

**Schätzung von Quantenzuständen
und Charakterisierung von
Quantenkanälen**

**Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg**

vorgelegt von
Thilo Hannemann
aus Münster

Hamburg
2002

Gutachter der Dissertation:	Prof. Dr. Werner Neuhauser Prof. Dr. Klaus Sengstock
Gutachter der Disputation:	Prof. Dr. Werner Neuhauser Prof. Dr. Bernd Sonntag
Datum der Disputation:	11. Dezember 2002
Vorsitzender des Prüfungsausschusses:	Dr. Klaus Petermann
Vorsitzender des Promotionsausschusses:	Prof. Dr. Günter Huber
Dekan des Fachbereichs Physik:	Prof. Dr. Friedrich-Wilhelm Büßer

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden experimentelle Untersuchungen zur Schätzung von Quantenzuständen und zur Charakterisierung von Quantenkanälen vorgestellt.

Ein Qubit – das quantenmechanische Äquivalent zum Bit der konventionellen Informationstheorie – wird durch die Hyperfein-Niveaus des Grundzustands $^2S_{1/2}$ eines in einer elektrodynamischen Ionenfalle gespeicherten einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ Ions dargestellt. Es wird durch Mikrowellenstrahlung der Frequenz 12,6 GHz kohärent manipuliert. Sein Zustand wird durch Laserlicht der Wellenlänge 369 nm zustandsselektiv detektiert. Das Licht ist auf den Dipol-Übergang zwischen den Niveaus $^2S_{1/2}$ ($F = 1$) und $^2P_{1/2}$ ($F = 0$) abgestimmt und bewirkt optisches Pumpen in das Niveau $^2S_{1/2}$ ($F = 0$), was gleichzeitig zur Präparation des Qubits dient. Die Laserkühlung des Ions erfolgt auf demselben Dipolübergang. Durch Mikrowellenstrahlung der Frequenz 12,6 GHz werden dabei die Hyperfein-Niveaus miteinander gekoppelt und optisches Pumpen in das Niveau $^2S_{1/2}$ ($F = 0$) vermieden. Zusätzlich wird durch kontinuierliche Beleuchtung des Ions mit Laserlicht der Wellenlänge 935 nm das Niveau $^2D_{3/2}$ entleert.

Im ersten Teil der Arbeit wird das Qubit dazu benutzt, das Schätzen von Quantenzuständen experimentell zu untersuchen. Dazu werden 12 identisch präparierte Qubits nacheinander erzeugt und in einer Basis gemessen, die durch einen von vier untersuchten Algorithmen zur Zustandsschätzung bestimmt wird: den selbstlernenden Algorithmus nach Fischer u. a. (2000), zufällige Messrichtungen und orthogonale Messrichtungen mit und ohne Kompensation ungleicher Effizienzen für den Nachweis der Zustände $F = 0, 1$. Beim selbstlernenden Algorithmus hängt die Wahl der Messbasis bei jedem der 12 zur Verfügung stehenden Qubits von den Ergebnissen der vorangegangenen Messungen ab.

Die Leistung der Algorithmen wird anhand der mittleren erzielten *Fidelity* – der Überlappung zwischen präpariertem und geschätztem Zustand – charakterisiert und in Abhängigkeit vom zu schätzenden Zustand, von der Effizienz für den Nachweis der Zustände $F = 0$ und $F = 1$, von der Effizienz der Präparation des Ions im Zustand $F = 0$ und von der Anzahl der zur Verfügung stehenden identisch präparierten Qubits untersucht. Bei gleichen experimentellen Bedingungen erzielt der selbstlernende Algorithmus nach Fischer u. a. von allen untersuchten Algorithmen die höchste mittlere *Fidelity*.

Der zweite Teil der Arbeit beschäftigt sich mit der Charakterisierung von Quantenkanälen. Dazu werden verschiedene Quantenkanäle experimentell realisiert und anhand ihrer Wirkung auf den Bloch-Vektor des Qubits charakterisiert: der inhärente Quantenkanal des Experiments, die ungestörte zeitliche Propagation als Quantenkanal, ein polarisationsdrehender Quantenkanal, phasendämpfende Quantenkanäle und ein kombinierter Quantenkanal aus Phasendämpfung und Polarisationsdrehung. Die experimentell bestimmten Parameter der untersuchten Quantenkanäle werden mit theoretischen Modellen verglichen. Es zeigt sich, dass die Wirkung der Quantenkanäle gut verstanden werden kann und sich das Experiment als „Simulator“ für Quantenkanäle eignet.

Abstract

This thesis presents experimental research regarding the estimation of quantum states and the characterization of quantum channels.

A qubit – the quantum mechanical equivalent to the conventional information theory bit – is represented by the ground state hyperfine levels of a single $^{171}\text{Yb}^+$ ion confined in an electrodynamic ion trap. The ion is coherently manipulated by microwave radiation at 12.6 GHz. State selective detection is realized by irradiation of laser light at 369 nm. The laser light is tuned to the dipole transition between the levels $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 1$) and $^2\text{P}_{1/2}$ ($F = 0$) and causes optical pumping into the level $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$), which serves at the same time for preparation of the qubit. The ion is laser cooled on the same transition. Microwave radiation at 12.6 GHz couples the hyperfine levels and prevents optical pumping into the $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) level. Additionally, continuous illumination of the ion with laser radiation at 935 nm depletes the level $^2\text{D}_{3/2}$.

In the thesis' first part the qubit is used to experimentally investigate the estimation of quantum states. Therefore 12 identically prepared qubits are created successively and measured in some basis that is determined by one of four investigated algorithms for quantum state estimation: the self-learning estimation by Fischer et. al. (2000), random measurement directions, orthogonal measurement direction with and without compensation of biased detection for the states $F = 0, 1$. With the self-learning estimation the choice of measurement basis at each of the 12 available qubits depends on the outcomes of the previous measurements.

The performance of the algorithms is judged by the reached mean fidelity – the overlap between prepared and estimated state – and the dependence on the state to estimate, on the detection efficiency for the states $F = 0$ and $F = 1$, on the preparation efficiency for the state $F = 0$ and of the number of available identically prepared qubits. At the same experimental conditions the self-learning measurement by Fischer et. al. reaches the highest mean fidelity of all investigated algorithms.

The second part of this thesis deals with the characterization of quantum channels. Therefore different quantum channels are experimentally realized and characterized by their action on the Bloch vector of the qubit: the inherent quantum channel of the experiment, the undisturbed time evolution as quantum channel, a polarization rotating quantum channel, phase damping quantum channels, and a combined quantum channel of phase damping and polarization rotation. The experimentally determined parameters of the investigated quantum channels are compared with theoretical models. It appears that the action of the quantum channels is well understood and the experiment is suitable as a “simulator” for quantum channels.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Quanten-Informationsverarbeitung	7
2.1. Quantenmechanisches Zwei-Niveau-System (Qubit)	7
2.2. Schätzung von Quantenzuständen	9
2.3. Quantenkanäle	10
3. Aufbau des Experiments	13
3.1. Paul-Falle	13
3.2. Relevantes Termschema des $^{171}\text{Yb}^+$ Ions	14
3.3. Lichtquellen	15
3.3.1. Laserlichtquelle 369 nm	15
3.3.2. Laserlichtquelle 935 nm	19
3.4. Mikrowellengenerator 12,6 GHz	20
3.5. Steuerung des Experiments	20
4. Quantenlogik mit einem einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ Ion	27
4.1. Kühlung und Fluoreszenznachweis	27
4.2. Präparation im Zustand $F = 0$	28
4.3. Zustandsselektiver Nachweis	28
4.4. Spektroskopie des Mikrowellen-Übergangs bei 12,6 GHz	32
4.4.1. Rabi-Spektrum	33
4.4.2. Ramsey-Spektrum	39
4.5. Präparation eines beliebigen Zustands	42
4.6. Messung des Qubits in einer beliebigen Basis	44
5. Schätzung von Quantenzuständen	47
5.1. Untersuchte Algorithmen	48
5.1.1. Zufällig gewählte Messrichtungen	48
5.1.2. Messung in der Orthogonalbasis	48
5.1.3. Messung in der Orthogonalbasis mit Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen	48

Inhaltsverzeichnis

5.1.4. Selbstlernender Algorithmus nach Fischer u. a.	48
5.2. Durchführung der Messungen	51
5.3. Auswertung	54
5.3.1. Auswertung der Rabi- und Ramsey-Spektren	55
5.3.2. Beispielhafte Darstellung eines Schätzvorgangs mit dem selbstlernenden Algorithmus nach Fischer u. a.	56
5.3.3. Leistung der Algorithmen in Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen und des präparierten Zustands	59
5.3.4. Interpolation auf gleiche Detektionseffizienzen	65
5.3.5. Berücksichtigung der experimentellen Bedingungen	67
5.3.6. Leistung der Algorithmen in Abhängigkeit von der Schrittzahl	70
5.4. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick	73
6. Charakterisierung von Quantenkanälen	77
6.1. Bestimmung der Parameter eines Quantenkanals	77
6.2. Durchführung der Messungen	79
6.2.1. Realisierung des Quantenkanals	79
6.2.2. Bestimmung der Parameter	81
6.3. Auswertung	84
6.3.1. Inhärenter Quantenkanal	84
6.3.2. Ungestörte zeitliche Propagation als Quantenkanal	86
6.3.3. Polarisationsdrehender Quantenkanal	87
6.3.4. Phasendämpfender Quantenkanal	90
6.3.5. Phasendämpfender Quantenkanal mit Basiswechsel	96
6.3.6. Kombiniertes Quantenkanal: Phasendämpfung und Polarisationsdrehung	100
6.4. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick	104
A. Schaltungen	107
A.1. 50 Ω -Treiber	107
A.2. NIM-TTL-Wandler	110
A.3. Spannung-Strom-Wandler	111
B. Quelltext des Sequenzer-Programms	115
C. Datensätze	125
C.1. Optimierung der Präparationseffizienz	125
C.2. Schätzung von Quantenzuständen	126
C.3. Charakterisierung von Quantenkanälen	131
Literaturverzeichnis	133

Abbildungsverzeichnis

2.1. Graphische Darstellung der Bloch-Kugel	8
2.2. Schematische Darstellung eines Quantenkanals	11
3.1. Aufbau der Paul-Ionenfalle	14
3.2. Relevantes Termschema des $^{171}\text{Yb}^+$ Ions	15
3.3. Schematische Darstellung des Resonators zur Frequenzverdoppelung auf eine Wellenlänge von 369 nm	17
3.4. Aufbau der Mikrowellenanlage	21
3.5. LabView-Sequenz zur Messung eines einzelnen Datenpunktes eines Rabi-Spektrums	25
4.1. Zeitliche Entwicklung der Fluoreszenz bei der Wellenlänge 369 nm während des optischen Pumpens in den Zustand $F = 0$	29
4.2. Photonenzahlverteilung der Fluoreszenz beim zustandsselektiven Nachweis für eine Belichtungszeit von 2 ms	31
4.3. Experimentelle Abfolge zur Aufnahme eines Rabi-Spektrums	34
4.4. Rabi-Spektren vom 5. April 2002	36
4.5. Präparationseffizienz in Abhängigkeit von Leistung und Dauer des Präparationspulses mit Licht der Wellenlänge 369 nm	38
4.6. Experimentelle Abfolge zur Aufnahme eines Ramsey-Spektrums	40
4.7. Ramsey-Spektren vom 3. August 2000 und 5. April 2002	41
4.8. Experimentelle Abfolge zur Präparation eines beliebigen Zustands	43
4.9. Experimentelle Abfolge zur Messung in einer beliebigen Basis	45
5.1. Entscheidungsbaum für die selbstlernende Zustandsschätzung	52
5.2. Experimentelle Abfolge für eine Einzelmessung der Zustandsschätzung	53
5.3. Dichteverteilung auf der Bloch-Kugel im Verlauf der Zustandsschätzung mit dem selbstlernenden Algorithmus nach Fischer u. a.	57
5.4. Mittlere <i>Fidelity</i> in Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen für zufällige Messrichtungen	60
5.5. Mittlere <i>Fidelity</i> in Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen für orthogonale Messrichtungen	62

