

Ramanspektroskopie
an Quantentöpfen
in Microcavities

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Lucia Rolf
aus Voerde

Hamburg
1999

Gutachter der Dissertation:

Professor Dr. D. Heitmann
Professor Dr. U. Merkt

Gutachter der Disputation:

Professor Dr. D. Heitmann
Professor Dr. W. Hansen

Datum der Disputation:

12. Januar 2000

Dekan des Fachbereichs
Physik und Vorsitzender
des Promotionsausschusses:

Professor Dr. F.-W. Büber

Für Frank

Abstract

This thesis is devoted to the optical spectroscopy on $\text{AlAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ based microcavities containing a GaAs quantum well. The investigation is focused on two different types of quantum wells, modulation doped and undoped.

A software developed as part of this thesis allows one to determine the reflectivity and therefore the position of the cavity mode of a multi-layer system using the dielectric function of the system. Samples are grown on this basis and are characterized afterwards using fourier transform spectroscopy. A Rabi splitting could be observed in reflectivity measurements on samples with an undoped quantum well embedded.

A main aspect of this work is the analysis by means of Raman spectroscopy. Strong enhancement of LO and TO phonon intensity can be observed in an undoped system. The measurements on an one-sided modulation-doped quantum well exhibit an optical enhancement of electronic elementary excitations, spin-density and charge-density excitations.

Inhaltsangabe

In dieser Arbeit werden AlAs-Al_xGa_{1-x}As-basierte Microcavities mit einem eingebetteten GaAs-Quantentopf mit optischen Methoden untersucht. Dabei werden sowohl Proben mit undotiertem, als auch mit einseitig modulationsdotiertem Quantentopf betrachtet.

Mit einem eigens erstellten Programm werden Reflexionsspektren aus der dielektrischen Funktion des komplexen Vielschichtensystems errechnet und damit die Position der Cavity-Mode bestimmt. Eine Charakterisierung der auf dieser Basis gewachsenen Proben erfolgt in Reflexionsmessungen mittels Fourier-spektroskopie. Bei diesen Reflexionsmessungen konnte an einer Probe mit undotiertem Quantentopf das Rabi-Splitting beobachtet werden.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der Ramanspektroskopie. Dabei wird beobachtet, daß das TO- und das LO-Phononsignal aus dem undotierten Quantentopf mit der Cavity-Mode resonant verstärkt wird.

Bei der Spektroskopie an einem einseitig modulationsdotierten Quantentopf werden die Resonatoreigenschaften der Cavity ausgenutzt, um eine optische Verstärkung elektronischer Ramananregungen zu erreichen. Zu diesen Anregungen zählen sowohl die Ladungsdichte- als auch die Spindichte-anregungen.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	i
Inhaltsangabe	ii
1 Einleitung	1
1.1 Al(Ga)As	3
1.1.1 Einteilchenzustände in Volumenhalbleitern (3D)	5
1.1.2 Quantentopf	9
1.1.3 Einteilchenzustände in Quantentöpfen (2D)	10
1.1.4 Microcavity	15
1.2 Ramanspektroskopie	16
2 Exzitonen	18
2.1 Exzitonen in Volumenhalbleitern (3D)	18
2.2 Exzitonen in Quantentöpfen (2D)	21
2.3 Exziton–Polaritonen in Volumenhalbleitern (3D)	22
2.4 Exziton–Polaritonen in Quantentöpfen (2D)	23
3 Ramanspektroskopie an Quantentöpfen	25
3.1 Elektronische Anregungen	25
3.2 Elektronische Ramanstreuung	27

3.2.1	Streumechanismen	32
4	Microcavities – Grundlagen	35
4.1	Reflexion	35
4.2	Dielektrische Spiegel	39
4.3	Microcavity	40
4.3.1	Resonante Ramanstreuung in Microcavities	44
5	Theorie des Rabi–Splittings	47
5.1	Semiklassischer Ansatz	48
5.2	Quantenmechanischer Ansatz	51
6	Probenwachstum	55
7	Meßaufbauten	61
7.1	Fourierlabor	61
7.2	Ramanlabor	62
8	Meßergebnisse	65
8.1	Messung des Rabi–Splittings	65
8.2	Ramanmessungen	69
8.2.1	Resonante Phononverstärkung	70
8.2.2	Optische Verstärkung elektronischer Ramanstreuung	73
8.2.3	Ausblick	79
	Literaturverzeichnis	81

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: Zinkblendestruktur	3
Abb. 2: Bandstruktur von GaAs/AlAs	4
Abb. 3: Bandstruktur von GaAs am Γ -Punkt	6
Abb. 4: MBE Prinzipskizze	8
Abb. 5: Bandkantenverlauf in einem undotierten Quantentopf	9
Abb. 6: Subbandenergien in einem undotierten Quantentopf	13
Abb. 7: Modulationsdotierter Quantentopf	14
Abb. 8: Struktur einer Microcavity mit Brechungsindex- und Bandkantenverlauf	15
Abb. 9: Stokes/Anti-Stokes	17
Abb. 10: Energiezustände eines Wannier-Exzitons	20
Abb. 11: Dispersion eines Exziton-Polaritons	23
Abb. 12: Einteilchenübergänge und Wellenvektordispersion	26
Abb. 13: Zwei- und dreistufiger Streumechanismus	32
Abb. 14: Exzitonischer Streumechanismus	34
Abb. 15: Reflexion am Mehrschichtensystem	36
Abb. 16: Reflexion in Abhängigkeit von der Anzahl der DBRs	40
Abb. 17: Schematischer Feldverlauf in einer Microcavity	41
Abb. 18: Theoretische Finesse	43

Abb. 19: Berechnetes Rabi-Splitting	50
Abb. 20: Vergleich von errechneter und gemessener Reflektivität	56
Abb. 21: Auswirkung einer Variation des Al-Gehaltes im DBR.	57
Abb. 22: Kontinuierliche Flußänderung	57
Abb. 23: Wachstum einer Schicht	58
Abb. 24: Wachstum der gesamten Probe	59
Abb. 25: Abweichung vom Sollwachstum	60
Abb. 26: Meßaufbau: Fourierlabor	62
Abb. 27: Meßaufbau: Ramanlabor	63
Abb. 28: Streugeometrie bei Ramanmessungen	64
Abb. 29: Reflexionsspektrum von #161	66
Abb. 30: Reflexionsmessung an #161: Rabi-Splitting	67
Abb. 31: Ortsabhängiges Rabi-Splitting	68
Abb. 32: Rabi-Splitting gerechneter Reflexionsspektren	69
Abb. 33: Reflexionsspektrum von #89	70
Abb. 34: Ramanspektren von #89	71
Abb. 35: Resonante Phononverstärkung bei #89	73
Abb. 36: Reflexions- und Lumineszenzmessung an #455	75
Abb. 37: Reflexions- und Lumineszenzmessung an #455 im direkten Vergleich	76
Abb. 38: Polarisationsabhängige Ramanspektren von #455	76
Abb. 39: Ramanspektren von #455 in Abhängigkeit von der Laserenergie	77
Abb. 40: Verstärkung der Ramanintensität	78
Abb. 41: Winkelabhängigkeit der Cavity-Mode	79
Abb. 42: Streugeometrie für große Winkel	80

Kapitel 1

Einleitung

Seit der Entwicklung der Molekularstrahlepitaxie (*MBE*, *Molecular Beam Epitaxy*) in den siebziger Jahren ist es zu einer rasanten Entwicklung im Bereich der Halbleitertechnologie niedrigdimensionaler Strukturen gekommen. Mittels MBE lassen sich maßgeschneiderte Strukturen produzieren und so erhält man beispielsweise durch eine einfache Schichtung von Materialien unterschiedlicher Bandlücken sogenannte Quantentöpfe [Din74], Systeme, in denen die Bewegung der Elektronen auf zwei Dimensionen eingeschränkt ist. Durch gezielte Dotierung lassen sich zudem zweidimensionale Elektronengase (*2DEG*, *2Dimensional Electron Gas*) extrem hoher Beweglichkeit in modulationsdotierten Quantentöpfen [Din78] erzeugen.

Mit der stetigen Entwicklung im Bereich des Probenwachstums wurde es auch möglich, komplexere Strukturen herzustellen. Ein Paradebeispiel dafür ist der Ende der achtziger Jahre realisierte VCSEL (*Vertical Cavity Surface Emitting Laser*) [Iga88].

Anschließend wurden in den neunziger Jahren mit Methoden der MBE oder der MOCVD (*Metalorganic Chemical-Vapor Deposition*) Microcavities gewachsen. Diese bestehen aus dielektrischen Spiegeln (*DBRs*, *Distributed Bragg Reflectors*) mit einer eingeschlossenen Cavity und einem optional darin eingebetteten Quantentopf. Nach den ersten Untersuchungen an „leeren“ Microcavities [Yok90] führten weitere Forschungen an Microcavities mit eingebettetem Quantentopf zur Beobachtung des Rabi-Splittings zwischen Cavity-Mode und 2D-Exzitonen [Wei92].

Diese Entdeckung hatte zur Folge, daß parallel zur Weiterentwicklung auf dem Gebiet der Microlaser vermehrt die Eigenschaften von gekoppelten Photonen und Exzitonen, den Exziton-Polaritonen, in Microcavities untersucht und charakterisiert wurden. Die Unter-

suchungen auf dem Gebiet der Cavity-Polaritonen, wie die Eigenzustände der Exziton-Polaritonen in der Microcavity genannt werden, sind, sowohl auf theoretischer als auch auf experimenteller Ebene, sprunghaft angestiegen. Zu den experimentellen Arbeiten, von denen hier nur wenige stellvertretend genannt werden sollen, zählen die grundlegenden Analysen zur Wechselwirkung mit externen elektrischen [Fis95] und magnetischen [Tig95] Feldern sowie die Untersuchungen an gekoppelten Cavities [Sta94b]. Auch auf dem Gebiet der optischen Spektroskopie und insbesondere der Ramanspektroskopie [Fai95] wurden zahlreiche Untersuchungen durchgeführt. Diese Spektroskopiemethode wird in dieser Arbeit unter einem neuen Aspekt, der Verstärkung elektronischer Ramansignale in einer optischen Cavity, wieder aufgegriffen.

So wie in anderen Gebieten der Halbleiterphysik der Trend zu einer immer weiter fortschreitenden Miniaturisierung und Reduktion der Dimensionalität besteht, soll hier nicht unerwähnt bleiben, daß auch das Gebiet der Microcavities davon nicht ausgenommen ist.

Dies geschieht zum einen durch Prozessierung von in Microcavities eingebetteten Quantentöpfen und selbstorganisierten InAs-Quantenboxen mit den Methoden der Elektronenstrahlolithographie und einem Trockenätzprozeß zu Drähten [Kut98] sowie mit Elektronenstrahlolithographie und reaktivem Ionenätzen zu nulldimensionale Effekte zeigenden säulenartigen Strukturen [Blo97, Gay98]. Zum anderen werden direkt Objekte geringer Dimensionalität in die Microcavity eingebracht. Dabei findet man auch hier eindimensionale Drahtstrukturen [Con99] sowie verspannte selbstorganisierte InAs-Dots [Arz98, Ust99].

Hieraus ergibt sich die hoffnungsvolle Zukunftsperspektive, daß sich die Ergebnisse dieser Arbeit auf das Gebiet der Ramanspektroskopie an ein- und nulldimensionalen Systemen in Microcavities ausweiten lassen.

1.1 Al(Ga)As

Das dieser Arbeit zugrundeliegende Materialsystem basiert auf den Halbleitern GaAs, AlAs und $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. Aus diesem Grunde sollen zunächst einige fundamentale Eigenschaften der Volumenkristalle, wie z.B. die Bandstruktur ins Gedächtnis gerufen werden. Danach wird gezeigt, daß sich durch geeignete Anordnung der Halbleiter Quantentöpfe erzeugen lassen, die näher zu erläuternde zweidimensionale Eigenschaften besitzen.

AlAs und GaAs sind III–V–Halbleiter, da sie aus Atomen aus der Gruppe der Erdmetalle und der Stickstoff/Phosphor–Gruppe zusammengesetzt sind. Die chemische Bindung wird pro Einheitszelle von den acht Elektronen der äußersten Schalen der beiden Atomsorten vermittelt. Dabei bilden die s– und p–artigen Orbitale tetraedrische sp^3 –Hybrid–Orbitale aus.

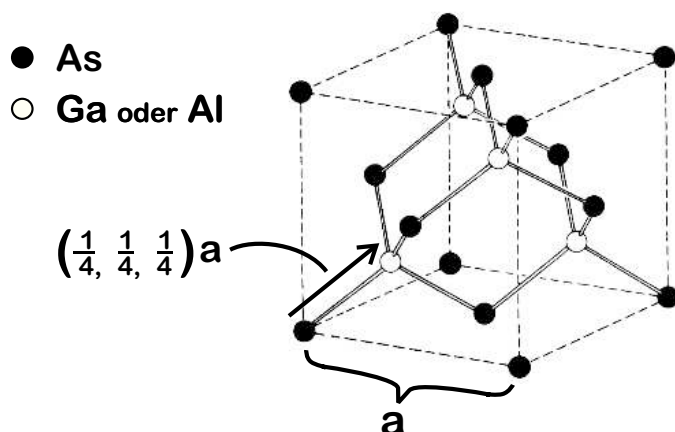


Abb. 1: Zinkblendestruktur von AlAs bzw. GaAs

Diese tetraedrische Bindung führt dazu, daß diese III–V–Halbleiter, wie in Bild 1 dargestellt, in der Zinkblendestruktur auskristallisieren. Dabei besetzen beide Atomsorten die Gitterplätze zweier kubisch flächenzentrierter (*fcc*, *face centered cubic*)–Raumgitter, die um $1/4$ der Raumdiagonalen, d.h. einen Gittervektor $(1/4, 1/4, 1/4)a$ gegeneinander verschoben sind. Dabei ist a die Gitterkonstante, die für GaAs bei Raumtemperatur $a_{\text{GaAs}} = 5.655 \text{ \AA}$ beträgt. Somit ist sie nur geringfügig kleiner als die von AlAs mit $a_{\text{AlAs}} = 5.661 \text{ \AA}$.

Bedingt durch die aus dem geringen Unterschied in den Gitterkonstanten herrührende minimale Gitterfehlpassung läßt sich ein beliebiger Anteil x der Ga– gegen Al–Atome austauschen, wobei der ternäre Verbindungshalbleiter $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ entsteht. Dieser kann

atomlagenweise in beliebiger Schichtung mit GaAs und AlAs fast verspannungsfrei aufeinander aufgewachsen werden, wobei sehr glatte Grenzflächen entstehen.

Bandstruktur

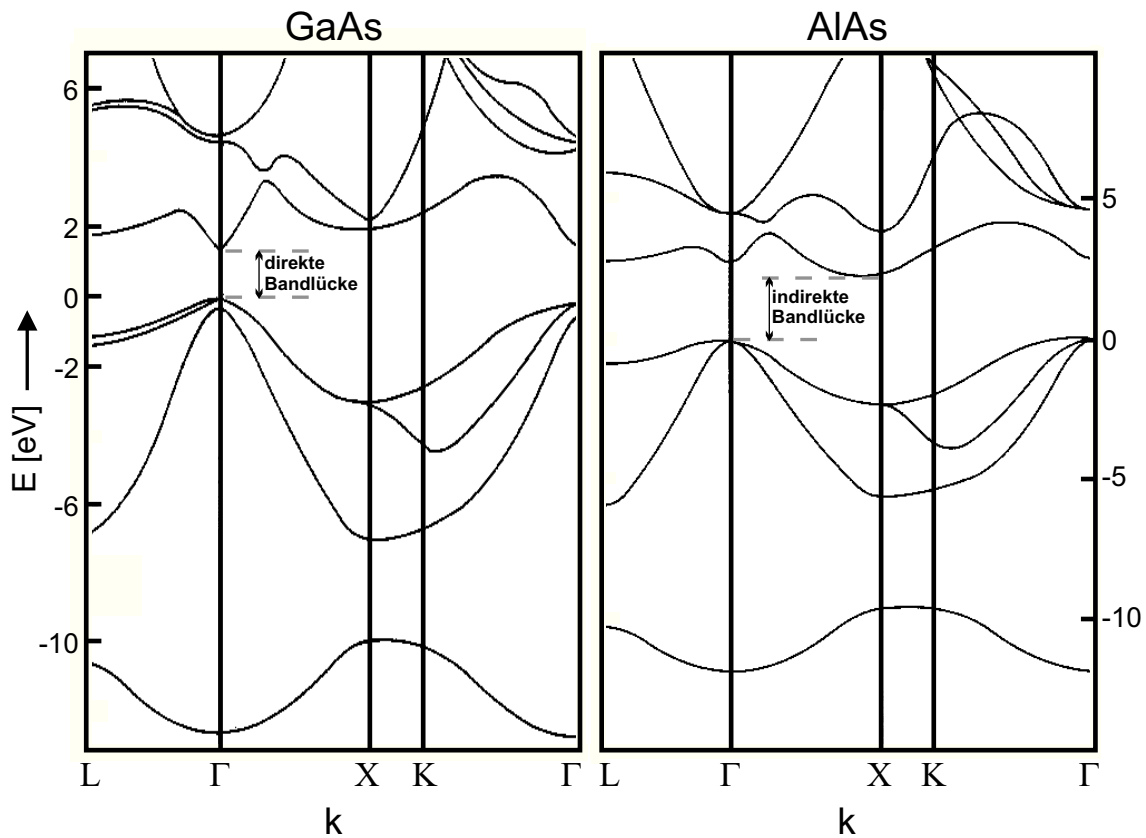


Abb. 2: Bandstruktur des direkten Halbleiters GaAs (links) und des indirekten Halbleiters AlAs (rechts)

In Bild 2 sind die Bandstrukturen von GaAs und AlAs an Punkten hoher Symmetrie der Brillouinzone im \vec{k} -Raum dargestellt. Für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen ist der Verlauf der Bandstruktur am Γ -Punkt von besonderem Interesse. Man erkennt, daß GaAs dort, anders als AlAs, ein direkter Halbleiter ist. Denn beim indirekten Halbleiter AlAs sind das Minimum des Leitungs- und das Maximum des Valenzbandes durch einen endlichen Vektor $|\vec{k}|$ getrennt. Das $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ist bis zu einem Al-Anteil

von $x < 0.4$ ein direkter Halbleiter mit einer von der Aluminiumkonzentration abhängigen Bandlücke: [Kue87]

$$E_g^{\text{AlGaAs}}(x, T) = E_g^{\text{GaAs}}(T[\text{K}]) + 1.455x. \quad (1.1)$$

Dabei ist

$$E_g^{\text{GaAs}}(T) = 1.519 \text{ eV} - \frac{5.405 \cdot 10^{-4} (T[\text{K}])^2}{T[\text{K}] + 204} \text{ eV} \quad (1.2)$$

die temperaturabhängige Bandlücke von GaAs. [Thu75]

1.1.1 Einteilchenzustände in Volumenhalbleitern (3D)

Die einen Kristall beschreibende Vielteilchen-Schrödingergleichung kann nicht exakt gelöst werden, da es sich dabei um ein System mit Atomen in der Größenordnung 10^{23} handelt. Zum Verständnis der elektronischen Eigenschaften von Festkörpern betrachtet man daher die Einteilchennäherung, bei der die Schrödingergleichung für ein einzelnes Elektron gelöst wird. Dabei werden die Atomrümpfe sowie die übrigen Elektronen in einem effektiven periodischen und zeitunabhängigen Potential zusammengefaßt. Davon ausgehend läßt sich die Bandstruktur nur mit unterschiedlichen Näherungsverfahren bestimmen, wie z.B. der Pseudopotentialmethode, der $\vec{k} \cdot \vec{p}$ -Störungstheorie oder der *Tight-Binding*-Näherung (*LCAO*, *linear combination of atomic orbitals*). Die verschiedenen Methoden beschreiben jeweils einige Teilaspekte hervorragend, können aber für andere Aspekte ungeeignet sein. Diese unterschiedlichen Vor- und Nachteile sind in [Yu96] herausgearbeitet.

Zur Interpretation der Ergebnisse ist die Bandstruktur im Zentrum der Brillouinzone von besonderem Interesse, da sich freie Ladungsträger meist in der Umgebung von Punkten hoher Symmetrie lokalisieren. Daher wird hier nur eine parabolische Näherung der Bänder in unmittelbarer Umgebung des Γ -Punktes betrachtet. Diese Einschränkung ist erlaubt, weil der Impuls des Photons, der bei optischen Anregungen übertragen wird, aufgrund der Impulserhaltung sehr klein ist und genähert als Null angenommen werden kann. Für solch ein einfaches Band wird in der Effektivmassen-Näherung der Einfluß des periodischen Potentials der Ionenrümpfe auf die Elektronen durch einen Effektivmassen-Tensor in einem Einteilchenbild beschrieben.

Der Verlauf des Leitungsbandes und der drei Valenzbänder in der Umgebung des Γ -Punktes sind im Bild 3 schematisch dargestellt.

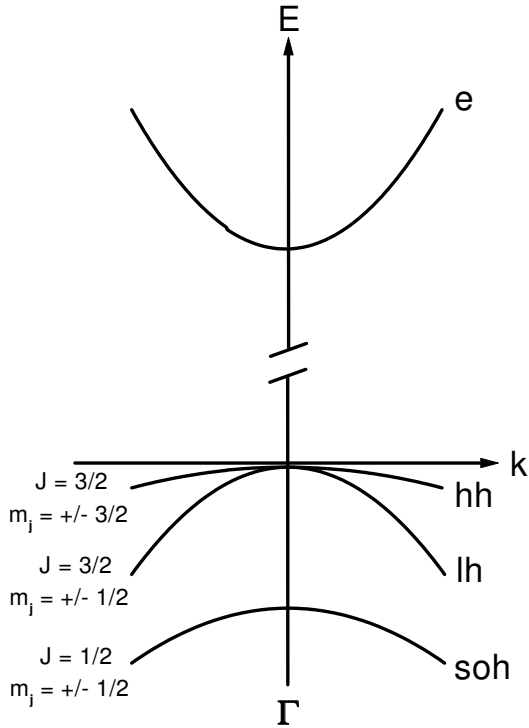


Abb. 3: Nebenstehend ist die Bandstruktur von GaAs in der Umgebung des Γ -Punktes in Effektivmassen-Näherung gezeigt. Bei den Valenzbändern steht hh für heavy hole (Schwerlochband), lh für light hole (Leichtlochband) und soh für split-off hole (Split-Off-Band).

Das parabelförmige Leitungsband ist nahe der Bandkante näherungsweise isotrop und ergibt sich im Rahmen der Effektivmassen-Näherung zu:

$$E_L(\vec{k}) = E_G + \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m_e^*}. \quad (1.3)$$

Dabei ist $m_e^* = 0.0665 m_0$ [LB87] die effektive Masse des Elektrons mit der freien Elektronenmasse m_0 .

Für die Betrachtung der Valenzbänder ergibt sich eine etwas kompliziertere Situation, da aufgrund der Entartung der Valenzbänder die Spin-Bahn-Wechselwirkung nicht mehr vernachlässigt werden darf. Sie wird berücksichtigt mit dem Gesamtdrehimpuls $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, der sich aus dem Bahndrehimpuls \vec{L} und dem Spin \vec{S} der Elektronen zusammensetzt (siehe auch hierzu Abb. 3). Durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung wird ein zweifach entartetes Band mit $|\vec{J}| = 1/2$ und den z -Komponenten $m_j = \pm 1/2$ abgespalten, das sogenannte *Split-Off-Band*. Der vierfach entartete Zustand an der Valenzbandkante mit $|\vec{J}| = 3/2$ setzt sich aus einem Schwerlochband $m_j = \pm 3/2$ und einem Leichtlochband $m_j = \pm 1/2$ zusammen.

Die Dispersion der Schwer- und Leichtlochbänder lässt sich in der Umgebung von $\vec{k} = 0$ durch den Luttinger–Hamiltonoperator beschreiben:[†] [Lut56]

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{\hbar^2}{2m_0} \left[\left(\gamma_1 + \frac{5}{2}\gamma_2 \right) k^2 - 2\gamma_2 (k_x^2 J_x^2 + k_y^2 J_y^2 + k_z^2 J_z^2) \right. \\
 &\quad \left. - 4\gamma_3 (\{k_x k_y\} \{J_x J_y\} + \{k_y k_z\} \{J_y J_z\} + \{k_z k_x\} \{J_z J_x\}) \right].
 \end{aligned}
 \tag{1.4}$$

Hierbei bezeichnen die γ_i die Kohn–Luttinger–Parameter [Lut55], die für GaAs $\gamma_1 = 6.85$, $\gamma_2 = 2.1$ und $\gamma_3 = 2.9$ [Hes76] sind. Somit ergeben sich in verschiedenen Kristallrichtungen unterschiedliche effektive Massen für die schweren und leichten Löcher. In der [100]–Richtung – das entspricht der Orientierung der verwendeten Wafer – sind das $m_{hh}^* = 0.37 m_0$ und $m_{lh}^* = 0.09 m_0$.

MBE (*Molecular Beam Epitaxy*)

Wie bei der Beschreibung des Materialsystems schon angedeutet, stellt Al(Ga)As ein ideales Modellsystem für atomlagengenaues Schichtwachstum mit glatten Grenzflächen dar. Dieses epitaktische Schichtwachstum kann mit der Methode der Molekularstrahlepitaxie (*MBE*) realisiert werden. Unter epitaktischem Wachstum versteht man dabei das orientierte Wachsen von Gastsubstanzen auf einer orientierten Unterlage (Substrat). Als Substrat dient ein GaAs–Wafer, der im *UHV* (*Ultrahochvakuum*) auf einen dreh- und beheizbaren Halter montiert und auf Temperaturen um 600 °C geheizt wird. Die Gastsubstanzen werden durch Verdampfen aufgebracht. Dies ist in einer Prinzipskizze in der Abbildung 4 gezeigt.

[†] Antikommutator $\equiv \{ab\} := ab + ba$

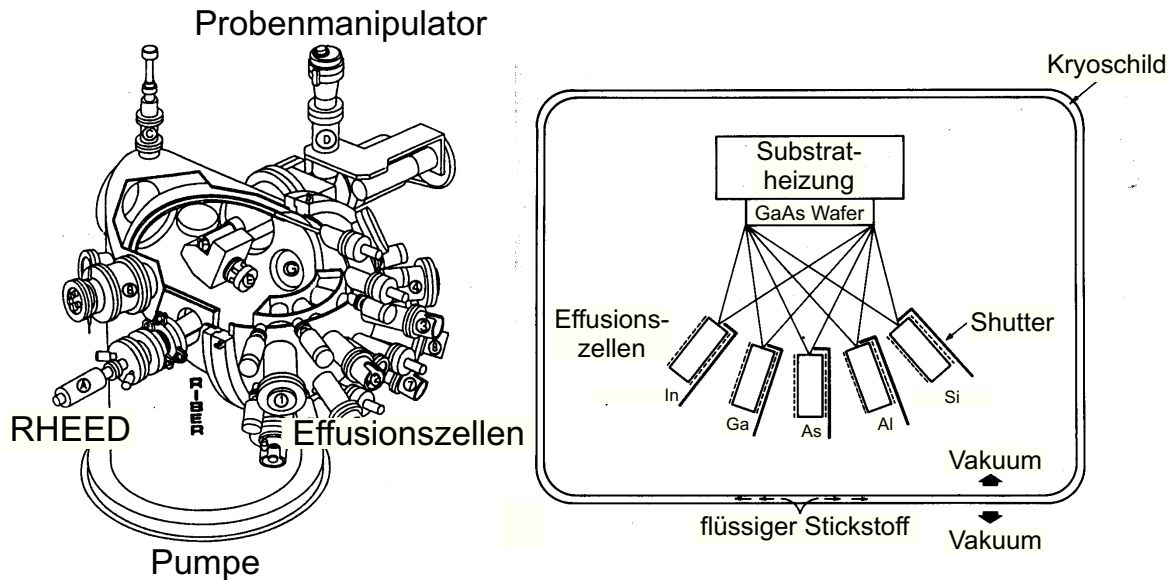


Abb. 4: Auf der linken Seite ist ein Aufriß der Hamburger MBE schematisch dargestellt. Der Wafer befindet sich auf einem Halter im Zentrum und kann von außen exakt positioniert werden. Der Fluß des aus den Effusionszellen austretenden Molekularstrahls kann mittels RHEED geeicht werden. In der rechten Skizze ist das Prinzip der Molekularstrahlepitaxie nochmal verdeutlicht. Man erkennt die jeweils mit einem Shutter versehenen Effusionszellen, aus denen der Molekularstrahl austritt, der dann auf den geheizten Wafer trifft.

Die Materialien, die aufgedampft werden können, befinden sich in geheizten Effusionszellen. Dort wird der Molekularstrahl durch thermisches Verdampfen bzw. durch Sublimation der Ausgangsmaterialien Al, Ga, In, As und Si erzeugt. Da die Verdampfungstemperaturen der Elemente stark unterschiedlich sind, braucht jedes eine eigene, thermisch entkoppelte Effusionszelle, vor der jeweils ein Shutter montiert ist, so daß der austretende Molekularstrahl nach Wunsch ein- und ausgeschaltet werden kann.

Die Regelung des Flusses erfolgt über die Zellentemperatur und kann mit Hilfe von RHEED-Messungen (*Reflection High Energy Electron Diffraction*), die das Schichtwachstum kontrollieren, geeicht werden. Dies geschieht durch Beobachtung der Beugung hochenergetischer Elektronen an der Probenoberfläche. Dabei erhält man im zeitlichen Verlauf gesehen immer dann ein maximales Signal, wenn eine Atomlage komplett gewachsen ist (RHEED-Oszillationen). Somit ist theoretisch eine sehr genaue Schichtdickenkon-

trolle möglich. Um jedoch eine Verunreinigung der Proben zu vermeiden, nutzt man die RHEED-Messungen nur zur Flußeichung vor Beginn des Probenwachstums.

Die Molekularstrahlepitaxie hat gegenüber anderen Wachstumsmethoden, wie z.B. der *MOCVD* (*Metalorganic Chemical-Vapor Deposition*), den Vorteil, daß es während des Wachstums zu weniger Monolagenfluktuationen, also glatteren Oberflächen und weniger Inselwachstum kommt. [Cao96]

1.1.2 Quantentopf

Mittels der Molekularstrahlepitaxie ist es möglich, maßgeschneiderte Strukturen zu produzieren. Eine davon ist der Quantentopf, bei dem eine dünne Schicht GaAs zwischen zwei Barrieren aus $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ eingebettet ist. Wie dies schematisch aussieht, zeigt die Abbildung 5.

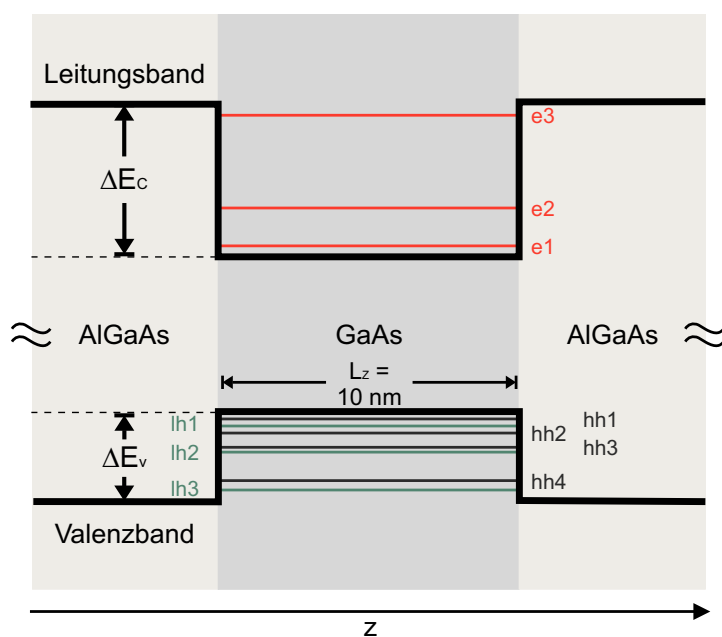


Abb. 5: Leitungsband- und Valenzbandkantenverlauf eines $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Quantentopfes mit zugehörigen Einteilchenzuständen.

Wie aus der Gleichung (1.1) zu ersehen ist, besitzen $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ und GaAs eine unterschiedlich große Bandlücke. Die Bandlücke von GaAs ist kleiner als die von $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, so daß die photoangeregten Ladungsträger im ansonsten undotierten Material durch das aus dem Leitungsbandsprung resultierende Potential in der GaAs-Schicht zwischen den $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Barrieren eingeschlossen werden. [Yu96] Man spricht in diesem Zusammen-

hang auch von *Confinement*. Da die Ausdehnung der eingebetteten GaAs-Schicht in z-Richtung gesehen in der Größenordnung weniger nm liegt, erhält man so ein quasi-zweidimensionales System, das gegenüber dem Volumenmaterial modifizierte Eigenschaften besitzt.

