzw. mit TPS, und Abb. 4.25(d) und (f) zeigen die jeweiligen Differenzbilder der Registrierungsergebnisse mit den Quellbildern. Beim Vergleich dieser Differenzbilder wird deutlich, dass die Registrierung mit ψ -Funktionen auf einen Bereich um die Landmarken beschränkt ist, während die Registrierung mit TPS trotz weiterer 12 Landmarken global ist.

In Abb. 4.26 sind die berechneten Transformationsfunktionen auf ein regelmäßiges Gitter angewandt worden, um die erhaltene Transformation besser zu visualisieren. In der rechten Spalte ist jeweils das Differenzbild zum unverformten Ursprungsgitter dargestellt. In Abb. 4.26(a) und (b) sind die Transformationen aus ψ -Funktionen mit $a = 60$ und in Abb. 4.26(c) und (d) mit $a = 100$ abgebildet. Auch hier ist der Gegensatz zwischen Lokalität und Glattheit zu beobachten. Die Abb. 4.26(e) und (f) zeigen die Ergebnisse bei Verwendung von thin-plate splines. Die Transformationen in der Umgebung des Tumors sind sehr ähnlich zu denen aus Abb. 4.26(b).

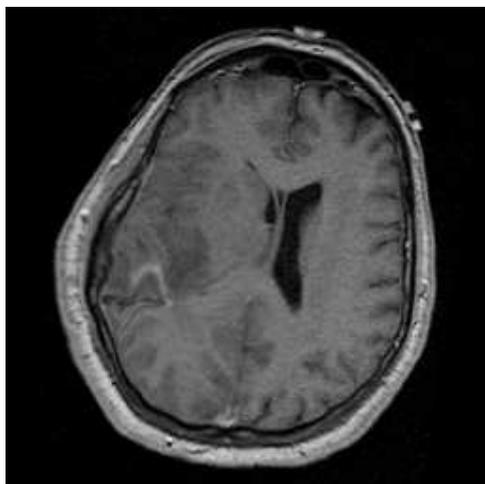
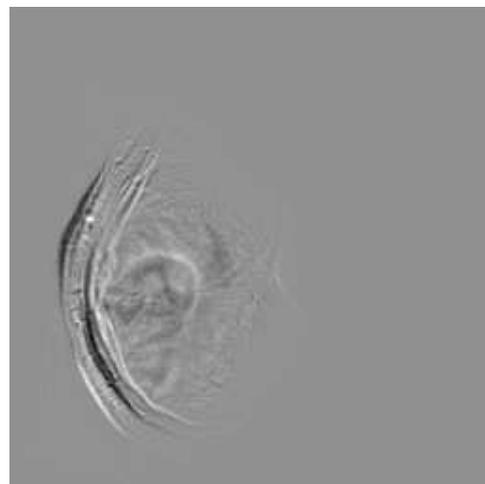
Das folgende Experiment zeigt die Anwendbarkeit der ψ -Funktionen für 3D-Daten. In Abb. 4.27 sind die Ergebnisse dargestellt. Bei diesem Experiment wird der komplette 3D-Datensatz des prä- und postoperativen Gehirnbildes verwendet und der Tumor auf das Resektionsgebiet registriert. Für diese 3D-Registrierungsaufgabe sind Tumor und Resektionsgebiet vollständig durch einen Arzt manuell segmentiert worden (siehe Abb. 4.27(a) und (c)). Es wird ein relativ einfacher Ansatz benutzt, um 40 korrespondierende Landmarken in den 3D-Datensätzen zu bestimmen: Für beide durch die Segmentierung entstehende 3D-Körper wird der geometrische Schwerpunkt bestimmt. Von den geometrischen Schwerpunkten werden jeweils 40 räumlich gleichmäßig verteilte Strahlen gezeichnet. Die Landmarken sind durch die Schnittpunkte dieser Strahlen mit den Oberflächen des Tumors bzw. des Resektionsgebietes gegeben. Die Bestimmung korrespondierender Landmarken in 3D ist ein eigenständiges komplexes Problem und wird in diesem Kapitel nicht weiter behandelt. In Kapitel 5 wird jedoch ein Algorithmus zur automatischen Bestimmung von Korrespondenzen im Zusammenhang mit der elastischen Registrierung mit Linien- und Flächenlandmarken vorgestellt. Als Registrierungsfunktion wurde die gleiche Funktion wie auch in 2D verwendet ($\psi_{3,1}$ mit $a = 60$), siehe dazu Abschnitt 4.2.3. Das Ergebnis ist in Abb. 4.27(e) dargestellt. Die rechte Spalte der Abb. 4.27 zeigt jeweils die gleiche Schicht des 3D-Bildes der linken Spalte. Auch in 3D ist eine Registrierung möglich, was die Ähnlichkeit des Registrierungsergebnisses Abb. 4.27(e) mit dem Zielbild Abb. 4.27(c) zeigt. Ebenso ist die Deformation auf ein Gebiet um den Tumor beschränkt.



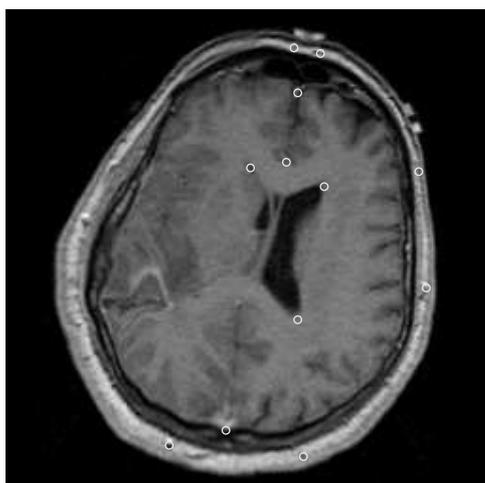
(a) Quellbild



(b) Zielbild

(c) ψ -Funktionen

(d) Differenz (c)-(a)

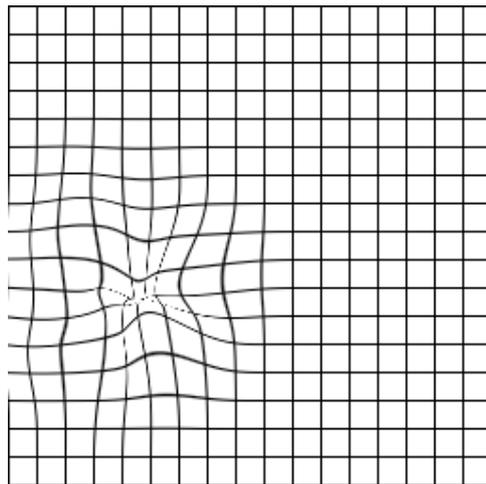
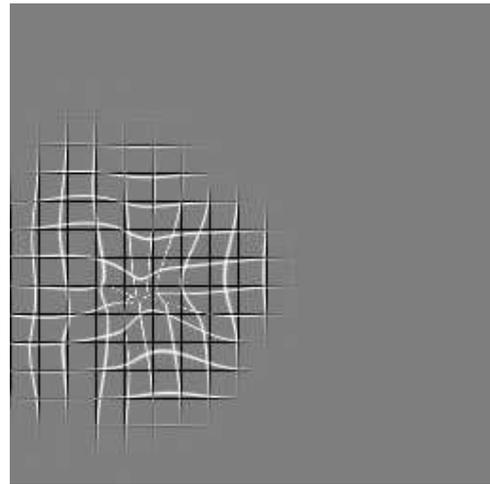


(e) thin-plate splines

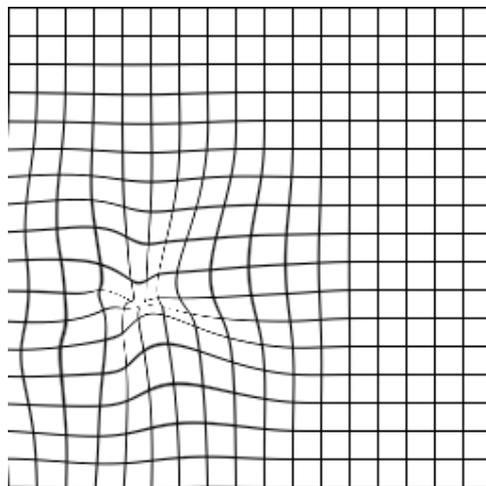
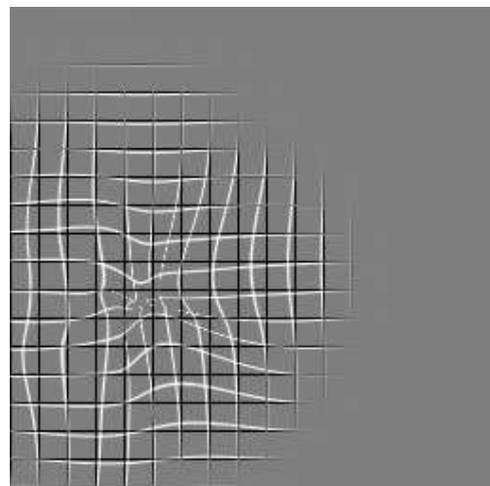


(f) Differenz (e)-(a)

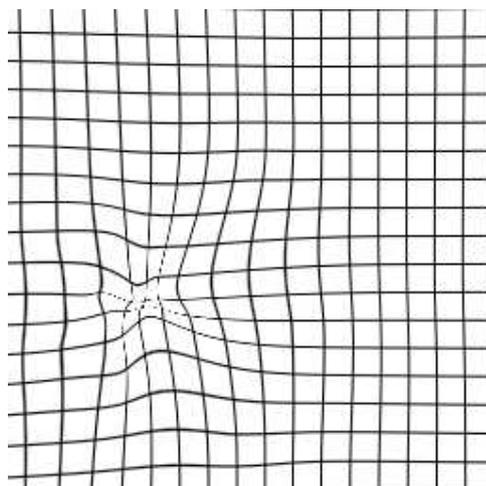
Abbildung 4.25: Zusammenstellung der Registrierungsergebnisse und Differenzbilder. Der Vergleich von (d) und (f) zeigt, dass ψ -Funktionen auf einen Bildbereich beschränkt sind, während TPS global sind.

(a) $\psi_a=60$ 

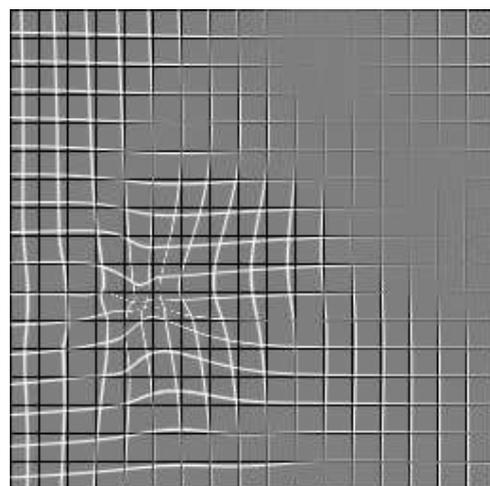
(b) Differenzbild zu (a)

(c) $\psi_a=100$ 

(d) Differenzbild zu (c)

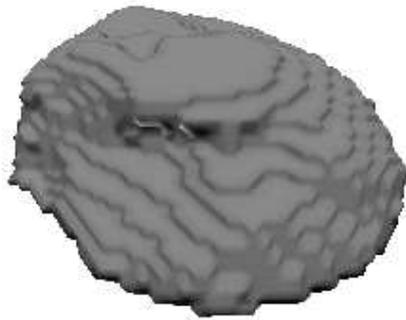


(e) thin-plate splines

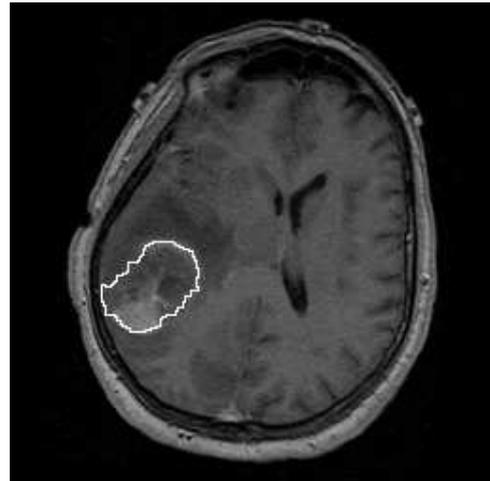


(f) Differenzbild zu (e)

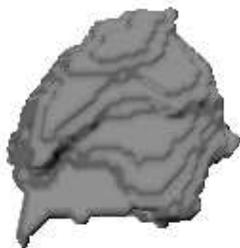
Abbildung 4.26: Registrierungsergebnisse aus Abb. 4.25 durch Deformation eines regelmäßigen Gitters dargestellt.



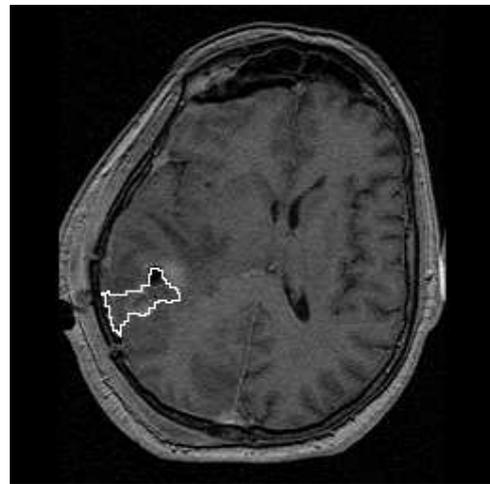
(a) 3D-Quellbild



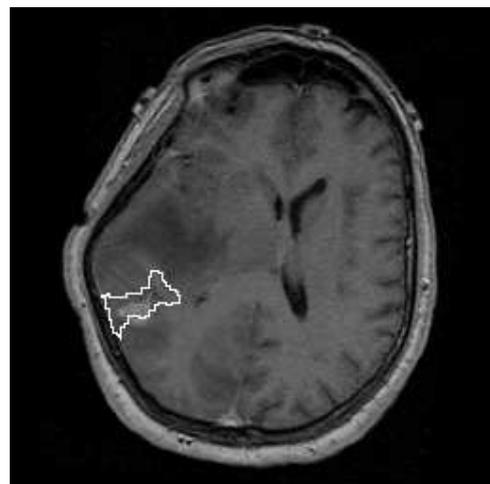
(b) Schicht 32 aus (a)



(c) 3D-Zielbild



(d) Schicht 32 aus (c)

(e) Ergebnis $\psi_{60,3,1}$ 

(f) Schicht 32 aus (e)

Abbildung 4.27: 3D-Registrierungsergebnisse des MRT-Datensatzes des menschlichen Gehirns.

4.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel ist ein lokaler elastischer Registrierungsansatz vorgestellt worden, der auf der Interpolation von spärlichen Daten (den Punktlandmarken) mit Hilfe von Radialbasisfunktionen beruht. Im Gegensatz zu anderen Verfahren werden keine Gewichtungsfunktionen, die mit z.B. linearen Interpolanten multipliziert werden, benutzt, sondern Polynome mit kompaktem Träger als Basisfunktionen. Diese Funktionen (Wendland, 1995, ψ -Funktionen) sind in der Mathematik entwickelt worden und sind Polynome minimalsten Grades bei vorgegebener Glattheit und Bilddimension. Ihre Lokalität ergibt sich direkt aus ihrer Eigenschaft des kompakten Trägers, so dass ihr Einfluß in 2D auf einen Kreis und in 3D auf eine Kugel beschränkt bleibt. Mittels Integration ist eine Konstruktion solcher Funktionen für beliebig gegebene Raumdimension d und Glattheit $C^{2k}(\mathbb{R})$ möglich. Durch eine weitere mathematische Eigenschaft dieser Basisfunktionen – ihre positive Definitheit – ist das jeweilige Gleichungssystem zur Bestimmung der Koeffizienten der Transformationsfunktion unabhängig von den gewählten Positionen der Landmarken immer lösbar. Die Ähnlichkeit der Form dieser ψ -Funktionen mit der Gaußfunktion ist gezeigt worden. Da die Gaußfunktion keinen kompakten Träger hat, sondern nur im Limes Null ist, ist sie nur *lokal* jedoch nicht *strikt lokal* wie die ψ -Funktionen. Im Unterschied zur Gaußfunktion sind die Matrizen \mathbf{K} des Gleichungssystems zur Bestimmung der Koeffizienten bei den ψ -Funktionen dünn besetzt, während die Matrizen bei der Gaußfunktion immer dicht besetzt sind. Eine abgeschnittene Gaußfunktion löst das Problem nicht, da dann die Lösbarkeit des Gleichungssystems nicht mehr gewährleistet ist. Es sind Bedingungen an den freien Parameter a für eine isolierte Landmarke in 2D und 3D berechnet worden, um die für die Registrierung notwendige Forderung der Topologieerhaltung einzuhalten. Diese Bedingungen dienen auch als Anhaltspunkt für mehrere Landmarken.

Erste experimentelle Ergebnisse zeigen die Abhängigkeit des freien Parameters a von der Registrierungsaufgabe. Bei der Registrierung eines verschobenen starren Quadrates ist der Parameterwert a mit dem kleinsten Registrierungsfehler bestimmt worden. Das Experiment zeigt, dass eine weitere Randbedingung wie die Topologieerhaltung eines Objektes erfolgreich dazu genutzt werden kann, den Parameter a festzulegen. Gleichzeitig wirft dieses Vorgehen Fragen auf: Können andere Kriterien gefunden werden, unter denen der Parameter a optimiert wird, und gilt die gefundene Optimierungsstrategie für jede Landmarkenverteilung und jede Form des zu erhaltenden starren Objektes? Diese Fragen bleiben unbeantwortet und müssen durch zukünftige weitere Arbeiten geklärt werden. Für die zweite Aufgabe, die lokale Skalierung eines Objektes, wurde die Landmarkenverteilung angepasst: Es konnte gezeigt werden, dass die Hinzunahme von weiteren Landmarken eine Verkleinerung des Parameters a ermöglichte. Damit wurde gleichzeitig auch die Lokalität erhöht, d.h. der Bereich verkleinert, der durch die Transformationsfunktion verändert wird. Auch hier wurde die prinzipielle Anwendbarkeit des Verfahrens gezeigt, ohne weitere Strategien für die Platzierung von Landmarken aufzuzeigen. Ein Vergleich der Registrierungsergebnisse bei Anwendung der ψ -Funktionen mit den mit TPS erreichten Ergebnissen verdeutlicht die Lokalität des Verfahrens mit ψ -Funktionen gegenüber dem globalen TPS-Registrierungsverfahren. Das Experiment mit den realen tomographischen Bildern zeigt eine mögliche Anwendung: die lokale Registrierung eines präoperativen Bildes

auf ein intraoperatives Bild (für das zu Demonstrationszwecken ein postoperatives gewählt worden ist). Die Bestimmung der Landmarken hängt auch hier von dem Einsatzszenario ab.

Weitere Forschungen sollten Verfahren zur Optimierung des Parameterwertes a als auch zur Auswahl von Landmarken in 2D- und 3D-Datensätzen entwickeln.

Kapitel 5

Elastische Registrierung mit Linien- und Flächenlandmarken

5.1 Motivation

Elastische Registrierung basierend auf Punktlandmarken benutzt eine auf Paaren von Punktlandmarken eingeschränkte Bilddatenmenge, um ein Bild mit einem anderen zu registrieren. Durch die Wahl unterschiedlicher elastischer Registrierungsverfahren (siehe Kap. 2), unterschiedlicher Registrierungsparameter als auch durch eine eventuelle Hinzunahme von Punktlandmarkenattributen wie Landmarkenlokalisierungsfehlern (Rohr *et al.*, 1996, 1999a) oder Richtungen (siehe Kap. 3) kann das Registrierungsergebnis beeinflusst werden. Ausschlaggebend für das Registrierungsergebnis ist auch die Auswahl der Landmarkenpaare; jedoch kann darauf häufig nur durch eine eingeschränkte Auswahl Einfluss genommen werden. Gründe für die fehlende Einflussnahme sind z.B. die Vorgabe von Landmarken durch die Anatomie oder die beschränkte Zahl von Korrespondenzen in den zu registrierenden Bildern. Ist es hingegen möglich, eine größere Menge an Bildinformationen aus Quell- und Zielbild für die Registrierung zu verwenden, so ist es sinnvoll, höherdimensionale Landmarken als Punktlandmarken zu benutzen. Naheliegender ist hier die Verwendung von Linienlandmarken in 2D- und 3D-Bildern als auch Flächenlandmarken in 3D-Bildern. Mit einem elastischen Registrierungsverfahren, das Linien- und Flächenlandmarken als Eingabe verwendet, eröffnet sich ein weites Spektrum von Anwendungsmöglichkeiten. So sind Linienlandmarken in medizinischen Bildern z.B. durch Nerven- oder Gefäßbahnen gegeben, Flächenlandmarken z.B. durch Organoberflächen oder Teile davon. Es ist zu erwarten, dass sich durch diese höherdimensionalen Landmarkentypen das Registrierungsergebnis verbessert und auch die Registrierung weit größerer geometrischer Unterschiede zwischen Quell- und Zielbild möglich wird (wie sie z.B. in der Bild-Atlas-Registrierung vorkommen). Im Gegensatz zu Punktlandmarken bestehen aber auch prinzipielle Unterschiede bei der Verwendung von Linien- und Flächenlandmarken in Registrierungsverfahren. Während bei Punktlandmarken die Korrespondenz eindeutig ist, wenn sie einmal z.B. manuell bestimmt wurde, so muss die Korrespondenz bei Linien- bzw. Flächenlandmarken manuell festgelegt oder durch ein automatisches Korrespondenzbestimmungsverfahren für die einzelnen Abschnitte der Landmarke berechnet werden. Dies bedeutet, dass in der Regel das Registrie-

rungsverfahren oder ein vorgelagertes Verfahren eine Bestimmung der Korrespondenzen der einzelnen Linien- bzw. Flächen leisten muss. Es ist klar, dass solch eine Bestimmung der Korrespondenzen i.A. nicht eindeutig, sondern von den Eigenschaften der Verfahren abhängig ist. Im Vergleich zu Punktlandmarken ist zwar bei Linien- und Flächenlandmarken das zu berechnende Verschiebungsfeld dichter, d.h. über ein größeres Gebiet des Bildes entlang der Linien bzw. Flächen vorgegeben, jedoch ist die Vorgabe – wie noch erläutert wird – nicht eindeutig wie bei Punkten, sondern i.A. mehrdeutig. Diese Randbedingung der Linien- und Flächenlandmarken lässt sich damit als weiche Randbedingung bezeichnen (engl. *soft constraints*). Die Mehrdeutigkeit wird – wie erwähnt – nur durch die Wahl der Verfahren, der Parameter und der Startwerte, d.h. der Ausgangslagen der höherdimensionalen Landmarken zueinander, aufgelöst. Dabei sollte auf die Bestimmung der Korrespondenzen durch *zusätzliche Punktlandmarken* (engl. *hard constraints*) auf den Linien- und Flächenlandmarken Einfluss genommen werden können, so dass z.B. korrespondierende Spitzen auf Linien- und Flächenlandmarken einander eindeutig zugeordnet werden können.

Auf die Vielzahl der in der Literatur beschriebenen Verfahren zur Bestimmung von Korrespondenzen bei Linien und Flächen kann im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen werden. Die Darstellung beschränkt sich daher auf solche, die im direkten Zusammenhang mit der Registrierung von Bildern eingesetzt wurden.

Neben den Verfahren, die nur die Korrespondenz zwischen Linien- und Flächenlandmarken bestimmen, erfolgt die Bestimmung der Korrespondenzen bei anderen Verfahren kombiniert mit der Registrierung der Bilder. Die überwiegende Zahl der Verfahren zur Registrierung von Bildern mit Linien- und Flächenlandmarken basiert auf Splines. Spline-basierte Verfahren lassen sich wiederum in zwei Gruppen unterteilen, wie in Abb. 5.1 für den 2D-Fall veranschaulicht ist. Die erste Gruppe Spline-basierter Verfahren tastet das ganze Bild mit *Kontrollpunkten* (engl. *grid points* oder *'control points'*) ab, die entweder äquidistant vorgegeben werden oder an Stellen, an denen sich die Landmarken befinden, gehäuft verwendet werden, während sie an den Stellen ohne Landmarken dünner verteilt sind (z.B. durch Octree-Splines (Szeliski und Lavallée, 1996)), siehe die schwarzen Punkte in Abb. 5.1(a). Die zweite Gruppe von Spline-basierten Verfahren haben nur entlang der Linienlandmarken bzw. auf der Oberfläche der Flächenlandmarken Kontrollpunkte, siehe die schwarzen Punkte in Abb. 5.1(b).

Die Kontrollpunkte sind in beiden Fällen die Auslenkpunkte, deren Koordinaten die freien Parameter der elastischen Registrierung sind. Zwischen den Kontrollpunkten wird das Verschiebungsfeld durch Splines interpoliert. Die Auslenkung dieser Punkte erfolgt so, dass die Quelllandmarken (in Abb. 5.1 hell dargestellt) iterativ auf die Ziellandmarken (in Abb. 5.1 dunkel dargestellt) abgebildet werden. Zu den Verfahren der ersten Gruppe gehört das Registrierungsverfahren von Szeliski und Lavallée (1996). Die Kontrollpunkte sind die Basis für *volumetrische Tensorprodukt-B-Splines* (engl. *volumetric tensor product splines*) (Sederberg und Parry, 1986). Die Transformation wird durch eine iterative Minimierung einer Kostenfunktion bestimmt, die ein quadratisches Distanzmaß zwischen Quell- und Ziellandmarke und einem additiven Regularisierungsterm minimiert. Die *Zielflächenlandmarke* kann auf verschiedene Weisen repräsentiert werden, so z.B. durch eine parametrisierte Funktion. In dem Verfahren von Szeliski und

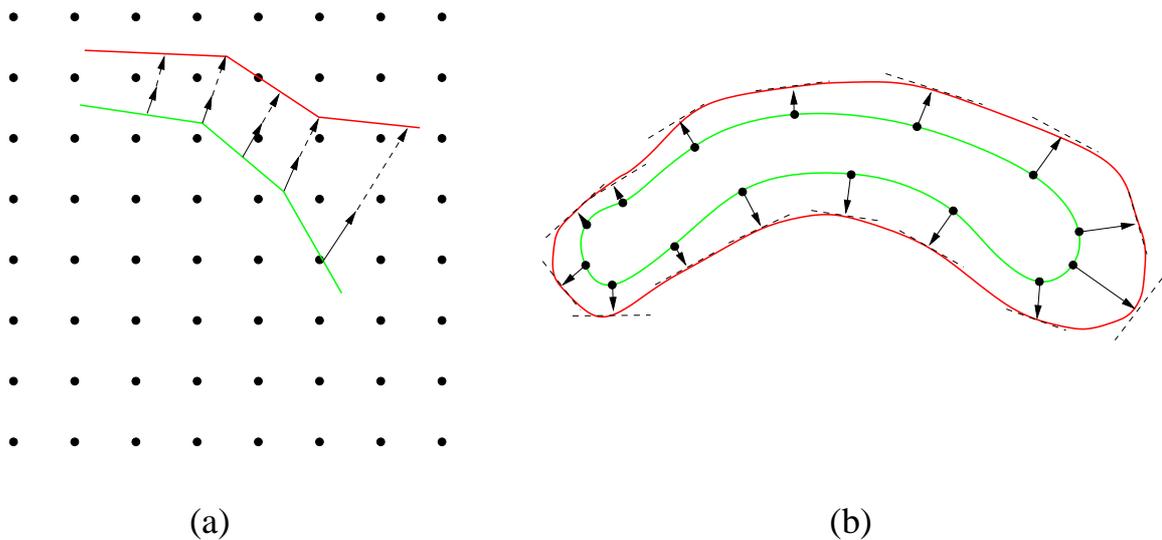


Abbildung 5.1: 2D-Skizze für Spline-basierte Registrierungsverfahren mit Linien- und Flächenlandmarken. Die Quelllandmarken sind hell, die Ziellandmarken dagegen dunkel dargestellt. (a) Dichte, häufig äquidistante Verteilung der Gitterpunkte über das Bild, (b) Kontrollpunkte nur auf der Quelllandmarke.

Lavallée (1996) ist sie in diskreter Form direkt aus den 3D-Datensätzen gewonnen worden. Von der Modellfläche wird eine Distanzfunktion zu jedem Volumenelement des Bildes berechnet und gespeichert, während die *Quellflächenlandmarke* (engl. *sensed surface*) durch (Tausende davon) Oberflächenabstastpunkte dargestellt wird. Der Regularisierungsterm m -ter Ordnung ist durch folgende Gleichung gegeben (vergleiche $J_m^d(\mathbf{u})$ (3.11)):

$$R_m(\mathbf{u}) = \int \sum_{j_1 + \dots + j_d = m} \frac{m!}{j_1! \dots j_d!} \left| \frac{\partial^m \mathbf{u}(\mathbf{x})}{\partial x_1^{j_1} \dots \partial x_d^{j_d}} \right|^2 d\mathbf{x}.$$

Der Term wird für diskrete Daten mit Hilfe der Methode der *Finiten Differenzen* berechnet, die sich besonders für eine äquidistante Verteilung von Kontrollpunkten anbietet. Damit ist der Term erster Ordnung gegeben durch:

$$R_1(\{\mathbf{u}_{jkl}\}) \approx h \sum_{jkl} |\mathbf{u}_{j+1,k,l} - \mathbf{u}_{jkl}|^2 + |\mathbf{u}_{j,k+1,l} - \mathbf{u}_{jkl}|^2 + |\mathbf{u}_{j,k,l+1} - \mathbf{u}_{jkl}|^2.$$

Szeliski und Lavallée (1996) verwenden eine Kombination aus Regularisierern nullter ($m = 0$) und erster Ordnung ($m = 1$). Um die Parameteranzahl zu minimieren, werden die Kontrollpunkte nach dem Verfahren der *Octree-splines* verteilt: In direkter Nähe zu den Landmarken ist die Verteilung der Kontrollpunkte dichter als in größeren Abständen. Angegebene typische Größenordnungen für die Anzahl der freien Parameter bei der Verwendung von Octree-Splines sind für 3D-Datensätze 17000 bis 24000. Um die nicht-lineare Kostenfunktion in Abhängigkeit von den freien Parametern (den Auslenkungen der Kontrollpunkte) der Registrierungs-funktion zu minimieren, verwenden die Autoren den Levenberg-Marquardt Algorithmus (siehe

z.B. Press *et al.* (1988)). Für diesen Algorithmus muß die Kostenfunktion und deren Gradient und damit auch der Gradient der Distanzfunktion berechnet werden.

Subsol *et al.* (1998) verwenden einen sehr ähnlichen Algorithmus, der auch die Methode der *iterativ nächsten Punkte* (engl. *iterative closest-point*) (Besl und McKay (1992) und Zhang (1994)) benutzt, um eine elastische Registrierung von 3D-Linien zu erreichen. *Kammlinien* (engl. *crest lines*) werden in CT-Bildern des menschlichen Kopfes berechnet und durch Knotenpunkte repräsentiert, die durch gerade Linien verbunden sind. In einem hochaufgelösten CT-Bild werden so ca. 600 Kammlinien automatisch detektiert und durch ca. 20000 Knotenpunkte dargestellt. In einer iterativen Prozedur werden die Kammlinien durch Minimierung der quadrierten Distanzen registriert. Dabei sind die Kontrollpunkte äquidistant im Bild verteilt, und es werden ebenfalls Tensorprodukt-B-Splines als Registrierungsfunktion verwendet. Der Distanzterm wird additiv mit einem Tikhonov-Regularisierer zweiter Ordnung verknüpft (vergleiche $J_2^3(\mathbf{u})$ (3.11)):

$$J_{smooth}(\mathbf{u}) = \rho_s \int_{\mathbb{R}^3} [u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + u_{zz}^2 + 2u_{xy}^2 + 2u_{xz}^2 + 2u_{yz}^2] dx dy dz,$$

wobei ρ_s ein Glattheitsparameter ist, der während der Registrierung von 10.0 (sehr starr) bis 1.0 (sehr verformbar) abnimmt.

Amini *et al.* (1996, 1998a,b,c) schlagen ein Registrierungsverfahren vor, das die *thin-plate splines*-Energie numerisch berechnet. Dieses Verfahren gehört ebenfalls in die Gruppe der Verfahren mit dichten Kontrollpunkten (siehe Abb. 5.1(a)). Neben dem Term J_m^d (3.11) für die TPS-Biegeenergie mit $m = 2$ (Term 1) werden die quadrierten Distanzen zwischen den Koordinaten der Quell- und Zielpunktlandmarken (Term 2) und eine Summe der Differenzen zwischen den Endpunkten von *gleitenden Federn* (engl. *sliding springs*) (Term 3) in der Kostenfunktion berechnet. Diese Federn stellen die Korrespondenzen zwischen zwei Kurven her, wobei das eine Ende auf einer Kurve festgehalten wird, während das andere sich auf der Zielkurve frei bewegen kann. Die Kostenfunktion ist dann durch folgenden Ausdruck gegeben (vergleiche $J_2^2(\mathbf{u})$ (3.11) für den ersten Term):

$$\begin{aligned} J(\mathbf{u}) = & \lambda_1 \int_{\mathbb{R}^2} [u_{xx}^2 + 2u_{xy}^2 + u_{yy}^2 + v_{xx}^2 + 2v_{xy}^2 + v_{yy}^2] dx dy \\ & + \lambda_2 \sum \{(u - u_{int})^2 + (v - v_{int})^2\} \\ & + \lambda_3 \sum \{(x + u - \bar{x})^2 + (y + v - \bar{y})^2\}. \end{aligned}$$

Dieses Verfahren wird zur Registrierung von Zeitfolgen von markierten 2D MRT-Bildern (engl. *tagged MR images*) des menschlichen Herzens benutzt. Die Markierungskreuzungspunkte (engl. *tag intersections*) sind die Punktlandmarken und die Markierungslinien (engl. *tag lines*) sind die zu registrierenden Linienlandmarken. Das Verschiebungsvektorfeld wird an Kontrollpunkten diskretisiert, und die Ableitungen zweiter Ordnung werden durch *finite Differenzen* approximiert. Amini *et al.* verwenden die Methode der konjugierten Gradienten (CG) und eine quasi-Newton-Methode (Davidon-Fletcher-Powell, abgek.: DFP), um die Kostenfunktion zu minimieren. Die Autoren erwähnen, dass der Algorithmus nach 3D erweitert werden kann.

Die Minimierung einer Kostenfunktion $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ stellt ein Optimierungsproblem dar. In Abhängigkeit von dem verwendeten numerischen Minimierungsverfahren und dem Typ der zu minimierenden Funktion, z.B. eine lineare, quadratische oder nicht-lineare Funktion, hängt die Anzahl der benötigten Rechenschritte, d.h. die Rechenkomplexität O , von der Anzahl der freien Parameter N ab. Beispiele für die Rechenkomplexität sind $O(N^2)$, $O(N \log N)$ oder $O(N^3)$. Hohe Potenzen in der Rechenkomplexität führen zu vielen benötigten Rechenschritten, was sich ungünstig auf die benötigte Rechenzeit auswirkt. Betrachtet man die gleiche Kostenfunktion und damit die gleiche Rechenkomplexität, so ist auch sofort offensichtlich, dass eine hohe Anzahl N sich ebenso ungünstig auf die benötigte Rechenzeit auswirkt. Bei all den oben dargestellten Verfahren ist im Allgemeinen die Anzahl der freien Parameter n hoch, und damit i.A. auch eine hohe Rechenzeit notwendig.

Eine andere Gruppe von Verfahren benutzt als freie Parameter nur Kontroll- oder *Abtastpunkte* entlang einer Linienlandmarke bzw. auf einer Flächenlandmarke als freie Parameter. Damit ist die Anzahl der Parameter im Allgemeinen wesentlich geringer als im Falle der Abtastung des gesamten Volumens. Zu diesen Verfahren gehören die Arbeiten von Green (1995), Bookstein (1996) und Gabrani und Tretiak (1999). Diese Verfahren basieren auf *thin-plate splines* bzw. Erweiterungen von *thin-plate splines*. Während in allen Verfahren die Quelllandmarken abgetastet werden und die korrespondierenden Punkte auf den Ziellandmarken durch einen iterativen Prozeß gefunden werden (siehe Abb. 5.1(b)), unterscheiden sie sich durch die Festlegung der Startwerte auf den Ziellandmarken.

In Green (1995, 1996) werden die Positionen auf der Ziellandmarke entweder manuell durch den Benutzer oder auf der Basis lokaler geometrischer Korrespondenzen spezifiziert, etwa durch die Wahl des zum Abtastpunkt auf der Quelllandmarke nächsten Punktes auf der Ziellandmarke oder durch Normalenprojektion des Quellabtastpunktes auf die Ziellandmarke. (Beide Verfahren sind angemessen, wenn die Formen von Quell- und Ziellandmarke einander im Wesentlichen ähnlich sind.) Die Positionen der Zielabtastpunkte werden entlang der Ziellandmarke iterativ variiert, bis die *thin-plate spline-Energie*-Funktion minimiert wird. Zu diesem Zweck wird ein bekannter Suchalgorithmus (engl. *down-hill search algorithm*) verwendet. Bei jedem Iterationsschritt kann mit Hilfe der *thin-plate splines* ein Verschiebungsfeld für das ganze Bild berechnet werden. Zur Verbesserung der Registrierung können die Abtastpunkte verdichtet werden. Green hat dieses Verfahren für 2D implementiert und erwähnt, dass es auch auf 3D erweitert werden kann.

Bookstein (1996, 1997) benutzt ein ähnliches Verfahren wie Green (1995, 1996), um Linienlandmarken zu registrieren. Ein Unterschied besteht darin, dass die Verschiebung der Abtastpunkte nicht auf einer Linie erfolgt, die vom Abtastpunkt Y_i zum benachbarten Abtastpunkt $Y_{i\pm 1}$ führt, sondern auf einer Linie, deren Steigung durch die Differenz der zwei benachbarten Abtastpunkte Y_{i-1} und Y_{i+1} gegeben ist (gestrichelte Linien in Abb. 5.1(b)). Die Minimierung der Biegeenergie erfolgt durch Verschiebung der Abtastpunkte auf der Ziellandmarke entlang dieser Linien und wird analytisch berechnet. Die Biegeenergie ist dann in Abhängigkeit der Koeffizienten der linearen Verschiebungen \mathbf{T} :

$$E(\mathbf{T}) \sim (\mathbf{Y}^0 + \mathbf{UT})^T \mathbf{L}^{-1} (\mathbf{Y}^0 + \mathbf{UT}).$$

Aus $\frac{\partial E(\mathbf{T})}{\partial \mathbf{T}} = 0$ erhält man die Lösung für \mathbf{T} :

$$\mathbf{T} = -(\mathbf{U}^T \mathbf{L}^{-1} \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{L}^{-1} \mathbf{Y}^0,$$

wobei \mathbf{L}^{-1} die TPS-Biegeenergie, \mathbf{Y}^0 der Vektor (jeweils einer Koordinate) der Landmarken ist und \mathbf{U} Richtungsvektoren sind, entlang derer sich die Landmarken bewegen können. Nach einem Minimierungsschritt liegen die Ziellandmarkenabstastpunkte nicht länger auf der Ziellandmarke, sondern müssen auf diese zurückprojiziert werden (Bookstein, 1996). Experimente wurden bisher nur in 2D ausgeführt. Es ist allerdings erwähnt, dass die Theorie auch nach 3D erweitert werden kann. Für den Fall, dass die Ziellandmarkenabstastpunkte sich auf einer Flächenlandmarke bewegen sollen, werden zwei senkrechte Vektoren in der Tangentenebene benutzt.

Gabrani und Tretiak (1999) wählen eine feste Anzahl an Abstastpunkten sowohl auf der Quellflächenlandmarke als auch auf der Ziellandmarke, welche so verteilt sind, dass die Oberfläche in regelmäßige Teilstücke zerlegt wird. Es wird angenommen, dass sich korrespondierende Positionen in räumlicher Nachbarschaft befinden. Die Positionen der Zielabstastpunkte können sich auf der Oberfläche der Ziellandmarke in alle Richtungen bewegen. Für jede Konfiguration von Punkten wird der Energiegradient der *thin-plate spline*-Energie abgeschätzt, wobei diejenige mit Gradient Null als die mit idealer Zuordnung betrachtet wird.

Chui und Rangarajan (2000, 2003) erweitern das früher für die affine Registrierung (Rangarajan *et al.*, 1997; Chui *et al.*, 1999) vorgestellte *Robust Point Matching*, *RPM*-Verfahren um die Einbeziehung eines teilweise generalisierten Glättungsterms durch die Einführung des Operators L . Ihr zu minimierendes *fuzzy assignment-least squares* Energiefunktional setzt sich wie folgt zusammen:

$$E(M, f) = \sum_{i=1}^N \sum_{a=1}^K m_{ai} \|x_i - f(v_a)\|^2 + \lambda \|Lf\|^2 + T \sum_{i=1}^N \sum_{a=1}^K m_{ai} \log m_{ai} - \zeta \sum_{i=1}^N \sum_{a=1}^K m_{ai},$$

wobei M die gesuchte Korrespondenzmatrix mit den Einträgen m_{ai} ist und f die gesuchte Transformationsfunktion. $m_{ai} \in [0, 1]$. Wenn die Temperaturvariable T den Wert 0 erreicht, dann wird die Korrespondenzmatrix M binär. λ und ζ sind Parameter des Systems. Diese als *Softassign* bezeichnete Technik erlaubt die Eliminierung von Ausreißern während des *Annealing*-Prozesses bei dem T minimiert wird. In jedem Iterationsschritt werden nacheinander a) die Korrespondenzen aktualisiert und b) mit den neuen Korrespondenzen eine neue aktuelle Transformationsfunktion berechnet. Nach Eliminierung der Ausreißer läßt sich für den zweiten Teilschritt der Iterationen das zu minimierende Energiefunktional wie folgt schreiben:

$$\min_f E(f) = \min_f \sum_{a=1}^K \|y_a - f(v_a)\|^2 + \lambda T \|Lf\|^2, \quad (5.1)$$

mit

$$y_a = \sum_{i=1}^N m_{ai} x_i.$$

Nach Verwendung des konkreten Glättungsoperator für TPS, läßt sich die Gleichung (5.1) in geschlossener Form zu den Lösungen der TPS berechnen.

Im nächsten Abschnitt wird ein Verfahren zur elastischen Registrierung unter Verwendung von Linien- und Flächenlandmarken vorgestellt. Die notwendigen Korrespondenzen werden dabei automatisch bestimmt. Neben dieser automatischen Bestimmung können feste Korrespondenzen (engl. *hard constraints*) auf den Linien- bzw. Flächenlandmarken zusätzlich angegeben werden. Das Verfahren eignet sich sowohl für 2D als auch für 3D. Er verbindet die Vorteile beider oben vorgestellten Gruppen von Verfahren: i) Die Anzahl der freien Parameter ist gering, da die Kontrollpunkte nur auf den Quelllandmarken liegen, ii) die Formulierung der Biegeenergie basiert auf der analytischen Lösung der TPS-Biegeenergie, so dass sie kompakt als quadratische Form mit einer fest vorgegebenen Matrix berechnet werden kann, und iii) durch eine Distanzfunktion und Veränderung der Gewichtung zwischen Distanzterm und Biegeterm werden die Korrespondenzen zwischen Quell- und Ziellandmarke automatisch bestimmt, ohne dass Initialisierungswerte auf den Ziellandmarken vorgegeben werden müssen. In dem folgenden Abschnitt 5.2 wird das Verfahren im Detail vorgestellt, wobei in Teilabschnitt 5.2.6 eine Erweiterung des Verfahrens zwecks Einbeziehung der inversen Transformation erarbeitet wird. Mit dieser Erweiterung wird die Anzahl der Fälle, die registriert werden können, und damit das Anwendungspotential des Verfahrens erhöht. Abschnitt 5.3 beschreibt die Eigenschaften des Verfahrens und Abschnitt 5.4 zeigt experimentelle Ergebnisse für synthetische und tomographische Bilder unter Zuhilfenahme von Flächenlandmarken, während Abschnitt 5.5 Ergebnisse unter Verwendung von Linienlandmarken in 3D zeigt. In Abschnitt 5.6 werden die Ergebnisse dieses Kapitels zusammengefaßt. Teile diese Arbeiten sind in Fornefett *et al.* (2000) veröffentlicht worden.

5.2 Iterative Registrierung mit Korrespondenzbestimmung

5.2.1 Korrespondenzbestimmung bei Linien- und Flächenlandmarken

Im Gegensatz zu Punktlandmarken, bei denen eine eindeutige Korrespondenz existiert, besteht bei Linien- und Flächenlandmarken im Allgemeinen keine eindeutige Korrespondenz. Bei der Beschreibung von Linien- und Flächenlandmarken geht die Mehrzahl der Verfahren in der Literatur von einer (genügend dichten) Abtastpunktmenge aus. In diesem Fall müssen in der Regel korrespondierende Punkte auf den Ziellinien- und Flächenlandmarken durch das Registrierungsverfahren selbst oder durch Vorverarbeitungsschritte gefunden werden. Die Beschreibung von Linien- und Flächenlandmarken durch Abtastpunkte bietet sich insbesondere bei digitalen Bildern an, weil dort die Datensätze und damit die Landmarken bereits in digitalisierter Form vorliegen und nicht etwa durch z.B. eine kontinuierliche Funktion beschrieben werden. Bei vorgegebenen digitalen Bildern ist die dichteste (nicht interpolierte) Abtastung einer Linien- oder Flächenlandmarke diejenige, die jedem Bild- bzw. Volumenelement der Landmarke einen Abtastpunkt zuordnet. Häufig sind geringe Dichten von Abtastpunkten ausreichend, die bei Linien z.B. äquidistant und bei Flächen durch z.B. eine der Krümmung proportionale Triangulierung bestimmt werden. Die Experimente haben gezeigt, dass eine dichtere Abtastpunktmenge zu besseren Registrierungsergebnissen führt (siehe Abschnitt 5.4), was auch intuitiv zu erwarten ist. Weitergehende Untersuchungen über eine optimale Verteilung der Abtastpunkte besonders im Zusammenhang mit hierarchischen Verfahren, bei denen die Abtastdichten variieren, sind im Rahmen weiterer Forschungsarbeiten außerhalb dieser Arbeit noch zu leisten.

Bei der Zuordnung korrespondierender Quell- und Ziellandmarken kann lediglich davon ausgegangen werden, dass die Reihenfolge der Abtastpunkte auf den Ziellinien¹ (Linienlandmarken im Zielbild) bzw. die Nachbarschaftsrelation der Abtastpunkte auf den Zielflächen (Flächenlandmarken im Zielbild) gleich der Reihenfolge auf den Quelllinien (Linienlandmarken im Quellbild) bzw. der Nachbarschaftsrelation auf den Quellflächen (Flächenlandmarken im Quellbild) ist. Die folgenden Skizzen sollen diese Problemstellung für den 2D-Fall der Korrespondenz zweier Linien verdeutlichen und erläutern. Abb. 5.2 zeigt als Beispiel, wie eine Linie (gestrichelt, unten) einer anderen Linie (gepunktet, oben) zugeordnet wird. Der Abstand $d(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{i+1})$ zwischen zwei Abtastpunkten \mathbf{p}_i und \mathbf{p}_{i+1} sei durch das Linienintegral entlang der Quelllinie gegeben:

$$d(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{i+1}) = \int_{\mathbf{p}_i}^{\mathbf{p}_{i+1}} d\mathbf{r}_{LM}. \quad (5.2)$$

Entsprechend ist der Abstand $d(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_{i+1})$ durch das Linienintegral entlang der Ziellinie gegeben. Betrachtet werden soll im Folgenden das mit jeweils vier Abtastpunkten verbundene Verhältnis V :

$$V(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{i+1}, \mathbf{q}_i, \mathbf{q}_{i+1}) = \frac{d(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_{i+1})}{d(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{i+1})}. \quad (5.3)$$

¹Für den Begriff 'Ziellandmarke' wird synonym 'Zielkontur' oder in 2D 'Ziellinie' bzw. in 3D 'Zielfläche'; entsprechend für 'Quelllandmarke' verwendet.

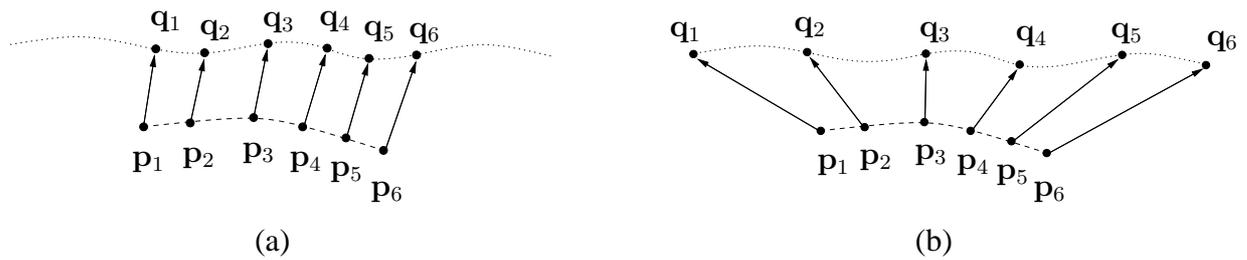


Abbildung 5.2: Zuordnungen von Abtastpunkten zwischen Quell- und Ziellinie. (a) Das Verhältnis V (siehe Text) ist gleich 1, (b) V ist größer 1, die Endpunkte fallen zusammen.

Je zwei benachbarte Abtastpunkte p_i und p_{i+1} auf der Quelllinie werden entsprechend ihrem Verhältnis V gedehnt ($V > 1$) oder gestaucht ($V < 1$) oder im Verhältnis 1 ($V = 1$) abgebildet.

Abb. 5.2(a) zeigt eine Zuordnung, bei der das Verhältnis V für je zwei Abtastpunkte gleich 1 ist. Als weiterer Freiheitsgrad kommt hier die mögliche Verschiebung der Lage der abgebildeten kürzeren Quelllinie auf der längeren Ziellinie hinzu. Man beachte, dass ein Verhältnis von 1 nicht bedeutet, dass der Abstand zwischen je zwei Punkten auf der Quelllinie auch gleich sein muß. In Abb. 5.2(b) ist dieses Verhältnis V für je vier Abtastpunkte ebenfalls gleich, aber $V > 1$. Es ist so gewählt, daß die Endpunkte der beiden Linien zusammenfallen. Die Quelllinie wird also im Ganzen gedehnt auf die Ziellinie abgebildet. Der letzte Fall zeigt, dass gerade bei einer Dehnung die Punktdichte der Quelllinie nicht zu gering sein darf, wenn sich die Ziellinie zwischen zwei Punkten nicht im Wesentlichen wie eine Gerade verhält, wie das hier der Fall ist.

Nun ist aber auch ein über die Landmarke variierendes Verhältnis denkbar, quasi als Dichteschwankung der abgebildeten Abtastpunkte. Die oben beschriebenen Fälle eines gleichmäßigen Abstandsverhältnisses V sind sogar (bei verschieden geformten Quell- und Ziellinien) nicht die Regel, wie man sich anhand Abb. 5.3 klar machen kann. Abb. 5.3(a) zeigt eine mögliche Zuordnung, wenn die Ziellinie aus Abb. 5.2(a) eine Ausbeulung in ihrer Mitte besitzt. Hier vergrößert sich V im Bereich der Ausbeulung. Abb. 5.3(b) zeigt eine andere mögliche Lösung, bei der sich auch das Verhältnis V im Bereich der Ausbeulung vergrößert, jedoch schwankt hierbei die Punktdichte auf der Quelllinie.

Ein Registrierungsverfahren muss im Idealfall also in Abhängigkeit von der lokalen geometrischen Struktur der Quell- und Ziellandmarken eine Zuordnung der Abtastpunkte finden. Diese Zuordnung hängt nicht allein von der Struktur der Quell- oder Ziellandmarke ab, sondern von beiden, d.h. ihrem Unterschied zueinander. Ebenso muß sich das Verhältnis V lokal den Strukturunterschieden der Landmarken anpassen, d.h. Abtastpunkte der Quelllandmarke müssen lokal gedehnt oder gestaucht auf die Ziellandmarke abgebildet werden. Ein weiterer Freiheitsgrad ist die Ausbreitung des Einflusses lokaler Stauchungen oder Dehnungen auf das Registrierungsergebnis, d.h. inwieweit sich lokale Registrierungen auf das globale Registrierungsergebnis auswirken.