Abbildungsverzeichnis

5.6. Mittlere <i>Fidelity</i> in Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen für orthogonale Messrichtungen mit Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen	64
5.7. Mittlere <i>Fidelity</i> in Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen für den selbstlernenden Algorithmus nach Fischer u. a.	66
5.8. Theoretisch erwartete mittlere <i>Fidelity</i> in Abhängigkeit von der Länge des Bloch-Vektors	68
5.9. Mittlere <i>Fidelity</i> in Abhängigkeit von der Anzahl der Schritte des Algorithmus	71
6.1. Abfolge der Einzelmessungen zur Charakterisierung von Quantenkanälen	83
6.2. Inhärenter Quantenkanal	85
6.3. Ungestörte zeitliche Propagation als Quantenkanal	88
6.4. Polarisationsdrehender Quantenkanal, Variation des Drehwinkels	89
6.5. Abfolge der Operationen für die phasendämpfenden Quantenkanäle . . .	91
6.6. Phasendämpfender Quantenkanal, Variation der Amplitude der Störung	97
6.7. Phasendämpfender Quantenkanal, Variation der Dauer der Störung . . .	98
6.8. Abfolge der Operationen für einen phasendämpfenden Quantenkanal mit Basiswechsel	99
6.9. In $ \pi/4, 0\rangle$ -Ebene phasengedämpfter Quantenkanal, Variation der Amplitude der Störung	101
6.10. In $ \pi/6, 0\rangle$ -Ebene phasengedämpfter Quantenkanal, Variation der Amplitude der Störung	102
6.11. Kombiniertes Quantenkanal: Phasendämpfung und Polarisationsdrehung	103
6.12. Relevantes Termschema des $^{171}\text{Yb}^+$ Ions bei Einstrahlen von Laserlicht der Wellenlänge 369 nm während der freien Entwicklung des Qubits . . .	105
A.1. Schaltplan des 50 Ω -Treibers für das ADwin-System	108
A.2. Schaltplan des NIM-TTL-Wandlers für das ADwin-System	110
A.3. Schaltplan des Spannung-Strom-Wandlers zur Spulenansteuerung für das verdrahtete Magnetfeld für den phasendämpfenden Quantenkanal	112

Tabellenverzeichnis

5.1. Mittlere <i>Fidelity</i> der Algorithmen, interpoliert auf gleiche Detektionseffizienzen	67
5.2. Vergleich der experimentell bestimmten mittleren <i>Fidelity</i> mit der theoretischen Vorhersage	69
5.3. Vergleich der theoretisch berechneten mittleren <i>Fidelities</i> der Algorithmen untereinander bei gleicher Länge des Bloch-Vektors	70
6.1. Kombinationen von präpariertem Zustand und Messrichtungen zur Bestimmung der Parameter eines Quantenkanals	78
B.1. Globale Variablen des Sequenzer-Programms	116
B.2. Aktionen des Sequenzerprogramms	118
C.1. Datensätze zur Optimierung der Präparationseffizienz	125
C.2. Bestimmung der Rabi-Frequenz und der Verstimmung der Mikrowelle gegenüber der Übergangsfrequenz des Ions für den 1. und 2. August 2000 und den 5. April 2002	126
C.3. Datensätze zur Zustandsschätzung für den selbstlernenden Algorithmus nach Fischer u. a.	127
C.4. Datensätze zur Zustandsschätzung für die zufälligen Messrichtungen	128
C.5. Datensätze zur Zustandsschätzung für die orthogonalen Messrichtungen ohne Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen	129
C.6. Datensätze zur Zustandsschätzung für die orthogonalen Messrichtungen mit Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen	129
C.7. Präparationseffizienzen für den 1. und 2. August 2000 und den 5. April 2002	130
C.8. Datensätze zur Charakterisierung von Quantenkanälen	131

1. Einleitung

Der Begriff der Quanten-Informationsverarbeitung fasst alle Anwendungen zusammen, bei denen quantenmechanische Eigenschaften zur Verarbeitung von Information benutzt werden. Beim Quantenrechner wird die Dynamik von Quantenzuständen ausgenutzt, um Rechnungen durchzuführen. Durch die Verwendung von verschränkten Zuständen wird es möglich sein, einige Probleme weitaus schneller als mit einem konventionellen Rechner zu lösen. Die Quantenkommunikation beschäftigt sich mit der Übertragung eines Quantenzustands von einem Sender zu einem Empfänger. Einen Spezialfall der Quantenkommunikation stellt die Quantenkryptographie dar. Diese nutzt die Inkompabilität von quantenmechanischen Messoperatoren dazu, die Kommunikation zwischen zwei Parteien gegen einen Lauscher zu sichern.

Die Idee des Quantenrechners geht auf Feynman zurück, der 1982 die Verwendung eines auf quantenmechanischen Prinzipien beruhenden Rechners zur effizienten Simulation von Quantensystemen vorschlägt. Größere Aufmerksamkeit erhält die Idee des Quantenrechners, als Shor (1995a) einen Quantenalgorithmus vorstellt, der ganze Zahlen in einer Zeit faktorisieren kann, die nur polynomial von der Anzahl der Stellen der Zahl abhängt. Der beste bekannte konventionelle Algorithmus für diese Aufgabe erfordert einen exponentiellen Aufwand (Lenstra und Lenstra 1993), was die Konstruktion von Verschlüsselungsalgorithmen mit öffentlichem Schlüssel ermöglicht, wie z. B. des RSA-Verfahrens (Rivest u. a. 1977). Erfordert die Faktorisierung ganzer Zahlen nur noch einen polynomialen Aufwand, ist die Sicherheit solcher Verschlüsselungsverfahren bedroht. Da fast jede Verschlüsselung in Rechner-Netzwerken (z. B. für Online-Banking, digitale Signatur, verschlüsselte Email) auf einer Verschlüsselung mit öffentlichem Schlüssel beruht, sind die praktischen Konsequenzen von Shors Algorithmus enorm. Daher ist es vielleicht beruhigend, dass die Konstruktion eines zum Entschlüsseln geeigneten Quantenrechners bisher weit außerhalb der technischen Möglichkeiten liegt.

Die Speicherkapazität eines Quantenrechners wird in Qubits angegeben; ein Qubit entspricht einem quantenmechanischen Zwei-Niveau-System. Um Shors Algorithmus sinnvoll einsetzen zu können, sind mehrere hundert Qubits notwendig. Aber auch ein Quantenrechner mit nur wenigen Qubits kann sinnvollen Einsatz finden, wenn er – entsprechend der ursprünglichen Idee Feynmans – zur Simulation von physikalischen Systemen eingesetzt wird, z. B. zur Bestimmung von Eigenwerten und -vektoren (Abrams und Lloyd 1999), zur Berechnung der Zeitumkehr eines makroskopischen Systems (Georgot und Shepelyansky 2002), zur Simulation von komplexer Dynamik (Benenti u. a. 2001),

1. Einleitung

Quanten-Chaos (Song und Shepelyansky 2001) oder Quantensystemen (Somaroo u. a. 1999).

Damit ein Quantensystem in einem Experiment als universeller, skalierbarer Quantenrechner benutzt werden kann, muss es eine Reihe von Anforderungen erfüllen (DiVincenzo 2000).

- Die Qubits sind gut charakterisiert und das physikalische System ist skalierbar. Die Dynamik der Qubits ist also genau bekannt und es ist möglich, die Anzahl der Qubits zu erhöhen, ohne dass der experimentelle Aufwand exponentiell ansteigt.
- Die Qubits lassen sich initialisieren, d. h. es besteht die Möglichkeit, alle Qubits in einen definierten Zustand zu bringen, z. B. den Zustand $|0\rangle$. Dies ist nicht selbstverständlich, da die Initialisierung im Gegensatz zur eigentlichen Rechnung die Vernichtung von Entropie erfordert, was mit der unitären Entwicklung eines Quantensystems nicht verträglich ist.
- Durch unkontrollierte Wechselwirkung der Qubits mit ihrer Umgebung wird der Zustand der Qubits gestört. Die Zeitskala, auf der dies geschieht – die Dekohärenzzeit – muss lang gegenüber der Zeitdauer einer Operation des Quantenrechners sein.
- Es steht ein „universeller“ Satz an Quantengattern zur Verfügung. Das bedeutet, dass es möglich ist, jede unitäre Operation an einem einzelnen Qubit vorzunehmen und zusätzlich mindestens eine Operation, die zwei Qubits miteinander verknüpft.
- An jedem einzelnen Qubit lässt sich eine Messung vornehmen. Qubits sind Zwei-Niveau-Systeme, daher liefert jede Messung ein binäres Ergebnis. Dieses Ergebnis ist *im Einzelfall* feststellbar und nicht nur als Mittelwert über viele Realisierungen des gleichen Qubit-Zustands.

Die bisher erfolgreichste physikalische Realisierung eines Quantenrechners benutzt die Kernspinresonanz (Gershenfeld und Chuang 1997). Als Qubits dienen die Hyperfeinzustände von Atomen eines Moleküls. Die Manipulation der Zustände erfolgt durch Einstrahlen von Hochfrequenzpulsen, das Auslesen durch Detektion der als Antwort auf die Pulse ausgesandten Hochfrequenzstrahlung. Die Detektion der ausgesandten Strahlung ist möglich, da die Manipulation an einer makroskopischen Probe mit einer großen Anzahl gleicher Moleküle vorgenommen wird. Die Kernspinresonanz ist ein lange bekanntes und gut entwickeltes Forschungsgebiet, daher kann für den Aufbau eines Quantenrechners unter Verwendung der Kernspinresonanz größtenteils auf kommerzielle Komponenten zurückgegriffen werden. Aus diesem Grund wurde mit Hilfe der Kernspinresonanz der bisher größte Quantenrechner mit sieben Qubits realisiert (Vandersypen u. a. 2001). Ein ernstes Problem dieser Art des Quantenrechners ist die fehlende Möglichkeit, die Qubits gezielt zu initialisieren. Es wird nur der Unterschied in

der Besetzung der Hyperfeinzustände aufgrund der thermodynamischen Besetzung der Zustände benutzt. Dieser Unterschied ist sehr gering und das hat zur Folge, dass das Signal-Rausch-Verhältnis beim Auslesen der Zustände exponentiell mit der Anzahl der Qubits abnimmt. Daher ist ein Kernspinresonanz-Quantencomputer nicht skalierbar.

Eine vielversprechende physikalische Realisierung eines Quantenrechners, die alle diese Anforderungen für einen universellen und skalierbaren Quantenrechner erfüllt, ist der Ionenfallen-Quantenrechner (Cirac und Zoller 1995). Dabei werden die inneren Freiheitsgrade von in einer linearen, elektrodynamischen Falle gespeicherten Ionen als Qubit benutzt. Die Ionen ordnen sich in der Falle als lineare Kette an. Die Kontrolle der Dynamik der Ionen erfolgt über das Einstrahlen von Laserlicht auf einzelne Ionen der Kette, sodass kohärente Übergänge zwischen den Energieniveaus der Ionen angeregt werden. Auf diese Weise lässt sich die innere Dynamik der einzelnen Ionen steuern. Die Wechselwirkung der Ionen untereinander wird durch die elektrostatische Abstoßung der Ionen im gemeinsamen Fallenpotential realisiert. Die gemeinsamen Schwingungsmoden der Ionen in der Falle bilden den sogenannten Quantenbus, über den Quanteninformation zwischen den Ionen ausgetauscht werden kann.

Der Vorteil des Ionenfallen-Quantenrechners liegt darin, dass die internen Freiheitsgrade der Ionen in der Falle sehr gut von ihrer Umgebung abgeschirmt sind, andererseits aber durch den Einsatz von Laserlicht gut manipulierbar sind. Nicht so ideal sind die Verhältnisse bei der Übertragung der Quanteninformation über den Quantenbus, also über die gemeinsamen Schwingungsmoden der Ionen im effektiven Potential der Falle. Denn die Bewegung der Ionen kann aufgrund ihrer Ladung von Störpotentialen in der Umgebung leicht beeinflusst werden. Inzwischen gibt es aber Vorschläge, wie der Einfluss der Umgebung durch geschickte Gestaltung der eingesetzten Laserfelder stark unterdrückt werden kann (Sørensen und Mølmer 1999).

Ein weiteres Problem sind die hohen Anforderungen an die Stabilität der Laserquellen. Schwankungen der Frequenz der Laserquellen während einer quantenlogischen Operation führen zu einem fehlerbehafteten Ergebnis. Um die auftretenden Fehler klein zu halten, sollte die Linienbreite der verwendeten Laser höchstens einige hundert Hertz betragen. Ein solches Lasersystem aufzubauen ist nach wie vor eine große technische Herausforderung. Dieses Problem lässt sich umgehen, indem Hyperfeinzustände als Qubit-Zustände benutzt werden. Die Frequenzen der Übergänge liegen hier im Mikrowellen-Bereich, und Mikrowellen lassen sich heute mit äußerst hoher Präzision erzeugen und manipulieren. Durch den Einsatz von Mikrowellen in der Nachrichtentechnik sind entsprechende kommerzielle Geräte von einer Vielzahl von Herstellern erhältlich. Gleichzeitig besitzen die Hyperfeinzustände äußerst lange Lebensdauern, sodass die Dekohärenz durch den Zerfall der Qubit-Zustände zu vernachlässigen ist. Dies bestätigt sich auch im Experiment. Die in Kapitel 4 dieser Arbeit angeführten Messungen zeigen, dass keine Dekohärenz der Hyperfeinzustände nachweisbar ist.

Durch die große Wellenlänge der Mikrowellenstrahlung von mehreren Zentimetern ist allerdings eine räumliche Adressierung einzelner Ionen in der Falle nicht ohne weiteres

1. Einleitung

möglich. Auch die Kopplung zwischen den internen Freiheitsgraden des Ions und der gemeinsamen Schwingungsbewegung der Ionenkette in der Falle ist zu gering, um die Schwingungsbewegung als Quantenbus nutzen zu können.

