

# Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden nichtlineare Spline-Kurven unter affin-linearen Restriktionen behandelt. Nichtlineare Splines sind Kurven, die gegebene Punkte in der Ebene interpolieren und dabei die Biegungsenergie minimieren. Die Biegungsenergie ist proportional zum Integral über das Quadrat der Krümmung. Die Länge der gesuchten Kurve ist frei. Während unrestringierte nichtlineare Splines vielfältig theoretisch und numerisch in der Literatur behandelt werden, findet man in der Literatur fast keine Aussagen über restringierte nichtlineare Splines.

Dieses Problem wird als Optimalsteuerungsproblem formuliert, wobei neben der affin-linearen Restriktion auch allgemeinere Zustandsbeschränkungen betrachtet werden. Es handelt sich dabei um ein Problem mit freier Endzeit und Interpolationsbedingungen an freien Zwischenknoten. Notwendige Bedingungen werden zunächst für den allgemeinen Fall hergeleitet und dann auf die spezielle Aufgabe angewendet. Diese führen auf eine Randwertaufgabe. Mit Hilfe der Jacobischen elliptischen Funktionen kann man die Differentialgleichung dieser Randwertaufgabe lösen und erhält so ein nichtlineares Gleichungssystem.

Für den Fall einer affin-linearen Restriktion wird gezeigt, daß zwischen zwei Interpolationsknoten maximal ein Randstück oder ein Berührungspunkt existiert. Es wird ein expliziter Algorithmus zur Berechnung des nichtlinearen Splines mit zwei Interpolationspunkten und einem Randstück entwickelt. Hiermit kann man auch überprüfen, ob ein restringierter nichtlinearer Spline mit zwei Interpolationsknoten für eine gegebene aktive affin-lineare Restriktion ein Randstück oder einen Berührungspunkt besitzt. Zur Berechnung eines restringierten Splines mit mehr als zwei Interpolationsknoten wird ein auf dem Newton-Verfahren basierender Algorithmus zur Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems vorgestellt und die auftretenden Besonderheiten an Hand von Beispielen erläutert. Außerdem werden noch einige Ergebnisse zur Restriktion durch einen Kreis diskutiert.