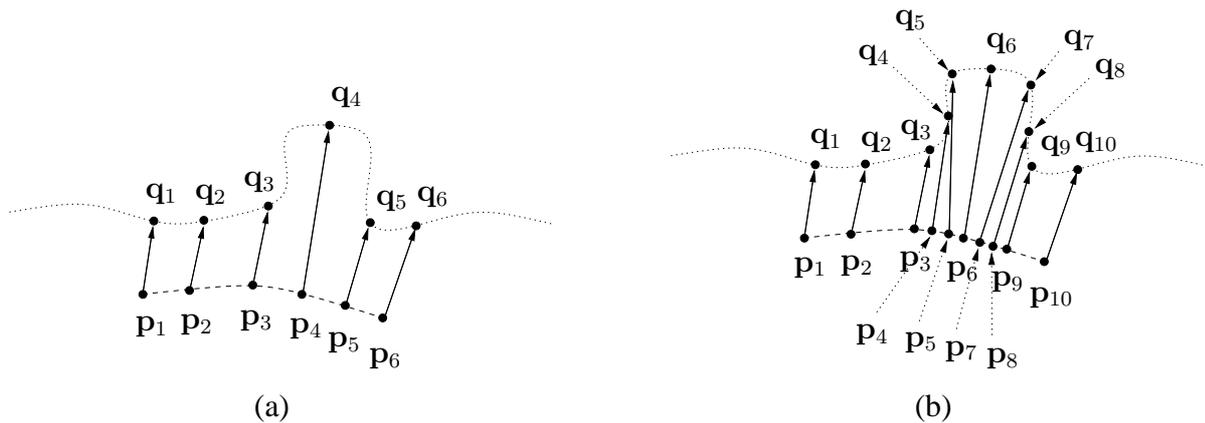


Abbildung 5.3: Zuordnungen von Abtastpunkten bei verschiedenen geformten Quell- und Ziellinien. (a) Dichteschwankungen auf der Ziellinie, (b) Dichteschwankungen auf der Quelllinie.

5.2.2 Korrespondenzbestimmung durch ein iteratives Verfahren

Eine vollständige Analyse des Korrespondenzproblems, zusammen mit einer analytischen oder direkten Lösung, für jeden möglichen Verlauf von Linien- und Flächenlandmarken ist offensichtlich komplex. In den folgenden Abschnitten wird ein iteratives Verfahren vorgestellt, das durch Gradientenabstieg einer Kostenfunktion eine Lösung des Korrespondenzproblems findet.

Ausgehend von einer Startkonfiguration von Abtastpunkten werden iterativ neue Positionen im \mathbb{R}^d für die Koordinaten der Abtastpunkte berechnet, bis sie ihre Endkonfiguration auf den Ziellandmarken erreicht haben. Im einfachsten Fall sind die Anfangskoordinaten der Abtastpunkte der Ziellandmarke identisch mit denen der Abtastpunkte der Quelllandmarke. Bei den Experimenten ist ausschließlich dieses Verfahren der Quellabtastpunkte als Startwerte angewandt worden. Für das Verfahren sind zwei Anfangsschritte notwendig:

1. **Abtasten der Quelllandmarke.** Auf der Quelllandmarke werden durch ein von der eigentlichen Registrierung unabhängiges Verfahren Abtastpunkte bestimmt. Nach ihrer Bestimmung bleiben sie fest. Die Abtastpunkte können gleichmäßig oder ungleichmäßig dicht verteilt sein. Für 2D ist ein erstes Verfahren zur äquidistanten Abtastung implementiert worden, für 3D ist eine „Stand-alone-Version“ eines Triangulierers benutzt worden (Krahnstöver und Lorenz, 1999). Hier sind eine Reihe von vom eigentlichen Verfahren unabhängigen Erweiterungen denkbar, da dem Verfahren für die (numerische) Repräsentation der Quelllandmarke nur eine Liste der Koordinaten der Abtastpunkte übergeben wird.
2. **Berechnung der Distanzfunktion der Ziellandmarke.** Die Ziellandmarke muß in digitaler Form, d.h. durch Bild- bzw. Volumenelemente, vorgegeben sein. Dazu wird sie als 1-bit Binärbild übergeben: In Elementen, die in dem Bild eine Landmarke repräsentieren sollen, wird das Bit auf 1, alle anderen Bild- bzw. Volumenelemente werden auf 0 gesetzt. An dieser Stelle werden keine speziellen Voraussetzungen an die Landmarken geknüpft.

Denkbar sind sowohl in sich geschlossene Verläufe als auch offene Landmarken. Weiter unten (siehe Abschnitt 5.3.1) wird eine Reihe experimenteller Untersuchungen über mögliche Unterschiede zwischen Quell- und Ziellandmarke vorgestellt.

Von dem binären Landmarkenbild wird eine Distanzfunktion (siehe z.B. Borgefors (1984, 1986) und Paglieroni (1992)) berechnet, die für die Größe des gesamten Bildes zu jedem Bild- bzw. Volumenelement die kleinste Entfernung zur Ziellandmarke angibt. Diese Vorausberechnung scheint ineffizient, und es mag naheliegen, nur von den später benötigten Punkten eine Distanz zur Ziellandmarke zu berechnen. Für eine Vorausberechnung spricht aber die hohe Anzahl benötigter Distanzen an verschiedenen Bildelementen als auch die effiziente Berechnung der einzelnen Distanzwerte durch einen iterativen Algorithmus, der die bereits berechneten Werte seiner Bild- bzw. Volumenelementnachbarn berücksichtigt. Neben dem reellen Distanzwert am Ort x zur Ziellandmarke werden auch die Koordinaten des Punktes auf der Ziellandmarke benötigt, der zu dem Ort x am nächsten von allen Punkten auf der Ziellandmarke liegt. Durch die Eigenschaften der Distanzfunktion fällt der Verbindungsvektor dieser beiden Punkte mit dem Gradienten der Distanzfunktion an der Stelle x zusammen.

Segmentierungsverfahren können in einem Vorverarbeitungsschritt aus digitalen Bildern Linien bzw. Flächen segmentieren, die in dieser Form als Landmarken dienen. Für eine Zusammenstellung von Segmentierungsverfahren siehe z.B. die Arbeit von Köthe (2000).

Die sich ergebende Diskretisierung der Ortskoordinaten ist durch ihre Unstetigkeit besonders in der direkten Nähe zur Landmarke weniger erwünscht. Zur Optimierung wird die Distanz in 2D aus der bi- und in 3D aus der trilinearen Interpolation der 4 bzw. 8 nächsten Elementnachbarn berechnet. Eine andere Verfeinerung der Darstellung der Ziellandmarke bedient sich der Khalimsky-Ebene. Hier können die Grenzen zwischen zwei Bildelementen – dargestellt durch die sog. 0- und 1-Zellen – als Landmarke dienen. Dadurch nimmt die Landmarke nicht die Dicke eines Bild- bzw. Volumenelementes ein. Repräsentiert man die Khalimsky-Ebene wieder als Zellgitter, so ist der Speicherbedarf allerdings in 2D vier- und in 3D acht-mal so hoch. Näheres hierzu siehe die Arbeit von Köthe (2000). Auch wäre eine gesonderte Berechnung der Distanz zur Landmarke für die direkt an die Landmarke angrenzenden Bild- bzw. Volumenelemente denkbar. Hier wäre eine Distanzfunktion für jeden Nachbartypen einzeln zu berechnen.

Ebenso wie das Abtasten der Quelllandmarke (siehe oben) nicht durch die Digitalisierung des Bildes beschränkt ist, da der Registrierungsalgorithmus mit reellen Werten rechnet, so ist auch die Berechnung der Distanzfunktion nicht auf die digitalen Bildelemente beschränkt. Es ist ebenso vorstellbar, dass Erweiterungen des hier vorgestellten Verfahrens die Distanzwerte durch eine analytische Funktion berechnen, z.B. wenn das Zielbild ein fest vorgegebenes Atlasbild oder ein synthetisches Bild wie z.B. ein Kreis ist. In diesem Fall kann es sinnvoll sein, zu jeder reellen Ortskoordinate den genauen Distanzwert zu berechnen.

Das hier vorgestellte Verfahren ist aber wegen der diskreten Eigenschaft der Bilder und der daraus fast immer diskreten Segmentierung entwickelt worden, aus der die Linien-

und Flächenlandmarken hervorgehen. Es sei aber noch einmal betont, dass diese Diskretisierung nicht zwingend ist, da das eigentliche Registrierungsverfahren mit reellen Ortskoordinaten rechnet.

Die Abb. 5.4 zeigt ein Beispiel für eine Registrierungsaufgabe mit einer Linienlandmarke in 2D. Die Quelllandmarke (hell) ist an 15 Punkten (\circ) nicht äquidistant abgetastet worden (Abb. 5.4(a)), während die Ziellandmarke (dunkel) als geschlossene Linie repräsentiert wird. Von der Ziellandmarke wird die Distanzfunktion berechnet, die in Abb. 5.4(b) in logarithmischer Skala zusammen mit der Normierung ‚0=schwarz‘ und ‚höchster Wert=weiss‘ dargestellt ist. Neben diesem Distanzwertbild werden zwei weitere Bilder gespeichert, die jeweils die x - bzw. y -Koordinaten der zu jedem Bildelement nächsten Punkte auf der Ziellandmarke enthalten (hier nicht gezeigt).

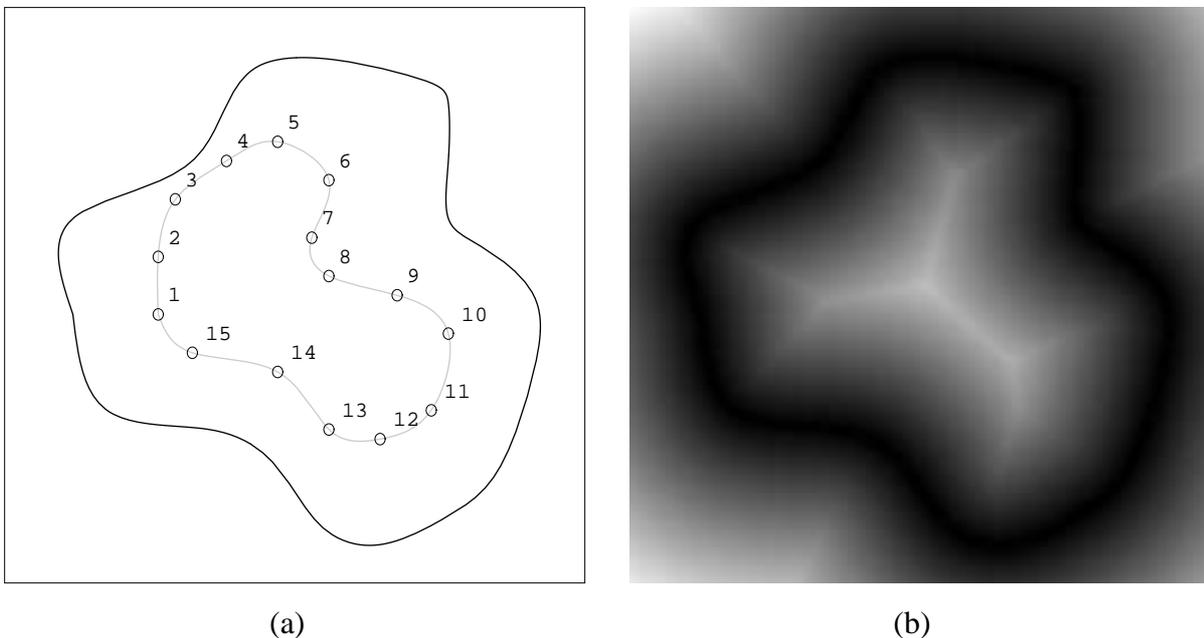


Abbildung 5.4: Eingaben für das iterative Verfahren (a) Abtastpunkte der Quelllandmarke (hell), hier 15 Stück, (b) Distanztransformation der Ziellandmarke (in (a) dunkel).

Würde die Korrespondenz nur auf der Grundlage der Distanzfunktion berechnet werden, so ergäbe sich das Ergebnis aus Abb. 5.5. Die Korrespondenzen sind die nächsten Nachbarn auf der Zielkontur. Gerade bei großen Unterschieden zwischen den Formen der Quell- und Ziellandmarke bleiben Teile der Zielkontur ohne korrespondierende Abtastpunkte, so hier zwischen den Abtastpunkten 5 – 6, 10 – 12 und 15 – 2. Wegner (1997, Seiten 31ff) hat in seiner Arbeit im Zusammenhang mit der Zuordnung von Kreisen auf Ellipsen auf dieses Problem hingewiesen.

Im Folgenden wird abschnittsweise das neue Verfahren motiviert, das dieses Problem der Unterschiede zwischen den Konturen besser und für bestimmte abgegrenzte Fälle, im Gegensatz zu einem Verfahren basierend nur auf der Distanzfunktion, zufriedenstellend löst. Insbesondere wird eine Erweiterung vorgestellt, nämlich die Einbeziehung der inversen Transformation

(siehe unten), mit der komplexere Konturunterschiede zwischen Quell- und Ziellandmarke registriert werden können. In dem folgenden Abschnitt 5.2.3 wird ein Term vorgestellt, mit dem ein Modell für die elastische Verformung der Quelllandmarke beschrieben wird. Im übernächsten Abschnitt 5.2.4 werden dann der Distanzterm und der Elastizitätsterm zur Bestimmung der zu minimierenden Zielfunktion kombiniert. Abschnitt 5.2.5 beschreibt ein numerisches Verfahren, mit dessen Hilfe die Zielfunktion minimiert wird. Dadurch werden die Korrespondenzen zwischen den Abtastpunkten auf der Quelllandmarke zur Ziellandmarke automatisch bestimmt.

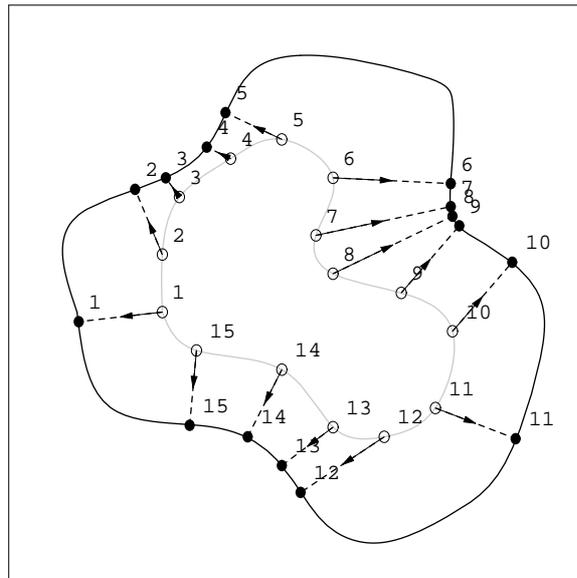


Abbildung 5.5: Berechnung der nächsten Nachbarn der Abtastpunkte der Quelllandmarke auf der Ziellandmarke. Ohne einen weiteren Term neben der Distanzfunktion ist die zugeordnete Verteilung auf der Ziellandmarke unregelmäßig und für die Registrierung i.A. nicht brauchbar, weil Ausbeulungen nicht berücksichtigt werden.

5.2.3 Der *thin-plate spline*-Elastizitätsterm

Die Notwendigkeit eines Elastizitäts- bzw. Energieterms zur Unterbindung eines Auseinanderdriftens der Abtastpunkte bei der Abbildung von der Quell- auf die Ziellandmarke haben die Ausführungen im vorherigen Abschnitt 5.2.2 ergeben: Die Nächste-Nachbar-Zuordnung ist für größere Unterschiede zwischen Quell- und Ziellandmarke i.A. unzureichend. Eine schrittweise Veränderung der Struktur der Quelllandmarke hin zur Ziellandmarke kann durch ein Elastizitätsmodell erreicht werden. Bei diesem wird die Verformung durch einen Elastizitäts- bzw. Energieterm gemessen. Eingesetzt wurden in bisherigen Arbeiten z.B. Feder-Masse- oder Membran-Modelle, die als freie Parameter die Auslenkung der Abtastpunkte besitzen. Da in diesem Fall eine Registrierung der gesamten Objekte in der Bildebene bzw. dem Bildvolumen erfolgen soll, ist es notwendig, dass auch Verformungen der Ebene bzw. des Volumens in dem Biegeenergieterm berücksichtigt werden. Die oben genannten Modelle, die Energieterme aus den direkten Nachbarschaften der Abtastpunkte berechnen, werden entsprechend in

2D z.B. als Feder- oder Schlangen- (engl. *snakes*) und in 3D z.B. als Ballon- (engl. *balloon*) oder Membran-Modell bezeichnet. Im Gegensatz hierzu soll das neue Verfahren die Wechselwirkung jedes Abtastpunktes mit jedem anderen Abtastpunkt berücksichtigen. Ebenso soll die Verformung des gesamten Raumes \mathbb{R}^n berücksichtigt werden und nicht die einer Hyperfläche \mathbb{R}^{n-1} . Als Metapher dieses allgemein elastischen Objektes passt hier der Begriff „Schwammmodell“ (engl. *sponge*): An der Oberfläche (oder auch zusätzlich im Inneren) des Schwamms liegen die Abtastpunkte, die verschoben werden; die Verformungsenergie entsteht bei einem Schwamm aber im gesamten Raum (wobei aber zum inneren Körper auch der äußere Körper außerhalb der Landmarke mit zum Schwamm zählt).

Als Elastizitätsterm wird hierfür das *thin-plate spline*-Funktional J_d^2 (3.11) (siehe z.B. Wahba (1990, Seite 30)) vorgeschlagen:

$$J_d^2(u) = \sum_{\alpha_1 + \dots + \alpha_d = 2} \frac{2}{\alpha_1! \dots \alpha_d!} \int_{\mathbb{R}^d} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^{\alpha_1} \dots \partial x_d^{\alpha_d}} \right)^2 dx, \quad (5.4)$$

das eine Reihe von Vorteilen in sich vereint:

1. Seine Lösungsfunktion hat als freie Parameter die Positionen von verteilten Daten (siehe z.B. Wahba (1990, Seite 31)), die hier die Koordinaten der Abtastpunkte sind. Dadurch ist es auf diesen Fall übertragbar.
2. Die Biegeenergie J_d^2 berücksichtigt durch die Integration über \mathbb{R}^d die Biegung im *gesamten* Raum, so dass Verformungen, die nicht direkt auf den Abtastpunkten oder der Landmarke liegen, ebenfalls berücksichtigt werden.
3. Der Term für die Biegeenergie läßt sich geschlossen als quadratische Form der Positionen der Abtastpunkte angeben (siehe Wahba (1990, Seiten 32-33) und Bookstein (1989, 1997)). Das Funktional ist dadurch sehr einfach und effizient berechenbar und läßt sich mit dem Distanzterm kombinieren.
4. Durch das globale Energiemaß werden lokale Veränderungen in einem Bereich des Bildes auch in anderen Bereichen des Bildes berücksichtigt (siehe auch Kap. 4.4).
5. Der Nullraum von $J_d^2(u)$ sind die affinen Funktionen (siehe (5.7) weiter unten). Sie tragen nicht zur Biegeenergie bei. Daher wird gleichzeitig zu der elastischen Registrierung eine globale affine Registrierung erreicht.

Zu 1: Die Lösungsfunktionen, die das Funktional (5.4) minimieren, sind die *thin-plate splines* (siehe z.B. Wahba (1990, Seite 31)):

$$u(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^M \beta_j \phi_j(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^n \alpha_i R(\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_i\|), \quad (5.5)$$

mit den Radialbasisfunktionen:

$$R_{TPS}(r) \sim \begin{cases} r^{4-d} \ln r & d \in 2\mathbb{N} \\ r^{4-d} & \text{andernfalls,} \end{cases} \quad (5.6)$$

und den $M = d + 1$ Monomen:

$$\phi_1(\mathbf{x}) = 1 \quad \phi_{1+k}(\mathbf{x}) = x_k, \quad k = 1 \dots d, \quad (5.7)$$

sowie den \mathbf{p}_i als Stützstellen bzw. Abtastpunkten.

Zu 2: Da nicht allein die Korrespondenz zwischen den Linien- oder Flächenlandmarken gefunden, sondern das ganze Bild registriert werden soll, ist die Berücksichtigung der Biegung im Volumen notwendig. So wird gleichzeitig neben der Bestimmung der Korrespondenz der Landmarken die Registrierungsfunktion berechnet, die die Biegeenergie im gesamten Volumen minimiert. Bei der Registrierung des o.g. Beispiels wird darauf noch einmal zurückgekommen werden.

Zu 3: Unter Zuhilfenahme der Definition eines Hilbertraumes und unter Verwendung algebraischer Methoden kann das Minimum des Funktionals (5.4) als ein Skalarprodukt der Lösungsfunktion berechnet werden (siehe z.B. für eine Rechnung: Wahba (1990, Seiten 32-33) und für das Ergebnis: Bookstein (1989, 1997)):

$$J_d^2(u_{k,TPS}) \sim \mathbf{p}'_{K,k}{}^T (\mathbf{L}^{-1})_n \mathbf{p}'_{K,k} \stackrel{Def}{=} E_{TPS}(\mathbf{p}'_{K,k}), \quad (5.8)$$

wobei \mathbf{L}^{-1} die Inverse der Matrix \mathbf{L} ist. \mathbf{L} ist definiert als die Matrix bestehend aus den vier Untermatrizen der linken Seite von (4.6). $(\mathbf{L}^{-1})_n$ ist die obere linke $(n \times n)$ -Untermatrix von der $((n + M) \times (n + M))$ -Matrix \mathbf{L}^{-1} . \mathbf{L} hängt nur von den (für ein jeweiliges Problem festen) Positionen der Abtastpunkte \mathbf{p}_i , $i = 1 \dots n$ ab. Deswegen ist die Biegeenergie $E_{TPS}(\mathbf{p}'_{K,k})$ auch von den \mathbf{p}_i abhängig und müßte richtig eher $E[\mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_n]_{TPS}(\mathbf{p}'_{K,k})$ heißen. Weil aber klar ist, welche \mathbf{p}_i gemeint sind, wird bei dieser Definition geblieben. Die $(n \times 1)$ -Vektoren $\mathbf{p}'_{K,k}$ werden hier neu eingeführt. Die $(d \times 1)$ -Vektoren \mathbf{p}'_i , $i = 1 \dots n$ sind die (jeweils aktuellen) Positionen der *variierenden* Abtastpunkte². Die $\mathbf{p}'_{K,k}$, $k = 1 \dots d$ fassen die k -ten Komponenten dieser Vektoren in einem Vektor zusammen. Sie entsprechen damit der Verschiebung bzw. den Zielkoordinaten (in der k -ten Komponente) entsprechend der rechten Seite von (4.6). Das K im Index steht für Komponenten. Da die \mathbf{p}_i für jeweils ein Registrierungsproblem fest sind, hängt der Term für die Biegeenergie E_{TPS} als quadratische Form nur von den Vektoren der aktuellen Position der variierenden Abtastpunkte \mathbf{p}'_i ab und läßt sich daher effizient berechnen. Der Gradient der Biegeenergie, der für die Minimierung der Zielfunktion notwendig ist, ergibt sich durch Differenzierung nach $\mathbf{p}'_{K,k}$:

$$\frac{\partial E_{TPS}(\mathbf{p}'_{K,k})}{\partial \mathbf{p}'_{K,k}} = 2 (\mathbf{L}^{-1})_n \mathbf{p}'_{K,k} \quad (5.9)$$

Zu 4 und 5: Die Auswirkungen lokaler Deformationen und die implizite affine Registrierung läßt sich am einfachsten anhand eines Beispiels zeigen. In Abb. 5.6(a) sind die Quelllandmarke und ihre Abtastpunkte aus Abschnitt 5.2.2 als Ausgangssituation verwendet worden. Die Abtastpunkte 1 und 2 sind einen gleichen Weg horizontal nach links und vertikal entgegengesetzt

²Für Abbildungen in diesem Abschnitt 5.2 gilt: Die festen Abtastpunkte \mathbf{p}_i auf der Quelllandmarke werden mit offenen Kreisen (○), die zur Ziellandmarke hin variierenden Abtastpunkte \mathbf{p}'_i mit geschlossenen Kreisen (●) gekennzeichnet.

nach oben und unten ausgelenkt worden. Zugehörige Abtastpunkte \mathbf{p}_i (\circ) und \mathbf{p}'_i (\bullet) sind mit einer gestrichelten Linie (ohne Vektorpfeil) verbunden. An den variierenden Abtastpunkten \mathbf{p}'_i sind die negativen Gradienten des Biegeenergieterms E_{TPS} , die sich aus (5.9) mit $k = 1, 2$ ergeben, als Vektorpfeile eingezeichnet. In Richtung des negativen Gradienten nimmt die Biegeenergie wieder ab. Man sieht, dass die negativen Gradienten der vorgegebenen Auslenkung entgegenwirken und der Betrag des Gradienten um so größer ist, je dichter die Abtastpunkte an der Auslenkung liegen. Jedoch werden alle Abtastpunkte von der lokalen Auslenkung beeinflusst. Im Folgenden wird ein einfaches Gradientenabstiegsverfahren verwendet, bei dem die Abtastpunkte in Richtung des negativen Gradienten verschoben werden. Die Größe der Verschiebung ist gewählt als der halbe Betrag des Gradienten. An der neuen Position wird der Gradient erneut berechnet. Nach 100 Iterationen ergibt sich die Konstellation in Abb. 5.6(b). Obwohl die Biegeenergien für die x -Komponente von 1.6372 auf 0.0005 und die y -Komponente von 0.1416 auf $7.290 \cdot 10^{-16}$ abgenommen haben, sind die variierenden Abtastpunkte nicht wieder auf ihre Ausgangskonstellation zurückgekehrt. Die in Abb. 5.6(b) erreichte Position der \mathbf{p}'_1 ist gegenüber den \mathbf{p}_i affin verschoben, d.h. transliert, skaliert, rotiert und geschert. Diese affine Verschiebung trägt nicht zur Biegeenergie bei, ist aber näher an der Startposition mit der Auslenkung der Abtastpunkte 1 und 2.

Wegen der affinen Invarianz kann jeder der gegenüber den \mathbf{p}_i affin transformierten Abtast-

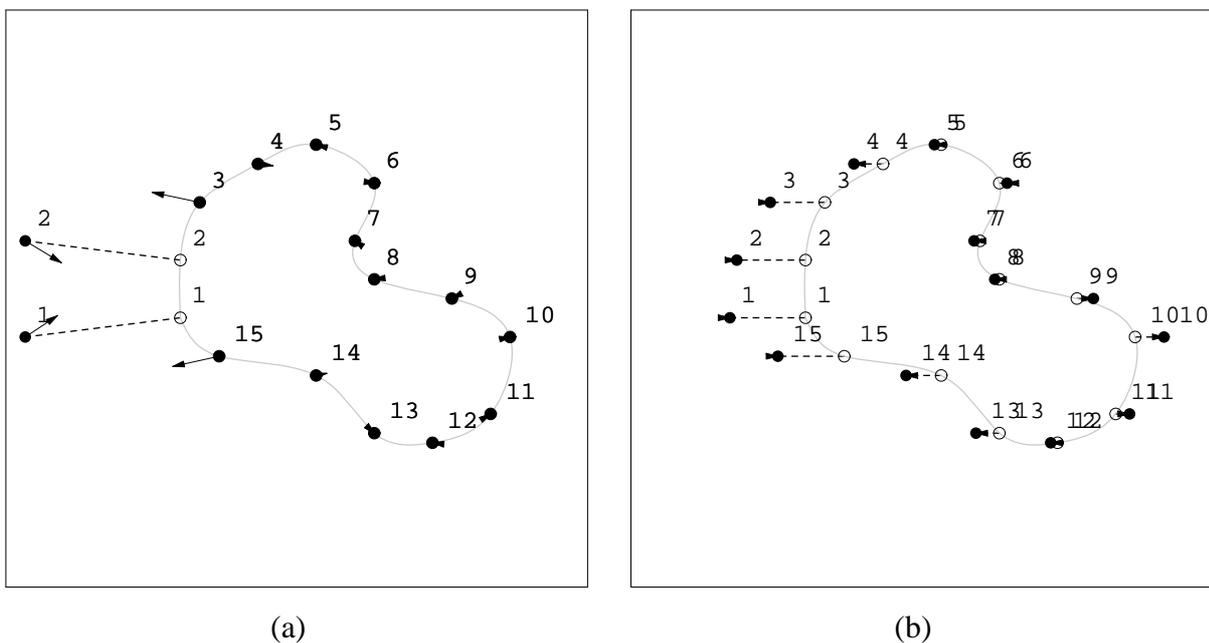


Abbildung 5.6: Negative Gradienten des Biegeenergieterms E_{TPS} an den variierenden Abtastpunkten \mathbf{p}'_i (\bullet). (a) Negative Gradienten (Vektorpfeile) direkt nach der Auslenkung der Abtastpunkte 1 und 2. Die negativen Gradienten wirken den Auslenkungen entgegen. (b) Auslenkungen und negative Gradienten bei einem einfachen Gradientenabstieg nach 100 Iterationen. Die errechnete Position ist gegenüber der Ausgangskonstellation affin verschoben.

punkte in (5.8) zu den korrespondierenden $\mathbf{p}'_{K,k}$ addiert oder subtrahiert werden, ohne dass sich der Wert für E_{TPS} ändert. Insbesondere können die \mathbf{p}_i selbst (identische Transformation) subtrahiert werden. Man erhält dann aus (5.8):

$$\begin{aligned} E_{TPS}(\mathbf{p}'_{K,k}) &= \mathbf{p}'_{K,k}{}^T (\mathbf{L}^{-1})_n \mathbf{p}'_{K,k} \\ &= (\mathbf{p}'_{K,k} - \mathbf{p}_{K,k})^T (\mathbf{L}^{-1})_n (\mathbf{p}'_{K,k} - \mathbf{p}_{K,k}) \\ &= \tilde{\mathbf{p}}'_{K,k}{}^T (\mathbf{L}^{-1})_n \tilde{\mathbf{p}}'_{K,k}, \\ &= E_{TPS}(\tilde{\mathbf{p}}'_{K,k}) \end{aligned} \quad (5.10)$$

wobei $\tilde{\mathbf{p}}'_{K,k} = \mathbf{p}'_{K,k} - \mathbf{p}_{K,k}$. Da $\partial \tilde{\mathbf{p}}'_{K,k} / \partial \mathbf{p}'_{K,k} = 1$, folgt auch für (5.9):

$$\frac{\partial E_{TPS}(\tilde{\mathbf{p}}'_{K,k})}{\partial \mathbf{p}'_{K,k}} = 2 (\mathbf{L}^{-1})_n \tilde{\mathbf{p}}'_{K,k}. \quad (5.11)$$

Die $\tilde{\mathbf{p}}'_{K,k}$ sind dann die Auslenkungen in positiver oder negativer Richtung um die Nullstellen $\mathbf{p}_{K,k}$.

5.2.4 Formulierung der Zielfunktion

In dem neuen Verfahren besteht die zu minimierende Zielfunktion h aus der gewichteten Summe der in Abschnitt 5.2.2 beschriebenen Distanzfunktion und dem in Abschnitt 5.2.3 beschriebenen Biegeenergieterm:

$$h(\mathbf{p}', \lambda) = \sum_{k=1}^d \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(\mathbf{p}'_{i,k} - \mathbf{q}_{i,k}^*(\mathbf{p}'_i))^2}{\sigma_i^2} + \lambda \mathbf{p}'_{K,k}{}^T (\mathbf{L}^{-1})_n \mathbf{p}'_{K,k} \right], \quad (5.12)$$

wobei \mathbf{p}' die Vektoren \mathbf{p}'_i , $i = 1 \dots n$ (und damit auch die $\mathbf{p}'_{K,k}$) zusammenfaßt. Der erste Term in den eckigen Klammern beschreibt mit Hilfe der (vorberechneten) Distanzfunktion den kleinsten Euklidischen Abstand der variierenden Abtastpunkte \mathbf{p}'_i zum Nächsten-Nachbarn \mathbf{q}_i^* auf der Ziellandmarke. Der zweite Term beschreibt die Biegeenergie der variierenden Abtastpunkte \mathbf{p}'_i gegenüber den festen Abtastpunkten \mathbf{p}_i auf der Quelllandmarke. Dieser Term wird multipliziert mit λ mit dem Distanzterm gewichtet. Die Summanden des Distanzterms können einzeln durch σ_i^2 gewichtet werden, um den unterschiedlichen Einfluß einzelner Abtastpunkte z.B. durch Lokalisierungsfehler geltend machen zu können. Bei den Experimenten ist, wenn nichts anderes angegeben ist, σ_i^2 gleich 1. d ist die Bilddimension, also $d = 2$ für 2D und $d = 3$ für 3D Bilder. $(\mathbf{L}^{-1})_n$ ist in Abschnitt 5.2.3 beschrieben. Die gestrichelten Größen sind die freien Parameter, die Größen mit Stern variieren während der Iteration. Man beachte, dass sich die Matrix $(\mathbf{L}^{-1})_n$ während der Iteration nicht ändert. Sie kann daher wie die Distanzfunktion vorberechnet werden. Bei der Initialisierung hat der Distanzterm in der Regel hohe Werte und der Biegeenergieterm weist geringe Werte auf. Der Distanzterm zieht die variierenden Abtastpunkte \mathbf{p}'_i zur Ziellandmarke hin, während der Biegeenergieterm sie in der *Form der festen Abtastpunkte* \mathbf{p}_i verharren läßt. Die Wahl von λ ist nicht frei, sondern Bestandteil des Verfahrens und wird weiter unten näher erläutert.

Voraussetzung für eine erfolgreiche Registrierung ist, dass einander zugehörige Bereiche der Quell- und Ziellandmarken in der Nähe liegen. Dieses wird in Abschnitt 5.2.6 näher spezifiziert werden. Andernfalls würden die Abtastpunkte durch die Distanzfunktion (und ihren Gradienten) falschen Bereichen auf der Ziellandmarke zugeordnet werden, nämlich denjenigen, die in ihrer Umgebung liegen. Bei größeren Unterschieden zwischen Quell- und Ziellandmarke oder bei der Verwendung mehrerer Quell- und Ziellandmarken in einem Bild kann dieses Problem z.B. durch mehrere Distanzfunktionen gelöst werden. Dabei wird jeder korrespondierenden Quell- und Ziellandmarke oder jedem korrespondierenden Bereich zugehöriger Quell- und Ziellandmarken eine eigene Distanzfunktion zugeordnet. Bei der Implementation wird nur eine Distanzfunktion verwendet.

Die Steuerung des Verfahrens während der Iteration erfolgt über den Parameter λ . Die Minimierung von h erfolgt dabei in drei Wertebereich-Schritten für λ . Im Folgenden werden die Schritte einzeln erklärt:

1. Globale affine Registrierung.

Der mittlere quadratische Abstand $\bar{d}^2 = \sum_{k=1}^d \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(\mathbf{p}'_{i,k} - \mathbf{q}_{i,k}^*(\mathbf{p}'_i))^2}{\sigma_i^2} \right]$ der variierenden Abtastpunkte \mathbf{p}'_i von der Ziellandmarke $\mathbf{q}_{i,k}^*(\mathbf{p}'_i)$ (Distanzterm) ist abhängig von der Lage der Quell- und Ziellandmarken zueinander und der Größe des Bildes. In den Experimenten hatten die Bilder typischerweise nicht mehr als 300×300 Bildelemente in 2D und nicht mehr als $100 \times 100 \times 100$ Volumenelemente in 3D. Die Landmarken waren nicht extrem verschieden und lagen in ungefähr gleicher Position, so dass der typische mittlere quadratische Abstand \bar{d}^2 bei der Initialisierung in den Experimenten nicht größer als ≈ 30 betrug, häufig sogar eine Größenordnung kleiner, d.h. $\approx 3 - 10$ (siehe die Experimente in Abschnitt 5.4).

Für kleine Werte des Elastizitätsterms $E_{TPS} = \sum_{k=1}^d [\mathbf{p}'_{K,k}{}^T (\mathbf{L}^{-1})_n \mathbf{p}'_{K,k}] \approx 0.001$ ist die Verschiebung der variierenden Abtastpunkte \mathbf{p}'_i gegenüber ihrer Ausgangslage \mathbf{p}_i fast ausschließlich eine affine mit sehr geringen elastischen Verformungen.

λ wird so gewählt, dass der mit λ gewichtete Elastizitätsterm in seinem Wert eine Größenordnung kleiner (jedoch nicht kleiner als um den Faktor 10) als der mittlere quadratische Abstand \bar{d}^2 liegt, d.h. $\lambda_{\text{affin}} \approx \geq 1000$. Dieser Wert hat sich in den Experimenten als ausreichend erwiesen, teilweise sind sogar größere Werte gewählt worden, was unkritisch ist, jedoch zu längeren Konvergenzzeiten führt. Für Experimente ist es daher ratsam, Vorabuntersuchungen über den Initialwert des mittleren quadratischen Abstands \bar{d}^2 zu machen. Ist eine Vorabuntersuchung in einzelnen Fällen zu aufwendig, so kann als Faustwert für λ_{affin} mit dem 10fachen der Bild- bzw. Volumenelemente in einer Dimension gerechnet werden.

Für diese oben genannten kleinen Werte von E_{TPS} verringert sich die Zielfunktion h für Konstellationen der \mathbf{p}'_i , die gegenüber den \mathbf{p}_i affin verschoben sind und die sich der Ziellandmarke im Mittel nähern, denn nur für affine Transformationen gilt: $E_{TPS} = 0$ (siehe Abschnitt 5.2.3). Mit diesem λ_{affin} wird eine nahezu affine Registrierung (Translation, Rotation, Skalierung und Scherung) der Abtastpunkte gegenüber der Ziellandmarke

erreicht.

Dass mit einer entsprechend hohen Gewichtung des Elastizitätsterms affine Verschiebungen zu erwarten sind, weil sie den Elastizitätsterm nicht vergrößern, sehr wohl aber den Distanzwert verkleinern, haben die Ergebnisse aus Abschnitt 5.2.3 gezeigt, siehe insbesondere den Versuch in Abb. 5.6. Die hier angegebenen Werte für λ_{affin} sind aber experimentelle Beobachtungen ($\lambda_{\text{affin}} \approx 1000$) und sind typisch für die verwendeten Bildgrößen und Landmarken. Eine Theorie über die genaue Berechnung des Wertebereiches von λ_{affin} ist hier nicht gegeben und steht für zukünftige Arbeiten noch aus.

2. Lokale strukturbewahrende elastische Registrierung.

Wird experimentell der Wert für λ immer weiter von λ_{affin} aus verkleinert, so ist ein anderes Phänomen zu beobachten, das an dieser Stelle nicht bewiesen, sehr wohl aber plausibel gemacht wird:

Bei kleineren Werten für λ als λ_{affin} passen sich die bisher nur affin transformierten Abtastpunkte lokal der Ziellandmarke an. Dieses Verhalten lässt sich bildlich durch lineare Federn beschreiben, mit denen benachbarte Abtastpunkte verbunden sind. Die Federn verhindern ein zu weites Auseinanderdriften zweier benachbarter Abtastpunkte. Auch wird eine Auslenkung eines Abtastpunktes durch die Federn zu den anderen Abtastpunkten übertragen. Die Wirkung ist also ähnlich dem des Feder-Masse-Modells. Die Abtastpunkte einer Linienlandmarke bleiben als geschlossene Kette bestehen, die nicht auseinanderreißt, sehr wohl aber sich der Form der Ziellinienlandmarke anpasst. Bei Flächenlandmarken ist das Verhalten ähnlich der Ausdehnung von Flecken oder Kissen an die Ziellandmarke. Das Hauptcharakteristikum dieser Verformung ist ihre Strukturbewahrung, dass nämlich die Gesamtanordnung der Abtastpunkteausgangsposition im Wesentlichen erhalten bleibt.

Experimentelle Beobachtungen zeigen, dass diese lokalen Verformungen in den Experimenten bei Werten von $E_{TPS} \approx 0.1$ bis 0.01 und $\bar{d}^2 = 1$ bis 3 auftreten. Typisch für die Experimente ist für diesen Bereich ein Wert für $\lambda_{\text{strukturbewahrend}}$ von ≈ 30 bis 3 . Weiter unten in diesem Abschnitt wird gezeigt werden, dass für die Minimierung der Zielfunktion die Werte für λ beginnend bei einem großen Wert im Bereich von λ_{affin} bis zu einem Endwert unterhalb von $\lambda_{\text{strukturbewahrend}}$ abnehmen werden, so dass dieser Bereich in jedem Fall durchschritten wird. Es ist für das Verfahren nicht von Bedeutung, welche Werte von λ genau in diesen Bereich gehören oder ob diese Werte für alle Bilder und Landmarken konstant sind. Von Bedeutung ist, dass dieser Bereich bei der Verminderung von λ durchschritten wird. Die folgenden Ausführungen sollen die Art der Verformungen verdeutlichen.

An einem Beispiel, bei dem insbesondere die Matrix $(\mathbf{L}^{-1})_n$ betrachtet wird, sollen die Verformungen in diesem Bereich für λ näher untersucht werden: Abb. 5.7(a) zeigt die Matrix $(\mathbf{L}^{-1})_{15}$ als Intensitätsplot für das Beispiel aus Abschnitt 5.2.3. Weiße Kästchen

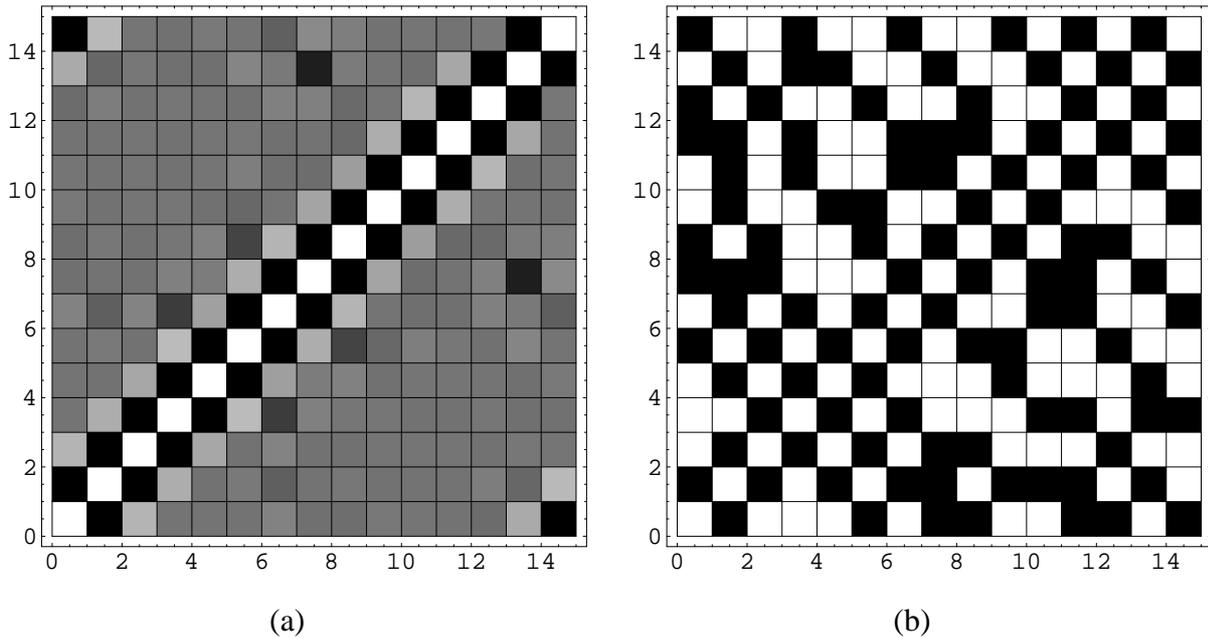


Abbildung 5.7: Intensitätsplots der Matrix $(\mathbf{L}^{-1})_{15}$ von dem Beispiel aus Abschnitt 5.2.3. (a) Darstellung der Werte ij , $i, j = 1 \dots 15$ von negativ (schwarz) bis positiv (weiß). (b) Darstellung des Vorzeichens der Werte ij , $i, j = 1 \dots 15$, wobei weiß positiv und schwarz negativ bedeutet.

repräsentieren positive Werte, schwarze negative und graue Kästchen Werte um Null. Abb. 5.8 zeigt den Betrag von $(\mathbf{L}^{-1})_{15}$. Es zeigt sich, dass nur die Einträge ij in der Matrix $(\mathbf{L}^{-1})_n$ betragsmäßig groß sind, deren korrespondierende Abtastpunkte \mathbf{p}_i und \mathbf{p}_j im Bild benachbart sind. Bei der linienförmigen Anordnung der Abtastpunkte in 2D sind das neben den Diagonalelementen \mathbf{p}_i selbst nur die direkten Nachbarn \mathbf{p}_{i-1} und \mathbf{p}_{i+1} . Dieses Verhalten, dass Einträge korrespondierender benachbarter Abtastpunkte betragsmäßig groß sind, resultiert direkt aus dem Aufbau der Matrix L , die von dem Betrag der Differenzen $\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j$ abhängt. Dort sind Einträge korrespondierender benachbarter Abtastpunkte betragsmäßig klein. Für den Gradienten (5.11) läßt sich also für den Fall einer linienförmigen Anordnung der Abtastpunkte schreiben:

$$\frac{\partial E_{k,TPS}}{\partial p'_{k,i}} \approx 2 \sum_{l=i-1}^{i+1} (\mathbf{L}^{-1})_{n,il} \tilde{p}'_{k,l}. \quad (5.13)$$

Abb. 5.7(b) zeigt das Vorzeichen von $(\mathbf{L}^{-1})_{15}$. $(\mathbf{L}^{-1})_{n,ii}$ sind immer positiv (weiß) und $(\mathbf{L}^{-1})_{n,i,i\pm 1}$ ³ sind immer negativ (schwarz). Für den Gradienten an einem Punkt \mathbf{p}'_i müssen nach (5.13) nur die Auslenkungen (in allen Dimensionen $k = 1 \dots d$) an ihm und seinen zwei Nachbarn berücksichtigt werden⁴. Es sind jetzt zwei Möglichkeiten zu betrachten,

³Die Indizes sind modulo 15 zu nehmen.

⁴Wegen der Linearität von (5.13) trägt eine Auslenkung von Null einer oder mehrerer dieser drei Punkte auch nur mit Null zum jeweiligen Gradienten von \mathbf{p}'_i bei.

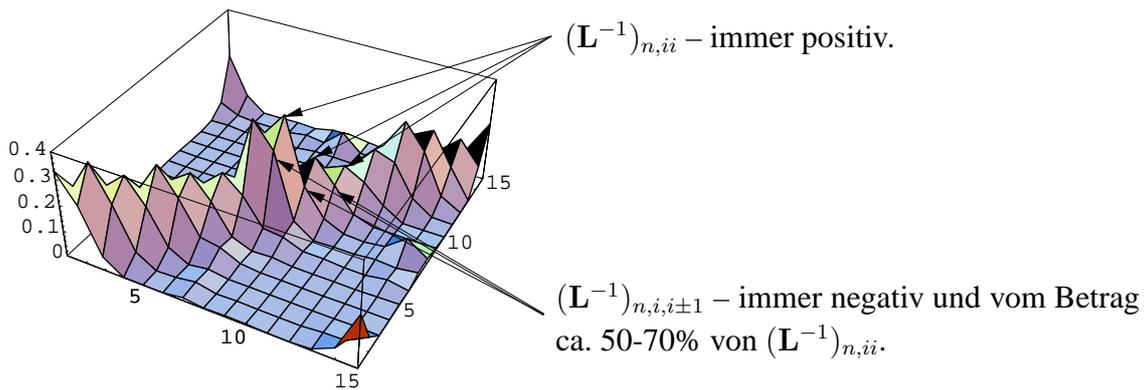


Abbildung 5.8: Darstellung des Betrages der Matrix $(\mathbf{L}^{-1})_{15}$, die (negativen) Werte der Nebendiagonalen $(\mathbf{L}^{-1})_{n,i,i\pm 1}$ sind vom Betrag her ca. 50-70% des Wertes der Hauptdiagonale $(\mathbf{L}^{-1})_{n,ii}$. Die anderen Werte sind dagegen vernachlässigbar. Die Werte bei $(15,1)$ und $(1,15)$ sind zu denen von $(1,1)$ bzw. $(15,15)$ benachbart.

die zu verschiedenen Gradienten an einem variierenden Abtastpunkt \mathbf{p}'_i führen: a) Die Nachbarn \mathbf{p}'_{i+1} und \mathbf{p}'_{i-1} sind in der gleichen Richtung ausgelenkt. Die Gradientenbeiträge für \mathbf{p}'_i durch die beiden Nachbarabtastpunkte haben umgekehrtes Vorzeichen, sie verringern den Gradienten an \mathbf{p}'_i ⁵. Der resultierende Gradient am Punkt \mathbf{p}'_i ist gering. Siehe dazu Abb. 5.9(a) mit $i = 2$. Entsprechend wirken mehrere benachbarte und in eine Richtung ausgelenkte variierende Abtastpunkte (Verformung wie die einer Kette). b) Mindestens ein Nachbar \mathbf{p}'_{i+1} oder \mathbf{p}'_{i-1} ist entgegengesetzt ausgelenkt. Das Vorzeichen der Auslenkung – der Nullpunkt ist der feste Abtastpunkt \mathbf{p}_{i+1} bzw. \mathbf{p}_{i-1} (!) – hat daher entgegengesetztes Vorzeichen. Wegen des ebenfalls negativen Wertes der $(\mathbf{L}^{-1})_{n,i,i\pm 1}$ erhöht sich daher der Betrag des Gradienten an \mathbf{p}'_i . Der Punkt \mathbf{p}'_i bekommt einen großen negativen Gradienten entgegengesetzt zu seiner Auslenkung. Siehe dazu Abb. 5.9(b) mit $i = 5$. Diese Form der Verformung ist energetisch ungünstig und wird daher sehr viel weniger auftreten. In diesem Bereich von λ werden Verschiebungen mehrerer Punkte in eine Richtung unterstützt, während sie in entgegengesetzte Richtungen verhindert werden. Die Quelllinie bzw. -fläche paßt sich der in der Nähe befindlichen Ziellandmarke wie eine Kette bzw. wie ein Flecken an.

3. Unabhängige lokale elastische Registrierung.

In diesem Bereich wird λ noch kleiner. Konnte im Bereich 2 (strukturbewahrende lokale Registrierung, siehe oben) aufgrund z.B. der Stufenförmigkeit der Distanzfunktion in der Nähe der Ziellandmarke oder aufgrund freiliegender nicht zugeordneter Kettenabschnitte der variierenden Abtastpunkte ein bestimmter Betragswert im Distanzterm nicht mehr unterschritten werden, so werden bei kleiner werdendem λ die variierenden Abtastpunkte auseinander driften können, was durch ein höheres λ im Bereich 2 noch verhindert wurde. Je nachdem wie gewünscht dieser Effekt ist, muß das λ_{end} , bei dem die Abnahme von

⁵Die Experimente haben ergeben, dass die *Beträge* von $(\mathbf{L}^{-1})_{n,i,i\pm 1}$ ungefähr 50 – 70% der von $(\mathbf{L}^{-1})_{n,ii}$ entsprechen.

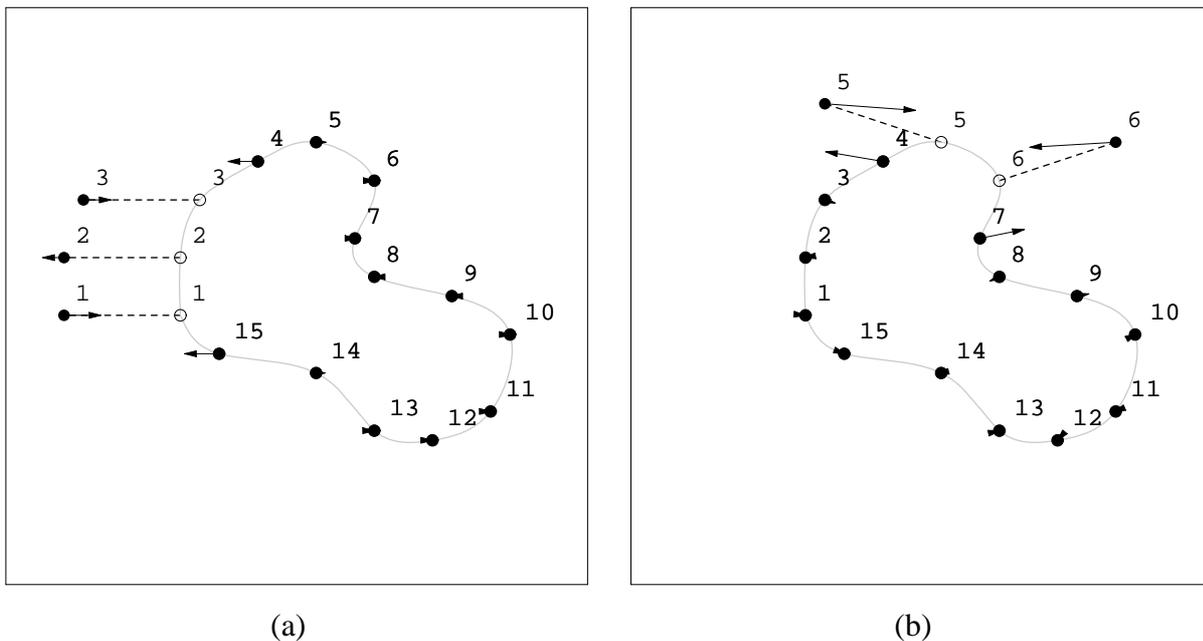


Abbildung 5.9: Demonstration der strukturbewahrenden Registrierung an der Beispielstruktur im Bereich $\lambda_{\text{strukturbewahrend}} \approx 30$ bis 3. (a) Gleichgroße Auslenkungen benachbarter Abtastpunkte in eine Richtung führen zu keinem großen Gradienten an den ausgelenkten Abtastpunkten. (b) Entgegengesetzte Auslenkungen führen zu großen negativen Gradienten, die der Auslenkung entgegenwirken. Damit die negativen Gradienten nicht auf der Verbindungslinie liegen, sind hier zur Verdeutlichung, neben der Auslenkung in x , p_5 und p_6 in y auch nach oben verschoben worden. Diese hier beschriebene Eigenschaft der Biegeenergie führt dazu, dass sich die Abtastpunkte der Ziellandmarke anpassen, ohne dabei ihre Struktur auseinander reißen zu lassen.