Diese Problem lässt sich zum einen durch Verwendung von Raman-Übergängen lösen. In diesem Fall werden zwei Laserfrequenzen eingestrahlt, deren Differenzfrequenz der Mikrowellenfrequenz entspricht. Die Anforderungen an die Stabilität der absoluten Laserfrequenzen ist bei diesem Schema gering, da die Differenzfrequenz entscheidend ist. Diese lässt sich z. B. durch eine *Phase-Locked-Loop* einfach und mit hoher Genauigkeit kontrollieren.

Ein anderer Ansatz zur Lösung liegt in der Verwendung eines inhomogenen Magnetfelds. Weist das Magnetfeld einen Gradienten entlang der Ionenkette auf, kann die Adressierung der Ionen mit der Mikrowelle im Frequenzraum erfolgen, zusätzlich wird eine effektive Kopplung mit den Schwingungsmoden der Falle erreicht (Mintert und Wunderlich 2001). Die Verwendung der Mikrowelle zur Manipulation der Qubits erlaubt die direkte Übertragung von Methoden des Kernspinresonanz-Quantenrechners. Damit wird die weit entwickelte Technik der Kernspinresonanz auf den Ionenfallen-Quantenrechner übertragen.

Die in dieser Arbeit präsentierten Ergebnisse folgen aus Experimenten mit einem einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion in einer Paul-Falle, dessen Hyperfeinzustände als Qubit benutzt werden. Das Qubit wird durch Mikrowellenstrahlung kohärent manipuliert und durch Laserstrahlung initialisiert und ausgelesen. Da nur ein einzelnes Qubit zur Verfügung steht, fehlt in Bezug auf die oben aufgeführten Anforderungen von DiVincenzo die Möglichkeit der Verknüpfung zweier Qubits. Dennoch lassen sich schon mit einem einzelnen Qubit wichtige Aspekte der Quanten-Informationsverarbeitung erforschen.

Die Grundlage der Quanten-Informationsverarbeitung ist die Quantenmechanik. Fundamentale Fragen der Quantenmechanik sind nach wie vor offen, z. B. das Problem der effektiven Vermessung eines Quantenzustands. Denn durch jede Messung wird nur begrenzte Information über den Quantenzustand erlangt, gleichzeitig aber der ursprüngliche Zustand zerstört. Steht nur eine endliche Anzahl an identisch präparierten Quantenzuständen zur Verfügung, ist daher nur eine Schätzung des Zustands möglich.

Das Problem der Zustandsschätzung besitzt große praktische Relevanz für die Quanten-Informationsverarbeitung, denn z. B. die Charakterisierung eines Quantenrechners erfordert das Schätzen von Quantenzuständen. Auch zum *Debuggen* der Quantenalgorithmen ist das Schätzen von Quantenzuständen notwendig. In der Quantenkommunikation stellt sich das Problem ebenfalls, wenn auf der Empfängerseite möglichst viel Information über den übermittelten Quantenzustand gewonnen werden soll.

Das Schätzen von Quantenzuständen kann nach verschiedenen Strategien erfolgen. Gegenstand der Untersuchungen dieser Arbeit sind Strategien, bei denen die Kopien des Quantenzustands *sequentiell* zur Verfügung stehen. In Kapitel 5 werden einige solcher Strategien experimentell untersucht und ihre Leistungen miteinander verglichen. Besonderes Augenmerk liegt dabei auf einer adaptiven Strategie, die von Fischer u. a.

(2000) vorgeschlagen wurde und die theoretisch bei gegebener Anzahl Kopien mehr Information über den Quantenzustand erlangen kann als nicht-adaptive Algorithmen.

Die Quantenkommunikation ist ein Untergebiet der Quanten-Informationsverarbeitung, das sich mit der Übertragung von Quanteninformation beschäftigt. Ein Beispiel ist die Kodierung von Quanteninformation als Polarisationszustand von Einzelphotonen, die durch eine Glasfaser übertragen werden. Anwendungsbeispiele sind die Quantenteleportation (Bennett u. a. 1993; Bouwmeester u. a. 1997) und die Quantenkryptographie (Bennett u. a. 1991; Bennett und Brassard 1984). Letztere ist die erste Anwendung der Quanten-Informationsverarbeitung, für die bereits kommerzielle Geräte angeboten werden, z. B. von der Firma id Quantique (Stucki u. a. 2002).

Der Begriff des Quantenkanals stammt aus dem Gebiet der Quantenkommunikation und beschreibt allgemein die Propagation eines Quantenzustands in Raum und Zeit. Dadurch ist er in der Quantenkommunikation nützlich, um die Beeinflussung eines Qubits zwischen Sender und Empfänger zu beschreiben. Auch ein Quantenspeicher kann als Quantenkanal beschrieben werden, wobei dann der Schwerpunkt auf der zeitlichen Dynamik liegt. Sowohl bei der Quantenkommunikation als auch beim Quantenspeicher ist es in der Regel erwünscht, dass der Quantenzustand durch den Quantenkanal nicht beeinflusst wird. Dabei ist der Einsatz von Algorithmen zur Quantenfehlerkorrektur (Shor 1995b; Steane 1996) hilfreich. Diese können besonders effektiv funktionieren, wenn die Parameter des zugrundeliegenden Quantenkanals bekannt sind. Kapitel 6 dieser Arbeit behandelt die experimentelle Demonstration und Charakterisierung von Quantenkanälen. Eine weitergehende Anwendung liegt in der experimentellen „Simulation“ von Quantenkanälen zum Testen von Algorithmen zur Quantenfehlerkorrektur. Dazu ist es allerdings erforderlich, mehr als ein Qubit gleichzeitig zur Verfügung zu haben und diese miteinander verknüpfen zu können, also die oben beschriebenen Anforderungen an einen universellen Quantenrechner vollständig zu erfüllen.

2. Quanten-Informationsverarbeitung

2.1. Quantenmechanisches Zwei-Niveau-System (Qubit)

Grundlegende Informationseinheit der Quanten-Informationsverarbeitung ist das Quanten-Bit (Qubit), das dem Bit der konventionellen Informationsverarbeitung entspricht. Es handelt sich dabei um ein quantenmechanisches Zwei-Niveau-System. Jeder reine Quantenzustand eines solchen Systems kann eindeutig durch zwei reelle Zahlen $\theta \in [0, \pi]$ und $\phi \in [0, 2\pi)$ beschrieben werden:

$$|\Psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle = |\theta, \phi\rangle, \quad (2.1)$$

wobei $|0\rangle$ und $|1\rangle$ die beiden Basiszustände darstellen. Eine Anschauung des Qubit-Zustands liefert die Bloch-Kugel, die in Abbildung 2.1 dargestellt ist. Jeder mögliche Zustand des Systems entspricht einem Punkt auf der Oberfläche der Bloch-Kugel. Die Zustände in Richtung der Koordinatenachsen der Bloch-Kugel sind gegeben durch

$$|\Psi_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + i|1\rangle), \quad |\Psi_y\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) \quad \text{und} \quad |\Psi_z\rangle = |0\rangle, \quad (2.2)$$

bzw. durch die Spinoren

$$|\Psi_x\rangle \hat{=} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad |\Psi_y\rangle \hat{=} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad |\Psi_z\rangle \hat{=} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wird hauptsächlich die Darstellung als Bloch-Vektor verwendet. Der Bloch-Vektor beschreibt die Erwartungswerte bei einer Messung in die x-, y- und z-Richtung. Er ist gegeben durch

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} \langle \sigma_x \rangle \\ \langle \sigma_y \rangle \\ \langle \sigma_z \rangle \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

wobei σ_x , σ_y und σ_z die Komponenten des Pauli-Spinoperators bezeichnen. Werden die oben angeführten Zustände als Bloch-Vektor ausgedrückt, so ergibt sich

$$|\Psi_x\rangle \hat{=} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\Psi_y\rangle \hat{=} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad |\Psi_z\rangle \hat{=} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

2. Quanten-Informationsverarbeitung

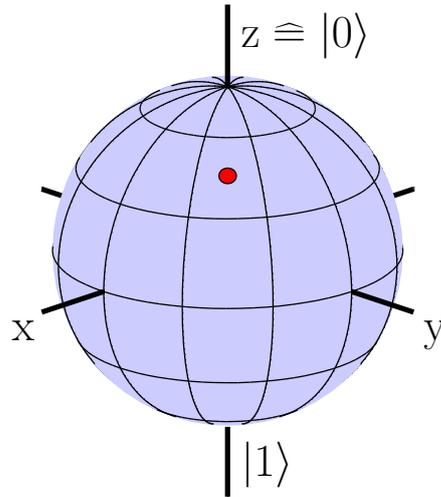


Abbildung 2.1.:

Graphische Darstellung der Bloch-Kugel. Ein reiner Zustand eines Qubits lässt sich als Punkt auf der Oberfläche der Bloch-Kugel darstellen. Gemischte Zustände liegen im Inneren der Kugel. Ein reiner Zustand kann durch zwei reelle Zahlen θ , ϕ eindeutig beschrieben werden, dabei bezeichnet θ den Breitengrad, gezählt vom Punkt $|0\rangle$ aus und ϕ den Längengrad, gezählt im Uhrzeigersinn ausgehend von der y-Achse. In dieser Schreibweise gilt $|0\rangle = |0, 0\rangle$ und $|1\rangle = |\pi, 0\rangle$. Als weiteres Beispiel ist der Zustand $|\pi/4, \pi/4\rangle$ durch einen Kreis auf der Bloch-Kugel markiert.

Die Darstellung als Bloch-Vektor bietet den Vorteil, dass sich auf diese Weise sehr einfach nicht nur reine, sondern auch gemischte Zustände beschreiben lassen. Bei einem gemischten Zustand treten die quantenmechanischen, reinen Zustände mit einer klassischen Wahrscheinlichkeit auf:

$$|\Psi\rangle = \sum_n c_n |\Psi_n\rangle . \quad (2.6)$$

Die Definition des Bloch-Vektors muss nicht geändert werden, um auch gemischte Zustände zu erfassen. Im Falle eines gemischten Zustands beträgt die Länge des Bloch-Vektors nicht mehr eins, sondern ist geringer. Ein solcher Zustand wird als im Inneren der Bloch-Kugel liegend dargestellt.

Wird zu einem Qubit ein weiteres hinzugefügt, so ergibt sich ein Quantensystem aus zwei Zwei-Niveau-Systemen. Der allgemeine Zustand dieses Systems ist

$$|\Psi\rangle = c_1 |0\rangle \otimes |0\rangle + c_2 |0\rangle \otimes |1\rangle + c_3 |1\rangle \otimes |0\rangle + c_4 |1\rangle \otimes |1\rangle , \quad (2.7)$$

wobei c_1, \dots, c_4 komplexe Zahlen sind, die bis auf die Normierung des Zustands frei gewählt werden können. Offensichtlich lassen sich die beiden Systeme nicht mehr einzeln

2.2. Schätzung von Quantenzuständen

betrachten, da für den oben angegebenen Zustand eine Darstellung als Produkt der Einzelzustände $|a_1\rangle$ und $|a_2\rangle$ der Qubits

$$|\Psi\rangle = |a_1\rangle \otimes |a_2\rangle \quad (2.8)$$

im Allgemeinen nicht möglich ist. Ist ein gemeinsamer Zustand mehrerer Quantensysteme nicht als Produkt der Einzelzustände darstellbar, wird er „verschränkt“ genannt.

Aufgrund der Verschränkung der Qubits wird der Zustand eines Registers aus z. B. acht Qubits durch $2 \cdot 2^8 - 1 = 511$ reelle Parameter beschrieben. Im Gegensatz dazu kann ein acht Bit breites Register eines herkömmlichen Rechners insgesamt nur $2^8 = 256$ verschiedene Zustände kodieren, also nicht einmal *eine* reelle Zahl. Dies ist der Grund, weshalb ein Quantenrechner Probleme schneller lösen kann als sein konventionelles Gegenstück. Allerdings ist es nicht möglich, einen konventionellen Algorithmus ohne grundlegende Änderungen auf einem Quantenrechner einzusetzen, denn das Auslesen eines Qubits ist nicht so einfach wie das Auslesen eines konventionellen Bits.

2.2. Schätzung von Quantenzuständen

Während der Zustand eines konventionellen Bits jederzeit zweifelsfrei festgestellt werden kann, ist dies bei einem Qubit nicht der Fall. Wie bei jedem quantenmechanischen System liefert eine Messung an dem System nicht die vollständige Information über seinen Zustand, vielmehr verändert sie den Zustand sogar. Denn bei der Messung findet eine Projektion des Qubit-Zustands in die verwendete Messbasis statt. Um die vollständige Information über den Zustand eines Quantensystems zu erhalten, werden unendlich viele identisch präparierte Quantensysteme benötigt. Praktisch steht aber nur eine endliche Anzahl von Quantensystemen zur Verfügung. Also ergibt sich die Frage, wie die Messungen gestaltet werden müssen, damit aus einer gegebenen Anzahl N identisch präparierter Systeme die größtmögliche Information über ihren Zustand gewonnen wird.