Das Maximum des Valenz- und das Minimum des Leitungsbandes sind in der gleichen Materialschicht zu finden. Also sind sowohl die Elektronen als auch die Löcher in ihrer räumlichen Bewegung eingeschränkt. Diese Art des Quantentopfes wird auch mit Typ-I-Quantentopf bezeichnet. Das Einschlußpotential wird bestimmt durch die Topfbreite und die Aluminiumkonzentration. Die Topftiefe wird dabei beschrieben durch den Diskontinuitätsparameter Q [Din74], der angibt, wie sich die Energiedifferenz auf die beiden Potentialtöpfe verteilt.

$$\begin{aligned}\Delta E_V &= (1 - Q) (E_g^{\text{AlGaAs}} - E_g^{\text{GaAs}}) \\ \Delta E_C &= Q (E_g^{\text{AlGaAs}} - E_g^{\text{GaAs}})\end{aligned}$$

Für einen Aluminiumgehalt von $0.25 \lesssim x \lesssim 0.4$, der typischerweise verwendet wird, stimmen experimentelle Daten gut mit Diskontinuitätsparametern zwischen 0.6 und 0.65 überein. [Hic85]

1.1.3 Einteilchenzustände in Quantentöpfen (2D)

Nachdem im Abschnitt 1.1.1 die Eigenzustände in Volumenhalbleitern betrachtet wurden, soll nun auf die quantisierten Eigenzustände im Quantentopf eingegangen werden. Zunächst soll das Modell des fast freien Elektrons in einem periodischen Gitterpotential in Erinnerung gerufen werden. Dafür lautet die Schrödingergleichung

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0} \vec{\nabla}^2 + W(\vec{r}) \right] \phi(\vec{r}) = E \phi(\vec{r}), \quad (1.5)$$

deren Lösung Blochwellen der Form

$$\phi_{n\vec{k}_j}(\vec{r}_j) = e^{i\vec{k}_j \cdot \vec{r}_j} u_{n\vec{k}_j}(\vec{r}_j) \quad , \quad j = e, h \quad (1.6)$$

sind, wobei $u_{n\vec{k}_j}(\vec{r}_j)$ eine Funktion mit der Periodizität des Kristallgitters ist: $u_{n\vec{k}_j}(\vec{r}_j) = u_{n\vec{k}_j}(\vec{r}_j + \vec{R}_j)$. Der Index $n\vec{k}_j$ bezeichnet die Energieeigenwerte des n -ten Bandes.

In einem Quantentopf liegt ein Confinement der freien Bewegung in z -Richtung vor und die z -Komponente der ebenen Welle läßt sich durch eine sich über die Länge der Gitterkonstanten nur wenig ändernde Enveloppenfunktion $\mathcal{X}_n(z)$ ersetzen. Der gitterperiodische Anteil ändert sich aufgrund der Ähnlichkeit von Topf- und Barrierenmaterial kaum. Somit nimmt die Blochfunktion die folgende Form an:

$$\Psi_{n\vec{k}}^{\text{QW}}(\vec{r}) = \mathcal{X}_n(z) e^{i\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{r}} u_{n\vec{k}}(\vec{r}) \quad \text{mit} \quad \vec{k}_{\parallel} = (k_x, k_y). \quad (1.7)$$

Daraus ergibt sich die Schrödingergleichung in der Enveloppenfunktions-Näherung unter der Annahme, daß $k_{\parallel} = 0$ ist, wie folgt:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m^*(z)} \frac{\partial}{\partial z} \right) + V(z) \right] \mathcal{X}_n(z) = E_n^z \mathcal{X}_n(z). \quad (1.8)$$

Diese Gleichung gilt gleichermaßen für Elektronen und Löcher, wenn man für m^* die entsprechende effektive Masse einsetzt. $V(z)$ beschreibt den Potentialverlauf entlang der Wachstumsrichtung z . Sein Ursprung befindet sich in der Mitte des Quantentopfes, so daß

$$V(z) = 0 \quad , \quad m^*(z) = m_w^* \quad \text{für} \quad |z| < L_z/2 \quad (1.9)$$

$$V(z) = V \quad , \quad m^*(z) = m_b^* \quad \text{für} \quad |z| > L_z/2$$

geschrieben werden kann. Die Indizes w und b stehen für die Bereiche im Quantentopf und in der Barriere. Die Schrödingergleichung entspricht also der eines Teilchens in einem Kastenpotential mit endlich hohen Wänden. Im Unterschied zum Standardfall müssen hier jedoch unterschiedliche effektive Massen für den Topf und die Barrieren angenommen werden. Dennoch läßt sich die Schrödingergleichung analog zur Vorgehensweise in Quantenmechanikbüchern lösen. [Sch92] Die Symmetrie des Potentials schlägt sich auch in einer definierten Symmetrie der Wellenfunktionen nieder. Für gebundene Zustände innerhalb des Quantentopfes lauten die Lösungen $\mathcal{X}_n(z)$ mit gerader Parität $\sin(k_w z)$ bzw. mit ungerader $\cos(k_w z)$. In den Barrierenbereich klingen sie mit $e^{\pm k_b z}$ ab. An den Grenzflächen zur Barriere müssen die Stetigkeitsbedingungen sowohl für die Enveloppe als auch für deren Ableitung erfüllt sein.

$$\begin{aligned} \mathcal{X}^b(\pm L_z/2) &= \mathcal{X}^w(\pm L_z/2) \\ \frac{1}{m_b^*} \frac{\partial \mathcal{X}^b}{\partial z}(\pm L_z/2) &= \frac{1}{m_w^*} \frac{\partial \mathcal{X}^w}{\partial z}(\pm L_z/2). \end{aligned} \quad (1.10)$$

Somit ergeben sich durch das Einsetzen der Lösungen in diese Gleichungen zwei Bedingungen für k_z innerhalb des Quantentopfes und der Barrieren:

$$\begin{aligned} \frac{k_w}{m_w^*} \tan\left(k_w \frac{L_z}{2}\right) &= \frac{k_b}{m_b^*} && \text{gerade Parität} \\ \frac{k_w}{m_w^*} \cot\left(k_w \frac{L_z}{2}\right) &= -\frac{k_b}{m_b^*} && \text{ungerade Parität} \end{aligned} \quad (1.11)$$

mit

$$k_w = \sqrt{\frac{2m_w^* E_n^z}{\hbar^2}} \quad \text{und} \quad k_b = \sqrt{\frac{2m_b^*(V - E_n^z)}{\hbar^2}}. \quad (1.12)$$

Die Gleichung (1.11) ist nur numerisch lösbar. Für den Fall jedoch, daß $V(|z| = L_z/2) = \infty$, also daß m_b^* keine Rolle mehr spielt, und $k_z = n\pi/L_z$, $n = 1, 2, 3 \dots$, die klassischen Werte für stehende Wellen annimmt, ergeben sich die Subbandenergien:

$$E_n(k_{\parallel} = 0) = \frac{\hbar^2}{2m_w^*} \left(\frac{n\pi}{L_z}\right)^2 \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (1.13)$$

Zwar gibt es keine analytische Lösung für ein endliches V , aber die Ergebnisse numerischer Lösungen zeigen, daß es unabhängig von der Tiefe V und der Breite L_z des Quantentopfes stets mindestens einen gebundenen Zustand mit gerader Parität geben muß. Die Zahl der gebundenen Zustände steigt mit zunehmender Tiefe oder Breite.

Die Abhängigkeit von der Breite L_z wird in der Abbildung 6 veranschaulicht, die die numerische Lösung der Gleichung (1.11) zeigt. Die verschiedenen gebundenen Zustände, die sich für den Einteilchenzustand eines der Bänder ergeben, werden als zu diesem Band gehörige Subbänder bezeichnet und mit n indiziert. Wegen der unterschiedlichen Massen bilden die Schwer- und Leichtlochzustände verschiedene Subbandserien aus, was bedeutet, daß die vierfache Entartung am Γ -Punkt aufgehoben ist.

Erweitert man das bisherige Bild um endliche Werte von $k_{\parallel} \neq 0$, so kommt es zu Kopplungen zwischen den Subbändern und einer daraus resultierenden Nichtparabolizität der Bänder. Dies wird ausführlich in [Bas82] diskutiert.

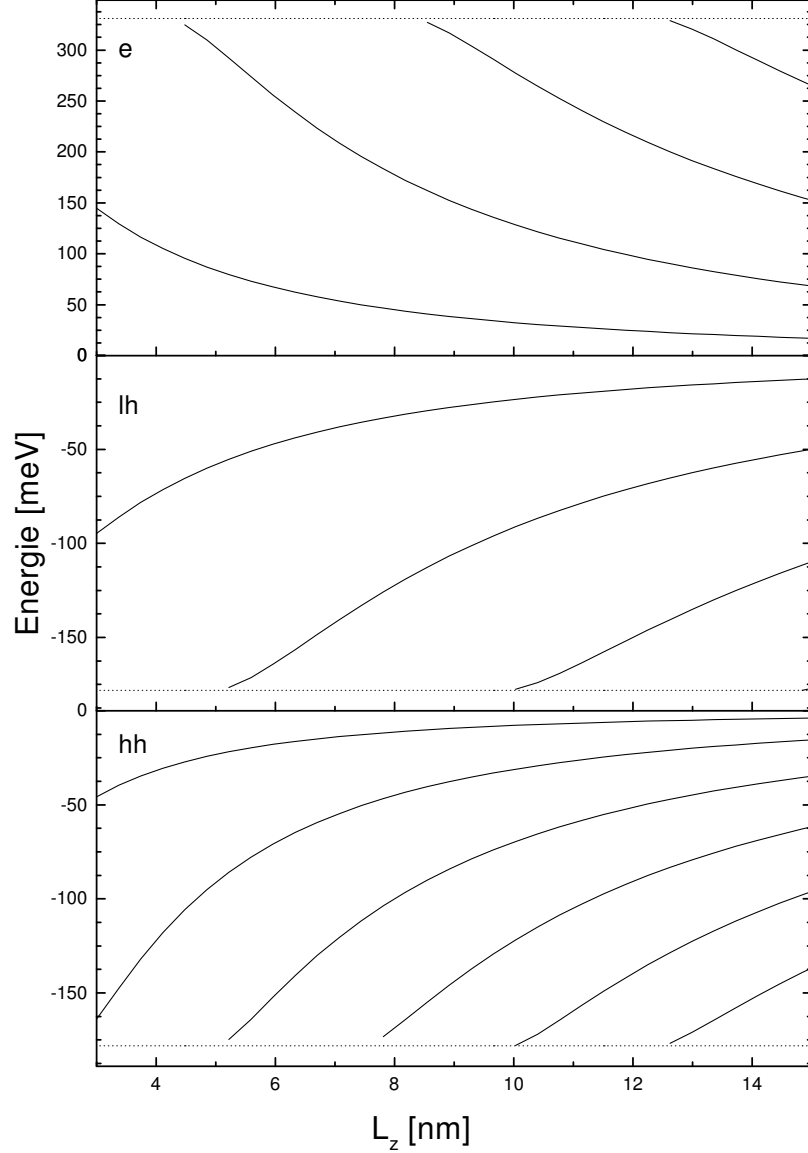


Abb. 6: Verlauf der Subbandenergien E_n^z bei $k_{\parallel} = 0$ in einem GaAs-Quantentopf, der von $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Barrieren mit $x = 0.35$ umgeben ist, für $Q = 0.65$. Als effektive Massen wurden $m_e = 0.0665 m_0$ für Elektronen (e), $m_{lh} = 0.087 m_0$ [Ada85] für leichte Löcher (lh) und $m_{hh} = 0.34 m_0$ [Mil84] für schwere Löcher (hh) im GaAs angenommen. Die Werte der effektiven Massen für das $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ wurden zwischen den GaAs-Werten und den Massen für AlAs im Volumenmaterial [Ada85] interpoliert. Die gestrichelt eingezeichneten Linien deuten die Barrierenhöhe an.

Modulationsdotierung

Nachdem im Abschnitt 1.1.2 der undotierte Quantentopf vorgestellt wurde, soll nun gezeigt werden, wie sich der Potentialverlauf ändert, wenn zusätzlich während des Wachstums gezielt eine Dotierung mit Si eingebracht wird. Diese Form der Dotierung wird auch Modulationsdotierung genannt. Allgemein versteht man unter Modulationsdotierung die Anreicherung der Barrieren mit Akzeptoren oder Donatoren. [Din78] Das Beispiel der n-Dotierung ist in der Abbildung 7 schematisch veranschaulicht.

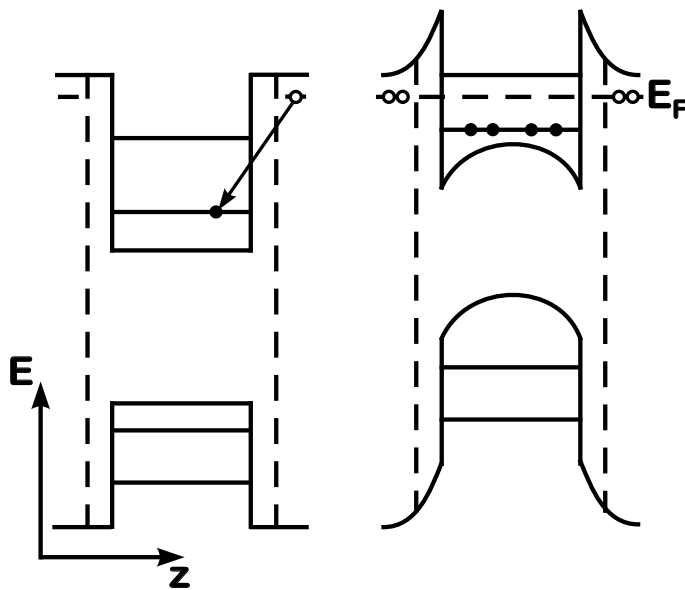


Abb. 7: Schematische Darstellung der Bandverbiegung durch die räumliche Trennung von Elektronen (•) und Löchern (◦) bei n-Dotierung der Barrieren. Die gestrichelte Linie stellt die Grenze der undotierten Spacerschicht dar, die zwischen dem Quantentopf und dem Dotiermaterial liegt.

Die Elektronen der Donatoratome werden in die unbesetzten Zustände im Quantentopf transferiert, was zu einer Ionisierung der Donatoren führt. Das daraus resultierende elektrische Feld zieht eine Bandverbiegung, wie sie im rechten Teil des Bildes gezeigt ist, nach sich. Im Quantentopf befindet sich dann ein zweidimensionales Elektronengas (*2DEG*), dessen Beweglichkeit durch die räumliche Trennung von den ionisierten Donatoren durch eine sogenannte Spacerschicht, die aus undotiertem $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ besteht, stark erhöht ist.

1.1.4 Microcavity

Eine komplexere Struktur, die ebenfalls mit den Methoden der Molekularstrahlepitaxie hergestellt werden kann, eine planare Microcavity, ist schematisch auf der linken Seite in der Abbildung 8 dargestellt. Rechts ist der zugehörige Brechungsindex- und Bandkantenverlauf gezeigt. Dabei ist die Wachstumsrichtung z von links nach rechts zu sehen.

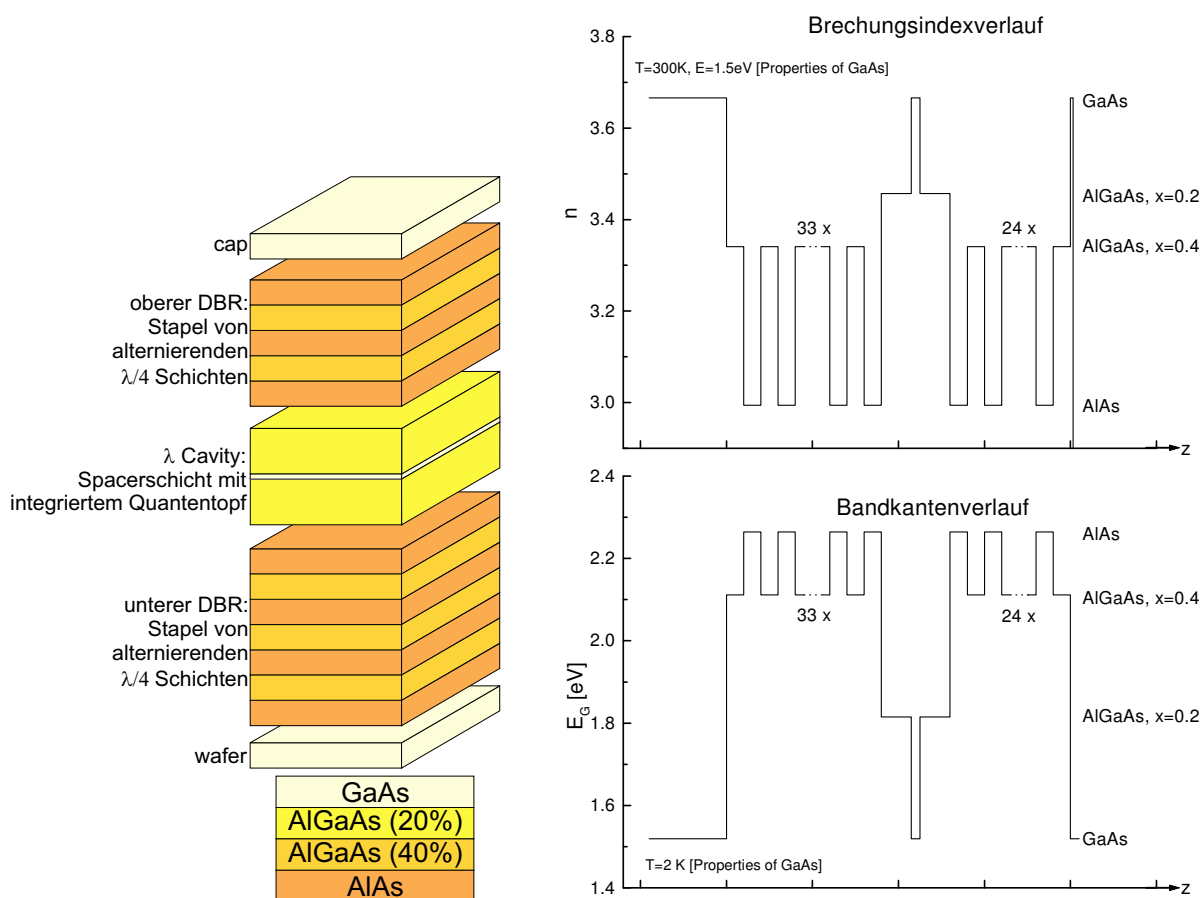


Abb. 8: Links: Schematische Darstellung einer Microcavity. Rechts: Zugehöriger Brechungsindex- und Bandkantenverlauf. Bei den in dieser Arbeit verwendeten Proben besteht der Spacer aus $\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$ und die Spiegel wurden aus alternierenden AlAs- und $\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}$ -Schichten hergestellt.

Bei der Herstellung solcher Proben beginnt man mit dem Wachstum eines dielektrischen

Spiegels. Im Anschluß wächst man eine *Microcavity*, die aus einer Spacerschicht, in die optional noch ein Quantentopf eingebettet ist, besteht. Darauf wird wieder ein dielektrischer Spiegel gewachsen. Somit stellt die *Microcavity* einen Resonator dar, der vergleichbar ist mit den Fabry–Pérot–Cavities mit metallischen Spiegeln in Lasern, nur auf einer viel kleineren Längenskala.

Die dielektrischen Spiegel, auf die im Abschnitt 4.2 noch ausführlich eingegangen wird, setzen sich aus Halbleitern unterschiedlicher Brechungsindizes zusammen und besitzen eine untereinander und auf die *Microcavity* speziell abgestimmte Schichtdicke.

1.2 Ramanspektroskopie

Neben der Fourierspektroskopie stellt die Ramanspektroskopie eine zentrale Untersuchungsmethode in dieser Arbeit dar. Ramanspektroskopie ist die inelastische Streuung von Licht unter Erzeugung oder Vernichtung einer elementaren Anregung. Dabei müssen die Gesetze der Energie- und Impulserhaltung erfüllt sein:

$$\hbar\omega_s = \hbar\omega_i \pm \hbar\Omega \quad (1.14)$$

$$\vec{k}_s = \vec{k}_i \pm \vec{q}. \quad (1.15)$$

$\hbar\omega_{(i/s)}$ sind die Energien und $\vec{k}_{(i/s)}$ bezeichnet die Wellenvektoren der einfallenden (i) und gestreuten (s) Welle. $\hbar\Omega$ und \vec{q} sind die Energie und der Impuls der erzeugten (–) bzw. der vernichteten (+) Elementaranregung. Die Erzeugung nennt man auch Stokes–Prozeß, die Vernichtung wird auch Anti–Stokes–Prozeß genannt. Bei ihm muß eine im System schon vorhandene elementare Anregung zur Vernichtung zur Verfügung stehen. Das ist bei sehr tiefen Temperaturen aufgrund der Boltzmannverteilung nicht gewährleistet, weswegen hier nur Stokes–Prozesse untersucht werden. Schematisch sind die beiden Prozesse in der Abbildung 9 gezeigt.

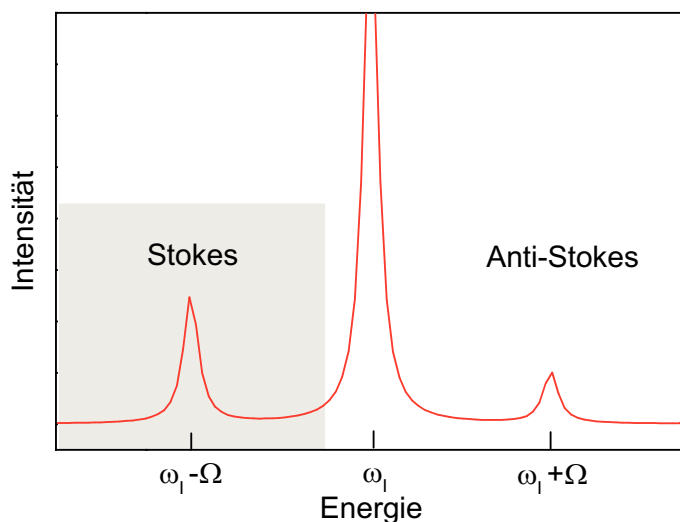


Abb. 9: Schematische Darstellung eines Stokes- und Anti-Stokes-Prozesses.

Gliederung der folgenden Kapitel

Nachdem die unterschiedlichen Bereiche, die für den Inhalt dieser Arbeit von besonderem Interesse sind, vorab in groben Zügen vorgestellt wurden, gehen die folgenden Kapitel nun tiefer auf die verschiedenen Aspekte ein. Das nächste Kapitel beschäftigt sich mit Exzitonen und deren Wechselwirkung mit Photonen zu sogenannten Exziton-Polaritonen. Im Anschluß daran werden noch einige theoretische Ansätze, die für ein tiefergehendes Verständnis der Ramanmessungen nötig sind, erläutert. Das Kapitel 4 stellt die grundlegenden Eigenschaften von Microcavities dar. Im daran anschließenden Kapitel wird ein besonderer Aspekt, das Rabi-Splitting, noch weiter beleuchtet. Danach werden Simulationen für das Wachstum von Microcavities vorgestellt, die die Abhängigkeit von verschiedenen Parametern verständlich machen sollen und belegen, wie sensibel das System ist. Die darauf folgenden Kapitel stellen die Meßaufbauten und die dort gewonnenen Meßergebnisse vor.

Kapitel 2

Exzitonen

Die grundlegenden Eigenschaften von Einteilchenzuständen wurden schon in den Abschnitten 1.1.1 und 1.1.3 beschrieben. Dabei wurde die Coulombwechselwirkung vernachlässigt. Diese führt jedoch dazu, daß in den meisten III-V-, II-VI- und Gruppe-IV-Halbleitern, so auch bei GaAs, durch Anregung entstehende freie Elektronen und Löcher zu schwach gebundenen Zuständen, den Quasiteilchen „Exzitonen“ korrelieren.

2.1 Exzitonen in Volumenhalbleitern (3D)

Die Dielektrizitätskonstante in den Halbleitern ist mit $\varepsilon \approx 10$ relativ groß, weshalb die Coulombwechselwirkung zwischen Elektron und Loch sehr schwach ist. Dies führt dazu, daß der Bohrradius dieser sogenannten *Wannier*-Exzitonen [Wan37] groß ist verglichen mit der Kantenlänge der Einheitszelle des Kristalls. Im Gegensatz zu den sogenannten *Frenkel*-Exzitonen, deren Bohrradius sehr klein ist und die somit im Kristall lokalisiert sind, können sich Wannier-Exzitonen frei durch den Kristall bewegen. Das Exziton verhält sich wie ein aus einem Elektron und einem Loch bestehendes Teilchen in einem dielektrischen Medium. Seine Bindungsenergie ist abhängig vom Betrag der Dielektrizitätskonstanten und liegt typischerweise bei einigen meV bis hoch zu 59 meV für ZnO [Yu96].

Die Exzitonwellenfunktion setzt sich aus Blochwellenfunktionen der Gleichung (1.6), die die beteiligten Zustände im Valenz- und Leitungsband beschreiben, gewichtet mit einem

vom Impuls abhängigen Expansionskoeffizienten $\psi(\vec{k}_e, \vec{k}_h)$ zusammen:

$$\begin{aligned}\Psi(\vec{r}_e, \vec{r}_h) &= \sum_{\vec{k}_e, \vec{k}_h} \psi(\vec{k}_e, \vec{k}_h) \phi_{\vec{k}_e}(\vec{r}_e) \phi_{\vec{k}_h}(\vec{r}_h) \\ &= \sum_{\vec{k}_e, \vec{k}_h} \psi(\vec{k}_e, \vec{k}_h) e^{i\vec{k}_e \cdot \vec{r}_e} u_{\vec{k}_e}(\vec{r}_e) e^{i\vec{k}_h \cdot \vec{r}_h} u_{\vec{k}_h}(\vec{r}_h).\end{aligned}\quad (2.1)$$

Der Argumentation in Abschnitt 1.1.3 folgend, daß die Bandkantenextrema von GaAs im Zentrum der Brillouinzone liegen und der gitterperiodische Anteil der Blochwellenfunktionen sich in der Umgebung des Zentrums nur wenig ändert, ist folgende Näherung möglich:

$$\Psi(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = u_{e0} u_{h0} \underbrace{\sum_{\vec{k}_e, \vec{k}_h} \psi(\vec{k}_e, \vec{k}_h) e^{i\vec{k}_e \cdot \vec{r}_e} e^{i\vec{k}_h \cdot \vec{r}_h}}_{\text{Exziton-Envelope}}. \quad (2.2)$$

Das bedeutet, daß die innere Struktur des Exzitons nur durch die Exziton-Envelope

$$\varphi(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = \sum_{\vec{k}_e, \vec{k}_h} \psi(\vec{k}_e, \vec{k}_h) e^{i\vec{k}_e \cdot \vec{r}_e} e^{i\vec{k}_h \cdot \vec{r}_h} \quad (2.3)$$

beschrieben wird, die nicht von den gitterperiodischen Funktionen $u_{\vec{k}_j}(\vec{r}_j)$, $j = e, h$ abhängt.

Die Exziton-Envelope φ genügt der Zweiteilchen-Schrödingergleichung:

$$\left(-\frac{\hbar^2 \vec{\nabla}_e^2}{2m_e^*} - \frac{\hbar^2 \vec{\nabla}_h^2}{2m_h^*} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{e^2}{|\vec{r}_e - \vec{r}_h|} \right) \varphi = E\varphi. \quad (2.4)$$

Diese Gleichung ist analog der des Wasserstoffatoms aufgebaut. Allerdings besteht der Unterschied, daß sich Elektron und Loch mit den effektiven Massen von Leitungs- und Valenzband bewegen. Da der Unterschied in den effektiven Massen von Elektron und Loch deutlich geringer ist als der von Elektron und Proton im Wasserstoff, lassen sich Exzitonen eher mit dem Positronium, einem Elektron-Positron-Paar vergleichen. Ein weiterer Unterschied besteht in der Hintergrunddielektrizitätskonstanten ϵ , die hier zusätzlich auftritt.

Dennoch kann man den Standardweg zur Bestimmung der Energieeigenwerte beschreiten, indem das Zweiteilchensystem in einen Schwerpunkts- (cm , **center of mass**) und einen Relativanteil zerlegt wird. Zunächst wählt man die Koordinaten

$$r = |\vec{r}_e - \vec{r}_h| \quad , \quad \vec{R} = \frac{m_e^* \vec{r}_e + m_h^* \vec{r}_h}{m_e^* + m_h^*} \quad (2.5)$$

und transformiert die Gleichung (2.4) ins System des Massenschwerpunktes. Damit erhält man zwei entkoppelte Gleichungen

$$\left(-\frac{\hbar^2 \vec{\nabla}_{\vec{R}}^2}{2M^*} \right) \varphi_{\vec{R}} = E_{cm} \varphi_{\vec{R}} \quad (2.6)$$

mit der Gesamtmasse $M^* = m_e^* + m_h^*$ und

$$\left(-\frac{\hbar^2 \vec{\nabla}_r^2}{2\mu^*} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{e^2}{r} \right) \varphi_r = E_r \varphi_r \quad (2.7)$$

mit der reduzierten Masse $\mu^* = (1/m_e^* + 1/m_h^*)^{-1}$. Der Schwerpunkt mit dem Impuls $\hbar\vec{K}_{cm}$ bewegt sich dann frei mit der kinetischen Energie

$$E_{cm}(\vec{K}_{cm}) = \frac{\hbar^2 \vec{K}_{cm}^2}{2M^*}. \quad (2.8)$$

Die relative Bewegung um den Schwerpunkt herum führt auf Energieeigenwerte

$$E_r = E_{nlm} = -\frac{\text{Ry}^*}{n^2} \quad (2.9)$$

mit der Hauptquantenzahl $n = 1, 2, 3, \dots$ und der Bindungsenergie E_B , die der effektiven Rydbergkonstanten Ry^* entspricht:

$$E_B = \frac{\mu^* e^4}{(4\pi\epsilon_0\epsilon)^2 \hbar^2} = 1 \text{ Ry}^*. \quad (2.10)$$

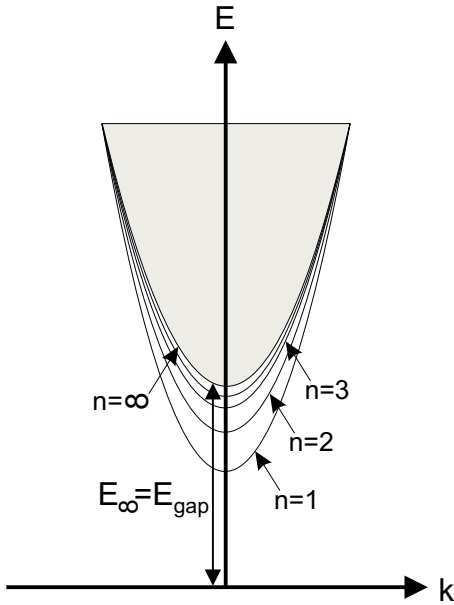


Abb. 10: Energiezustände eines Wannier-Exzitons: Gezeigt sind sowohl die gebundenen Zustände für $n = 1$ bis 3 als auch die Kontinuumszustände (eingefärbte Fläche). Die Bandlücke ist ebenfalls mit eingezeichnet.

Die Bindungsenergie in GaAs beträgt 4.7 meV. [LB82] Die in der Abbildung 10 gezeigten Energieniveaus sind bezüglich des durch die Quantenzahl $l = 0, 1, \dots, n - 1$ beschriebenen Drehimpulses $(2l + 1)$ -fach entartet. Diese Entartung kann im Magnetfeld aufgehoben werden. Dies wird beschrieben durch die magnetische Quantenzahl $m = -l, \dots, l$.

Exziton-Zustände werden analog dem Wasserstoffatom bezeichnet durch die Hauptquantenzahl n und den Drehimpuls l , der mit S, P, D ... durchnummeriert wird. Soweit es erforderlich ist, werden zusätzlich die beteiligten Einteilchenzustände mit angegeben, so daß ein Exziton im Grundzustand, bestehend aus einem Elektron und einem schweren Loch (hh), als hh-e(1S)-Exziton bezeichnet wird.