λ stoppt, am Anfang oder Ende dieses Bereiches gewählt werden. Ein bei den Experimenten typischer Wert für λ_{end} ist gleich 0.1. Weiter unten in diesem Abschnitt wird die Verminderung von λ näher erläutert werden.

Die Minimierung der Zielfunktion erfolgt im letzten Iterationsschritt mit λ_{end} , d.h. $h(\mathbf{p}', \lambda_{\text{end}})$ ist die eigentlich zu minimierende Zielfunktion. Der Start der Iterationen mit einem $\lambda_{\text{affin}} \approx 1000$ und die Abnahme (siehe weiter unten) des λ -Wertes während der Iterationen bis hin zu λ_{end} hat empirisch gezeigt, dass die Anteile der elastischen Verformungen in der Registrierung gegenüber den affinen Verformungen minimiert werden oder zumindest sehr viel eher an den gewünschten Stellen (siehe weiter unten) auftreten, als wenn die Zielfunktion direkt mit λ_{end} minimiert werden würde. Durch die Vorgabe eines λ im Bereich von λ_{affin} wird den Minimierungen im Distanzterm den Vorzug gegeben, d.h. die Quelllandmarke soll möglichst unverformt der Ziellandmarke angepasst werden. Wird dann λ reduziert, nimmt natürlich sofort auch h weiter ab. Im nächsten Iterationsschritt kann die Biegeenergie gegenüber vorher zunehmen, was eine solche weitere Abnahme der Distanzen (der variierenden Abtastpunkte der Quelllandmarke zur Ziellandmarke) erlaubt, die nur mit einer höheren elastischen Verformung einhergehen können.

Die möglichen Formunterschiede zwischen Quell- und Ziellandmarke sind vielfältig. In dem neuen Verfahren wird ihre Form nur durch die Nächste-Nachbarn-Beziehung berücksichtigt. Dieses setzt einen gutmütigen Formunterschied voraus. Im Abschnitt 5.3.1 wird noch einmal darauf eingegangen werden.

Dieses Vorgehen der Reduzierung von λ ist damit ein Verfahren, das die Stetigkeit der Biegeenergie als auch die der Distanzfunktion in der unter den Punkten 1 bis 3 beschriebenen Weise ausnutzt, um die Zielfunktion so zu modifizieren, dass sie eine möglichst affine Registrierung vor der lokalen elastischen Registrierung bewirkt. Mathematisch gesprochen werden unerwünschte lokale Minima von h vermindert. Unerwünscht heisst, dass die Quelllandmarke sich nicht vor ihrer affinen und strukturbewahrenden Anpassung an die Ziellandmarke weiter elastisch verbiegen darf. Weitere Details zur Minimierung werden in Abschnitt 5.2.5 beschrieben.

Abnahme von λ während der Iterationen

Für die Abnahme von $\lambda = \lambda_i$ ist ein exponentieller Verlauf gewählt worden: Während bei einem linearen Verlauf der Wert der Abnahme $\Delta_{\text{lin}}\lambda_i$ in jedem einzelnen Schritt i proportional zum Ausgangswert λ_{start} ist: $\Delta_{\text{lin}}\lambda_i \sim \lambda_{\text{start}}$, ist die Abnahme $\Delta_{\text{exp}}\lambda_i$ beim exponentiellen Verlauf (nach dem Gesetz der exponentiellen Abnahme) proportional zum aktuellen Wert λ_i : $\Delta_{\text{exp}}\lambda_i \sim \lambda_i$. Damit wird genau das gewünschte Verhalten erreicht, nämlich dass von jeder aktuell vorliegenden Anpassung ausgehend eine dieser Anpassung proportionale Verschiebung zu Gunsten der elastischen Verformung erfolgt. Die Experimente haben gezeigt, dass die Abnahme bei großen Werten für λ , d.h. im Bereich von λ_{affin} , ohne Probleme auch größer sein kann, während im kleinen Wertebereich von λ die Abnahme behutsamer erfolgen sollte, so dass eher weniger unerwünschte vorzeitige elastische Verformungen auftreten. Dieser Ansatz hat sich für alle Experimente bewährt; für spezifische Aufgaben kann der Verlauf von λ_i weiter unter dem Gesichtspunkt der Effizienz optimiert werden, dass weniger Iterationsschritte benötigt werden würden. Im Folgenden wird in den Experimenten durchgängig von einer exponentiellen Abnahme von λ_{i+1} ausgegangen, wobei sowohl die Abnahme ν in Prozent zum vorherigen Wert λ_i als auch der Startwert λ_{start} sowie λ_{end} angegeben werden.

Die Wahl von λ_{end} ist gleichzeitig eine Steuerung zwischen Approximation und Interpolation: Nur Werte für λ_{end} von quasi Null führen zur einer Interpolation, d.h. einer Iteration der Quellabstapunkte direkt auf die Ziellandmarke. Die Experimente haben gezeigt, dass Werte für λ_{end} zwischen 0.1 und 0.01 die mittlere quadratische Entfernung der variierenden Abstapunkte \bar{d}^2 auf 0.5 bis 0.1 Unterbildelemente (Subpixel) zu der Ziellandmarke reduzieren, was häufig ausreichend ist (siehe für die Ergebnisse die Tabellen 5.6 bis 5.11). Um noch kleinere Entfernungen der variierenden Abstapunkte zur Ziellandmarke zu erreichen, muß die Berechnung der Distanzfunktion in unmittelbarer Nähe zur Ziellandmarke verbessert werden. Andererseits ist die Genauigkeit, mit der die Bilder aufgenommen werden, in Betracht zu ziehen.

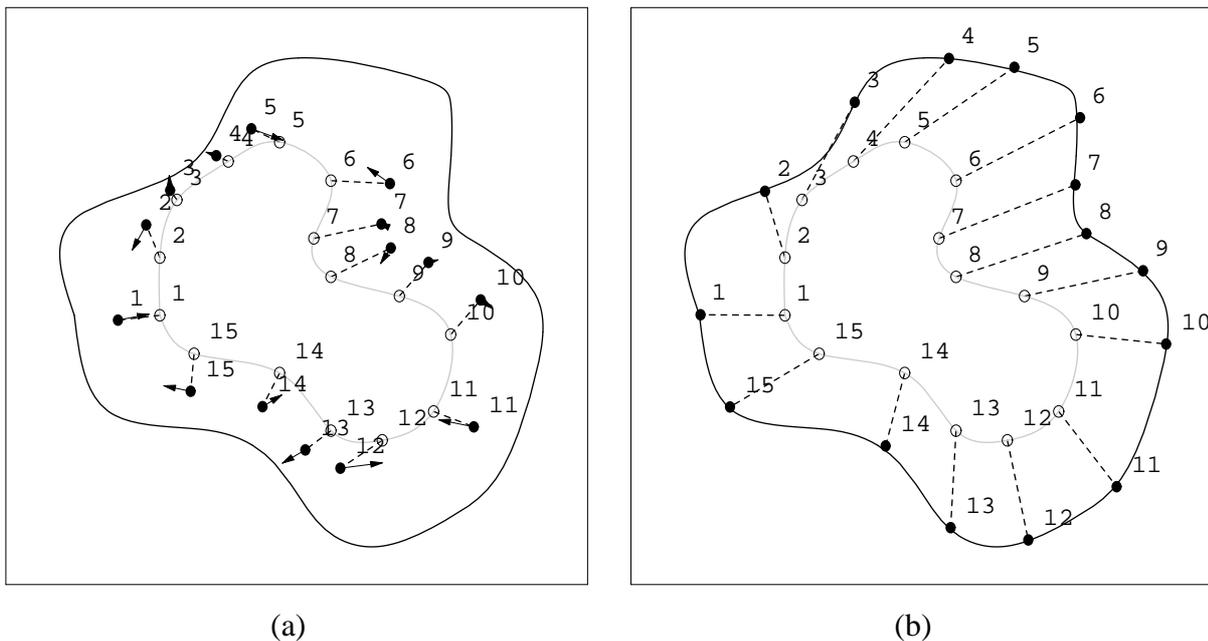


Abbildung 5.10: Berechnung der Auslenkungen nach verschiedenen Iterationsschritten. (a) Gradienten des Biegeenergieterms nach dem ersten Iterationsschritt, (b) Ergebnis nach 34 Iterationsschritten mit einem Gradientenabstiegsverfahren.

Beispiel für eine Zuordnung der Abtastpunkte

Abb. 5.10(a) zeigt als ein Beispiel die Gradienten des *Biegeterms* an den Auslenkungen der \mathbf{p}'_i nach Gradientenabstieg in Richtung der in Abb. 5.5 gezeigten Gradienten, welche durch die Nächste-Nachbar-Relation erhalten worden sind. Deutlich ist zu erkennen, dass Spreizungen zwischen den Abtastpunkten \mathbf{p}_1 und \mathbf{p}_{15} , \mathbf{p}_5 und \mathbf{p}_6 , sowie \mathbf{p}_{10} und \mathbf{p}_{12} entgegengewirkt wird. Abb. 5.10(b) zeigt das Iterationsergebnis nach 34 Iterationen mit $\lambda_{start} = 1000$, $\nu = 25\%$ Abnahme und $\lambda_{end} = 0.1$. Im Vergleich zu Abb. 5.5 sind die Abtastpunkte gleichmäßig auf der Ziellandmarke verteilt worden.

Abbruchbedingungen für die Iterationen

Abbruchbedingungen für die Iteration können sein: i) Das Erreichen einer vorher vorgegebenen Zahl an Iterationen i_{max} : $i \geq i_{max}$ oder ii) das Unterschreiten eines festen Wertes ε vom Betrag der Differenz zweier aufeinander folgender Berechnungen der Zielfunktion h : $|h(i) - h(i + 1)| < \varepsilon$. Am Ende der Iteration sind die Korrespondenzen zwischen Quell- und Ziellandmarke(n) bestimmt. An der Endposition der variierenden Abtastpunkte können diese nun als Ziel(landmarken)abtastpunkte bezeichnet werden.

Berechnung der Registrierung aus den Abtastpunkten der Landmarken

Mit Hilfe der Quell- und Zielabtastpunkte wird eine *thin-plate spline*-Funktion berechnet, die unter Vernachlässigung des Distanzterms genau die gleiche Biegeenergie hat, wie die minimierte Zielfunktion h_{min} . Für eine Berechnung siehe auch Abschnitt 4.2.1. Die *thin-plate spline*-Funktion definiert für jeden Punkt des Raumes eine Verschiebung, so dass Quell- und Zielbild registriert werden können. Eine Verfeinerung der Abtastpunkte erhöht die Rechenzeit, führt aber auch zur einer besseren Registrierung der Landmarken.

5.2.5 Verfahren zur Minimierung der Zielfunktion

In diesem Abschnitt wird das verwendete Verfahren zur Minimierung der Zielfunktion vorgestellt. Die Zielfunktion (5.12) ist durch die Distanzfunktion \mathbf{q}^* nicht-linear und außerdem nicht separierbar in Funktionen, die nur von den einzelnen Koordinatenrichtungen abhängen. Zwei iterative Verfahren werden vorgestellt werden, die die freien Parameter, d.h. die variierenden Abtastpunkte \mathbf{p}'_i , so verändern, dass der Funktionswert der Zielfunktion $h(\mathbf{p}', \lambda)$ stetig abnimmt. Dabei wird aus den in Abschnitt 5.2.4 genannten Gründen der Wert für λ von einem hohen Anfangswert λ_{affin} bis λ_{end} reduziert.

In dem ersten Verfahren werden die *approximierenden thin-plate splines*, wie sie in Rohr *et al.* (1996, 2001) beschrieben werden, verwendet. Wären die \mathbf{q}_i^* fest und nicht variabel, so lieferte dieses Schema die minimierende Lösung für die Funktion h für ein festes λ , wobei die minimierende Lösung analytisch berechnet wird. Dieses Schema wird auf das neue Verfahren übertragen, indem es iterativ angewendet wird und die variablen Werte \mathbf{q}_i^* in der jeweiligen Iteration als feste Werte verwendet werden. Als Startkonfiguration werden die Nächsten-Nachbarn der Quellabtastpunkte oder einer vorgegebenen Konfiguration zusammen mit dem Startwert von λ gewählt. Die approximierende thin-plate spline-Funktion \mathbf{u} minimiert h , wobei die minimierenden Abtastpunkte \mathbf{p}' analytisch berechnet werden: $\mathbf{p}' = (\mathbf{u}(\mathbf{p}_1), \dots, \mathbf{u}(\mathbf{p}_n))^T$ für ein festes \mathbf{q}^* . Wie erwähnt, berücksichtigt die Minimierung nicht die Veränderungen von \mathbf{q}^* während der Berechnung, d.h. $\mathbf{q}^*(\mathbf{p}') = \mathbf{q}^*$ ist fest und hängt nicht von \mathbf{p}' ab. Nach der Berechnung der ersten Registrierungsfunktion \mathbf{u} werden die Quellabtastpunkte \mathbf{p}_i mit Hilfe dieser Funktion transformiert: $\mathbf{p}' = (\mathbf{u}(\mathbf{p}_1), \dots, \mathbf{u}(\mathbf{p}_n))^T$. Danach werden die neuen Nächsten-Nachbarn dieser transformierten Abtastpunkte \mathbf{p}'_i berechnet, mit denen die Iterationen zusammen mit einem kleineren λ fortgesetzt werden, bis i) die maximale Anzahl i_{max} an Iterationen erreicht ist oder ii) sich der Wert von h weniger als ein vorgegebener Wert ε vermindert. Dass die Funktionalwerte h_i stetig abnehmen, ist implizit durch die Abnahme von λ_i gegeben, denn bei unveränderten Positionen der Abtastpunkte \mathbf{p}'_i würde bei verringertem λ_{i+1} ein kleinerer Wert des Funktionals h_{i+1} berechnet werden.

Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass die minimierende Lösung analytisch berechnet werden kann. In den Experimenten (siehe Abschnitt 5.4) ist festgestellt worden, dass dieses Verfahren gegenüber dem weiter unten beschriebenen numerischen Verfahren in einigen Fällen am Ende der Iteration leicht ungenauer registriert, d.h. in Lösungen konvergiert, bei denen die variierenden Abtastpunkte ein wenig mehr auf der Ziellandmarke auseinander gespreizt werden, wenn diese gewellt ist. Ebenso kann die Bestimmung einer analytischen Lösung nicht möglich

sein, wenn die Funktion h um zusätzliche Terme erweitert wird, wie es z.B. in Abschnitt 5.2.6 beschrieben wird.

Als ein weiteres Verfahren ist das *numerische Minimierungsverfahren* für nicht-lineare Funktionen von Levenberg-Marquardt (Press *et al.*, 1988) zur Minimierung von (5.12) implementiert worden. Dieses Verfahren variiert kontinuierlich zwischen der Inverse-Hesse-Matrix-Methode (engl. *inverse-Hessian method*) und der Methode des steilsten Gradientenabstiegs (engl. *steepest descent method*). In jedem Iterationsschritt $\Delta \mathbf{p}'$ müssen die Ableitungen von h nach \mathbf{p}' bestimmt werden. Für das Verfahren müssen die erste und die zweite Ableitung der Zielfunktion (5.12) bestimmt werden:

$$\frac{\partial h(\mathbf{p}', \lambda)}{\partial p'_{i,k}} = 2 \left[\underbrace{\sum_{k'=1}^d \left(\frac{1}{n\sigma_i^2} (p'_{i,k'} - q_{i,k'}^*(\mathbf{p}'_i)) \frac{\partial (p'_{i,k'} - q_{i,k'}^*(\mathbf{p}'_i))}{\partial p'_{i,k}} \right)}_{= -\beta_{\{i,k\}}} + \lambda (\mathbf{L}^{-1})_{n,i} p'_{K,k} \right] \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 h(\mathbf{p}', \lambda)}{\partial p'_{i,k} \partial p'_{j,l}} = & 2 \left[\underbrace{\sum_{k'=1}^d \left(\frac{1}{n\sigma_i^2} \frac{\partial (p'_{i,k'} - q_{i,k'}^*(\mathbf{p}'_i))}{\partial p'_{j,l}} \frac{\partial (p'_{i,k'} - q_{i,k'}^*(\mathbf{p}'_i))}{\partial p'_{i,k}} \right)}_{= \alpha_{\{i,k\},\{j,l\}}} \delta_{ij} + \lambda (\mathbf{L}^{-1})_{n,ij} \right] \\ & + \underbrace{\sum_{k'=1}^d \left(\frac{1}{n\sigma_i^2} (p'_{i,k'} - q_{i,k'}^*(\mathbf{p}'_i)) \frac{\partial^2 (p'_{i,k'} - q_{i,k'}^*(\mathbf{p}'_i))}{\partial p'_{i,k} \partial p'_{j,l}} \right)}_{\approx 0} \delta_{ij}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Wie in Press *et al.* (1988, Seite 542) beschrieben, wird bei der Berechnung von (5.15) der zweite Term mit den zweiten Ableitungen unberücksichtigt gelassen. Der Grund dafür ist, dass bei einer Distanzfunktion wegen der überwiegenden Linearität der Term für die zweiten Ableitungen fast immer sehr klein ist oder verschwindet. Ebenfalls ist der andere Faktor des zweiten Termes von (5.15) $(p'_{i,k'} - q_{i,k'}^*(\mathbf{p}'_i))$ in der Nähe der Ziellandmarke klein.

Einen Iterationsschritt $\Delta \mathbf{p}'$ erhält man mit der Inverse-Hesse-Matrix-Methode durch Lösen des folgenden Gleichungssystems:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^d \alpha_{\{i,k\},\{j,l\}} \Delta p'_{j,l} = \beta_{\{i,k\}}. \quad (5.16)$$

Für die Methode des steilsten Gradientenabstiegs ist $\Delta \mathbf{p}'$ proportional zum Gradienten, z.B.:

$$\Delta p'_{i,k} = \frac{1}{\mu \alpha_{\{i,k\},\{i,k\}}} \beta_{\{i,k\}} \quad \text{oder} \quad \mu \alpha_{\{i,k\},\{i,k\}} \Delta p'_{i,k} = \beta_{\{i,k\}}, \quad (5.17)$$

mit einem Faktor $\mu \alpha_{\{i,k\},\{i,k\}}$. Hierdurch können die Verfahren der Inverse-Hesse-Matrix und des steilsten Gradientenabstiegs kombiniert und durch die Wahl von μ gesteuert werden, wenn man folgende Matrix neu definiert (Press *et al.*, 1988, Seite 543):

$$\alpha'_{\{i,k\},\{i,k\}} = \alpha_{\{i,k\},\{i,k\}} (1 + \mu) \quad (5.18)$$

$$\alpha'_{\{i,k\},\{j,l\}} = \alpha_{\{i,k\},\{j,l\}} \quad (i \neq j \vee k \neq l) \quad (5.19)$$

und dann das Gleichungssystem für $\Delta \mathbf{p}'$ löst:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^d \alpha'_{\{i,k\},\{j,l\}} \Delta p'_{j,l} = \beta_{\{i,k\}}. \quad (5.20)$$

Anschließend wird $h_m(\mathbf{p}'_m + \Delta \mathbf{p}'_m, \lambda_m)$ berechnet (für den m -ten Iterationsschritt).

- Ist $h_m(\mathbf{p}'_m + \Delta \mathbf{p}'_m, \lambda_m) \geq h_m(\mathbf{p}'_m, \lambda_m)$, wird μ um den Faktor 10 (Press *et al.*, 1988, Seite 543) erhöht und erneut das Gleichungssystem für $\Delta \mathbf{p}'_m$ gelöst.
- Ist $h_m(\mathbf{p}'_m + \Delta \mathbf{p}'_m, \lambda_m) < h_m(\mathbf{p}'_m, \lambda_m)$, wird μ um den Faktor 10 (Press *et al.*, 1988, Seite 543) erniedrigt und der nächste Iterationsschritt ausgeführt, d.h. das erniedrigte λ_{m+1} und $h_{m+1}(\mathbf{p}'_{m+1}, \lambda_{m+1})$ mit $\mathbf{p}'_{m+1} = \mathbf{p}'_m + \Delta \mathbf{p}'_m$ wird berechnet.

Um das Gleichungssystem (5.20) für $\Delta \mathbf{p}'$ zu lösen, ist sowohl die direkte LU-Methode (Press *et al.*, 1988, Seite 39) als auch die numerische iterative konjugierte Residuen-Methode (engl. *conjugate residuals*) (siehe auch Balay *et al.* (1997, 2001)) implementiert worden. Die letzte Methode ist eine von vielen möglichen Krylov-Unterraummethoden, um große lineare Gleichungssysteme iterativ zu lösen. Das Softwarepaket PETSC von Balay *et al.* (1997, 2001) ermöglicht – sowohl in Single- als auch Mutli-Prozessor Umgebungen – eine einfache Auswahl aus verschiedenen Krylov-Unterraummethoden. Für kleine Gleichungssysteme (bis $n \approx 400$) ist das direkte Verfahren schneller.

Das Verfahren mit den *approximierenden thin-plate splines* berechnet für ein gegebenes λ das (absolute) Minimum der Funktion h , während das *numerische Verfahren* nur einen Levenberg-Marquardt-Schritt in Richtung des Minimums berechnet. Ist dieser gefunden, wird λ weiter verringert, ohne dass an dieser Stelle das absolute Minimum gesucht wird. Es hat sich aber gezeigt, dass es für das vorgestellte numerisches Verfahren ausreicht, wenn in den einzelnen Schritten nicht das absolute Minimum, sondern eine Verringerung der Funktion h berechnet wird.

Freie und feste Korrespondenzen

Beide Verfahren, so wie sie oben beschrieben wurden, benutzen nur *freie Korrespondenzen* (engl. *soft constraints*). Das bedeutet, dass die Abtastpunkte der Quelllandmarke auf Positionen der Ziellandmarke registriert werden, die vor der Registrierung nicht eindeutig bestimmt sind. Die exakte Position wird nicht a priori festgelegt, sondern erst während der Iteration gefunden.

Zusätzlich sind beide Verfahren um *feste Korrespondenzen* (engl. *hard constraints*) erweitert worden: für eine Untermenge von Abtastpunkten wird die Position auf der Ziellandmarke als feste Korrespondenz vorgegeben. Kandidaten für feste Korrespondenzen sind bekannte anatomische Punktlandmarken auf den hier betrachteten höherdimensionalen Landmarken. Im Fall freier Korrespondenzen sind alle Koordinaten der iterierenden Abtastpunkte \mathbf{p}' als freie Parameter der Zielfunktion variabel, d.h. sie können so verändert werden, dass die Zielfunktion h weiter minimiert wird. Im Fall fester Korrespondenzen werden für eine Untermenge der Abtastpunkte Verschiebungen vorgegeben. Diese Position werden im Parametervektor \mathbf{p}' festgehalten,

d.h. sie können nicht zur Minimierung von h herangezogen werden. Damit sie aber den notwendigen Einfluß auf das Registrierungsergebnis ausüben, fließen sie auch in die Berechnung der Funktion $h(\mathbf{p}', \lambda)$ mit ein, d.h. ihre vorgegebene Auslenkung beeinflusst insbesondere den Wert des Elastizitätsterms, so dass die freien Parameter des Vektors \mathbf{p}' mit in die Richtung der festen Korrespondenzen ausgelenkt werden. Dieses Verhalten ist auch erwünscht, so dass insbesondere die Vorgabe einer Korrespondenz für eine Spitze einer Ziellandmarke ein Nachziehen der direkten Nachbarn der vorgegebenen Korrespondenzen zur Folge hat. Ein Beispiel für die Einbeziehung fester Korrespondenzen wird in Abschnitt 5.4.2 gezeigt. Durch die Möglichkeit der manuellen oder automatischen Vorgabe fester Korrespondenzen ist ein Verfahren bestimmt worden, mit dessen Hilfe Bilder mit einem größeren Spektrum an Formunterschieden zwischen Quell- und Ziellandmarke registriert werden können.

5.2.6 Einbeziehung der inversen Transformation

In diesem Abschnitt wird eine Erweiterung des neuen Registrierungsverfahrens mit Linien- und Flächenlandmarken vorgestellt. Diese Erweiterung ermöglicht, größere Formabweichungen zwischen Quell- und Ziellandmarken zu berücksichtigen. Es ist damit auch eine Alternative zu der oben vorgestellten Einbeziehung von festen Korrespondenzen. Insbesondere können damit auch spitze Ausbuchtungen in den Ziellandmarken, auch wenn sie in dem korrespondierenden Bereich der Quelllandmarke nicht auftreten, registriert werden. Dieses ist besonders relevant für klinische Anwendungen. Die Versuche in Abschnitt 5.4.2 mit tomographischen 2D und 3D Bildern haben gezeigt, dass die Ziellinie bzw. -oberfläche häufig dort eine Ausbuchtung oder Ausstülpung hat, wo die Quelllinie bzw. -fläche keine oder keine so ausgedehnte Ausbuchtung hat. Daher ist es wünschenswert, dass der Registrierungsalgorithmus das beschriebene Problem löst. Im Folgenden wird das Prinzip der Erweiterung des Registrierungsverfahrens am Beispiel eines 2D Kurvenausschnittes beschrieben, bei dem die inverse Transformation mit einbezogen wird. Der 3D Fall verhält sich analog. Eine detaillierte Beschreibung der unterschiedlichen Eigenschaften der Verfahren findet sich in Abschnitt 5.3. Verbesserungen der Registrierungsergebnisse durch eine Vereinigung von vorwärts und invers gerichteter Transformation in einem Registrierungsverfahren finden sich z.B. in Christensen und Johnson (2001); Christensen (2004).

Die Erweiterung des Verfahrens wird durch die Verwendung von Abtastpunkten auf der Ziellandmarke und durch Einbeziehung der (jeweils für den Iterationsschritt aktuellen) inversen Transformation erreicht. Die elastische Registrierung unter Einbeziehung der inversen Transformation setzt sich in jedem in Abschnitt 5.2.5 beschriebenen Iterationsschritt jeweils wieder aus zwei Teilen zusammen – im Gegensatz zu dem bisherigen Verfahren, das nur aus dem zweiten Teil, der Neuberechnung der Funktion h , besteht:

1. Abtastpunkte der Ziellandmarke werden mit einbezogen und mittels der aktuellen inversen Transformation transformiert. Die aktuelle Transformation ist durch die thin-plate spline-Transformation zwischen den Quellabtastpunkten \mathbf{p}_i und den variierenden Abtastpunkten \mathbf{p}'_i gegeben. Die aktuelle inverse Transformation wird durch die thin-plate spline-

Transformation zwischen den variierenden Abtastpunkten \mathbf{p}'_i und den Quellabtastpunkten \mathbf{p}_i berechnet.

2. Neuberechnung der Funktion h (siehe (5.21)) mit den zusätzlich hinzugefügten Abtastpunkten $\mathbf{s}_i^{*'} (siehe weiter unten).$

Abb. 5.11 verdeutlicht in 4 Teilschritten (a-d) den ersten Teil des Verfahrens: Die Quellabtastpunkte \mathbf{p}_i (●) werden mit der aktuellen Transformation zu den variierenden Abtastpunkten \mathbf{p}'_i (○) transformiert (Abb. 5.11(a)). Der Gradient der Distanzfunktion (als gepunktete Linien gezeichnet) zeigt in der Nähe der Ausbuchtung auf ihre linke und rechte Seite. Jetzt werden die Zielabtastpunkte \mathbf{t}_i (■) (Abtastpunkte der Ziellandmarke) durch die aktuelle inverse Transformation transformiert zu den \mathbf{t}'_i (□) und die Punkte des kleinsten Euklidischen Abstandes der \mathbf{t}'_i (□) zu der Quelllandmarke berechnet (Abb. 5.11(b)). Dazu muß auch die Distanzfunktion der Quelllandmarke vorberechnet werden. Dann werden diese neuen Abtastpunkte auf der Quelllandmarke \mathbf{s}_i^* (✱) durch die aktuelle (vorwärtsgerichtete) Transformation zu den $\mathbf{s}_i^{*'} (✳)$ transformiert (Abb. 5.11(c)). Für diese neuen variierenden Abtastpunkte $\mathbf{s}_i^{*'} (✳)$ werden ihre Gradienten durch die Differenz zu ihren korrespondierenden Zielabtastpunkten \mathbf{t}_i berechnet (Abb. 5.11(d)). Die Gradienten der variierenden Abtastpunkte \mathbf{p}'_i und $\mathbf{s}_i^{*'} sind dann durch die Vereinigung der gepunkteten Vektoren aus den (grau hinterlegten) Abb. 5.11(a) und (d) gegeben.$

Der zweite Teil einer Iteration des Verfahrens verwendet jetzt die variierenden Abtastpunkte \mathbf{p}'_i und $\mathbf{s}_i^{*'} zusammen mit ihren Gradienten. Durch die Gradienten der $\mathbf{s}_i^{*'} iterieren diese Abtastpunkte in Richtung der Spitze der Ausbuchtung und nicht an ihre Seiten. In dem erweiterten Verfahren dauert ein Iterationsschritt länger als in dem Verfahren ohne Einbeziehung der inversen Transformation, weil sowohl die vorwärtsgerichtete als auch die inverse Transformation berechnet werden müssen. In dem bisherigen Verfahren war es notwendig, die vorwärtsgerichtete Transformation nur an den Abtastpunkten \mathbf{p}_i zu bestimmen und sie war automatisch durch das Verfahren gegeben. In der Erweiterung sind sowohl die vorwärtsgerichtete als auch die inverse Transformation für das gesamte Bild zu berechnen, weil die neuen Abtastpunkte \mathbf{s}_i^* an Positionen auf der Quelllandmarke eingefügt werden, die nicht mit denen der \mathbf{p}_i zusammenfallen. In der Tat werden solche \mathbf{s}_i^* nicht verwendet, die zu dicht an einen Abtastpunkt \mathbf{p}_i gelangen würden (siehe z.B. Abb. 5.11(b) und (c) jeweils unten links im Bild die weggelassenen \mathbf{s}_i^*).$$

Nachdem die neuen Abtastpunkte \mathbf{s}_i^* und die aktuellen variierenden Abtastpunkte $\mathbf{s}_i^{*'} zusammen mit ihren korrespondierenden Zielabtastpunkten \mathbf{t}_i berechnet worden sind, wird im zweiten Teil eines Iterationsschrittes die Zielfunktion neu berechnet, die jetzt wie folgt lautet:$

$$h_{inv}(\mathbf{p}', \mathbf{s}^{*'}, \lambda) = \sum_{k=1}^d \left[\frac{1}{n+m} \left(\sum_{i=1}^n (p'_{i,k} - q_{i,k}^*(\mathbf{p}'_i))^2 + \sum_{i=1}^m (s_{i,k}^{*'} - t_{i,k})^2 \right) + \lambda \begin{pmatrix} \mathbf{p}'_k \\ \mathbf{s}_k^{*'} \end{pmatrix}^T (\mathbf{L}^{-1})_{n+m} \begin{pmatrix} \mathbf{p}'_k \\ \mathbf{s}_k^{*'} \end{pmatrix} \right]. \quad (5.21)$$

m ist die Anzahl der neu hinzugefügten Abtastpunkte \mathbf{s}_i^* und $(\mathbf{L}^{-1})_{n+m}$ ist jetzt die obere linke $(n+m) \times (n+m)$ -Untermatrix von \mathbf{L}^{-1} , die jetzt durch die Quellabtastpunkte \mathbf{p}_i und \mathbf{s}_i^* berechnet wird. Man beachte, dass eine Neuberechnung der \mathbf{L}^{-1} notwendig ist, weil neue Abtastpunkte

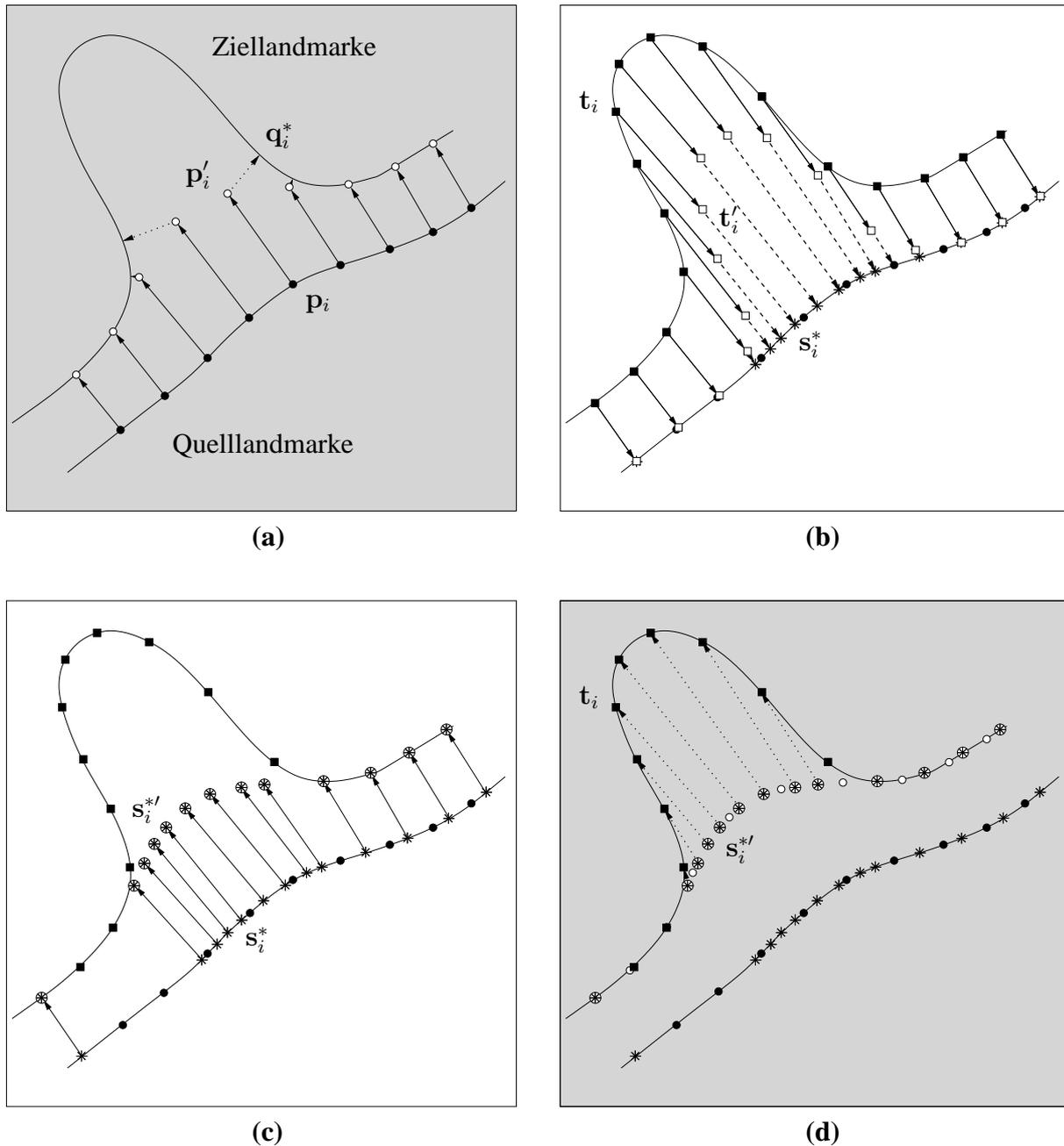


Abbildung 5.11: Berechnung der Gradienten für einen Iterationsschritt mit Einbeziehung der inversen Transformation: (a) Transformation der Quellabstastpunkte p_i (●) zu den variierenden Abstastpunkten p'_i (○) und Gradienten der p'_i (○) (als gepunktete Vektoren gezeichnet), (b) inverse Transformation der Zielabstastpunkte t_i (■) zu den t'_i (□) und Berechnung der Nächsten-Nachbarn s_i^* (*) auf der Quelllandmarke, (c) vorwärtsgerichtete Transformation der s_i^* (*) zu den $s_i^{*'} (⊗)$, (d) Gradienten der $s_i^{*'} (⊗)$ als Differenz zwischen den korrespondierenden $s_i^{*'} (⊗)$ und t_i (■) (als gepunktete Vektoren gezeichnet). Die Gradienten der variierenden Abstastpunkte p'_i (○) und $s_i^{*'} (⊗)$ sind durch die Vereinigung der gepunkteten Vektoren aus den grau hinterlegten Abbildungen (a) und (d) gegeben.

hinzugefügt worden sind. Für dieses erweiterte Verfahren wird zur Minimierung von h_{inv} die in Abschnitt 5.2.5 beschriebene numerische Lösungsmethode nach Levenberg-Marquardt (Press *et al.*, 1988) verwendet, um die Änderung in den freien Parametern ($\Delta p' \Delta s^{*'}$) zu berechnen. Bevor der nächste Iterationsschritt unter Einbeziehung der inversen Transformation berechnet wird, werden die vorher berechneten Abtastpunkte s_i^* wieder gelöscht und dann erneut, wie in Abb. 5.11 dargestellt, berechnet. Die Löschung und Neuberechnung ist notwendig, weil sich die Positionen der s_i^* auf der Quelllandmarke im Allgemeinen wesentlich verschieben.

Durch die Einbeziehung der inversen Transformation wird gleichzeitig der Fehler minimiert, der durch die unsymmetrische Betrachtung der Registrierungsaufgabe von Quelllandmarke zur Ziellandmarke entsteht. Beide Landmarken sind nun sowohl Quell- als auch Ziellandmarke. Geng *et al.* (2005) zeigen ebenfalls die erfolgreiche Verwendung eines weiteren Terms C_{ICC} (engl. *ICC = inverse consistency constraint*) in ihrer Kostenfunktion zur Minimierung des ‚Umkehrfunktions-Übereinstimmungs-Fehlers‘ (engl. *inverse consistency error*). Während die erste Summe innerhalb der eckigen Klammer aus (5.21) das Ähnlichkeitsmaß der Kostenfunktion bildet, ist die zweite Summe das ‚Umkehrfunktions-Übereinstimmungsmaß‘ C_{ICC} . (Der dritte Term bildet den Regularisierer.) Beide Summen enthalten hier im Gegensatz zu Geng *et al.* (2005) nicht die zusätzlichen Summanden der jeweils zu ihnen inversen Transformation, d.h. das Ähnlichkeitsmaß könnte noch um die Summen der $(t'_{i,k} - s_{i,k}^*)^2$ und das ‚Umkehrfunktions-Übereinstimmungsmaß‘ um die Summen der $(q_{i,k}^{*'} - p_{i,k})^2$ ergänzt werden, um das Registrierungsergebnis noch weiter zu optimieren. Geng *et al.* (2005) beziehen zusätzlich einen vierten Term, das ‚Transitivitätsmaß‘ (engl. *transitivity constraint*) (C_{TRANS}), mit ein, wozu sie aber 3 Landmarken aufeinander registrieren müssen, um den ‚gemeinsamen Transitivitäts-Fehler‘ (engl. *joint transitivity error*) zu minimieren.

In diesem Verfahren wird die inverse Funktion durch Vertauschung von Quell- und Ziellandmarken gebildet, d.h. es ist keine numerische Invertierung einer Funktion notwendig. Dieser Verfahrensschritt ist deswegen möglich, weil das Verfahren auf den TPS, einem punktmerkmalbasierten Verfahren, beruht, für den eine analytische Lösung besteht. Die inverse Funktion dient zur Berechnung der Gradienten der zusätzlichen Abtastpunkte der Ziellandmarke für die Iteration in einem *Vorwärtsschritt*. Damit wird die Iteration des Gradientenabstiegsverfahrens durch eine Kombination der Gradienten der vorwärts und invers gerichteten Transformation durchgeführt, ähnlich wie in dem Verfahren von Leow *et al.* (2005).

Um die Berechnungszeit zu minimieren, wird am Anfang der Iteration das Verfahren ohne inverse Transformation verwendet, bis ein frei wählbarer Parameterwert von λ_{inv_start} erreicht wird: $\lambda_{affin} > \lambda_{inv_start} > \lambda_{end}$. λ_{inv_start} sollte nicht zu nah an dem Wert von λ_{affin} liegen, da sonst zu viel Zeit für unnötige Rechenoperationen benötigt wird. Andererseits sollte λ_{inv_start} auch nicht zu nah an dem Wert von λ_{end} liegen, da dann nicht mehr genügend Iterationen verbleiben, bis λ_{end} erreicht ist, um die Landmarken einander anzupassen. Die Iterationen werden nun mit dem erweiterten Verfahren bis zum Erreichen von λ_{end} fortgesetzt. Dann wird wieder auf das ursprüngliche Verfahren umgeschaltet, um die Biegeenergieanteile in h noch weiter zu verringern. Zusätzlich werden dabei die zuletzt berechneten s_i^* als weitere Quellabtastpunkte mit einbezogen.

Es sei noch angemerkt, dass ein leicht unterschiedliches Verfahren hätte verwendet werden können, um Zielabstapunkte einzubinden: Basierend auf der aktuellen vorwärtsgerichteten Transformation hätte die gesamte Quelllandmarke transformiert und die Nächsten-Nachbarn der Zielabstapunkte hätten direkt auf der transformierten Linie bzw. Fläche bestimmt werden können. Dieses Verfahren hätte die Berechnung der inversen Transformation überflüssig gemacht, aber auch folgende Nachteile beinhaltet:

- Bei der Berechnung der transformierten Quelllinie bzw. -fläche können Diskretisierungseffekte zu Löchern führen. Für die Berechnung der notwendigen Distanzfunktion sollte die Oberfläche aber geschlossen sein.
- Für jede transformierte Quelllandmarke muß eine eigene Distanzfunktion berechnet werden, was ebenfalls rechenzeitaufwendig ist.

Das hier vorgestellte Verfahren ähnelt dem in Chui und Rangarajan (2000, 2003) beschriebenen Verfahren insofern, als dass iterativ ein TPS-Funktional minimiert wird. Während Chui und Rangarajan ihr *Robust Point Matching, RPM*-Verfahren erweitern, dessen Vorteile gegenüber dem ICP in der größeren Robustheit gegenüber lokalen Minima, der Berücksichtigung von Ausreißern und in der 1-zu-1-Zuordnung liegen, ist das hier vorgestellte Verfahren um eine verfeinerte numerische Lösung und die Einbeziehung der inversen Transformation erweitert worden, welche ebenso zu einer größeren Robustheit und einem größeren Einsatzspektrum führen, wie in den folgenden Abschnitten gezeigt werden wird.

5.3 Eigenschaften des Verfahrens

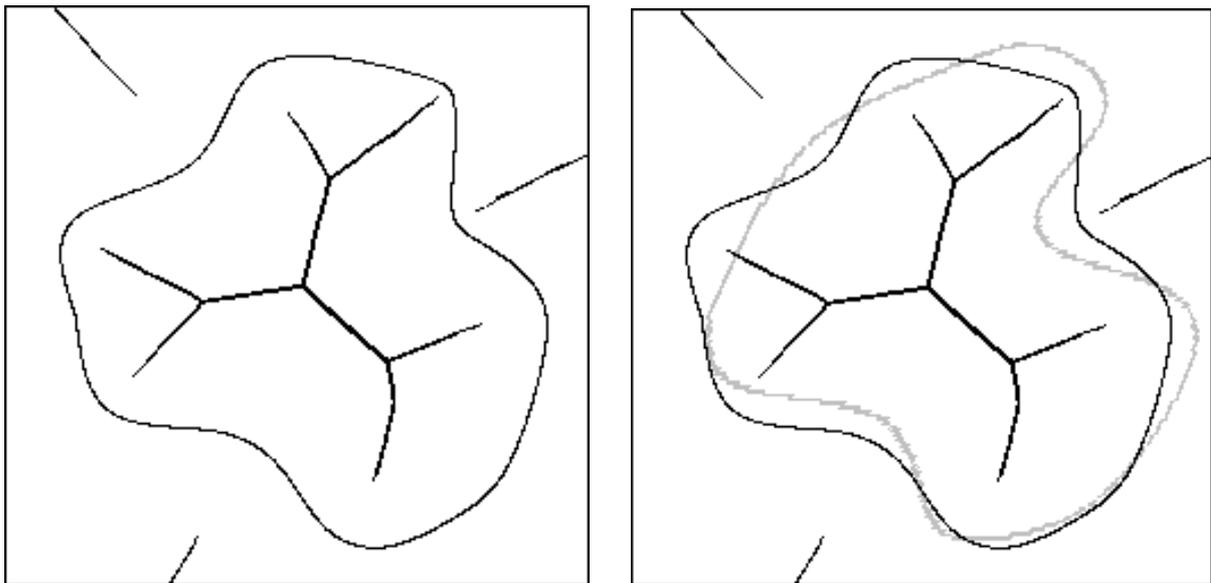
5.3.1 Formunterschiede zwischen Quell- und Ziellandmarken

Die Quell- und die korrespondierenden Ziellandmarken unterscheiden sich in ihrer Form. In diesem Abschnitt werden experimentelle Beobachtungen über solche Formunterschiede vorgestellt, welche zu einer erfolgreichen Konvergenz des Registrierungsverfahrens führen. Die aufgeführten Beobachtungen sind Heuristiken und bedürfen in weiterführenden Arbeiten mathematischer Beweise und der sie einschränkenden Randbedingungen.

Wie bei der Einführung des Registrierungsverfahrens erwähnt, geht der Registrierung keine komplette Formanalyse der Quell- und Ziellandmarke voraus. Da dann nicht alle theoretisch möglichen Formverteilungen der Landmarken in der Betrachtung abgedeckt werden, wird sich bei den folgenden Aussagen auf Landmarkenpaare beschränkt, die einander „ähnlich“ sind. Diese Eigenschaft wird in den einzelnen Aussagen näher spezifiziert. Für medizinische Bilder ist diese Voraussetzung aber häufig gegeben, da korrespondierende anatomische Strukturen in der Form häufig nicht wesentlich voneinander abweichen.

Für die folgenden Betrachtungen wird das Skelett der euklidischen Distanzfunktion benötigt (siehe z.B. Malandain und Fernández-Vidal (1998)). Abb. 5.12(a) zeigt das Skelett der Beispielziellandmarke zusammen mit der Landmarke selbst.

Es läßt sich dann folgende *für die Konvergenz hinreichende Bedingung* formulieren:



(a)

(b)

Abbildung 5.12: Skelettlinien als 2D Beispiel für ein Konvergenzkriterium. (a) Skelettlinien der Zielkontur. Die inneren Linien sind geschlossen, (b) Überlagerung der transformierten Quelllandmarke nach Schritt 1 (globale affine Registrierung). Nach Bedingung 5.3.2 konvergieren auch Schritte 2 und 3.

Bedingung 5.3.1. Umschließt nach der globalen affinen Registrierung (Schritt 1 in Abschnitt 5.2.4) die transformierte Quelllandmarke das Skelett der Ziellandmarke vollständig, ohne es zu schneiden und ohne die äußeren Skelettlinien bzw. -flächen zu schneiden, so konvergiert das Verfahren ebenfalls im 2. und 3. Schritt, wenn diese Aussage auch beim Vertauschen von Quell- und Ziellandmarke richtig bleibt.

Die Motivation für diese Bedingung ist folgende: Die Skelettlinien sind definiert durch Punkte der Distanzfunktion der Landmarke, die mindestens zwei gleiche Distanzen zu unterschiedlichen Punkten auf der Landmarke haben. Deswegen sind auch die Gradienten der Distanzfunktion an diesen Punkten undefiniert. Liegen alle variierenden Quellabstastpunkte zwischen den inneren und äußeren Skelettlinien bzw. -flächen der Ziellandmarke, so liegt zwischen ihnen und der Zielkontur auch keine weitere Skelettlinie bzw. -fläche. Da die resultierenden Gradienten in dem 2. Schritt des Registrierungsverfahrens sich erfahrungsgemäß aus ungefähr betragsmäßig gleich großen Anteilen aus der Distanzfunktion und der Biegeenergie zusammensetzen, resultiert eine Gesamtbewegung der variierenden Abstastpunkte in Richtung der Ziellandmarke. Da diese zusammen mit der Distanzfunktion in diesem Bereich (ohne Skelettlinien bzw. -flächen) stetig ist, konvergieren die Abstastpunkte gegen die Ziellandmarke. Die Abstastpunkte auf der Quelllandmarke haben eine kettenförmige Anordnung, welche gemäß Abschnitt 5.2.4, Punkt 2 geschlossen auf die Ziellandmarke registriert wird. Damit nicht Knoten in der Quelllandmarke eine Anpassung verhindern, muß die Aussage bei Vertauschung von Quell- und Ziellandmarke richtig bleiben. Die Bedingung 5.3.1 läßt sich so zusammenfassen, dass keine der beiden an-

zupassenden Strukturen dort eine Ausbuchtung hat, wo die andere keine hat, was die eingangs erwähnte Forderung nach „Ähnlichkeit“ der Landmarkenpaare näher spezifiziert. Die Beobachtungen haben gezeigt, dass die Dichte der Abtastpunkte auf der Quelllandmarke sich sowohl nach der Welligkeit der Quelllandmarke als auch nach der der Ziellandmarke richten sollte (siehe hierzu auch das Experiment in Abbildung 5.24).

Sehr starke Formänderungen der Landmarke führen dazu, dass das korrespondierende Skelett relativ dicht von innen und von außen an der Landmarke liegt. Dieses schränkt den Spielraum der affin transformierten Quelllandmarke stark ein, wenn sie noch Bedingung 5.3.1 genügen soll. Jedoch konvergiert die Registrierung häufig auch in solchen Fällen. Dieses läßt die folgende *erweiterte hinreichende Bedingung* motivieren:

Bedingung 5.3.2. *Neben dem in Bedingung 5.3.1 erwähnten Fall konvergieren die Schritte 2 und 3 auch, wenn die affin transformierte Quelllandmarke die Skelettlinien schneidet, falls folgendes gilt: Der Schnittpunkt der transformierten Quelllandmarke mit der Skelettlinie bzw. -fläche muss (ungefähr) weiter von der Zielkontur entfernt sein als zur Spitze des Skelettes vom Schnittpunkt in Richtung der Zielkontur.*

Die Motivation ist dabei folgende: Im Laufe der Registrierung zieht sich die Quelllandmarke über die Skelettlinie, falls der Schnittpunkt der Quelllandmarke mit der Skelettlinie näher zur Skelettspitze als zur Kontur entfernt ist. Wenn die Wege im Wesentlichen gleich lang sind, kann es nach den Beobachtungen Fälle geben, die gerade noch oder gerade nicht mehr konvergieren. Abb. 5.12(b) zeigt die Transformation der Beispiellandmarke nach Iteration mit $\lambda_{start} = 1500$, $\lambda_{end} = 1000$ und 15 Schritten. Die Registrierung ist fast vollständig affin und führt zu einer Ausrichtung der Quelllandmarke um die Ziellandmarke. Nur an einer Stelle schneidet die transformierte Quelllandmarke leicht das Skelett der Ziellandmarke. Der Schnittpunkt ist jedoch weiter zur Zielkontur als zur Skelettspitze in Richtung der Kontur entfernt. Nach Bedingung 5.3.2 konvergiert das Registrierungsverfahren. Lediglich sollten die Abtastpunkte hier verdichtet werden.