In Peres und Wootters (1991) wird diese Frage für den Fall $N = 2$ und Zwei-Niveau-Systeme ohne nichtlokale Korrelationen diskutiert. Die Autoren vermuten, dass ein optimaler Informationsgewinn bei einer Messung der beiden Qubits in einer Basis gewonnen werden kann, deren Basisvektoren verschränkte Zustände sind. Tatsächlich wird dann von Massar und Popescu (1995) gezeigt, dass dies der Fall ist und die optimale Messung eines Quantenzustands an beiden Kopien gleichzeitig und in einer solchen verschränkten Basis auszuführen ist. Dieses Ergebnis gilt auch für größere Anzahlen N an Kopien, auch dann ist für maximalen Informationsgewinn eine Messung in einer verschränkten Basis nötig. Im speziellen Fall von N Zwei-Niveau-Systemen, Qubits, wird von Derka u. a. (1998) eine obere Grenze für die mittlere *Fidelity* der Zustandsschätzung zu

$$F_{\text{bound}} = \frac{N + 1}{N + 2} \quad (2.9)$$

2. Quanten-Informationsverarbeitung

nochmals berechnet, wobei die *Fidelity* einer Zustandsschätzung die Überlappung zwischen präpariertem und geschätztem Zustand angibt. Darüberhinaus wird gezeigt, dass *endliche* positive Operator Messungen (POVMs) für eine optimale Schätzung des Zustands ausreichend sind. Dies bedeutet, dass eine solche Schätzung im Prinzip experimentell realisierbar ist. Im weiteren wurden POVMs entwickelt, die die Bestimmung des Quantenzustands mit der minimalen Anzahl an Projektoren für bis zu $N = 5$ Kopien des Quantenzustands erlauben (Latorre u. a. 1998). Erste experimentelle Schritte in Richtung einer Messung in einer verschränkten Basis mit $N = 2$ wurden bereits unternommen (Meyer u. a. 2001).

Allerdings ist die Realisierung einer Messung in einer Basis, deren Basisvektoren verschränkte Zustände sind, experimentell wesentlich schwieriger als die Messung in einer faktorisierenden Basis, also einer Basis, deren Basisvektoren als Produkt der einzelnen Qubit-Zustände darstellbar sind. Denn bei der Messung in einer verschränkten Basis müssen alle identisch präparierten Quantensysteme zur gleichen Zeit vorliegen. Zusätzlich erfordern die verschränkten Basiszustände eine komplexe Manipulation der zu messenden Zustände, da der zur Verfügung stehende Messoperator in der Regel in einer faktorisierenden Basis misst. Es zeigt sich aber, dass eine Quantenzustandsschätzung unter Benutzung einer experimentell wesentlich einfacher zu realisierenden faktorisierenden Basis eine *Fidelity* nahe der oberen Schranke für die Zustandsschätzung mit verschränkter Basis erreichen kann (Bagan u. a. 2002; Fischer u. a. 2000). Daher wird in der Praxis wohl meistens eine Messung in einer faktorisierenden Basis zum Einsatz kommen.

2.3. Quantenkanäle

Der Begriff des Quantenkanals beschreibt die Dynamik eines Quantensystems, die zwischen der Präparation des Zustands durch den Sender und seiner Entgegennahme durch den Empfänger stattfindet. Der Begriff stammt aus dem Kontext der Quantenkommunikation. In Abbildung 2.2 ist der Vorgang schematisch dargestellt.

Anhand von klassischer Information wird vom Sender ein Quantenzustand präpariert, der durch den Bloch-Vektor \vec{s} beschrieben wird. Der Zustand wird durch den Quantenkanal zum Empfänger geschickt. Dabei verändert der Quantenkanal den übertragenen Zustand so, dass der Empfänger anstatt des Zustands \vec{s} den Zustand \vec{s}' erhält. Die Art der Einwirkung des Quantenkanals auf das Qubit ist dabei nur im Mittel bekannt, nicht im Einzelfall. Dies ist realistisch, da z. B. die Zerfallsrate eines Systems bekannt sein kann, aber nicht, ob im Einzelfall tatsächlich ein Zerfall stattgefunden hat. Ein anderes Beispiel ist die Transmission eines polarisierten Photons durch einen Lichtleiter. Die Doppelbrechung des Lichtleiters wird durch mechanische Belastung, z. B. akustische Schwingungen, modifiziert und ist zeitlich variabel. Bekannt ist nun zwar die mittlere Depolarisation, die durch die schwankende Doppelbrechung hervorgerufen wird, nicht aber

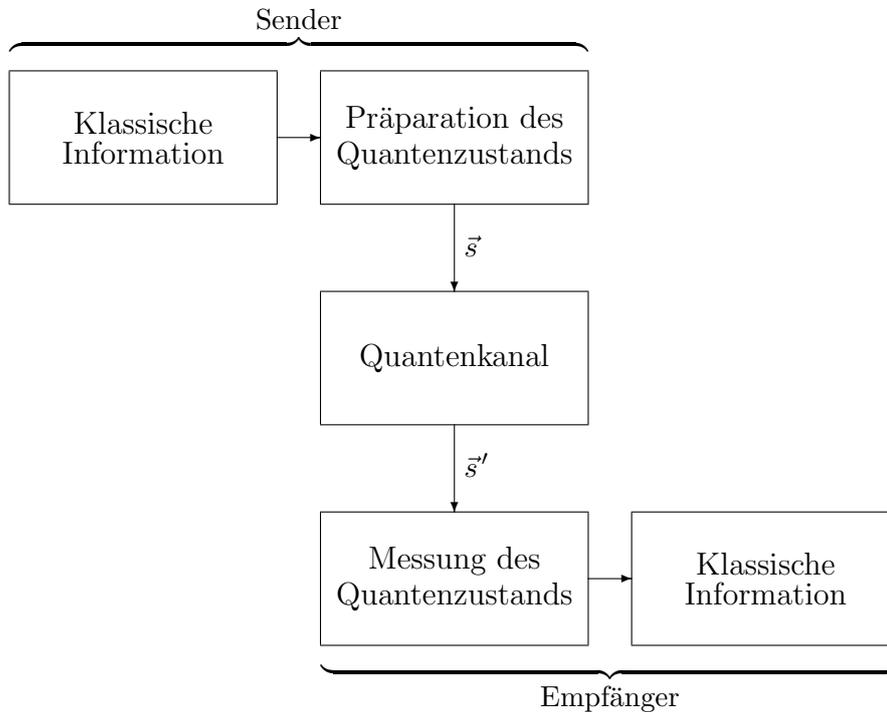


Abbildung 2.2.: Schematische Darstellung eines Quantenkanals.

die Modifikation der Polarisation zu jedem Augenblick. Daher beschreibt der Quantenkanal die *mittlere* Dynamik des Quantensystems. Diese Mittelung findet über klassische Freiheitsgrade statt, da im Prinzip nichts dagegen spricht, die Doppelbrechung einer Faser ständig zu messen. Allerdings wird eine solche Messung nicht durchgeführt und daher ist die Doppelbrechung unbekannt.

Der Formalismus des Quantenkanals lässt sich nicht nur auf die Quantenkommunikation anwenden. Auch ein Quanten-Speicher lässt sich so beschreiben. Dieser soll ein Qubit für eine gewisse Zeit speichern. Nach dieser Zeit soll das Qubit möglichst unverändert für weitere Operationen zur Verfügung stehen. Bei jeder experimentellen Realisierung wird das Qubit aber gewissen Störungen unterliegen, die seinen Zustand verändern. Diese Störungen sind im Allgemeinen ebenfalls nur im Mittel bekannt, aber nicht für jede einzelne Realisierung.

An den Beispielen ist zu erkennen, dass es in der Regel um unerwünschte Einflüsse auf das Qubit geht. Eine funktionierende Anwendung der Quanten-Informationsverarbeitung muss gegenüber solchen störenden Einflüssen robust sein. Die Quantenfehlerkorrektur (Shor 1995b; Steane 1996) liefert eine Möglichkeit, den Einfluss von Störungen

2. Quanten-Informationsverarbeitung

zu vermindern. Je mehr über die Art der Störungen bekannt ist, desto effektiver kann die Quantenfehlerkorrektur zum Einsatz kommen. Die Art der Störungen wird durch die Parameter des Quantenkanals beschrieben.

In dieser Arbeit werden Quantenkanäle experimentell realisiert und anhand ihrer Parameter charakterisiert. Durch unterschiedliche Störeinflüsse auf das Qubit lassen sich verschiedene Klassen von Quantenkanälen darstellen. Eine Anwendung eines solchen „Simulators“ für Quantenkanäle ist der experimentelle Test von Quantenalgorithmen zur Fehlerkorrektur.

3. Aufbau des Experiments

3.1. Paul-Falle

Die Experimente werden an einem einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion vorgenommen, das in einer elektrodynamischen Ionenfalle nach Paul u. a. (1958) gespeichert ist. Der Aufbau der Paul-Falle ist in Abbildung 3.1 skizziert (Enders 1993). Die Elektroden bestehen aus Molybdändraht mit einem Durchmesser von 0,3 mm. Die Kappenelektroden besitzen einen Abstand von 1,4 mm und liegen auf Massepotential. Die HF-Elektrode bildet einen Ring mit einem Innendurchmesser von 2 mm. An ihr liegt eine Wechselspannung mit einer Frequenz von ca. 9,5 MHz und einer effektiven Spannung von ungefähr 700 V an (Enders 1993).

Zur Erzeugung der Wechselspannung für die HF-Elektrode dient ein analoger Sinusoszillator (Hameg HM 8032 20 MHz Sine Wave Generator), der einen HF-Leistungsverstärker (Kalmus Model 110C Wideband RF Amplifier, 10 W) speist. Dieser regt einen Helixresonator (Macalpine und Schildknecht 1959) mit einer Güte von ungefähr 240 an, der direkt auf dem Vakuumrezipienten der Paul-Falle montiert ist. Der Helixresonator ist ein Hochfrequenz-Schwingkreis mit verteilter Induktivität und Kapazität, der eine Impedanzanpassung des 50 Ω -Ausgangs des HF-Verstärkers an die hauptsächlich kapazitative Last der Fallenelektroden vornimmt. Durch seine hohe Güte geschieht dies nahezu verlustlos. Auf diese Weise lässt sich die hohe Wechselspannung an der HF-Elektrode mit einer HF-Leistung von wenigen Watt erzeugen. Eine Vakuumdurchführung leitet die Wechselspannung vom Helixresonator an die HF-Elektrode.

Das durch die Fallenelektroden erzeugte Quadrupolfeld erlaubt es, ein einzelnes Ytterbium-Ion über mehrere Tage hinweg im Inneren der Falle festzuhalten. Die Mitte der Falle ist feld- und damit kraftfrei. Daher wird das Ion durch das Wechselfeld nicht mehr beeinflusst, sobald es sich in der Mitte der Falle befindet. Residuale statische Felder, z. B. durch elektrostatische Aufladung von Fallenbauteilen, lenken das Ion aus der Mittenposition ab. Zur Kompensation dieses Effekts sind mehrere Korrektorelektroden um die Falle herum angebracht, an die sich definierte Gleichspannungen anlegen lassen. Dadurch lässt sich das Ion exakt in die Mitte der Falle bringen.

