

**Name:** Nicole Lehmkuhl

**Titel:** Der Frobenius-Perron-Operator und seine Diskretisierung für Diffeomorphismen auf der Kreislinie

**Jahr der Drucklegung:** 2001

## Zusammenfassung

Gegenstand der Arbeit ist der Frobenius-Perron-Operator und seine Diskretisierung im Raum  $L^1$  für orientierungserhaltende Diffeomorphismen der Kreislinie  $S^1$ . Einerseits wird das Spektrum des Operators mit dem seiner Übergangsmatrix verglichen. Andererseits werden die invariante Dichte und ihre Approximation betrachtet. Ziel ist der Nachweis der Konvergenz sowohl des Spektrums als auch der approximierten invarianten Dichten für feiner werdende Partitionen des Zustandsraumes.

Das Spektrum des Frobenius-Perron-Operators wird zunächst allgemein für Diffeomorphismen beschrieben. Spektralwerte sind in diesem Fall stets vom Betrag 1. Besitzt das System einen wandernden Punkt, so sind alle Zahlen auf dem Rand des Einheitskreises Spektralwerte. Dies ist insbesondere der Fall, wenn es einen asymptotisch stabilen, hyperbolischen periodischen Orbit gibt. Für Kreisdiffeomorphismen gilt dies immer dann, wenn nicht alle Punkte periodisch sind. Die Spektren für rationale Rotationszahlen einerseits und irrationale andererseits unterscheiden sich dann höchstens durch die Art der Spektralwerte.

Übergangsmatrizen zu Kreisdiffeomorphismen sind nicht-negative, spaltenstochastische Matrizen mit einer speziellen Bandstruktur. Diese kann mittels diskreter Kreisabbildungen, den sog. Bandbreitenabbildungen, beschrieben werden. Es werden einige grundlegende Eigenschaften diskreter Kreisabbildungen hergeleitet. Mit Hilfe der Bandbreitenabbildungen kann das Spektrum der Übergangsmatrizen qualitativ beschrieben werden.

Zur numerischen Berechnung der invarianten Dichte wird eine spezielle Partition bestehend aus Orbitpunkten vorgeschlagen. Sowohl das Spektrum als auch der Eigenvektor zum Eigenwert 1 der zugehörigen Orbitübergangsmatrix hängen eng mit den Schranken zusammen, die der MacKay-Algorithmus zur Berechnung der Rotationszahl liefert. Es wird nachgewiesen, dass das Spektrum der Orbitübergangsmatrizen für fast alle irrationalen Rotationszahlen konvergiert. Auch für die invariante Dichte kann eine schwache Form von Konvergenz gezeigt werden. Die approximierte invariante Dichte kann berechnet werden, ohne dass ein lineares Gleichungssystem gelöst werden muss. Das führt zu einer Erweiterung des MacKay-Algorithmus, so dass die Rotationszahl und die invariante Dichte simultan berechnet werden. Der erweiterte MacKay-Algorithmus wird an einigen Beispielen getestet und mit anderen Verfahren verglichen.