In Analogie zum Bohrradius beim Wasserstoff a_B , läßt sich auch ein Bohrradius für das Exziton definieren, der eine nützliche Größe zur Beschreibung der Ausdehnung des Exzitons darstellt:

$$a_B^* = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon\hbar^2}{\mu^*e^2} = \frac{m_0\epsilon}{\mu^*}a_B. \quad (2.11)$$

In GaAs ergibt sich somit für ein Schwerloch-Exziton im Grundzustand hh-e(1S) $a_B^* = 114 \text{ \AA}$ und für ein Leichtloch-Exziton lh-e(1S) $a_B^* = 174 \text{ \AA}$.

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde die kurzreichweitige Elektron-Loch-Austauschwechselwirkung nicht beachtet. Berücksichtigt man sie in einer Störungstheorie erster Ordnung, kommt es zum sogenannten *LT-splitting*, einer Aufspaltung in eine longitudinale und zwei entartete transversale Exzitonmoden. Dies ist für die Betrachtung von Exziton-Polaritonen von besonderem Interesse.

2.2 Exzitonen in Quantentöpfen (2D)

Die Herleitung der Exziton-Gleichungen für 2D-Systeme erfolgt analog der in 3D-Systemen. [Bas88, And90, Win95] Ein Confinement wird eingeführt, das die Dimensionalität reduziert. Dies geht damit einher, daß sich die Wellenfunktionen von Elektron und Loch stärker überlappen, was wiederum zu einer Erhöhung der Bindungsenergie führt. Das Termschema der Rydbergserie ändert sich infolgedessen ebenfalls und ergibt sich für ein zweidimensionales System im Grenzfall $L_z \ll a_B$ zu:

$$E_n^{2D} = -\frac{\text{Ry}^*}{(n - \frac{1}{2})^2} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.12)$$

Dies bedeutet eine Erhöhung der Grundzustandsenergie ($n = 1$) um einen Faktor vier gegenüber dem dreidimensionalen Fall. Für die Ausdehnung der Wellenfunktion ρ_{2D} , die

sich gemäß $\rho_{2D} = \sqrt{\langle \Psi | x^2 + y^2 | \Psi \rangle}$ errechnet, erhält man $\sqrt{3/8} a_B^{*3D}$. Zum Vergleich ergibt sich für das dreidimensionale Exziton $\rho_{3D} = \sqrt{2} a_B^{*3D}$, was ein mehr als doppelt so großer Wert ist.

2.3 Exziton–Polaritonen in Volumenhalbleitern (3D)

Eine korrekte Beschreibung von optisch aktiven Exzitonen kann nur unter Berücksichtigung des Polariton–Konzeptes erfolgen. Wenn die Wechselwirkung von Exzitonen mit Licht betrachtet wird, muß beachtet werden, daß in einem Zweiteilchenbild der Vorgang der Absorption einer Konvertierung eines Photons in ein Exziton entspricht. Die Gesetze der Energie– und Impulserhaltung verlangen, daß dies nur an einem Schnittpunkt der Dispersionskurven von Exziton und Photon erlaubt ist. An den Überschneidungspunkten sind Exziton und Photon entartet. Gibt es eine Exziton–Photon–Wechselwirkung, so spielt das Exziton–Feld die klassische Rolle eines Polarisationsfeldes, das mit dem elektromagnetischen Feld des Photons koppelt. Die resultierenden Eigenzustände sind Linearkombinationen der Photon– und Exzitoneigenfunktionen. Die Eigenwerte eines solchen gekoppelten Zustandes nennt man auch Exziton–Polariton. [Hop58]

Die die Dispersion von Exziton–Polaritonen beschreibende Gleichung lautet: [Pey93]

$$[E(K_X)]^4 + \left(\frac{\hbar^2 c^2 K_X^2}{\epsilon_\infty} + E_{XT}^2(K_X) \right) - \left(\frac{\hbar^2 c^2 K_X^2}{\epsilon_\infty} + (E_{XT}^2(K_X)) \left(1 + 2 \frac{E_{XL}(K_X=0) - E_{XT}(K_X=0)}{E_{XT}(K_X=0)} \right) \right) [E(K_X)]^2 = 0 \quad (2.13)$$

$$\text{mit } E_{XT}(K_X) = E_{XT}(K_X = 0) + \frac{\hbar^2}{2M_X} K_X^2.$$

Dabei ist M_X die effektive Exzitonmasse und E_{XT} , E_{XL} sind die transversale und die longitudinale Exzitonenergie. K_X ist der Exzitonwellenvektor.

In der Abbildung 11 ist die Dispersionsrelation schematisch gezeigt. Die Dispersionsrelation eines Exziton–Polaritons unterscheidet sich von denen der ungekoppelten Photonen und Exzitonen. Die Wellenfunktion des hochenergetischen Polaritonastes enthält große photonische Anteile, weswegen das Exziton–Polariton auch als photonartig bezeichnet wird. Diese Exziton–Polaritonen können quasi ungehindert durch ein Medium laufen, da sie kaum mit Phononen wechselwirken. Wenn sie an Defekten in den unteren, exzitonartigen Polaritonast gestreut werden, können sie sehr effizient Energie durch nichtstrahlende

Rekombination oder Phononstreuung abgeben.

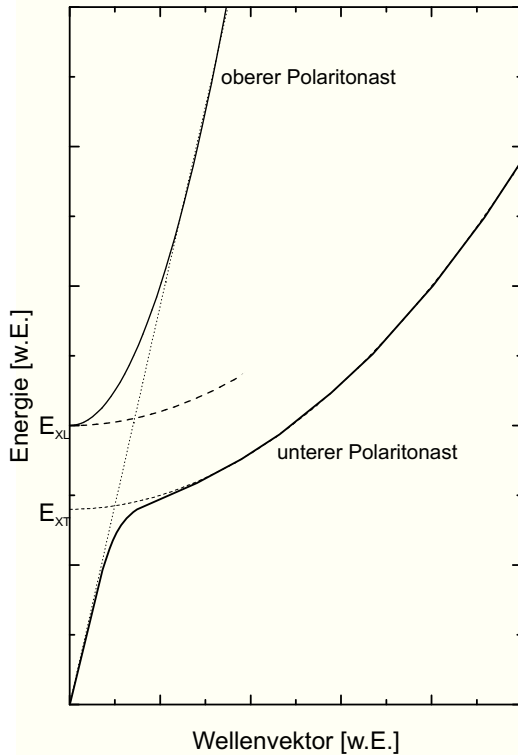


Abb. 11: Dispersion eines Exziton-Polaritons: Die durchgezogenen Linien zeigen die Dispersion des oberen und des unteren Astes des Exziton-Polaritons. Die unterbrochenen Parabeln zeigen den Verlauf für das ungekoppelte longitudinale (XL) und transversale (XT) Exziton und die Photongerade.

Im Exziton-Polariton-Bild gestaltet sich die Berechnung der optischen Absorption äußerst schwierig, da für die Exziton-Polaritonen Energiedissipationsprozesse via Photonenstreuung eingeführt werden müssen. Man behilft sich mit der Annahme, daß die Exziton-Dämpfungs-konstante durch die Streuung von Exziton und Photon größer ist als die Exziton-Photon-Wechselwirkung. In dieser Näherung kann die Exziton-Polaritonen wieder durch die reinen Exzitonen und Photonen ersetzt werden.

2.4 Exziton-Polaritonen in Quantentöpfen (2D)

Wie im dreidimensionalen System beschreiben auch in einem 2D-System Exziton-Polaritonen die Wechselwirkung von elektromagnetischen Feldern mit Exzitonen. Nutzt man eine quantenmechanische Beschreibung mit Exziton- und Photonerzeugungs- ($A_{k_{\parallel}}^{\dagger}$ $a_{k_{\parallel},k_z}^{\dagger}$)

und Vernichtungsoperatoren ($A_{\vec{k}_{\parallel}} a_{\vec{k}_{\parallel}, k_z}$), so ergibt sich der Exziton–Polariton–Hamilton in zweiter Quantisierung zu:

$$\begin{aligned}
H_{XP} &= \sum_{\vec{k}_{\parallel}} \hbar \omega_{\vec{k}_{\parallel}} A_{\vec{k}_{\parallel}}^{\dagger} A_{\vec{k}_{\parallel}} + \sum_{\vec{k}} \hbar v \left| \vec{k}_{\parallel} + k_z \vec{z} \right| a_{\vec{k}_{\parallel}, k_z}^{\dagger} a_{\vec{k}_{\parallel}, k_z} \\
&+ i \sum_{\vec{k}_{\parallel}, k_z} C_{\vec{k}_{\parallel}, k_z} \left(a_{\vec{k}_{\parallel}, k_z}^{\dagger} + a_{-\vec{k}_{\parallel}, -k_z} \right) \left(A_{\vec{k}_{\parallel}}^{\dagger} - A_{\vec{k}_{\parallel}} \right) \\
&+ \sum_{\vec{k}_{\parallel}, k_z, k'_z} D_{\vec{k}_{\parallel}, k_z, k'_z} \left(a_{\vec{k}_{\parallel}, k_z}^{\dagger} + a_{-\vec{k}_{\parallel}, -k_z} \right) \left(a_{-\vec{k}_{\parallel}, -k'_z}^{\dagger} + a_{\vec{k}_{\parallel}, k'_z} \right)
\end{aligned} \tag{2.14}$$

mit der Photonenergie $\hbar v$ und der Exzitonenergie $\hbar \omega_{\vec{k}_{\parallel}}$. Die Koeffizienten $C_{\vec{k}_{\parallel}, k_z}$ und $D_{\vec{k}_{\parallel}, k_z, k'_z}$ werden mit Hilfe eines Exziton–Photon–Wechselwirkungs–Matrixelements ausgedrückt:

$$C_{\vec{k}_{\parallel}, k_z} = \omega_{\vec{k}_{\parallel}} \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{c|\vec{k}|L_z}} \vec{\mu}_{cv} F_{\vec{k}_{\parallel}}^{\dagger}(0) \int dz \rho(z) e^{ik_z z} \tag{2.15}$$

$$D_{\vec{k}_{\parallel}, k_z, k'_z} = \frac{C_{\vec{k}_{\parallel}, k_z}^* C_{\vec{k}_{\parallel}, k'_z}}{\hbar \omega_{\vec{k}_{\parallel}}}. \tag{2.16}$$

Dabei ist $\rho(z) = c^*(z)v(z)$ die Exziton–Confinement–Funktion innerhalb des Quantentopfes. $\vec{\mu}_{cv}$ ist das Dipol–Matrix–Element zwischen Leitungs– (c) und Valenzband (v), das für eine Korrelation der Elektronen und Löcher sorgt. $F_{\vec{k}_{\parallel}}^{\dagger}(0)$ ist die Exzitonwellenfunktion.

Aus der Gleichung (2.14) erkennt man, daß das Polariton–Problem in Quantentöpfen in der Variablen \vec{k}_{\parallel} separabel ist. Zu jedem \vec{k}_{\parallel} gibt es einen diskreten Exzitonenzustand in Wechselwirkung mit einem Kontinuum an Photonzuständen. Die minimale Energie der Photonen ist durch $\hbar v |\vec{k}_{\parallel}|$ gegeben. Die Zustände mit einer Energie $\Omega < v |\vec{k}_{\parallel}|$ bleiben diskret aufgrund des endlichen Energieabstandes zum Photon–Kontinuum. Die Zustände mit $\Omega > \hbar v |\vec{k}_{\parallel}|$ können mit den Kontinuumszuständen mischen. Daher nennt man den ersten Bereich nichtstrahlend und den zweiten strahlend.

Kapitel 3

Ramanspektroskopie an Quantentöpfen

Bei den elementaren Anregungen des 2D-Elektronengases unterscheidet man zwischen Einteilchenanregungen (*SPEs*, **S**ingle **P**article **E**xcitations), Ladungsdichteanregungen (*CDEs*, **C**harge **D**ensity **E**xcitations) und Spindichteanregungen (*SDEs*, **S**pin **D**ensity **E**xcitations). Die Spindichte- und die Ladungsdichteanregungen sind kollektive Anregungen, deren Energien gegenüber den Einteilchenanregungen verschoben sind. CDEs unterliegen dabei sowohl der direkten Coulomb- sowie der Austauschwechselwirkung. Aufgrund der abstoßenden Coulombwechselwirkung liegt die Energie der CDEs oberhalb der der zugehörigen SPEs. Die Energie der SDEs hingegen erfährt eine Absenkung relativ zu der der SPEs, weil die sie beeinflussende Austauschwechselwirkung anziehenden Charakter besitzt.

3.1 Elektronische Anregungen

Die möglichen Anregungen im Einteilchenbild können sowohl auf Intraband- als auch auf Interbandübergängen beruhen. In einem makroskopischen Bild kann man sich die kollektiven Ladungsdichteanregungen, die Plasmaoszillationen des 2DEG sind, so vorstellen, daß Interbandanregungen mit Plasmaoszillationen senkrecht zur Ebene, also in z -Richtung, einhergehen. Bei Intrabandanregungen kommt es zu Oszillationen in der Ebene.

Da nur Übergänge aus besetzten Zuständen unterhalb der Fermi- in unbesetzte Zustände

oberhalb der Fermi-Energie möglich sind, geht mit Intrabandübergängen, bei denen sich die Subbandquantenzahl nicht ändert, ein endlicher Wellenvektorübertrag einher. Im Gegensatz dazu sind auch Interbandübergänge mit $\vec{q} = 0$, also vertikale Übergänge in ein höheres Subband, erlaubt. Die verschiedenen Übergangsmöglichkeiten sind in der Abbildung 12 gezeigt.

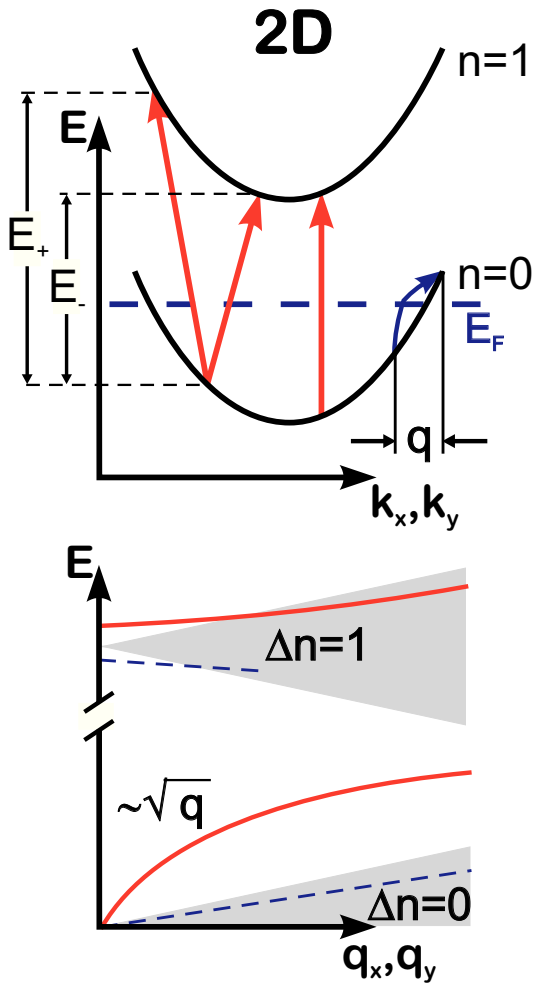


Abb. 12: Das obere Bild zeigt schematisch mögliche Einteilchenübergänge im 2DEG für ein aus zwei Subbändern bestehendes System: links sind zwei nichtvertikale Interbandübergänge mit endlichem Wellenvektorübertrag, in der Mitte ein vertikaler Interband- und rechts ein Intra-bandübergang gezeigt.

Im unteren Bild sind die Wellenvektordispersion und die Vielteilchenanregungen dargestellt. Die schattierten Bereiche geben die Dispersion für die SPE an, die durchgezogenen Linien die der CDE und die gestrichelten Linien die der SDE. E bezeichnet die Energie der Anregung und q den Wellenvektorübertrag parallel zur 2D-Schicht.

Die Einteilchenkontinua, das sind alle möglichen Übergänge in der E - q -Ebene, sind im unteren Teil der Abbildung grau hinterlegt dargestellt. Dabei bezeichnen $\Delta n = 1$ die Inter- und $\Delta n = 0$ die Intrabandübergänge.

Die Ränder der Interbandübergänge sind gegeben durch:

$$E(\vec{q}) = E_z^{0 \rightarrow 1} + \frac{\hbar^2}{2m^*} (\pm 2\vec{k}_F \cdot \vec{q} + q^2),$$

d.h. am Rand des Kontinuums ist die Energie proportional zu k_F . Die Dispersion des Intrabandplasmons ist proportional zu \sqrt{q} . [And82] Die CDE und SDE der Interbandanregungen gehen für wachsendes q in das Einteilchenkontinuum über und werden landauedämpft. Das bedeutet, daß die kollektiven Anregungen an Intensität und Schärfe verlieren, wenn sie in das Einteilchenkontinuum eindringen.

Die Energien der kollektiven Anregungen können mit Hilfe der *RPA*, (**R**andom-**P**hase **A**pproximation) berechnet werden. Diese Methode kommt z.B. bei STERN [Ste67, Ste84] und DAS SARMA [Sar82, Sar84] zur Anwendung. Unter Berücksichtigung der Wechselwirkung der Elektronen in der Lokaldichtenäherung *LDA*, (**L**ocal-**D**ensity **A**pproximation) und des Austausch-Korrelationspotentials lassen sich in der dynamischen LDA *TDLDA*, (**T**ime-**D**eendent **L**DA) auch kollektive SDEs berechnen. [Gam90] Ein anderes gängiges Verfahren zur Bestimmung der Energien ist die zeitabhängige Hartree-Fock-Näherung. [Luo93, Rya91]

3.2 Elektronische Ramanstreuung

In den einleitenden Worten zur Ramanspektroskopie im Abschnitt 1.2 wurden Energie- und Impulserhaltung für den Streumechanismus gefordert. Da in 2D-Systemen eine Quantisierung der Ladungsträgerbewegung vorliegt, gelten die in der Gleichung (1.14) geforderten Bedingungen nur noch eingeschränkt. Die Impulserhaltung gilt nur für Komponenten parallel zur 2D-Schicht $\vec{k}_{s\parallel} = \vec{k}_{i\parallel} \pm \vec{q}_{\parallel}$.

Die Wechselwirkung des elektromagnetischen Strahlungsfeldes mit den Ladungsträgern im Halbleiter wird durch den Hamiltonoperator [Yaf73, Pla73, Hay78, Kle75]

$$H_{ep} = \underbrace{\frac{e}{2m} \sum_j [\vec{p}_j \cdot \vec{A}_j(\vec{r}_j) + \vec{A}_j(\vec{r}_j) \cdot \vec{p}_j]}_{H'_{ep}} + \underbrace{\frac{e^2}{2m} \sum_j [\vec{A}_j(\vec{r}_j)]^2}_{H''_{ep}} \quad (3.1)$$

beschrieben, bei dem über alle Elektronen j summiert wird. Das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r}_j)$ enthält die Strahlungsfelder des einfallenden und des gestreuten Lichtes. Der lineare

Term H'_{ep} liefert Beiträge in zweiter Ordnung Störungstheorie, der quadratische in erster Ordnung.

Beim Streuprozeß wird eine elektronische Anregung vom Einelektronenanzustand $|\alpha\rangle$ in den Einelektronenzustand $|\beta\rangle$ erzeugt. Diese Einelektronenzustände sind durch einen Satz von Quantenzahlen (Bandindex, Impuls und Spin) charakterisiert. Für den Fall resonanter Streuung läßt sich nun ein effektiver Hamilton finden: [Blu70]

$$H''_{eff} = \frac{e^2}{2m} N A(\omega_i) A(\omega_s). \quad (3.2)$$

Dabei ist N die Fouriertransformierte des Dichteoperators (oder Teilchen-Paar-Operators) der Elektronen

$$N = \sum_{\alpha,\beta} \gamma_{\alpha\beta} C_\beta^\dagger C_\alpha \quad (3.3)$$

und mit C_β^\dagger und C_α sind die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren der Einelektronenzustände bezeichnet. $A(\omega)$ ist die Amplitude der Vektorpotentiale von einlaufender (i) und gestreuter (s) Welle. Bei der Ramanstreuung wird das Spektrum der Dichtefluktuationen eines Elektronenplasmas untersucht. [Abs84]

Für die Streuamplituden ergibt sich in Dipolnäherung [Ham69, Yaf73, Blu70]

$$\begin{aligned} \gamma_{\alpha\beta} &= (\vec{e}_i \cdot \vec{e}_s) \xi_{\alpha\beta} \\ &+ \frac{1}{m} \sum_{\beta'} \left(\frac{\langle \alpha | j_i | \beta' \rangle \langle \beta' | j_s | \beta \rangle}{\mathcal{E}_\alpha - \mathcal{E}_{\beta'} - \hbar\omega_i} + \frac{\langle \alpha | j_s | \beta' \rangle \langle \beta' | j_i | \beta \rangle}{\mathcal{E}_\alpha - \mathcal{E}_{\beta'} + \hbar\omega_i} \right) \quad \text{mit} \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\xi_{\alpha\beta} = \langle \alpha | e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} | \beta \rangle \quad \text{und} \quad (3.5)$$

$$\begin{Bmatrix} j_i \\ j_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{e}_i \\ \vec{e}_s \end{Bmatrix} \cdot \vec{p} \exp \left(i \begin{Bmatrix} \vec{k}_i \\ -\vec{k}_s \end{Bmatrix} \cdot \vec{r} \right) \quad (3.6)$$

Der erste Term in (3.4) gehört zu H''_{ep} , die weiteren zu H'_{ep} . Die Vektoren \vec{e} beschreiben die Polarisation des einfallenden und des gestreuten Lichtes, $\xi_{\alpha\beta}$ ist die Fouriertransformierte des Dichtefluktuationsoperators und die Zustände $|\beta'\rangle$ sind Zwischenzustände des Valenzbandes.

Aus dem effektiven Hamilton (3.2) ergibt sich dann für den differentiellen Streuquerschnitt für die Streuung an Dichtefluktuationen: [Pla73, Hay78, Kle75]

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \omega \partial \Omega} = r_0^2 \frac{\omega_s}{\omega_i} V^2 G(\omega) \quad \text{mit} \quad (3.7)$$

$$G(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \langle N(t)N^\dagger(0) \rangle dt \quad \text{und} \quad (3.8)$$

$$r_0 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mc^2} \quad (3.9)$$

r_0 ist der klassische Elektronenradius und V das Volumen, aus dem das gestreute Licht stammt. $N(t)$ ist ein zeitabhängiger Dichteoperator im Heisenbergbild, der zu dem aus der Gleichung (3.3) gehört. Die Klammern $\langle \rangle$ bedeuten hier eine Mittelung über alle Anfangszustände und ergeben die Dichte–Dichte–Korrelationsfunktion.

BLUM [Blu70] hat eine Lösung für den dynamischen Strukturfaktor $G(\omega)$ für Elektronen in einem Volumenhalbleiter mit beliebiger Bandstruktur im Rahmen einer RPA–Rechnung gefunden. Der Streuquerschnitt wird dabei in einer aufwendigen Rechnung mit Hilfe des Dissipations–Fluktuations–Theorems bestimmt.

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \omega \partial \Omega} = \hbar \frac{\omega_s (n_\omega + 1)}{\omega_i \pi} \text{Im} \left(L_2 + \frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty q^2} \frac{L_1 \tilde{L}_1}{\varepsilon(\vec{q}, \omega)} \right) \quad \text{mit} \quad (3.10)$$

$$L_2 = \sum_{\alpha, \beta} |\gamma_{\alpha\beta}|^2 \left(\frac{f_\beta - f_\alpha}{\hbar\omega + \mathcal{E}_\beta - \mathcal{E}_\alpha} \right), \quad (3.11)$$

$$L_1 = \sum_{\alpha, \beta} \gamma_{\alpha\beta} \xi_{\alpha\beta}^* \left(\frac{f_\beta - f_\alpha}{\hbar\omega + \mathcal{E}_\beta - \mathcal{E}_\alpha} \right), \quad (3.12)$$

$$\tilde{L}_1 = \sum_{\alpha, \beta} \gamma_{\alpha\beta}^* \xi_{\alpha\beta} \left(\frac{f_\beta - f_\alpha}{\hbar\omega + \mathcal{E}_\beta - \mathcal{E}_\alpha} \right) \quad \text{und} \quad (3.13)$$

$$\varepsilon(\vec{q}, \omega) = 1 - \frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty q^2} \sum_{\alpha, \beta} |\xi_{\alpha\beta}|^2 \left(\frac{f_\beta - f_\alpha}{\hbar\omega + \mathcal{E}_\beta - \mathcal{E}_\alpha} \right) \quad (3.14)$$

n_ω bezeichnet die Bose–Einstein–Besetzungsfunktion, $f_{(\alpha/\beta)}$ die Fermifunktion und $\varepsilon(\vec{q}, \omega)$ ist die dielektrische Funktion des Ladungsträgersystems. Aus den komplexen Gleichungen (3.10) bis (3.14) können wichtige Charakteristika der Streuung von Photonen an Dichtefluktuationen abgeleitet werden. Der zweite Term in der rechten Klammer in der Gleichung (3.10) ergibt sich aus der Coulombwechselwirkung. Er ist für zwei wesentliche Effekte verantwortlich: Zum einen beschreibt er die Abschirmung der Einteilchenanregungen, zum anderen beinhaltet er kollektive Anregungen, die bei $\varepsilon(\vec{q}, \omega) = 0$ auftreten. Wird die Coulombwechselwirkung vernachlässigt, also ($e^2/q^2 \rightarrow 0$), so erhält man einen

exakten Ausdruck für die Ramanstreuung nichtwechselwirkender Teilchen, [Blu70]

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \omega \partial \Omega} = \hbar \frac{\omega_s}{\omega_i} \frac{(n_\omega + 1)}{\pi} \operatorname{Im} \left[\sum_{\alpha, \beta} |\gamma_{\alpha\beta}|^2 \left(\frac{f_\beta - f_\alpha}{\hbar\omega + \mathcal{E}_\beta - \mathcal{E}_\alpha} \right) \right]. \quad (3.15)$$

Dies entspricht einem zweistufigen Ladungsdichtestreuemechanismus, der noch eingehender im Abschnitt 3.2.1 erläutert wird.

Eine theoretische Beschreibung der Streuung elektromagnetischer Strahlung an verschiedenen elektronischen Anregungen für n-dotierte III–V–Halbleiter in der Umgebung des Γ -Punktes findet sich bei HAMILTON und MC WORTHER. [Ham69] Mit den Näherungen $\omega_i \approx \omega_s$ und $\mathcal{E}_{\beta'} - \mathcal{E}_\beta \simeq E_G$ ergeben sich die folgenden Polarisationsauswahlregeln:

$$\gamma_{\alpha\beta} = \vec{e}_i \cdot \overset{\leftrightarrow}{A} \cdot \vec{e}_s \xi_{\alpha\beta} + i(\vec{e}_i \times \vec{e}_s) \cdot \overset{\leftrightarrow}{B} \cdot \zeta_{\alpha\beta} \quad \text{mit} \quad (3.16)$$

$$\zeta_{\alpha\beta} = \langle \alpha | e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \vec{\sigma} | \beta \rangle = \xi_{\alpha\beta} \langle \alpha | \vec{\sigma} | \beta \rangle. \quad (3.17)$$

Hieraus ist zu entnehmen, daß $\gamma_{\alpha\beta}$ aus einem symmetrischen ($\vec{e}_i \parallel \vec{e}_s$) und einem antisymmetrischen ($\vec{e}_i \perp \vec{e}_s$) Summanden bezüglich der Polarisierungen von einfallendem und gestreutem Licht besteht. Die Tensoren $\overset{\leftrightarrow}{A}$ und $\overset{\leftrightarrow}{B}$, die die Interbandmatrixelemente und die Resonanznenner enthalten, haben die folgende Gestalt:

$$\overset{\leftrightarrow}{A} = \overset{\leftrightarrow}{1} \left[\frac{2P^2}{3m} \left(\frac{E_{hh}}{E_{hh}^2 - (\hbar\omega_i)^2} + \frac{E_{lh}}{E_{lh}^2 - (\hbar\omega_i)^2} + \frac{2E_{soh}}{E_{soh}^2 - (\hbar\omega_i)^2} \right) \right] \quad (3.18)$$

$$\overset{\leftrightarrow}{B} = \overset{\leftrightarrow}{1} \left[\frac{2P^2}{3m} \left(\frac{E_{hh}}{E_{hh}^2 - (\hbar\omega_i)^2} + \frac{E_{lh}}{E_{lh}^2 - (\hbar\omega_i)^2} - \frac{2E_{soh}}{E_{soh}^2 - (\hbar\omega_i)^2} \right) \right]. \quad (3.19)$$

$\overset{\leftrightarrow}{1}$ ist die Einheitsmatrix und P bezeichnet das Impulsinterbandmatrixelement. Die Energien der Valenzbänder sind mit E_{hh} für das Schwerloch-, mit E_{lh} für das Leichtloch- und mit E_{soh} für das Split-Off-Band bezeichnet.

Betrachtet man zunächst den symmetrischen Teil von (3.16) und setzt ihn in den effektiven Hamiltonoperator (3.2) ein, so ergibt sich:

$$H_{eff}^{sym} = \frac{e^2}{2m} \left(\vec{e}_i \cdot \overset{\leftrightarrow}{A} \cdot \vec{e}_s \right) \left(\frac{N_\uparrow(q) + N_\downarrow(q)}{2} \right) A(\omega_i) A(\omega_s). \quad (3.20)$$

Die Pfeile an N symbolisieren die beiden möglichen Spineinstellungen des Teilchendichte-Operators (3.3). Die in dieser symmetrischen Streukonfiguration erhaltenen Spektren, bei denen an die Ladungsdichtefluktuationen $[e(N_\uparrow(q) + N_\downarrow(q))]$ angekoppelt wird, nennt man auch *polarisierte* Spektren.

Führt man die Berechnung analog für den antisymmetrischen Anteil durch, erhält man:

$$H_{eff}^{asym} = -i \frac{e^2}{2m} (\vec{e}_i \times \vec{e}_s) \cdot \overleftrightarrow{B} \cdot \vec{e}_z \left(\frac{N_\uparrow(q) - N_\downarrow(q)}{2} \right) A(\omega_i) A(\omega_s). \quad (3.21)$$

Es ist zu erkennen, daß man eine Kopplung an die Spindichtefluktuationen $[e(N_\uparrow(q) - N_\downarrow(q))]$ erhält. Diese Streugeometrie wird als *depolarisiert* bezeichnet.

Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt (3.7) können ebenso die beiden Streugeometrien betrachtet werden. Dabei ergeben sich

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \omega \partial \Omega_{CDE}} \propto \left(\frac{\omega_s}{\omega_i} \right)^2 q^2 \left| (\vec{e}_i \cdot \overleftrightarrow{A} \cdot \vec{e}_s) \right|^2 \left(1 - e^{-\frac{\hbar \omega}{k_B T}} \right)^{-1} \text{Im}\{\chi_j(q, \omega)\} \quad (3.22)$$

für polarisierte und

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \omega \partial \Omega_{SDE}} \propto \left(\frac{\omega_s}{\omega_i} \right)^2 q^2 \left| (\vec{e}_i \times \vec{e}_s) \cdot \overleftrightarrow{B} \cdot \vec{e}_z \right|^2 \left(1 - e^{-\frac{\hbar \omega}{k_B T}} \right)^{-1} \text{Im}\{\chi_j(q, \omega)\} \quad (3.23)$$

für depolarisierte Streugeometrien. $\chi_j(q, \omega)$ ist die dielektrische Suszeptibilität, die auch als Dichte–Dichte–Korrelationsfunktion des wechselwirkenden Elektronensystems bezeichnet wird:

$$\chi_j(q, \omega) = \frac{\chi_0(q, \omega)}{1 - \gamma_j(q) \chi_0(q, \omega)}. \quad (3.24)$$

Dabei bezeichnet χ_0 die Dichte–Dichte–Korrelationsfunktion von nichtwechselwirkenden Teilchen. Für die CDEs und die SDEs enthält γ_j die unterschiedlichen Beiträge der Coulomb– (α) (Depolarisationsshift) und der Austauschwechselwirkung (β) (Exzitons-Shift).

$$\gamma_{CDE} = \alpha_{11}(q_{\parallel}) + \beta_{11} \quad (3.25)$$

$$\gamma_{SDE} = \beta_{11} \quad (3.26)$$

Die Definition und Berechnung der Werte von α und β findet sich beispielsweise bei ANDO, FOWLER und STERN [And82]. Die Werte von α sind > 0 , die von $\beta < 0$, was bedeutet, daß die kollektiven Anregungen durch die direkte Coulombwechselwirkung zu größeren und durch die Austauschwechselwirkung zu kleineren Energien verschoben werden.

