

Andreas Diekmann

Ein nichtlinearer Ansatz zur Bestimmung der Größenverteilung  
von Gasblasen in Zweiphasenmedien

2001

## Zusammenfassung

Bei der Umströmung von Schiffspropellern kann hydrodynamische Kavitation entstehen. Darunter versteht man die Bildung kleiner Hohlräume im Wasser, welche durch Druckschwankungen in der Strömung verursacht wird. Das Auftreten von Kavitation wird dabei durch Verunreinigungen des Wassers in Form kleiner Gasblasen begünstigt.

Die Kavitationserscheinungen führen zu Materialschäden und zu erheblicher Schallabstrahlung – bei der Entwicklung neuer Schiffspropeller versucht man deshalb, diese Effekte zu minimieren. Zur kontrollierten Durchführung von Modellversuchen, welche der Abschätzung des Kavitationsverhaltens dienen, wird ein Verfahren benötigt, um Größe und Konzentration der Gasblasen in den Versuchsanlagen messen zu können.

Die akustischen Eigenschaften blasenhaltiger Flüssigkeiten unterscheiden sich wesentlich von denen der reinen Flüssigkeit; die Anwesenheit von Gasblasen bewirkt insbesondere eine Dämpfung der Schallwellen. Man kann nun versuchen, durch Messung der Dämpfung für Schallwellen unterschiedlicher Frequenzen die Größenverteilung der Gasblasen zu bestimmen. Dieses inverse Problem ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Zunächst wird ein Modell zur Beschreibung blasenhaltiger Flüssigkeiten vorgestellt, welches auf van Wijngaarden [47,48] zurückgeht. Für die Ausbreitung ebener Schallwellen erhält man aus diesem Modell eine nichtlineare Gleichung der speziellen Form  $L(f) = g(f)$ , aus der die gesuchte Verteilung  $f$  bestimmt werden kann. Hier ist  $L$  ein linearer und  $g$  ein nichtlinearer Integraloperator. Die aus Messungen bekannte Dämpfung geht dabei in den Operator  $g$  ein, und man hat infolgedessen nur eine Approximation  $g^\delta$  zur Verfügung. Es stellt sich nun heraus, daß Lösungen der oben aufgeführten Gleichung nicht stetig von Störungen des Operators  $g$  abhängen; in diesem Sinne ist diese Gleichung schlecht gestellt.

Ist der Gasanteil im Gemisch sehr gering, so kann die gesuchte Verteilung aus einer linearen Approximation der oberen Gleichung bestimmt werden. Solche Methoden findet man z. B. in Commander et al. [6] und Diekmann [9]. Das Ziel dieser Arbeit ist es nun, eine Methode für Gemische mit einem höheren Gasanteil zu entwickeln. Dazu bedarf es insbesondere der Formulierung eines geeigneten Regularisierungsverfahrens für die nichtlineare Gleichung. Es wird gezeigt, daß unter Voraussetzungen, die von den Operatoren  $L$  und  $g$  sowie den Störungen von  $g$  erfüllt werden, die bekannte Tikhonov-Regularisierung auf diesen Fall übertragen werden kann. Schließlich wird ein numerisches Verfahren zur Lösung der regularisierten Gleichung vorgestellt und dieses an Beispielen getestet.