3. Aufbau des Experiments

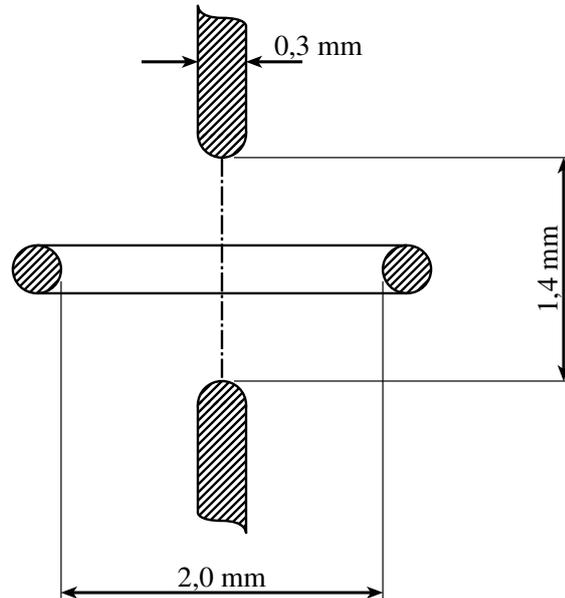


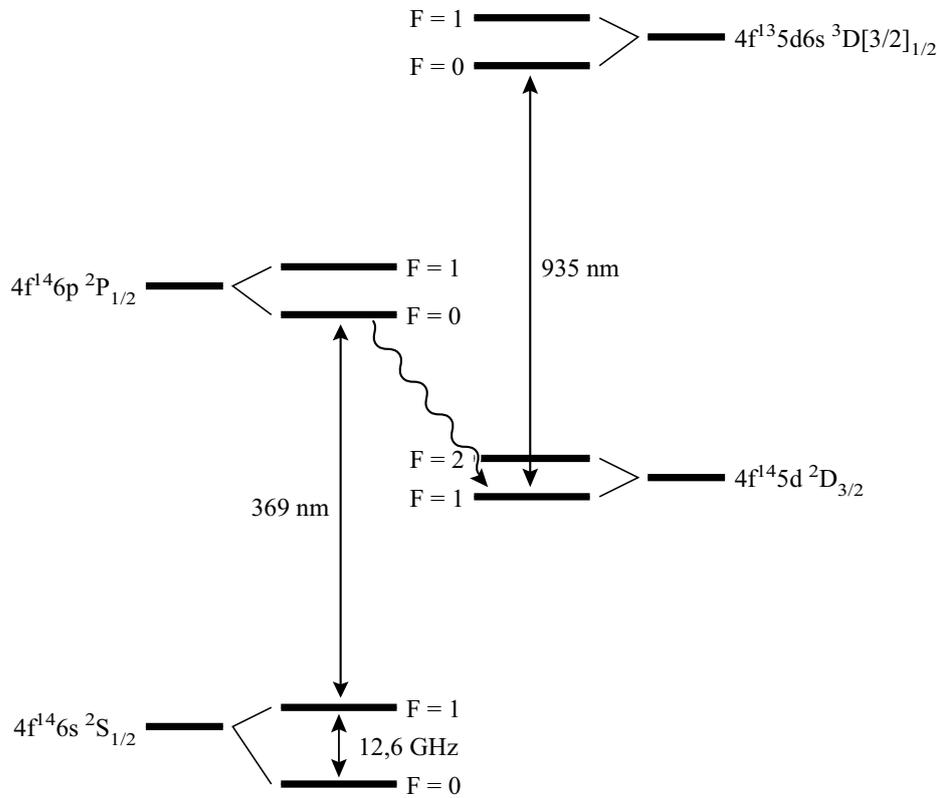
Abbildung 3.1.:

Aufbau der Paul-Ionenfalle. Maßstabgerechte Skizze. Zu sehen ist ein Schnitt durch die Fallenelektroden, die Schnittfläche ist schraffiert. In der Mitte befindet sich die Ringelektrode, an der die Fallenspannung anliegt, während oben und unten die Kapallelektroden zu erkennen sind, die auf Massepotential liegen.

3.2. Relevantes Termschema des $^{171}\text{Yb}^+$ Ions

Ytterbium, chemisches Symbol Yb, ist ein Metall der seltenen Erden und der Gruppe der Lanthaniden zugeordnet. Es ist benannt nach der Insel Ytterby in der Nähe von Stockholm, wo es 1794 erstmals gefunden wurde. Im Grundzustand besitzt es die Elektronenkonfiguration $[\text{Xe}]4f^{14}6s^2$. Die Anteile der häufigsten Isotope am natürlichen Ytterbium sind ^{174}Yb (31,9 %), ^{172}Yb (21,8 %), ^{173}Yb (16,1 %) und ^{171}Yb (14,3 %). Der Kernspin der ungeraden Isotope beträgt $5/2\hbar$ bei ^{173}Yb und $1/2\hbar$ bei ^{171}Yb . Das einfach geladene Ytterbium-Ion hat im Grundzustand $4f^{14}6s^1\ ^2S_{1/2}$ einen mit 68 Elektronen abgeschlossenen Rumpf mit Gesamtdrehimpuls und Gesamtspin Null. Das einzelne Valenzelektron in der 6s-Schale bewirkt ein alkaliähnliches Spektrum.

Für die in dieser Arbeit vorgestellten Experimenten wird das Isotop ^{171}Yb benutzt. Es besitzt in seinem Grundzustand $^2S_{1/2}$ eine Hyperfeinaufspaltung in zwei Niveaus ($F = 0, 1$). Die Übergangsfrequenz zwischen den beiden Niveaus beträgt ungefähr 12,642 GHz und liegt damit im Mikrowellenbereich. Das durch diese beiden Niveaus gebildete Zwei-Niveau-System wird in den Experimenten als Qubit verwendet.

Abbildung 3.2.: Relevantes Termschema des $^{171}\text{Yb}^+$ Ions.

Das Spektrum des einfach geladenen Ytterbium-Ions ist sowohl theoretisch als auch experimentell sehr gut untersucht (Fawcett und Wilson 1991; Meggers 1967). Abbildung 3.2 zeigt den relevanten Auszug aus dem Termschema des $^{171}\text{Yb}^+$ Ions. Der Grundzustand $^2S_{1/2}$ und die beiden Zustände $^2D_{3/2}$ und $^2P_{1/2}$ unterliegen der LS-Kopplung. Der Zustand $^3D[3/2]_{1/2}$ unterliegt der JK-Kopplung (Fawcett und Wilson 1991).

3.3. Lichtquellen

3.3.1. Laserlichtquelle 369 nm

Das benötigte Licht mit einer Wellenlänge von 369 nm wird in mehreren Schritten erzeugt. Ein kommerzieller Festkörperlaser (Coherent Verdi V10) dient zur Anregung eines ebenfalls kommerziellen Ti:Sa-Laser (Microlase MBR-110). Dessen Licht der Wellenlänge 738 nm wird in einer Anordnung zur Frequenzverdoppelung auf eine Wellenlänge von 369 nm umgesetzt.

3. Aufbau des Experiments

Ti:Sa-Laser 738 nm

Der Ti:Sa-Laser wird von einem Festkörperlaser mit einer maximalen Leistung von 10 W bei einer Wellenlänge von 532 nm angeregt. Während der Experimente wird nur eine Leistung von 5 bis 8 W benutzt, um die Verschmutzung der Laserspiegel nicht unnötig zu beschleunigen und die Lebensdauer der Pumpdioden zu verlängern. Obwohl es sich um kommerzielle Lasersysteme handelt, waren einige Modifikationen nötig, um einen störungsfreien Laserbetrieb zu gewährleisten.

Der Pumplaser (Verdi V10) besteht aus zwei Einheiten. Der Laserkopf wird auf dem optischen Tisch platziert und gibt die Laserstrahlung ab. Das Netzteil enthält die Elektronik und die Pumpdioden und findet unter dem optischen Tisch Platz. In beiden Einheiten entsteht Abwärmeleistung im Umfang von insgesamt ca. 1 kW, die über eine Umlauf-Wasserkühlung abgeführt wird. Beim Laserkopf geschieht dies über eine Kühlplatte aus Aluminium, die unterhalb des Laserkopfs angebracht wird. Ein Problem ergibt sich dadurch, dass diese Kühlplatte nach Ansicht des Herstellers auf dem optischen Tisch platziert werden sollte. Da die Temperatur der Platte im Betrieb aber ca. 28°C beträgt, wird so der optische Tisch erwärmt. Aufgrund seiner Größe dauert es über einen Tag, bis sich ein Gleichgewichtszustand einstellt. Dies führt zu einer ständigen Temperaturdrift der auf dem optischen Tisch montierten Elemente und erfordert ständige Nachjustage. Daher wurde die Kühlplatte auf einer 2 cm dicken PVC-Platte befestigt, um sie gegenüber dem optischen Tisch thermisch zu isolieren.

Eine weitere Unzulänglichkeit im Kühlkonzept des Lasers besteht in der Zu- und Abführung des Kühlwassers zur Kühlplatte durch Anschlußstücke mit einem freien Durchmesser von nur 1 mm. Durch die Kombination verschiedener Metalle im Kühlwasserkreislauf (Kupfer, Aluminium, Messing, u. a.) bilden sich im Kühlwasser kleine Oxidpartikel, die die Anschlußstücke zur Kühlplatte verschließen. Nachdem auch mehrfache Reinigung der Kühlplatte keinen nachhaltigen Erfolg zeigte, wurden die Anschlußstücke durch solche mit einem Innendurchmesser von ca. 4 mm ersetzt, wonach dieses Problem nicht wieder auftrat. Eine bessere Lösung wäre, auf die Verwendung verschiedener Metalle im Kühlkreislauf zu verzichten. Da aber die jeweiligen Kühlelemente integraler Bestandteil der Laser und des Kühlers sind, ist dies nicht einfach möglich.

Resonante Frequenzverdoppelung

Die benötigte Lichtwellenlänge von 369 nm wird durch resonante Frequenzverdoppelung aus dem Licht des Ti:Sa-Lasers mit einer Wellenlänge von 738 nm erzeugt. Dazu wird ein X-förmiger Ringresonator benutzt, dessen Aufbau in Abbildung 3.3 schematisch dargestellt ist.

Das Licht mit einer Wellenlänge von 738 nm, dessen Frequenz verdoppelt werden soll, gelangt durch den Spiegel M_1 in den Ringresonator. Die beiden Spiegel M_3 und M_4 besitzen einen Krümmungsradius von 100 mm und fokussieren das Licht im Kristall auf

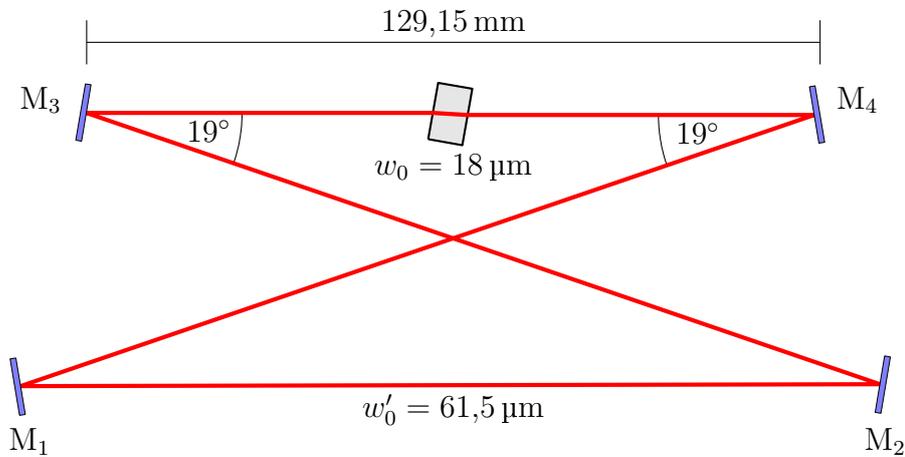


Abbildung 3.3.:

Schematische Darstellung des Resonators zur Frequenzverdoppelung auf eine Wellenlänge von 369 nm. Licht der Wellenlänge 738 nm gelangt durch den Spiegel M_1 in den Resonator. Die beiden Spiegel M_3 und M_4 sind gekrümmt ($r = 100$ mm), sodass sich im Kristall eine Strahltaille bildet. Die zweite Strahltaille befindet sich zwischen den Spiegel M_1 und M_2 . Durch den Spiegel M_4 verlässt das entstehende Licht mit einer Wellenlänge von 369 nm den Resonator. Der gesamte optische Weg im Resonator beträgt 440 mm + $129,15$ mm = $569,15$ mm. Spiegel M_2 ist auf einem Piezoelement befestigt und dient als Stellelement einer Regelung, die den Verdoppelungsresonator in Resonanz mit der einfallenden Strahlung der Wellenlänge 738 nm hält.

einen Strahlradius von 18 μm . Das entstehende Licht mit einer Wellenlänge von 369 nm verlässt den Resonator durch den Spiegel M_4 , der für diese Wellenlänge transparent ist.

Der Verdoppelungskristall besteht aus Lithium-Jodat (LiIO_3) und besitzt eine Dicke von 6 mm. Er befindet sich in einem hermetisch geschlossenen Gehäuse. Das Gehäuse beschränkt durch seine Größe den möglichen Strahlengang. Es stellt sich heraus, dass die beste Funktion des Verdoppelungsresonators bei einem Winkel des Kristalls zum Strahl von 10° erzielt wird.

Der Faltungswinkel des Verdoppelungsresonators beträgt 19° . Der Spiegel M_2 ist auf einen Piezokristall montiert. Er dient als Stellgröße für eine Regelung nach Hänsch und Couillaud (1980), die die Umlauflänge des Verdoppelungsresonators so regelt, dass die Resonanzbedingung für das einfallende Licht der Wellenlänge 738 nm erfüllt ist. Bei einer Eingangsleistung von 850 mW lässt sich eine Ausgangsleistung von 20 mW erreichen. Da für das Experiment schon eine Leistung von 2 mW mehr als ausreichend ist, hatte eine Erhöhung der geringen Verdoppelungseffizienz von maximal 2,3 % keine Priorität.

3. Aufbau des Experiments

Strahlengang zur Paul-Falle

Zum schnellen Schalten des Lichts ist hinter dem Verdoppelungsresonator ein akustooptischer Modulator (AOM) im Strahlengang angeordnet. Dieser wird von einem RF-Generator (A.A 80 MHz) und einem RF-Endverstärker (MiniCircuits ZHL-1-2W) mit einer Festfrequenz von 80 MHz angesteuert. Für die Experimente ist es notwendig, dass durch den AOM eine hohe Schaltdynamik erzielt wird. Dazu ist neben einer sorgfältigen Justage des AOMs eine ausreichende Unterdrückung der RF-Leistung erforderlich. Durch Kombination des vorhandenen Abschwächers im AOM Treiber (Unterdrückung 56 dB) mit einem RF-Schalter hoher Unterdrückung (EMC P/N 6012235001, 64 dB) konnte eine elektronische Unterdrückung von größer als 78 dB (Empfindlichkeitsgrenze des benutzten Messgeräts (HP 8558B Spektrumanalysator)), vermutlich sogar größer als 120 dB (nach Spezifikationen) erzielt werden.