Für das um die inverse Transformation erweiterte Registrierungsschema (Abschnitt 5.2.6) kann eine weitere *hinreichende Bedingung für die Konvergenz* formuliert werden:

Bedingung 5.3.3. *Wird das Registrierungsverfahren um die inverse Transformation erweitert, konvergiert neben dem in Bedingung 5.3.2 geschilderten Fall das Verfahren trotzdem, wenn die Entfernung vom Schnittpunkt der Skelettlinie mit der transformierten Quelllandmarke zur Spitze des Skelettes länger ist als zur Kontur, für den Fall, dass i) der Verlauf der Skelettlinie nach dem Schnittpunkt in Richtung der Kontur wenig gekrümmt und nicht zu lang ist und ii) bei Vertauschung von Quell- und Ziellandmarke an der selben Stelle keine Ausbuchtung in die entgegengesetzte Richtung ist.*

Bei Verwendung des erweiterten Schemas werden zusätzlich auch Ausbuchtungen in der Ziellandmarke registriert. Nach den Beobachtungen sollten diese nicht zu groß und zu gekrümmt sein, damit das erweiterte Verfahren konvergiert. Ein genaueres Kriterium konnte hier nicht aufgestellt werden. Die variierenden Abtastpunkte können ohne inverse Transformation nicht in eine Ausbuchtung konvergieren, weil dort kein Gradient in Richtung der Spitze, sondern nur

zu den Seiten der Ausbuchtung zeigt. Bei Einschluss der inversen Transformation sind die Gradienten an die Spitze gerichtet und auch Ausbuchtungen können registriert werden. Abb. 5.13(a) demonstriert die leicht veränderte Beispielstruktur, die jetzt unten links eine Ausbuchtung hat. Die affine Registrierung der Quelllandmarke ist in Abb. 5.13(b) dargestellt. Hier ist ein Schnittpunkt (unten links) der Quelllandmarke mit der Skelettlinie weiter zur Spitze der Skelettstruktur als zur Kontur entfernt. Mit Hilfe des Schemas mit inverser Transformation werden jedoch auch diese Strukturen erfolgreich registriert, was experimentell bestätigt werden konnte, hier jedoch nicht gezeigt wird.

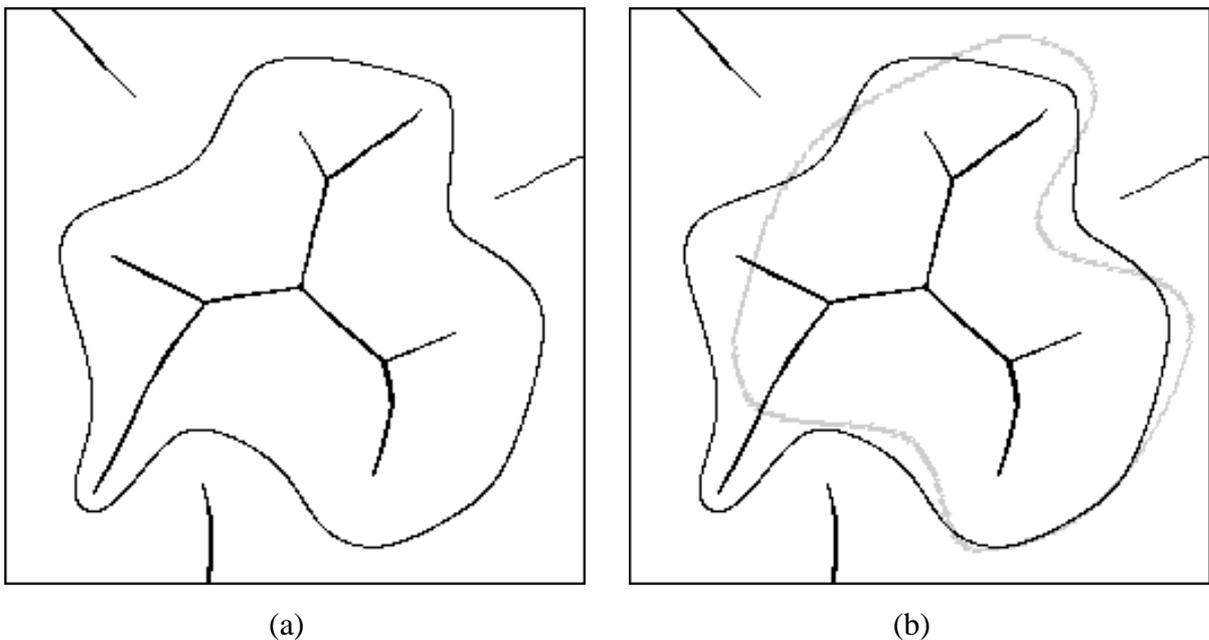


Abbildung 5.13: Skelettlinien des 2D Beispiels mit ausgeprägter Ausbuchtung unten links. (a) Skelettlinien der Zielkontur, (b) Überlagerung der transformierten Quelllandmarke nach Schritt 1 (globale affine Registrierung). Nach Bedingung 5.3.3 konvergieren auch Schritte 2 und 3, wenn die inverse Transformation mit einbezogen wird.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass

- ähnliche Strukturen aufeinander registriert werden können (Bedingung 5.3.1). An keiner Stelle der Landmarken ist, relativ zur anderen, eine Ausbuchtung ausgeprägt.
- kleine Ausbuchtungen in der Quell- oder Ziellandmarke ebenfalls registriert werden können (Bedingung 5.3.2). Eine genaue Definition einer kleinen Ausbuchtung ist schwer möglich. Es ist eine ungefähre Definition gegeben worden. (Die Entfernung vom Schnittpunkt zur Zielkontur ist größer als zur Spitze der Skelettlinie.)
- große aber nicht extrem große und extrem gekrümmte Ausbuchtungen mit Hilfe des erweiterten Schemas unter Einschluss der inversen Transformation registriert werden können (Bedingung 5.3.3).

Es sei noch einmal erwähnt, dass diese Bedingungen nicht aus mathematischen Herleitungen resultieren, sondern erste Beobachtungen über die Eigenschaften des Registrierungsverfahrens bei unterschiedlichsten Formen der Quell- und Ziellandmarken sind. Die eigentlichen Eingaben des Verfahrens sind die Abtastpunkte der Quelllandmarke und die Distanzfunktion der Ziellandmarke, d.h. dass eine kontinuierliche Linie oder Fläche als Quelllandmarke nicht vorausgesetzt wird. Darüber hinaus müssen für die strikte mathematische Herleitung von Bedingungen solche Begriffe und Sachverhalte wie z.B. „Landmarke schneidet Skelettlinie einer anderen Landmarke“, „Krümmung einer Landmarke“, „Ähnlichkeit, Welligkeit und Formunterschied von Landmarken“ und „Ausbuchtung einer Landmarke“ definiert werden. Ohne diese Definitionen bleibt mit den oben genannten Beobachtungen eine unbefriedigende Lösung stehen. Eine Erweiterung bzw. Fundierung setzt aber vertiefte Betrachtungen oder Forschungen voraus, weshalb diese Bedingungen auch nur als erste Beobachtungen verstanden werden sollen.

5.4 Experimentelle Ergebnisse mit Landmarken maximaler Dimension

In diesem Abschnitt werden experimentelle Ergebnisse des in den bisherigen Abschnitten dieses Kapitels vorgestellten Registrierungsverfahrens vorgestellt. Dabei wird sich hier auf die Verwendung von Landmarken maximaler Dimension beschränkt. Diese sind Hyperflächen, das sind „Flächen“, die eine Dimension kleiner sind als die Bilddimension, also Linien in 2D Bildern und Flächen in 3D Bildern. Ergebnisse mit Linien als Landmarken in 3D Bildern werden in Abschnitt 5.5 dargestellt und diskutiert.

In dem jeweils ersten Experiment der Abschnitte 5.4.1 und 5.4.2 werden die Eigenschaften, die in den vorherigen Abschnitten beschrieben worden sind, untersucht, und dabei wird auch auf Grenzsituationen bezüglich der Formunterschiede von Quell- und Ziellandmarke näher eingegangen werden. Insbesondere wird der Parameter λ für verschiedene Werte näher betrachtet. Ein weiteres Experiment mit synthetischen Bilddaten untersucht den Einfluss der Dichte der Abtastpunkte. Für diesen Teil der Experimente werden beide vorgestellten Verfahren zur Minimierung der Zielfunktion verwendet. Die Experimente mit tomographischen Bildern in Abschnitt 5.4.2 verwenden ausschließlich Datensätze von segmentierten CT Aufnahmen menschlicher Rückenwirbel der unteren Wirbelsäule. Es wird der Einfluss der Einbindung von *festen Korrespondenzen* als auch die Verwendung des erweiterten Verfahrens unter Einbeziehung der inversen Transformation untersucht.

5.4.1 Experimente mit synthetischen Bilddaten

Translation und Rotation eines Quadrates

Das Ziel dieses Experimentes ist die Klärung der Frage, ob bei der Registrierung einer rein affinen Verschiebung der Quelllandmarke zur Ziellandmarke durch das neue Verfahren auch nur eine rein affine Transformation berechnet wird oder ob elastische Verformungen auftreten. Es

ist im vorherigen Abschnitt dargestellt worden, dass die Registrierung mit dem neuen Verfahren sich aus einer affinen Transformation plus elastischer Transformationen zusammensetzt. Durch die Wahl von λ wird der Anteil von affiner zur elastischen Transformation gesteuert. Die Frage an das Experiment kann auch so gestellt werden, ob als Ergebnis der Registrierung eine affine Registrierungsfunktion errechnet wird, wenn die Transformation von Quell- zur Ziellandmarke auch eine affine Transformation ist.

Dazu folgende Überlegungen: Eine affine Transformation der \mathbf{p}'_i zu den \mathbf{p}_i trägt in (5.12) nicht zur Biegeenergie bei. Daher ist das Minimum der Funktion h für eine affine Transformation ohne lokale Deformationen Null. Sind Quell- und Ziellandmarke identisch, jedoch nur affin gegeneinander transformiert, so sollte idealerweise diese affine Transformation durch das Verfahren iterativ gefunden werden, denn das Minimum der Zielfunktion h ist dann Null.

Im Folgenden wird das Registrierungsverfahren mit einem translierten und rotierten Quadrat als Ziellandmarke getestet. Das ursprüngliche Quadrat dient dabei als Quelllandmarke. In den Experimenten werden Quadrate verschiedener Größe (166 und 84 Bildelemente Seitenlänge) unter verschiedenen Rotationswinkeln ($\phi = 5^\circ \dots 40^\circ$) und verschiedenen Abtastdichten der Quelllandmarke ($d = 5, 10, 15$ Bildelemente zwischen je zwei Abtastpunkten) verwendet. Dabei ist die Translation des Quadrates mit 10 Bildelementen nach rechts und 10 Bildelementen nach unten fest gewählt.

Das Registrierungsverfahren wird dahingehend getestet, ob das globale Minimum gefunden wird oder ob die Iterationen des Verfahrens in einem lokalen Minimum stoppen. Es wird erwartet, dass mit kleineren Werten für λ eher eine Konvergenz in ein lokales Minimum erfolgt, weil für kleinere Werte für λ nach den Ausführungen in Abschnitt 5.2.4 elastische Deformationen auftreten werden. Für große Werte für λ hingegen wird erwartet, dass das globale Minimum mit Null gefunden wird. Die folgenden Abbildungen 5.14 bis 5.20 zeigen jeweils die ersten sechs (zwölf) Iterationen einer Auswahl der durchgeführten Experimente. Diese Anzahl ist hier gleichzeitig das Abbruchkriterium, nach der die Iterationen des Verfahrens stoppen.

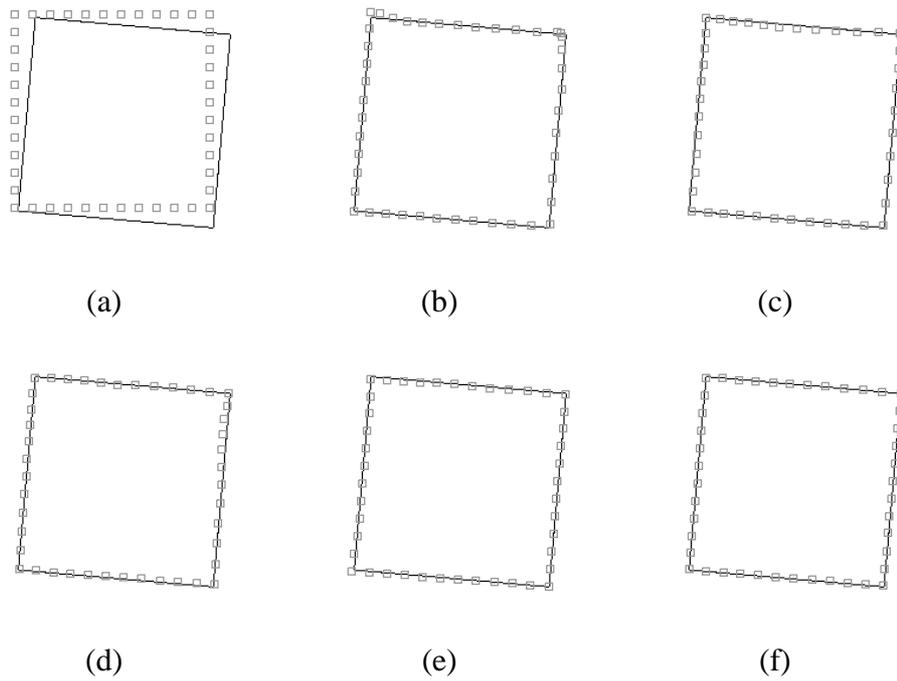


Abbildung 5.14: Erste 6 Iterationsschritte einer Registrierung eines Quadrates (Umfang = 660) mit einem verschobenen und um $\phi = 5^\circ$ rotiertem Quadrat; $\lambda = 10$; numerisches Minimierungsschema.

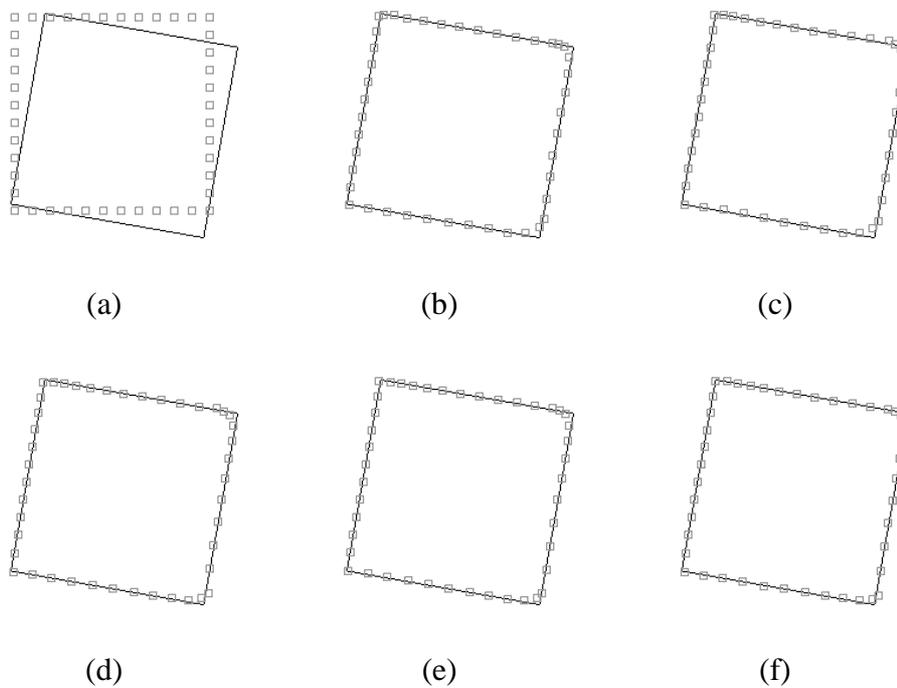


Abbildung 5.15: Wie Abb. 5.14, aber $\phi = 10^\circ$; das globale Minimum wurde nicht gefunden.

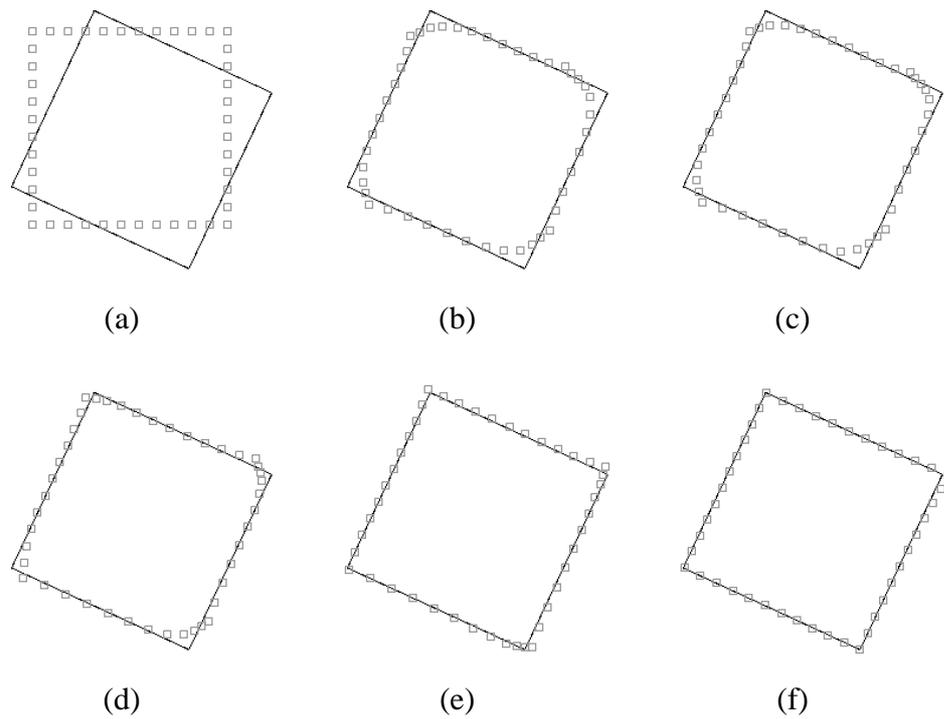


Abbildung 5.16: Wie Abb. 5.14, aber $\phi = 25^\circ$; $\lambda = 100$.

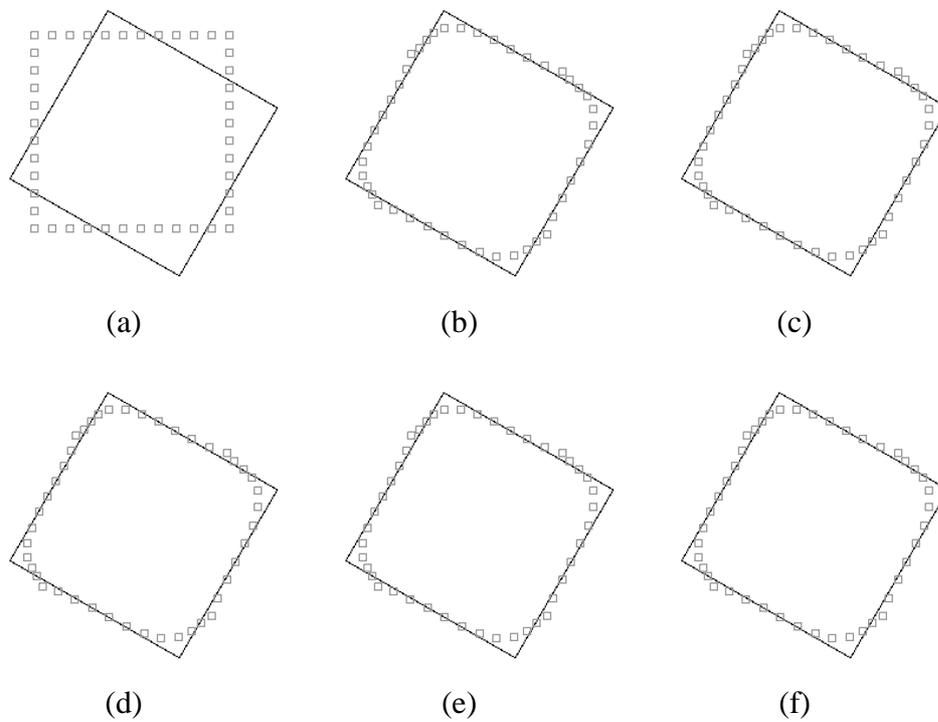


Abbildung 5.17: Wie Abb. 5.16, aber $\phi = 30^\circ$; das globale Minimum wurde nicht gefunden.

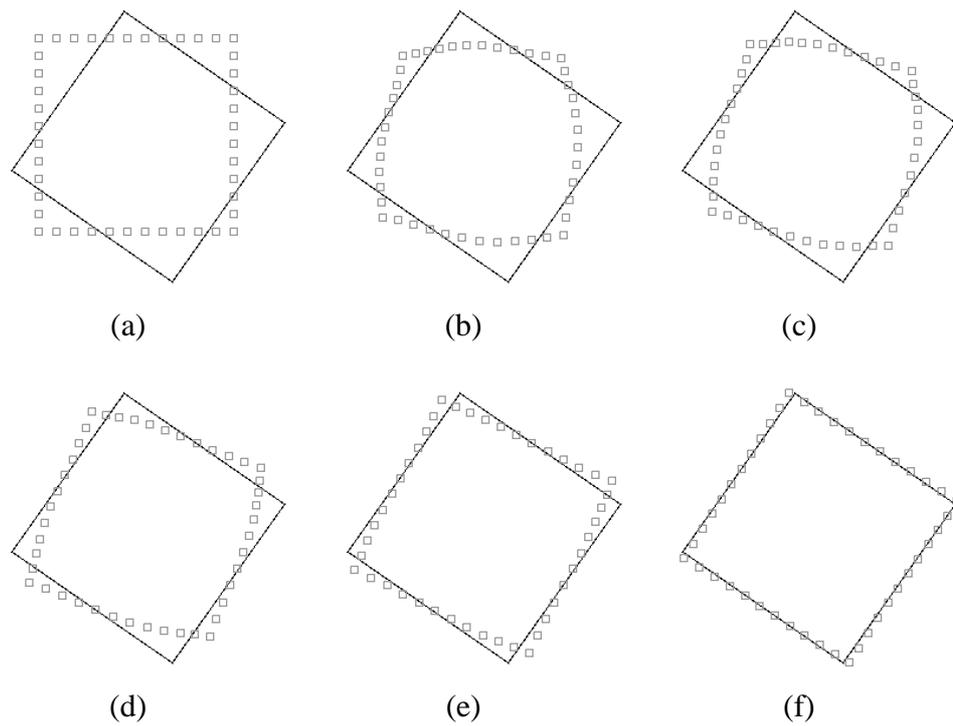


Abbildung 5.18: Wie Abb. 5.14, aber $\phi = 35^\circ$; $\lambda = 1000$.

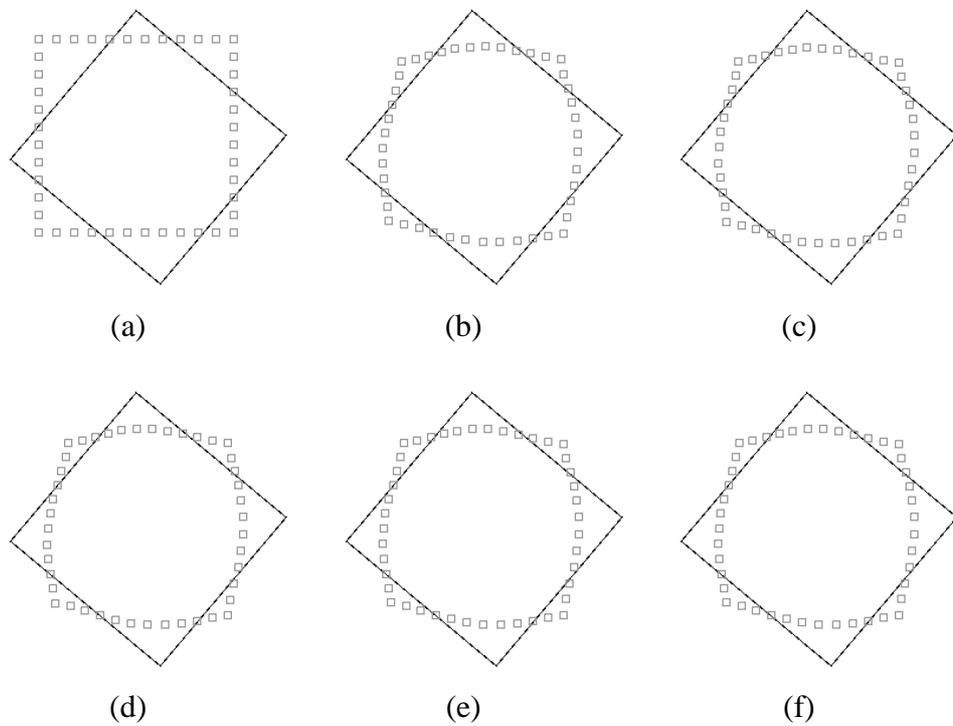


Abbildung 5.19: Wie Abb. 5.18, aber $\phi = 40^\circ$; das globale Minimum wurde nicht gefunden.

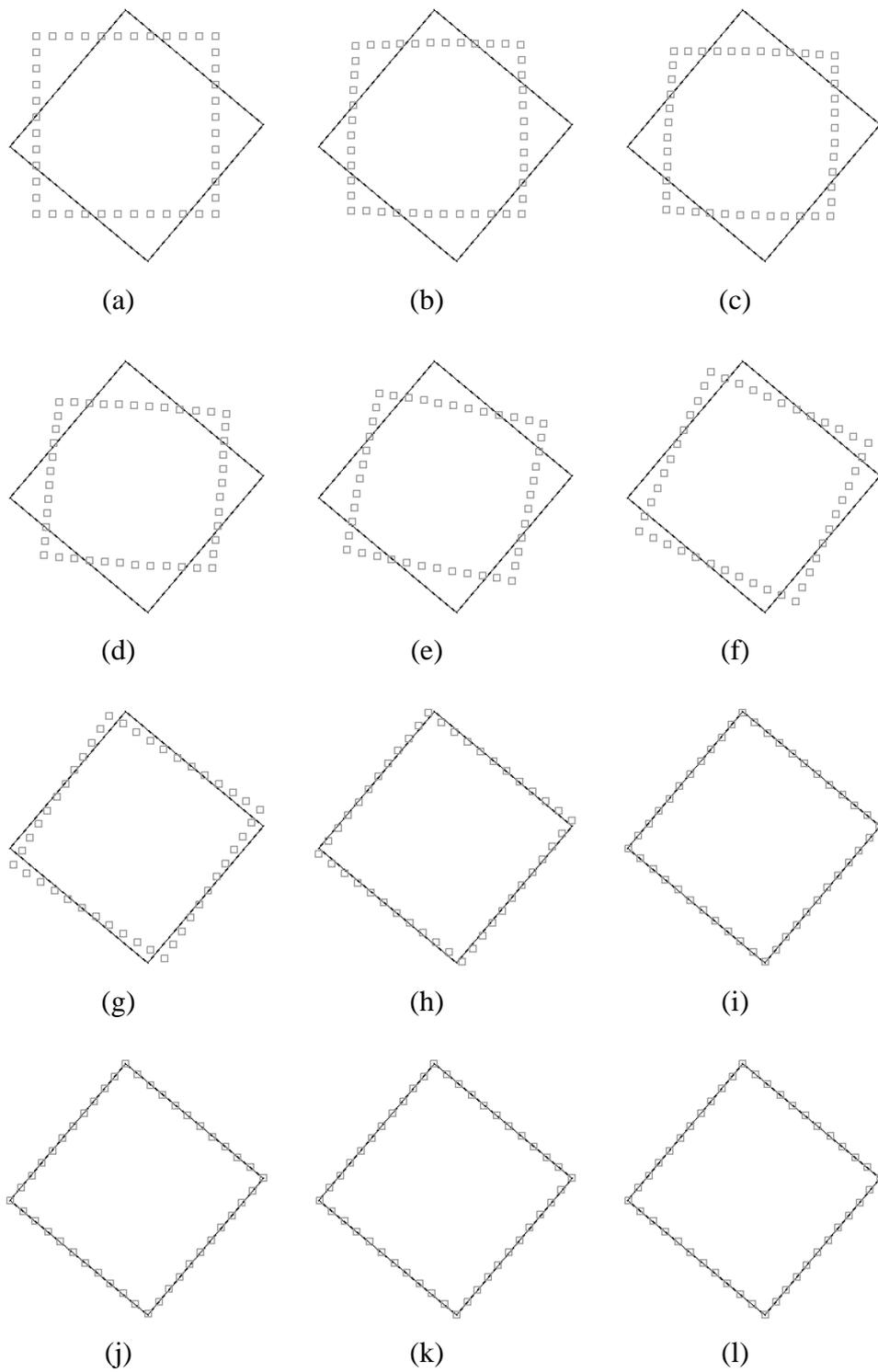


Abbildung 5.20: Wie Abb. 5.14, aber $\phi = 40^\circ$; $\lambda = 10000$.

Die folgenden Tabellen fassen die Ergebnisse der Experimente zusammen:

Umfang = 660	$\phi =$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
$d = 5$ ($n_{AP} = 132$)	$\lambda = 10$	•	•	•	•	•			
	$\lambda = 100$	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•	•
	$\lambda = 1000$	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•○
$d = 10$ ($n_{AP} = 66$)	$\lambda = 10$	•	•	•	•				
	$\lambda = 100$	•○	•○	•○	•○	•○	•	•	
	$\lambda = 1000$	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•○
$d = 15$ ($n_{AP} = 44$)	$\lambda = 10$	•							
	$\lambda = 100$	•○	•○	•	•○	•			
	$\lambda = 1000$	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•○	
	$\lambda = 10000$	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•

Tabelle 5.1: Konvergenz in das globale Minimum bei Verwendung des numerischen Minimierungsverfahrens (durch '•' gekennzeichnet, wenn das globale Minimum gefunden wurde) und des Verfahrens basierend auf approximierenden *thin-plate splines* (durch '○' gekennzeichnet, wenn das globale Minimum gefunden wurde) als eine Funktion von d , ϕ und λ für ein großes Quadrat vom Umfang 660 Bildelementen. ' n_{AP} ' steht für die Anzahl der Abtastpunkte.

Umfang = 332	$\phi =$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
$d = 5$ ($n_{AP} = 66$)	$\lambda = 10$	•	•	•	•	•	•	•	
	$\lambda = 100$	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•
	$\lambda = 1000$	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•○
$d = 10$ ($n_{AP} = 33$)	$\lambda = 10$	•	•	•	•		•		
	$\lambda = 100$	•○	•○	•○	•○	•○	•	•	•
	$\lambda = 1000$	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•○	•○
$d = 15$ ($n_{AP} = 22$)	$\lambda = 10$	•	•	•					
	$\lambda = 100$	•○	•○	•○	•	•	•	•	
	$\lambda = 1000$	•○	•○	•○	•○	•	•○	•○	•○

Tabelle 5.2: Konvergenz wie in Tab. 5.1, aber bei Registrierung eines kleinen Quadrates vom Umfang 332 Bildelementen.

Tab. 5.1 faßt die Ergebnisse der Abb. 5.14 bis 5.20 mit zusätzlichen Ergebnissen für weitere Rotationswinkel ϕ und unterschiedlichen Abtastdichten d zusammen. Tab. 5.2 zeigt die gleichen Ergebnisse für ein kleineres Quadrat. Dabei sind alle Experimente sowohl mit dem numerischen Verfahren als auch mit dem Verfahren der approximierenden *thin-plate splines* durchgeführt worden. Aus diesen Ergebnissen und den Tabellen lassen sich die folgenden Schlüsse ziehen:

- Für den Fall der Registrierung eines verschobenen und rotierten Quadrates ist das numerische Verfahren dem Verfahren basierend auf approximierenden *thin-plate splines* überlegen. Das erste Verfahren konvergiert immer, wenn das zweite konvergiert. Umgekehrt konvergiert das TPS-Verfahren oft nicht, wenn das numerische Verfahren konvergiert. Wie am Ende des Abschnittes 5.2.5 dargestellt, berechnet das TPS-Verfahren für ein festes λ und q^* das jeweilige Minimum von h , während das numerische Verfahren nur einen Gradientenabstieg, genauer einen Levenberg-Marquardt-Schritt der Parameter in Richtung des Minimums von h durchführt.
- Die Ergebnisse zeigen, dass die Rotationsverformungen als eine Untermenge der affinen Verformungen bis zu einem gewissen Grad noch zu einer Konvergenz in das globale Minimum führen. Bis auf eine Ausnahme konvergieren auch weniger extreme Verformungen, d.h. kleinere Rotationswinkel. Dieses Phänomen lässt sich durch den Einfangbereich (engl. *capture range*) beschreiben. Für die Praxis ist der Einfangbereich eines Registrierungsverfahrens insoweit interessant, als damit die erlaubten Ausgangslagen von Quell- und Ziellandmarke zueinander beschrieben werden. Ist der Einfangbereich klein, so muss durch Vorverarbeitungsschritte sichergestellt werden, dass Quell- und Zielbild richtig zueinander ausgerichtet sind, d.h. im Einfangbereich liegen. In Abschnitt 5.4.2 wird noch einmal darauf zurückgekommen werden. Aus diesem Experiment lässt sich schließen, dass der Einfangbereich für das globale Minimum, der hier durch die verschiedenen Rotationswinkel verändert wurde, von der Abtastdichte d , von dem Parameter λ , von der Größe des Quadrates als auch dem verwendeten Verfahren zur Minimierung von h abhängt.
- Mit zunehmendem Wert des Parameters λ konvergieren die Verfahren besser gegen das globale Minimum. Sehr große λ erlauben sogar (für das numerische Verfahren) einen Rotationswinkel von $\phi = 40^\circ$. Für kleinere Werte von λ ist der Einfangbereich kleiner.
- Eine höhere Dichte der Abtastpunkte, z.B. $d = 5$, erhöht den Einfangbereich, d.h. auch für größere Rotationswinkel wird für gegebenes λ Konvergenz erreicht. Die Abhängigkeit des Ergebnisses von λ wird weiter unten diskutiert werden.
- Vergleicht man Tab. 5.1 und 5.2, so ergibt sich, dass die Konvergenz für kleinere Quadrate besser ist.

Im Folgenden wird noch einmal auf die wichtige Abhängigkeit des Ergebnisses von der Wahl von λ eingegangen: Die Verfahren konvergieren nicht für zu kleine Werte von λ , weil die lokalen Deformationen so groß werden, dass die Originalstruktur der Quelllandmarke sich an die Ziellandmarke verformt anstatt eine Rotation zu bewirken. Dieses ließe sich nur umgehen, wenn man die Verfahren zur Minimierung der Zielfunktion dahingehend erweitert, dass auch Zunahmen der Funktion h während der Iterationen möglich sind, so dass die Konvergenz in einem lokalen Minimum nicht stoppt. Ein Vergleich der einzelnen Iterationsschritte in den Abbildungen 5.14 bis 5.20 zeigt außerdem, dass für große Werte von λ ($\lambda > 1000$) – wie in Abschnitt 5.2.4 beschrieben – eine näherungsweise affine Transformation der p'_i gegenüber den

p_i ausgeführt wird. Dies zeigt, dass große Werte von λ geeignet sind, eine globale affine Registrierung der Objekte vor der lokalen Registrierung zu bewirken. Eine einfache Formulierung für diesen Sachverhalt ist folgende: Da keine elastischen Verformungen erlaubt sind, mit deren Hilfe die Funktion h einfach durch direkte Annäherung an die Ziellandmarke abnehmen könnte, muss die Abnahme der Funktion h durch den langsameren Abstieg über affine Verformungen erfolgen. Sie sind deswegen langsamer, weil die Quelllandmarkenpunktmenge als Ganzes sich der Ziellandmarke nähern muss.

Damit werden zweierlei Dinge erreicht: Zum einen werden die lokalen elastischen Anteile an der Registrierung so gering wie möglich gehalten, und zum anderen ist eine Unabhängigkeit von den Startwerten, d.h. von der Ausrichtung der Quelllandmarke gegenüber der Ziellandmarke, gegeben, sofern die Registrierung noch im Einfangbereich liegt. Letztes wird näher in Abschnitt 5.4.2 untersucht.

Registrierung einer Ellipse mit einem Gehirnumriss

In dem folgenden Experiment wird der Umriss einer Ellipse auf den segmentierten Umriss eines menschlichen Gehirnschnittes registriert. Es soll gezeigt werden, wie sich eine gleichmäßig geformte Struktur (die Ellipse) an unterschiedlich wellige Bereiche (den Gehirnumriss) anpaßt. Abb. 5.21(a) zeigt die Quelllandmarke (gefüllt mit einem Schachbrettmuster) und 5.21(b) die Ziellandmarke.

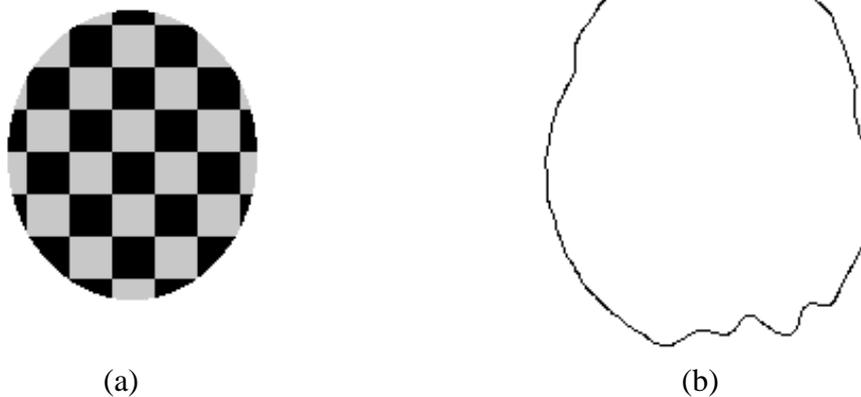


Abbildung 5.21: Registrierung einer Ellipse mit einem Gehirnumriss eines menschlichen MRT-Gehirnschnittes. (a) Quelllandmarke gefüllt mit einem Schachbrettmuster, (b) Ziellandmarke. Bildgrößen 256×256 Bildelemente.

Für die Registrierung wurden beide Verfahren zur Minimierung der Zielfunktion verwendet. Die Dichte der Abtastung beträgt $d = 5$ und $d = 2$, $\lambda_{start} = 500$, $\nu = 25\%$ Abnahme und $\lambda_{end} = 0.1$. Abb. 5.22 und 5.23 zeigen das Registrierungsergebnis für $d = 5$ bzw. $d = 2$: Jeweils in der ersten Zeile ((a) und (b)) beider Abbildungen sind die Abtastpunkte p_i (hellgrau) und die variierenden Abtastpunkte p'_i (dunkelgrau) nach Ende der Iterationen gezeigt, in

der zweiten Zeile ((c) und (d)) die Quell- und Ziellandmarke zusammen mit der registrierten Quelllandmarke, und in der dritten Zeile ((e) und (f)) das registrierte Quellbild. In der jeweils ersten Spalte der Abb. 5.22 und 5.23 sind die Ergebnisse aus der Verwendung des numerischen Verfahrens und in den zweiten Spalten die aus der Verwendung des Verfahrens basierend auf approximierende *thin-plate splines* dargestellt. Die Ergebnisse zeigen, dass

- Teile der Zielstruktur, die relativ glatt zur Quellstruktur verlaufen, gut angepaßt sind, während wellige Teile am unteren Teil der Zielstruktur mit einem größeren Fehler angepaßt wurden.
- eine dichte Abtastung das Registrierungsergebnis verbessert.
- der Unterschied im Registrierungsergebnis zwischen beiden Minimierungsverfahren für diesen Fall der Anpassung von im Wesentlichen ähnlichen Strukturen vernachlässigbar ist.

In Abb. 5.24 ist das Experiment modifiziert, wobei die Dichte der Abtastpunkte auf der Quelllandmarke lokal variiert: am unteren Teil der Landmarke, wo die Ziellandmarke gekrümmter ist, ist die Dichte zwischen zwei benachbarten Abtastpunkten (gemessen entlang der Landmarke) $d = 1$ Bildelement, sonst $d = 5$ Bildelemente. Beide Iterationsverfahren konvergieren, und ein sehr gutes Registrierungsergebnis wird erreicht, d.h. sowohl der mittlere und obere Teil der Landmarken ist mit einer geringeren Abtastdichte gut angepaßt worden als auch der untere Teil mit einer höheren Dichte an Abtastpunkten. Beide Minimierungsverfahren liefern annähernd die gleichen Ergebnisse, wobei das numerische Verfahren (linke Spalte) etwas besser ist.

Die Experimente haben gezeigt, dass

- eine sehr gute Registrierung lokal deformierter Strukturen durch das Registrierungsverfahren mit Linienlandmarken erreicht werden kann,
- das Registrierungsergebnis durch höhere Abtastdichten der Abtastpunkte auf der Quelllandmarke verbessert werden kann,
- die Dichte der Abtastpunkte lokal auf der Quelllandmarke variieren kann, um eine bessere (lokale) Anpassung zu erreichen.

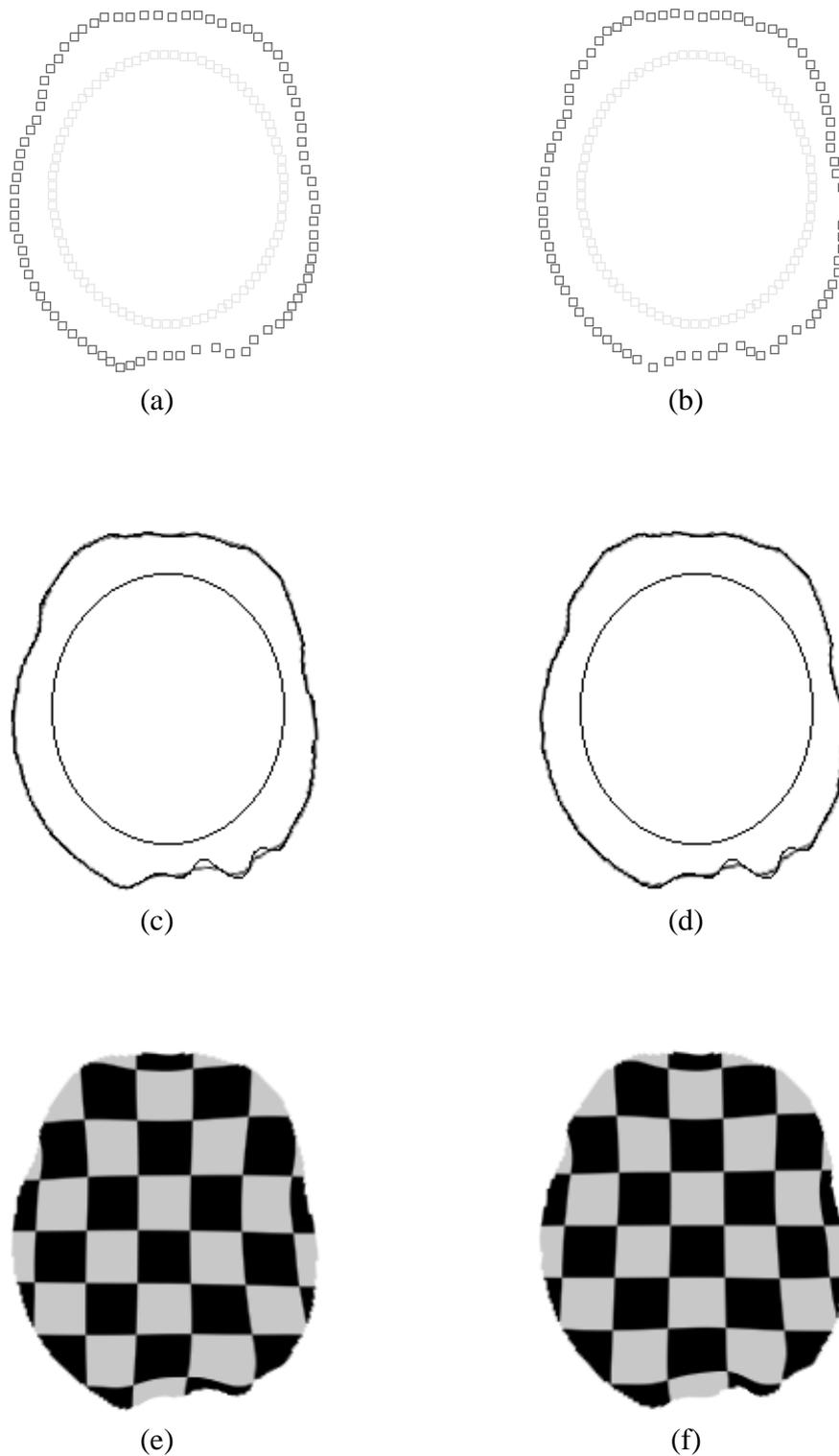


Abbildung 5.22: Ergebnisse der Registrierung einer Ellipse mit einem Gehirnumriss. Die Abtastdichte der Quelllandmarke ist $d = 5$ Bildelemente. Numerisches Verfahren (links), approximierende TPS (rechts).

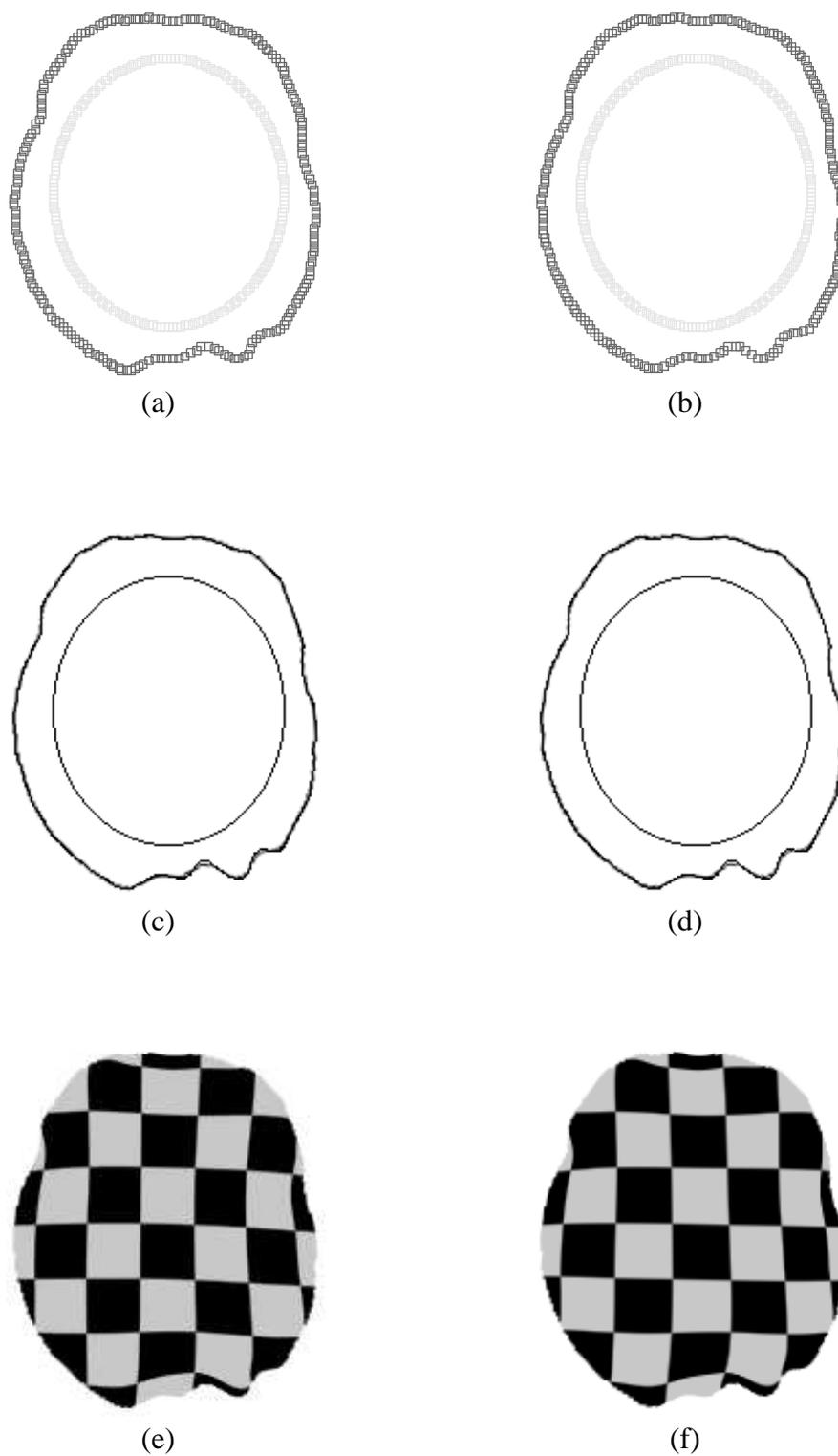


Abbildung 5.23: Ergebnisse wie in Abb. 5.22, aber mit einer Abtastdichte $d = 2$ Bildelemente.

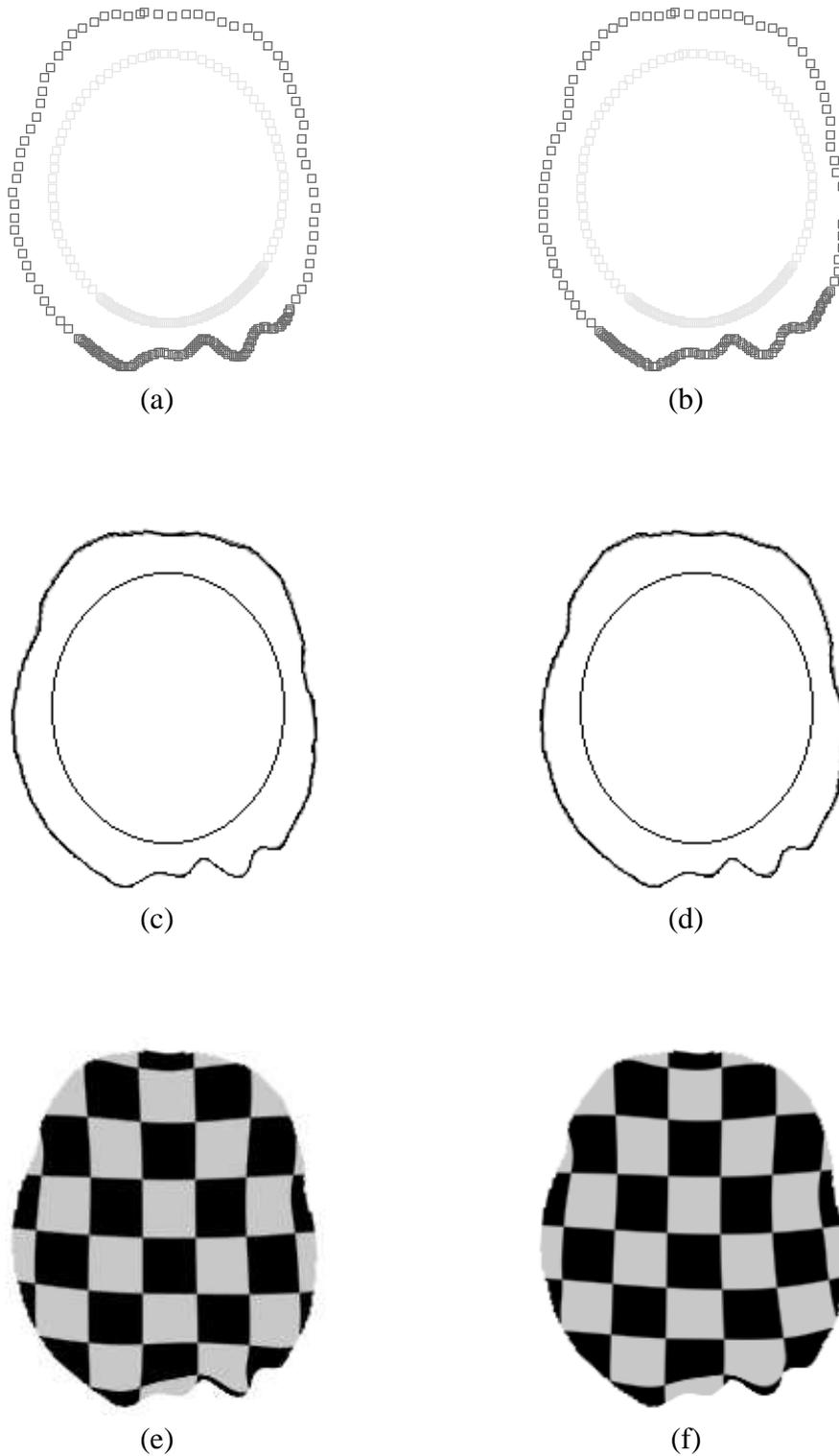


Abbildung 5.24: Ergebnisse wie in Abb. 5.22, aber mit variierenden Abtastdichten, d.h. $d = 5$ im mittleren und oberen Bereich und $d = 1$ im unteren Bereich. Beide Minimierungsverfahren liefern sehr gute Übereinstimmungen zwischen registrierter Quelllandmarke und Ziellandmarke (mittlere Zeile).