Für den Streuquerschnitt der Einteilchenanregungen gilt:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \omega \partial \Omega} \propto \text{Im}(\chi_0(q, \omega)), \quad (3.27)$$

d.h. er wird nur durch χ_0 bestimmt.

3.2.1 Streumechanismen

Zwei- und dreistufiger Prozeß

Betrachtet man eine Streuung vom Leitungsbandzustand $|\alpha\rangle = |\vec{k}, s_\alpha\rangle$ in den Leitungsbandzustand $|\beta\rangle = |\vec{k} + \vec{q}, s_\beta\rangle$, wobei $s_{(\alpha/\beta)}$ den Spin des Zustands beschreibt und schränkt dabei die Situation zur Vereinfachung auf $\vec{q}_{\parallel} = 0$ ein, was einer Rückstreuengeometrie entspricht, so läßt sich dieser Intersubbandübergang mit einem zwei- bzw. dreistufigen Streumechanismus erklären. Eine schematische Darstellung dieses Streuprozesses, wie sie von BURSTEIN et. al. [Bur80] angegeben wurde, ist in der Abbildung 13 gezeigt. In der Abbildung 13 (a) wird ein zweistufiger Ladungsdichtestreumechanismus gezeigt. Der Name rührt daher, daß entweder im Leitungs- oder im Valenzband eine endliche Ladungsträgerdichte vorhanden sein muß. [Pin71] Man nimmt an, daß vom nicht entarteten Leitungsband lediglich das unterste Subband besetzt ist.

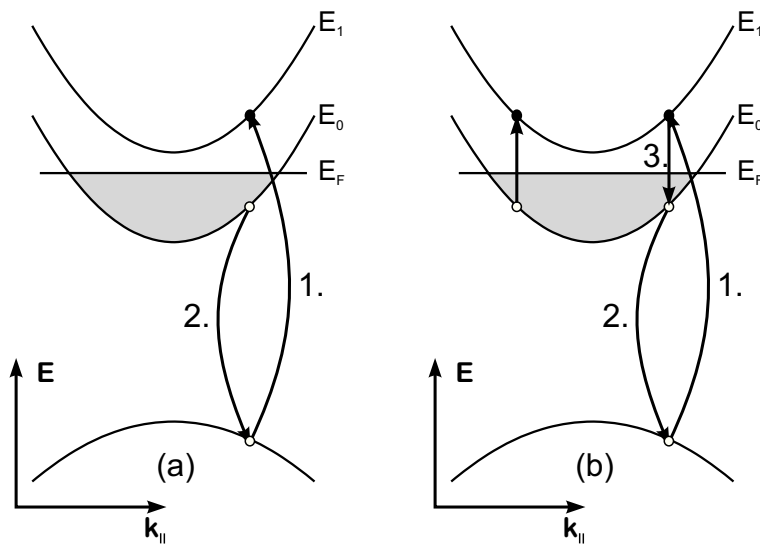


Abb. 13: Schematische Darstellung der beim zweistufigen (a) und beim dreistufigen (b) Streumechanismus beteiligten Übergänge im 2DEG. [Bur80]

Beim Streuprozess findet im ersten Schritt eine optische Anregung eines Elektrons vom Valenzband in einen Zustand des ersten Leitungssubbandes statt. Im zweiten Schritt rekombiniert ein Elektron aus dem nullten Leitungssubband mit dem Loch aus dem Valenzband, so daß letztlich eine Einteilchen-Intersubbandanregung erzeugt wurde. Abhängig davon, ob die in den beiden Schritten beteiligten Elektronen den gleichen oder einen entgegengesetzten Spin besitzen, liegt dann eine Nicht-Spin-Flip- bzw. Spin-Flip-Anregung vor, deren Streuquerschnitte aufgrund der starken Spin-Bahn-Kopplung in III-V-Halbleitern

in etwa der gleichen Größenordnung liegen. [Bur80, Ham69]

Der dreistufige Ladungsdichtestreuemechanismus ist in den beiden ersten Schritten mit dem zweistufigen identisch. Dies wird in der Abbildung 13 (b) dargestellt. Im dritten Schritt wird durch Coulombwechselwirkung eine weitere Einteilchenanregung erzeugt. Man kann dies als Abschirmung des zweistufigen Prozesses interpretieren. In Systemen mit parabolischen Subbändern und außerhalb von Resonanzen sind die Einteilchenanregungen dagegen vollkommen abgeschirmt.

Einteilchenanregungen werden mit dem zweistufigen Prozeß erklärt, die kollektiven Anregungen CDE und SDE mit dem dreistufigen, da bei diesem Prozeß die Coulomb- und Austauschwechselwirkung mit einbezogen werden.

Im Fall nichtparabolischer Bänder oder unter Bedingungen extremer Resonanz, d.h. wenn die Energie des einfallenden Lichtes ungefähr der eines reellen Überganges vom Valenz- ins Leitungsband entspricht, treten zunehmend auch nichtabgeschirmte Einteilchenanregungen im Spektrum auf. [Wol68, Kle75]

Exzitonischer Prozeß

Mit der exzitonischen Streuung wurde ein weiterer Streumechanismus von DANAN et. al. [Dan89] vorgeschlagen. Mit Hilfe der exzitonischen Streuung lassen sich wesentlich kleinere Resonanzbreiten von kollektiven Anregungen beschreiben. Nach dem zuvor vorgestellten Streumechanismus würde man Resonanzbreiten in der Größenordnung der Fermi-Energie (≈ 20 meV) erwarten, da alle Elektronen des Fermi-Sees an den Übergängen beteiligt sind. Es werden aber Resonanzbreiten der kollektiven Anregungen beobachtet, die bei $\lesssim 1$ meV liegen. [Bie96]

In der Abbildung 14 ist dieser Streuprozeß, bei dem virtuelle Exzitonen eine Rolle spielen, gezeigt. In der Bildunterschrift sind die einzelnen Schritte des Streumechanismus beschrieben.

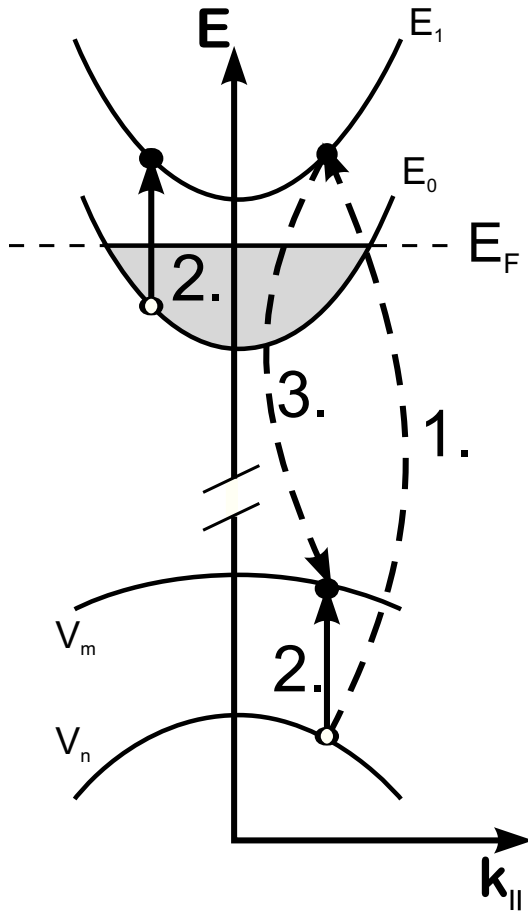


Abb. 14: Streumechanismus für kollektive Anregungen: In diesem Streuprozeß erzeugt ein Photon ein Exziton bestehend aus einem Loch im Valenz- und einem Elektron in einem höheren Leitungssubband. Das Exziton wird durch Wechselwirkung mit dem Fermi-See in einen energetisch niedrigeren Zustand gestreut, bei dem beispielsweise das Loch in einen höheren Zustand angeregt wird. Durch direkte Coulombwechselwirkung kann dabei eine CDE und durch Austauschwechselwirkung eine SDE erzeugt werden. In einem weiteren Schritt recombiniert das gestreute Exziton.

Die Energiedifferenz der Anfangs- und Endzustands-Exzitonen entspricht genau der Energie der elementaren Anregung. Entspricht diese Differenz gerade dem Abstand zweier Leitungs- oder Valenzbänder, erwartet man eine resonante Verstärkung. Aufgrund der starken Nichtparabolizität der Valenzbänder findet man leicht einen solchen Abstand. Abhängig davon, ob die Energie des eingestrahnten oder die des gestreuten Photons resonant ist, spricht man von einlaufender bzw. von auslaufender Resonanz.

Kapitel 4

Microcavities – Grundlagen

Nachdem im Abschnitt 1.1.4 der prinzipielle Aufbau von Microcavities skizziert wurde, soll nun auf die Eigenschaften dieser Strukturen intensiver eingegangen werden. Dazu werden zuerst ein paar grundsätzliche Bemerkungen zur Reflexion an Mehrschichtensystemen gemacht. Anschließend werden dielektrische Spiegel und deren Eigenschaften vorgestellt, bevor dann die Microcavities eingehender studiert werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Programm erstellt, dessen zugrundeliegender Algorithmus auf der Gleichung (4.5) basiert. Damit lassen sich Reflexionsspektren für Vielschichtensysteme berechnen. Mit Hilfe dieser simulierten Reflexionsspektren wurde die Planung und Optimierung des Probedesigns durchgeführt. Zudem lassen sich anhand von Reflexionsspektren grundlegende Eigenschaften von Microcavities systematisch analysieren und darstellen. Zu beiden Aspekten werden im folgenden einige berechnete Spektren gezeigt.

4.1 Reflexion

An den Grenzflächen zweier Materialien gelten bei Abwesenheit von Quellen die aus der Elektrodynamik bekannten Maxwellgleichungen [Jac81]:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 0 & \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 & \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{\mu\varepsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= 0.\end{aligned}\tag{4.1}$$

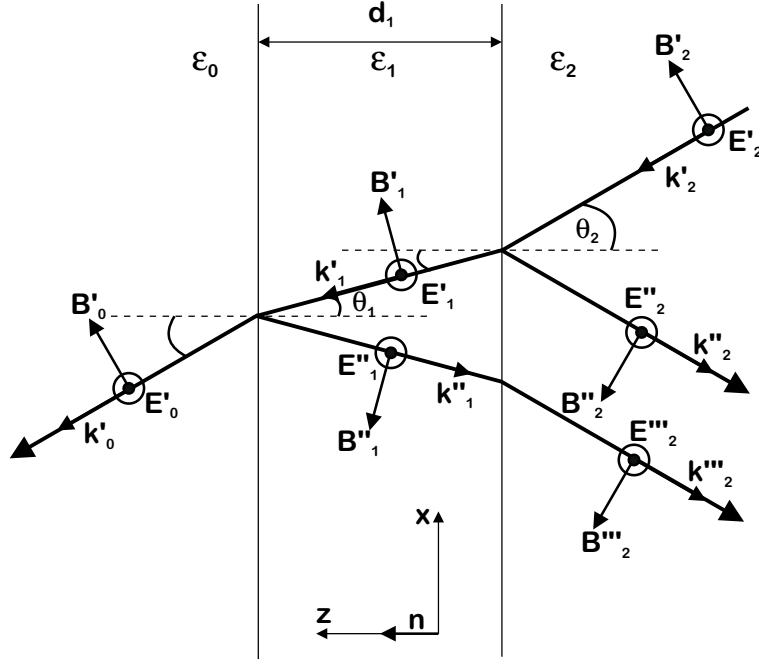


Abb. 15: Geometrie des Mehrschichtensystems in s-Polarisation. Die von rechts unter dem Winkel Θ_2 gegen die Normale einlaufende Welle erfährt an jeder Grenzschicht eine Aufspaltung in transmittierende und reflektierte Anteile.

Betrachtet man zunächst ein Zweischichtensystem (in der Abbildung 15 mit 0 und 1 indiziert), so lassen sich die drei Wellen so beschreiben:

- Einfallende Welle

$$\vec{E}'_1 = \vec{E}'_1 e^{i\vec{k}'_1 \cdot \vec{x} - i\omega t}$$

$$\vec{B}'_1 = \sqrt{\mu_1 \varepsilon_1} \frac{\vec{k}'_1 \times \vec{E}'_1}{k'_1}$$

- Gebrochene Welle

$$\vec{E}'_0 = \vec{E}'_0 e^{i\vec{k}'_0 \cdot \vec{x} - i\omega t}$$

$$\vec{B}'_0 = \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \frac{\vec{k}'_0 \times \vec{E}'_0}{k'_0}$$

- Reflektierte Welle

$$\vec{E}''_1 = \vec{E}''_1 e^{i\vec{k}''_1 \cdot \vec{x} - i\omega t}$$

$$\vec{B}''_1 = \sqrt{\mu_1 \varepsilon_1} \frac{\vec{k}''_1 \times \vec{E}''_1}{k''_1}$$

Da an der Grenzfläche ($z = 0$) die Grenzbedingungen an allen Punkten der Ebene zu jedem Zeitpunkt erfüllt sein müssen, stimmen die Phasenfaktoren der drei Wellen miteinander überein, so daß

$$\vec{k}'_1 \cdot \vec{x} |_{z=0} = \vec{k}'_0 \cdot \vec{x} |_{z=0} = \vec{k}''_1 \cdot \vec{x} |_{z=0}.$$

An den Grenzflächen müssen die Normalkomponenten von \vec{D} und \vec{B} sowie die Tangentialkomponenten von \vec{E} und \vec{H} stetig sein, so daß für die Felder folgendes gilt:

$$\begin{aligned} [\varepsilon_1(\vec{E}'_1 + \vec{E}''_1) - \varepsilon_0\vec{E}'_0] \cdot \vec{n} &= 0 \\ [\vec{k}'_1 \times \vec{E}'_1 + \vec{k}''_1 \times \vec{E}''_1 - \vec{k}'_0 \times \vec{E}'_0] \cdot \vec{n} &= 0 \\ (\vec{E}'_1 + \vec{E}''_1 - \vec{E}'_0) \times \vec{n} &= 0 \\ \left[\frac{1}{\mu_1}(\vec{k}'_1 \times \vec{E}'_1 + \vec{k}''_1 \times \vec{E}''_1) - \frac{1}{\mu_0}(\vec{k}'_0 \times \vec{E}'_0) \right] \times \vec{n} &= 0. \end{aligned}$$

Bei der Anwendung der Stetigkeitsbedingungen betrachtet man zweckmäßigerweise die beiden Spezialfälle der p- und s-Polarisation, bei denen der elektrische Feldvektor parallel bzw. senkrecht zur Einfallsebene schwingt. Den allgemeinen Fall beliebiger Polarisation erhält man durch geeignete Linearkombination der beiden Speziallösungen. Aus den Grenzbedingungen ergeben sich für die Amplituden der reflektierten Welle in p- und s-Polarisation die bekannten Fresnelschen Formeln:

$$r_{10}^p = \frac{\frac{k_{z1}}{\varepsilon_1} - \frac{k_{z0}}{\varepsilon_0}}{\frac{k_{z1}}{\varepsilon_1} + \frac{k_{z0}}{\varepsilon_0}}, \quad r_{10}^s = \frac{k_{z1} - k_{z0}}{k_{z1} + k_{z0}}. \quad (4.2)$$

und daraus resultierend für die Intensität der unpolarisierten Welle:

$$R_{10} = \frac{1}{2} (|r_{10}^p|^2 + |r_{10}^s|^2). \quad (4.3)$$

Die Komponenten des Wellenvektors \vec{k} lauten [Sch98]

$$k_{zi} = \sqrt{\varepsilon_i \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 - k_x^2} \quad \text{und} \quad k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_1} \sin \theta_1. \quad (4.4)$$

Bei einem Zweischichtensystem steht i für 0 und 1; θ_1 ist der Einfallswinkel. Indem man sukzessive jeweils die beiden hintersten Schichten zu einer zusammenfaßt, läßt sich eine Reihenentwicklung durchführen, deren Ergebnis ein beliebiges n -Schichtensystem beschreibt. [Wol56] Für die Amplituden erhält man dann:

$$r_{n,\dots,0} = \frac{r_{n,n-1} + r_{n-1,\dots,0} \exp(2ik_{z,n-1}d_{n-1})}{1 + r_{n,n-1}r_{n-1,\dots,0} \exp(2ik_{z,n-1}d_{n-1})}. \quad (4.5)$$

Somit läßt sich das Reflexionsverhalten einer Probe, die sich aus einer beliebigen Schichtung der unterschiedlichsten Materialien zusammensetzt genau bestimmen, wenn die Materialeigenschaften bekannt sind. Bei epitaktisch gewachsenen MBE-Proben ist die Dicke

der einzelnen Schichten prinzipiell bekannt, so daß nur noch die Kenntnis der dielektrischen Eigenschaften vonnöten ist. In der Resonanznähe kann man ein einfaches Lorentz-oszillatormodell benutzen und für ε_i

$$\varepsilon_i = \varepsilon_\infty + \sum_j \frac{4\pi\beta_j\omega_{0j}^2}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_j} \quad (4.6)$$

ansetzen. Dabei ist die Halbwertsbreite Γ_j ein Maß für die Dämpfung, β_j die Oszillatorstärke und ω_{0j} die Eigenfrequenz des j -ten Oszillators der aktiven Schicht. ε_∞ ist die frequenz- und wellenvektorunabhängige Hintergrunddielektrizitätskonstante. Diese Hochfrequenzkonstante liegt oberhalb der longitudinalen Frequenz des Lorentzansatzes, aber noch unterhalb der optischen Absorptionskante. Die Werte von ε_∞ für die hier interessierenden Materialien sind in der Tabelle 1 zu finden. Die verschiedenen Quellen ergeben konsistente Werte für die Dielektrizitätskonstante, da sich bei der temperaturabhängigen Gleichung für 300 K auch ein Wert von 10.89 ergibt.

	ε_∞
AlAs [Ada85]	8.16
GaAs [Ada85]	10.89
$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ [Ada85]	$10.89 - 2.73 x$
GaAs [INS86]	$10.60 \cdot (1 + 9 \cdot 10^{-5} T \text{ K}^{-1})$

Tab. 1: Werte von ε_∞ der unterschiedlichen Materialien

4.2 Dielektrische Spiegel

Nun soll ein spezielles Mehrschichtensystem mit besonderen Eigenschaften eingehender betrachtet werden. Dielektrische Spiegel (*DBRs, Distributed Bragg Reflectors*) bestehen aus alternierenden Schichten zweier Materialien unterschiedlicher Brechungsindizes n_H und n_L mit $n_H > n_L$. Wenn nun die Schichtdicken l_H und l_L gerade so beschaffen sind, daß

$$n_H l_H = n_L l_L = \lambda_{DBR}/4 \quad (4.7)$$

und λ_{DBR} die Vakuumwellenlänge des einfallenden Lichtes ist, addieren sich die Grenzflächenreflexionen in Phase. Dies erkennt man, wenn man die Reflektivitäten an den Grenzflächen zwischen den Schichten betrachtet. Bei Übergängen vom Niedrig-Index-Medium zum Hoch-Index-Medium ergibt sich für

$$r_{LH} = \frac{n_L - n_H}{n_L + n_H}$$

ein negativer Wert, also macht das elektrische Feld einen Phasensprung von π . Konträr verhält es sich beim n_H - n_L -Übergang, $r_{HL} = (n_H - n_L)/(n_H + n_L)$, bei dem sich kein Phasensprung in der reflektierten Welle ergibt. Für die Transmission ergibt sich jedoch kein Unterschied beim Übergang vom hohen zum niedrigen bzw. niedrigen zum hohen Brechungsindex: [Sve89]

$$t_{LH} = t_{HL} = \frac{2\sqrt{n_L n_H}}{n_L + n_H}$$

Wenn nun die Bedingung (4.7) erfüllt ist, erfolgt die Mehrschichtenreflexion in Phase und die Transmissivität der Spiegel fällt als Funktion der Anzahl der Spiegelpaare annähernd exponentiell ab. Somit kann die Reflektivität – eine ausreichende Anzahl von Spiegelpaaren vorausgesetzt – einen sehr hohen Wert annehmen, was in der Abbildung 16 verdeutlicht wird. Auf der linken Seite der Abbildung sind die Reflexionsspektren, die sich für eine wachsende Zahl von DBRs ergeben, gezeigt. Wie stark die Reflektivität zunimmt, sieht man auf der rechten Seite, wo die Reflektivität in Abhängigkeit von der Anzahl der DBRs für das Zentrum des Stopbandes aufgetragen ist.

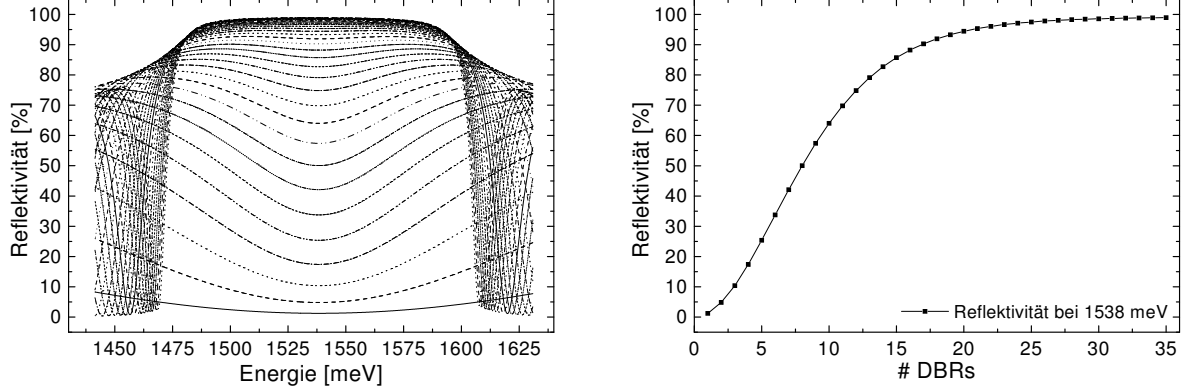


Abb. 16: Berechnete Reflektivität in Abhängigkeit von der Anzahl der Spiegelpaare. Bei 21 Paaren beträgt die Reflektivität bereits 95%.

Der Bereich der hohen Reflektivität wird Stopband genannt. In dessen Zentrum ist [Sve89]

$$R = \left(\frac{n_H^{J+1} - n_L^{J-1} n_{sub}}{n_H^{J+1} + n_L^{J-1} n_{sub}} \right)^2$$

für eine ungerade Anzahl J von Schichten, wenn das Wachstum mit einer Schicht mit n_H auf einem Substrat mit n_{sub} begonnen wurde. Die Breite des Stopbandes beträgt [Yar89]

$$\Delta\lambda_{Stopband} = \frac{2\lambda_{DBR}\Delta n}{\pi n_{eff}}. \quad (4.8)$$

Dabei ist Δn der Brechungsindexunterschied zwischen den dielektrischen Schichten und n_{eff} der effektive Brechungsindex der Spiegel, der für kleine Differenzen der Brechungsindizes als das arithmetische Mittel angenommen werden kann. [Bjö95] Eine Abschätzung der Stopbandbreite ergibt somit für DBRs aus AlAs und $\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}$ 107 meV bei $\lambda_{DBR} = 1540$ meV, was gut mit den in der Abbildung 16 gezeigten Breiten übereinstimmt. Der Grund dafür, daß das Stopband eine endliche Breite besitzt, liegt darin, daß sich die Grenzflächenreflexionen nur für die zentrale Wellenlänge λ_{DBR} in Phase addieren. Bei benachbarten Wellenlängen mit anderen k -Vektoren findet die Addition außer der Phase statt und somit verringert sich die Reflektivität.

4.3 Microcavity

Bringt man nun eine Schicht der Dicke $L_c = m\lambda/2$ zwischen zwei DBRs ein, so erhält man eine resonante Microcavity, in der sich stehende Wellen ausbilden können. Dabei sollen

hier erst einmal nur „leere“ Microcavities betrachtet werden. Die Reflektivität wird bei senkrechter Inzidenz beschrieben durch [Tre95]

$$R = \frac{1 - \left(\frac{n_{sub}}{n_c}\right)\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{2N}}{1 + \left(\frac{n_{sub}}{n_c}\right)\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{2N}}. \quad (4.9)$$

Dabei sind n_c der Brechungsindex der Cavity und N die Anzahl der Spiegelpaare. Hier wurden die Brechungsindizes der DBRs nicht mit n_H und n_L bezeichnet, da die Schichtung an dieser Stelle von essentieller Bedeutung ist. Nimmt man an, daß das Wachstum mit einer Schicht mit n_2 begonnen wurde und mit einer n_1 -Schicht aufhört, so ist für den Fall, daß $n_1 < n_2$, $r = 1$ und bei $n_1 > n_2$, $r = -1$ für ein genügend großes N . Das bedeutet, daß es einen Phasensprung von π für den Fall $n_1 > n_2$ und von 0 für $n_1 < n_2$ gibt. Man spricht dann auch von r^- - und r^+ DBRs. [Che95] Die stehenden Wellen in der Microcavity haben also einen Knoten oder Bauch an der Grenze zum Spiegel und entsprechend einen sinus- oder cosinusförmigen Verlauf in der Cavity für r^- - bzw. r^+ DBRs.

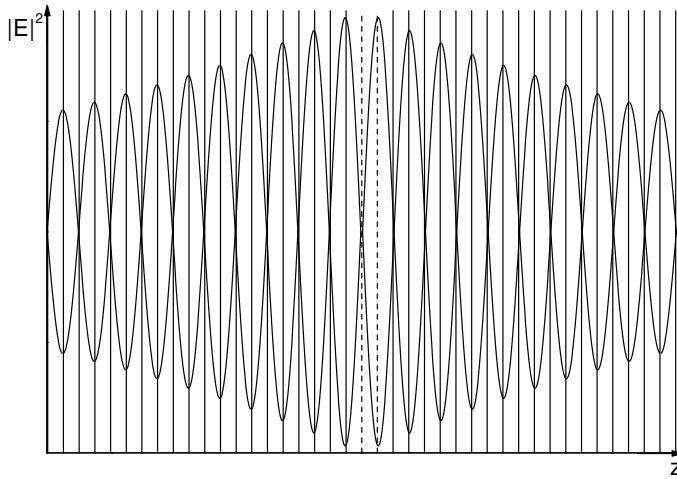


Abb. 17: Schematischer Feldverlauf in einer sinusförmigen $\lambda/4$ -Microcavity. Die senkrechten Linien befinden sich im Abstand von $\lambda/4$. Die unterbrochenen Linien deuten die Position der die Cavity definierenden Spacerschicht an.

Für den Fall einer symmetrischen Struktur ergibt sich für senkrechten Lichteinfall der folgende Ausdruck: [Sav95]

$$R = 1 - 4 \frac{n_{ext}}{n_c} \left(\frac{n_L}{n_H}\right)^{2N}.$$

Dabei sind n_{ext} und n_c die Brechungsindizes des umgebenden Mediums resp. der Cavity und N die Anzahl der Spiegelpaare. Für eine Probe bestehend aus 24 Spiegelpaaren aus AlAs und $\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}$ mit einer $\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$ -Cavity ergibt sich dann ein theoretisches $R = 0.99$.

Für tatsächliche Proben gilt die Annahme dieser Symmetrie nicht, da der Abschluß auf der

einen Seite vom Substrat und auf der anderen von Luft gebildet wird, was einem deutlichen Unterschied im Brechungsindex gleichkommt. An der Grenzfläche zur Luft sieht das Feld eine zusätzliche, relativ große Reflexion. Diese Asymmetrie wird kompensiert, indem man die Anzahl der Spiegelpaare auf der Substratseite vergrößert, so daß die Reflektivität vom Zentrum der Cavity aus nach außen gesehen auf beiden Seiten gleich groß ist.

Aus dem im Bild 17 gezeigten schematischen Feldverlauf [Bjö95] erkennt man, daß wegen der endlichen Eindringtiefe des elektrischen Feldes in die DBRs anders als bei Fabry–Pérot–Cavities mit metallischen Spiegeln nicht L_c sondern vielmehr eine effektive Länge der Cavity für viele Gleichungen von Interesse ist. Diese effektive Länge $L_{eff} = L_c + L_{DBR}$ berücksichtigt mit

$$L_{DBR} = \frac{\lambda}{2n_c} \frac{n_L n_H}{n_H - n_L} \quad (4.10)$$

die endliche Eindringtiefe. λ bezeichnet hier die Wellenlänge des Lichtes in der Cavity, also λ_{vac}/n . Für typische AlAs/GaAs–Strukturen ist $L_{DBR} \approx (3 - 4)L_c$.

Eine weitere Auswirkung des Eindringens des Feldes ist, daß die Cavity–Mode–Frequenz gegeben ist durch [Pan99]

$$\omega_m = \frac{L_c \omega_c + L_{DBR} \omega_s}{L_{eff}}. \quad (4.11)$$

ω_c ist die Fabry–Pérot–Frequenz, die durch die Länge der Cavity gegeben ist und ω_s ist die Frequenz der Mitte des Stopbandes. Durch nicht optimales Wachstum kann es passieren, daß $\omega_c \neq \omega_s$ ist. Da ω_m ein gewichtetes Mittel ist und L_{DBR} typischerweise viel größer als L_c ist, ist ω_m im Wesentlichen durch die Mittenfrequenz des Stopbandes bestimmt. Die Frequenz der Cavity–Mode hängt nur schwach von der Dicke der Spacerschicht ab, aber sensibel von der Dicke der Spiegelschichten.

Wegen der endlichen Transmissionswahrscheinlichkeit der Spiegel besitzt auch die Cavity–Mode eine endliche Breite, die sich im Grenzwert von $R \rightarrow 1$ zu

$$\hbar \Delta \omega_c = \frac{\hbar c (1 - R)}{n_c L_{eff}}$$

ergibt.

Die Güte der Cavity–Mode ist durch die Finesse beschrieben. Sie ist definiert als die Division der freien spektralen Breite (*free spectral range*) durch die Modenbreite $F = \Delta \nu_{fsr} / \Delta \nu_c$ [Sve89]. Damit ergibt sich

$$F = \frac{\pi (R_1 R_2)^{1/4}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2}} \quad \text{und genähert} \quad \frac{\pi r}{1 - r^2} \quad [\text{Hou93}], \quad (4.12)$$

wenn die Reflektivität der beiden Spiegel, mit 1 und 2 bezeichnet, gleich groß angenommen wird.

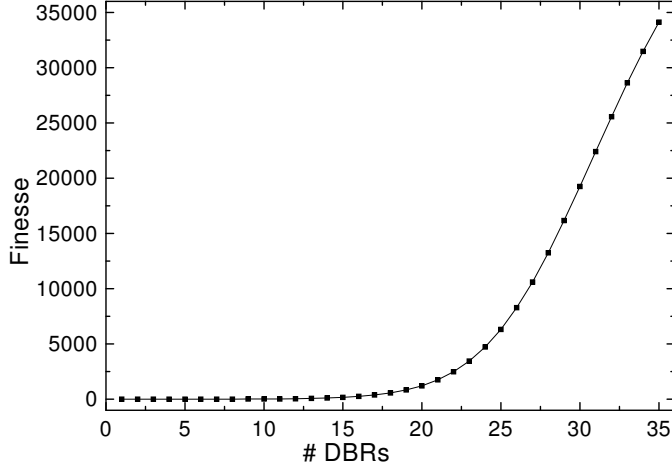


Abb. 18: Theoretische Finesse in Abhängigkeit von der Anzahl der Spiegelpaare

Die mit $\frac{4R}{(1-R)^2}$ [Fre93] berechnete theoretische Finesse ist in der Abbildung 18 dargestellt und zeigt deutlich höhere Werte als in der Praxis in GaAs-basierten Proben erreicht werden. Dort liegt der Rekordwert (mit einer etwas anderen Definition der Finesse) bei 5500 [Sta94a]. Die Probe wurde in der vergleichsweise langen Zeit von 28 Stunden gewachsen, was die Grenzflächenrauhigkeiten wahrscheinlich minimiert hat.

