

# Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden verschiedene Anwendungen der verallgemeinerten Multiskalenanalyse nach Harten [Har93b, Har93a, Har94] auf numerische Lösungen von strömungsmechanischen Problemen untersucht.

Eine erste Anwendung der verallgemeinerten Multiskalenanalyse auf unstrukturierte Gitter wurde von Abgrall und Harten in [AH94] durchgeführt. Die Theorie wurde in der vorliegenden Arbeit weiter formalisiert und konnte auch im Zweidimensionalen vollständig auf Operationen der linearen Algebra zurückgeführt werden. Speziell konnte hier die Darstellung der Skalenkoeffizienten mit Hilfe von Basismatrizen beschrieben werden (siehe auch [SPS95, SPSF00]).

Dies ermöglichte es, die verallgemeinerte Multiskalenanalyse auf numerische Simulationen der Euler-Gleichungen der Gasdynamik in zwei Dimensionen anzuwenden. Drei verschiedene Aspekte wurden in dieser Arbeit genauer untersucht: Datenkompression, Berechnung der Differentiationsmatrix und die Detektion von Phänomenen.

Die Daten numerischer Simulationen mehrdimensionaler Probleme benötigen sehr viel Speicherplatz, was schon im Zweidimensionalen zu Problemen führen kann. Mit der verallgemeinerten Multiskalenanalyse ist es möglich, diesen Speicherbedarf erheblich zu reduzieren, ohne die Struktur der Lösung zu verwischen. Die Tests für die Datenkompression lieferten hohe Kompressionsraten.

Die Berechnung von Ableitungen diskreter Daten ist ein nicht triviales Problem. Für Wavelets kann dies mit Hilfe von Differentiationsmatrizen durchgeführt werden. Diese Theorie wurde im Eindimensionalen auf die verallgemeinerte Multiskalenanalyse übertragen. Hierbei wurde auch der Zusammenhang zwischen der verallgemeinerten Multiskalenanalyse und der Multiskalenanalyse der Wavelets verdeutlicht. Es zeigt sich jedoch, daß die Berechnung der diskreten Ableitungen mit Hilfe der Differentiationsmatrizen im Falle der verallgemeinerten Multiskalenanalyse nicht konsistent ist.

Ein weiteres Problem der numerischen Simulationen ist die Detektion typi-

scher Phänomene in den Lösungen. Bei der Simulation der Euler-Gleichungen handelt es sich hierbei um Stöße und Kontaktunstetigkeiten. Auch hier konnte die verallgemeinerte Multiskalenanalyse erfolgreich angewendet werden. Mit ihrer Hilfe konnten die Unstetigkeiten detektiert und separiert werden. Die Rankine-Hugoniot-Bedingungen ermöglichten eine weitere Lokalisierung der Unstetigkeiten. Jedoch führten diese Bedingungen, lokal auf die diskreten Werte rechts und links der Unstetigkeiten angewandt, nicht zu einer stabilen Methode. Daher wurden Hilfen eingebaut, die Richtungsbeschränkungen enthalten und die Methode so stabiler machen. Weitere Ansätze zum genauen Lokalisieren der Unstetigkeiten müssen untersucht werden.