Das Licht der Wellenlänge 369 nm wird durch eine achromatische Linse mit einer Brennweite von $f = 200$ mm auf das Ion fokussiert. Der Strahlradius am Ort der Linse beträgt 1 bis 2 mm. Die Bestimmung des Strahlradius ist nicht exakter, weil kein Messgerät zur Vermessung des Laserstrahls zur Verfügung stand und daher die Bestimmung des Strahlradius nach Augenmaß erfolgte. Für das Auge ist Licht mit einer Wellenlänge von 369 nm nicht sichtbar. In weißem Schreibpapier (und vielen anderen alltäglichen Materialien) sind Fluoreszenzfarbstoffe enthalten, die Licht im UV-Bereich in sichtbares Licht umsetzen. Auf diese Weise wird der Eindruck eines „strahlenden“ Weiß erzeugt. Wird daher ein Blatt weißes Papier in den Laserstrahl gehalten, ist die erzeugte Fluoreszenz im sichtbaren Bereich mit dem Auge wahrzunehmen. Anhand dieser Fluoreszenz wurde der Strahlradius abgeschätzt. Der Strahlradius w am Ort des Ions lässt sich mit Hilfe der Wellenlänge λ_0 des Lichts, der Brennweite f der Linse und dem Strahlradius w_0 am Ort der Linse abschätzen (Silfvast 1996)

$$w = \frac{\lambda_0 f}{\pi w_0} = \frac{369 \text{ nm} \cdot 200 \text{ mm}}{\pi \cdot 1-2 \text{ mm}} = 12-24 \mu\text{m} . \quad (3.1)$$

Unmittelbar vor der Linse, die das Licht auf das Ion fokussiert, beträgt die Intensität ungefähr $5 \mu\text{W}$. Nach der Linse trifft das Licht durch ein Vakuum-Fenster auf das Ion in der Fallenapparatur. Auf der anderen Seite der Apparatur befindet sich ein weiteres Vakuum-Fenster, durch das das Licht die Apparatur wieder verlässt. Eine Messung an dieser Stelle ergab, dass nur ungefähr $1/3$ des in die Fallenapparatur eingestrahlt Lichtes diese auch wieder verlässt. Daher wird davon ausgegangen, dass die Leistung des Laserstrahls am Ort des Ions zwischen $1,7 \mu\text{W}$ und $5 \mu\text{W}$ beträgt. Die Leistungsdichte am Ort des Ions ist dann

$$P_{369 \text{ nm}} = \frac{1,7-5 \mu\text{W}}{(2 \cdot 12-24 \mu\text{m})^2} \approx 0,7-9 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2 . \quad (3.2)$$

3.3.2. Laserlichtquelle 935 nm

Bei der verwendeten Laserlichtquelle mit einer Wellenlänge von 935 nm handelt es sich um einen gitterstabilisierten Diodenlaser im Littrow-Aufbau (Arnold u. a. 1998). Der Diodenstrom von ungefähr 22 mA wird von einem kommerziellen Laserdiodentreiber (Newport Model 510 Laser Diode Driver) bereitgestellt. Die Laserdiode ist temperaturstabilisiert auf eine Temperatur von ca. 9°C, um die geforderte Wellenlänge von 934,933 nm zu erreichen. Der Gitterwinkel lässt sich durch ein Piezoelement einstellen, das als Stellelement einer Regelung dient. Das Fehlersignal wird aus dem durch einen Referenzresonator transmittierten Laserlicht gewonnen. Die Regelung erfolgt auf eine Flanke der Durchlasskurve des Referenzresonators. Die Resonatorlänge lässt sich durch ein eingebautes Piezoelement variieren und dadurch der Laser verstimmen.

Der Laser stellt vor der Paul-Falle eine Leistung von 0,7 mW zur Verfügung. Das Licht mit der Wellenlänge 935 nm wird mit Hilfe eines Prismas dem Licht der Wellenlänge 369 nm unmittelbar vor der achromatischen Linse ($f = 200$ mm) überlagert, die das Licht in die Paul-Falle fokussiert. Der Strahldurchmesser des Laserlichts der Wellenlänge 935 nm beträgt an der Stelle dieser Linse ungefähr 5 mm. Das Strahlprofil des Lasers ist nicht gaußförmig. Daher kann nicht davon ausgegangen werden, dass sich ein sauberer Fokus am Ort des Ions bildet. Um eine Abschätzung der Leistungsdichte am Ort des Ions zu erhalten wird daher von einem Strahlradius von 0,5 mm ausgegangen, was ungefähr der Größe der „Körnigkeit“ des Strahlprofils entspricht. Der Strahlradius im Fokus beträgt dann

$$w = \frac{\lambda_0 f}{\pi w_0} = \frac{935 \text{ nm} \cdot 200 \text{ mm}}{\pi \cdot 0,5 \text{ mm}} = 120 \mu\text{m} . \quad (3.3)$$

Daraus lässt sich die Leistungsdichte am Ort des Ions zu

$$P_{935 \text{ nm}} \approx \frac{0,7 \text{ mW}}{(2 \cdot 120 \mu\text{m})^2} \approx 10^4 \text{ W/m}^2 \quad (3.4)$$

abschätzen.

Durch die Temperatur der Laserdiode von nur 9°C stellt sich das Problem der Kondensation von Luftfeuchte an der Laserdiode. Das ist vor allem deswegen gravierend, weil die Klimaanlage im Labor lediglich die Temperatur konstant hält, nicht aber die Luftfeuchte. Daher kann diese an schwülen Tagen im Sommer nahezu 100 % erreichen. Diese hohe Luftfeuchte führt zu sofortiger Kondensation an Teilen, deren Temperatur unter der Labortemperatur liegt. Im Aufbau des Diodenlasers wurde dadurch mehrfach das Piezoelement zur Gitteransteuerung durch Spannungsüberschläge zerstört. Um Kondenswasserbildung zu verhindern, wird nun das Laserdiodengehäuse mit trockener Luft gespült, indem Umgebungsluft mit einer Aquariumspumpe (Tetratec AP100) durch ein Trockenmittel (Kieselgel) ins Lasergehäuse gepumpt wird.

3. Aufbau des Experiments

3.4. Mikrowellengenerator 12,6 GHz

Die Anforderungen an das Mikrowellensignal sind Driftarmut, hohe spektrale Reinheit und hohe spektrale Auflösung. Da zum Zeitpunkt des Aufbaus dieses Teils des Experiments im Jahre 1986 die Anforderungen durch kommerzielle Geräte nicht zu erfüllen waren, kommt ein Nachbau einer an der PTB in Braunschweig entwickelten Mikrowellenanlage zum Einsatz. Diese Anlage besteht aus den Baugruppen Frequenzerzeugung, Schaltstufe und Leistungsverstärker. Abbildung 3.4 zeigt schematisch den Aufbau der Mikrowellenanlage im Detail.

Die Frequenzerzeugung geht von einem temperaturstabilisierten Referenzquarz mit einer Frequenz von 5 MHz und einer Stabilität von $\sigma = 5 \cdot 10^{13} \sqrt{\tau/s}$ ($0,1 < \tau < 30$ s) aus (Huesmann 1999). Diese Frequenz wird durch mehrere Transistor-Vervielfacherstufen auf 100 MHz und weiter durch einen Kammgenerator (HP 33002B Step-Recovery-Diode) mit anschließendem Filter auf exakt 12,6 GHz umgesetzt. Ein von einer phasenstarr an den Referenzquarz angebundener Frequenzdekade (Schomandl MG520M) mit einer Auflösung von 0,1 Hz erzeugtes Signal wird mit dem 12,6 GHz-Signal gemischt, sodass ein Mikrowellensignal bei der Summenfrequenz erzeugt wird. An dieses Signal wird ein MW-Oszillator (Gunnoszillator Plessey GDVO14) durch eine *Phase-Locked-Loop* phasenstarr gekoppelt. Das Signal des MW-Oszillators wird für das Experiment verwendet.

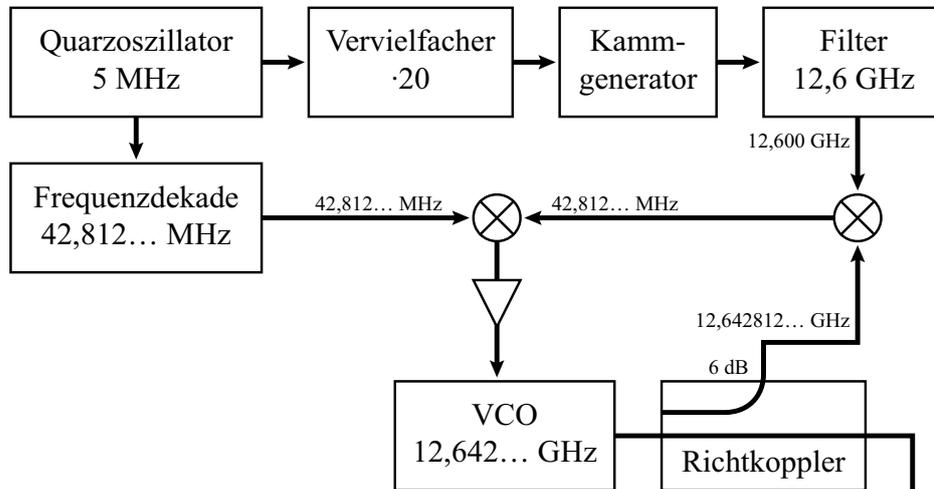
Die Mikrowellenanlage stellt dem Experiment zwei verschiedene Leistungspegel zur Verfügung. Dazu wird das Signal auf zwei Zweige aufgeteilt. Der erste Zweig enthält einen MW-Verstärker (Miteq AMF-3B-125127-20P, Verstärkung min. 20 dB) und einen Schalter (narda SPST Switch S213D). Er dient dazu, eine möglichst hohe Leistung zur Verfügung zu stellen. In dieser Betriebsart wird der MW-Endverstärker in Sättigung betrieben, daher die relativ hohe Verstärkung an dieser Stelle. Der andere Zweig enthält lediglich einen variablen Abschwächer und stellt eine mittlere Leistung bereit. Ein zweiter MW-Schalter befindet sich erst hinter der Zusammenführung beider Zweige. Dies hat den Vorteil, dass für das Signal hoher Leistung die Unterdrückung zweier Schalter in Reihe wirksam wird. Dadurch wird die Schaltdynamik maximiert. Ein MW-Kabel (Axowave 8G) leitet das Signal von der Experimentsteuerung zur Paul-Falle auf dem optischen Tisch.

Unmittelbar vor der Hornantenne (GHz Microwave M-383), die das MW-Signal in den Vakuumrezipienten der Paul-Falle auf dem optischen Tisch sendet, befindet sich eine MW-Leistungsendstufe (Miteq AMF-5B-80124-30P, Seriennummer 239438) mit einer Leistung von 0,5 W und einer nominellen Verstärkung von 30 dB.

3.5. Steuerung des Experiments

Die Steuerung des Experiments spielt eine zentrale Rolle bei der Durchführung der Experimente, da für die quantenlogischen Operationen komplexe experimentelle Abfolgen

Frequenzerzeugung



Leistungseinstellung

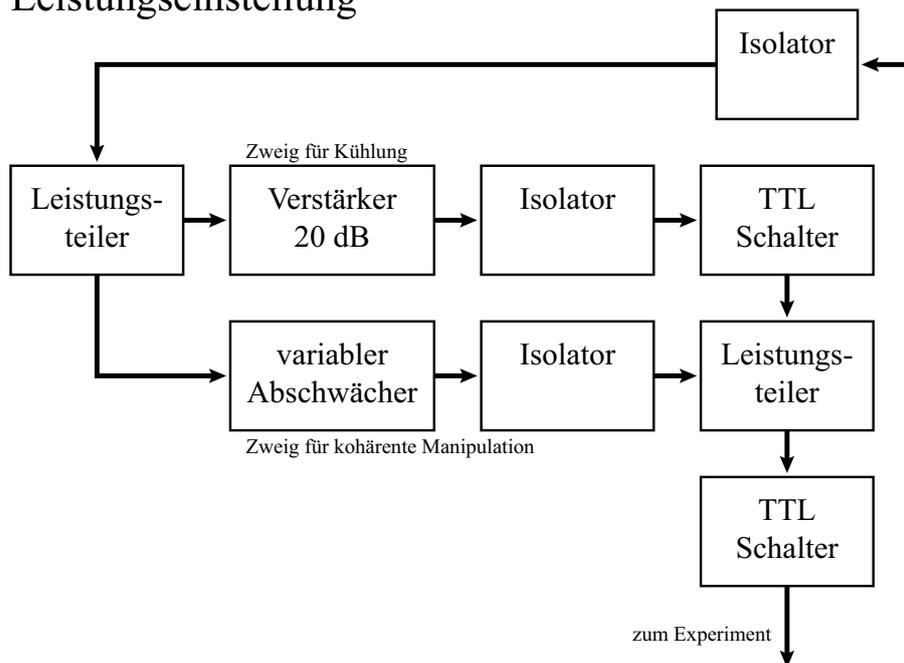


Abbildung 3.4.:

Aufbau der Mikrowellenanlage. In der oberen Hälfte sind die Baugruppen zur Frequenzerzeugung zu sehen, während die untere Hälfte die Leistungseinstellung zeigt. Der Leistungsverstärker befindet sich auf dem optischen Tisch und ist hier nicht dargestellt.