Eng mit der Finesse verbunden ist der Qualitätsfaktor, der als Maß für die Verstärkung des optischen Feldes definiert ist. [Hou93]

$$Q = \frac{(1+r)^2}{(1-r)^2} \approx \frac{4}{1-R} \quad (4.13)$$

Damit würde sich für $R = 0.95$ ein Qualitätsfaktor von ≈ 80 ergeben. [Yok92]

Die bisherige Beschreibung der Cavity-Mode konzentrierte sich auf das axiale Confinement durch die DBRs entlang der z -Achse. Ähnlich wie beim Quantentopf ist die Bewegung der Photonen in der x - y -Ebene uneingeschränkt und das Photon besitzt für kleine k_{\parallel} eine parabolische Dispersion. Berücksichtigt man, daß $k_z = 2\pi/L_c$ ist, ergibt sich für die Energie der Cavity-Photonen: [Whi96]

$$E = \frac{\hbar c}{n_c} k = \frac{\hbar c}{n_c} \sqrt{\left(\frac{2\pi}{L_c}\right)^2 + k_{\parallel}^2}. \quad (4.14)$$

Die Dispersion in der Ebene kann mit Hilfe einer effektiven Masse $M = \hbar n_c / c L_c \sim 10^{-5} m_e$ beschrieben und mit winkelabhängigen Messungen direkt bestimmt werden. [Hou94b]

Schreibt man die Gleichung (4.14) um in

$$E(k_{\parallel}) = E_0 \sqrt{1 + \frac{\hbar^2 c^2 k_{\parallel}^2}{E_0^2 n_{eff}^2}} \quad (4.15)$$

mit $E_0 = hc/n_{eff}L_c$ und setzt k in Beziehung zum Einfallswinkel θ

$$k_{\parallel} = \frac{E(k)}{\hbar c} \sin \theta, \quad (4.16)$$

dann ergibt sich für die winkelabhängige Energie:

$$E(\theta) = E_0 \left(\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{n_{eff}^2}} \right)^{-1}. \quad (4.17)$$

Eine Variation des Einfallswinkels um $\theta = 60^\circ$ verändert $E(\theta)$ um ~ 40 meV. [Sko98]

4.3.1 Resonante Ramanstreuung in Microcavities

Nachdem die fundamentalen Eigenschaften von Microcavities erläutert wurden, soll jetzt die Ramanstreuung an Quantentöpfe enthaltenden Microcavities betrachtet werden. Es sollen hier zunächst undotierte Quantentöpfe und die Streuung an Phononen betrachtet werden. Die optischen Felder in einer Microcavity mit einer Finesse ~ 400 werden ungefähr um einen Faktor ~ 20 verstärkt. [Sko98] Für die Ramanstreuung ist dieser Effekt besonders signifikant, da sowohl die einfallenden als auch die gesteuerten Felder verstärkt werden, was verglichen mit „nackten“ Quantentöpfen zu einer hundertfachen Vergrößerung des Streuquerschnitts führt. [Fai95]

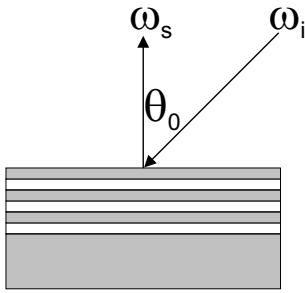
Die Ramanstreuung an Phononen wird normalerweise als ein Prozeß dritter Ordnung behandelt. Aufgrund der Elektron–Photon–Wechselwirkung wird ein Photon absorbiert, wobei ein Exziton erzeugt wird. Dieses Exziton kann dann durch die Elektron–Phonon–Wechselwirkung in einen anderen Exzitonzustand gestreut werden, entweder durch Erzeugung (Stokes) oder Vernichtung (Anti–Stokes) eines Phonons. Anschließend rekombiniert das gestreute Exziton unter Erzeugung eines Photons. Berechnet wird dies dann auch in dritter Ordnung Störungstheorie und der Streuquerschnitt ergibt sich dann als [Shi92, Shi93]

$$\sigma \propto \sum_{u,v} \left| \frac{\langle 0 | H_{\text{photon}} | v \rangle \langle v | H_{\text{phonon}} | u \rangle \langle u | H_{\text{photon}} | 0 \rangle}{(E_v - \hbar\omega_s + i\Gamma_v)(E_u - \hbar\omega_i + i\Gamma_u)} \right|^2 \quad (4.18)$$

$|0\rangle$ ist der Grundzustand, $|u\rangle$ und $|v\rangle$ sind exzitonische Zwischenzustände mit den Energien E_u und E_v und den Linienbreiten Γ_u und Γ_v . H_{photon} ist der Exziton–Photon– und H_{phonon} der Exziton–Phonon–Wechselwirkungsoperator und die Energien der einfallenden und gestreuten Photonen sind mit $\hbar\omega_{(i/s)}$ bezeichnet. Somit gibt es zwei Resonanznener; bei $\hbar\omega_i = E_u$ spricht man von einlaufender und bei $\hbar\omega_s = E_v$ von auslaufender Resonanz. [Tri97]

Wie man aus der Gleichung 4.18 sieht, erhält man eine sogenannte Doppelresonanz, also eine besonders große Verstärkung des Ramansignals, falls sowohl ω_i als auch ω_s einer Energie des Systems entsprechen.

Die ersten Ramanmessungen an Phononen in Microcavities wurden von FAINSTEIN et. al. [Fai95] durchgeführt. Dabei war die Cavity–Mode–Energie weit entfernt von der der Exzitononen aus den InGaAs–Quantentöpfen. Somit waren Cavity–Polariton–Effekte, die noch ausführlich im Kapitel 5 beschrieben werden, nicht von Interesse.



Bei ihren Messungen nutzten sie die winkelabhängigen Effekte dahingehend aus, daß sowohl die einfallenden als auch die gestreuten Photonen mit der Cavity–Mode resonant waren. Für eine unter dem Winkel θ_0 einlaufende Welle gilt:

$$\omega_i \approx \frac{\omega_s}{\cos(\theta_0/n_{eff})}.$$

Wenn nun der Einfallswinkel θ_0 so gewählt wird, daß sowohl die einlaufenden als auch die gestreuten Photonen resonant mit einer Cavity–Mode sind und $(\omega_i - \omega_s)$ gleich einer elementaren Anregung, beispielsweise einer Phononenergie ist, erhält man die Bedingung für eine doppelte Resonanz. Unter einem Einfallswinkel von 54° wurde mit einer zur Cavity–Mode resonanten Laserenergie eingestrahlt und unter 0° detektiert und so eine resonante Verstärkung des LO–Phonons beobachtet. [Fai95]

Die Gleichung (4.18) gilt streng genommen nicht mehr, wenn die Exziton–Polaritonen mit der Cavity–Mode in Resonanz sind. Im Bereich starker Kopplung wird der Ramanprozeß als Streuung erster Ordnung vom Cavity–Polariton–Zustand ψ_i in den Zustand ψ_s behandelt. [Fai97, Tri97]

$$\sigma \propto T_i T_s \left| \langle \psi_i | H_{\text{phonon}}^* | \psi_s \rangle \right|^2 \rho_s \tau_i \quad (4.19)$$

T_i ist ein Transmissionskoeffizient, der die Transformation eines externen Photons in ein

internes Cavity-Polariton beschreibt und T_s beschreibt den umgekehrten Prozeß. Der Cavity-Polariton-Phonon-Hamilton H_{phonon}^* koppelt den exzitonischen Anteil des Cavity-Polaritons an die Phononen. ρ_s ist die Dichte der Polariton-Endzustände und τ_i bezeichnet die Lebensdauer der Polariton-Anfangszustände.

Ramanstreuung an Cavity-Polaritonen wurde in ein- und auslaufender Resonanz von TRIBE et. al. [Tri97] und in einer wie oben beschriebenen Anordnung von FAINSTEIN et. al. [Fai97] untersucht. Dabei waren dann die anregenden Laserphotonen mit den Cavity-Polaritonen resonant.

Kapitel 5

Theorie des Rabi–Splittings

Nachdem in Kapitel 4 die Eigenschaften von „leeren“ Microcavities betrachtet wurden, wird jetzt die Wechselwirkung der Cavity–Mode mit exzitonischen Zuständen in einem Quantentopf innerhalb der Spacerschicht betrachtet. Die energetische Position der Exzitonen kann über den gesamten Wafer als annähernd konstant betrachtet werden.

Mit Hilfe einer Rotationsunterbrechung während des Spacerwachstums der Cavity läßt sich die physikalische Länge L_c der Cavity und damit direkt die Energie der Cavity–Mode variieren. Liegt der Grenzfall der starken Kopplung vor, d.h. daß die Linienbreiten von Exziton und Cavity–Mode sehr schmal sind, dann kommt es zu einer Kopplung, wenn die Energie des Exzitons in der Nähe der Cavity–Mode liegt. Die Stärke der Kopplung ist bestimmt durch die Exzitonoszillatorstärke und die Amplitude des Feldes bei der Quantentopfposition. Sie wird charakterisiert durch eine Energie $\hbar\Omega$, die in Analogie zu dem bei einem Atom in einer Cavity auftretenden Rabi–Splitting, Vakuum–Rabi–Splitting genannt wird. Dieses Rabi–Splitting, das sich beim Durchstimmen der Position der Cavity–Mode über die Exzitonenergie als Anticrossing zeigt, ist zuerst von WEISBUCH et. al. [Wei92] beobachtet worden.

Theoretische Berechnungen der Größe des Splittings sind sowohl mit (semi–)klassischen als auch mit quantenmechanischen Ansätzen durchgeführt worden. Der einfachste Ansatz eines „Atommodells“ geht davon aus, daß die aktive Region durch ein dispersives, absorbierendes Medium mit einem charakteristischen Absorptionskoeffizienten beschrieben werden kann. Das bedeutet, daß das Exziton direkt als Beitrag zur dielektrischen Konstante des Topfmaterials angenommen wird und die Microcavity dann einfach als ein aktives Medium zwischen metallischen Spiegeln angenommen werden kann. [Zhu90] Dieses

Problem gleicht formal dem eines Atoms in einer Cavity [Rab37], was zu der Namensgebung Rabi-Splitting führte.

Ein anderes klassisches Modell, das *linear dispersion model* behandelt jeden Quantentopf als Lorentzoszillator. Dieses Modell basiert somit auf dem gleichen Ansatz, mit dem auch die theoretischen Berechnungen in dieser Arbeit anhand der Gleichungen (4.5) und (4.6) durchgeführt wurden.

Unter der vereinfachenden Annahme einer Microcavity mit Quantentopf im Zentrum zwischen zwei identischen DBRs, läßt sich davon ausgehen, daß man eine einzelne exzitonische Resonanz hat und die Beiträge aller anderen möglichen Resonanzen in einer frequenzunabhängigen dielektrischen Hintergrundkonstante zusammengefaßt werden, die sowohl im Quantentopf als auch im DBR gleich sein soll. Dann kann ein semiklassischer Transfermatrix-Ansatz zur Lösung benutzt werden. [Sav95]

5.1 Semiklassischer Ansatz

Als erstes soll nun eine klassische Theorie vorgestellt werden. In der linearen Dispersions-
theorie startet man mit der Polariton-Dispersionsrelation für den Brechungsindex $n(k)$ analog der Gleichung (4.6) aus dem Abschnitt 4.1:

$$n(k)^2 = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \varepsilon_r + \frac{4\pi\beta\omega_0^2}{\omega_0^2 + (\hbar k^2 \omega_0)/M_X - \omega^2 - i\omega\Gamma_X}. \quad (5.1)$$

ε_r ist die relative Dielektrizitätskonstante, β die statische Polarisierbarkeit, M_X die Exzitonmasse, Γ_X eine phänomenologische Dämpfungskonstante und die energetische Position des Exzitons wird durch ω_0 beschrieben. Diese Gleichung beschreibt zwei fortschreitende Wellen zu einem gegebenen k im Volumenmaterial. Um zum Rabi-Splitting zu kommen, müssen die Randbedingungen der Cavity berücksichtigt werden. Im einfachsten Ansatz betrachtet man einen Fabry-Pérot-Resonator bestehend aus einem Halbleiter der Länge L_c zwischen zwei perfekten Spiegeln (mit 1,2 indiziert). Die Polariton-Resonanz kann man sich dann als gegeneinanderlaufende Polariton-Wellen vorstellen. Dann ergibt sich mit Transfermatrixrechnungen für die Transmission:

$$T(\omega) = \frac{t_1 t_2 e^{-2k_2 L_c}}{(1 - r_1 r_2 e^{-2k_2 L_c})^2 + 4r_1 r_2 e^{-2k_2 L_c} \sin^2(\delta/2)}.$$

Dabei ist $k = k_1 + ik_2$ und $\delta = 2k_1 L_c + \delta_0$ der Phasensprung, der sich bei einem Umlauf in der Cavity ergibt. Die Absorption, die sich bei einem einfachen Durchlauf ergibt,

ist durch $k_2 L_c$ gegeben. Somit ergeben sich Peaks im Transmissionsspektrum bei der Resonanzbedingung

$$\delta = 2k_1 L_c + \delta_0 = \frac{2n(k)\omega L_c}{c} + \delta_0 = 2m\pi \quad \text{mit } m = 1, 2, \dots,$$

und δ_0 gleich der Phase, die sich durch Reflexion an den Grenzflächen ergibt. Die Größenordnung des Splittings kann man abschätzen, indem man

$$\frac{dT(\omega)}{d\omega} = \frac{\partial T}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \omega} = 0 \quad (5.2)$$

setzt. Weil $\partial k/\partial \omega$ im interessierenden Bereich ungleich Null ist, muß nur $\partial T/\partial k = 0$ gelöst werden. Unter Vernachlässigung der Dämpfung $\Gamma_X = 0$, also $k \approx k_1$ ergibt sich damit für die Energie: [Pau95]

$$E_{\pm} = \hbar\omega_{\pm} = \sqrt{\frac{B \pm (B^2 - 4\varepsilon_r C)^{1/2}}{2\varepsilon_r}} \quad (5.3)$$

$$\simeq \sqrt{\frac{B}{2\varepsilon_r}} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{B^2 - 4\varepsilon_r C}{2\varepsilon_r}} \quad \text{mit}$$

$$B = \left(c^2 + \frac{\varepsilon_r \hbar \omega_0}{M_X} \right) \hbar^2 k^2 + (\varepsilon_r + 4\pi\beta)(\hbar\omega_0)^2 \quad \text{und}$$

$$C = \left(\omega_0^2 + \frac{\hbar\omega_0 k^2}{M_X} \right) \hbar^2 k^2 c^2.$$

Für das Rabi-Splitting $\Delta\omega = \omega_+ - \omega_-$ erhält man dann im Grenzfall $M_X \rightarrow \infty$

$$\Delta\omega \approx \left| \omega_0 - \frac{ck}{\sqrt{\varepsilon_r}} \right|$$

eine lineare k -Abhängigkeit. Die minimale Aufspaltung kann bestimmt werden, wenn man $d\Delta\omega/dk = 0$ setzt. Sie ergibt sich zu:

$$\frac{\Delta E_{min}}{E_0} = \frac{\Delta\lambda_{min}}{\lambda_0} \approx \sqrt{\frac{4\pi\beta}{\varepsilon_r}} = \frac{2\hbar\Omega}{E_0}.$$

Ein etwas realistischerer Ansatz berücksichtigt mit einem Quantentopf der Dicke L_{QW} in L_c die detaillierte Struktur der Microcavity. Auch hier werden Transfermatrixrechnungen herangezogen. Für eine Microcavity mit $L_c = \lambda$, die N_{QW} Quantentöpfe enthält, ergibt sich die minimale Aufspaltung dann zu:

$$\frac{\Delta E_{min}}{E_0} = \sqrt{\frac{4\pi\beta N_{QW} L_{QW}}{\varepsilon_r L_{eff}}} = \sqrt{\frac{4\pi e^2}{\varepsilon_r m_0 \omega_0^2 L_{eff}} \frac{N_{QW} f_X}{A}}$$

mit der Exzitonoszillatorstärke pro Fläche A

$$\frac{f_X}{A} = \frac{m_0 \omega_0^2 \beta L_{QW}}{e^2}.$$

Diese Aufspaltung ist im theoretischen Verlauf des Anticrossings auf der linken Seite der Abbildung 19 gezeigt. Nach dem oben beschriebenen Ansatz wird das Exziton in einem Lorentzoszillatoransatz bei einer konstanten Energie berücksichtigt. Die Cavity-Mode wird durchgestimmt durch eine Änderung der Spacerschichtdicke.

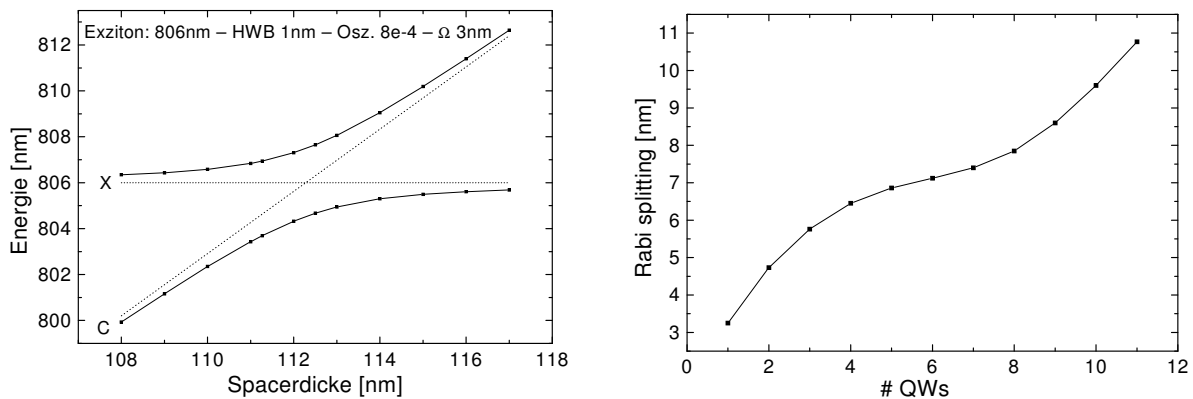


Abb. 19: Im Bild links: Berechnetes Rabi-Splitting; Die Position der Cavity-Mode wird mit C und die des Exzitons mit X bezeichnet.

Im Bild rechts: Berechneter theoretischer Verlauf des Rabi-Splittings in Abhängigkeit von der Anzahl der Quantentöpfe (vgl. [Sav95]).

Der Betrag des Rabi-Splittings ist durch die Kopplung bestimmt und kann durch verschiedene Möglichkeiten verstärkt werden: [Kla99]

- Durch Einbringen einer größeren Anzahl von Quantentöpfen (vgl. Abb. 19). Experimentell läßt sich dieser Verlauf nur begrenzt bestätigen, da das Splitting für ein $N_{QW} \geq 5$ in eine Sättigung läuft. Dies rührt daher, daß nur eine begrenzte Anzahl von Quantentöpfen in der Nähe des Wellenbauches plaziert werden kann und die weiter außen liegenden Quantentöpfe nicht zur Wechselwirkung beitragen oder es ist eine Folge des Einflusses anderer Anregungen mit Leichtloch- oder Kontinuumszuständen. [Wei92]
- Durch besseres Plazieren der Quantentöpfe dichter an den Wellenbäuchen des stehenden elektrischen Feldes innerhalb der Cavity. Dies bestätigen sowohl die theo-

retischen Untersuchungen von FREY et. al. [Fre94] als auch die Messungen von ZHANG et. al. [Zha94]. Die Messungen erfolgten an einer Microcavity mit zwei verschieden breiten Quantentöpfen an den Knoten und Bäuchen. Beim Durchstimmen der Energie ergab sich nur mit den an den Bäuchen positionierten Exzitonen ein Rabi-Splitting. Bei der Energie der Exzitonen an den Knoten ließ sich keine Aufspaltung beobachten.

- Durch eine Erhöhung der Exzitonoszillatorstärke mit Hilfe magnetischer Felder [Fis96] und tiefer Temperaturen [Hou94a].
- Durch eine erhöhte Reflektivität der DBRs, also eine Erhöhung der Finesse. [Sta94a]
- Durch ein Verkürzen von L_c , der Länge der Cavity.

5.2 Quantenmechanischer Ansatz

In quantenmechanischen Ansätzen wird auch der polaritonische Charakter der Kopplung berücksichtigt. Die quantenmechanische Beschreibung von Exziton-Polaritonen in einer Microcavity knüpft an die Ergebnisse des Abschnittes 2.4 an. In Ausschnitten soll hier der Ansatz von SAVONA et. al. [Sav97] vorgestellt werden.

Man geht von einer Microcavity mit zwei unterschiedlichen DBRs und einem Quantentopf an einer Position z_{QW} bezogen auf das Zentrum des Spacers aus. Das elektrische Feld läßt sich dann als

$$\vec{E}_{\vec{k}}(\vec{\rho}, z) = \vec{\varepsilon}_{\vec{k}} U_{\vec{k}}(z) e^{i\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{\rho}} \quad (5.4)$$

schreiben. $\vec{\varepsilon}_{\vec{k}}$ ist der Polarisationsvektor und

$$\vec{k} = \vec{k}_{\parallel} + k_z \vec{z} \quad , \quad k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} n_c^2 - k_{\parallel}^2}.$$

Aus den Maxwell'schen Gleichungen ergibt sich dann

$$\frac{d^2 U_{\vec{k}}(z)}{dz^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(z) - k_{\parallel}^2 \right) U_{\vec{k}} = 0, \quad (5.5)$$

eine Differentialgleichung zweiter Ordnung, die zwei entartete Lösungen für jeden Wert von k_z, \vec{k}_{\parallel} und die beiden Polarisationsrichtungen besitzt. Diese Lösungen werden mit $U_{j, \vec{k}_{\parallel}, k_z}(z); j = 1, 2$ bezeichnet. Die Polarisationsabhängigkeit ist nicht indiziert.

Der Hamilton für das System kann als

$$H = H_{em} + H_X + H_I^{(1)} + H_I^{(2)} \quad (5.6)$$

geschrieben werden. Das elektromagnetische Feld steckt in H_{em} und H_X beschreibt das Exziton. Die Wechselwirkung zwischen den Wannier-Exzitonen und dem elektromagnetischen Feld findet in den H_I Berücksichtigung. Die zwei Terme rühren aus der Summe in

$$H_I = -\frac{e^2}{mc} \sum_i \vec{A}(\vec{x}_i) \cdot \vec{p}_i + \frac{e^2}{2mc^2} \sum_i \vec{A}^2(\vec{x}_i);$$

\vec{A} ist das Vektorpotential und i numeriert die Elektronen.

Mit den schon aus dem Abschnitt 2.4 vertrauten Operatoren ergeben sich:

$$H_{em} = \sum_{j=1,2} \sum_{\vec{k}_{\parallel}} \int_0^{\infty} dk_z \hbar v \sqrt{\vec{k}_{\parallel}^2 + k_z^2} a_{j,\vec{k}_{\parallel},k_z}^{\dagger} a_{j,\vec{k}_{\parallel},k_z} \quad (5.7)$$

und

$$H_X = \sum_{\vec{k}_{\parallel}} \hbar \omega_{\vec{k}_{\parallel}} A_{\vec{k}_{\parallel}}^{\dagger} A_{\vec{k}_{\parallel}}. \quad (5.8)$$

Für den ersten Teil des Wechselwirkungs-Hamilton erhält man

$$H_I^{(1)} = \sum_{j=1,2} \sum_{\vec{k}_{\parallel}} \int_0^{\infty} dk_z i C_{j,\vec{k}_{\parallel},k_z} \left(a_{j,\vec{k}_{\parallel},k_z} + a_{j,\vec{k}_{\parallel},k_z}^{\dagger} \right) \left(A_{-\vec{k}_{\parallel}} - A_{\vec{k}_{\parallel}}^{\dagger} \right) \quad (5.9)$$

mit den Wechselwirkungs-Koeffizienten

$$C_{j,\vec{k}_{\parallel},k_z} = \frac{\omega_{\vec{k}_{\parallel}}}{c} \sqrt{\frac{\hbar v}{\sqrt{k_{\parallel}^2 + k_z^2}}} F_{\vec{k}_{\parallel}}(0) \vec{\varepsilon}_{\vec{k}} \cdot \vec{\mu}_{cv} \int dz U_{j,\vec{k}_{\parallel},k_z}(z) \rho(z). \quad (5.10)$$

Ganz analog zum Abschnitt 2.4 ist $F_{\vec{k}_{\parallel}}(0)$ die Exzitonwellenfunktion, $\vec{\mu}_{cv}$ das Dipol-Matrix-Element zwischen Leitungs- und Valenzband, das für eine Korrelation der Elektronen und Löcher sorgt, wobei c und v für das Leitungs- und Valenzband stehen. $\rho(z) = c^*(z)v(z)$ ist die Exziton-Confinement-Funktion innerhalb des Quantentopfes. Wie oben schon erwähnt, wurde die Indizierung der Polarisation vernachlässigt. Nimmt man an, daß die Polariton-Wechselwirkung keine Polarisationseffekte nach sich zieht, hat man die typische Situation von Schwerloch-Exzitonen in GaAs vorliegen.

Für den \vec{A}^2 -Term ergibt sich:

$$H_I^{(2)} = \sum_{\vec{k}_{\parallel}} \sum_{j,j'} D_{j,j',\vec{k}_{\parallel},k_z,k'_z} \left(a_{j,\vec{k}_{\parallel},k_z} + a_{j,-\vec{k}_{\parallel},k_z}^{\dagger} \right) \left(a_{j',-\vec{k}_{\parallel},k'_z} + a_{j',\vec{k}_{\parallel},k'_z}^{\dagger} \right), \quad (5.11)$$

wobei sich $D_{j,j',\vec{k}_{\parallel},k_z,k'_z}$ mit den Wechselwirkungs-Koeffizienten aus der Gleichung (5.10) ausdrücken läßt.

$$D_{j,j',\vec{k}_{\parallel},k_z,k'_z} = \frac{C_{j,\vec{k}_{\parallel},k_z} C_{j,\vec{k}_{\parallel},k'_z}^*}{\hbar\omega_{\vec{k}_{\parallel}}} \quad (5.12)$$

Der Hamilton läßt sich nach einer länglichen Rechnung diagonalisieren. Für die sich ergebende Dispersionsrelation sei auf SAVONA et. al. [Sav97] verwiesen.

Modell zweier Oszillatoren

Für den Fall einer λ -Cavity mit $z_{QW} = 0$ und symmetrischen DBRs, ergibt sich eine einfachere Dispersionsrelation der Form:

$$E - \hbar\omega_{\vec{k}_{\parallel}} + i\hbar\Gamma + i\hbar\Gamma_{\alpha} \frac{1 + r_{\vec{k}_{\parallel},k_z} e^{ik_z L_c}}{1 - r_{\vec{k}_{\parallel},k_z} e^{ik_z L_c}} = 0 \quad (5.13)$$

Mit α sind hier die beiden möglichen Polarisationen berücksichtigt. Im folgenden werden nur die Exzitonen und Photonen unter senkrechtem Einfall $\vec{k}_{\parallel} = 0$ betrachtet. In dem Fall ist für beide Polarisationen $\Gamma_{\alpha} = \Gamma_0$, die Exzitonstrahlungsrate des „leeren“ Quantentopfes

$$\Gamma_0 = \frac{2\pi\omega_0}{n_c c} \frac{|F(0)|^2 |\vec{\mu}_{cv} \cdot \vec{\varepsilon}_{\vec{k}}|^2}{\hbar}. \quad (5.14)$$

Für den Fall, daß $(\omega - \omega_c)(L_{eff}n_c)/c \ll 1$ ergibt sich für die Polaritonresonanzen

$$(\omega - \omega_0 + i\Gamma)(\omega - \omega_c + i\Gamma_c) = V^2 \quad (5.15)$$

mit der homogenen Exzitonverbreiterung Γ und

$$\Gamma_c = \frac{(1 - R)^2}{2\sqrt{R}} \frac{c}{n_c L_{eff}}$$

somit zu

$$V^2 = \frac{(1 + \sqrt{R})^2}{2\sqrt{R}} \frac{c\Gamma_0}{n_c L_{eff}}. \quad (5.16)$$

Die Gleichung (5.15) beschreibt ein System zweier gedämpfter harmonischer Oszillatoren, die durch das Matrixelement V gekoppelt sind. Die Lösung ist gegeben durch

$$\omega = \frac{\omega_0 + \omega_c - i(\Gamma + \Gamma_c)}{2} \pm \sqrt{V^2 + \frac{1}{4}(\omega_0 - \omega_c - i(\Gamma - \Gamma_c))^2} \quad (5.17)$$

und führt im Fall starker Kopplung, wenn $\omega_0 = \omega_c$ zum Rabi-Splitting der Größe

$$\Omega = 2\sqrt{|V|^2 - \frac{1}{4}(\Gamma_c + \Gamma)^2}. \quad (5.18)$$

Für den Fall $\Gamma = \Gamma_c = 0$ läßt sich das Rabi-Splitting für einen Quantentopf schreiben als [Sav95]

$$\Omega = 2\sqrt{\frac{2\omega_0\Gamma_0}{kL_{eff}}}. \quad (5.19)$$

Somit ergeben mit [Sav95]

$$\Gamma_0 = \frac{\pi}{n_c} \frac{e^2}{m_0 c} \frac{f_X}{A} \quad (5.20)$$

klassische und quantenmechanische Ansätze identische Ergebnisse, wenn man sich auf lineare optische Eigenschaften beschränkt. [Sav97]

Kapitel 6

Probenwachstum

In diesem Kapitel sollen kurz die Probleme beim Wachstum der Proben geschildert und Wege zur Optimierung bei der zukünftigen Probenherstellung vorgestellt werden. Nach dem im Kapitel 1 gesagten ist mit der Methode der MBE prinzipiell ein atomlagengenaues Wachstum möglich, was mit RHEED-Messungen bestätigt werden kann. Dies müßte ein Wachstum der dielektrischen Spiegel mit einer sehr hohen Präzision gestatten. Das Probenwachstum der sehr komplexen Microcavities nimmt aber Zeit in der Größenordnung mehrerer Stunden in Anspruch, wobei eine Flußkalibrierung nur zu Beginn stattfindet. So kann es also möglich sein, daß die Schichtdicken, die sich aus dem Fluß definieren und somit empfindlich von diesem abhängen, mit einer zeitlichen Änderung des Flusses korreliert sind.

Die übliche Vorgehensweise ist, daß die gewünschte Probe mit Rechnungen simuliert wird, wofür eine genaue Kenntnis der Dielektrizitätskonstanten unerlässlich ist. Aus den dabei erhaltenen Schichtdicken ergibt sich unter Berücksichtigung der aktuellen Flußkalibrierung der MBE-Ablaufplan. Stimmt die Position der gewachsenen Probe nicht mit der Simulation überein, so könnten die für die Dielektrizitätskonstanten angenommenen Werte falsch sein. Die Ergebnisse der Messungen könnten für eine Korrektur herangezogen werden, wenn sich eine systematische Abweichung zeigt. Dies ist leider nicht der Fall, was in der Abbildung 20 gezeigt ist. Dort sind eine theoretische Kurve (durchgezogene Linie) sowie zwei zugehörige Meßkurven (unterbrochene Linien) gezeigt. Die beiden Proben, deren Reflexionsspektren verglichen mit der theoretischen Kurve einmal zu niedrigeren und einmal zu höheren Energien verschoben sind, wurden, was die DBRs betrifft, nach dem gleichen Ablaufplan gewachsen. Deswegen wurde an den Dielektrizitätskonstanten

festgehalten, da sie in sich stimmig zu sein scheinen, was die Form der erhaltenen Spektren zeigt.

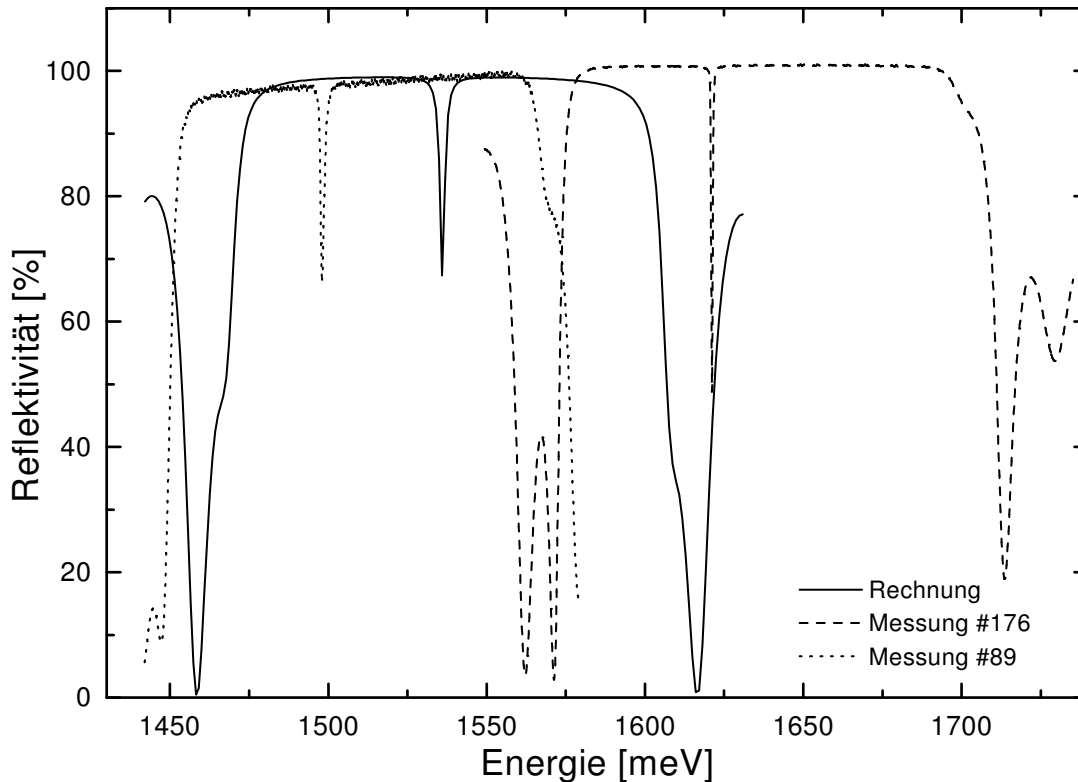


Abb. 20: Die durchgezogene Kurve zeigt die berechnete Reflexion einer Probe mit einer Cavity-Mode bei 1536 meV. Im Vergleich dazu sind Messungen an zwei Proben nach gleichem Bauplan gezeigt, die sich nur durch die Dicke des Quantentopfes mit 8 bzw. 10 nm unterscheiden.