5.4.2 Experimente mit tomographischen Bilddaten

Die folgenden Experimente basieren auf segmentierten CT-Wirbeldatensätzen menschlicher Wirbel der unteren Lendenwirbelsäule. Sie sind dankenswerter Weise durch die Fa. Philips Medizinsysteme, Forschungslaboratorien Hamburg (PFLH) überlassen worden. Von den drei unterschiedlichen Datensätzen stellt der erste den vierten Lendenwirbel eines Patienten A dar, welcher als Datensatz **A4** bezeichnet wird, hingegen der zweite und dritte Datensatz den vierten und zweiten Lendenwirbel eines Patienten B darstellen und mit Datensatz **B4** und **B2** bezeichnet werden. Die Datensätze sind als binäre Dateien abgelegt, wobei das Bit 1 das Objekt und das Bit 0 den Hintergrund repräsentiert.

CT-Wirbelschnitte, Startwertunabhängigkeit, Einfangbereich

Das Registrierungsergebnis des Verfahrens mit Linien- und Flächenlandmarken sollte von den Startwerten unabhängig sein, d.h. die Anfangsausrichtung einer Quelllandmarke gegenüber der Ziellandmarke sollte das Registrierungsergebnis nicht beeinflussen. Dieses heißt bei der Anwendung des neuen Verfahrens: Die Quelllandmarke kann affin gegenüber der Ziellandmarke transformiert sein. Am relevantesten sind dabei Translation, Rotation und Skalierung der Landmarken. Einschränkend gilt, dass die Quelllandmarke noch im Einfangbereich (siehe die Erklärung dazu in Abschnitt 5.4.1) der Ziellandmarke liegen muß, so dass das Iterationsverfahren konvergieren kann. Dieser Bereich hängt stark von der zu lösenden Registrierungsaufgabe ab. In Abb. 5.25 sind zwei 2D-Schnitte durch die Datensätze **A4** und **B4** dargestellt, wobei **B4** mit $d = 5$ abgetastet worden ist. Die Ausrichtung ist so, wie sie in den Originaldaten gegeben war. Abb. 5.26 zeigt affine Transformationen der Quelllandmarke.

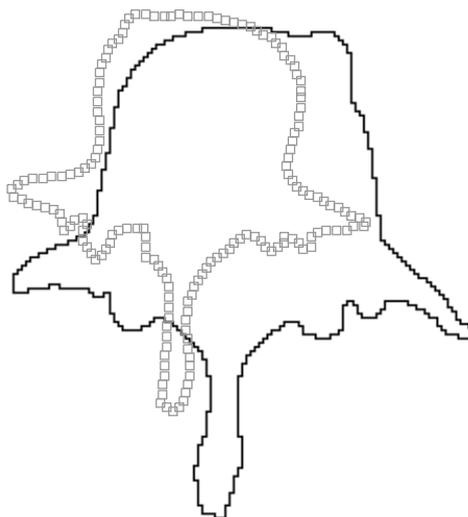


Abbildung 5.25: 2D-Schnitte aus den Datensätzen **A4** und **B4**, wobei der Wirbelkanal aus Vereinfachungsgründen hier weggelassen wurde. **B4** ist mit $d = 5$ abgetastet worden (1. Konstellation).

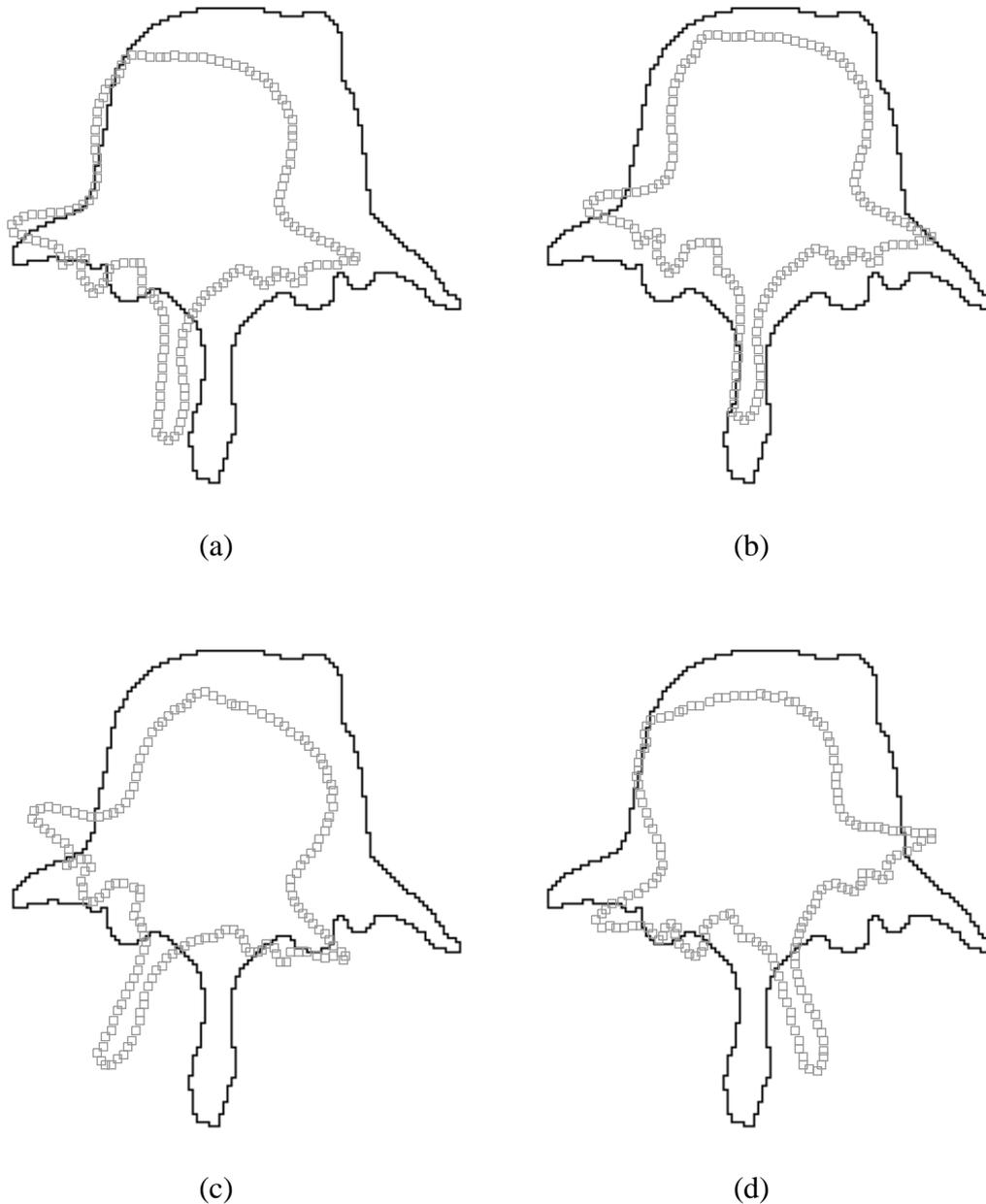


Abbildung 5.26: Startwertkonstellationen für das Registrierungsverfahren. Die Quelllandmarke ist gegenüber Abb. 5.25 affin transformiert. (a) Translation um 30 Bildelemente nach unten (2. Konstellation), (b) Translation um 20 Bildelemente nach unten und 20 Bildelemente nach rechts (3. Konstellation), (c) wie (a) plus Rotation um 20° um den geometrischen Schwerpunkt im Uhrzeigersinn (4. Konstellation), (d) wie (b) plus Rotation um 20° gegen den Uhrzeigersinn (5. Konstellation).

Die Konstellationen sowohl in Abb. 5.25 als auch diejenigen in Abb. 5.26 dienen als Startwerte für das Registrierungsverfahren. Da eine affine Registrierung in dem Verfahren beinhaltet ist und vor der elastischen Registrierung ausgeführt wird, wird erwartet, dass gleiche Ergebnisse erzielt werden. Da die Ausgangsformen von Quell- und Ziellandmarke mehr voneinander abweichen als in den vorherigen Experimenten, ergibt sich gemäß den Überlegungen aus Abschnitt 5.2.4 ein höheres λ_{affin} als bisher ($\lambda_{\text{affin}} = 1000$). Heuristisch wird ein Faktor 3 bis 5 gewählt. In dem ersten Experiment wird die Registrierung nur in dem für λ affinen Bereich durchgeführt, d.h. $\lambda_{\text{start}} = 5000, \lambda_{\text{end}} = 3000$, im zweiten startet die Iteration im affinen Bereich $\lambda_{\text{start}} = 5000$ und iteriert bis hin zum elastischen Bereich $\lambda_{\text{end}} = 0.1$. Abb. 5.27 zeigt die Ergebnisse für alle fünf Konstellationen überlagert.

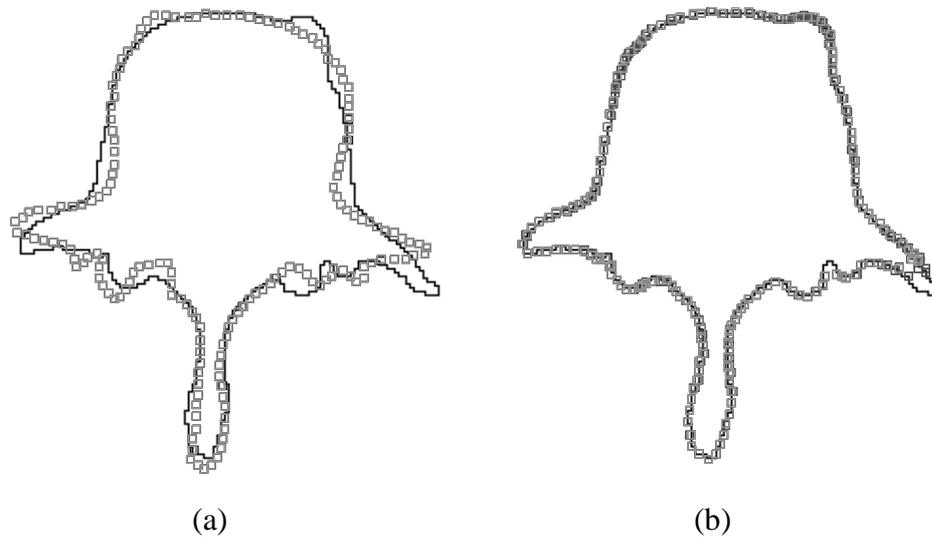


Abbildung 5.27: Registrierungsresultate der Abb. 5.25 und Abb. 5.26(a)-(d) überlagert dargestellt. (a) nur affine Registrierung, (b) affine und elastische Registrierung.

Satz	Nur affine Registrierung				Affine und elastische Registrierung			
	$\lambda_{\text{start}} = 5000, \lambda_{\text{end}} = 3000, \nu = 25\%$				$\lambda_{\text{start}} = 5000, \lambda_{\text{end}} = 0.1, \nu = 15\%$			
	i	h	$ \overline{\Delta \mathbf{p}'} $	$ \Delta \mathbf{p}' _{\text{max}}$	i	h	$ \overline{\Delta \mathbf{p}'} $	$ \Delta \mathbf{p}' _{\text{max}}$
1.	18	22.573	—	—	70	0.550	—	—
2.	16	22.573	0.004	0.007	70	0.548	0.086	0.436 (0.436)
3.	14	22.272	0.003	0.008	69	0.498	0.554	6.997 (2.228)
4.	20	22.573	0.001	0.002	60	1.222	0.601	4.211 (4.211)
5.	16	22.573	0.018	0.036	69	0.499	0.549	7.005 (2.229)

Tabelle 5.3: Quantitative Auswertung des Fehlers bei unterschiedlichen Startwerten. i sind die Iterationsschritte, h der Wert der Zielfunktion nach der Iteration. Der 1. Konstellation an Startwerten dient als Referenzwert. $|\overline{\Delta \mathbf{p}'}|$ ist der mittlere Fehler über alle Abtastpunkte gegenüber der Referenz, $|\Delta \mathbf{p}'|_{\text{max}}$ die maximale Abweichung eines Abtastpunktes. Die Werte in den Klammern gelten bei Nichtberücksichtigung der Ausreißer an der spitzen rechten Ecke.

Tab. 5.3 zeigt eine quantitative Auswertung. Bei der rein affinen Registrierung wird mit den hier vorgegebenen Startwerten ein nahezu identisches Registrierungsergebnis erreicht. Sowohl der Wert für die Zielfunktion stimmt überein als auch ist der mittlere und maximale Fehler gegenüber dem Referenzsatz sehr gering. Für eine affine und elastische Registrierung in einem Schritt ist der mittlere Fehler höher (ca. bis 0.5 Bildelemente). Ebenso sind einzelne Ausreißer vorhanden (der maximale Fehler ist hoch), jedoch reduziert sich dieser (siehe die Werte in den Klammern), wenn man die Abtastpunkte im Bereich des spitzen rechten Processus⁶ unberücksichtigt läßt, an dem wegen seiner Form hier immer Registrierungsfehler auftreten.

Innerhalb der getesteten Versuchsreihe lassen sich bei einer affinen Transformation der Abtastpunktstartwerte folgende Schlüsse ziehen:

- Läßt man das Verfahren für einen hohen λ_{end} -Wert konvergieren, so erhält man unabhängig von den Startwerten das gleiche Registrierungsergebnis. Würde man nach dieser Konvergenz mit der Iteration unter Verwendung eines zweiten kleineren λ_{end} -Wertes fortfahren, so erhielte man für alle Startwerte weiterhin das selbe Registrierungsergebnis, weil die Ausgangspositionen nach der ersten Konvergenz alle gleich sind (Verfahren 1).
- Verwendet man den gleichen hohen Wert für λ_{start} , aber sofort einen kleinen Wert λ_{end} , dann unterscheiden sich die Registrierungsergebnisse für verschiedene Abtastpunktstartwerte geringfügig. Der Bereich der affinen Registrierung (hohe Werte für λ) wird ohne Konvergenz durchschritten. Es findet zwar eine affine Registrierung statt, jedoch ist diese unvollständig, so dass sich die verschiedenen Iterationen von verschiedenen Richtungen (im Parameterraum) dem Minimum von h nähern (Verfahren 2).

Für die weiteren Experimente wird das zweite Verfahren ohne vorherige Konvergenz im affinen Bereich benutzt. Wird auf Startwertunabhängigkeit der Abtastpunkte großer Wert gelegt, so ist das erste Verfahren zu bevorzugen. In der Tat wird mit dem ersten Verfahren, d.h. mit vorheriger Konvergenz im affinen Bereich, anschließend der kleinste Wert von h erreicht: 0.436 für $\lambda_{\text{end}} = 0.1$ (vergleiche mit 7. Spalte von Tab. 5.3). Die Ergebnisse lassen vermuten, dass auch für andere Startwerte der Abtastpunkte und andere Registrierungsprobleme eine Startwertunabhängigkeit besteht. Es ist dabei jedoch zu beachten, dass keine rotationsinvarianten Konstellationen registriert werden, da hier die affinen Registrierungen nur bis auf eine Rotation gleich sind. Ein Beispiel hierfür wären die Registrierungen dieses Abschnittes mit der Ellipse und dem Gehirnumriss. Hier ist die Ellipse „fast rotationsinvariant“, so dass keine Startwertunabhängigkeit erreicht werden kann.

CT-Wirbelschnitte

Im Folgenden sollen die Registrierungsergebnisse an den CT-Wirbelschnitten des vorherigen Experimentes näher untersucht werden. Dabei wird der folgende Satz an Parameterwerten verwendet: $\lambda_{\text{start}} = 1000$ (hat sich als ausreichend erwiesen), Abnahme von $\lambda : \nu = 25\%$, $\lambda_{\text{end}} = 0.1$, Abtastpunktdichte $d = 5$, 167 Quellabtastpunkte. Abb. 5.28 zeigt die Abtastpunkte der Quelllandmarke (hellgrau), die variierenden Abtastpunkte nach der Iteration (dunkelgrau) und die Ziellandmarke (schwarze Linie).

⁶Fortsatz, Vorsprung, kleiner, hervorragender Teil eines Knochens (medizinischer Begriff)

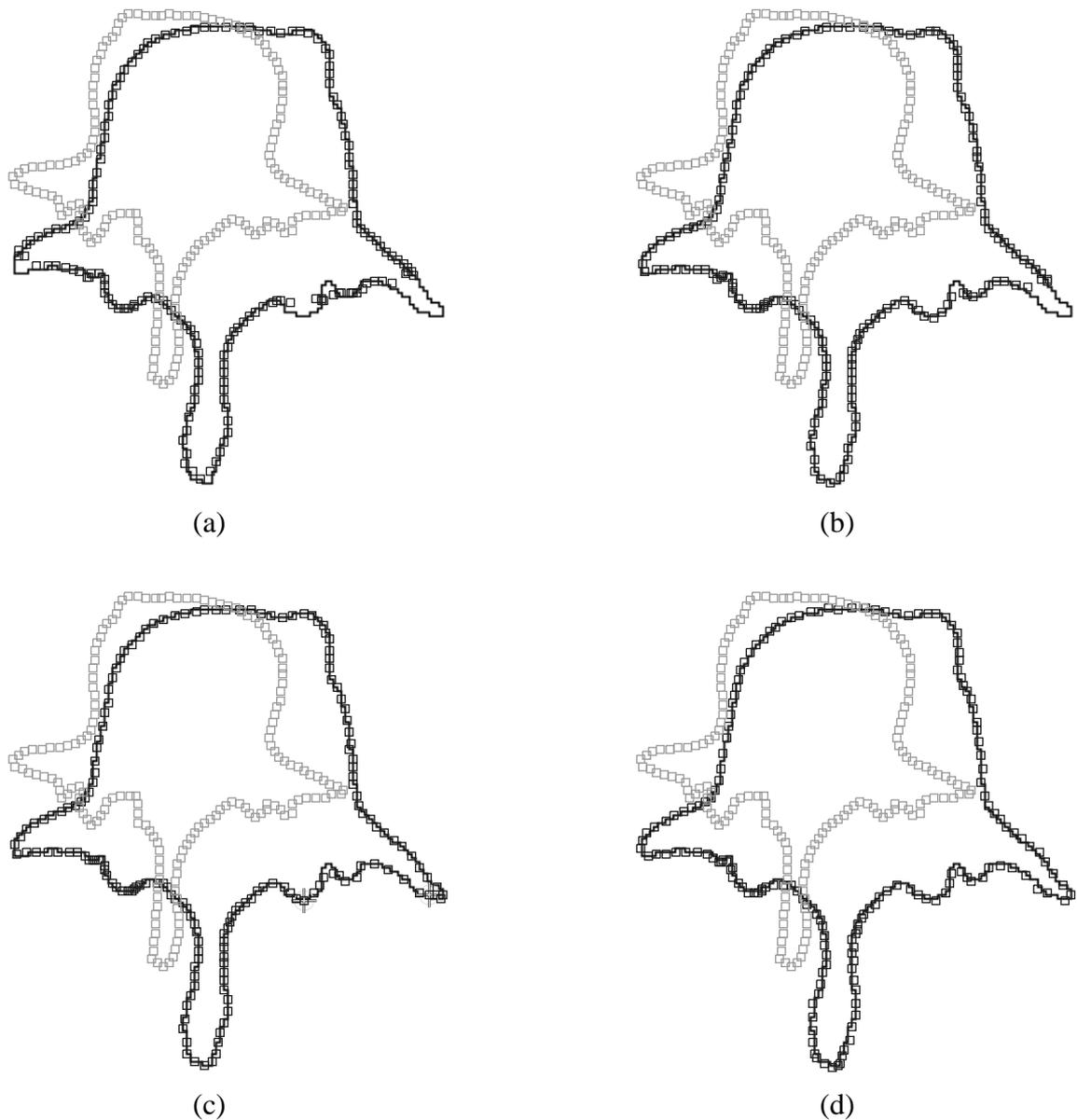


Abbildung 5.28: Iterationsergebnisse bei der Registrierung zweier segmentierter CT-Wirbelschnitte, (a) Verfahren basierend auf approximierenden *thin-plate splines*, (b) numerisches Verfahren, (c) wie (b) aber mit zwei festen Korrespondenzen (Kreuze an den rechten Processi), (d) wie (b) aber mit Einbeziehung der inversen Transformation (erweitertes Verfahren).

Das Ergebnis in Abb. 5.28(a) ist unter Verwendung des Verfahrens basierend auf approximierenden *thin-plate splines* berechnet worden. In großen Teilen ist das Registrierungsergebnis sehr gut, jedoch an den Spitzen von drei Processi nicht. Bei Verwendung des numerischen Minimierungsverfahrens (Abb. 5.28(b)) ist das Registrierungsergebnis nur noch an einer Stelle mit großen Fehlern behaftet. Werden zwei feste Korrespondenzen unter anderem an dieser kritischen Stelle vorgegeben (Abb. 5.28(c)), so erhält man auf der gesamten Zielkontur ein gutes Ergebnis. Abb. 5.28(d) zeigt, dass dieses Ergebnis auch ohne feste Korrespondenzen mit dem erweiterten Verfahren unter Einbeziehung der inversen Transformation erreicht werden kann. Hier sind alle kritischen Stellen (die Spitzen der Processi) gut angepaßt worden. Abb. 5.29 zeigt das Registrierungsergebnis mit den gefundenen Korrespondenzen aus Abb. 5.28(c) und (d).

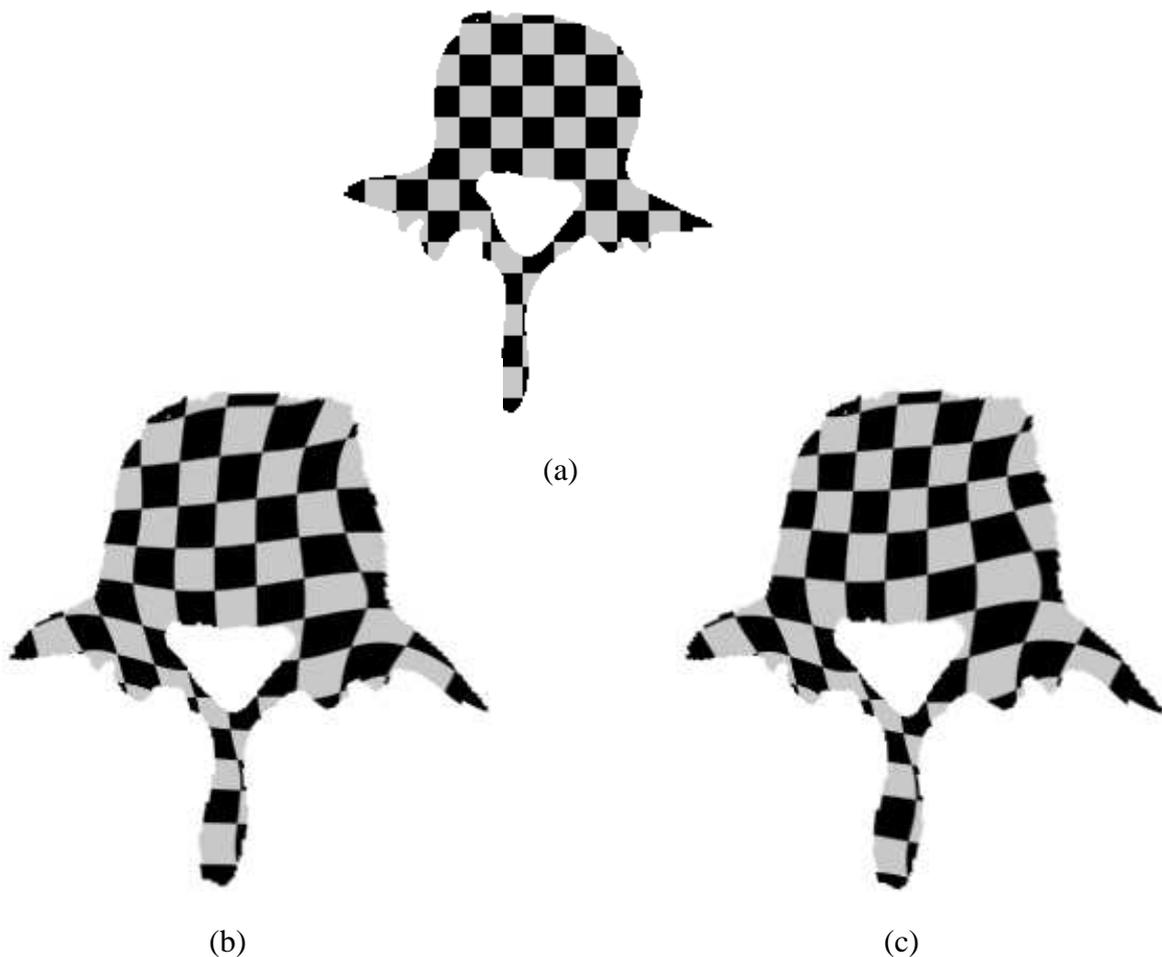


Abbildung 5.29: Registrierungsergebnisse mit den in Abb. 5.28(c) und (d) dargestellten Korrespondenzen. (a) Quellbild mit einem Schachbrettmuster gefüllt, (b) Registrierungsergebnis mit numerischem Verfahren und festen Korrespondenzen, (c) Registrierungsergebnis mit Einbeziehung der inversen Transformation. Man beachte, dass der Wirbelkanal zwar im Quellbild mit eingezeichnet und auch transformiert wurde, jedoch zur Vereinfachung hier nicht mit zu den Landmarken gehörte.

Aus den Ergebnissen läßt sich folgern, dass

- bei relativer Ähnlichkeit zwischen Quell- und Ziellandmarke, welche sich jedoch lokal unterscheiden können, ohne zusätzliche Maßnahmen eine gute Registrierung mit dem numerischen Registrierungsschema erreicht werden kann,
- korrespondierende Spitzen in Strukturen wie die Processi von Wirbeln, sofern dort die Registrierung nicht fehlschlägt, aufeinander registriert werden, weil die Biegeenergie dann ein Minimum hat, wenn die Spitzen aufeinander liegen. Dieses setzt voraus, dass korrespondierende Spitzen nicht zu weit voneinander entfernt liegen.
- zu große Dellen nur mit Hilfe von festen Korrespondenzen oder der Einbeziehung der inversen Transformation (erweitertes Verfahren) registriert werden können.

Für die Berechnung der Registrierung aller bisher vorgestellten 2D-Bilder betragen die Rechenzeiten 1 bis 4 Minuten auf einer SUN SPARC Ultra 2, 300 MHz. Hinzu kommt eine weitere Minute für die Berechnung des jeweiligen transformierten Quellbildes.

3D-Wirbelbilder

Nachdem einzelne 2D-Schnittbilder registriert worden sind, werden hier die vollständigen 3D binären Datensätze **A4**, **B4** und **B2** registriert. Für die Registrierung werden die interpolierten („isotropisierten“) und vergrößerten Datensätze verwendet. Die Daten sind isotropisiert worden, weil eine starre Vorregistrierung angewandt wird, welche ohne Isotropisierung die berechneten Entfernungen der anschließenden Distanzfunktion verfälschen würde. Die Datensätze sind an den Rändern vergrößert worden, damit die variierenden Abtastpunkte genügend Raum haben, um nicht außerhalb des Bildes zu iterieren, wo keine Werte für die Distanzfunktion berechnet sind. Zur Vergrößerung sind je 20 Volumenelemente an allen Bildrändern mit Bit 0 hinzugefügt worden. Die folgende Tabelle 5.4 stellt die verwendeten Größen zusammen:

Datensatz	Größe nach Interpolation	Verwendete Größe
A4	92 × 95 × 61	132 × 135 × 101
B4	102 × 104 × 67	142 × 144 × 107
B2	84 × 100 × 77	124 × 140 × 117

Tabelle 5.4: Bildgrößen der Datensätze nach Interpolation und Vergrößerung.

Die notwendigen Abtastpunkte auf der Oberfläche der Datensätze werden durch einen krümmungsadaptiven Triangulierungsalgorithmus von Krahnstöver und Lorenz (1999) berechnet. Hierbei werden drei verschiedene Parameterdatensätze verwendet, um eine kleine (um 100), große (um 700) und sehr große (um 1000) Anzahl von Abtastpunkten auf jeder Oberfläche der Datensätze zu erhalten. Die Parametersätze sind in Tab. 5.5 angegeben.

Die Berechnung der Distanzfunktion ist auf den Triangulierer abgestimmt, so dass die Null der Distanzfunktion genau auf der Oberfläche des Datensatzes zwischen den Hintergrund- und

Abtastpunktmenge	Modus	Thinrad	Gamma	A4	B4	B2
klein ($n_{AP} \approx 100$)	4	25	0.2	102	105	104
groß ($n_{AP} \approx 700$)	4	10	0.2	708	673	689
sehr groß ($n_{AP} \approx 1000$)	4	10	0.4	1055	1006	–

Tabelle 5.5: Triangulierungsparameter für drei verschiedene Abtastpunktmengen (klein, groß und sehr groß) mit dem Algorithmus von Krahnstöver und Lorenz (1999). Modus 4 ('CURV_FINE') bedeutet, dass der Triangulierungsradius sich der Krümmung des Datensatzes anpasst. 'Thinrad' ist der maximale Verdünnungsradius, dessen Quadrat invers proportional zu der Dichte der Abtastpunkte ist. 'Gamma' ist ein Maß für die lokale Anpassung des Verdünnungsradii an die Krümmung des Datensatzes. Mit zunehmenden Werten von 'Gamma' erhält man kleinere Radii als 'Thinrad'. Die letzten drei Spalten zeigen die berechneten Anzahlen der Abtastpunkte für die verschiedenen Abtastpunktmengen. Für den Datensatz **B2** sind nur die kleine und die große Abtastpunktmenge berechnet worden.

Objektbildelementen liegt und der Triangulierer ebenfalls die Triangulierungspunkte auf der Oberfläche, d.h. an Zwischenvolumenelementpositionen, berechnet. So kommen bei der Registrierung korrespondierende Bereiche (die Flächenlandmarken) genau zu Deckung. Außerdem ist die Distanzfunktion vorzeichenbehaftet: Volumenelemente im Bild, die innerhalb des Objektes liegen, werden mit einem negativen Distanzwert zur Oberfläche angegeben, während Volumenelemente, die außerhalb des Objektes liegen, mit einem positiven Distanzwert versehen werden. Dadurch kann die gesamte Distanzfunktion mit einem Gaußfilter geglättet werden, um die Stufigkeit zu reduzieren. Für alle folgenden Experimente wird eine Glättung mit $\sigma = 1.0$ verwendet. Bei der Berechnung der Distanz und der Gradienten der Distanzfunktion bleibt das Vorzeichen unberücksichtigt.

In dem (segmentierten) Datensatz **A4** treten im Gegensatz zu den Datensätzen **B4** und **B2** Löcher auf, d.h. Volumenelemente mit dem Wert 0 finden sich im linken und rechten Processi. Dieses führt zu Problemen während der elastischen Registrierung, weil die Distanzfunktion von einem geschlossenen Objekt ausgeht und dann fehlerhaft berechnet wird. Der Datensatz wird korrigiert, indem die Löcher mit 1 gefüllt werden und im Folgenden dann nur noch der korrigierte Datensatz als Datensatz **A4** verwendet wird.

In den Abb. 5.30 - 5.35 werden die Datensätze **A4**, **B4** und **B2** von oben und von der Seite mit der Software VTK (The Visualization Toolkit, Schroeder *et al.* (1996, 1998)) visualisiert. Zusätzlich sind Triangulierungspunkte eingezeichnet, die als Abtastpunkte für den Registrierungsalgorithmus gebraucht werden. Aus Darstellungsgründen sind die Datensätze vor der Visualisierung mit einem Gaußfilter geglättet worden ($\sigma = 1.25$). Deshalb scheint es, dass einige Abtastpunkte durch diesen Glättungseffekt nicht direkt auf der Oberfläche liegen.

Im Folgenden werden Registrierungen unter Verwendung der Wirbeldatensätze im Detail beschrieben.

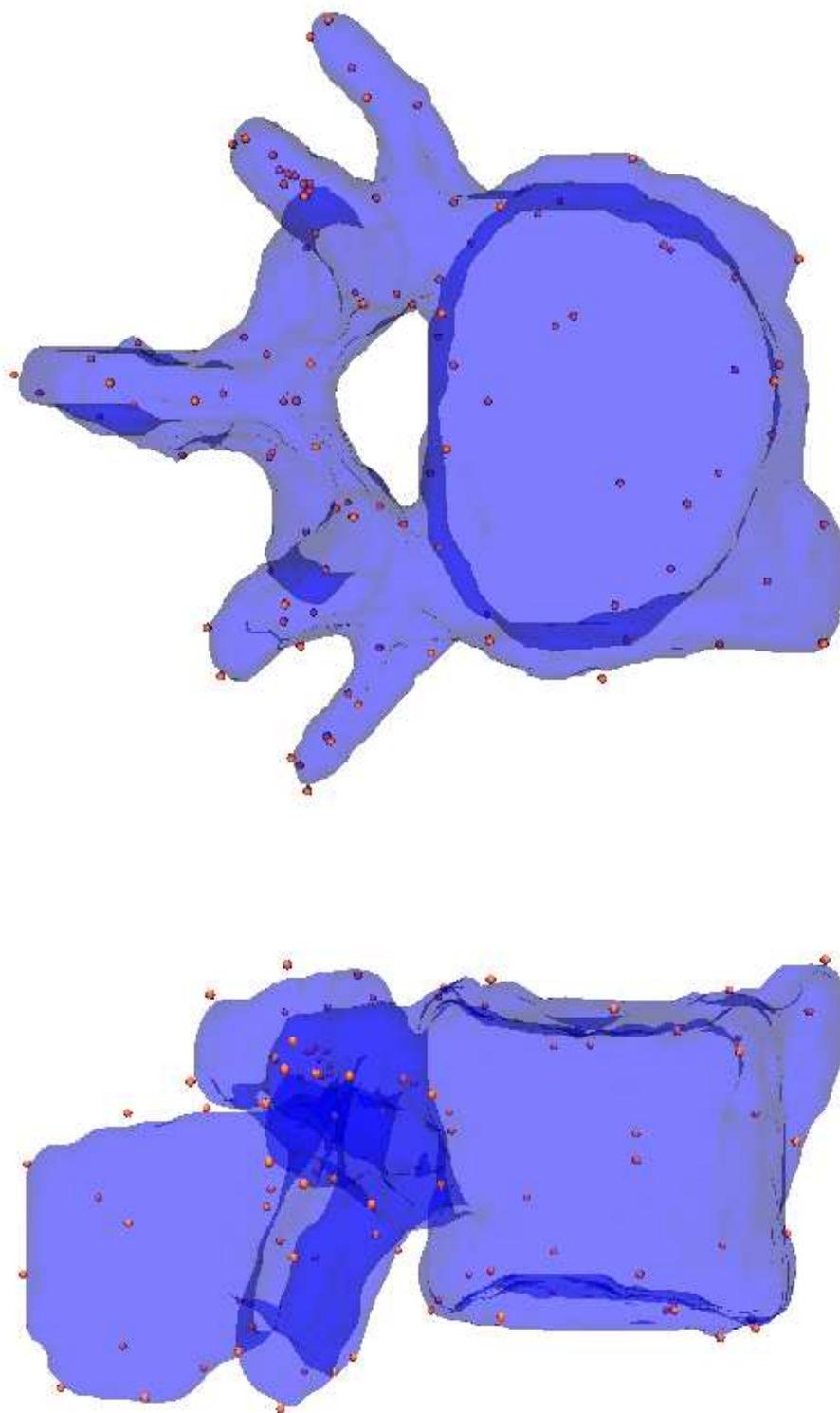


Abbildung 5.30: Datensatz **A4** mit 102 Abtastpunkten auf der Oberfläche, Ansicht von oben (oben) und von der Seite (unten).

(Erfolgt der Ausdruck in Farbe, so ist dieser Datensatz immer in blau dargestellt.)

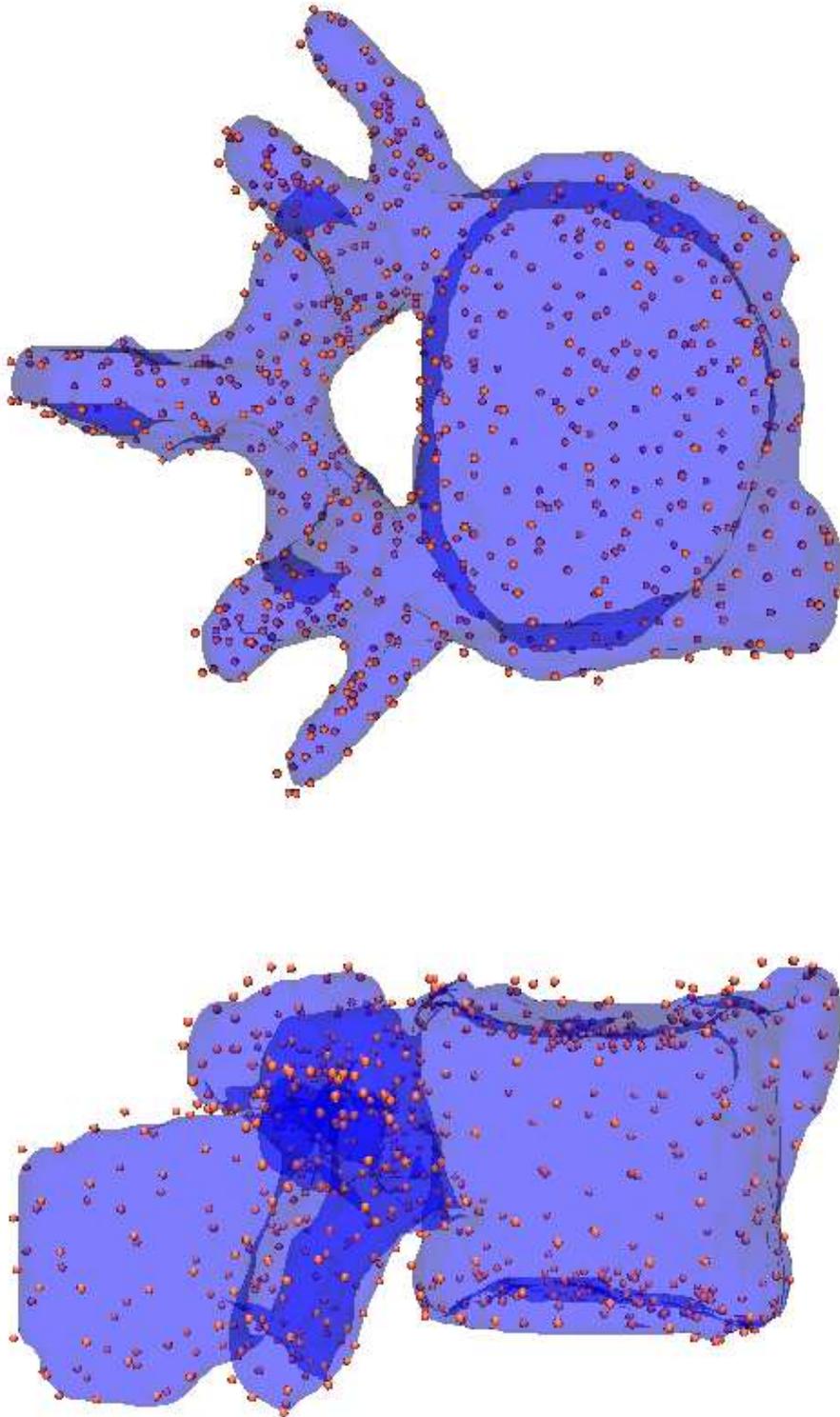


Abbildung 5.31: Datensatz **A4** mit 708 Abtastpunkten auf der Oberfläche, Ansicht von oben (oben) und von der Seite (unten).

(Erfolgt der Ausdruck in Farbe, so ist dieser Datensatz immer in blau dargestellt.)

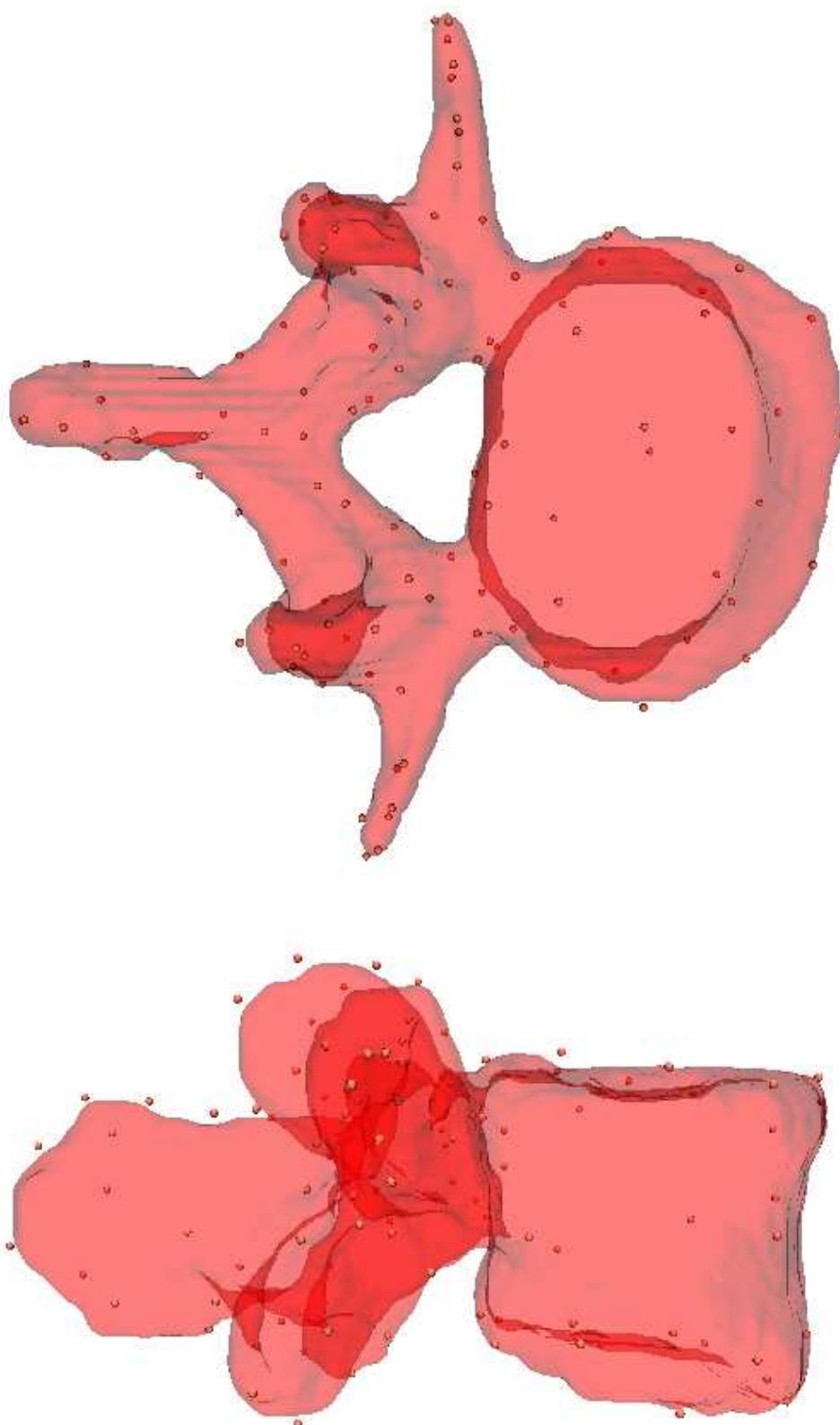


Abbildung 5.32: Datensatz **B4** mit 105 Abtastpunkten auf der Oberfläche, Ansicht von oben (oben) und von der Seite (unten).

(Erfolgt der Ausdruck in Farbe, so ist dieser Datensatz immer in rot dargestellt.)

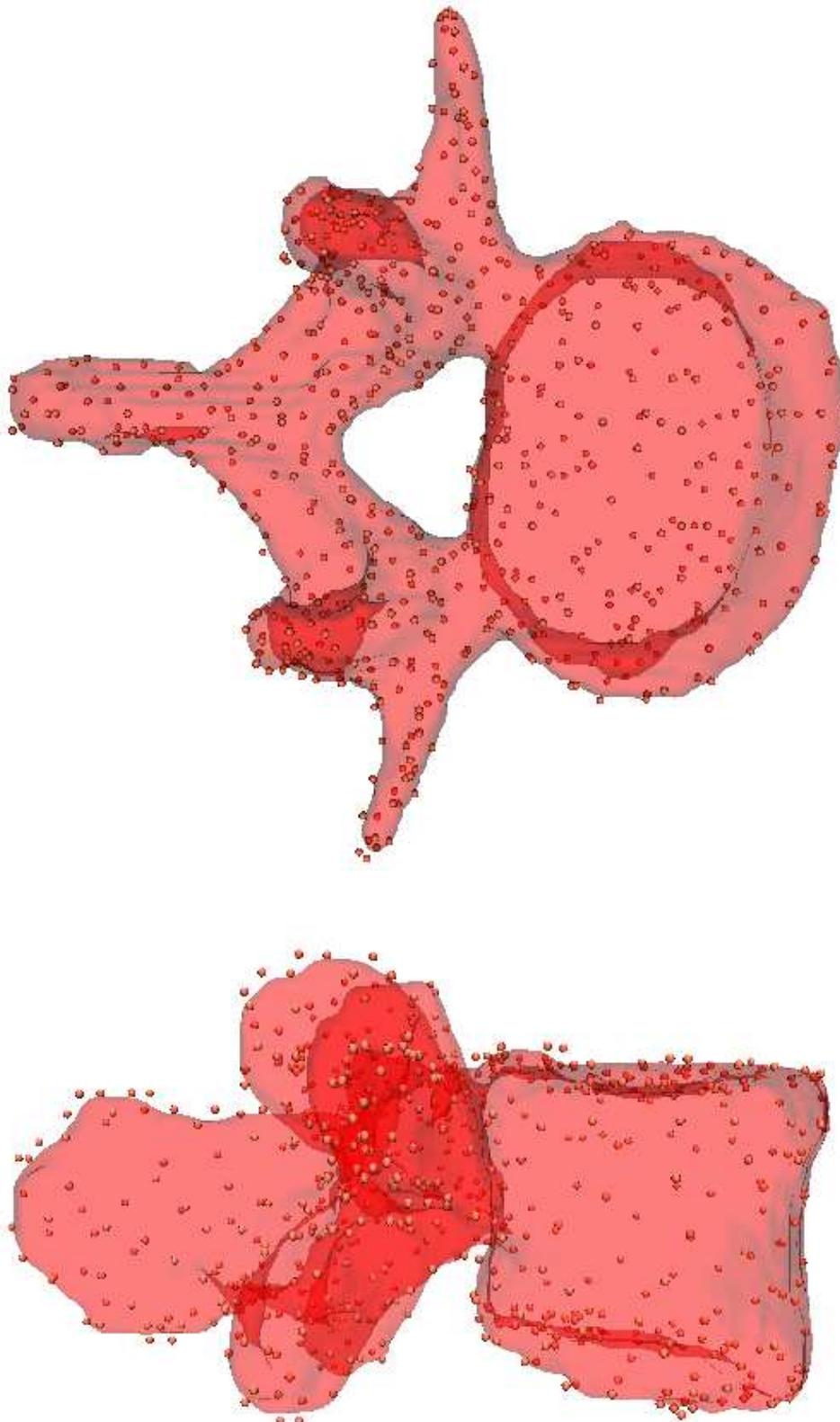


Abbildung 5.33: Datensatz **B4** mit 673 Abtastpunkten auf der Oberfläche, Ansicht von oben (oben) und von der Seite (unten).

(Erfolgt der Ausdruck in Farbe, so ist dieser Datensatz immer in rot dargestellt.)

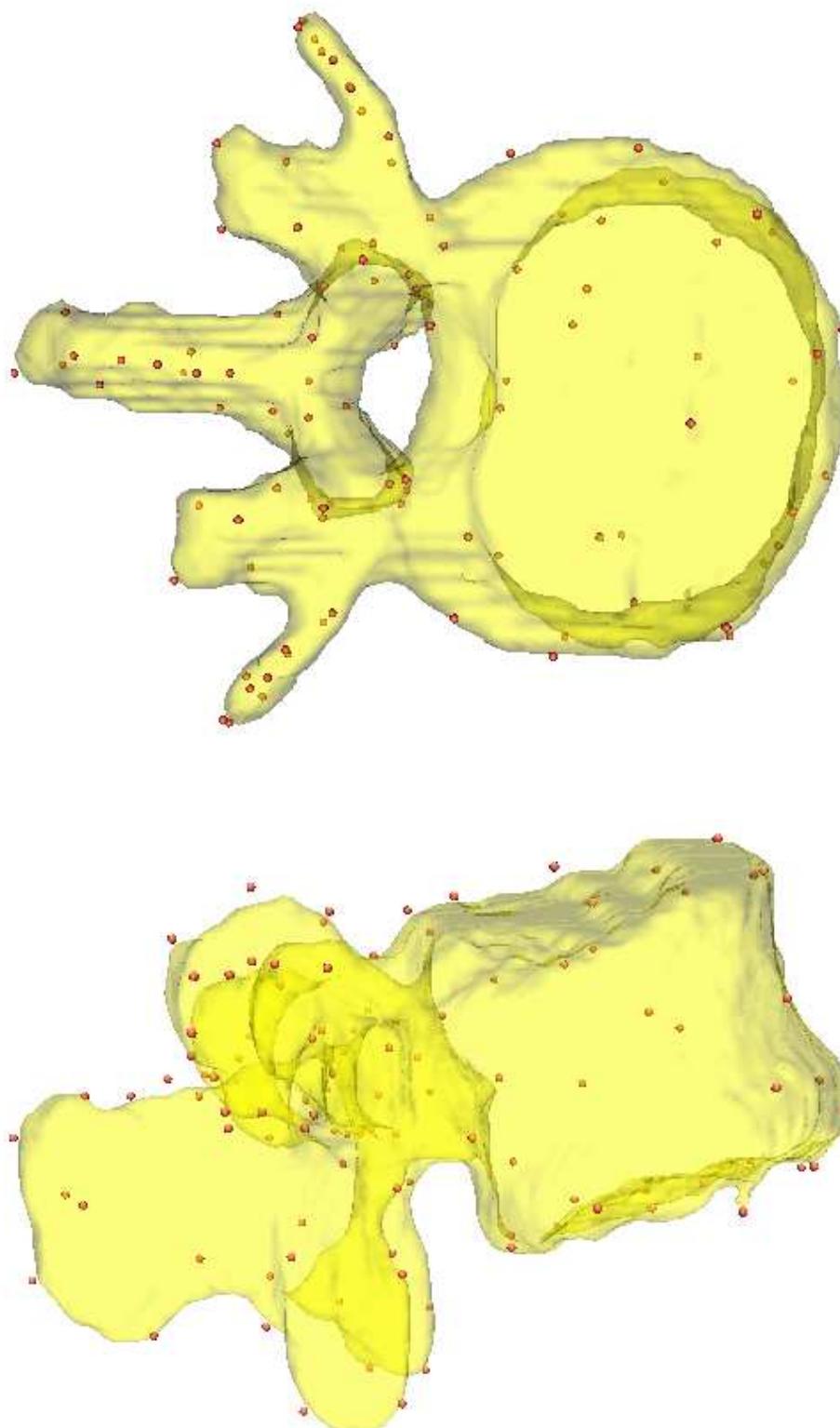


Abbildung 5.34: Datensatz **B2** mit 104 Abtastpunkten auf der Oberfläche, Ansicht von oben (oben) und von der Seite (unten).

(Erfolgt der Ausdruck in Farbe, so ist dieser Datensatz immer in gelb dargestellt.)