3. Aufbau des Experiments

realisiert werden müssen. Die Auswertung der gesammelten Daten soll in Echtzeit oder zumindestens direkt im Anschluß an einen Messlauf durchführbar sein, um jederzeit Kontrolle über die Qualität der aufgenommenen Daten zu haben. Diese Anforderung ist nur durch eine Kombination geeigneter Soft- und Hardware zu erreichen.

Rechner

Auf einem handelsüblichen Rechnersystem (Dell Dimension XPS D266) kommen die Programme LabView 4 und Matlab 5 unter dem Betriebssystem Windows NT 4.0 zur Experimentsteuerung und Datenaufnahme bzw. Datenauswertung zum Einsatz. Dabei wird eine vereinfachte Datenauswertung in Echtzeit direkt in LabView implementiert, während die detaillierte Datenanalyse im Anschluß an den Messlauf mit Matlab durchgeführt wird.

DSP-System

Das Experiment erfordert die Steuerung der einzelnen Komponenten mit einer Zeitauflösung und -genauigkeit im sub- μ s Bereich, was mit einem Windows-basierten Rechnersystem nicht zu erreichen ist. Deshalb kommt das ADwin-Pro-System der Firma Keithley zum Einsatz, ein auf einem digitalen Signalprozessor (DSP) basierendes System zur Echtzeitsteuerung. Die verwendete Version ist mit dem Prozessormodul (CPU-T9, ADSP 21062 Prozessor) ausgestattet. Zur Ein- und Ausgabe stehen Module mit 32 digitalen Kanäle (DIO 32), acht langsamen analogen Eingängen mit 12 Bit Auflösung (AIN8/12), vier schnellen analogen Eingängen mit ebenfalls 12 Bit Auflösung (AIN F4/12), vier analogen Ausgängen mit 16 Bit Auflösung (AOUT4/16) und acht Zählern mit 32 Bit Tiefe (CNT-8/32) zur Verfügung. Von diesen werden für die vorgestellten Experimente die Folgenden benutzt:

- 2 Bit des digitalen Ein- und Ausgabemoduls für die Steuerung der Leistung der Mikrowelle. Die Schalter in der Leistungseinstellung der Mikrowellenanlage werden direkt durch TTL-Pegel angesteuert.
- 1 Bit des digitalen Ein- und Ausgabemoduls und ein analoger Ausgang zur Steuerung der Leistung der HF-Leistung des akusto-optischen Modulators im Lasersystem für die Wellenlänge 369 nm. Der digitale Ausgang steuert den RF-Schalter hoher Unterdrückung an, während das analoge Signal den Eingang zur Amplitudenmodulation des RF-Generators steuert. Da dieser Eingang eine Impedanz von $50\ \Omega$ besitzt, kann das Ausgangssignal des ADwin-Systems nicht direkt verwendet werden. Es wird durch einen $50\ \Omega$ -Treiber gepuffert, der in Abschnitt A.3 beschrieben wird.
- 1 Zähler zur Registrierung der Photonenereignisse. Der Photonen-zähler (Stanford Research SR400) gibt das Ausgangssignal seines Diskriminators in Form von

NIM-Pulsen weiter. Diese werden von einem NIM-TTL-Wandler in TTL-Pulse umgesetzt, die von dem Zählermodul verarbeitet werden können. Der NIM-TTL-Wandler wird in Abschnitt A.2 beschrieben.

- 1 Bit des digitalen Ein- und Ausgabemoduls zum Schalten des verdrahteten Magnetfelds für den phasendämpfenden Quantenkanal mit Hilfe eines elektronischen Schalters für analoge Signale (MAX322 1994).

Das ADwin-System wird von LabView aus mit Programmen und Daten geladen und führt diese dann autark aus. Es ist *multitasking*-fähig und kann während des Programmablaufs die Kommunikation mit dem PC und LabView aufrecht erhalten. Im Experiment wird diese Fähigkeit benutzt, um die Anzahl der registrierten Photonenergebnisse noch während des Messlaufs mit LabView auszuwerten. Kernstück der auf dem DSP laufenden Software ist der Sequenzer, der im Folgenden näher beschrieben wird.

Sequenzer

Im Prinzip wäre es möglich, für jede im Experiment anfallende Abfolge von Messungen ein einzelnes Programm zu schreiben und mit einem entsprechenden Parametersatz auf dem DSP-System ablaufen zu lassen. Allerdings wäre dies kein ökonomischer Ansatz. Denn die Programmierung des ADwin-Systems ist sehr umständlich und zeitaufwändig, was die folgenden Punkte illustrieren:

- Das ADwin-System verwendet eine eigene Programmiersprache namens ADBasic, die nur eingeschränkte Möglichkeiten bietet und nicht alle Konstrukte einer modernen Programmiersprache kennt (z. B. Zeiger, (lokale) Felder, Strukturen)
- Der ADBasic-Übersetzer ist noch nicht vollständig ausgereift und erzeugt u. U. falschen Code. Einen *Debugger* gibt es nicht.
- Die Ausrichtung des ADwin liegt auf *Echtzeit-Regelung*, nicht *-Steuerung*. Das bedeutet u. a., dass alle Vorgänge in einem festen Zeitraster ablaufen. Dieses Raster kann nicht beliebig fein gewählt werden.
- Die oben erwähnte sub- μ s Geschwindigkeit wird nur mit sehr einfachen Programmen erreicht (z. B. einfacher Proportionalregler). Komplexere Berechnungen benötigen mehr Rechenzeit und sind deutlich langsamer.
- Die Pulsfolgen, die erzeugt werden sollen, sind z. T. sehr komplex und es ist selbst mit einem Speicheroszilloskop umständlich und zeitaufwändig, die richtige Umsetzung der Pulsfolge zu überprüfen.

Dies führt zu einem hohen Aufwand beim Erstellen und Testen der Programme, die auf dem ADwin-System ablaufen sollen.

3. Aufbau des Experiments

Daher kommt ein selbstgeschriebenes „Betriebsprogramm“ zum Einsatz, der sogenannte Sequenzer. Dieses Programm ist darauf spezialisiert, einige elementare Aktionen zeitgenau auszuführen. Die Art und Abfolge der auszuführenden Aktionen wird in einer Tabelle, der Sequenz, übergeben. Die möglichen Aktionen sind: Bitmuster auf digitalem Ausgang ausgeben, Spannung auf Digital-Analog-Ausgang ausgeben, Zähler starten, Zähler stoppen. Durch Ausnutzung z. T. undokumentierter Möglichkeiten des ADwin-Systems ist es möglich, eine *Zeitauflösung* von 25 ns zu erreichen, bei einer *Zeitgenauigkeit* von ± 25 ns und einer minimalen Pulsdauer von ungefähr 11 μ s. Parallel zum Sequenzer läuft ein zweiter, asynchroner Prozess, der die Kommunikation mit dem LabView-Programm übernimmt und erzeugte Daten praktisch in Echtzeit übergeben kann. Ein First-In-First-Out (FIFO)-Speicher verhindert Datenverlust, falls der Windows-Rechner zeitweise keine Daten annehmen kann. Der kommentierte Quelltext des Sequenzers ist in Anhang B aufgeführt.

Da nur wenige verschiedene Aktionen vom Sequenzer ausgeführt werden, ist ein ausführlicher Test auf einfache Weise möglich. Es können Test-Sequenzen erzeugt werden, die kritische Punkte (z. B. die minimale Pulsdauer) gezielt überprüfen. Für unterschiedliche Messungen kommt dasselbe Programm mit unterschiedlichen Tabellen zum Einsatz. Deshalb sind Fehler einfach zu finden und treten sofort überall auf und nicht nur bei einer speziellen, schwer zu reproduzierenden Messung. Eine Tabelle für den Sequenzer kann für einen kompletten Durchlauf z. B. einer Quantenkanalmessung durchaus mehrere Tausend Einträge enthalten, was die Komplexität der benötigten Pulsfolgen verdeutlicht.

Die Erstellung der Tabellen erfolgt unter dem Programm LabView mit dessen graphischer Benutzeroberfläche. Abbildung (3.5) zeigt ein Bildschirmfoto der Sequenz, die zur Messung eines einzelnen Datenpunktes eines Rabi-Spektrums verwendet wird. Mit den Möglichkeiten des LabView-Programms lassen sich solche Sequenzen sehr einfach kombinieren. Zusammen mit dem von LabView ermöglichten modularen Aufbau sind auch kurzfristige Änderungen ohne großen Aufwand möglich.

3.5. Steuerung des Experiments

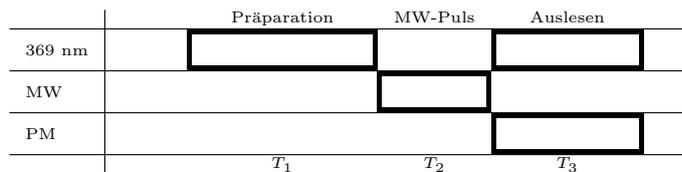
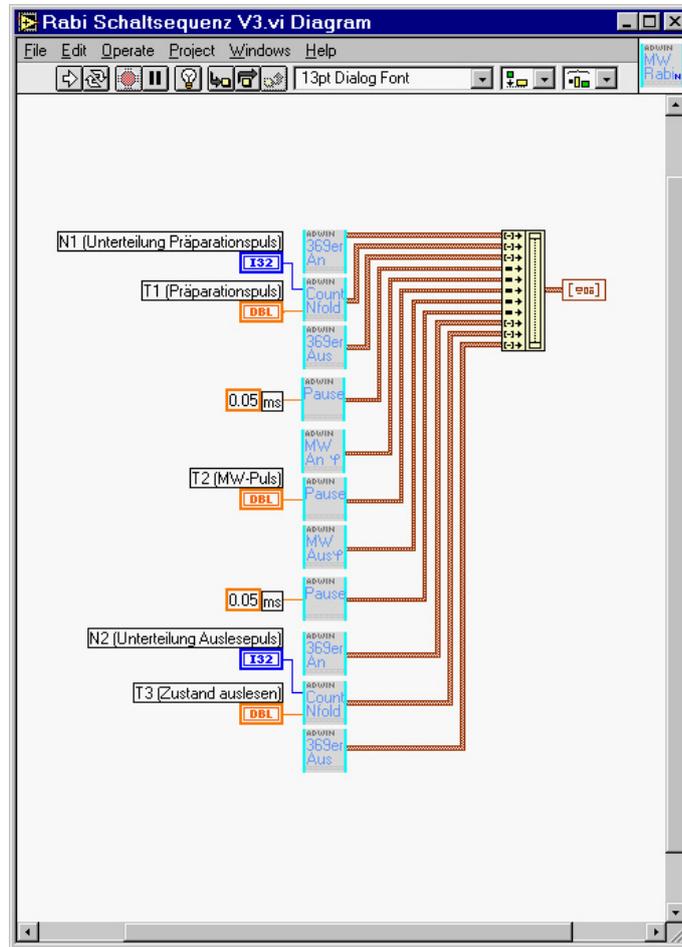


Abbildung 3.5.:

LabView-Sequenz zur Messung eines einzelnen Datenpunktes eines Rabi-Spektrums. Oben ist ein Bildschirmfoto des LabView Unterprogramms zur Erzeugung der Sequenzer-Tabelle für einen Datenpunkt eines Rabi-Spektrums gezeigt. Eine übergeordnete Ebene des LabView-Programms stellt Benutzeroberfläche, Datenspeicherung und die Variation der Parameter zur Verfügung, während jedes der mit „ADWIN“ überschriebenen Kästchen jeweils ein Unterprogramm aufruft, das die entsprechende Teiltabelle für den Sequenzer erzeugt. Die Teiltabellen werden durch das Symbol auf der rechten Seite zusammengefasst. Unten ist die so erzeugte Abfolge im Experiment gezeigt.

4. Quantenlogik mit einem einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ Ion

In den Experimenten dient ein einzelnes, in einer elektrodynamischen Ionenfalle gespeichertes $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion als Qubit. Das relevante Termschema des $^{171}\text{Yb}^+$ -Ions ist in Abbildung 3.2 auf Seite 15 wiedergegeben.

4.1. Kühlung und Fluoreszenznachweis

Durch Einstrahlen von Licht mit einer Wellenlänge von 369 nm wird der Übergang zwischen den Zuständen $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 1$) und $^2\text{P}_{1/2}$ ($F = 0$) angeregt. Das entstehende Fluoreszenzlicht bei dieser Wellenlänge wird mit einem Photoelektronen-Vervielfacher und nachgeschalteter Zähl elektronik nachgewiesen. Das eingestrahelte Licht wird um ungefähr 1 bis 2 MHz gegenüber der Übergangsfrequenz des Ions zu geringeren Frequenzen hin verstimmt. Die so bewirkte Dopplerkühlung kann eine minimale Endtemperatur von ungefähr 0,3 mK erreichen (Enders 1993).