Da die Messungen zeigen, daß das Ergebnis nicht mit den theoretischen Erwartungen übereinstimmt, müssen mögliche Ursachen für eine Abweichung gesucht werden. Dies läßt sich in einfacher Form mit Simulationen machen, da hier eine Variation der Parameter leicht möglich ist. Zunächst wurde eine Abweichung des Al-Gehaltes im DBR betrachtet. Dabei zeigt sich allerdings, wie man in der Abbildung 21 sieht, daß eine Abweichung an der Position der Cavity-Mode nur wenig ändert, die Breite des Stopbandes jedoch variiert wird. Somit scheint die Variation des Al-Anteils in den Spiegeln ein vergleichsweise unkritischer Parameter zu sein.

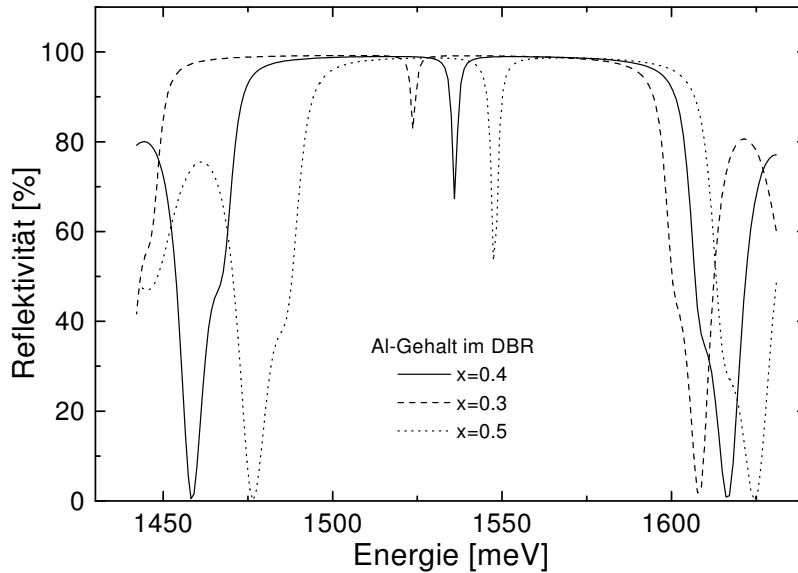


Abb. 21: Auswirkung einer Abweichung des Al-Gehaltes im DBR

Zumindest solange ein konstanter Fluß zugrunde gelegt wird. Wie verhält sich das aber, wenn man annimmt, daß sich der Fluß zeitlich verändert und beispielsweise jede Schicht nur um 0.1 % in der Dicke von der vorherigen abweicht? Das ist in der Abbildung 22 dargestellt.

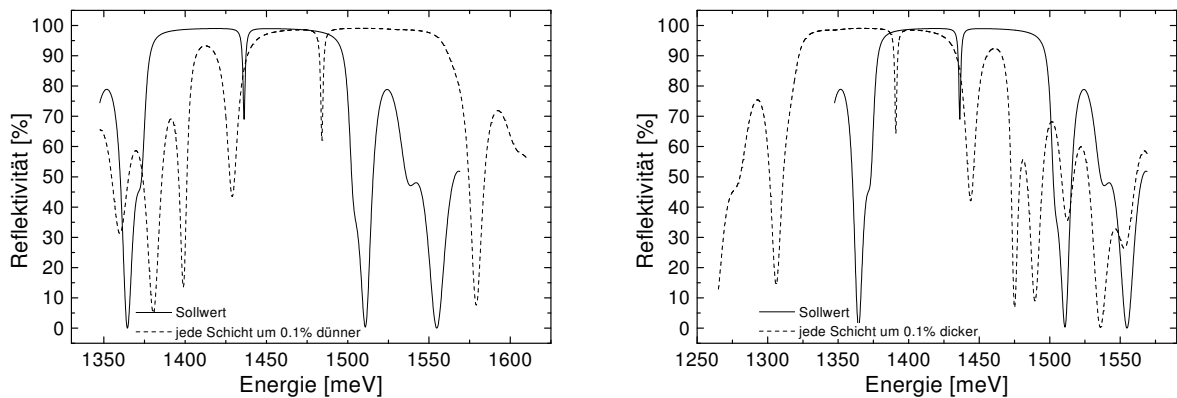


Abb. 22: Auswirkung einer kontinuierlichen Veränderung des Flusses.

Schon eine vermeintlich kleine Abweichung von 0.1% führt zu einer nicht zu akzeptierenden Verschiebung der Cavity-Mode. Aus diesem Grunde wurde eine Messung zur Lang-

zeitstabilität der MBE durchgeführt, bei der der Fluß über einen Zeitraum von mehreren Stunden mit RHEED-Messungen protokolliert wurde. Sowohl eine Flußvariation des Aluminiums sowie des Galliums ließen sich bestätigen. Deswegen wurde beim Wachstum der Probe #455 die gemessene Flußänderung unter der Annahme, daß sie reproduzierbar ist, in einer Korrektur der Schichtdicken berücksichtigt.

Da sich die Flußänderung nicht immer gleich verhält und eine Langzeit-Flußkalibrierung vor jedem Wachstum einer Microcavity unwirtschaftlich ist, muß auf lange Sicht unbedingt eine in-situ-Schichtdickenkontrolle realisiert werden. Die Vorteile, die sich daraus ergeben, sind immens, wenn man sich z.B. die erzielte Reproduzierbarkeit beim Wachstum von DBRs mit einer in-situ-Kontrolle, wie sie beispielsweise von HOUNG et. al. [Hou94c] eingesetzt wird, anschaut.

Eine einfache Möglichkeit der Realisierung einer Schichtdickenkontrolle besteht darin, in-situ die Reflexion der Probe während des Schichtwachstums zu messen. Aus einem Vergleich mit zuvor berechneten Reflexionsspektren läßt sich dann erkennen, wenn das Wachstum einer Schicht beendet ist. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, daß bei den hohen Wachstumstemperaturen auch andere Werte für Epsilon vorausgesetzt werden müssen. Hier wurden die Werte von BARDINAL et. al. [Bar95] benutzt.

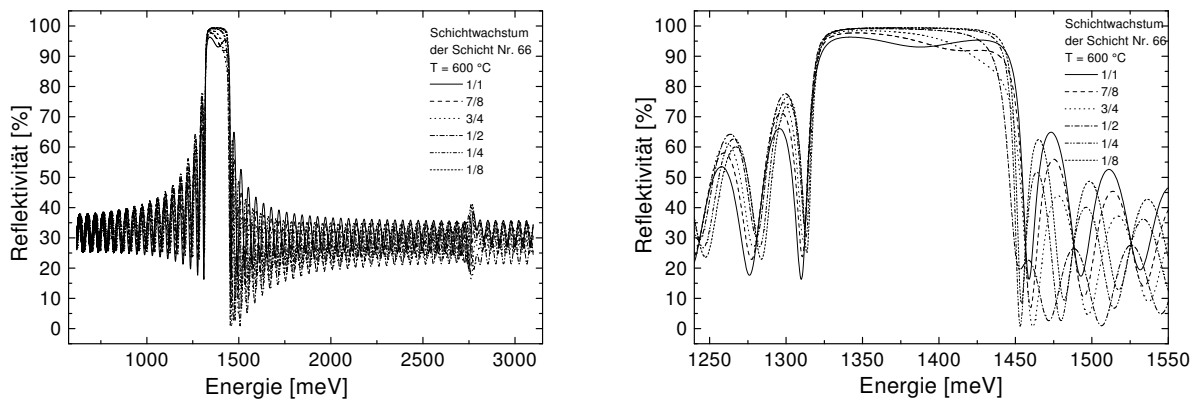


Abb. 23: Zeitlicher Verlauf des Wachstums der letzten DBR-Schicht zur Vervollständigung des unteren Spiegels, links in der Übersicht und rechts im Bereich des Stopbandes.

Zunächst wird das Wachstum einer willkürlich herausgegriffenen Einzelschicht betrachtet, das auch in der Abbildung 23 gezeigt ist. Man erkennt, daß sich das Reflexionsspektrum

im zeitlichen Verlauf ändert und mit der Beendigung des Schichtwachstums einen „symmetrischen“ Zustand annimmt. Für eine Beurteilung des Erreichens einer abgeschlossenen Schicht kann dies allerdings nicht herangezogen werden.

Betrachtet man das Wachstum jedoch nur bei einer Wellenlänge, so stellt man fest, daß bei der Sollwellenlänge der Cavity-Mode die Schichtgrenzen mit Extremalwerten in der Reflexion zusammenfallen. Die Abbildung 24 verdeutlicht dies für eine Probe, deren Cavity-Mode bei Raumtemperatur bei 1493.4 meV, also bei 600°C bei 1379.5 meV liegen soll.

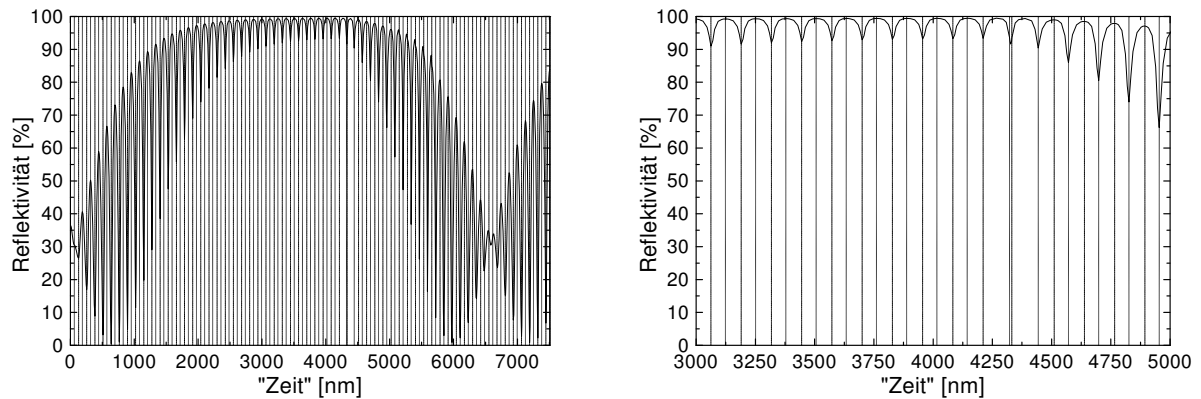


Abb. 24: Zeitlicher Verlauf des Wachstums einer Microcavity bei der Sollwellenlänge. Die Schichtgrenzen, dargestellt durch die senkrechten Linien, koinzidieren mit Extremalwerten in der Reflexion. Links ist die Übersicht über die gesamte Zeit gezeigt. Rechts ist ein Ausschnitt des Wachstums im Bereich um die Spacer dargestellt.

Diese Koinzidenz läßt sich nun sinnvoll für eine Wachstumskontrolle nutzen. Dies wird auch dadurch bestätigt, daß ein Weiterwachsen mit dem falschen Material zu deutlichen Abweichungen in der Reflexion führt. Dieses zeigt die Abbildung 25. Im Minimum ist besonders deutlich zu erkennen, wenn über die Sollsichtdicke hinausgewachsen wird. Somit lassen sich optimale Ergebnisse zur Wachstumskontrolle dann erzielen, wenn man das Wachstum bei der halben Sollwellenlänge betrachtet, da die Schichtgrenzen dann jeweils mit Minima zusammenfallen. Das ergibt sich auch aus der Abbildung 24, wenn man die Spacer betrachtet, die gerade eine halbe Sollwellenlänge dick sind.

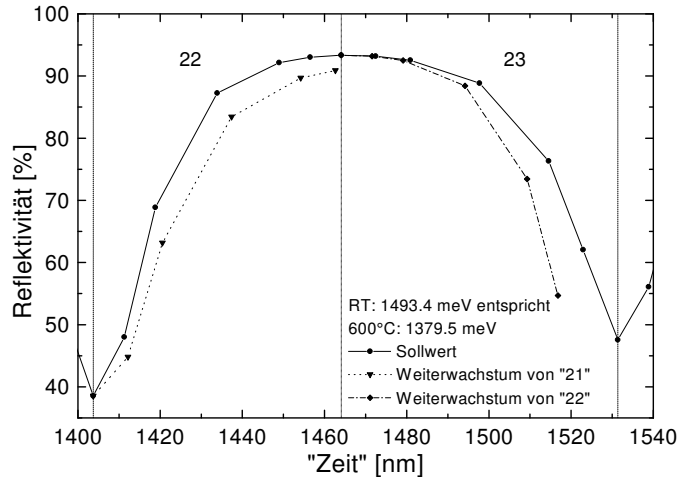


Abb. 25: Diese Grafik soll die Abweichung vom Sollwachstum (durchgezogene Linie) an einer willkürlich gewählten Grenzschrift, durch die senkrechten Linien symbolisiert, verdeutlichen.

Zum Schluß noch ein paar Gedanken zur Optimierung der Proben: Vielleicht sollten die Spiegel mit weniger Schichten aufgebaut werden. Damit handelt man sich zwar einen geringeren Qualitätsfaktor Q ein, aber andererseits ist auch wegen der geringeren Reflektivität eine effizientere Ein- und Auskopplung von Photonen möglich. Zudem scheint es so zu sein, daß die Proben, die mit einem langsameren Fluß gewachsen worden sind, eine höhere Güte besitzen, so daß dies dann in begrenztem Maße wieder ausgeglichen werden könnte.

Kapitel 7

Meßaufbauten

Für die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen wurden zwei experimentelle Aufbauten, kurz Laboratorien genannt, die unterschiedliche Meßmethoden zur Verfügung stellen, benutzt. Im Fourierlabor wurden Reflexionsmessungen durchgeführt, bei denen in Microcavities mit einem undotierten Quantentopf ein Rabi-Splitting beobachtet werden konnte. Zudem wurden dort Reflexions- und Transmissionsmessungen zur Charakterisierung von Microcavities, die einen modulationsdotierten Quantentopf enthalten, durchgeführt. Diese Proben wurden anschließend im Ramanlabor auf die durch die Cavity erzeugten Verstärkungseffekte der Ramananregungen hin untersucht.

7.1 Fourierlabor

Der schematische Aufbau des Fourierspektroskopie-Experiments ist in der Abbildung 26 gezeigt. Mit dem Fourierspektrometer und den es umgebenden zusätzlichen Aufbauten ergeben sich zahlreiche Meßmethoden. Die für die hier interessierenden Messungen benötigten Bestandteile sind in der Zeichnung hervorgehoben. Dies sind zum einen natürlich das Fourierspektrometer selbst, ein He-Badkryostat, in dem sich die Probe befindet, und einige optische Komponenten.

Der Aufbau für die Transmissions- und Reflexionsmessungen unterscheidet sich nur gering. Das Licht einer Halogenbirne, die sich im Fourierspektrometer befindet, wird über eine Blende in das eigentliche Herzstück des Fourierspektrometers gelenkt, das Michelson-Interferometer. Von dort gelangt das Licht über einen Spiegel zum Ausgang (A1), wo das

parallele Lichtbündel mit einem Achromat auf die Probe fokussiert wird. Bei Reflexionsmessungen wird das von dort reflektierte Licht, bei Transmissionsmessungen das transmittierte Licht mittels eines weiteren Achromaten auf den Detektor, eine Siliziumdiode fokussiert.

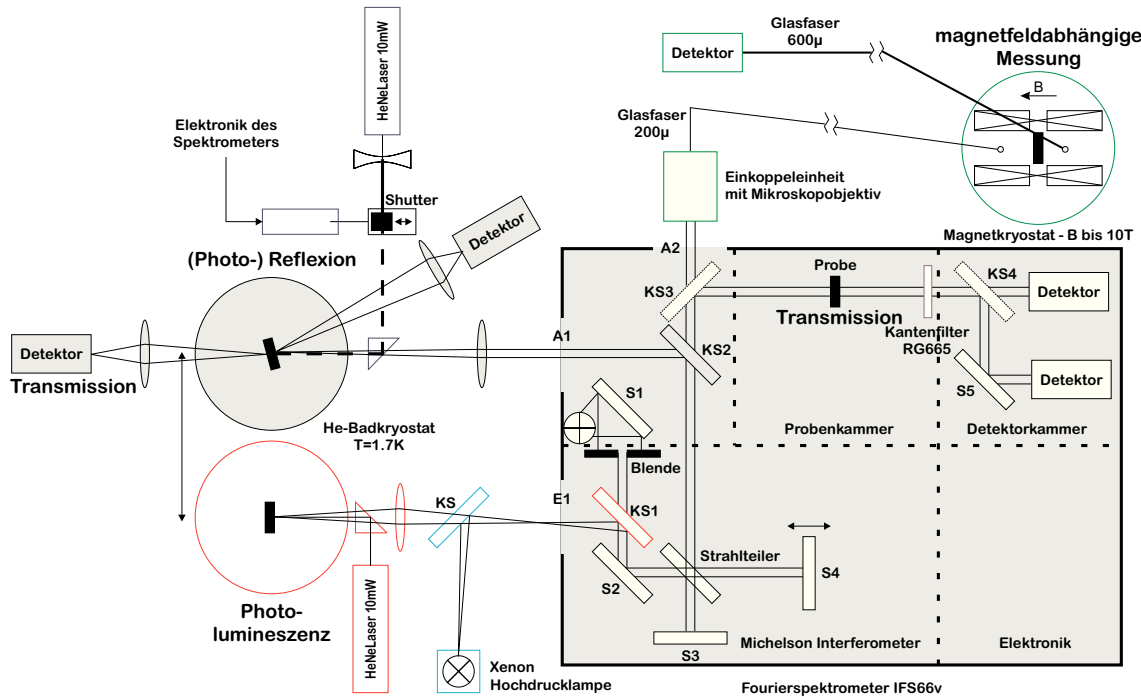


Abb. 26: Fourierlabor: **■** symbolisiert die Probe bei den verschiedenen Messungen.

7.2 Ramanlabor

Der schematische Aufbau des Ramanlabors ist in der Abbildung 27 gezeigt.

Die Anregung der Proben erfolgt mit einem durchstimmbaren Ti:Saphir-Laser, der von einem Argon-Ionen-Laser im Single-Line-Mode auf der 514 nm-Linie gepumpt wird. Die Pumpleistung liegt typischerweise bei 3.5 bis 4 W, was zu einer maximalen Ausgangsleistung von ca. 800 mW innerhalb des mit einem Birefringent-Filter kontinuierlich durchstimmbaren Bereichs von 700 bis 850 nm führt. Im anregenden Licht kann man mit einem Prismenmonochromator störende Plasmalinen des Argon-Ionen-Lasers unterdrücken. Zudem lassen sich die Leistung und die Polarisation durch verschiedene

Graufilter und einen Fresnel-Rhombus einstellen, bevor das Licht auf die Probe fokussiert wird. Die Spotgröße kann zu $100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$ abgeschätzt werden. Das von der Probe, die sich in einem He-Bad-Kryostaten befindetet, zurückgestreute Signal wird über eine Linse auf den Eintrittsspalt eines Dreifach-Ramanspektrometers gelenkt. Für eine optimale Streulichtunterdrückung werden die beiden ersten Gitter im subtraktiven Modus betrieben, bei dem das zweite Gitter ein etwa $150\ \text{cm}^{-1}$, also entsprechend fast $20\ \text{meV}$ großes Fenster des vom ersten Gitter zerlegten Lichtes auf das dritte Gitter, den Spektrographen fokussiert. Der zur Verfügung stehende Meßbereich ist nach unten auf eine Mittenposition des Fensters von $1471\ \text{meV}$ beschränkt. Die Detektion erfolgt mit einer flüssig-Stickstoff-gekühlten CCD-Kamera (*Charge Coupled Device*).

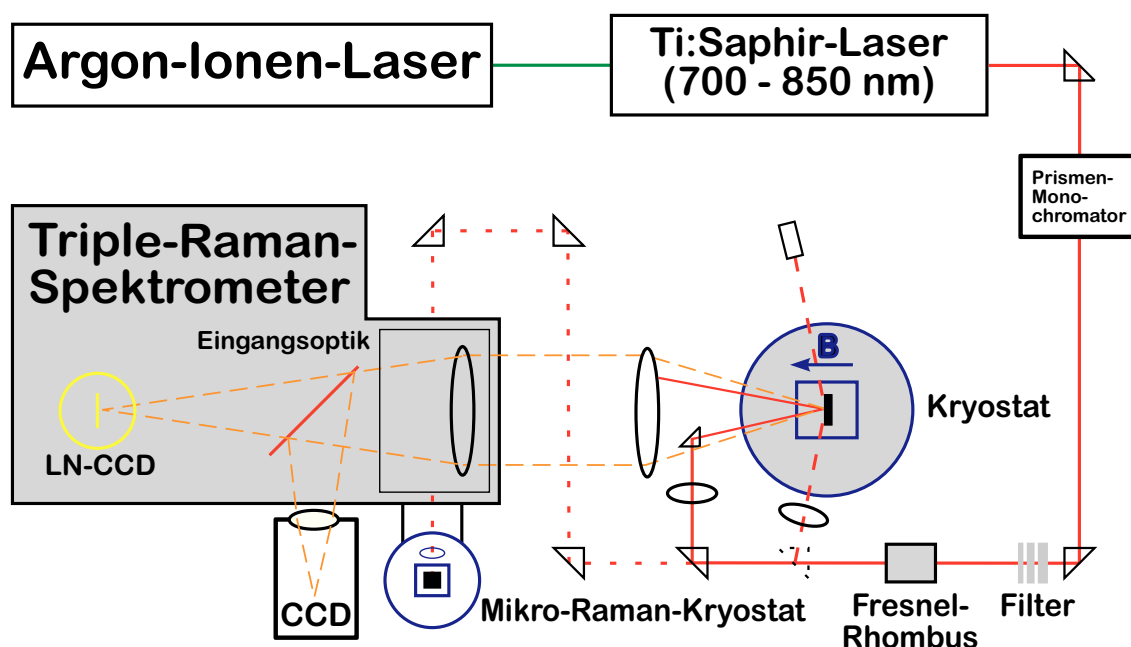
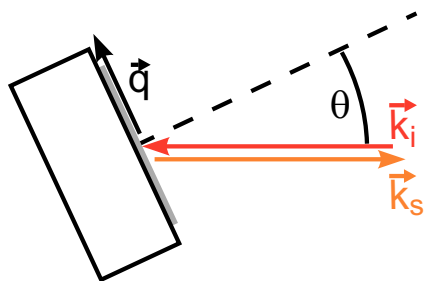


Abb. 27: Ramanlabor: ■ symbolisiert die Probe.

Der Strahlengang ist dabei so geführt, daß eine Rückstreugeometrie vorliegt. Dabei ist es durch Verkippen der Probe gegen die Normale um einen Winkel Θ möglich, einen endlichen Wellenvektor in lateraler Richtung zu übertragen, was in der Abbildung 28 gezeigt ist.

**Abb. 28:** Streugeometrie

Der Wellenvektorübertrag errechnet sich dabei gemäß:

$$|\vec{q}| = \frac{4\pi}{\lambda_i} \sin \Theta. \quad (7.1)$$

Kapitel 8

Meßergebnisse

In diesem Kapitel sollen nun die an unterschiedlichen Microcavities durchgeführten Messungen vorgestellt werden. Als Ziel waren Ramanmessungen an einem einseitig modulationsdotierten Quantentopf in einer Microcavity gesetzt. Die aus diesen Messungen herrührenden Ergebnisse werden im Abschnitt 8.2.2 vorgestellt. Zuvor werden an Microcavities mit undotierten Quantentöpfen erhaltene Ergebnisse gezeigt. Mit der Herstellung dieser Proben wurden Erfahrungen auf dem Gebiet des Wachstums von Microcavities gesammelt, die zu Beginn dieser Arbeit in Hamburg noch nicht vorlagen. Im Kapitel 6 wurden Probleme, die sich beim Probenwachstum ergeben haben, erläutert und Lösungswege aufgezeigt.

8.1 Messung des Rabi-Splittings

Als erstes soll nun das Rabi-Splitting betrachtet werden. Wie im Kapitel 5 beschrieben kommt es aufgrund der starken Kopplung von Exziton-Polaritonen mit der Cavity-Mode zum Rabi-Splitting. Bevor die Reflexionsmessungen gezeigt werden, soll erst die Probe, die ein Rabi-Splitting gezeigt hat, beschrieben werden. Der Aufbau dieser Probe #161 ist hier tabellarisch dargestellt.

# 161			
Cap-Layer	2 nm	GaAs	
	60.32 nm	$\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}$	} $\times 24$
	67.28 nm	AlAs	
nicht rotiert	111.27 nm	$\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$	} λ
	10.00 nm	GaAs	
nicht rotiert	111.27 nm	$\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$	} $\times 33$
	67.28 nm	AlAs	
	60.32 nm	$\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}$	
GaAs-Wafer			

Auf den Wafer wurde ein dielektrischer Spiegel bestehend aus 33 Spiegelpaaren aus $\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}$ und AlAs aufgewachsen. Darauf wurde dann die Cavity, die im Zentrum einen 10 nm breiten Quantentopf enthält und darauf wiederum ein Spiegel aus 24 Paaren gewachsen. Ein 2 nm dicker GaAs-Cap-Layer schützt die Probe vor Oxidation. Während des Wachstums der Spacerschichten aus $\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$ wurde die Rotation der Probe ausgesetzt und die Probe jeweils in der gleichen Orientierung angehalten um somit eine keilförmige Cavity mit örtlich unterschiedlicher Dicke zu erhalten, so daß die Cavity-Mode durch eine Variation des Probenortes durchstimmbare ist.

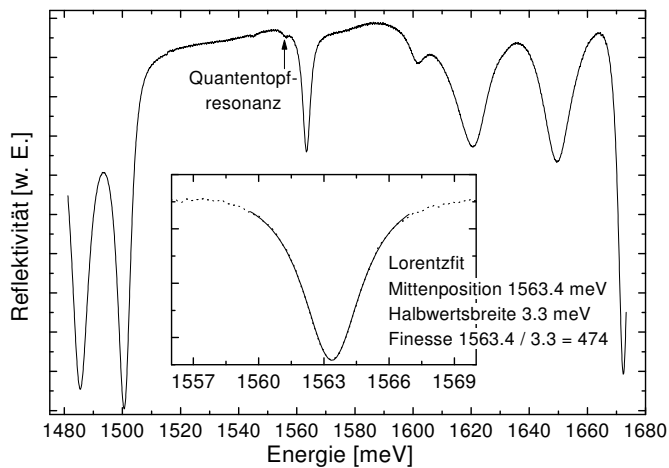


Abb. 29: Reflexionsspektrum von #161. Im Inset ist ein Lorentzfit der Cavity-Mode gezeigt.

In der Abbildung 29 ist das Reflexionsspektrum dieser Probe in der Nähe der Quantentopf-Lumineszenz gezeigt, deren Position markiert ist. Wie auch bei den Messungen von WEISBUCH et. al. [Wei92] zeigt sich die Quantentopfresonanz im Reflexionsspektrum als kleiner Dip im Stopband.

Die Cavity-Mode liegt nicht ideal im Zentrum des Stopbandes, sondern ist etwas zu höheren Energien verschoben. Die Ursache dafür könnte, wie schon in der Abbildung 21 gezeigt, in einem etwas vom nominellen nach oben abweichenden Al-Gehalt im DBR zu suchen sein. Desweiteren fällt die Reflektivität am Rande des Stopbandes auf der höherenergetischen Seite nicht auf Null ab. Das läßt sich analog der in der Abbildung 22 dargestellten Änderung der Form des Reflexionsspektrums mit vom Soll abweichenden Schichtdicken erklären.

Weitere Reflexionsmessungen von dieser Probe sind im Bild 30 wiedergegeben. Die mit dem Probenort in ihrer energetischen Position variierende Cavity-Mode ist vergrößert abgebildet gezeigt. Das Rabi-Splitting beträgt in der symmetrisch aufgespaltenen Kurve etwa 2.5 meV.

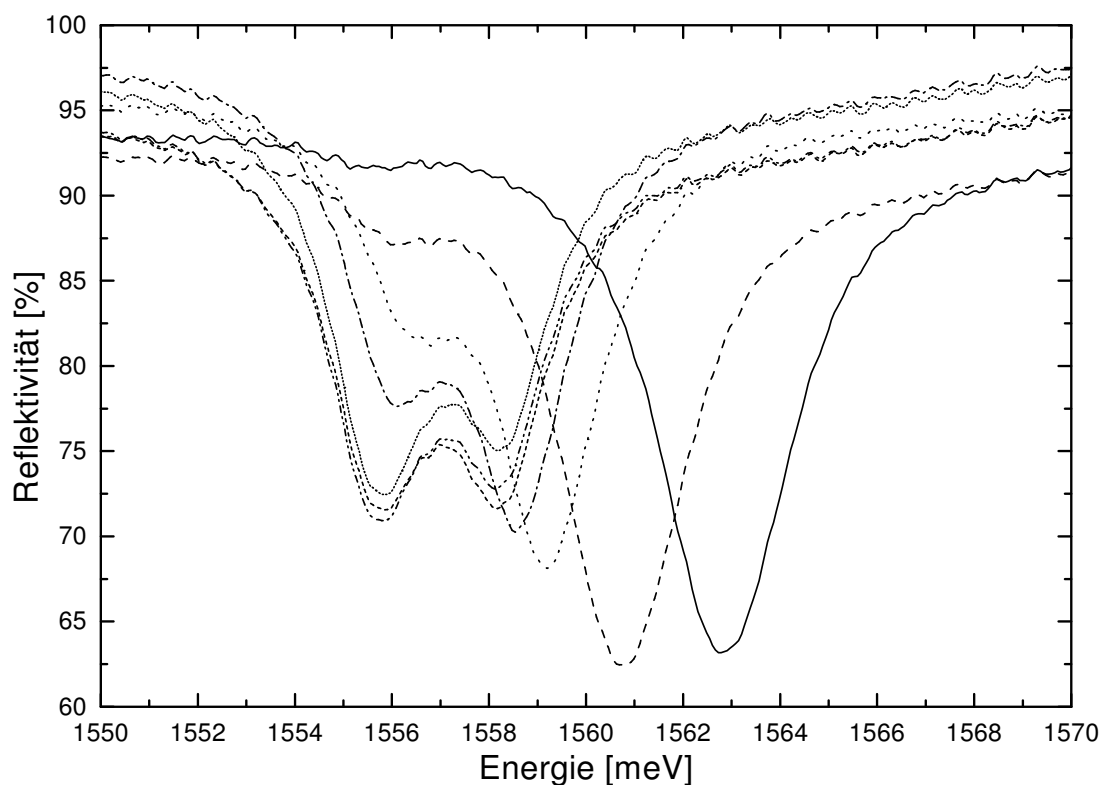


Abb. 30: Reflexionsmessungen an der Probe #161 für verschiedene Probenorte. Das Rabi-Splitting ist deutlich zu erkennen, wenn die Energie der Cavity-Mode in der Nähe der Quantentopf-Lumineszenz liegt.

Die Auswertung der Reflexionsmessungen ist in Bild 31 gezeigt. Dort ist die Position der Minima in Abhängigkeit von der Verstimmung der Cavity-Mode aufgetragen.