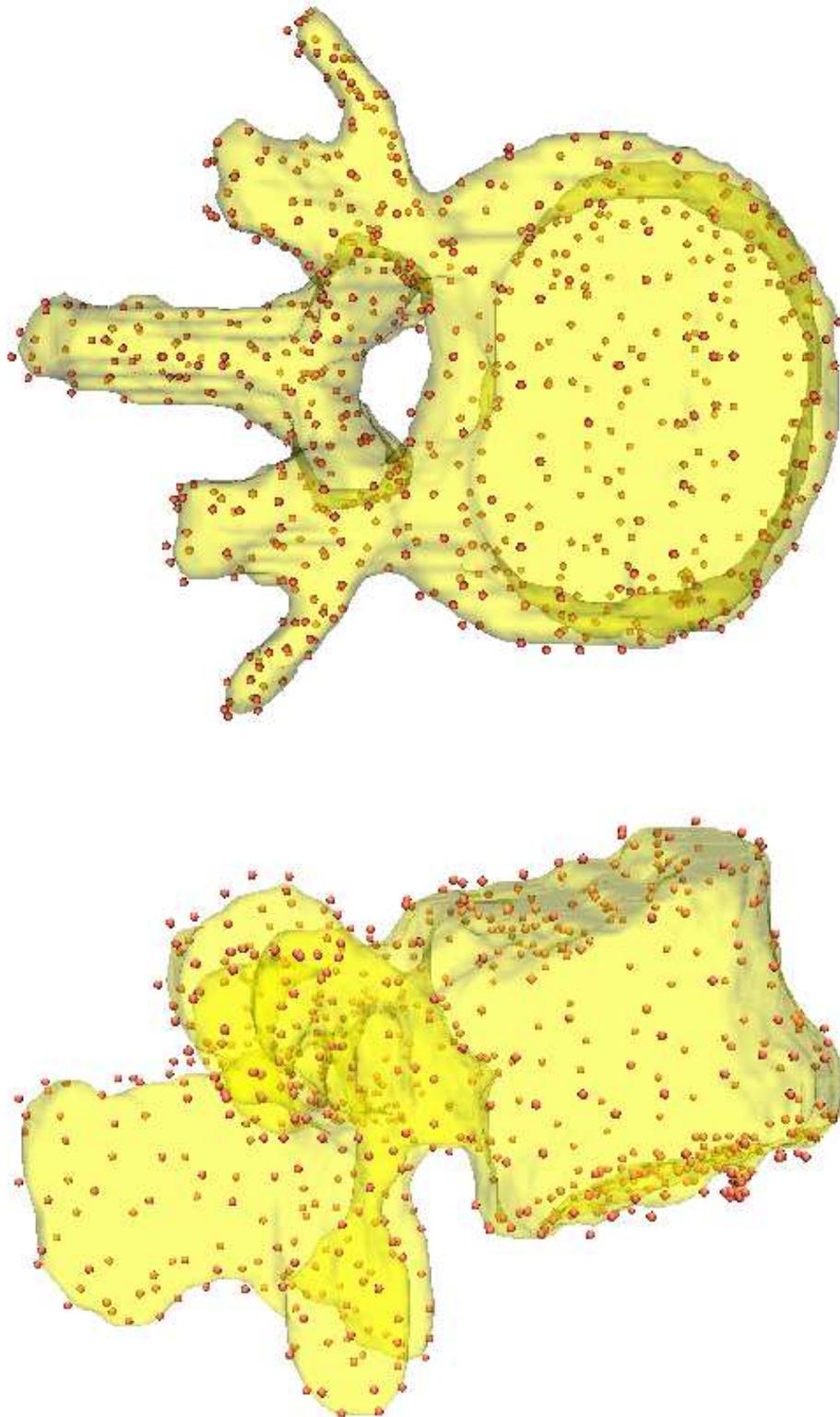


Abbildung 5.35: Datensatz **B2** mit 689 Abtastpunkten auf der Oberfläche, Ansicht von oben (oben) und von der Seite (unten).

(Erfolgt der Ausdruck in Farbe, so ist dieser Datensatz immer in gelb dargestellt.)

In dem *ersten Experiment* mit den 3D-Wirbeldaten werden anatomisch korrespondierende Wirbel verschiedener Patienten registriert (engl. *inter-patient registration*). Dazu werden der vierte Lendenwirbel der Patienten A und B, d.h. die Datensätze **A4** und **B4** verwendet, wobei der Datensatz **A4** immer der Zieldatensatz ist. Die Abb. 5.36 stellt beide Datensätze in der jeweiligen Originalposition (ohne Verwendung einer Transformation) überlagert dar.

Für die elastische Registrierung ist es vorteilhaft, dass die Datensätze affin vorregistriert sind, weil dieses i) die Wahrscheinlichkeit erhöht, dass die Quelllandmarke im Einfangbereich der Ziellandmarke liegt, und ii) den Registrierungsvorgang an sich beschleunigt. Deshalb verwenden wir eine affine Registrierungsmethode zur groben Vorregistrierung, obwohl das neue Registrierungsverfahren eine affine Registrierung einschließt. Zur Vorregistrierung (Translation, Rotation und Skalierung) wird die Momentenmethode verwendet, die die Trägheitsmomente und die Hauptträgheitsachsen in beiden Bildern berechnet. Dabei entspricht der Grauwert der Bilder dem Gewicht in der Momentenmethode. Eine detaillierte Beschreibung dieser Methode findet sich z.B. in der Arbeit von Alpert *et al.* (1990). Die Momentenmethode ist z.B. auch als Vorverarbeitungsschritt für die Registrierung in Collins *et al.* (1994) angewendet worden, und eine Untersuchung dieser Methode für medizinische Bilder wurde im Rahmen des Projektes IMAGINE von Skusa (1997) durchgeführt. Nachdem die Momente und die Hauptträgheitsachsen berechnet worden sind, wird das Quellbild sowohl so verschoben, dass die Schwerpunkte beider Bilder aufeinander liegen, als auch so rotiert, dass die Hauptträgheitsachsen zusammenfallen. Zusätzlich zu der Translation und Rotation wird das Quellbild in jede Richtung der Hauptträgheitsachsen so skaliert, dass die Hauptträgheitsmomente in beiden Bildern gleich groß sind. Diese Methode ist schnell und erzielt eine gute grobe Übereinstimmung, wenn die Objekte in beiden Bildern von ähnlicher Form und nicht rotationsinvariant sind. Diese Vorregistrierung ist dann ein guter Ausgangspunkt für die anschließende elastische Registrierung. Der Datensatz **B4** ist durch diese Methode affin in den Datensatz **B4'** transformiert worden. Abb. 5.37 zeigt die überlagerten Datensätze **A4** und **B4'**.

Nachdem die Datensätze durch die Momentenmethode grob vorregistriert worden sind, werden auch die Abtastpunkte auf der Oberfläche von **B4** entsprechend der berechneten affinen Transformation verschoben, so dass sie auf der Oberfläche von **B4'** liegen. Die Oberfläche von **A4** dient als Zielflächenlandmarke, von ihr wird eine Distanzfunktion berechnet. Die Oberfläche von **B4'** dient jetzt als Quellflächenlandmarke. Die Abtastpunkte auf der Oberfläche von **B4'** sind zusammen mit der Distanzfunktion von **A4** die Eingaben für das neue elastische Registrierungsverfahren. Die Anfangs- und Enditerationswerte sind in Tab. 5.6 dokumentiert, das Registrierungsergebnis ist in Abb. 5.38 gezeigt. Für dieses Experiment sind die kleine Abtastpunktmenge ($n_{AB} = 105$) mit folgenden Parametern verwendet worden: $\lambda_{\text{start}} = 300$, Abnahme in jedem Iterationsschritt $\nu = 25\%$, $\lambda_{\text{end}} = 0.1$. Das Abbruchkriterium für das Ende der Iteration wurde als Differenz zweier aufeinanderfolgender Werte von h kleiner als 0.001 gewählt. λ_{start} ist hier kleiner gewählt, weil die Bilddimension in einer Länge auch kleiner als in den 2D-Bildern ist.

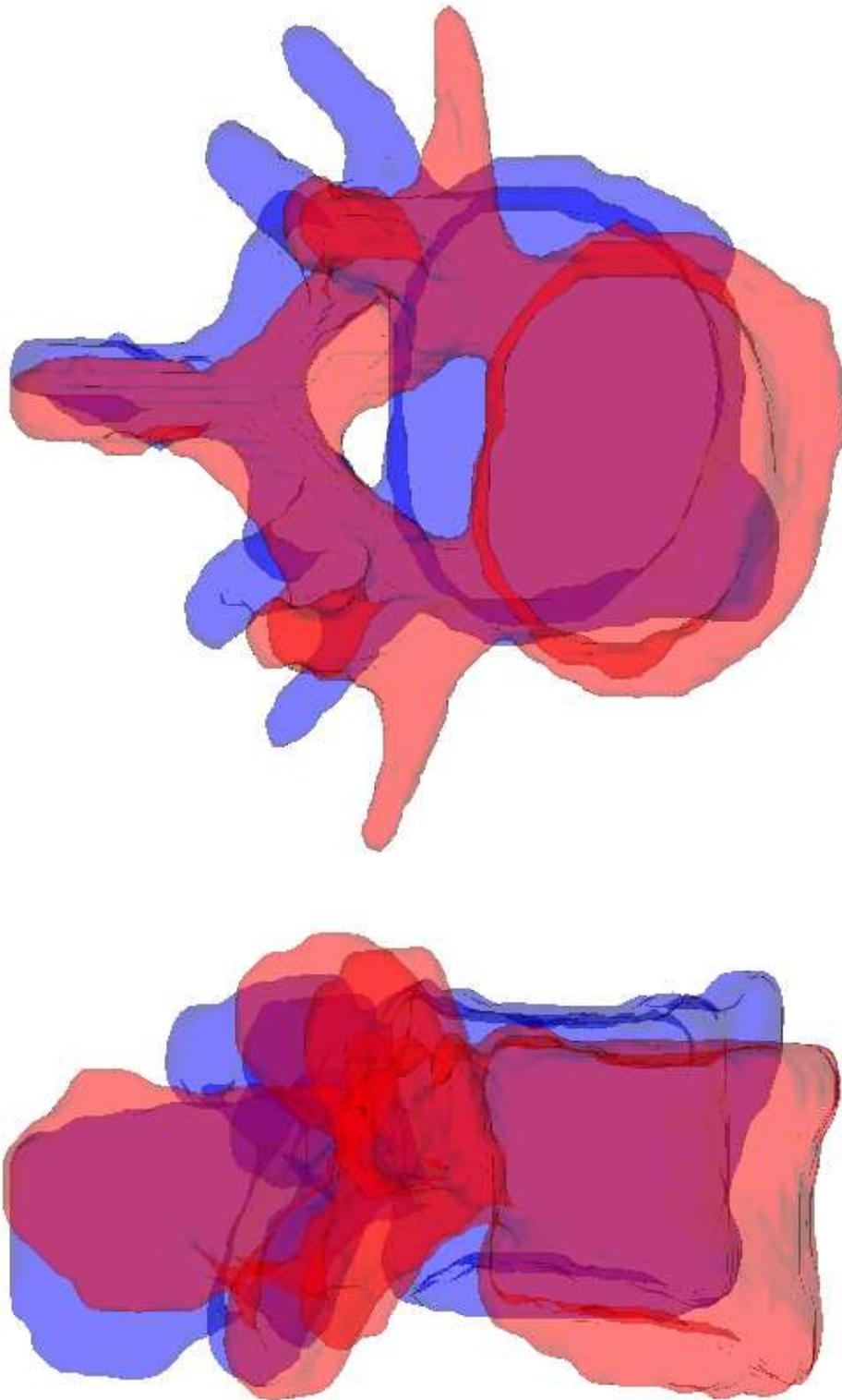


Abbildung 5.36: Original Datensätze A4 und B4 überlagert dargestellt.

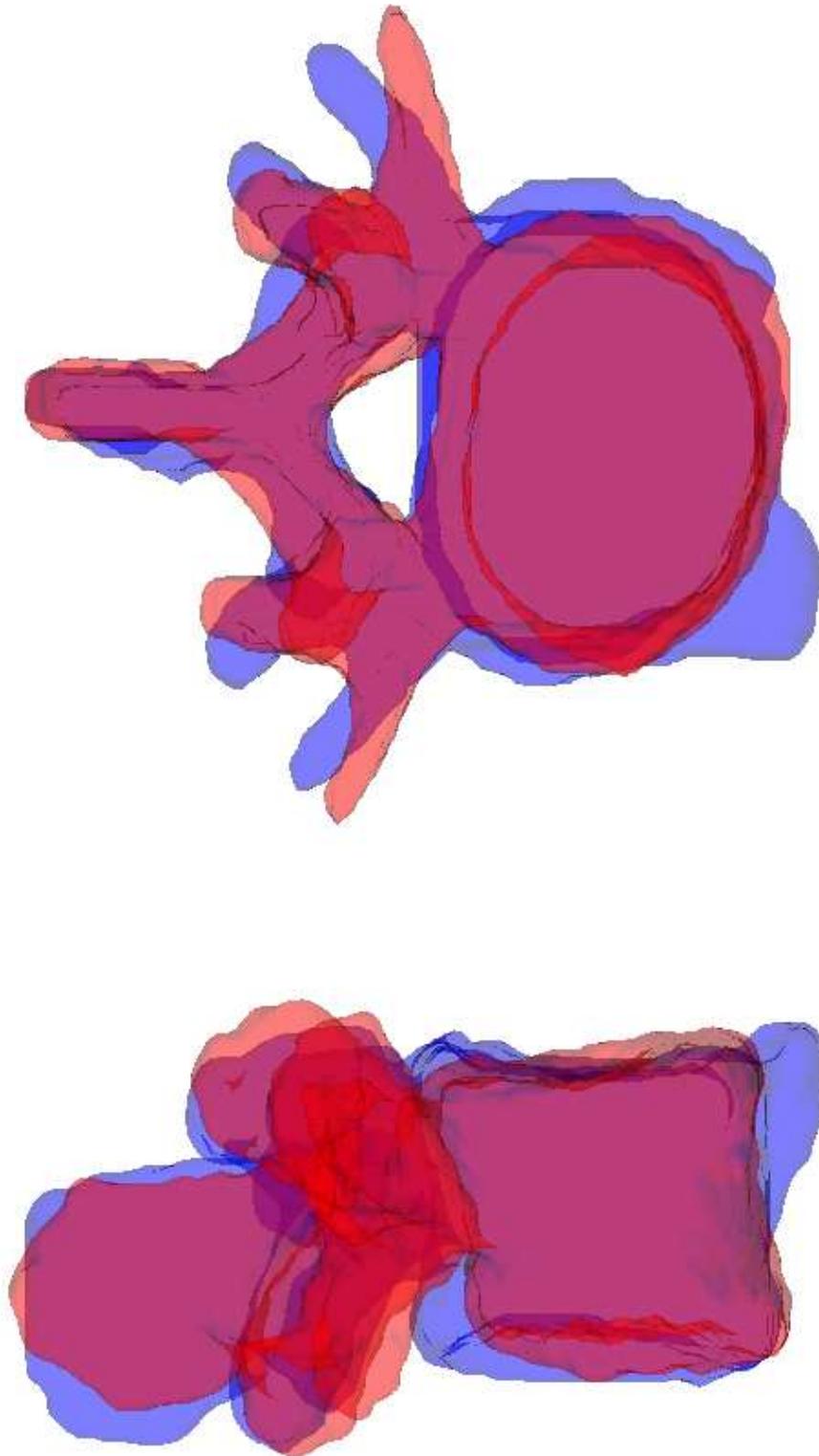


Abbildung 5.37: Registrierung von **B4** und **A4** durch Momente (Translation, Rotation und Skalierung).

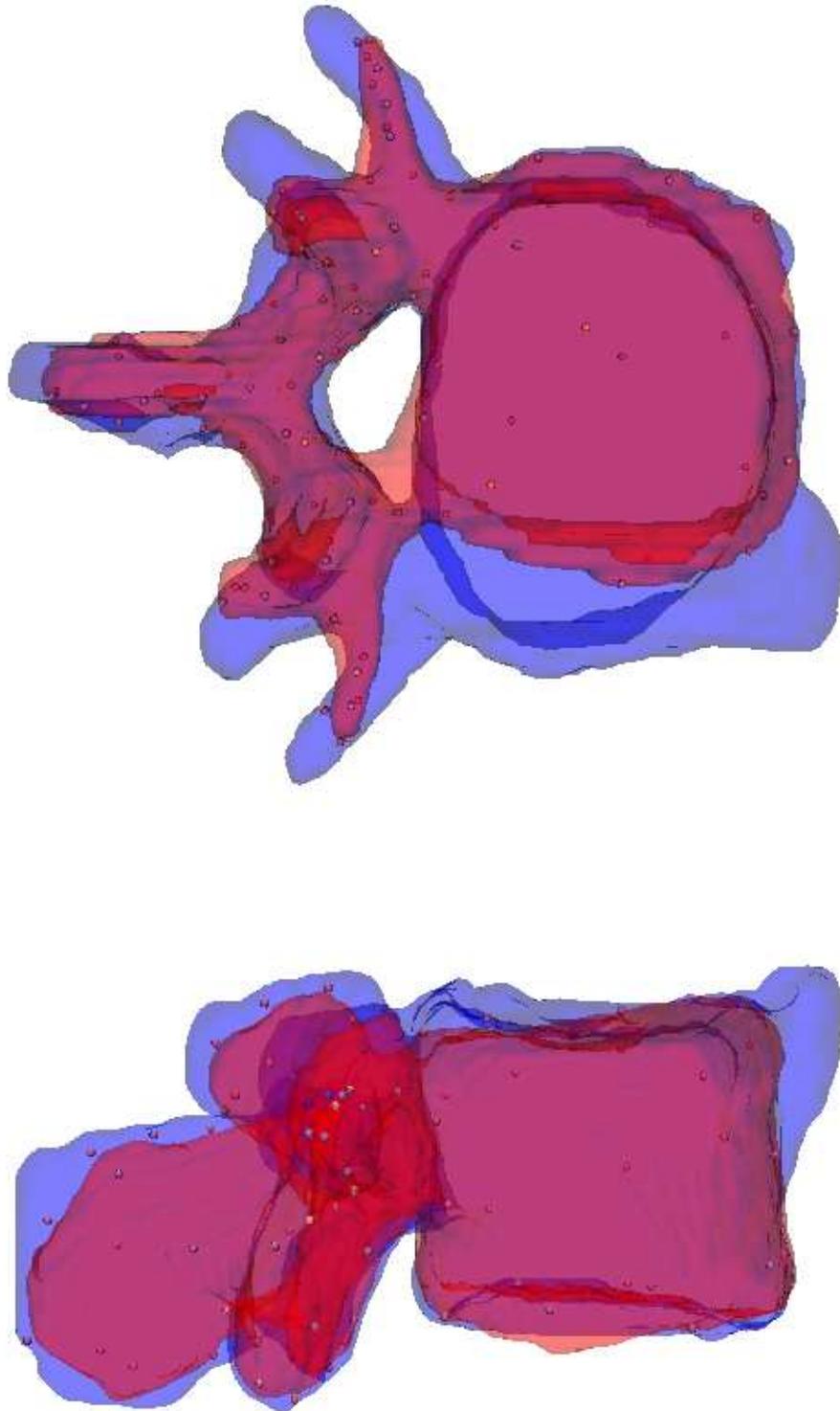


Abbildung 5.38: Ergebnis der elastischen Registrierung bei Verwendung der kleinen Abtastpunktmenge. Quell- und Zielbild sind in Abb. 5.37 gezeigt.

Punktmenge	n_{AP}		$\sqrt{\bar{d}^2}$	d_{max}	E	λ	h	i	$t_i + t_t$
klein	105	Start	3.39	9.86	0.00	300.0	11.47	60	8+2 Min.
		Ende	0.28	0.76	0.54	0.1	0.13	(31)	

Tabelle 5.6: Parameter und Ergebnisse der elastischen Registrierung von **B4'** nach **A4**. n_{AP} ist die Anzahl der Abtastpunkte, $\sqrt{\bar{d}^2}$ ist die Wurzel aus dem mittleren quadratischen Abstand der Abtastpunkte zur Zielfläche, d_{max} ist der maximale Abstand zur Zielfläche, E ist der Wert für die Biegeenergie, λ ist der Gewichtungparameter, h ist der Wert der Zielfunktion ($h = \bar{d}^2 + \lambda * E$), i ist die Anzahl die Gesamtberechnungen von h , wobei der Wert in den Klammern die Anzahl der Iterationsschritte angibt, die zu einem kleineren Wert von h führen, t_i ist die Gesamtberechnungszeit der Iteration, t_t ist die Zeit, die gebraucht wird, das gesamte Quellbild zu transformieren.

Abb. 5.38 (oben) zeigt, dass die Registrierung fehlschlägt. Unten im Bild wird ein Teil der Wirbeloberfläche fehlregistriert, d.h. Abtastpunkte sind auf einen nicht korrespondierenden Teil der Ziellandmarke iteriert. Die Gründe dafür sind, dass i) zu wenige Abtastpunkte auf der Oberfläche von **B4'** spezifiziert worden sind und dass ii) die Anfangspositionen dieser Abtastpunkte nicht im Einfangbereich der Zielflächenlandmarke von **A4** liegen. Als eine Lösung könnte die Anzahl der Abtastpunkte erhöht werden, was auch im Folgenden geschieht, oder die Startpositionen der Abtastpunkte könnten z.B. durch Projektion auf die Ziellandmarke von **A4** verbessert werden. Andere Bereiche sind besser an den Zieldatensatz angepaßt, wenn man das Ergebnis mit der Momentenmethode vergleicht (siehe Abb. 5.37), d.h. Oberflächen, die sich schon vor der Registrierung in der Nähe des Zielbildes befunden haben, werden durch die Registrierung gut angepaßt. Bei Strukturen am äußeren Ende des Objektes, z.B. bei den Processi, schlägt die Registrierung fehl.

Das Experiment wird mit der großen Anzahl an Abtastpunkten wiederholt, wobei wir alle anderen Parameter unverändert lassen. In Tab. 5.7 sind die Registrierungsparameter und Iterationsergebnisse gezeigt.

Punktmenge	n_{AP}		$\sqrt{\bar{d}^2}$	d_{max}	E	λ	h	i	$t_i + t_t$
groß	673	Start	2.78	9.86	0.00	300.0	7.75	52	171+16 Min.
		Ende	0.66	1.90	1.60	0.1	0.59	(31)	

Tabelle 5.7: Parameter und Ergebnisse der elastischen Registrierung von **B4'** nach **A4**. Größen wie in Tab. 5.6, aber bei Verwendung der großen Abtastpunktmenge.

Bei Verwendung der großen Abtastpunktmenge ($n_{AP} = 673$) verbessert sich das Registrierungsergebnis wie in Abb. 5.39 dargestellt. Bei Betrachtung der Seitenansichten in den Abb. 5.38 und 5.39 erkennt man, dass die registrierte Quelloberfläche dichter an der Zielloberfläche im Vergleich zu dem Ergebnis mit der kleinen Abtastpunktmenge ($n_{AP} = 105$) liegt. Vergleicht man auch die Ansichten von oben, so ist auch hier das Registrierungsergebnis verbessert worden, d.h. es gibt weniger Oberflächenfehlregistrierungen. Jedoch ist das Ergebnis

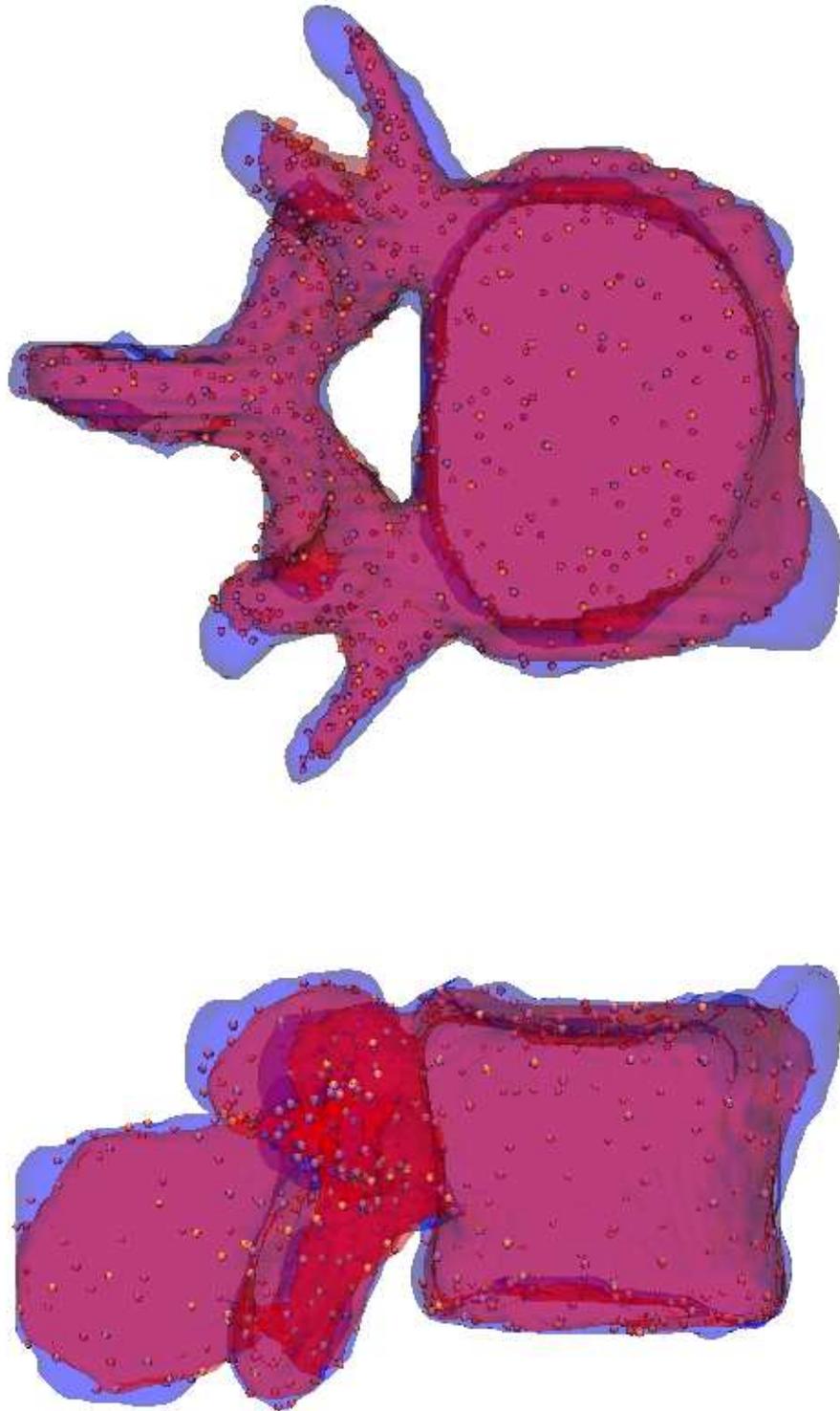


Abbildung 5.39: Wie Abb. 5.38, aber bei Verwendung der großen Abtastpunktmenge.

an den Spitzen der Processi nicht besser geworden. Die Gesamtregistrierungszeit hat sich allerdings von 10 Minuten auf 187 Minuten erhöht (berechnet mit einer SUN SPARC Ultra 2, 300 MHz).

Im Folgenden wird wieder der kleine Satz von Abtastpunkten verwendet, aber zusammen mit dem erweiterten Verfahren unter Einbeziehung der inversen Transformation. Die Iterationsparameter sind: $\lambda_{\text{start}} = 300.0$, $\nu = 25\%$, $\lambda_{\text{inv_start}} = 10.0$, $\lambda_{\text{end}} = 0.1$. Die Wahl von $\lambda_{\text{inv_start}}$ liegt wieder in dem Bereich der fleckenförmigen Registrierung (siehe Abschnitt 5.2.4). Die Iterationsergebnisse sind in Tab. 5.8 zusammengestellt, und das Registrierungsergebnis ist in Abb. 5.40 gezeigt.

Punktmenge	n_{AP}		$\sqrt{d^2}$	d_{max}	E	λ	h	i	$t_i + t_t$
klein	105	Start	3.39	9.86	0.00	300.0	11.47	47 (36)	17+4 Min.
	207	Start_Inv	3.30	13.98	0.05	9.50	11.36		
		Ende_Inv	0.62	1.76	2.32	0.12	0.68		
		Ende	0.44	1.21	1.01	0.1	0.29		

Tabelle 5.8: Parameter und Ergebnisse der elastischen Registrierung unter Einbeziehung der inversen Transformation von **B4'** nach **A4** und Verwendung der kleinen Abtastpunktmenge. Für eine Erklärung der Parameter siehe Tab. 5.6. Man beachte, dass die Energie E und damit die Biegung der Transformation zunimmt, bis λ_{end} erreicht wird. Dann wird die Einbeziehung der inversen Transformation wieder abgeschaltet, und die Abtastpunkte können auf und in der direkten Umgebung zur Zielflächenlandmarke relaxieren. Damit nimmt die Biegeenergie wieder ab, während die variierenden Abtastpunkte trotzdem in der direkten Nähe zur Zielflächenlandmarke bleiben.

Das Registrierungsergebnis in Abb. 5.40 hat sich gegenüber dem Ergebnis ohne Einbeziehung der inversen Transformation in Abb. 5.38 signifikant verbessert. Die Processi Transversi auf beiden Seiten werden zwar schon bis in die Spitzen aufeinander abgebildet, jedoch fehlt die detaillierte Formanpassung der Quell- an die Ziellandmarke. Die Anzahl der Abtastpunkte für eine ausreichende Registrierung an den Processi ist noch zu klein.

Die langen Zeiten zur Berechnung des Registrierungsergebnisses lassen sich zum einen durch ständig sich verbessernde Hardware und zum anderen durch Optimierungen und Parallelisierungen der Verfahren erreichen, wie sie beispielhaft in Bolten *et al.* (2005) vorgestellt werden. Dort werden einzelne Iterationen des Verfahrens bei Anwendung auf 3D-Bilder mit 511^3 Bildelementen in weniger als einer Sekunde gelöst.

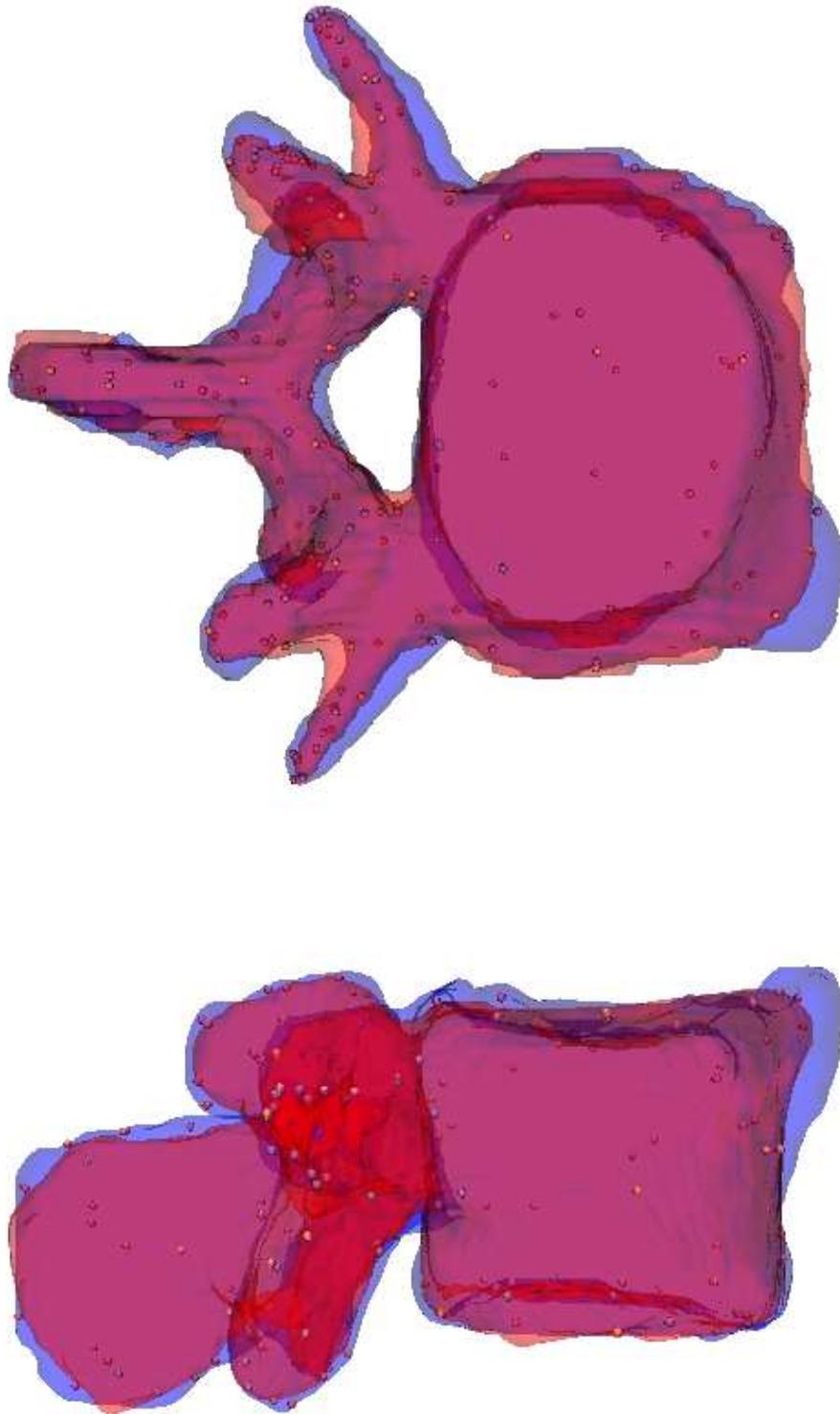


Abbildung 5.40: Ergebnis der elastischen Registrierung unter Einbeziehung der inversen Transformation bei Verwendung der kleinen Abtastpunktmenge. Quell- und Zielbild sind in Abb. 5.37 gezeigt.

Tab. 5.9 und Abb. 5.41 zeigen die Parameterwerte bzw. das Registrierungsergebnis mit dem erweiterten Registrierungsverfahren und der großen Abtastpunktmenge.

Punktmenge	n_{AP}		$\sqrt{d^2}$	d_{max}	E	λ	h	i	$t_i + t_t$
groß	673	Start	2.78	9.86	0.00	300.0	7.75	44 (36)	391+33 Min.
	1370	Start_Inv	2.12	8.61	0.04	9.50	4.89		
		Ende_Inv	1.09	3.72	2.83	0.12	1.54		
		Ende	0.67	2.63	1.64	0.1	0.61		

Tabelle 5.9: Parameter und Ergebnisse der elastischen Registrierung unter Einbeziehung der inversen Transformation von $\mathbf{B4}'$ nach $\mathbf{A4}$ und Verwendung der großen Abtastpunktmenge. Für eine Erklärung der Parameter siehe Tab. 5.6 und 5.8.

Im Vergleich zu Abb. 5.40 hat sich das Registrierungsergebnis wieder verbessert. An den Seiten der Processi Transversi bleiben aber kleine Registrierungsfehler. Die Berechnungszeit steigt von 21 Minuten auf 424 Minuten bei Berechnung auf einer SUN SPARC Ultra 2, 300 MHz.

Das Experiment wird nochmals mit der sehr großen Abtastpunktmenge wiederholt, um eine weitere Verbesserung (hier bewertet nur durch visuelle Inspektion) des Registrierungsergebnisses zu erreichen. Tab. 5.10 und Abb. 5.42 zeigen die Parameterwerte bzw. das Registrierungsergebnis mit dem erweiterten Registrierungsverfahren und der sehr großen Abtastpunktmenge.

Punktmenge	n_{AP}		$\sqrt{d^2}$	d_{max}	E	λ	h	i	$t_i + t_t$
sehr groß	1006	Start	2.89	9.86	0.00	300.0	8.37	42 (35)	1156+59 Min.
	2011	Start_Inv	2.12	9.85	0.04	9.50	4.90		
		Ende_Inv	1.10	3.62	2.62	0.12	1.54		
		Ende	0.69	2.45	1.59	0.1	0.62		

Tabelle 5.10: Parameter und Ergebnisse der elastischen Registrierung unter Einbeziehung der inversen Transformation von $\mathbf{B4}'$ nach $\mathbf{A4}$ und Verwendung der sehr großen Abtastpunktmenge. Für eine Erklärung der Parameter siehe Tab. 5.6 und 5.8.

Das Registrierungsergebnis ist nur wenig verbessert im Vergleich zu dem Ergebnis bei Verwendung der großen Abtastpunktmenge (vergleiche Abb. 5.41). Die Zunahme der Rechenzeit von ungefähr 7 auf 20 Stunden ist nicht durch die relativ geringen Verbesserungen zu rechtfertigen.

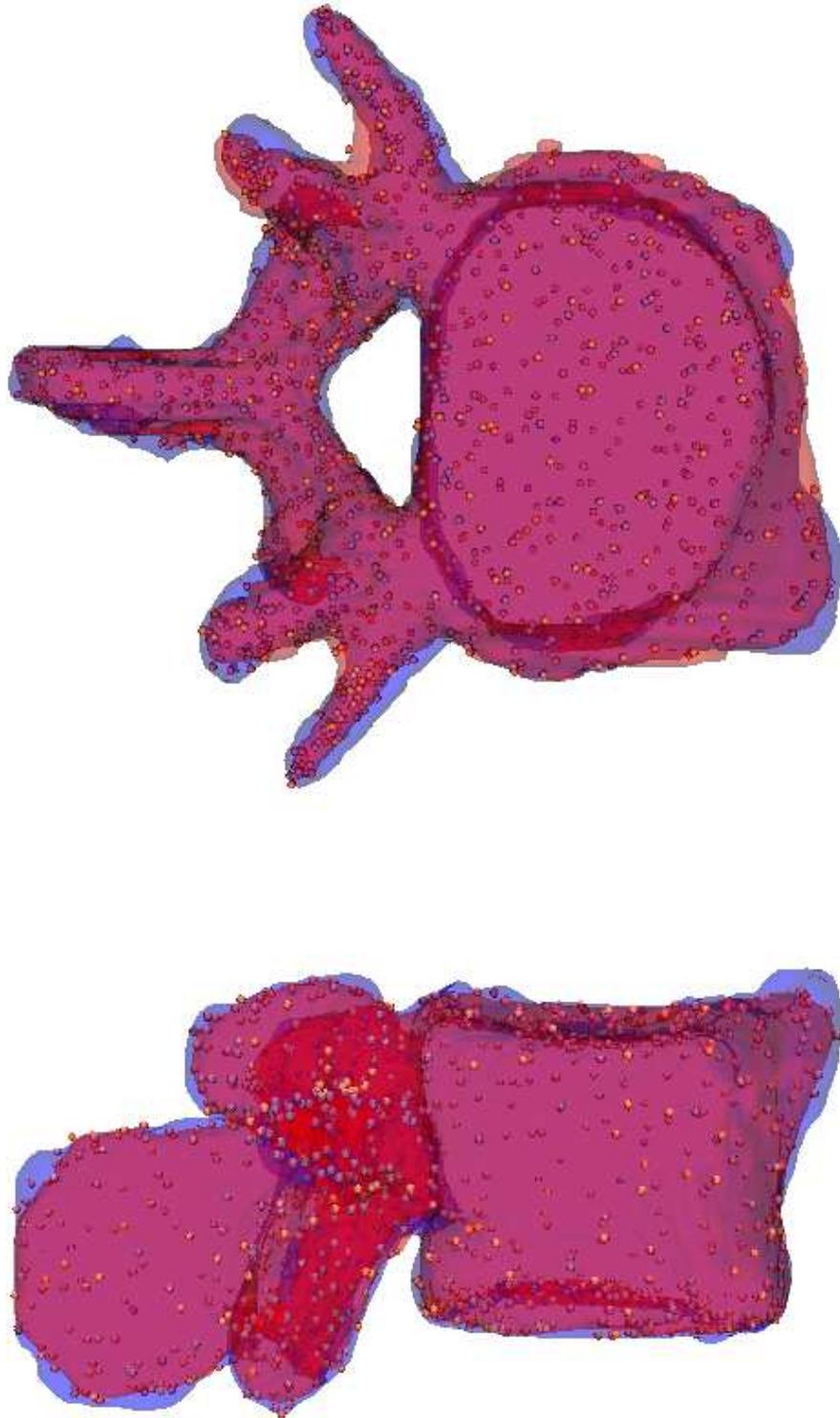


Abbildung 5.41: Wie Abb. 5.40, aber bei Verwendung der großen Abtastpunktmenge.

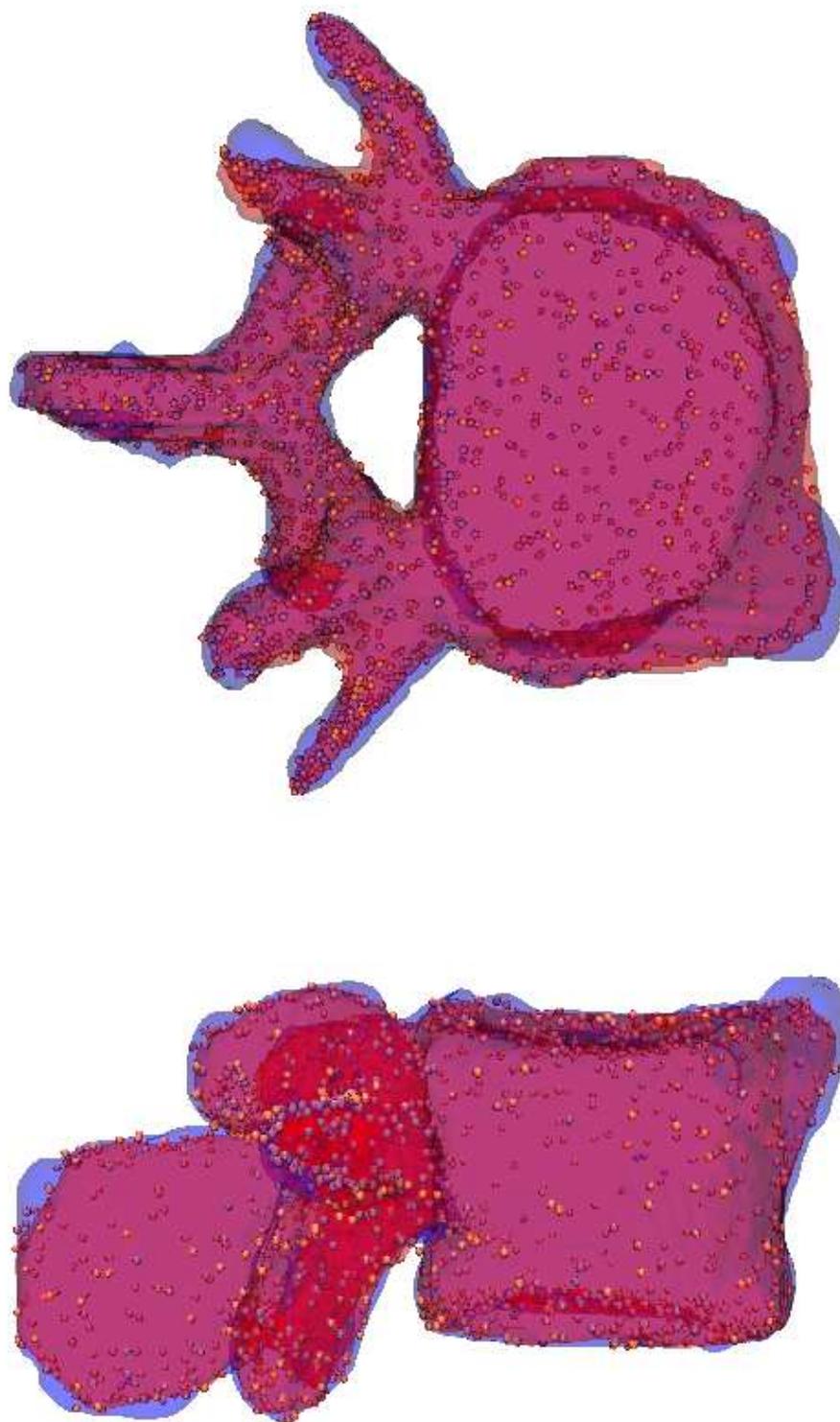


Abbildung 5.42: Wie Abb. 5.41, aber bei Verwendung der sehr großen Abtastpunktmenge.

Die Experimente, deren Ergebnisse in den Abb. 5.40, 5.41 und 5.42 dargestellt sind, zeigen, dass das erweiterte Registrierungsverfahren mit der inversen Transformation besonders die Ausbuchtungen (Processi) im Quellobjekt auf das Zielobjekt erheblich besser registriert. Dieses Verhalten entspricht den in Abschnitt 5.2.6 beschriebenen Eigenschaften. Selbst bei Verwendung der kleinen Abtastpunktmenge ($n_{AP} = 207$), wie in Abb. 5.40 dargestellt, werden die Spitzen der Processi des Quellwirbels gut auf die Spitzen des Zielwirbels registriert. Flache Bereiche der Landmarken werden besser als gekrümmte registriert. Die Zunahme der Abtastpunkte ($n_{AP} = 1370$) verbessert das Registrierungsergebnis. Eine weitere Zunahme der Abtastpunktdichte ($n_{AP} = 2011$) ist nicht empfehlenswert, weil die geringen Verbesserungen die Zunahme an Rechenzeit nicht rechtfertigen. Eine genaue Untersuchung der Registrierungsfehler an den Seiten der Processi, speziell an ihrer Rückseite, hat gezeigt, dass zu wenige Abtastpunkte an den Seiten der Processi Transversi liegen. Es wird jetzt eine Lösungsmöglichkeit dieses Problems vorgestellt.

Bisher ist in den Versuchen kein sehr gutes Registrierungsergebnis an den Seiten der Processi Transversi erreicht worden. Es hat sich gezeigt, dass dieses an der zu geringen Dichte der Abtastpunkte an den Seiten der Processi liegt, was sich dadurch ergibt, dass die Seiten flach und damit nur schwach gekrümmt sind, der Triangulierungsalgorithmus aber Punkte proportional zur Krümmung der Oberfläche generiert. Um die Anzahl der Punkte an den Seitenflächen zu erhöhen, wird die Oberfläche des Wirbels mit einem isotropen (nicht krümmungsabhängigen) Verfahren trianguliert und die so erhaltene Menge an Abtastpunkten wird mit der großen (nicht sehr großen) Abtastpunktmenge kombiniert. Dabei werden an den fünf Processi und der Delle am hinteren Teil des Wirbels zusammen sechs rechteckige Regionen bestimmt. Oberflächenpunkte innerhalb dieser Regionen werden mit dem neuen isotropen Verfahren abgetastet, während Oberflächen außerhalb mit dem krümmungsabhängigen Verfahren abgetastet werden. Die so verdichtete Abtastpunktmenge besteht aus 1563 Abtastpunkten und ist zusammen mit dem Datensatz **A4** in Abb. 5.43 gezeigt. In diesem Experiment setzen wir $\lambda_{\text{end}} = 0.01$.

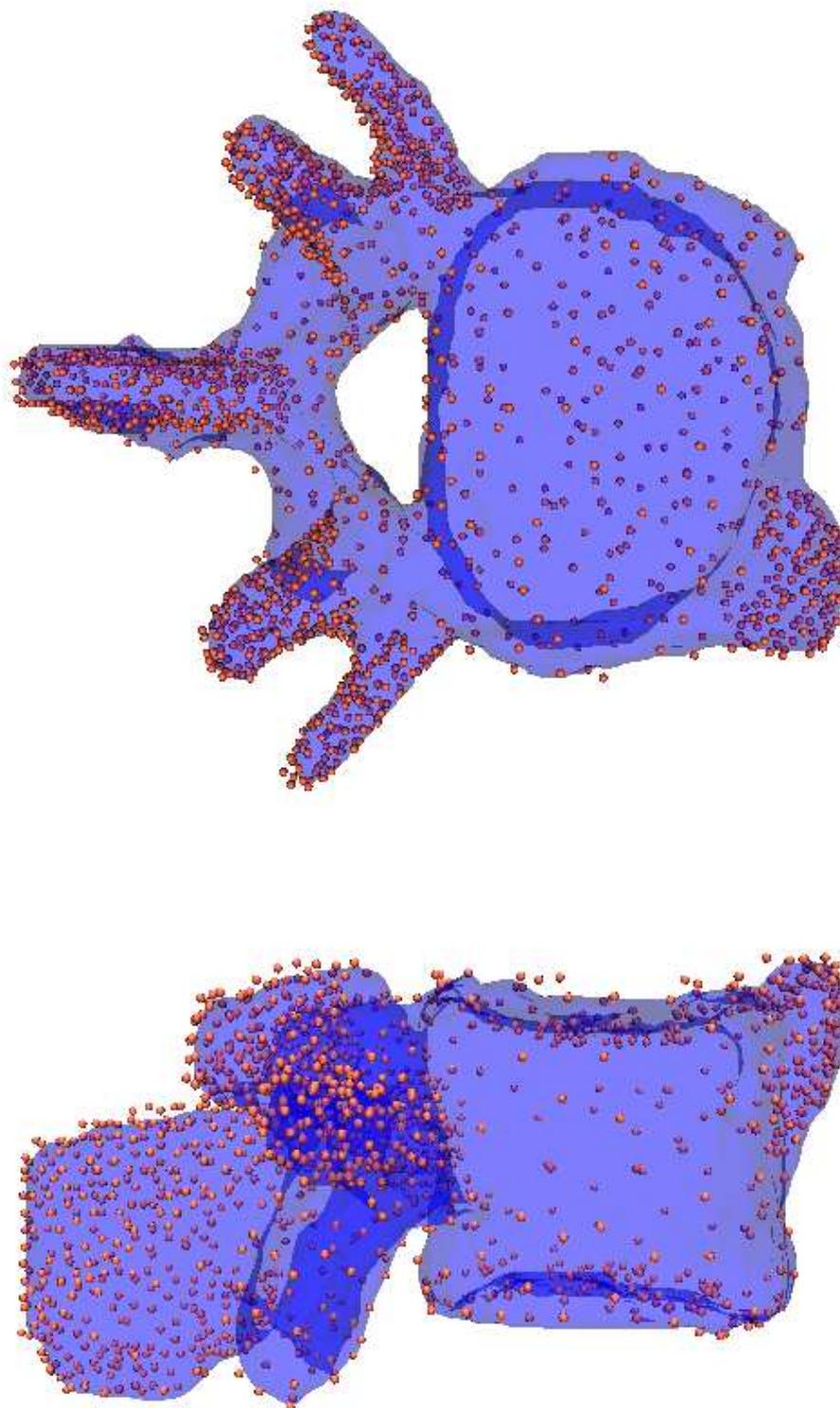


Abbildung 5.43: Datensatz **A4** mit 1563 Abtastpunkten (verdichtet) auf der Oberfläche.

Punktmenge	n_{AP}		$\sqrt{d^2}$	d_{max}	E	λ	h	i	$t_i + t_t$
verdichtet	673	Start	2.78	9.86	0.00	300.0	7.75	49 (41)	1210+62 Min.
	2183	Start_Inv	5.93	9.16	0.04	9.50	35.52		
		Ende_Inv	1.68	3.81	97.45	0.012	4.08		
		Ende	0.77	2.07	24.45	0.01	0.84		

Tabelle 5.11: Parameter und Ergebnisse der elastischen Registrierung unter Einbeziehung der inversen Transformation von $\mathbf{B4}$ nach $\mathbf{A4}$ und Verwendung der verdichteten Abtastpunktmenge. Für eine Erklärung der Parameter siehe Tab. 5.6 und 5.8. Man beachte, dass die großen Werte von $\sqrt{d^2}$ und h bei 'Start_Inv' als Folge verschieden großer individueller Gewichte σ_i in der verdichteten Punktmenge resultieren, während größere Werte von E durch den kleineren Wert $\lambda_{end} = 0.01$ gegenüber $\lambda_{end} = 0.1$ hervorgerufen werden.

Tab. 5.11 zeigt die Parameter und Abb. 5.44 und 5.45 stellen die Registrierungsergebnisse dar, wobei die erste Abbildung ein Zwischenergebnis zeigt, bei dem λ_{end} erreicht wird ('Ende_Inv'). Dieses hat damit auch eine größere Biegeenergie, weil erst direkt nach dem Erreichen von λ_{end} eine Entspannung (engl. relaxation) erlaubt wird. Das Ergebnis dokumentiert, dass mit der verdichteten Abtastmenge nach dem visuellen Eindruck die beste Registrierung erreicht wird.