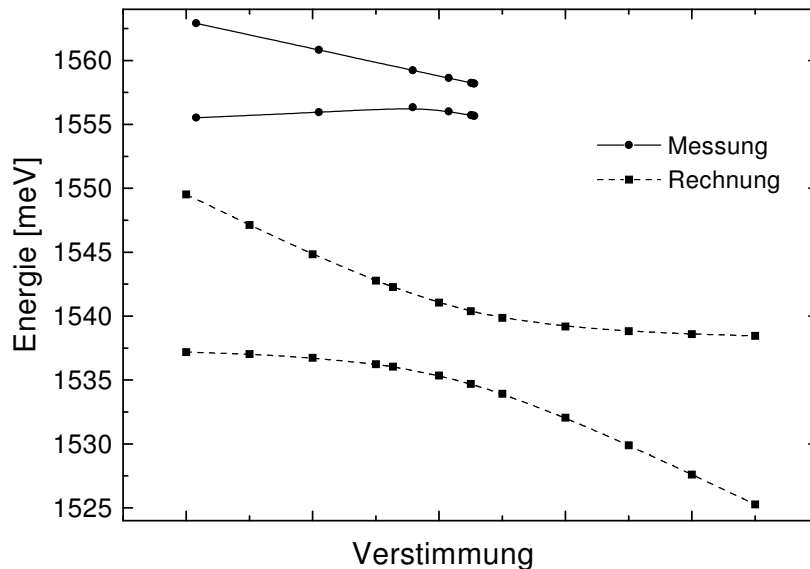


Abb. 31: Gemessenes und gerechnetes Rabi-Splitting.

Zum Vergleich mit den Ergebnissen der Messungen (durchgezogene Linien) ist mit den unterbrochenen Linien nochmal der theoretische Verlauf aus der Abbildung 19 dargestellt. Die aus den Messungen resultierende Kurve zeigt nur eine Hälfte des Anticrossing-Bereiches, da der durchstimmbare Bereich der Probe nicht ausreichend groß gewesen ist und sich die Cavity-Mode nicht zu Energien unter 1558 meV verschieben ließ.

Der Vergleich der gemessenen mit den gerechneten Kurven zeigt, daß, wie schon im Kapitel 6 beschrieben, die Energiepositionen der Cavity-Moden etwas voneinander abweichen. Auch kann man erkennen, daß das gemessene Rabi-Splitting etwa nur halb so groß ist wie das berechnete. Hierfür gibt es zwei mögliche Gründe: in den Rechnungen kann zum einen die Exzitonoszillatorstärke als zu groß und zum anderen die Halbwertsbreite als zu klein angenommen sein.

Der Vollständigkeit halber sollen in der Abbildung 32 die der theoretischen Kurve zugrundeliegenden Reflexionsspektren gezeigt werden. Sie wurden aus Rechnungen auf der Basis der in Abschnitt 4.1 vorgestellten Gleichung (4.5) mit den Parametern für die Probe #161 bestimmt.

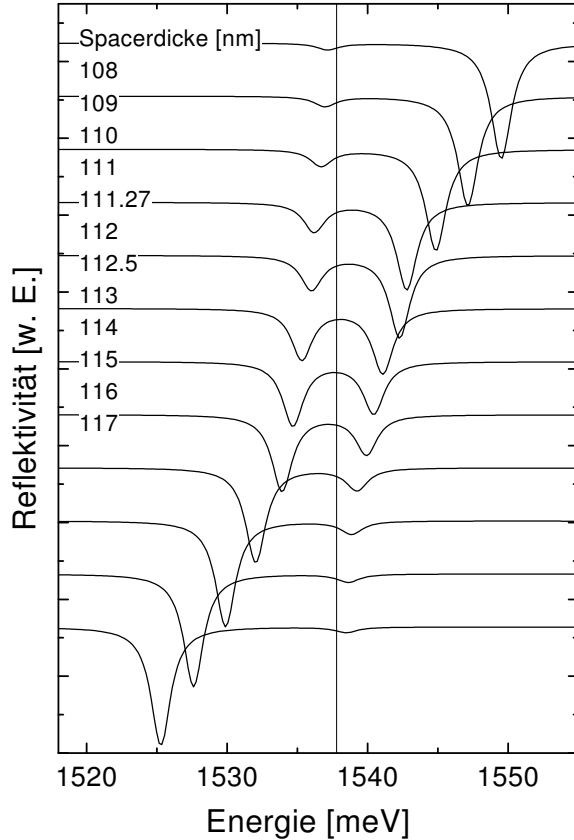


Abb. 32: Das nebenstehende Bild zeigt gerechnete Reflexionsspektren auf Basis der Probe #161, bei denen als Parameter die Dicke der beiden Spacer symmetrisch variiert worden ist. Das Exziton wird gemäß der Gleichung (4.6) berücksichtigt. Seine Halbwertsbreite ist 1.9 meV und die energetische Position von 1537.8 meV ist mit der senkrechten Linie markiert. Das sich aus dem Splitting ergebende Anticrossing ist im unteren Teil der Abbildung 31 dargestellt. Die minimale Größe des Splittings liegt bei 5.7 meV.

8.2 Ramanmessungen

Der Schwerpunkt der optischen Untersuchungen lag im Bereich der Ramanspektroskopie, mittels der sowohl Proben mit undotiertem als auch mit einseitig modulationsdotiertem Quantentopf untersucht wurden. Bei der resonanten Ramanstreuung nutzt man üblicherweise resonante Übergänge vom Valenz- ins Leitungsband, also *elektronische* Zwischenzustände zur resonanten Verstärkung des Streuprozesses aus. In dieser Arbeit sollte die resonante Verstärkung mit Hilfe der Cavity-Mode, also einer rein *photonischen* Mode, untersucht werden. Hier stand insbesondere die Fragestellung im Vordergrund, ob sich neben der Streuung von Phononen [Fai97, Tri97] auch elektronische Ramansignale, die von der Streuung an kollektiven elektronischen Anregungen eines 2DEG herrühren, durch eine Resonanz mit der Cavity-Mode resonant verstärken lassen.

8.2.1 Resonante Phononverstärkung

Zunächst sollen die Messungen an der Probe #89 vorgestellt werden. Hierbei handelt es sich um eine Microcavity, die einen undotierten Quantentopf enthält. Sie ist ganz ähnlich aufgebaut wie die Probe #161. Im Unterschied dazu enthält sie aber einen nur 8 nm breiten Quantentopf, der in eine $\lambda/2$ -Cavity eingebettet ist.

# 89			
Cap-Layer	2 nm	GaAs	
	60.32 nm	$\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}$	× 24
	67.28 nm	AlAs	
	54.05 nm	$\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$	} $\lambda/2$
	8.00 nm	GaAs	
	54.05 nm	$\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$	
	67.28 nm	AlAs	× 33
	60.32 nm	$\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}$	
GaAs-Wafer			

Einen Überblick geben die in der Abbildung 33 vorgestellten Reflexionsspektren.

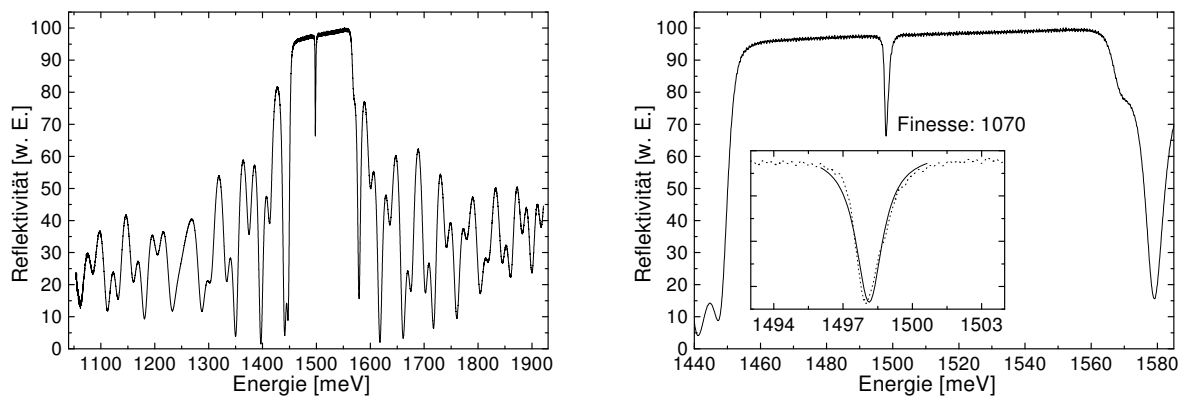


Abb. 33: Reflexionsspektrum von #89, links in der Übersicht und rechts im Bereich des Stopbandes. Zusätzlich ist im Inset ein Lorentzfit der Cavity-Mode dargestellt. Durch Division von der Mittenposition 1498.1 meV durch die Halbwertsbreite 1.4 meV ergibt sich die Finesse zu 1070.

Auf der linken Seite ist das Reflexionssignal mit den unregelmäßig schwingenden, abklingenden Ausläufern auf beiden Seiten des Stopbandes über einen breiten Spektralbereich

gezeigt. Die rechte Seite zeigt in einem Ausschnitt das Stopband vergrößert sowie einen Lorentzfit der Cavity-Mode.

An dieser Probe soll jetzt die Streuung an Phononen untersucht werden.

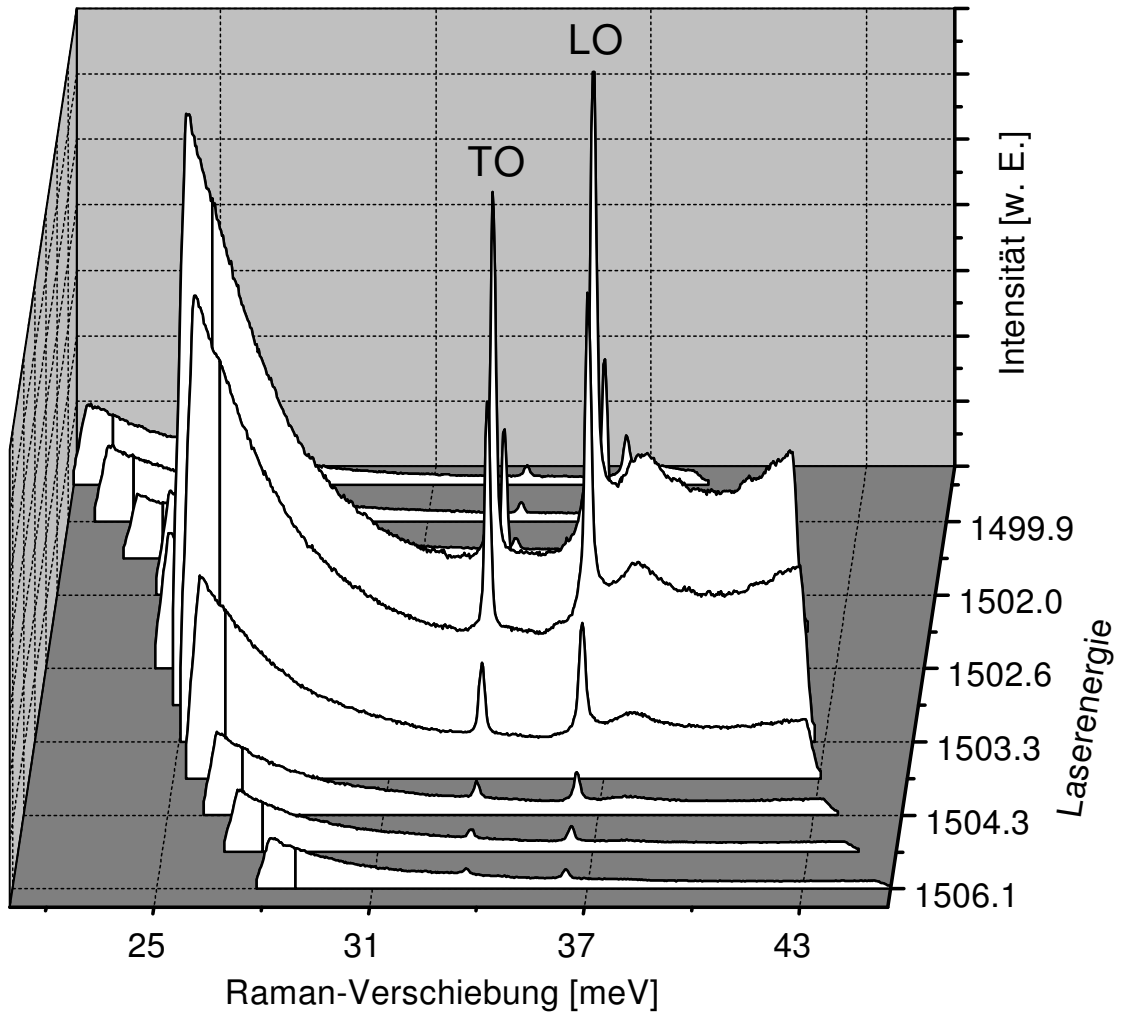


Abb. 34: In polarisierten Spektren zeigt sich ein resonante Überhöhung der Phononenintensität des LO-Phonons bei 36.6 meV und des TO-Phonons bei 33.7 meV, wenn die Energie des eingestrahnten Lasers und die der Cavity-Mode koinzident sind.

Aus dem im Abschnitt 4.3.1 vorgestellten Streuquerschnitt ergeben sich zwei Resonanznenner. Bei der sogenannten einlaufenden Resonanz fällt die Laserenergie mit der Cavity-Mode zusammen. Eine Übersicht von Messungen bei verschiedenen Laserenergien in einlaufender Resonanz im Bereich der Cavity-Mode ist in der Abbildung 34 dargestellt.

In den polarisierten Spektren sind das TO- sowie das LO-Phonon und ein Peak um 38 meV zu sehen. Letzterer schiebt ein wenig mit der Anregungsenergie des Lasers, so daß nicht ganz eindeutig ist, ob es sich dabei um ein Ramansignal handelt.

Sowohl das LO-Phonon bei 36.6 meV als auch das TO-Phonon bei 33.7 meV werden drastisch verstärkt. Dies ist auch im oberen Teil der Abbildung 35 gezeigt. Dort ist die Resonanzkurve, also die Intensität der Phononen in Abhängigkeit von der Energie des einfallenden Laserlichtes dargestellt. Im unteren Teil der Abbildung 35 sieht man die durch eine Variation des Probenortes erzielte resonante Überhöhung. Bei den zugehörigen Messungen wurde die Laserenergie bei 1502.5 meV festgehalten. Die Cavity-Mode wurde durch die Variation des Probenortes mit der energetischen Position des Phonons in Übereinstimmung gebracht. Dies beweist, daß es sich hier tatsächlich um eine Resonanz mit der Cavity-Mode handelt, denn ein elektronischer Zustand im Quantentopf würde nicht so stark mit dem Probenort variieren.

Die Auswertung der Daten in der Abbildung 35 ergibt, daß sich das Signal bei der phononischen Ramanstreuung durch die Resonanz mit der Cavity-Mode um einen Faktor von ca. 150 verstärken läßt. Dies ist vergleichbar mit Verstärkungsfaktoren bei der Resonanz über Exzitonen, also elektronischen Zwischenzuständen. Das konnte an dieser Probe allerdings nicht mit Messungen bestätigt werden, da diese Verstärkung bei Energien, die im Bereich des Stopbandes liegen, auftritt. Das Stopband wurde hier bewußt so gewählt, daß die Cavity-Mode im Bandgap, also unterhalb aller exzitonischen Zustände liegt, um so exzitonische Resonanzen auszuschliessen.

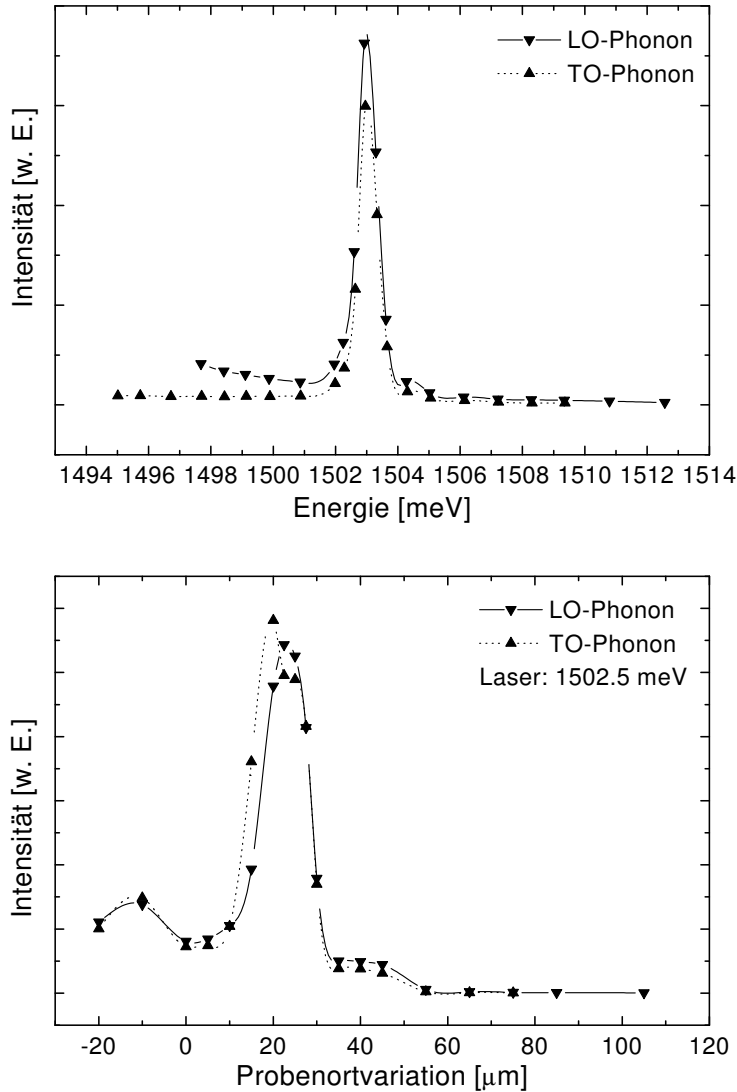


Abb. 35: Resonante Phononenverstärkungen in einlaufender Resonanz. Im oberen Bild wurde die Energie des anregenden Lasers in der Nähe der Cavity-Mode variiert. Das untere Bild zeigt bei konstanter Laserenergie eine Verstärkung der Phononenintensitäten, wenn die Cavity-Mode durch Ortsvariation mit der Energie der Phononen zur Deckung gebracht wird.

8.2.2 Optische Verstärkung elektronischer Ramanstreuung

In diesem Abschnitt wird nun die Ramanstreuung an einem modulationsdotierten Quantentopf beschrieben. Hier sollte untersucht werden, inwiefern sich die im vorhergehenden Abschnitt demonstrierte Verstärkung des phononischen Ramansignals auch auf die Streuung an elektronischen Anregungen übertragen läßt.

Als erstes sollen hier noch ein paar Worte zur Probe #455 gesagt werden. Sie enthält

einen 30 nm breiten Quantentopf, der durch eine 20 nm breite Spacerschicht von der Dotierschicht separiert ist. Der prinzipielle Aufbau ist hier gezeigt:

# 455			
Cap-Layer	2 nm	GaAs	
	64.50 nm	$\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}$	× 24
	71.98 nm	AlAs	
nicht rotiert	43.77 nm	$\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$	} λ
	45.00 nm	$\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As} : \text{Si}$	
	20.00 nm	$\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$	
	30.00 nm	GaAs	
	65.00 nm	$\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$	
nicht rotiert	43.77 nm	$\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$	
	71.98 nm	AlAs	× 33
	64.50 nm	$\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}$	
GaAs-Wafer			

Anders als bei den beiden oben beschriebenen Proben wurde während des Wachstums der Spiegelpaare der sich im zeitlichen Verlauf ändernde Fluß der Effusionszellen der MBE in einem entsprechenden Gradienten der Schichtdicken berücksichtigt, um so konstante Schichtdicken zu erhalten. (Siehe dazu auch Kapitel 6.) Eine weitere Besonderheit dieser Probe besteht darin, daß sie noch prozessiert wurde. Durch einen Schleif- und einen naßchemischen Ätzprozeß wurde das Substrat von der Probe entfernt, so daß auch Transmissionsmessungen simultan zu den Ramanmessungen an der Probe vorgenommen werden können.

Um ausschließen zu können, daß es sich bei den beobachteten Resonanzen um elektronische Zwischenzustände handelt, muß die Anregungsenergie unterhalb der Energie des elektronischen Überganges mit der geringsten Energie des Quantentopfes liegen. Daß dieses gewährleistet ist, geht insbesondere aus der Abbildung 37 hervor. Die Lumineszenz des 30 nm breiten Quantentopfes liegt bei 1507.6 meV. Die Cavity-Mode, bei deren Energie die Laseranregung erfolgt, befindet sich bei 1500 meV.

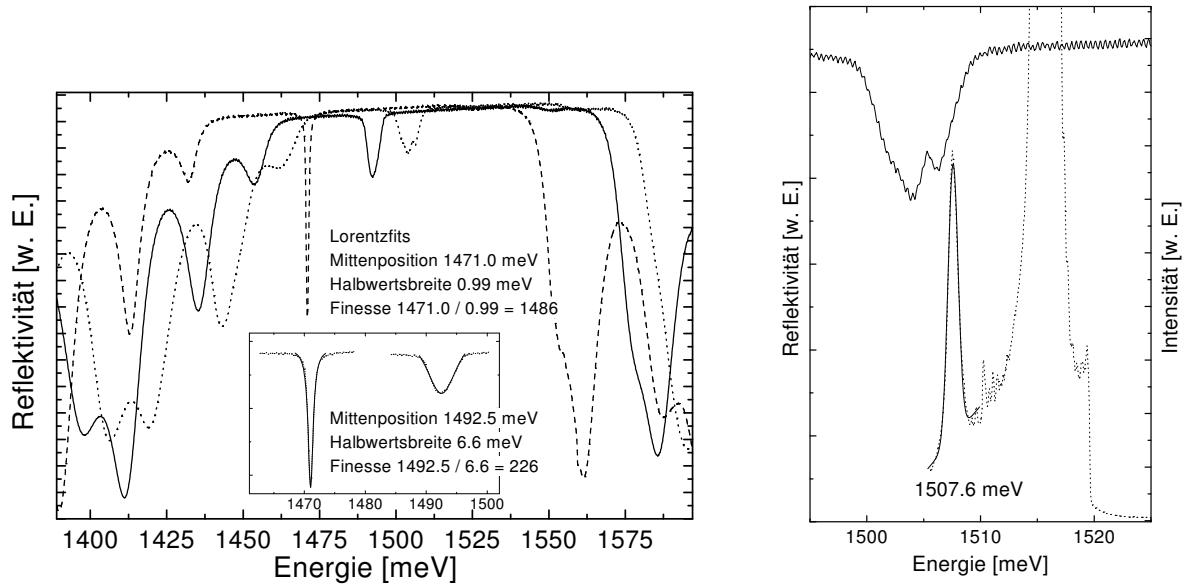


Abb. 36: Links ist das Reflexionsspektrum von #455 an unterschiedlichen Probenorten gezeigt. Bei der niedrigsten Energie liegt der optimale Bereich der Probe mit einer Finesse von 1486 bei 1471 meV. Die mittlere Energie wurde für die Ramanmessungen gewählt. Dort ist die Finesse der Cavity-Mode etwas niedriger. Im höherenergetischen Bereich erkennt man ein Rabi-Splitting, das aus der Wechselwirkung der Cavity-Mode mit dem Fermisee herrührt. Somit liegt auch hier eine Wechselwirkung von bosonischen Photonen mit Nicht-Bosonen vor.

Der Bereich des Rabi-Splittings ist auf der rechten Seite vergrößert dargestellt. Zudem ist die Photolumineszenzmessung dieser Probe gezeigt. Die Lumineszenz des 30nm breiten, einseitig modulationsdotierten Quantentopfes ist mit einem Lorentzfit angepaßt. Die Mittenposition liegt bei 1507.6 meV. Neben der Quantentopf-Lumineszenz sieht man auch das Lumineszenzsignal des GaAs-Volumenmaterials, wie es beispielsweise von SELL et. al. [Sel73] beobachtet wurde.

Damit ist man, wenn man die um bis zu 40 meV tieferliegenden Ramananregungen betrachtet, gerade noch im Meßbereich des Spektrometers (siehe Abschnitt 7.2). Der optimale Probenbereich, der mit der höchsten Finesse, wie in der Bildunterschrift von Abbildung 36 beschrieben, bei dem zu erwarten ist, daß die beobachteten Effekte noch größer ausfallen, ist dem Ramanspektrometer somit leider nicht zugänglich. Bei den Messungen muß mit relativ hohen Laserleistungen von ca. 500 W/cm^2 gearbeitet werden, denn die

Photonen können schlechter ein- und auskoppeln aufgrund der durch die vielen Spiegelschichten bedingten hohen Reflektivität. [Fai95]

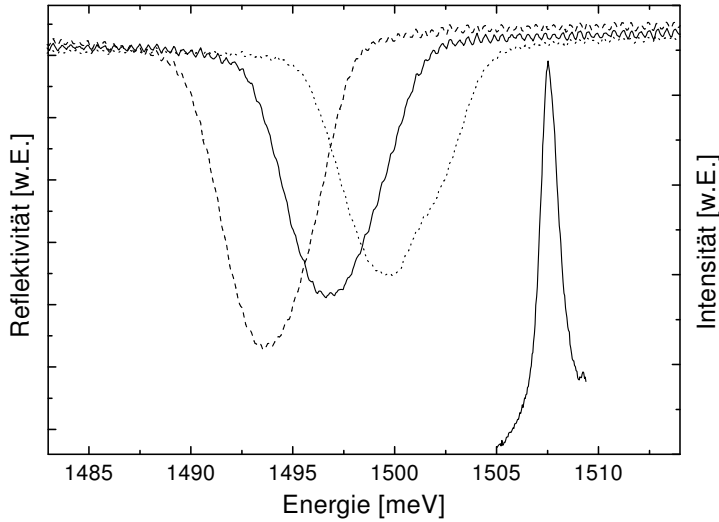


Abb. 37: Reflexionsspektrum von #455 an unterschiedlichen Probenorten, die für die Ramanmessungen gewählt wurden. Die energetische Position der Cavity-Mode liegt immer unterhalb der Energie der ebenfalls dargestellten Quantentopf-Lumineszenz.

Jetzt sollen die Ramanmessungen im einzelnen betrachtet werden. In der Abbildung 38 werden zwei Spektren für die beiden unterschiedlichen Polarisationsrichtungen verglichen.

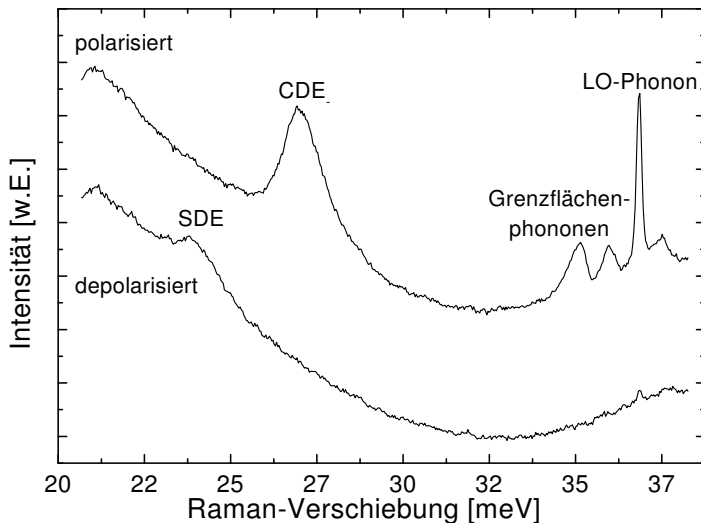


Abb. 38: Ramanspektren an #455 in beiden Polarisationsrichtungen. Im polarisierten Spektrum erkennt man die CDE-Mode, das LO-Phonon sowie Grenzfäch phononen. Im depolarisierten Spektrum ist die SDE zu sehen.

Gemäß der im Abschnitt 3.2 vorgestellten Auswahlregeln kann man im polarisierten Spektrum ($\vec{e}_i \parallel \vec{e}_s$), wenn einfallendes und gestreutes Licht parallel zueinander polarisiert sind,

die beiden Ladungsdichteanregungen (CDE_- und CDE_+), die Übergänge zwischen dem besetzten und dem ersten unbesetzten Subband, beobachten. Die CDE_+ -Mode liegt bei 38.8 meV außerhalb des gezeigten Bereichs, der für diese Anregungsenergie das Limit des Spektrometers darstellt. Sie konnte an einem anderen Probenort gesehen werden. Desweiteren sind Grenzflächenphononen [Shi95] und das LO-Phonon zu erkennen. Aufgrund der Polarisationsauswahlregeln zeigen sich diese Anregungen im depolarisierten Spektrum ($\vec{e}_i \perp \vec{e}_s$) nicht. Dafür beobachtet man hier die Spindichteanregung.

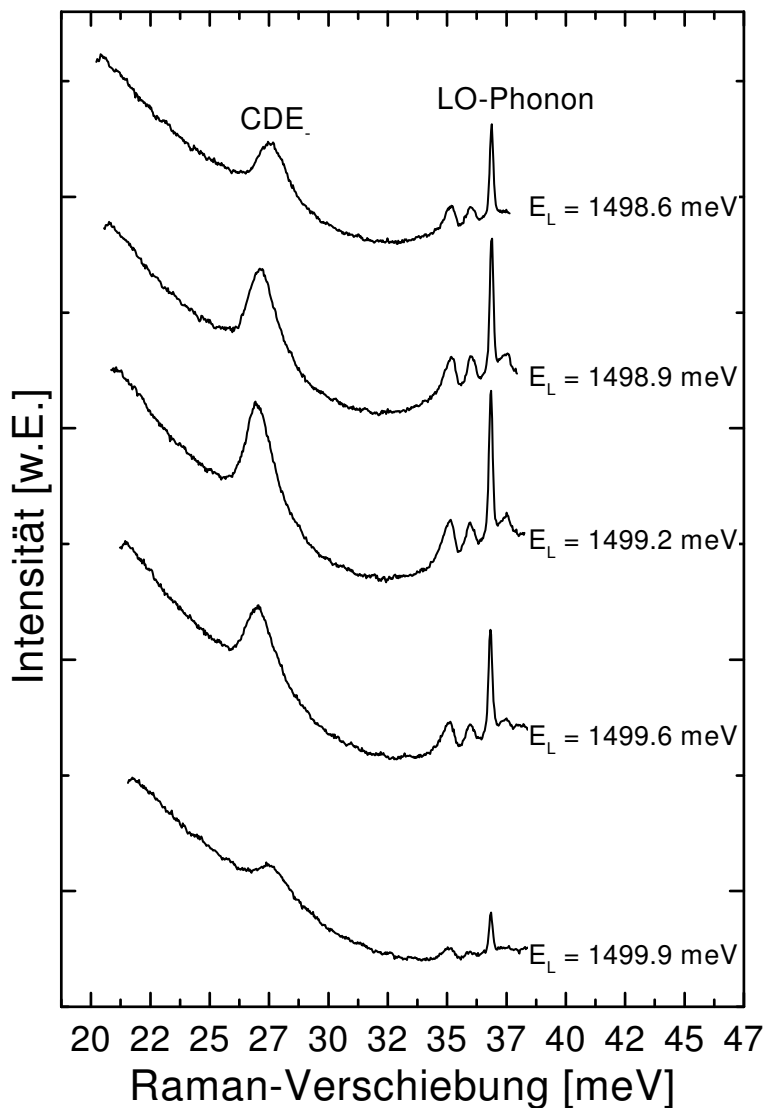


Abb. 39: Resonante Verstärkung der Intensität sowohl der CDE_- -Mode als auch der Phononen bei koinzidenter Energie des eingestrahlt Lasers mit der Cavity-Mode.

Um zu testen, ob sich analog zu den in Teilabschnitt 8.2.1 untersuchten Phononen auch die elektronischen Anregungen durch Resonanz mit der Cavity-Mode verstärken lassen, wurde die Laserenergie im Bereich der Cavity-Mode variiert. In der Abbildung 39 ist eine Serie polarisierter Spektren in diesem Bereich gezeigt. Man erkennt tatsächlich eine resonante Verstärkung im Bereich um $E_L = 1499$ meV.