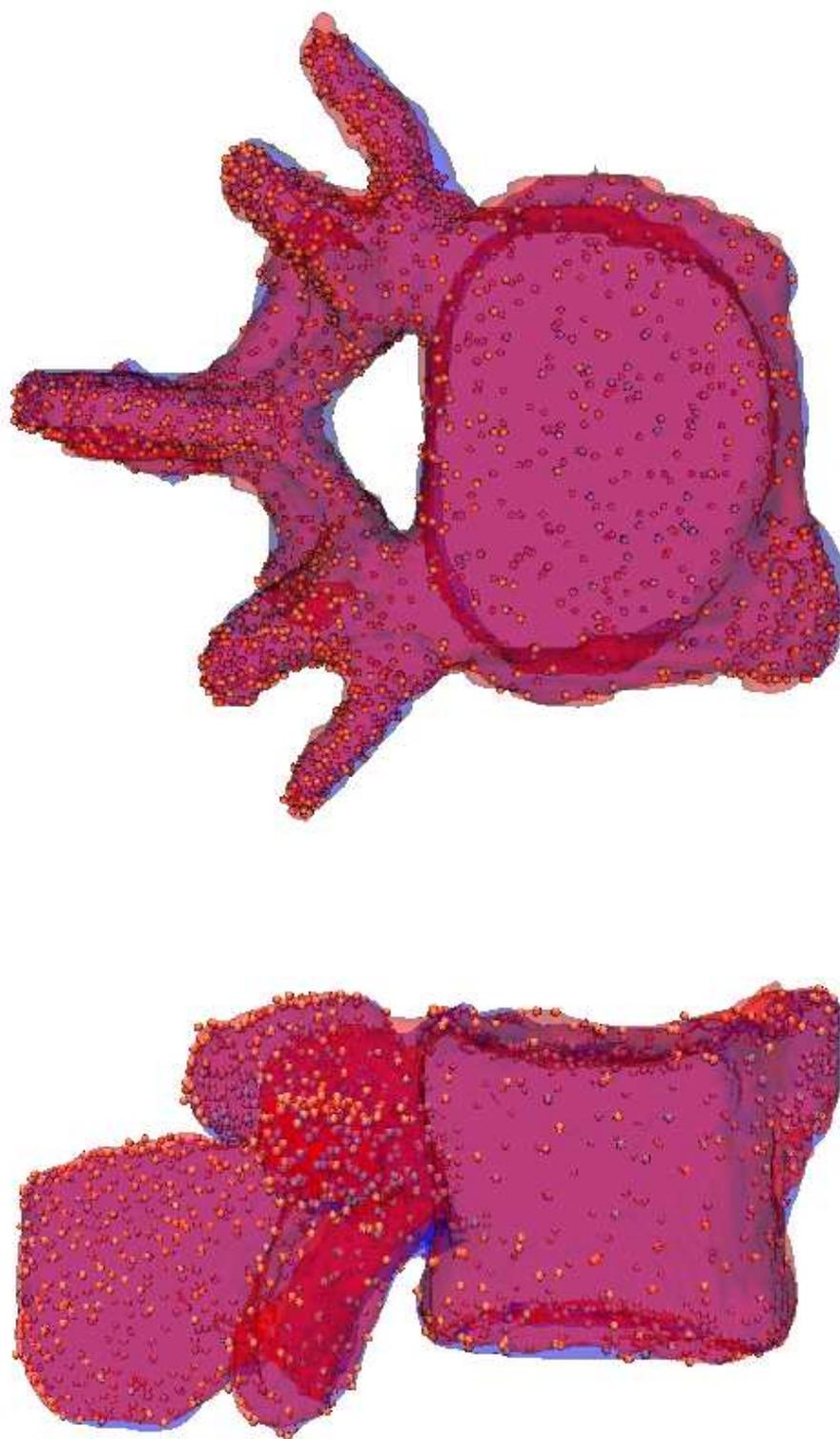


Abbildung 5.44: Wie Abb. 5.42, aber bei Verwendung der verdichteten Abtastpunktmenge. Zusätzlich wird $\lambda_{\text{end}} = 0.01$ gesetzt. Hier ist das Zwischenergebnis bei direktem Erreichen der Iteration von λ_{end} gezeigt.

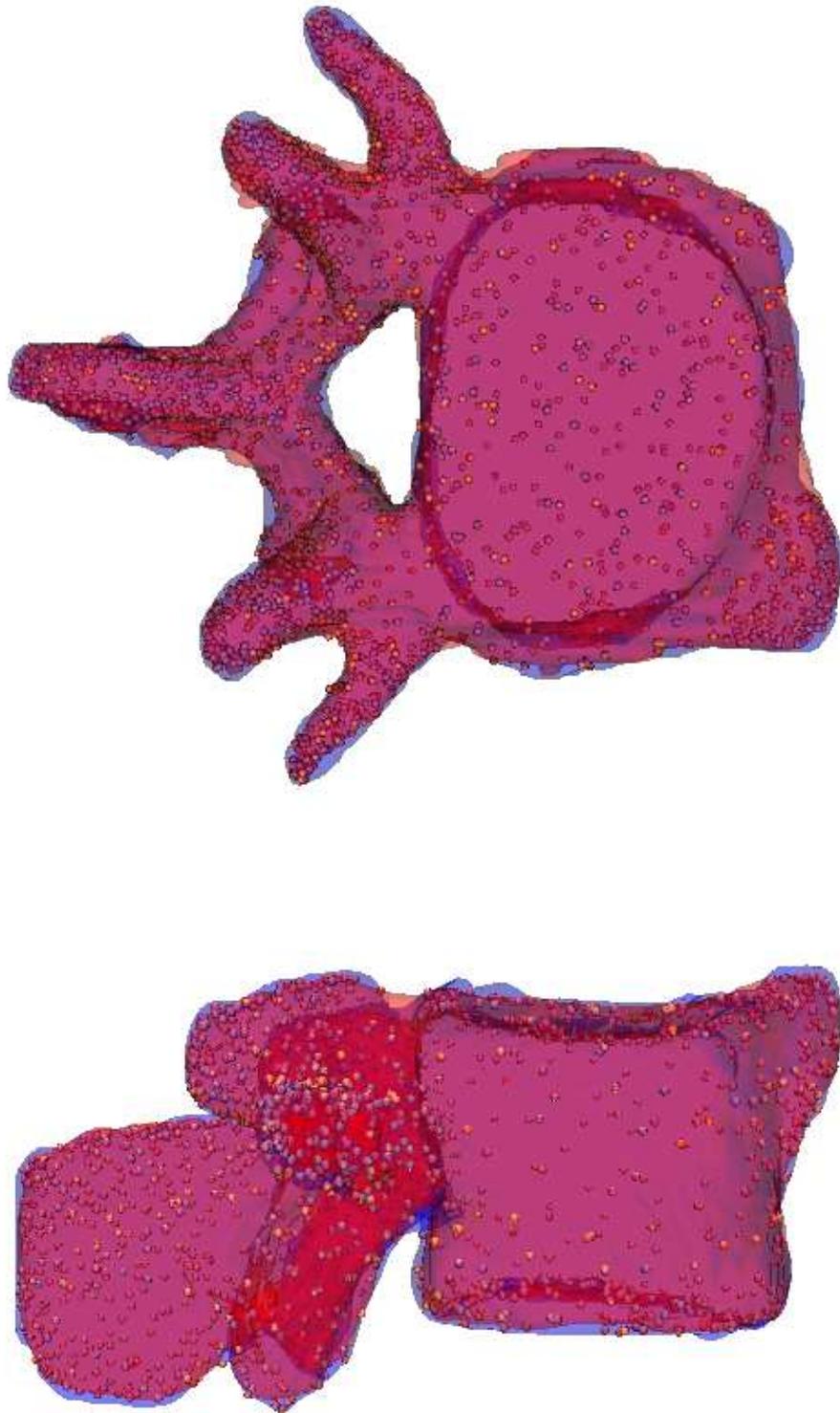


Abbildung 5.45: Wie Abb. 5.44, aber nach Fortsetzung der Iteration, nachdem λ_{end} erreicht ist, bis die Zielfunktion h nicht weiter minimiert wird.

In dem *zweiten Experiment* wird der zweite und vierte Wirbel unterschiedlicher Patienten registriert. Dazu wird der vierte Lendenwirbel von Patient A und der zweite Lendenwirbel von Patient B verwendet, d.h. die Datensätze **A4** und **B2**, wobei **A4** wieder der Zieldatensatz ist. Ein Vergleich der Abb. 5.30 und 5.34 zeigt, dass hier ein weitaus größerer Unterschied in der Form der Wirbel zwischen Quell- und Zielbild besteht als beim ersten Experiment, weil es sich ja auch um anatomisch unterschiedliche Wirbel handelt. Das Experiment soll die Möglichkeiten des Registrierungsverfahrens verdeutlichen, auch Strukturen mit größeren Unterschieden in der Form erfolgreich zu registrieren. Es werden für dieses Experiment dabei die besten Parametereinstellungen des ersten Experimentes verwendet, nämlich die Einbeziehung der inversen Transformation und die verdichtete Abtastpunktmenge.

Beide Datensätze werden wieder durch die Momentenmethode affin vorregistriert so wie sie auch beim ersten Experiment angewandt worden ist. Der Datensatz **B2** wird mit der berechneten affinen Transformation in den Datensatz **B2'** transformiert. Abb. 5.46 zeigt die Datensätze **A4** und **B2'** überlagert dargestellt. Anschließend werden **A4** und **B2'** durch das erweiterte Verfahren zusammen mit der verdichteten Punktmenge elastisch registriert. Die Parameterwerte sind in Tab. 5.12 zusammengestellt, und das Registrierungsergebnis ist in den Abb. 5.47 und 5.48 gezeigt:

Punktmenge	n_{AP}		$\sqrt{d^2}$	d_{max}	E	λ	h	i	$t_i + t_t$
verdichtet	689	Start	2.99	9.68	0.00	300.0	8.93	64 (47)	1271+61 Min.
	2252	Start_Inv	7.11	12.00	0.03	9.50	50.89		
		Ende_Inv	1.95	2.97	132.0	0.01	5.12		
		Ende	0.85	2.05	29.8	0.01	1.02		

Tabelle 5.12: Parameter und Ergebnisse der elastischen Registrierung unter Einbeziehung der inversen Transformation von **B2'** nach **A4** und Verwendung der verdichteten Abtastpunktmenge. Für eine Erklärung der Parameter siehe Tab. 5.6 und 5.8. Man beachte, dass die großen Werte von $\sqrt{d^2}$ und h bei 'Start_Inv' als Folge verschieden großer individueller Gewichte σ_i in der verdichteten Punktmenge resultieren, während größere Werte von E durch den kleineren Wert $\lambda_{end} = 0.01$ gegenüber $\lambda_{end} = 0.1$ hervorgerufen werden.

Obwohl sich beide Datensätze erheblich mehr in Form und Größe unterscheiden als beim ersten Experiment, wird trotzdem ein visuell gutes Registrierungsergebnis erreicht. Auch werden die Processi gut registriert.

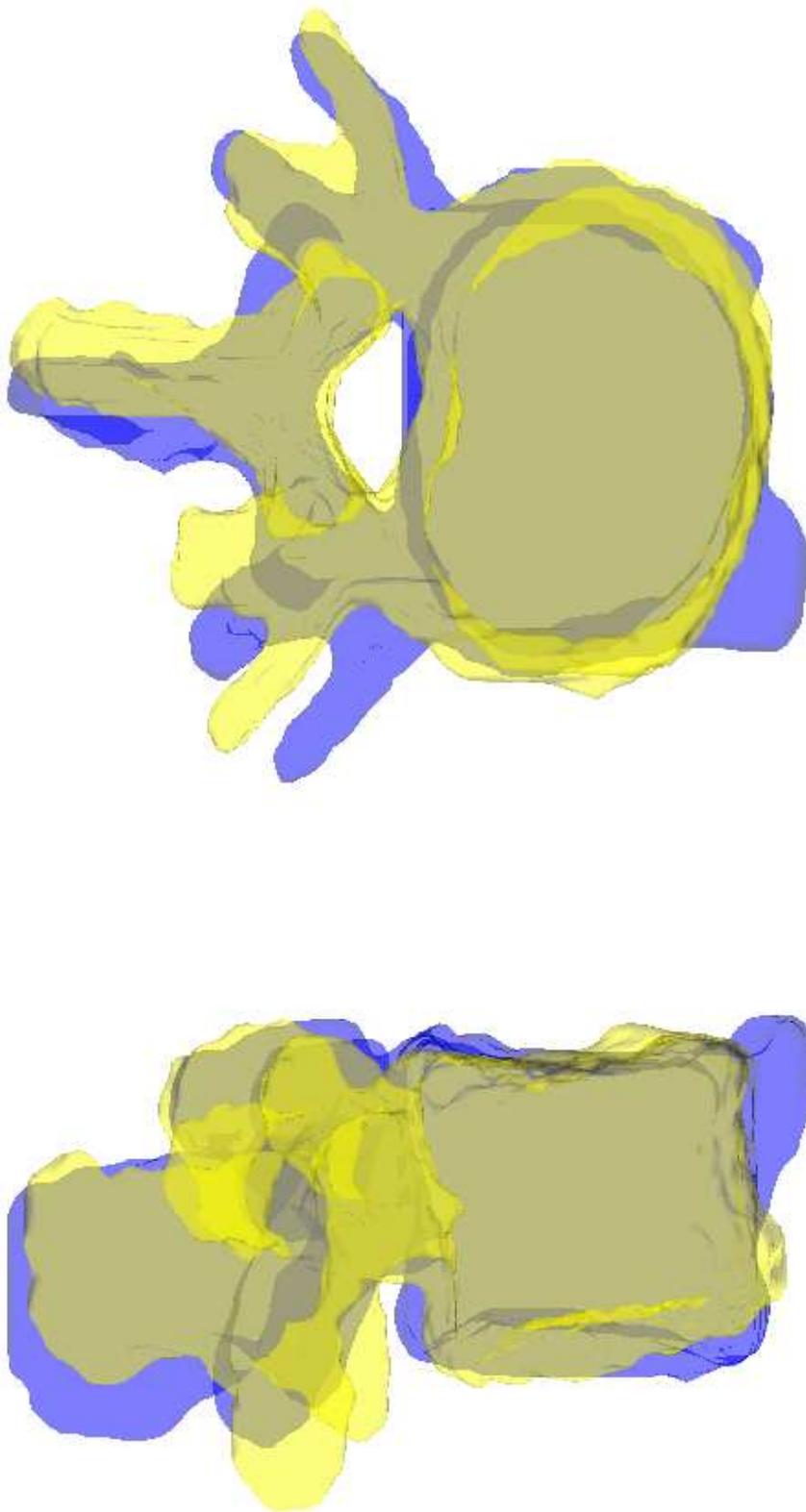


Abbildung 5.46: Registrierung von **B2** und **A4** durch Momente (Translation, Rotation und Skalierung).

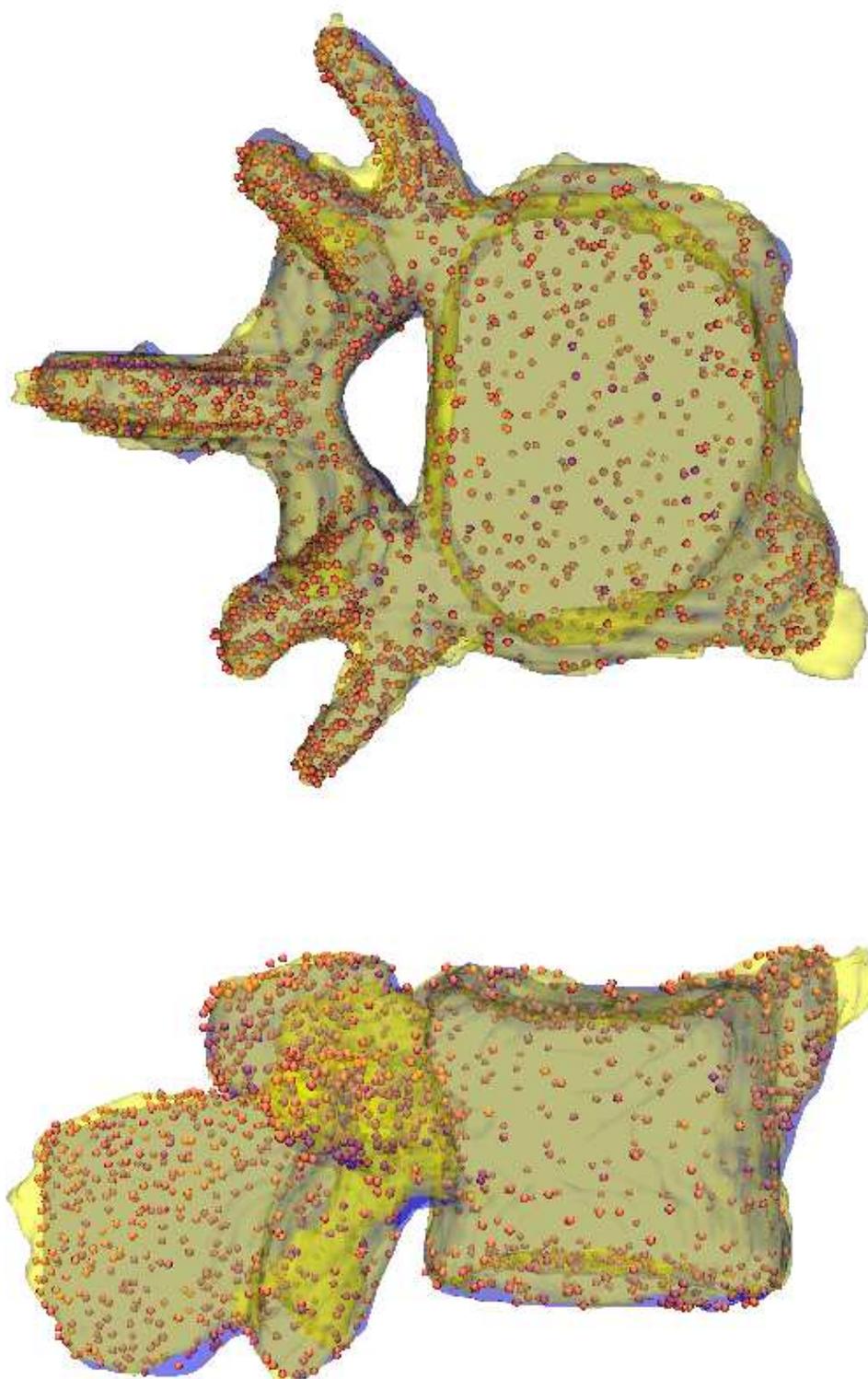


Abbildung 5.47: Ergebnis der elastischen Registrierung unter Einbeziehung der inversen Transformation bei Verwendung der verdichteten Abtastpunktmenge. Quell- und Zielbild sind in Abb. 5.46 gezeigt. Hier ist das Zwischenergebnis bei direktem Erreichen der Iteration von λ_{end} gezeigt.

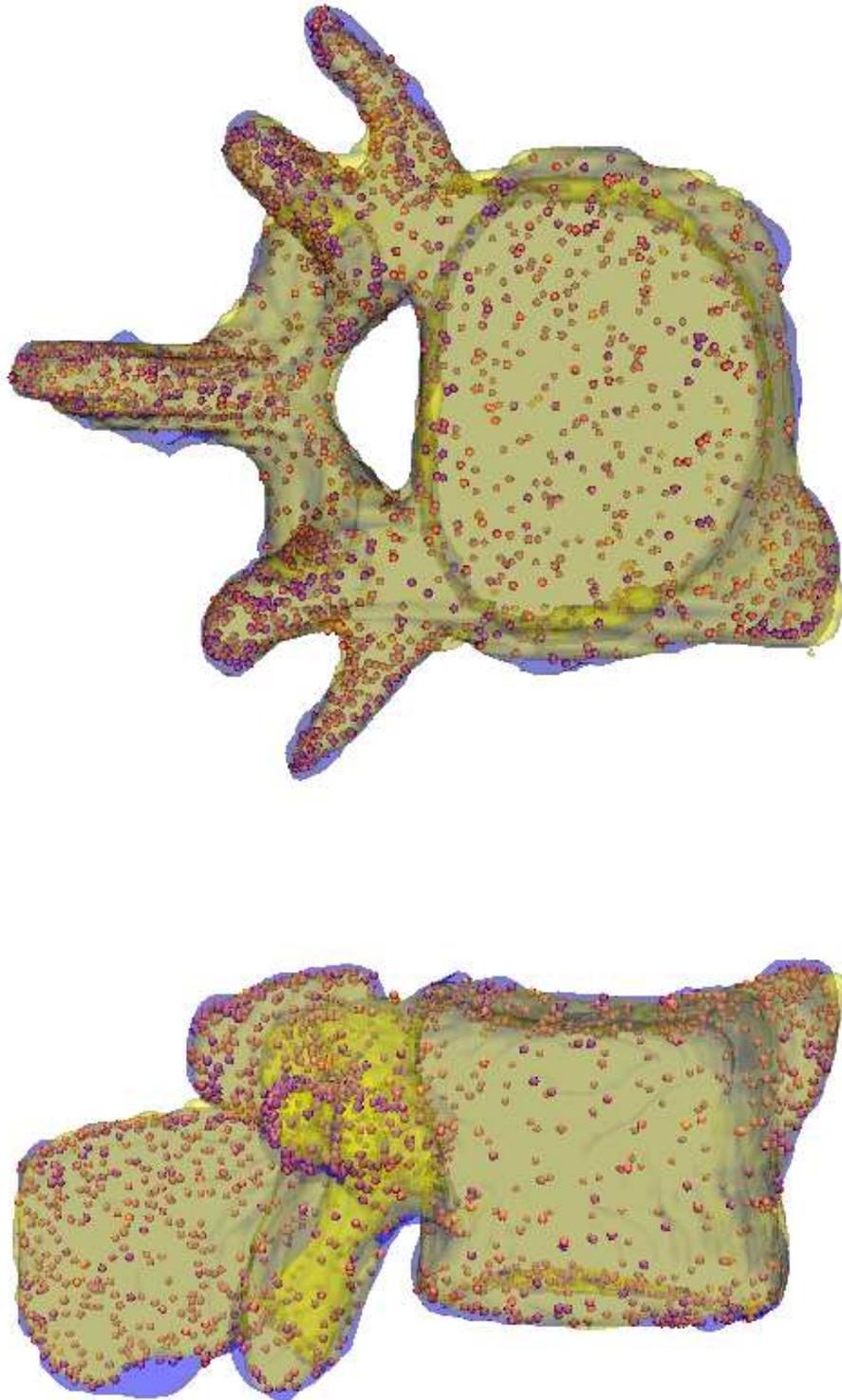


Abbildung 5.48: Wie Abb. 5.47, aber nach Fortsetzung der Iteration nachdem λ_{end} erreicht ist, bis die Zielfunktion h nicht weiter minimiert wird.

5.5 Experimentelle Ergebnisse mit Linienlandmarken in 3D Bildern

Dieser Abschnitt beschreibt Ergebnisse des neuen Registrierungsverfahrens mit Linienlandmarken anstatt Flächenlandmarken in 3D Bildern. Mit Linien als Landmarken kann das Verfahren genauso verwendet werden wie im Fall mit Flächenlandmarken. Während Flächen im 3D-Raum 2D-Unterräume sind, sind Linien 1D-Unterräume des 3D-Raumes. Sie können in digitalen Bildern durch benachbarte Volumenelemente repräsentiert werden. Für geschlossene Linien ist eine Korrespondenzbestimmung ohne feste Korrespondenzen möglich, während bei offenen Linienlandmarken zwei feste Korrespondenzen an den Enden benötigt werden. Die Abtastung von Linienlandmarken unterscheidet sich auch von der der Flächenlandmarken. Bei Flächenlandmarken kann eine Triangulierung zur Abtastung verwendet werden, bei Linienlandmarken können die zur Linie gehörigen Volumenelemente als Abtastpunkte benutzt werden. Für eine dichtere Abtastung sind dann Zwischenpositionen zu interpolieren, und für eine weniger dichte Abtastung können Volumenelemente weggelassen werden. Ebenso wie bei Flächenlandmarken wird die digitale Repräsentation der Ziellandmarke benutzt, um die Distanzfunktion zu berechnen.

Potentielle Linienlandmarken in 3D medizinischen Bildern sind z.B. segmentierte Nerven- oder Gefäßbahnen als auch berechnete Zentrumslinien von Röhren oder Kanälen. Genauso können auch Extremalkrümmungslinien auf Isokonturflächen (engl. *ridge lines*) als Linienlandmarken verwendet werden.

5.5.1 Experimente mit tomographischen Bilddaten

In den Experimenten mit tomographischen Daten werden Kammlinien (engl. *ridge lines*) als Linienlandmarken in 3D-Bildern verwendet. Ansätze zur Extraktion von Kammlinien werden z.B. in Monga und Benayoun (1995) beschrieben. Für das Experiment sind Kammlinien aus den segmentierten Datensätzen **A4** und **B4** durch einen Filter auf dem binären Digitalbild extrahiert und zusammen mit den Datensätzen in den Abb. 5.49 bzw. 5.50 dargestellt worden.

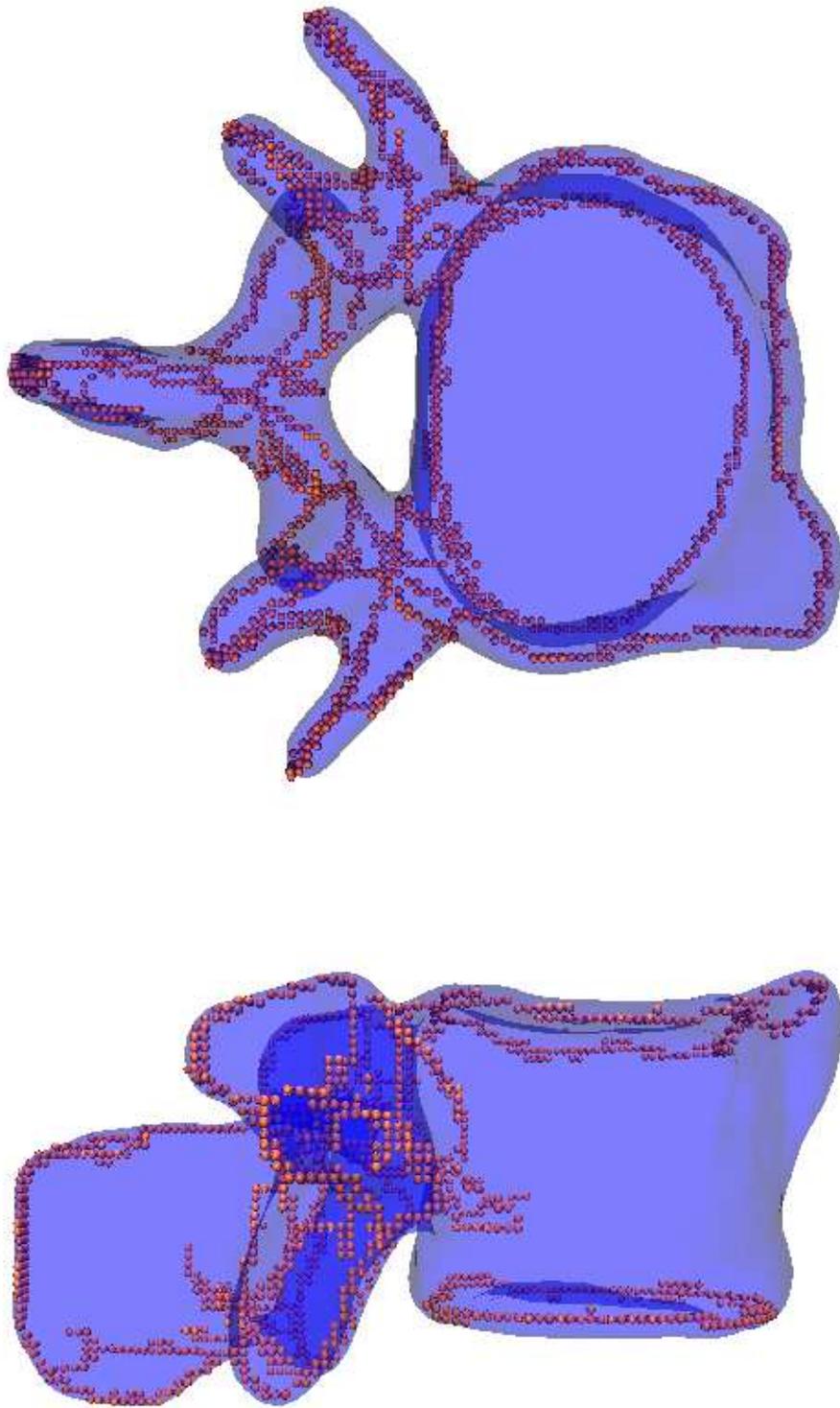


Abbildung 5.49: Kammlinien von A4 bestehend aus 1950 Punkten. Ansicht von oben und von der Seite.

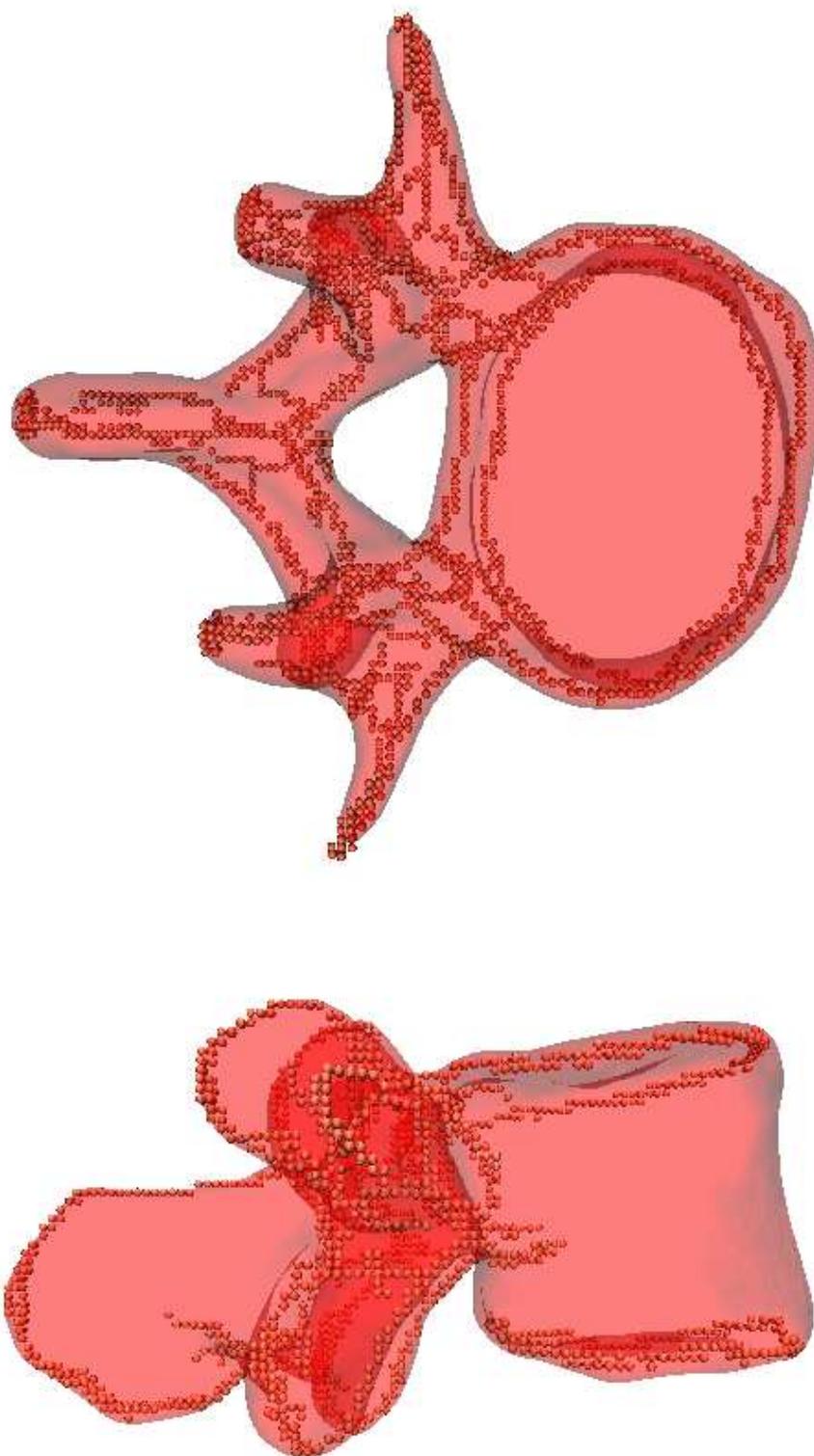


Abbildung 5.50: Kammlinien von **B4** bestehend aus 2110 Punkten. Ansicht von oben und von der Seite.

Die Anzahl der Abtastpunkte in beiden Datensätzen ($n_{AP} = 1950$ und $n_{AP} = 2110$ für **A4** bzw. **B4**) ist zu groß, um sie in dem elastischen Registrierungsschema (in einer vernünftigen Rechenzeit) verwenden zu können. Deshalb wird eine Unterabtastung der vorliegenden Linienlandmarken mit einer Unterabtastrate von 10 bzw. 5 verwendet, was zu $n_{AP,10} = 195$ und $n_{AP,5} = 390$ Abtastpunkten für den Datensatz **A4** und zu $n_{AP,10} = 211$ und $n_{AP,5} = 422$ Abtastpunkten für den Datensatz **B4** führt. Dabei wurde nicht entlang der Linien unterabgetastet, sondern zur Vereinfachung entlang der Koordinatenachsen des Bildes. Eine Unterabtastung entlang der Linien könnte bessere Ergebnisse erzielen, ist aber aufwendiger zu implementieren.

Abb. 5.51 und 5.52 zeigen die Registrierungsergebnisse für beide Abtastpunktmenge $n_{AP,10}$ bzw. $n_{AP,5}$ ohne Einbeziehung der inversen Transformation. Die Gesamtberechnungszeit beträgt 22 bzw. 94 Minuten auf einer SUN SPARC Ultra 2, 300 MHz zur Registrierung der Datensätze **B4** und **A4**. Das Registrierungsergebnis ist befriedigend in der Nähe der Linien und bei Betrachtung der Gesamtstruktur der registrierten Wirbel. Eine dichtere Abtastung verbessert das Registrierungsergebnis.

Abb. 5.53 und 5.54 demonstrieren das Ergebnis bei Verwendung des erweiterten Schemas mit Einbeziehung der inversen Transformation und Abtastpunktmenge $n_{AP,10}$ bzw. $n_{AP,5}$. Die Gesamtberechnungszeit beträgt jetzt 41 bzw. 205 Minuten. Ein Vergleich aufgrund des visuellen Eindrucks ergibt, dass die Registrierungsergebnisse hier denen von Abb. 5.52 ähnlich sind und nur geringfügige Verbesserungen zeigen. Bei Inbetrachtung der Rechenzeiten aller vier Experimente kann geschlossen werden, dass das Experiment mit Einbeziehung der inversen Transformation zusammen mit einer Abtastrate von 10 der beste Kompromiß zwischen Registrierungsqualität im Sinne von räumlichem Eindruck und Berechnungszeit darstellt.

Die Ergebnisse dieses Experimentes demonstrieren die prinzipielle Einsetzbarkeit sowohl des Registrierungsschemas ohne inverse Transformation als auch des erweiterten Schemas mit Einbeziehung der inversen Transformation für die Registrierung mit Linienlandmarken. Im Vergleich zu den Ergebnissen mit Flächenlandmarken an den gleichen Datensätzen ist die Registrierungsgenauigkeit zwar schlechter, aber auf der anderen Seite ist die Berechnungszeit signifikant geringer.

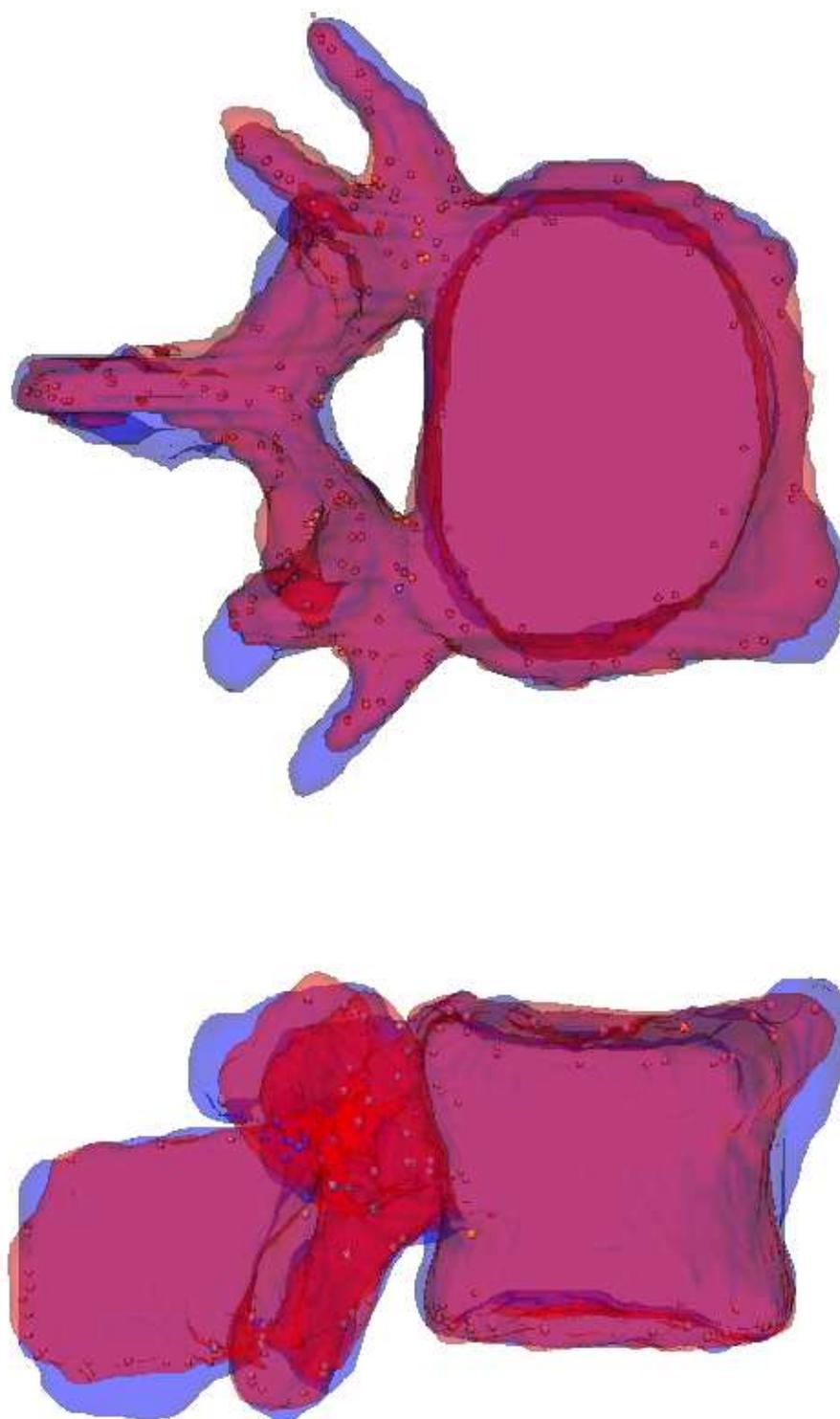


Abbildung 5.51: Ergebnis der elastischen Registrierung *ohne* Einbeziehung der inversen Transformation bei einer Abtastrate von 10 der Punkte, die in den Abb. 5.49 und 5.50 gezeigt sind. Quell- und Zielbild sind in Abb. 5.37 gezeigt.

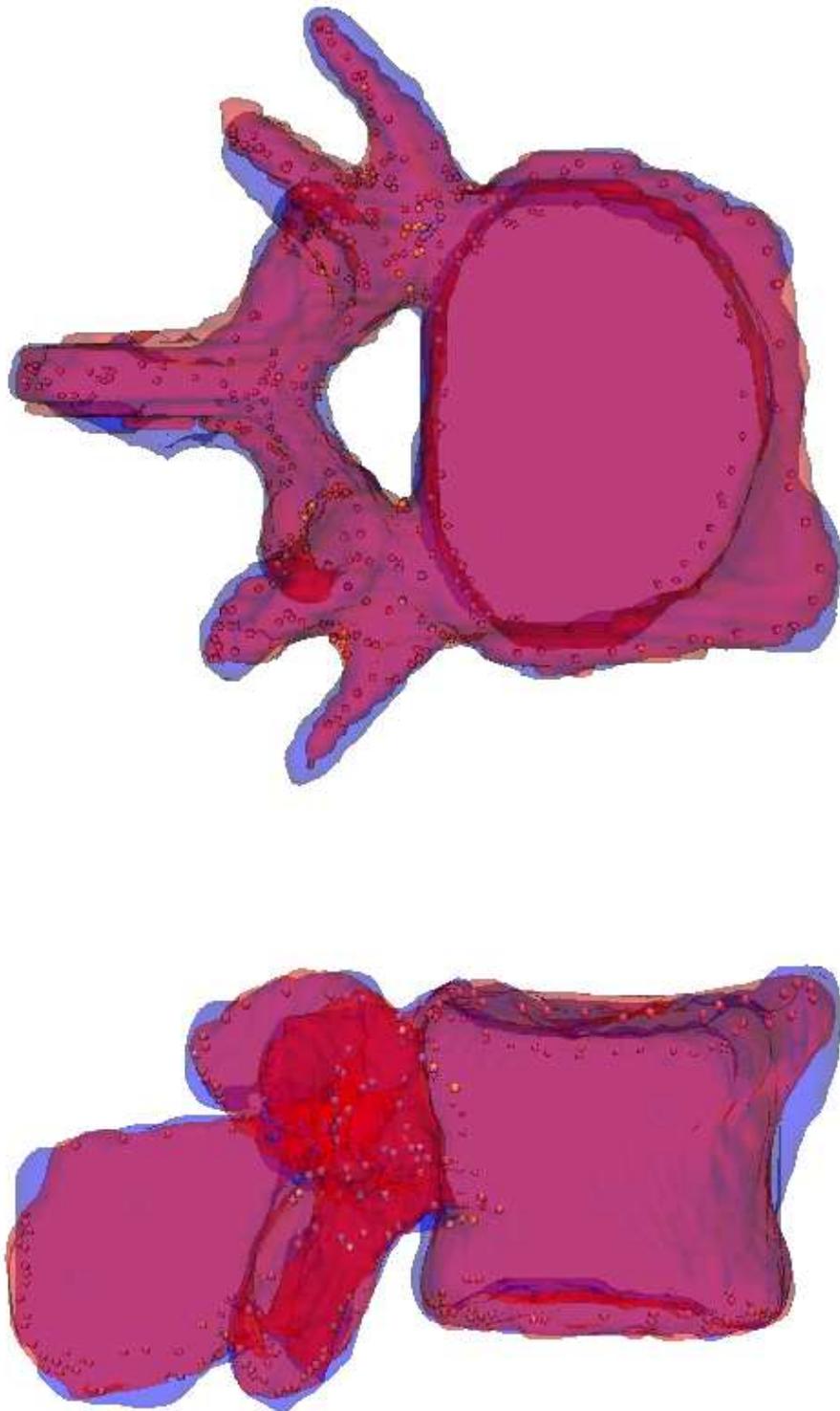


Abbildung 5.52: Wie Abb. 5.51, aber mit einer Abtastrate von 5.

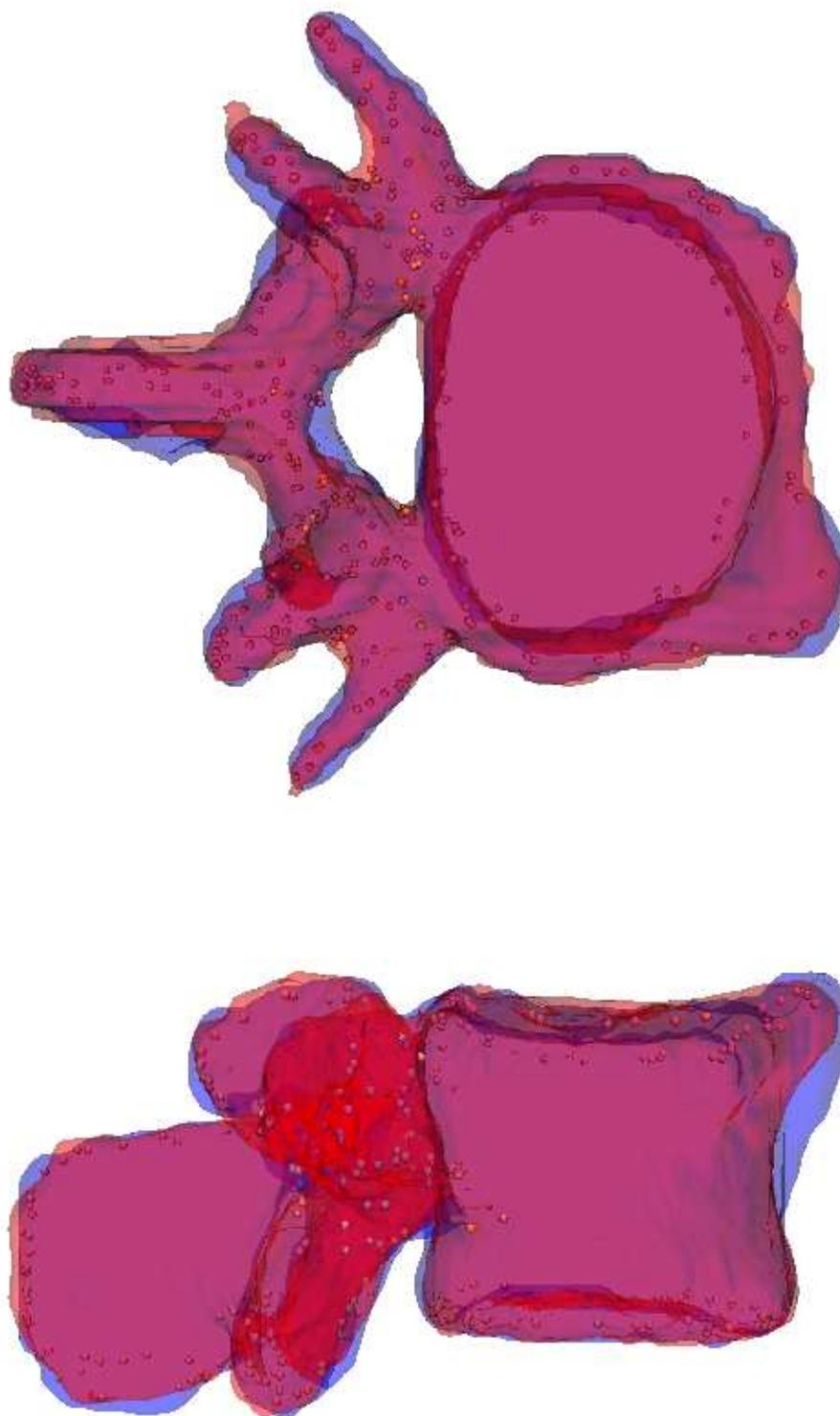


Abbildung 5.53: Wie Abb. 5.51, aber mit Einbeziehung der inversen Transformation.

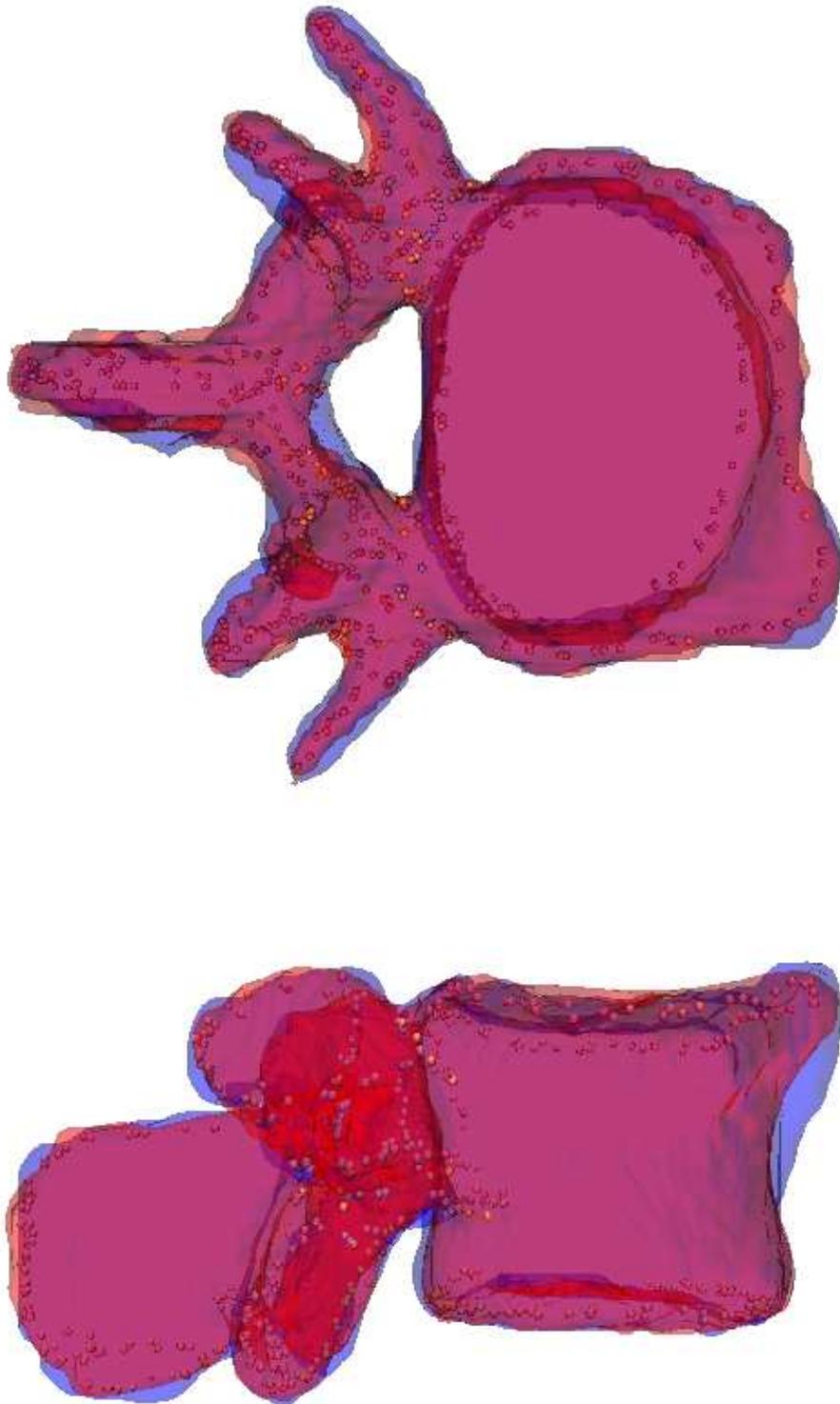


Abbildung 5.54: Wie Abb. 5.51, aber mit Einbeziehung der inversen Transformation und einer Abtastrate von 5.

5.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel ist ein Verfahren zur elastischen Registrierung mit Linien- und Flächenlandmarken vorgestellt worden. Während andere in der Literatur beschriebene Verfahren Abtastpunkte in dem gesamten Bild verwenden, z.B. Verfahren basierend auf B-Splines, wird sich bei diesem neuen Verfahren auf Abtastpunkte auf den Linien- bzw. Flächenlandmarken beschränkt. Als Voraussetzung müssen diese Landmarken durch Segmentierungsverfahren gewonnen werden. Die Verschiebungen an diesen Abtastpunkten sind die freien Parameter des Registrierungsverfahrens. Deren Anzahl ist gegenüber den Verfahren, die das ganze Bild abtasten, wesentlich reduziert. Zur Berechnung der Registrierung werden *thin-plate splines* bzw. die dazugehörige *thin-plate spline*-Biegeenergie verwendet. Dieser Biegeenergieterm vereinigt eine Reihe von Vorteilen: i) eine affine Transformation bekommt keine Biegeenergie zugewiesen und wird daher implizit mitberechnet, ii) bei der Biegung wird das gesamte Bild durch eine Integration über den gesamten Raum \mathbb{R}^n und nicht nur die Landmarke selbst (wie bei *Snakes* und *Balloons*) berücksichtigt, iii) die Verformungen sind lokal, dennoch sind Verschiebungen an einer Landmarke nicht auf einen Bildbereich beschränkt, sondern wechselwirken im Gegensatz zu B-Splines mit allen anderen Abtastpunkten, und iv) der Term für die Biegeenergie läßt sich durch eine quadratische Form mit einer Matrix relativ einfach berechnen. Während die Quelllandmarke abgetastet wird, wird von der Ziellandmarke eine Distanzfunktion berechnet und abgespeichert. Mit Hilfe dieser ist ein Distanzterm formuliert worden, der zusammen mit dem Biegeterm die Zielfunktion bildet. Der Biegeterm wird hierbei durch einen weiteren freien Parameter λ gewichtet. Die notwendigen Korrespondenzen zwischen Quell- und Ziellandmarke werden bei der Minimierung der Zielfunktion automatisch bestimmt. Die elastische Registrierung erfolgt durch eine Minimierung der Zielfunktion bei gleichzeitiger Abnahme des Parameters λ während der Iteration. Dabei werden drei Phasen der Registrierung unterschieden: i) globale affine Registrierung, die bei großen Werten von λ durchgeführt wird, ii) die lokale strukturbewahrende elastische Registrierung, bei der Quell- und Zielstruktur im Groben angeglichen werden, und iii) die lokale elastische Registrierung, die die Strukturen im einzelnen angleicht. Es ist ein numerisches und ein Verfahren basierend auf *approximierenden thin-plate splines* zur Minimierung der Zielfunktion implementiert worden, wobei sich das numerische Verfahren als vorteilhafter erwiesen hat. Das Registrierungsverfahren ist erweitert worden, so dass auch die inverse Transformation von Abtastpunkten auf der Ziellandmarke mit einbezogen wird. Diese Erweiterung ermöglicht eine Reihe von erfolgreichen Registrierungen mit Landmarken, die sich besonders durch einzelne Ausbuchtungen unterscheiden. Der für die Registrierung notwendige Begriff der Ähnlichkeit zweier Landmarken wurde näher spezifiziert.

Die Experimente mit synthetischen Bilddaten haben bestätigt, dass eine affine Registrierung der elastischen Registrierung vorausgeht, sofern der Wert für den Parameter λ genügend groß gewählt wird. Mit Hilfe dieser affinen Registrierung wird auch die Startwertunabhängigkeit des Registrierungsergebnisses, d.h. die Unabhängigkeit von der anfänglichen Ausrichtung der Quelllandmarke gegenüber der Ziellandmarke, erreicht. Weitere Experimente zeigen auch, dass eine Verdichtung der Abtastpunkte das Registrierungsergebnis verbessert. Ausbuchtungen in einer Quelllandmarke gegenüber der Ziellandmarke können entweder mit festen Kor-

respondenzen (engl. *hard constraints*) oder durch Einbeziehung der inversen Transformation registriert werden. Experimentelle Ergebnisse zeigen die prinzipielle Einsetzbarkeit des Registrierungsverfahrens für segmentierte menschliche Wirbel der Wirbelsäule. Ebenso ist gezeigt worden, dass Linienlandmarken in 3D auch als Landmarken in dem Verfahren verwendet werden können, wobei die Effizienz zu Lasten der Registrierungsgenauigkeit zunimmt. Auch mit diesem Verfahren kann eine Verbesserung, wie z.B. eine Steigerung in der Recheneffektivität oder eine Verbesserung des Registrierungsergebnisses, durch eine geschickte Platzierung der Abtastpunkte auf den Landmarken erreicht werden (vergleiche Kapitel 4). Hierzu sind allerdings mindestens zu folgenden Themen weitere Forschungsarbeiten notwendig:

- Eine optimalere Abtastung der Quelllandmarke: In für den Anwender weniger interessanten Bereichen können Abtastpunkte eingespart werden, während in den wichtigen und komplexen Bereichen der Landmarke die Abtastpunkte verdichtet werden müssen. Ebenso müssten Verfahren entwickelt werden, die die Formunterschiede von Quell- und Ziellandmarke automatisch auswerten und die Ergebnisse entsprechend in das Registrierungsverfahren einfließen lassen.
- Prozessoptimierungen der Iterationsschritte des Verfahrens: Die Experimente haben gezeigt, dass es im gewissen Rahmen Freiheiten bei der Abnahme des Wertes des Parameters λ während der Iteration gibt, ohne dass die Güte des Registrierungsergebnisses leidet. Auch kann die angewandte Numerik innerhalb des Verfahrens weiterentwickelt werden.
- Verfahren zur Messung der Registrierungsgüte. Die Anforderungen an die Genauigkeit des Registrierungsergebnisses müssen formuliert und entsprechende Verfahren zur Messung der Registrierungsgüte bestimmt werden.

Kapitel 6

Schlussfolgerungen

In dieser Arbeit sind drei elastische Registrierungsverfahren basierend auf Radialbasisfunktionen (RBF) entwickelt und in ihren grundlegenden Eigenschaften analysiert worden. Es wurde gezeigt, dass bereits bestehende Verfahren der elastischen Registrierung mit Radialbasisfunktionen erfolgreich weiterentwickelt werden konnten. Die auf RBF basierenden Verfahren verwenden als Eingangswerte aus den Bildern extrahierte Merkmale, woraus sie direkt die Koeffizienten ihrer Transformationsfunktionen bestimmen. Damit haben diese Verfahren eine geringere algorithmische Komplexität als elastische Registrierungsverfahren mit Kontrollpunkten, die durch ein regelmäßiges Gitter festgelegt werden, oder als Verfahren basierend auf biomechanischen Modellen und Finite-Element-Methoden. Eine für Rechner heutiger Generation beherrschbare Komplexität ist für medizinische Anwendungen jedoch erforderlich, wenn die Verfahren in Krankenhäusern und Arztpraxen Einsatz finden sollen. Auf der anderen Seite müssen die Anforderungen an die elastische Registrierung erfüllt werden, wenn ein Verfahren erfolgreich eingesetzt werden soll. Diese Anforderungen hängen aber wiederum von den speziellen Einsatzgebieten ab. Die in dieser Arbeit entwickelten Verfahren verstehen sich als nicht für ein Anwendungsgebiet spezialisierte Verfahren; einige ihrer Eigenschaften wurden mathematisch hergeleitet bzw. experimentell oder durch Überlegungen gezeigt. Um die Einsatzfähigkeit der Verfahren zu demonstrieren, wurde zu jedem vorgestellten Verfahren ein Registrierungsproblem aus der Medizin beispielhaft gelöst, und die Lösungen wurden auf klinischen 2D- und 3D-tomographischen Bilddaten demonstriert. Im Einzelnen wurden die folgenden Beiträge geleistet:

- **Einbeziehung von Richtungsmerkmalen an Punktlandmarken in ein TPS-basiertes Registrierungsverfahren.** Richtungsmerkmale als Tangenten von im Bild vorhandenen oder auch nur gedachten Isokonturlinien werden durch Vektoren beschrieben (Repräsentation) und durch ein Skalarprodukt (Ähnlichkeitsmaß) in ein Funktional als Term der Kostenfunktion eingebracht. Diese Beschreibung erlaubt durch ein Spline-Theorem (Wahba, 1990) die Berechnung der Lösung in geschlossener Form. Die Koeffizienten der Transformationsfunktion werden durch Lösen eines linearen Gleichungssystem bestimmt. Die Transformationsfunktion enthält – wie bei TPS üblich – einen affinen Term. Als eine mögliche medizinische Anwendung wird die Registrierung von Bildern vorgestellt, die sowohl feste Bereiche wie Knochen als auch Weichteilgewebe enthalten.

- **Verwendung von RBF mit kompaktem Träger und minimalem polynomen Grad (Wendland-Funktionen) für die lokale elastische Registrierung.** Im Allgemeinen wird das Registrierungsproblem auf das gesamte Bild bezogen. In medizinischen Anwendungen kann es jedoch auch sinnvoll sein, dass nur ein Teil des Quellbildes mit einem Teil des Zielbildes registriert werden soll. Nicht lokale Registrierungsverfahren verwenden fixe Punktlandmarkenpaare, um Bildbereiche, die nicht verändert werden sollen, festzuhalten. Lokale elastische Registrierungsverfahren beschränken ihren Einfluss von vornherein und bedürfen solcher fixen Punktlandmarkenpaare nicht. Die vorgestellten RBF mit kompaktem Träger besitzen gegenüber bisher eingesetzten lokalen Funktionen eine Reihe mathematisch begründbarer Vorteile in Bezug auf Lokalität, Lösbarkeit des zugehörigen Gleichungssystems und Effizienz ihrer Berechnung. Die verwendete Wendland-Funktion besitzt einen Lokalitätsparameter. Für ein Landmarkenpaar wurde für die Topologieerhaltung des Verfahrens eine Minimalitätsbedingung (Ungleichung) an diesen Lokalitätsparameter in Abhängigkeit von der Verschiebung hergeleitet. Beispielhaft wurde an einem Registrierungsproblem der optimale Lokalitätsparameter bestimmt. Als eine mögliche medizinische Anwendung wurden lokale Bereiche in tomographischen Gehirnbildern registriert.
- **Entwicklung eines TPS-basierten iterativen elastischen Registrierungsverfahrens mit Linien- und Flächenlandmarken.** Neben Punktlandmarken können in medizinischen Registrierungsanwendungen auch Linien- und Flächenlandmarken eingesetzt werden. Dazu werden durch unterschiedliche Verfahren auf der Quelllandmarke Abtastpunkte bestimmt. Für Linienlandmarken können z.B. entlang der Landmarke in äquidistanten Abständen Abtastpunkte festgesetzt und für Flächenlandmarken z.B. Oberflächentriangulierer verwendet werden. Von der Ziellandmarke wird eine digitale Distanzfunktion berechnet. Die Entfernungen der Abtastpunkte von der Ziellandmarke bilden einen Distanzterm, der zusammen mit einem gewichteten Krümmungsterm die Kostenfunktion bildet. Das Verfahren wird iterativ gelöst, indem die Kostenfunktion numerisch minimiert wird. Ein wesentlicher Faktor ist die Gewichtung zwischen Distanz- und Krümmungsterm, die während der Iteration verändert wird. Die Iterationen des Verfahrens enden, wenn sich die transformierten Quelllandmarken den Ziellandmarken angepasst haben. Die Korrespondenzen der Linien- und Flächenlandmarken werden dabei automatisch bestimmt. Das Verfahren erlaubt die Festlegung von vorgegebenen Punktlandmarken. Die erlaubten Strukturunterschiede zwischen Quell- und Ziellandmarke wurden mit Hilfe von Skelettlinien ihrer Distanzfunktionen beschrieben. Das Verfahren ist um die Einbeziehung der inversen Transformation erweitert worden, wodurch zum einen die Registrierungsergebnisse verbessert wurden, zum anderen auch größere Strukturunterschiede zwischen Quell- und Ziellandmarke registriert werden konnten. Die Transformationsfunktion enthält – wie bei TPS üblich – einen affinen Term. Die im eingeschränkten Rahmen gegebene Unabhängigkeit der anfänglichen Ausrichtung von Quell- und Ziellandmarke wurde experimentell gezeigt. Als eine mögliche medizinische Anwendung wurden menschliche 3D-Wirbelbilddaten unterschiedlicher Personen im Szenario einer Bild-Atlas-Registrierung registriert.

6.1 Ausblick

Ein erfolgreicher Einsatz der in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren ist an verschiedene Randbedingungen und zukünftige wissenschaftliche Anschlussarbeiten geknüpft:

- **Die Anzahl und die Verteilung der zur Verfügung stehenden Landmarken.** Es ist bereits erwähnt worden, dass intrinsische Landmarken z.B. in Bildern des menschlichen Kopfes nicht beliebig häufig zur Verfügung stehen. Hinzu kommt, dass bei entsprechend schlechter Bildqualität der Aufnahme auch nicht alle theoretisch bestimmbar Landmarken tatsächlich bestimmt werden können. Eventuell müssen Linien- und Flächenlandmarken, wenn sie z.B. Randgebiete von Tumoren beschreiben sollen, mühsam mit der Hand bestimmt werden. Die Landmarken können ungenügend gut in den Bildern verteilt sein: Einige Bereiche mögen genügend Landmarken besitzen, während sie in anderen Bereichen völlig fehlen. Diese hier aufgeworfenen Fragen zeigen, dass die Bestimmung der Landmarken für die merkmalsbasierte Registrierung ein zentrales Problem ist. Für spezielle Randbedingungen, wie z.B. die einfache Segmentierung von Knochen oder Blutgefäßen bei Aufnahmen mit Kontrastmitteln, ist davon auszugehen, dass genügend Landmarken z.B. als Oberflächen von Organen für die Anwendung dieser Verfahren zur Verfügung stehen.
- **Die Benutzerschnittstellen der Verfahren.** Wenn es sich um 3D-Bilder handelt, dann muss die Benutzerschnittstelle die Möglichkeit bieten, in 3D-Bilddaten navigieren zu können. Der Benutzer sollte die Möglichkeit haben, Merkmale einzugeben bzw. automatisch detektierte Merkmale validieren zu können. Für das iterative Verfahren der Linien- und Flächenlandmarken wäre die Visualisierung der einzelnen Schritte sinnvoll sowie eine Möglichkeit, um Eingriffe des Benutzers während der Iteration zuzulassen. So könnten feste Korrespondenzpaare bei Bedarf hinzugefügt werden, um das Registrierungsergebnis zu optimieren.
- **Die Anforderungen an Eigenschaften der Transformationsfunktionen.** Hier liegt ein zentrales Problem beim Einsatz der entwickelten Verfahren. Ist beispielsweise eine minimale Krümmung der Transformationsfunktion gewünscht? Die TPS-basierten Verfahren mit Richtungsmerkmalen und Linien- und Flächenlandmarken schließen sozusagen als Nullraum die affinen Funktionen mit ein, welche die grobe Ausrichtung der Bilder bewirken, so dass die dann noch vorliegenden Unterschiede durch eine minimale Krümmung „feinjustiert“ werden. Ist aber eine minimale Krümmung gemessen über den gesamten Raum immer gewünscht? Was ist, wenn verschiedene Bereiche des Bildes unterschiedlich behandelt werden sollen bzw. müssen? Muss die resultierende Transformation immer ein möglichst natürliches biomechanisches Verhalten haben oder reicht es, wenn sie es nur annähert?

Neben den hier aufgeführten Vorschlägen und Fragen, dessen Lösungen für den erfolgreichen Einsatz der Verfahren noch notwendig sind, lassen sich die Verfahren selbst weiterentwickeln bzw. mit anderen Verfahren kombinieren. Eine Möglichkeit der Weiterentwicklung sind

mehrstufige Verfahren der gleichen Transformationsfunktion mit unterschiedlichen Parametern. So könnte der Lokalisierungsparameter der Wendland-Funktionen bei einer begrenzten Anzahl von Landmarken erst groß und später nach Anwendung dieser errechneten Transformation mit einer erweiterten Landmarkenanzahl kleiner gewählt werden, um dann die detaillierten Unterschiede zu registrieren. Eine andere Möglichkeit der Weiterentwicklung wäre die Kombination dieser merkmalsbasierten Verfahren mit intensitätsbasierten Verfahren, um beispielsweise bei wenigen vorliegenden Merkmalen bzw. Landmarken trotzdem erfolgreich registrieren zu können.

In jedem Fall ist für die experimentelle Validierung dieser hier entwickelten Verfahren und der hier angedachten Erweiterungen eine klinische Validierung und somit eine enge Zusammenarbeit mit medizinischen Experten erforderlich.

Literaturverzeichnis

- Alpert, N. M., Bradshaw, J. F., Kennedy, D. und Correia, J. A. (1990). The principal axes transformation – a method for image registration. *Journal of Nuclear Medicine*, **31**, 1717–1722.
- Amini, A. A., Curwen, R. W. und Gore, J. C. (1996). Snakes and Splines for Tracking Non-Rigid Heart Motion. In B. Buxton und R. Cipolla, Herausgeber, *Proc. 4th European Conf. on Computer Vision (ECCV'96)*, Cambridge, UK, 15 - 18 April, 1996, Band 1064–1065 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 251–261. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Amini, A. A., Chen, Y., Curwen, R. W., Mani, V. und Sun, J. (1998a). Coupled B-Snake Grids and Constrained Thin-Plate Splines for Analysis of 2-D Tissue Deformations from Tagged MRI. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, **17**(3), 344–356.
- Amini, A. A., Chen, Y., Sun, J. und Mani, V. (1998b). Constrained Thin-Plate Spline Reconstruction of 2D Deformations from Tagged MRI. In B. Vemuri, Herausgeber, *Proc. on Workshop on Biomedical Image Analysis (Santa Barbara, CA, USA)*, Seiten 36–45, Los Alamitos, CA. PAMI, IEEE Computer Society.
- Amini, A. A., Chen, Y., Sun, J. und Mani, V. (1998c). Dense 2D Displacement Reconstruction from SPAMM-MRI with Constrained Elastic Splines: Implementation and Validation. In W. M. Wells, A. Colchester und S. Delp, Herausgeber, *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'98)*, Cambridge, MA, USA, Nummer 1496 in *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 167–176. Springer.
- Arad, N. und Reischfeld, D. (1995). Image Warping Using Few Anchor Points and Radial Functions. *Computer Graphics Forum*, **14**(1), 35–46.
- Arun, K. S., Huang, T. S. und Blostein, S. D. (1987). Least-squares fitting of two 3-d point sets. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, **9**(5), 698–700.
- Audette, M. A., Ferrie, F. P. und Peters, T. M. (2000). An algorithmic overview of surface registration techniques for medical imaging. *Medical Image Analysis*, **4**, 201–217.
- Balay, S., Eijkhout, V., Gropp, W. D., McInnes, L. C. und Smith, B. F. (1997). Efficient management of parallelism in object oriented numerical software libraries. In E. Arge, A. M. Bruaset und H. P. Langtangen, Herausgeber, *Modern Software Tools in Scientific Computing*, Seiten 163–202. Birkhäuser Press.

- Balay, S., Buschelman, K., Gropp, W. D., Kaushik, D., Knepley, M. G., McInnes, L. C., Smith, B. F. und Zhang, H. (2001). PETSc Web page. <http://www.mcs.anl.gov/petsc>.
- Besl, P. J. und McKay, N. D. (1992). A Method for Registration of 3-D Shapes. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **14**(2), 239–256.
- Bolten, M., Papenberg, N., Fischer, B., Adamidis, P., Rabenseifner, R. und Berger, H. (2005). Parallelisierung eines nichtlinearen Registrierungsalgorithmus zur Verarbeitung sehr großer Volumen-Daten. In H. Meinzer, H. Handels, A. Horsch und T. Tolxdorff, Herausgeber, *Proc. 9. Workshop Bildverarbeitung für die Medizin, Heidelberg, Germany, 14 - 15 March 2005*, Informatik aktuell, Seiten 360–364. Springer. ISBN 3-540-25052-2.
- Bookstein, F. L. (1989). Principal Warps: Thin-Plate Splines and the Decomposition of Deformations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **11**(6), 567–585.
- Bookstein, F. L. (1996). Visualizing Group Differences in Outline Shape: Methods from Biometrics of Landmark Points. In K. H. Höhne und R. Kikinis, Herausgeber, *Proc. 4th Internat. Conf. Visualization in Biomedical Computing (VBC'96)*, Hamburg, Germany, Sept. 22-25, 1996, Band 1131 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 405–410, Berlin Heidelberg. Springer.
- Bookstein, F. L. (1997). Landmark methods for forms without landmarks: morphometrics of group differences in outline shape. *Medical Image Analysis*, **1**(3), 225–243.
- Bookstein, F. L. und Green, W. D. K. (1993a). A feature space for derivatives of deformations. In H. H. Barrett und A. F. Gmitro, Herausgeber, *Information Processing in Medical Imaging (IPMI'93)*, Nummer 687 in *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 1–16. Springer-Verlag.
- Bookstein, F. L. und Green, W. D. K. (1993b). A Feature Space for Edgels in Images with Landmarks. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, **3**, 231–261.
- Borgefors, G. (1984). Distance transforms in arbitrary dimensions. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, **27**, 321–345.
- Borgefors, G. (1986). Distance transforms in digital images. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, **34**, 344–371.
- Cachier, P. und Rey, D. (2000). Symmetrization of the non-rigid registration problem using inversion-invariant energies: Application to multiple sclerosis. In S. L. Delp, A. M. DiGioia und B. Jaramaz, Herausgeber, *Proc. 3rd Internat. Conf. on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI 2000)*, Pittsburgh, PA, USA, October 2000, Band 1935 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 472–481. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Canny, J. F. (1986). A computational Approach to Edge Detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **8**(6), 679–698.

- Christensen, G. E. (2004). Inverse consistent registration with object boundary constraints. In *ISBI*, Seiten 591–594. IEEE.
- Christensen, G. E. und Johnson, H. J. (2001). Consistent image registration. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, **20**(7), 568–582.
- Christensen, G. E., Rabbit, R. D. und Miller, M. I. (1994). Three-dimensional brain mapping using a deformable neuroanatomy. *Phys. in Med., Biol.*, **39**, 609–618.
- Christensen, G. E., Rabbitt, R. D., Miller, M. I., Joshi, S. C., Grenander, U., Coogan, T. A. und van Essen, D. C. (1995). Topological Properties of Smooth Anatomic Maps. In Y. Bizais, C. Barillot und R. D. Paola, Herausgeber, *Information Processing in Medical Imaging* (14th International Conference, Ile de Berder, France, June 1995), Band 3, Seiten 101–112. Kluwer Academic Publishers.
- Christensen, G. E., Rabbitt, R. D. und Miller, M. I. (1996). Deformable Templates Using Large Deformation Kinematics. *IEEE Trans. Image Processing*, **5**(10), 1435–1447.
- Christensen, G. E., Joshi, S. C. und Miller, M. I. (1997). Volumetric Transformation of Brain Anatomy. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, **16**(6), 864–877.
- Chui, H. und Rangarajan, A. (2000). A New Algorithm for Non-Rigid Point Matching. In *2000 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2000), 13-15 June 2000, Hilton Head, SC, USA*, Seiten 2044–2051. IEEE Computer Society. ISBN 0-7695-0662-3.
- Chui, H. und Rangarajan, A. (2003). A new point matching algorithm for non-rigid registration. *Computer Vision and Image Understanding*, **89**(2-3), 114–141.
- Chui, H., Rambo, J., Duncan, J. S., Schultz, R. T. und Rangarajan, A. (1999). Registration of Cortical Anatomical Structures via Robust 3D Point Matching. In A. Kuba, M. Šámal und A. Todd-Pokropek, Herausgeber, *Proc. 16th Internat. Conf. on Information Processing in Medical Imaging (IPMI'99)*, Visegrád, Hungary, June 28 - July 2, 1999, Band 1613 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 168–181. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Collins, D. L., Neelin, P., Peters, T. M. und Evans, A. C. (1994). Automatic 3D Intersubject Registration of MR Volumetric Data in Standardized Talairach Space. *Journal of Computer Assisted Tomography*, **18**, 192–205.
- Davatzikos, C. (1996). Nonlinear registration of brain images using deformable models. In *Proc. of the IEEE Workshop on Math. Methods in Biomedical Image Analysis*, Seiten 94–103. IEEE Computer Society Press.
- Davatzikos, C. (1997). Spatial transformation and registration of brain images using elastically deformable models. *Computer Vision and Image Understanding, Special Issue on Medical Imaging*, **66**(2), 207–222.

- Davatzikos, C. und Bryan, R. N. (1995). Using a deformable surface model to obtain a mathematical representation of the cortex. In *Proc. of the IEEE Comp. Vision Symp.*, Seiten 212–217.
- Davatzikos, C. und Bryan, R. N. (1996). Using a deformable surface model to obtain a shape representation of the cortex. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, **15**, 785–795.
- Davatzikos, C. und Prince, J. L. (1995). An Active Contour Model for Mapping the Cortex. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, **14**(1), 65–80.
- Davatzikos, C. und Prince, J. L. (1996). Convexity Analysis of Active Contour Problems. In *Proc. IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'96)*, San Francisco, CA, USA, Seiten 674–679. IEEE Computer Society Press.
- Davis, H. M. (1996). *Deformable matching of 3D medical images*. Dissertation, Southern Methodist University, Dallas.
- Davis, H. M., Khotanzad, A., Flamig, D. P. und Harms, S. E. (1997). A Physics-Based Coordinate Transformation for 3-D Image Matching. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, **16**(3), 317–328.
- De Boor, C. und Lynch, R. E. (1966). On Splines and Their Minimum Properties. *Journal of Mathematical Mechanics*, **15**, 953–969.
- Ecabert, O., Butz, T., Nabavi, A. und Thiran, J.-P. (2003). Brain Shift Correction Based on a Boundary Element Biomechanical Model with Different Material Properties. In R. E. Ellis und T. M. Peters, Herausgeber, *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention - MICCAI 2003, 6th International Conference, Montréal, Canada, November 15-18, 2003, Proceedings, Part I*, Band 2878 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 41–49. Springer. ISBN 3-540-20462-8.
- Edwards, P. J., Hill, D. L. G., Little, J. A. und Hawkes, D. J. (1997). Deformation for image guided interventions using a three component tissue model. In *Information Processing in Medical Imaging (IPMI'97)*, Band 1230 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 218–231, Poultney, USA. Springer Verlag. ISBN 3-540-63046-5.
- Edwards, P. J., Hill, D. L. G., Little, J. A. und Hawkes, D. J. (1998). A three-component deformation model for image-guided surgery. *Medical Image Analysis*, **2**(4), 355–367.
- Ehrhardt, J., Säring, D. und Handels, H. (2006). Optical flow based interpolation of temporal image sequences. In J. M. Reinhardt und J. P. W. Pluim, Herausgeber, *Proc. SPIE's Internat. Symposium on Medical Imaging 2006: Image Processing*, San Diego, California USA, 11 - 16 February 2006, Band 6144. SPIE Press, Bellingham, WA.
- Ehrhardt, J., Werner, R., Säring, D., Frenzel, T., Lu, W., Low, D. und Handels, H. (2007). An optical flow based method for improved reconstruction of 4d ct data sets acquired during free breathing. *Medical Physics*, **34**(2), 711–721.

- Evans, A. C., Dai, W., Collins, L., Neelin, P. und Marrett, S. (1991). Warping of a computerized 3-D atlas to match brain image volumes for quantitative neuroanatomical and functional analysis. In M. Loew, Herausgeber, *Proc. SPIE 1445, Medical Imaging V: Image Processing*, Seiten 236–246, San Jose, CA, USA.
- Feldmar, J. und Ayache, N. (1996). Rigid, affine and locally affine registration of free-form surfaces. *Int. J. Comput. Vision*, **18**(2), 99–119.
- Feldmar, J., Malandain, G., Declerck, J. und Ayache, N. (1996). Extension of the ICP Algorithm to Non-Rigid Intensity-Based Registration of 3D Volumes. In *MMBIA '96: Proceedings of the 1996 Workshop on Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis (MMBIA '96)*, Seite 84, Washington, DC, USA. IEEE Computer Society. ISBN 0-8186-7367-2.
- Fischer, B. und Modersitzki, J. (2003). Combination of automatic non-rigid and landmark based registration: the best of both worlds. In M. Sonka und J. M. Fitzpatrick, Herausgeber, *Medical Imaging 2003: Image Processing*, Seiten 1037–1048. Proceedings of the SPIE 5032.
- Fornefett, M., Rohr, K., Sprengel, R. und Stiehl, H. S. (1998a). Elastic Medical Image Registration using Orientation Attributes at Landmarks. In E. Berry, D. Hogg, K. V. Mardia und M. A. Smith, Herausgeber, *Proc. Medical Image Understanding and Analysis (MIUA'98) Conference*, Leeds, UK, 6 - 7 July, 1998, Seiten 49–52. University of Leeds.
- Fornefett, M., Rohr, K., Sprengel, R. und Stiehl, H. S. (1998b). Incorporating Orientation Attributes in Landmark-based Elastic Medical Image Registration. In H. Niemann, H. P. Seidel und B. Girod, Herausgeber, *Proceedings of the Image and Multidimensional Digital Signal Processing (IMDSP'98) Workshop, Alpbach, Austria*, Seiten 37–40, Sankt Augustin. Infix Verlag.
- Fornefett, M., Rohr, K., Sprengel, R. und Stiehl, H. S. (1998c). Orientation Constraints in Point-Based Elastic Image Registration. In F. M. P. Levi, R.-J. Ahlers und M. Schanz, Herausgeber, *Proceedings of the 20th DAGM-Symposium Mustererkennung 98 (DAGM'98)*, Stuttgart, Germany, Informatik Aktuell, Seiten 533–539. Springer Verlag.
- Fornefett, M., Rohr, K. und Stiehl, H. S. (1999a). Elastic Registration of Medical Images Using Radial Basis Functions with Compact Support. In *Proc. IEEE Internat. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'99)*, Fort Collins, CO, USA, June 23 - 25, 1999, Seiten 402–407. IEEE Computer Society.
- Fornefett, M., Rohr, K. und Stiehl, H. S. (1999b). Radial Basis Functions with Compact Support for Elastic Registration of Medical Images. In F. Pernuš, S. Kovačič, H. S. Stiehl und A. Viergever, Herausgeber, *Proc. Internat. Workshop on Biomedical Image Registration (WBIR'99)*, Bled, Slovenia, 30 - 31 August, 1999, Seiten 173–185. Slovenian Pattern Recognition Society.
- Fornefett, M., Rohr, K. und Stiehl, H. S. (2000). Elastic Medical Image Registration Using Surface Landmarks With Automatic Finding of Correspondences. In A. Horsch und T. Lehmann,

- Herausgeber, *Proc. 4. Workshop Bildverarbeitung für die Medizin, München, Germany, 12 - 14 March 2000*, Informatik aktuell, Seiten 48–52. Springer.
- Fornefett, M., Rohr, K. und Stiehl, H. S. (2001). Radial basis functions with compact support for elastic registration of medical images. *Image and Vision Computing*, **19**, 87–96.
- Forster, O. (1987). *Analysis 2*. vieweg studium.
- Franke, R. und Nielson, G. (1980). Smooth interpolation of large sets of scattered data. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, **15**, 1691–1704.
- Frantz, S. (2001). *Local and Semi-Global Approaches to the Extraction of 3D Anatomical Landmarks from 3D Tomographic Images*. Dissertation, Universität Hamburg, Fachbereich Informatik, AB KOGS, Dissertationen zur Künstlichen Intelligenz, Band 253. Akademische Verlagsgesellschaft, Berlin, 2001 (ISBN 3-89838-253-2).
- Frantz, S., Rohr, K. und Stiehl, H. S. (1999). Improving the Detection Performance in Semi-automatic Landmark Extraction. In W. Wells, A. Colchester und S. Delp, Herausgeber, *Proc. 2nd Internat. Conf. on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI 1999)*, Cambridge, England, September 1999, Band 1679 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 253–262. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Frantz, S., Rohr, K. und Stiehl, H. S. (2000). Localization of 3D Anatomical Point Landmarks in 3D Tomographic Images Using Deformable Models. In S. L. Delp, A. M. DiGioia und B. Jaramaz, Herausgeber, *Proc. 3rd Internat. Conf. on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI 2000)*, Pittsburgh, PA, USA, October 2000, Band 1935 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 492–501. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Gabrani, M. und Tretiak, O. J. (1999). Surface-based matching using elastic transformations. *Pattern Recognition*, **32**, 87–97.
- Gale, D. und Nikaido, H. (1965). The Jacobian Matrix and Global Univalence of Mappings. *Mathematische Annalen*, **159**, 81–93.
- Gee, J. C., Haynor, D. R., Reivich, M. und Bajcsy, R. (1994). Finite element approach to warping of brain images. In M. Loew, Herausgeber, *Proc. SPIE's Internat. Symposium Medical Imaging: Image Processing*, Newport Beach, CA, USA, Feb. 15 - 18, 1994, Band 2167, Seiten 327–337. SPIE Press, Bellingham, WA.
- Geng, X., Kumar, D. und Christensen, G. E. (2005). Transitive Inverse-Consistent Manifold Registration. In G. E. Christensen und M. Sonka, Herausgeber, *Proc. 19th Internat. Conf. on Information Processing in Medical Imaging (IPMI'05)*, Glenwood Springs, CO, USA, July 11 - July 15, 2005, Band 3565 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 468–479. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

- Gladilin, E., Pekar, V., Rohr, K. und Stiehl, H. S. (2006). A comparison between BEM and FEM for elastic registration of medical images. *Image and Vision Computing*, **24**(4), 375–379.
- Goshtasby, A. (1986). Piecewise linear mapping functions for image registration. *Pattern Recognition*, **19**(6), 459–466.
- Goshtasby, A. (1987). Piecewise cubic mapping functions for image registration. *Pattern Recognition*, **20**(5), 525–533.
- Goshtasby, A. (1988). Image registration by local approximation methods. *Image and Vision Computing*, **6**, 255–261.
- Green, W. D. K. (1995). Spline-based deformable models. In R. A. Meler, A. Y. Wu, F. L. Bookstein und W. D. K. Green, Herausgeber, *Vision Geometry IV*, San Diego, CA, USA, 9 - 14 July, 1995, Band 2573 von *SPIE Proceedings*, Seiten 290–301. SPIE.
- Green, W. D. K. (1996). The thin-plate spline and images with curving features. In K. V. Mardia, C. A. Gill und I. L. Dryden, Herausgeber, *Proc. Internat. 16th Leeds Annual Statistical Research (L.A.S.R.) Workshop: Image Fusion and Shape Variability Techniques*, Leeds, UK, 3 - 5 July, 1996. Leeds University Press.
- Haber, E. und Modersitzki, J. (2007). Image Registration with Guaranteed Displacement Regularity. *Internat. Journal of Computer Vision*, **71**(3), 361–372.
- Hagemann, A. (2001). *A Biomechanical Model of the Human Head with Variable Material Properties for Intraoperative Image Correction*. Dissertation, Universität Hamburg, Fachbereich Informatik, AB KOGS, Logos Verlag Berlin, ISBN 3-89722-665-0.
- Hagemann, A., Rohr, K., Stiehl, H. S., Spetzger, U. und Gilsbach, J. M. (1999). Biomechanical Modelling of the Human Head for Physically-Based, Nonrigid Image Registration. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, **18**(10), 875–884.
- Hagemann, A., Rohr, K. und Stiehl, H. S. (2000). Biomechanically based simulation of brain deformations for intraoperative image correction: coupling of elastic and fluid models. In K. M. Hanson, Herausgeber, *Medical Imaging 2000 – Image Processing (MI'00)*, Proceedings of SPIE Volume 3979, Seiten 658–667.
- Hagemann, A., Rohr, K. und Stiehl, H. S. (2002). Coupling of fluid and elastic models for biomechanical simulations of brain deformations using FEM. *Medical Image Analysis*, **6**(4), 375–388.
- Handels, H., Werner, R., Frenzel, T., Säring, D., Lu, W., Low, D. und Ehrhardt, J. (2006). Improved Reconstruction of 4D MSCT Image Data and Motion Analysis of Lung Tumors Using Non-linear Registration Methods. In *Proceedings of the World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering* Seoul, Korea 2006, Seiten 2172–2175.

- Hawkes, D. J., Barratt, D., Blackall, J. M., Chan, C., Edwards, P. J., Rhode, K., Penney, G. P., McClelland, J. und Hill, D. L. (2005). Tissue deformation and shape models in image-guided interventions: a discussion paper. *Medical Image Analysis*, **9**, 163–175.
- Joshi, S. C., Miller, M. I., Christensen, G. E., Banerjee, A., Coogan, T. und Grenander, U. (1995). Hierarchical brain mapping via a generalized dirichlet solution for mapping brain manifolds. In *Proc. SPIE Vision Geometry IV*, Band 2573, Seiten 278–289.
- Kass, M., Witkin, A. und Terzopoulos, D. (1988). Snakes: Active contour models. *International Journal of Computer Vision*, **1**(4), 321–331.
- Kohlrausch, J. (1999). *Theoretische und experimentelle Untersuchungen der Élastic-Body-Splines für elastischen Registrierung medizinischer Bilddaten*. Diplomarbeit, Universität Hamburg, Fachbereich Informatik, AB KOGS, Hamburg.
- Kohlrausch, J., Rohr, K. und Stiehl, H. S. (2001). A New Class of Elastic Body Splines for Nonrigid Registration of Medical Images. In *Workshop Bildverarbeitung für die Medizin 2001 – Algorithmen, Systeme, Anwendungen – Medizinische Universität zu Lübeck, Lübeck/Germany, 4.-6. März 2001*, Informatik aktuell, Seiten 164–168. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Kohlrausch, J., Rohr, K. und Stiehl, H. S. (2005). A New Class of Elastic Body Splines for Nonrigid Registration of Medical Images. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, **23**(3), 253–280.
- Köthe, U. (2000). *Generische Programmierung für die Bildverarbeitung*. Dissertation, Universität Hamburg, Fachbereich Informatik, AB KOGS. ISBN: 3-8311-0239-2.
- Krahnstöver, N. und Lorenz, C. (1999). Development of a point based shape representation of arbitrary three-dimensional medical objects suitable for statistical shape modeling. In K. Hanson, Herausgeber, *Proc. SPIE's Internat. Symposium on Medical Imaging 1999: Image Processing*, San Diego, CA, USA, 21 - 26 February 1999, Band 3661, Seiten 620–631. SPIE Press, Bellingham, WA.
- Kyriacou, S. K. und Davatzikos, C. (1998). A Biomechanical Model of Soft Tissue Deformation, with Applications to Non-rigid Registration of Brain Images with Tumor Pathology. In W. M. Wells, A. Colchester und S. Delp, Herausgeber, *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'98)*, Nummer 1496 in Lecture Notes in Computer Science, Seiten 531–538, Cambridge, MA, USA. Springer Verlag.
- Kyriacou, S. K., Davatzikos, C., Zinreich, S. J. und Bryan, R. N. (1997). Modeling Brain Pathology and Tissue Deformation Using a finite Element Based Nonlinear Elastic Model. *IEEE Trans. on Medical Imaging*.
- Kyriacou, S. K., Davatzikos, C., Zinreich, S. J. und Bryan, R. N. (1999). Nonlinear Elastic Registration of Brain Images with Tumor Pathology Using a Biomechanical Model. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, **18**(7), 580–592.

- Leow, A., Huang, S.-C., Geng, A., Becker, J., Davis, S., Toga, A. und Thompson, P. (2005). Inverse Consistent Mapping in 3D Deformable Image Registration: Its Construction and Statistical Properties. In G. E. Christensen und M. Sonka, Herausgeber, *Proc. 19th Internat. Conf. on Information Processing in Medical Imaging (IPMI'05)*, Glenwood Springs, CO, USA, July 11 - July 15, 2005, Band 3565 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 493–503. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Little, J. A., Hill, D. L. G. und Hawkes, D. J. (1997). Deformations Incorporating Rigid Structures. *Computer Vision and Image Understanding*, **66**(2), 223–232.
- Loeckx, D., Maes, F., Vandermeulen, D. und Suetens, P. (2004). Nonrigid Image Registration Using Free-Form Deformations with a Local Rigidity Constraint. In C. Barillot, D. R. Haynor und P. Hellier, Herausgeber, *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2004, 7th International Conference Saint-Malo, France, September 26-29, 2004, Proceedings, Part I*, Band 3216 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 639–646. Springer. ISBN 3-540-22976-0.
- Ma, B. und Ellis, R. E. (2004). Surface-Based Registration with a Particle Filter. In C. Barillot, D. R. Haynor und P. Hellier, Herausgeber, *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2004, 7th International Conference Saint-Malo, France, September 26-29, 2004, Proceedings, Part I*, Band 3216 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 566–573. Springer. ISBN 3-540-22976-0.
- Maintz, J. B. A. und Viergever, M. A. (1998). A survey of medical image registration. *Medical Image Analysis*, **2**(1), 1–36.
- Malandain, G. und Fernández-Vidal, S. (1998). Euclidean skeletons. *Image and Vision Computing*, **16**, 317–327.
- Mardia, K. V. und Little, J. A. (1994). Image warping using derivative information. In F. L. Bookstein, J. S. Duncan, N. Lange und D. C. Wilson, Herausgeber, *Mathematical Methods in Medical Imaging III*, Band 2299, Seiten 16–31, San Diego, California. SPIE.
- Mardia, K. V., Kent, J. T., Goodall, C. R. und Little, J. A. (1996). Kriging and splines with derivative information. *Biometrika*, **83**(1), 207–221.
- Meyer, C. R., Boes, J. L., Kim, B., Bland, P. H., Zasadny, K. R., Kison, P. V., Koral, K., Frey, K. A. und Wahl, R. L. (1996/97). Demonstration of accuracy and clinical versatility of mutual information for automatic multimodality image fusion using affine and thin-plate spline warped geometric deformations. *Medical Image Analysis*, **1**(3), 195–206.
- Miller, M. I., Christensen, G. E., Amit, Y. und Grenander, U. (1993). Mathematical textbook of deformable neuroanatomies. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, **90**(24), 11944–11948.
- Modersitzki, J. (2004). *Numerical Methods for Image Registration*. Oxford University Press.

- Moghari, M. H. und Abolmaesumi, P. (2005). A Novel Incremental Technique for Ultrasound to CT Bone Surface Registration Using Unscented Kalman Filtering. In J. S. Duncan und G. Gerig, Herausgeber, *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention - MICCAI 2005, 8th International Conference, Palm Springs, CA, USA, October 26-29, 2005, Proceedings, Part II*, Band 3750 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 197–204. Springer. ISBN 3-540-29326-4.
- Monga, O. und Benayoun, S. (1995). Using partial derivatives of 3d images to extract surface features. *Computer Vision and Image Understanding*, **61**(2), 171–189.
- Paglieroni, D. (1992). A Unified Distance Transform Algorithm and Architecture. *Machine Vision and Applications*, **5**(1), 47–55.
- Peckar, W. (1998). *Application of Variational Methods to Elastic Registration of Medical Images*. Dissertation, Universität Hamburg, Fachbereich Informatik, AB KOGS.
- Peckar, W., Schnörr, C., Rohr, K. und Stiehl, H. S. (1999). Parameter-Free Elastic Deformation Approach for 2-D and 3-D Registration Using Prescribed Displacements. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, **10**, 143–162.
- Penney, G. P., Little, J. A., Cowling, M. G., Hill, D. L. G. und Hawkes, D. J. (1998). The registration of images of the spine after patient movement using deformations incorporating rigid structures: preliminary results. In E. Berry, D. Hogg, K. V. Mardia und M. A. Smith, Herausgeber, *Proc. Medical Image Understanding and Analysis (MIUA'98) Conference*, Leeds, UK, 6 - 7 July, 1998, Seiten 41–44. University of Leeds.
- Penney, G. P., Edwards, P. J., King, A. P., Blackall, J. M., Batchelor, P. G. und Hawkes, D. J. (2001). A Stochastic Iterative Closest Point Algorithm (stochastICP). In W. J. Niessen und M. A. Viergever, Herausgeber, *Proc. 4th Internat. Conf. on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI 2001)*, Utrecht, The Netherlands, October 2001, Band 2208 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 762–769. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. und Vetterling, W. T. (1988). *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, Cambridge New York New Rochelle Melbourne Sydney.
- Rangarajan, A., Chui, H., Mjolsness, E., Pappu, S., Davachi, L., Goldman-Rakic, P. S. und Duncan, J. S. (1997). A Robust Point Matching Algorithm for Autoradiograph Alignment. *Medical Image Analysis*, **1**(4), 379–397.
- Rohr, K. (1998). Image Registration Based on Thin-Plate Splines and Local Estimates of Anisotropic Landmark Localization Uncertainties. In C. J. Taylor und A. Colchester, Herausgeber, *Proc. 1st Internat. Conf. on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'98)*, Cambridge, MA, USA, 11 - 13 October, 1998, Band 1496 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 1174–1183. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

- Rohr, K. (2000). Elastic Registration of Multimodal Medical Images: A Survey. *KI – Künstliche Intelligenz*, **3**, 11–17.
- Rohr, K. (2001). *Landmark-Based Image Analysis: Using Geometric and Intensity Models*. Computational Imaging and Vision Series. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht Boston London, 21. Auflage.
- Rohr, K. und Stiehl, H. S. (1997). Characterization and Localization of Anatomical Landmarks in Medical Images. In B.-O. Hütter und J.-M. Gilsbach, Herausgeber, Proceedings of the 1st Aachen Conference in *Neuropsychology in Neurosurgery, Psychiatry and Neurology*, Seiten 9–12, Aachen. Department of Neurosurgery, University of Technology (RWTH) Aachen, Germany.
- Rohr, K., Stiehl, H. S., Sprengel, R., Beil, W., Buzug, T. M., Weese, J. und Kuhn, M. H. (1996). Point-Based Elastic Registration of Medical Image Data Using Approximating Thin-Plate Splines. In K. Höhne und R. Kikinis, Herausgeber, *Proc. 4th Internat. Conf. Visualization in Biomedical Computing (VBC'96)*, Hamburg, Germany, 22 - 25 September, 1996, Band 1131 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 297–306. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Rohr, K., Sprengel, R. und Stiehl, H. S. (1997). Incorporation of Landmark Error Ellipsoids for Image Registration Based on Approximating Thin-Plate Splines. In H. U. Lemke, M. W. Vannier und K. Inamura, Herausgeber, *Proc. Computer Assisted Radiology and Surgery (CAR'97)*, Berlin, Germany, 25 - 28 June, 1997, Band 1134 von Excerpta Medica International Congress Series, Seiten 234–239. Elsevier Science, Amsterdam Lausanne New York Oxford Shannon Tokyo.
- Rohr, K., Fornefett, M. und Stiehl, H. S. (1999a). Approximating Thin-Plate Splines for Elastic Registration: Integration of Landmark Errors and Orientation Attributes. In A. Kuba, M. Šámal und A. Todd-Pokropek, Herausgeber, *Proc. 16th Internat. Conf. on Information Processing in Medical Imaging (IPMI'99)*, Visegrád, Hungary, June 28 - July 2, 1999, Band 1613 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 252–265. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Rohr, K., Stiehl, H. S., Fornefett, M., Frantz, S. und Hagemann, A. (1999b). Landmark-Based Elastic Registration of Human Brain Images. In U. Spetzger, H. S. Stiehl und J. M. Gilsbach, Herausgeber, *Navigated Brain Surgery – Interdisciplinary Views of Neuronavigation from Neurosurgeons and Computer Scientists*, Seiten 137–148. Verlag Mainz, Aachen.
- Rohr, K., Stiehl, H. S., Fornefett, M., Frantz, S. und Hagemann, A. (2000). Project IMAGINE: Landmark-Based Elastic Registration and Biomechanical Brain Modelling. *KI – Künstliche Intelligenz*, **3**, 37–39.
- Rohr, K., Stiehl, H. S., Sprengel, R., Buzug, T. M., Weese, J. und Kuhn, M. H. (2001). Landmark-Based Elastic Registration Using Approximating Thin-Plate Splines. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, **20**(6), 526–534.

- Rohr, K., Fornefett, M. und Stiehl, H. S. (2003). Spline-Based Elastic Image Registration: Integration of Landmark Errors and Orientation Attributes. *Computer Vision and Image Understanding*, **90**(2), 153–168.
- Rohr, K., Cathier, P. und Wörz, S. (2004). Elastic Registration of Electrophoresis Images Using Intensity Information and Point Landmarks. *Pattern Recognition*, **37**(5), 1035–1048.
- Ruprecht, D. (1994). *Geometrische Deformationen als Werkzeug in der Graphischen Datenverarbeitung*. Dissertation, Universität Dortmund, Fachbereich Informatik, Lehrstuhl VII – Graphische Systeme.
- Ruprecht, D. und Müller, H. (1993). Free form deformation with scattered data interpolation methods. *Computing Supplementum*, **8**, 267–281.
- Ruprecht, D. und Müller, H. (1995). Image warping with scattered data interpolation. *IEEE Computer Graphics & Applications*, **15**(2), 37–43.
- Ruprecht, D., Nagel, R. und Müller, H. (1995). Spatial free-form deformation with scattered data interpolation methods. *Computer & Graphics*, **19**(1), 63–71.
- Schiemann, T. (1998). *Interaktive Verfahren für deformierende Eingriffe an volumenbasierten digitalen Körpermodellen*. Dissertation, Institut für Mathematik und Datenverarbeitung in der Medizin (IMDM), Universitäts-Krankenhaus Eppendorf, Hamburg, Shaker Verlag, Aachen 1998.
- Schroeder, W. J., Martin, K. M. und Lorensen, W. E. (1996). The Design and Implementation of an Object-Oriented Toolkit for 3D Graphics and Visualization. In *Proceedings IEEE Visualization'96*, San Francisco, USA, October 27 - November 1, 1996.
- Schroeder, W. J., Martin, K. M. und Lorensen, W. E. (1998). *The Visualization Toolkit – An Object-Oriented Approach to 3D Graphics*. Prentice Hall, New Jersey, zweite Auflage.
- Sederberg, T. W. und Parry, S. R. (1986). Free-Form Deformation of Solid Geometric Models. *Computer Graphics (SIGGRAPH'86)*, **20**(4), 151–160.
- Skusa, M. (1997). Untersuchungen zur Registrierung dreidimensionaler medizinischer Bilder mit Hilfe der Hauptachsentransformation und des Modells von Talairach. Studienarbeit, März 1997, Universität Hamburg, FB Informatik, AB KOGS.
- Sonka, M. und Fitzpatrick, J. M., Herausgeber (2000). *Handbook of Medical Imaging*, Band 2. Medical Image Processing and Analysis. SPIE Press. ISDN 0-8194-3622-4.
- Sprengel, R., Rohr, K. und Stiehl, H. S. (1996). Thin-plate spline approximation for image registration. In *Proc. 18th IEEE Internat. Annual Conf. Engineering in Medicine and Biology Society (EMBS'96)*, CD-ROM Proceedings, Amsterdam, Netherland, 31 October - 3 November, 1996, The Netherlands, Amsterdam.

- Subsol, G., Thirion, J.-P. und Ayache, N. (1998). A scheme for automatically building three-dimensional morphometric anatomical atlases: application to a skull atlas. *Medical Image Analysis*, **2**(1), 37–60.
- Szeliski, R. und Lavallée, S. (1996). Matching 3-D Anatomical Surfaces with Non-Rigid Deformations using Octree-Splines. *International Journal of Computer Vision*, **18**(2), 171–186.
- Wahba, G. (1990). *Spline Models for Observational Data*. Society for industrial and applied mathematics (SIAM), Philadelphia, Pennsylvania, USA.
- Wahba, G. (1992). Multivariate Function and Operator Estimation, Based on Smoothing Splines and Reproducing Kernels. In M. Casdagli und S. Eubank, Herausgeber, *Proc. on Nonlinear Modeling and Forecasting* Santa Fe, New Mexico, USA, September, 1990, Band XII von *SFI Studies in the Science of Complexity*, Seiten 95–112. Addison Wesley Longman. ISBN 0-201-58788-2.
- Warfield, S. K., Haker, S. J., Talos, I.-F., Kemper, C. A., Weisenfeld, N., Mewes, A., Goldberg-Zimring, D., Zou, K. H., Westin, C.-F., Wells, W. M., Tempany, C. M. C., Golby, A., Black, P. M., Jolesz, F. A. und Kikinis, R. (2005). Capturing Intraoperative Deformations: Research Experience At The Surgical Planning Laboratory. *Medical Image Analysis*, **9**, 145–162.
- Wegner, H. (1997). Untersuchung von Fehlermaßen für 3D-Registrierungsverfahren auf der Basis von Distanztransformationen. Studienarbeit, Universität Hamburg, FB Informatik.
- Wendland, H. (1995). Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree. *Advances in Computational Mathematics*, **4**, 389–396.
- Wendland, H. (1996). *Konstruktion und Untersuchung radialer Basisfunktionen mit kompaktem Träger*. Dissertation, Universität Göttingen.
- Wörz, S. und Rohr, K. (2003). Localization of Anatomical Point Landmarks in 3D Medical Images by Fitting 3D Parametric Intensity Models. In T. Wittenberg, P. Hastreiter, U. Hoppe, H. Handels, A. Horsch und H.-P. Meinzer, Herausgeber, *Proc. 7. Workshop Bildverarbeitung für die Medizin, Erlangen, Germany, 9 - 11 March 2003*, Informatik aktuell, Seiten 6–10. Springer. ISBN 3-540-00619-2.
- Wörz, S. und Rohr, K. (2006a). Physics-Based Elastic Image Registration Using Splines and Including Landmark Localization Uncertainties. In R. Larsen, M. Nielsen und J. Sporring, Herausgeber, *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention - MICCAI 2006, 9th International Conference, Copenhagen, Denmark, October 1-6, 2006, Proceedings, Part II*, Band 4191 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 678–685. Springer. ISBN 3-540-44727-X.
- Wörz, S. und Rohr, K. (2006b). New Approximating Gaussian Elastic Body Splines for Landmark-Based Registration of 2D and 3D Medical Images. In H. Handels, J. Ehrhardt, A. Horsch, H.-P. Meinzer und T. Tolxdoff, Herausgeber, *Proc. Workshop Bildverarbeitung*

für die Medizin 2006 – Algorithmen, Systeme, Anwendungen – Hamburg/Germany, 19.-21. März 2006, Informatik aktuell, Seiten 206–210. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. ISBN 3-540-32136-5.

Zhang, Z. (1994). Iterative Point Matching for Registration of Free-Form Curves and Surfaces. *International Journal of Computer Vision*, **13**(2), 119–152.

Zitová, B. und Flusser, J. (2003). Image registration methods: a survey. *Image and Vision Computing*, **21**, 977–1000.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Wentorf, 21. Mai 2007

Mike Fornefett