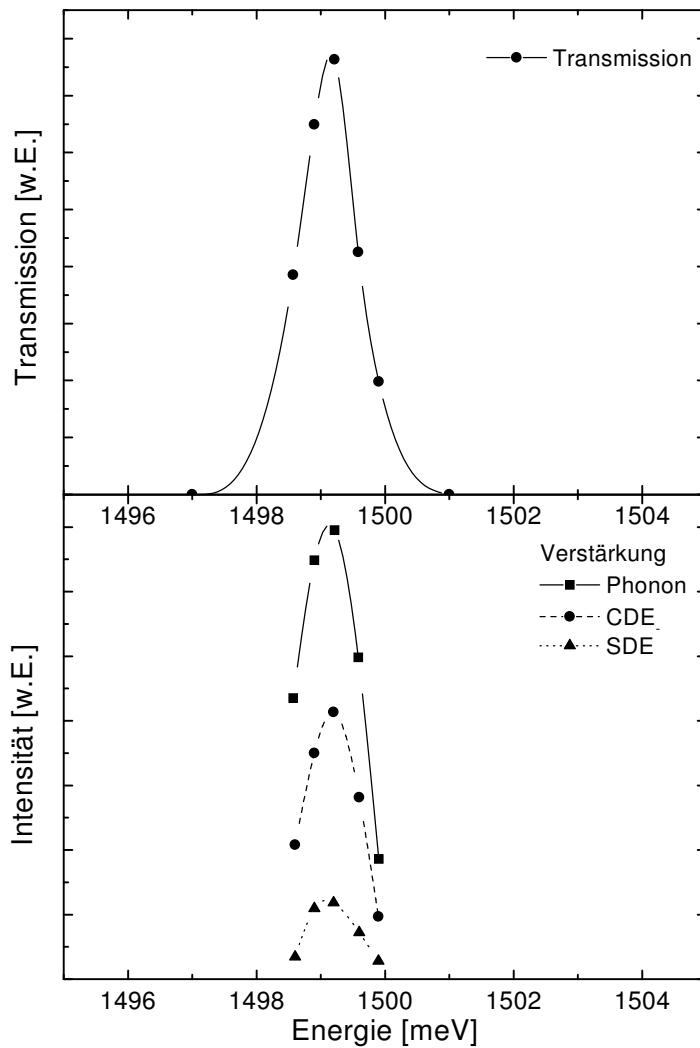


Abb. 40: Alle Ramananregungen werden mit einer zur Cavity-Mode gehörenden Laserenergie verstärkt. Dies wird besonders deutlich, wenn man das zugehörige Transmissionsspektrum im oberen Bild betrachtet.

Zur detaillierten Analyse sind in der Abbildung 40 die Intensitäten der beobachteten elektronischen Anregungen in Abhängigkeit von der Laserenergie aufgetragen worden. Dieses ist im unteren Bildteil gezeigt. Man erkennt, daß alle Anregungen, also CDE₋,

SDE und Phonon bei der gleichen Energie (1499.2 meV) resonant werden.

Die Energie der Cavity-Mode wurde in diesem Experiment bestimmt, indem parallel zu den Ramanexperimenten die Transmission des anregenden Lasers durch die optisch dünne Probe gemessen wurde. Dies ist im oberen Teil der Abbildung 40 dargestellt. Hieraus erkennt man deutlich, daß die Anregungen mit der Cavity-Mode resonant werden.

Wie aus der Abbildung 36 zu ersehen ist, liegt die Lumineszenz des Quantentopfes, also der niedrigste elektronische Übergang, bei ca. 1507.6 meV. Somit läßt sich eine elektronische Resonanz bei den in der Abbildung 39 gezeigten Messungen ausschließen. Der Zwischenzustand bei diesem Experiment ist rein photonischer Natur.

8.2.3 Ausblick

Interessant wären noch winkelabhängige Messungen an der Probe, bei denen eine doppelte Resonanzbedingung, wie im Abschnitt 4.3.1 beschrieben, vorliegt.

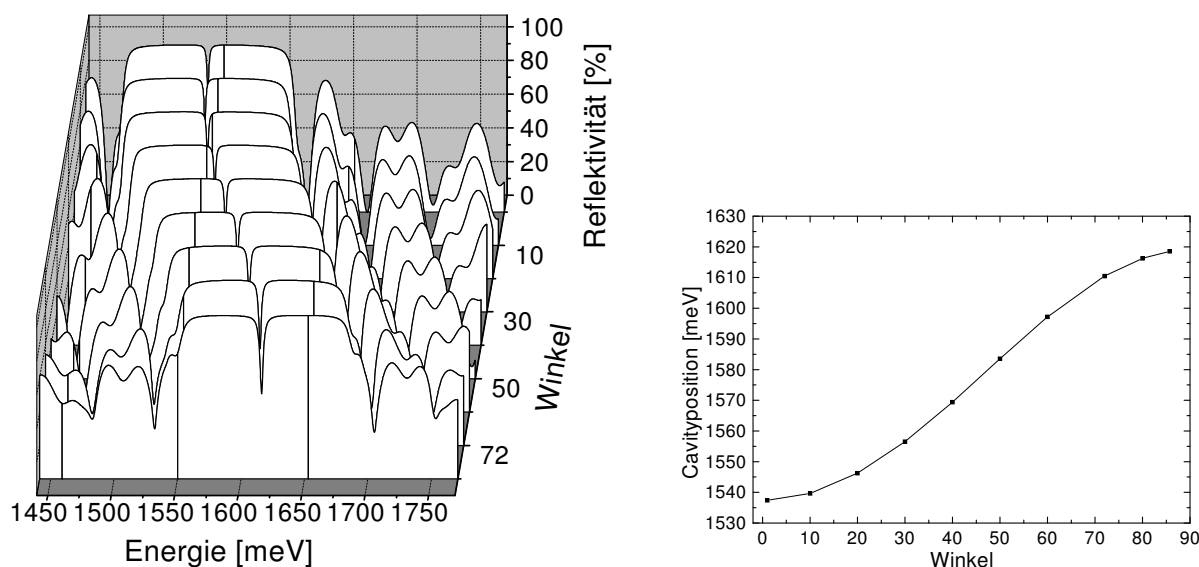


Abb. 41: Links eine Übersicht, in der die Winkelabhängigkeit der Cavity-Mode verdeutlicht wird. Rechts die zugehörige Dispersion.

Abbildung 41 zeigt gerechnete Reflexionsspektren in Abhängigkeit vom Einfallswinkel. Man erkennt, daß sich die Cavity-Mode mit zunehmendem Winkel zu höheren Energien

verschiebt. Dies ist genauer in der auf der rechten Seite abgebildeten Dispersionskurve zu erkennen. Demnach ist zu erwarten, daß eine doppelte Resonanzbedingung für die verschiedenen Anregungen bei einer Verschiebung der Cavity-Mode zwischen ≈ 24 meV für die SDE- und ≈ 39 meV für die CDE₊-Mode, also bei einem Winkel zwischen 35° und 50° vorliegt.

Eine Durchführung von Messungen unter einer doppelten Resonanzbedingung ist somit problematisch, da das Öffnungsverhältnis des Badkryostaten auf 30° beschränkt ist, so daß in Rückstreugeometrie (vgl. Abbildung 28) nicht mit einem Winkel über 30° eingestrahlt werden kann. Die Konstruktion eines neuen Probenhalters könnte hier Abhilfe schaffen.

Eventuell läßt sich die doppelte Resonanzbedingung auch erzeugen, indem man nicht in Rückstreugeometrie, sondern mit einem endlichen Winkel θ_1 auf die um einen bestimmten Winkel θ_2 gegen die Normale verkippte Probe einstrahlt.

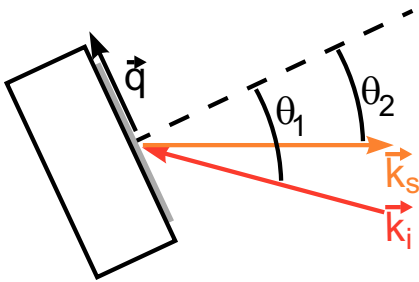


Abb. 42: Streugeometrie

Für eine Verkipfung von $\theta_2 = 30^\circ$ und eine Winkeldifferenz $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 \approx 25^\circ$ entspricht der Energieabstand der Cavity-Moden dann ungefähr der LO-Phononenergie.

Literaturverzeichnis

- [Abs84] G. Abstreiter, M. Cardona und A. Pinczuk. Light scattering by free carrier excitations in semiconductors spectroscopy of free carrier excitations in semiconductors. In: M. Cardona und G. Güntherodt, Hrsg., *Light Scattering in Solids IV*, Vol. 54 aus *Topics in Applied Physics*, Kap. 2, S. 6–150. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1984.
- [Ada85] S. Adachi. GaAs, AlAs, and $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$: Material parameters for use in research and device applications. *J. Appl. Phys.* **58**, R1–R29, (August 1985).
- [And82] T. Ando, A. B. Fowler und F. Stern. Electronic Properties of two-dimensional systems. *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437–621, (1982).
- [And90] L. C. Andreani und A. Pasquarello. Accurate theory of excitons in GaAs– $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ quantum wells. *Phys. Rev. B* **42**, 8928–8938, (1990).
- [Arz98] M. Arzberger, M. Hauser, G. Böhm, A. Zrenner und G. Abstreiter. Electroluminescence studies of stacked self-assembled InAs/GaAs–quantum dots embedded in a Bragg resonator. *Phys. E* **2**, 594–598, (1998).
- [Bar95] V. Bardinal, R. Legros und C. Fontaine. In situ measurement of AlAs and GaAs refractive index dispersion at epitaxial growth temperature. *Appl. Phys. Lett.* **67**, 244–246, (Juli 1995).
- [Bas82] G. Bastard, E. E. Mendez, L. L. Chang und L. Esaki. Exciton binding energy in quantum wells. *Phys. Rev. B* **26**, 1974–1979, (1982).
- [Bas88] G. Bastard. *Wave Mechanics Applied To Semiconductor Heterostructures*. Les Edition de Physique, Paris, 1988.

- [Bie96] G. Biese. *Magneto-Raman-Spektroskopie an Quantendrähten und Quantenpunkten*. Dissertation, Universität Hamburg, Shaker Verlag, 1996.
- [Bjö95] G. Björk, Y. Yamamoto und H. Heitmann. Spontaneous Emission Control in Semiconductor Microcavities. In: E. Burstein und C. Weisbuch, Hrsg., *Confined Electrons and Photons — New Physics and Applications*, Vol. 340 aus *NATO ASI Series B*, S. 467–501, New York, 1995. Plenum Press.
- [Blo97] J. Bloch, R. Planel, V. Thierry-Mieg, J. M. Gérard, D. Barrier, J. Y. Marzin und E. Costard. Strong-coupling regime in pillar semiconductor microcavities. *Superl. and Microstr.* **22**, 371–374, (1997).
- [Blu70] F. A. Blum. Inelastic light scattering from semiconductor plasmas in a magnetic field. *Phys. Rev. B* **1**, 1125, (1970).
- [Bur80] E. Burstein, A. Pinczuk und D. L. Mills. Inelastic light scattering by charge carrier excitations of two-dimensional plasmas: theoretical considerations. *Surface Science* **98**, 451, (1980).
- [Cao96] H. Cao, S. Pau, Y. Yamamoto und G. Björk. Exciton-polariton ladder in a semiconductor microcavity. *Phys. Rev. B* **54**, 8083–8086, (September 1996).
- [Che95] Y. Chen, A. Tredicucci und F. Bassani. Bulk exciton polaritons in GaAs microcavities. *Phys. Rev. B* **52**, 1800–1805, (Juli 1995).
- [Con99] C. Constantin, E. Martinet, A. Rudra und E. Kapon. Observation of combined electron and photon confinement in planar microcavities incorporating quantum wires. *Phys. Rev. B* **59**, R7809–R7812, (März 1999).
- [Dan89] G. Danan, A. Pinczuk, J. P. Valladares, L. N. Pfeiffer, K. W. West und C. W. Tu. Coupling of excitons with free electrons in light scattering from GaAs quantum wells. *Phys. Rev. B* **39**, 5512, (1989).
- [Din74] R. Dingle, W. Wiegmann und C. H. Henry. Quantum states of confined carriers in very thin $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -GaAs- $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ heterostructures. *Phys. Rev. Lett.* **33**, 827, (1974).
- [Din78] R. Dingle, H. L. Störmer, A. C. Gossard und W. Wiegmann. Electron mobilities in modulation-doped semiconductor heterojunction superlattices. *Appl. Phys. Lett.* **33**, 665–667, (Oktober 1978).

- [Fai95] A. Fainstein, B. Jusserand und V. Thierry-Mieg. Raman Scattering Enhancement by Optical Confinement in a Semiconductor Planar Microcavity. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3764–3767, (November 1995).
- [Fai97] A. Fainstein, B. Jusserand und V. Thierry-Mieg. Cavity-Polariton Mediated Resonant Raman Scattering. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1576–1579, (Februar 1997).
- [Fis95] T. A. Fisher, A. M. Afshar, D. M. Whittaker, M. S. Skolnick, J. S. Roberts, G. Hill und M. A. Pate. Electric-field and temperature tuning of exciton-photon coupling in quantum microcavity structures. *Phys. Rev. B* **51**, 2600–2603, (Januar 1995).
- [Fis96] T. A. Fisher, A. M. Afshar, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker und J. S. Roberts. Vacuum Rabi coupling enhancement and Zeeman splitting in semiconductor quantum microcavity structures in a high magnetic field. *Phys. Rev. B* **53**, R10469–R10472, (April 1996).
- [Fre93] A. Frey, G. Jungk und R. Hey. Luminescence from quantum wells arranged within a microcavity. *J. Phys. (France) IV* **3**, 47–50, (Oktober 1993).
- [Fre94] A. Frey, G. Jungk und R. Hey. Position-dependent exciton-photon mode splitting in a microcavity. *Appl. Phys. Lett.* **64**, 2214–2216, (April 1994).
- [Gam90] D. Gammon, B. V. Shanabrook, J. C. Ryan und D. S. Katzer. Spin-density waves in a quasi-two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* **41**, 12311, (1990).
- [Gay98] B. Gayral, J. M. Gérard, B. Legrand, E. Costard und V. Thierry-Mieg. Optical study of GaAs/AlAs pillar microcavities with elliptical cross section. *Appl. Phys. Lett.* **72**, 1421–1423, (März 1998).
- [Ham69] D. C. Hamilton und A. L. McWorther. Raman scattering from spin-density fluctuations in n-GaAs. In: G. B. Wright, Hrsg., *Light Scattering Spectra of Solids*, S. 309. Springer-Verlag, New York, 1969.
- [Hay78] W. Hayes und R. Loudon. *Scattering of Light by Crystals*. Wiley, New York, 1978.
- [Hes76] K. Hess, D. Bimberg, N. O. Lipari, J. K. Fischbach und M. Altarelli. In: F. G. Fumi, Hrsg., *Proceedings 13th Int. Conf. Phys. Semiconductors*, 1976.

- [Hic85] T. W. Hickmott, P. M. Soloman, R. Fischer und H. Morkoç. Negative charge, barrier heights, and the conduction–band discontinuity in $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ capacitors. *J. Appl. Phys.* **57**, 2844, (1985).
- [Hop58] J. J. Hopfield. Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric constant of crystals. *Phys. Rev.* **112**, 1555–1567, (1958).
- [Hou93] R. Houdré, R. P. Stanley, U. Oesterle, M. Ilegems und C. Weisbuch. Room temperature exciton–photon Rabi splitting in a semiconductor microcavity. *J. Phys. (France) IV* **3**, 51–58, (Oktober 1993).
- [Hou94a] R. Houdré, R. P. Stanley, U. Oesterle, M. Ilegems und C. Weisbuch. Room–temperature cavity polaritons in a semiconductor microcavity. *Phys. Rev. B* **49**, 16761–16764, (Juni 1994).
- [Hou94b] R. Houdré, C. Weisbuch, R. P. Stanley, U. Oesterle, P. Pellandini und M. Ilegems. Measurement of Cavity–Polariton Dispersion Curve from Angle–Resolved Photoluminescence Experiments. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2043–2046, (Oktober 1994).
- [Hou94c] Y. M. Houn, M. R. T. Tan, B. W. Liang, S. Y. Wang, L. Yang und D. E. Mars. $\text{InGaAs}(0.98\ \mu\text{m})/\text{GaAs}$ vertical cavity surface emitting laser grown by gas–source molecular beam epitaxy. *Journal of Crystal Growth* **136**, 216–220, (März 1994).
- [Iga88] K. Iga, F. Koyama und S. Kinoshita. Surface Emitting Semiconductor Lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics* **24**, 1845, (1988).
- [INS86] INSPEC. *Properties of Gallium Arsenide*. Nr. 2 aus EMIS Datareviews. The Institution of Electrical Engineers, 1986.
- [Jac81] J. D. Jackson. *Klassische Elektrodynamik*. de Gruyter, Berlin, 1981.
- [Kla99] P. J. Klar, G. Rowland, P. J. S. Thomas, A. Onischenko, T. E. Sale, T. J. C. Hosea und R. Grey. Photomodulated reflectance study of $\text{In}_x\text{Ga}_{(1-x)}\text{As}/\text{GaAs}/\text{AlAs}$ microcavity vertical–cavity surface emitting laser structures in the weak coupling regime: The cavity/ground–state–exciton resonance. *Phys. Rev. B* **59**, 2894–2901, (Januar 1999).

- [Kle75] M. V. Klein. Electronic Raman Scattering. In: M. Cardona, Hrsg., *Light Scattering in Solids*, Vol. 8 aus *Topics in Applied Physics*, Kap. 4, S. 147–204. Springer–Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1975.
- [Kue87] T. F. Kuech, D. J. Walford, R. Potemski, J. A. Bradley, K. H. Kelleher, D. Yan, J. P. Farrell, P. M. S. Lesser und F. H. Pollak. Dependence of the $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ band edge on alloy composition based on the absolute measurement of x . *Appl. Phys. Lett.* **51**, 505, (1987).
- [Kut98] A. Kuther, M. Bayer, T. Gutbrod, A. Forchel, P. A. Knipp, T. L. Reinecke und R. Werner. Confined optical modes in photonic wires. *Phys. Rev. B* **58**, 15744–15748, (Dezember 1998).
- [LB82] Landolt-Börnstein. Subvol a: Physics of Group–IV Elements and III–V Compounds. In: *Semiconductors III*. Springer–Verlag, Berlin, 1982.
- [LB87] Landolt-Börnstein. Subvol. a: Intrinsic properties of group–IV elements, III–V, II–VI and I–VII compounds. In: *Semiconductors III*, Vol. 22. Springer–Verlag, Berlin, Heidelberg, 1987.
- [Luo93] M. S-C. Luo, S. L. Chuang, S. Schmitt-Rink und A. Pinczuk. Many-body effects on intersubband spin-density and charge-density excitations. *Phys. Rev. B* **48**, 11086, (1993).
- [Lut55] J. M. Luttinger und W. Kohn. Motion of electrons and holes in perturbed periodic fields. *Phys. Rev.* **97**, 869, (1955).
- [Lut56] J. M. Luttinger. Quantum theory of cyclotron resonance in semiconductors: General theory. *Phys. Rev.* **102**, 1030, (1956).
- [Mil84] R. C. Miller, D. A. Kleinman und A. C. Gossard. Energy–gap and effective masses for $\text{GaAs–Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ quantum wells. *Phys. Rev. B* **29**, 7085–7087, (1984).
- [Pan99] G. Panzarini, L. C. Andreani, A. Armitage, D. Baxter, M. S. Skolnick, V. N. Astratov, J. S. Roberts, A. V. Kavokin, M. R. Vladimirova und M. A. Kaliteevski. Exciton–light coupling in single and coupled semiconductor microcavities: Polariton dispersion and polarization splitting. *Phys. Rev. B* **59**, 5082–5089, (Februar 1999).

- [Pau95] S. Pau, G. Björk, J. Jacobson, H. Cao und Y. Yamamoto. Microcavity exciton–polariton splitting in the linear regime. *Phys. Rev. B* **51**, 14437–14447, (Mai 1995).
- [Pey93] N. Peyghambarian, S. W. Koch und A. Mysyrowicz. *Introduction to Semiconductor Optics*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- [Pin71] A. Pinczuk, L. Brillson, E. Burstein und E. Anastassakis. Resonant light scattering by single–particle electronic excitations in n–GaAs. *Phys. Rev. Lett.* **27**, 317, (1971).
- [Pla73] P. M. Platzman und P. A. Wolff. *Waves and Interactions in Solid State Plasmas*. Academic Press, New York, 1973.
- [Rab37] I. I. Rabi. Space Quantization in a Gyating Magnetic Field. *Phys. Rev.* **51**, 652–654, (April 1937).
- [Rya91] J. C. Ryan. Collective interactions in a quantum well: The inclusion of nonlocal exchange. *Phys. Rev. B* **43**, 12406–12412, (Mai 1991).
- [Sar82] S. Das Sarma und J. J. Quinn. Collective excitations in semiconductor superlattices. *Phys. Rev. B* **25**, 7603, (1982).
- [Sar84] S. Das Sarma. Quantum size effects on the plasma dispersion in quasi–two–dimensional electron systems. *Phys. Rev. B* **29**, 2334, (1984).
- [Sav95] V. Savona, L. C. Andreani, P. Schwendimann und A. Quattropani. Quantum well excitons in semiconductor microcavities: Unified treatment of weak and strong coupling regimes. *Solid State Commun.* **93**, 733–739, (1995).
- [Sav97] V. Savona, C. Piermarocchi, A. Quattropani, P. Schwendimann und F. Tassone. Optical Properties of Microcavity Polaritons. In: *New Aspects in Optical Properties of Nanostructures, Phase Transitions*. Gordon and Breach, London, 1997.
- [Sch92] F. Schwabl. *Quantenmechanik*. Springer–Verlag, Berlin, 1992.
- [Sch98] D. Schumacher. *Oberflächenplasmonen auf Supraleitern*. Dissertation, Universität Hamburg, Shaker Verlag, 1998.

- [Sel73] D. D. Sell, S. E. Stokowski, R. Dingle und J. V. DiLorenzo. Polariton Reflectance and Photoluminescence in High-Purity GaAs. *Phys. Rev. B* **7**, 4568–4586, (Mai 1973).
- [Shi92] A. J. Shields, M. Cardona, R. Nötzel und K. Ploog. Influence of the exciton lifetime on resonant Raman scattering in quantum wells. *Phys. Rev. B* **46**, 10490–10493, (Oktober 1992).
- [Shi93] A. J. Shields, G. O. Smith, E. J. Mayer, R. Eccleston, J. Kuhl und K. Ploog. Homogeneous–linewidth dependence of resonant Raman scattering in GaAs quantum wells. *Phys. Rev. B* **48**, 17338–17342, (Dezember 1993).
- [Shi95] A. J. Shields, M. P. Chamberlain, M. Cardona und K. Eberl. Raman scattering due to interface optical phonons in GaAs/AlAs multiple quantum wells. *Phys. Rev. B* **51**, 17728–17739, (Juni 1995).
- [Sko98] M. S. Skolnick, T. A. Fisher und D. M. Whittaker. Strong coupling phenomena in quantum microcavity structures. *Semicond. Sci. Technol.* **13**, 645–669, (Juli 1998).
- [Sta94a] R. P. Stanley, R. Houdré, U. Oesterle, M. Gailhanou und M. Ilegems. Ultrahigh finesse microcavity with distributed Bragg reflectors. *Appl. Phys. Lett.* **65**, 1883–1885, (Oktober 1994).
- [Sta94b] R. P. Stanley, R. Houdré, U. Oesterle, M. Ilegems und C. Weisbuch. Coupled semiconductor microcavities. *Appl. Phys. Lett.* **65**, 2093–2095, (Oktober 1994).
- [Ste67] F. Stern. Polarizability of a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.* **18**, 546, (1967).
- [Ste84] F. Stern und S. Das Sarma. Electron energy levels in GaAs–Ga_{1-x}Al_xAs heterojunctions. *Phys. Rev. B* **30**, 840, (1984).
- [Sve89] O. Svelto. *Principles of Lasers*. Plenum Press, New York and London, 3. Auflage, 1989.
- [Thu75] C. D. Thurmond. The standard thermodynamic functions for the formation of electrons and holes in Ge, Si, GaAs, and GaP. *J. Electrochem. Soc.* **122**, 1133–1141, (August 1975).

- [Tig95] J. Tignon, P. Voisin, C. Delalande, M. Voos, R. Houdré, U. Oesterle und R. P. Stanley. From Fermi's Golden Rule to the Vacuum Rabi Splitting: Magnetopolaritons in a Semiconductor Optical Microcavity. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3967–3970, (Mai 1995).
- [Tre95] A. Tredicucci, Y. Chen, V. Pellegrini, M. Börger, L. Sorba, F. Beltram und F. Bassani. Controlled Exciton–Photon Interaction in Semiconductor Bulk Microcavities. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3906–3909, (November 1995).
- [Tri97] W. R. Tribe, D. Baxter, M. S. Skolnick, D. J. Mowbray, T. A. Fisher und J. S. Roberts. In- and out-going resonant Raman scattering from the cavity polaritons of semiconductor quantum microcavities. *Phys. Rev. B* **56**, 12429–12433, (November 1997).
- [Ust99] V. M. Ustinov, N. A. Maleev, A. E. Zhukov, A. R. Kovsh, A. Yu. Egorov, A. V. Lunev, B. V. Volovik, I. L. Krestnikov, Yu. G. Musikhin, N. A. Bert, P. S. Kop'ev, Zh. I. Alferov, N. N. Ledentsov und D. Bimberg. InAs/InGaAs quantum dot structures on GaAs substrates emitting at 1.3 μm . *Appl. Phys. Lett.* **74**, 2815–2817, (Mai 1999).
- [Wan37] G. H. Wannier. The structure and electronic excitation levels in insulating crystals. *Phys. Rev. B* **52**, 191–197, (1937).
- [Wei92] C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa und Y. Arakawa. Observation of the Coupled Exciton–Photon Mode Splitting in a Semiconductor Quantum Microcavity. *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3314–3317, (Dezember 1992).
- [Whi96] D. M. Whittaker, P. Kinsler, T. A. Fisher, M. S. Skolnick, A. Armitage, A. M. Afshar, M. D. Sturge und J. S. Roberts. Motional Narrowing in Semiconductor Microcavities. *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4792–4795, (Dezember 1996).
- [Win95] R. Winkler. Excitons and fundamental absorption in quantum wells. *Phys. Rev. B* **51**, 14395–14409, (Mai 1995).
- [Wol56] H. Wolter. Optik dünner Schichten. In: S. Flügge, Hrsg., *Handbuch der Physik*, Vol. 24. Springer–Verlag, Berlin, 1956.
- [Wol68] P. A. Wolff. Effect of nonparabolicity on light scattering from plasmas in solids. *Phys. Rev.* **171**, 436, (1968).

- [Yaf73] Y. Yafet. New developments in semiconductors. S. 469. Nordhoff, 1973.
- [Yar89] A. Yariv. *Quantum Electronics*. John Wiley & Sons, New York, 3. Auflage, 1989.
- [Yok90] H. Yokoyama, K. Nishi, T. Anan, H. Yamada, S. D. Brorson und E. P. Ippen. Enhanced spontaneous emission from GaAs quantum wells in monolithic microcavities. *Appl. Phys. Lett.* **57**, 2814–2816, (Dezember 1990).
- [Yok92] H. Yokoyama. Physics and Device Applications of Optical Microcavities. *SCIENCE* **256**, (1992).
- [Yu96] P. Y. Yu und M. Cardona. *Fundamentals of Semiconductors — Physics and Materials Properties*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1996.
- [Zha94] Z. L. Zhang, M. Nishioka, C. Weisbuch und Y. Arakawa. Demonstration of confined optical field effect in a vertical microcavity by examining the low temperature photon–exciton interaction in two kinds of quantum wells. *Appl. Phys. Lett.* **64**, 1068–1070, (Februar 1994).
- [Zhu90] Y. Zhu, D. J. Gauthier, S. E. Morin, Q. Wu, H. J. Carmichael und T. W. Mossberg. Vacuum Rabi Splitting as a Feature of Linear–Dispersion Theory: Analysis and Experimental Observations. *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2499–2502, (Mai 1990).

Danksagung

Natürlich darf an dieser Stelle – das beste zum Schluß – eine Danksagung nicht fehlen.

Zuerst möchte ich Herrn Prof. Dr. Detlef Heitmann dafür danken, daß ich diese Arbeit in seiner Gruppe anfertigen konnte. Insbesondere danke ich ihm auch für die kleinen „Problemstellungen“ rund um den Computer, die er sich hat einfallen lassen.

Herrn Prof. Dr. Ulrich Merkt danke ich dafür, daß er das Zweitgutachten der Dissertation übernommen hat und dafür, daß er immer fähige Leute im Ramanlabor hatte.

Herrn Prof. Dr. Wolfgang Hansen danke ich dafür, daß er das Zweitgutachten der Disputation übernommen hat und dafür, daß er als Sprecher des Graduiertenkollegs meine sichere Geldquelle gewesen ist, die hoffentlich für die anderen Kollegiat(inn)en auch nach der nächsten Begutachtung nicht zu versiegen droht.

Herrn Dr. Christian Schüller danke ich für die hervorragende Betreuung und ganz besonders für das Dünnen der Proben, das eine erfolgsversprechende Messung erst möglich gemacht hat. An dieser Stelle auch einen Dank an das Internet, denn sonst hätte sich die Kommunikation während seines Amerikaaufenthaltes deutlich schwieriger gestaltet.

Der MBE-Fraktion sei in Personae Dr. Christian Heyn und Frau Dr. Silke Bargstädt-Franke für das Wachsen der Microcavities gedankt. Sie haben meine Ideen in brauchbare Proben umsetzen können, die uns immer wieder überraschen konnten. Auch Herrn David Endler, dem unermüdlichen Wachser in den Fußstapfen Silkes, dem die ultimative Probe gelungen ist, sei an dieser Stelle gedankt. Viel Glück bei den nächsten Proben.

Natürlich sollen auch unsere Aussteiger, die wo jetzt beim BOSCH schaffen, nicht vom Dank ausgenommen sein: Herrn Dr. Henning Eggers danke ich für die gute Zusammenarbeit und erhellende Diskussionen in dunklen Laboren und natürlich für seine abgelegten Schreibtische (und Kakteen). Dem Herrn (nunmehr fast offiziell Dr.) Till O. Wiegard gebührt Dank für seine Hilfsbereitschaft, das Till-Term, seine Verspieltheit und seine Spanisch-pronunciación. Beiden danke ich für die vielen netten und immer sehr unterhaltsamen Gespräche.

Herrn (demnächst auch Dr.) Edzard Ulrichs, meinem Wegbegleiter und Leidensgenossen, danke ich für die hervorragende Justage und die Einblicke in die Probenpräparation. Wir hatten eine nette Zeit im Ramanlabor. Sehr gern erinnere ich mich auch an die gemeinsame mit Christian zusammen verbrachte Zeit in den USA.

Meiner Tischnachbarin Frau Ines Meinel danke ich für die kleinen Rechtschreibfehler, die sie wahrscheinlich absichtlich eingestreut hat, damit mir das Finden solche Freude bereiten konnte. Halt die Moral im Aufenthaltsraum aufrecht und laß' Dich von Deinem „Chef“ nicht zu sehr „einengen“!

Ein Dank soll auch an die Dresdener gehen, stellvertretend an Herrn Dr. Dirk Schumacher für sein „bibit“, mit dem eine umfangreiche Datenbank zum Thema Microcavities aufgebaut, gepflegt und geBIB_TE_Xt werden konnte.

Den Herren Kay Brooks, Jens Troeder, David Endler und Lars Karsten danke ich für die nunmehr erforderliche Zweitpersonenanwesenheit beim Stickstoffabfüllen. So ist diese lästige Pflicht viel angenehmer geworden.

Ich danke auch allen, die mit mir und (zähneknirschend) auch denen, die gegen mich um Helium gekämpft haben und Herrn Ahrens und Herrn Hatje mächtig auf die Nerven gegangen sind. Möge der neuen Anlage ein langes Leben und allen nunmehr Helium im Überfluß beschert sein.

Weiters danke ich:

- Der Gruppe N, insbesondere der Raman-Fraktion, die sehr engagiert das Labor auf einem optimalen Stand gehalten hat.
- Allen, die sich im Aufenthaltsraum zweiter Stock so getummelt haben und dem kleinen Rest der Gruppen H und W, der nicht darunter fällt.
- Allen, die im Verlauf meiner Anwesenheit am Institut, Geburtstag gehabt haben und dies auch mit einem gemeinsamen Kuchen zu feiern wußten. In dem Zusammenhang sei auch ein Dank an Kay (und Haiko Namensvetter Rolff) gerichtet, die Ihren Geburtstagstermin so geschickt gelegt haben.
- Den letzten manchmal recht einsamen Verfechtern des Gruppenabends (1. Montag im Monat!).
- Den Mitgliedern der E- und der feinmechanischen Werkstatt, dafür, daß ich immer recht zügig mit allem Gewünschten versorgt wurde.

Zum guten Schluß danke ich meinen Eltern, meinem Bruder mit seiner Frau und meinen Schwiegereltern, ihnen insbesondere für ihren netten Sohn.