Der Zustand $^2\text{P}_{1/2}$ ($F = 0$) zerfällt mit einem Verzweungsverhältnis von 1:152 auch in den Zustand $^2\text{D}_{3/2}$ ($F = 1$), der eine Lebensdauer von 52 ms besitzt (Gerz u. a. 1988). Durch einen Rückpump laser mit einer Wellenlänge von 935 nm wird der Zustand $^2\text{D}_{3/2}$ ($F = 1$) mit dem Zustand $^3\text{D}[3/2]_{1/2}$ ($F = 0$) verbunden. Von dort zerfällt das Ion innerhalb von weniger als 50 ns wieder in den Zustand $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 1$) (Blagoev u. a. 1978).

Das Laserlicht der Wellenlänge 369 nm kann aufgrund von nichtresonanter Anregung auch den Zustand $^2\text{P}_{1/2}$ ($F = 1$) bevölkern. Dieser zerfällt dann entweder in den Zustand $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) oder in den Zustand $^2\text{D}_{3/2}$ ($F = 1$ oder 2). Der Zustand $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) wird über Mikrowellenstrahlung der Frequenz 12,642 GHz mit dem Zustand $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 1$) gekoppelt. Der Zustand $^2\text{D}_{3/2}$ ($F = 1$) wird wie oben beschrieben durch Licht mit einer Wellenlänge von 935 nm entleert. Der Zustand $^2\text{D}_{3/2}$ ($F = 2$) zerfällt innerhalb von 52 ms in den Zustand $^2\text{S}_{1/2}$ (Gerz u. a. 1988), zusätzlich sorgt spontane Raman-Streuung aufgrund von nichtresonanter Anregung des Zustands $^3\text{D}[3/2]_{1/2}$ für eine Entleerung des Zustands $^2\text{D}_{3/2}$ ($F = 2$). Die relativ lange Zeitkonstante für diese Prozesse führt zu kurzen Dunkelphasen im Fluoreszenzsignal, die bei hoher Zeitauflösung (10 ms) beobachtet werden können (Engelke und Tamm 1996).

4.2. Präparation im Zustand $F = 0$

Um das Qubit zu initialisieren, muss es in den Zustand $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) gebracht werden, der dem Qubit-Zustand $|0\rangle$ entspricht. Dies geschieht durch Einstrahlen von Laserlicht mit einer Wellenlänge von 369 nm. Dadurch wird der Übergang zwischen den Zuständen $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 1$) und $^2\text{P}_{1/2}$ ($F = 0$) angeregt. Durch residuale Anregung des Zustands $^2\text{P}_{1/2}$ ($F = 1$) findet optisches Pumpen in den Zustand $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) statt, falls keine Kopplung der beiden Hyperfein-Niveaus durch das Einstrahlen von Mikrowellen der Frequenz 12,642 GHz stattfindet. Durch das optische Pumpen in das Niveau $F = 0$ wird das Ion präpariert. Die Zeitkonstante des optischen Pumpens wird in Abschnitt 4.4.1 ermittelt.

4.3. Zustandsselektiver Nachweis

Zur Messung des Zustands des Ions wird wieder Laserlicht der Wellenlänge 369 nm eingestrahlt, ohne dass gleichzeitig die Hyperfein-Niveaus über Mikrowellenstrahlung gekoppelt werden. Das Laserlicht bewirkt eine Projektion des Qubits in die Zustände $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) und $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 1$), die den Qubit-Zuständen $|0\rangle$ und $|1\rangle$ entsprechen. Erfolgt die Projektion in den Zustand $F = 0$ wird keine Fluoreszenz beobachtet, da der Laser dort aufgrund der Auswahlregeln nicht angreifen kann. Im Zustand $F = 1$ dagegen kann der Laser den Übergang zum Zustand $^2\text{P}_{1/2}$ ($F = 0$) anregen und es wird Fluoreszenz beobachtet. Aufgrund von residualer Anregung des Zustands $^2\text{P}_{1/2}$ ($F = 1$) findet – wie schon im vorherigen Abschnitt diskutiert – optisches Pumpen in den Zustand $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) statt und die Fluoreszenz erlischt. Die zeitliche Entwicklung der Fluoreszenz zeigt Abbildung 4.1. Eingezeichnet ist eine Anpassung der Funktion $N(t) = \frac{a}{2} e^{-bt} + c$ an die Daten, wobei $a \approx 3,14 \text{ ms}^{-1}$, $b \approx 0,15 \text{ ms}^{-1}$ und $c \approx 0,28 \text{ ms}^{-1}$.

Zur Bestimmung der zeitlichen Entwicklung der Fluoreszenz wird eine Datensatz herangezogen, der im Zusammenhang mit der Charakterisierung von Quantenkanälen aufgenommen wurde. Da die Fluoreszenz generell zeitaufgelöst aufgenommen wird, ist eine Auswertung der zeitlichen Entwicklung möglich. Bei der quantitativen Beurteilung ist zu beachten, dass nicht gezielt der Zustand $F = 1$ präpariert wird. Das hat zur Konsequenz, dass nur in der Hälfte der Fälle das Qubit durch die Abfrage in den Zustand $F = 1$ projiziert wird und damit nur in der Hälfte der Fälle Fluoreszenz auftritt. Dies wird durch den Faktor $a/2$ vor der Exponentialfunktion berücksichtigt. Die Fluoreszenz des Ions – falls es vor der Abfrage im Zustand $F = 1$ war – fällt also mit

$$ae^{-bt} \approx 3,14 \text{ ms}^{-1} e^{-0,15 \text{ ms}^{-1} t} \quad (4.1)$$

ab. Der Abfall der Fluoreszenz entspricht einem optischen Pumpen in den Zustand $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 1$) mit einer Zeitkonstanten von ca. 6,5 ms. Experimentell zeigt sich, dass für eine Integrationszeit von 2 ms das Signal-Rausch-Verhältnis des Photonennachweises maximal wird.

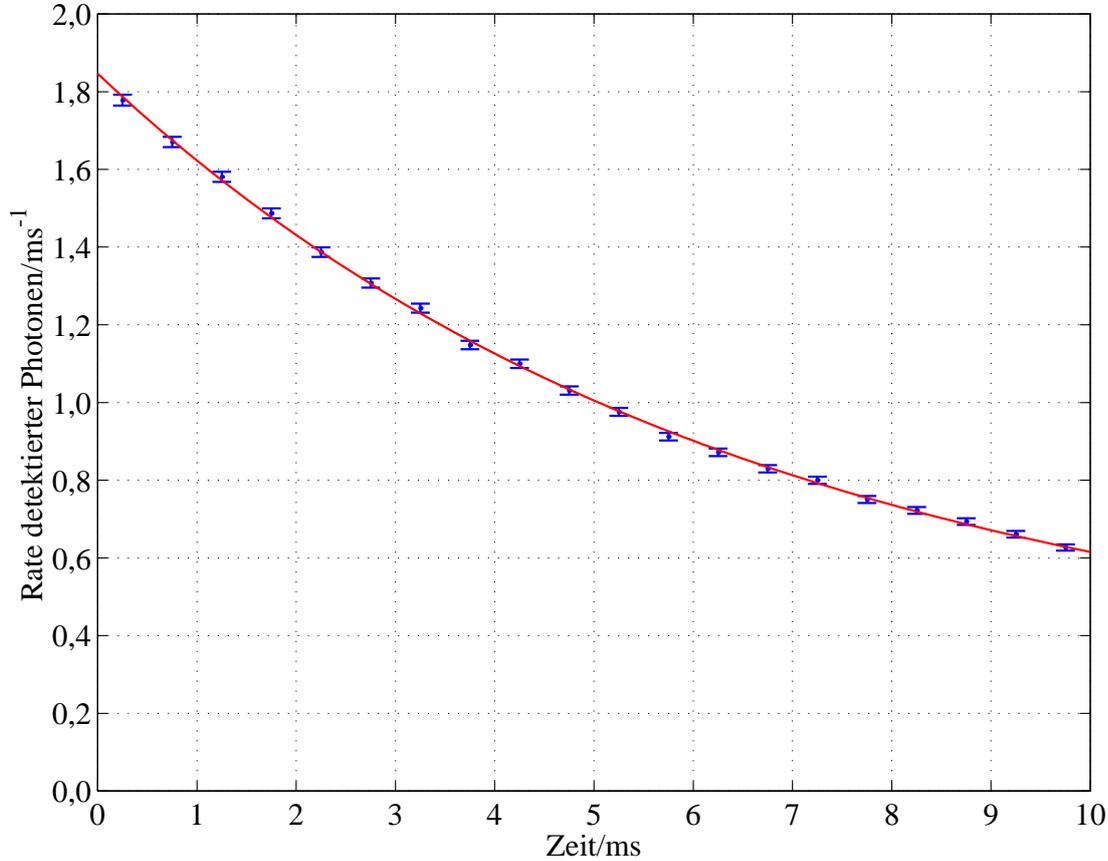


Abbildung 4.1.:

Zeitliche Entwicklung der Fluoreszenz bei der Wellenlänge 369 nm während des optischen Pumpens in den Zustand $F = 0$. Die Punkte zeigen die über 2400 Realisierungen gemittelte Fluoreszenz in Abhängigkeit von der seit Einschalten des Lichts der Wellenlänge 369 nm vergangenen Zeit. Das Ion wird kontinuierlich mit Licht der Wellenlänge 935 nm bestrahlt, die Mikrowellen-Quelle mit der Frequenz 12,6 GHz ist ausgeschaltet. Die durchgezogene Linie zeigt die Anpassung der Funktion $N(t) = \frac{a}{2} e^{-bt} + c$ an die experimentellen Daten. Es ergibt sich $a \approx 3,14 \text{ ms}^{-1}$, $b \approx 0,15 \text{ ms}^{-1}$ und $c \approx 0,28 \text{ ms}^{-1}$. Der Fehlerbalken berechnet sich aus der Anzahl der im entsprechenden Zeitintervall während der 2400 Realisierungen insgesamt detektierten Photonen (Poissonscher Prozess). Die dieser Abbildung zugrundeliegenden Daten stammen aus dem Datensatz `apr12/quantenkanal_43`.

4. Quantenlogik mit einem einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ Ion

Abbildung 4.2 zeigt ein Histogramm der Anzahl der gezählten Photonen für eine Integrationszeit von 2 ms. Die Datenbasis dieser Darstellung ist dieselbe wie bei Abbildung 4.1. Das Histogramm lässt sich als Summe zweier Poissonverteilungen mit den Mittelwerten 0,16 und 6,25 Photonen beschreiben.

Die Entscheidung, welcher Zustand gemessen wurde, erfolgt anhand des Vergleichs der Anzahl registrierter Photonen mit einer Schwelle s . Photonenzahlen $n < s$ werden als Zustand ${}^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) $\equiv |0\rangle$ gezählt und Photonenzahlen $n \geq s$ als Zustand ${}^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 1$) $\equiv |1\rangle$. Durch die Überlappung der Poissonverteilungen ergibt sich eine endliche Nachweiseffizienz η für die jeweiligen Zustände, die im Allgemeinen für beide Zustände unterschiedlich ist. Die Wahrscheinlichkeit, bei einem tatsächlichen Zustand $|0\rangle$ oder $|1\rangle$ als Ergebnis der Messung 0 oder 1 zu erhalten, lässt sich mit folgender Tabelle wiedergeben:

	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	
0	η_0	$1 - \eta_0$	
1	$1 - \eta_1$	η_1	,

wobei η_0 und η_1 die Detektionseffizienzen für die Zustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ angeben. Oben ist der tatsächliche Zustand angegeben, während links das Messergebnis steht. Der Eintrag in der Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeit wieder, bei gegebenem tatsächlichen Zustand dieses Messergebnis zu erzielen. Die Werte für η_0 und η_1 lassen sich zu

$$\eta_0 = \sum_{n=0}^{s-1} p_0(n) , \quad \eta_1 = \sum_{n=s}^{\infty} p_1(n) \quad (4.2)$$

berechnen, wobei $p_0(n)$ und $p_1(n)$ die Photonenzahlverteilungen für den Zustand $F = 0$ bzw. $F = 1$ angeben. Sind die Photonenzahlverteilungen jeweils durch eine Poisson-Verteilung gegeben, so können die Detektionseffizienzen mit Hilfe der unvollständigen Gammafunktion (Abramowitz und Stegun 1965)

$$P(a, x) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^x e^{-t} t^{a-1} dt \quad (4.3)$$

berechnet werden:

$$\eta_0 = 1 - P(s, \bar{n}_0) \quad \text{und} \quad \eta_1 = P(s, \bar{n}_1) , \quad (4.4)$$

wobei \bar{n}_0 und \bar{n}_1 die mittleren Photonenzahlen für den Zustand $F = 0$ bzw. $F = 1$ bezeichnen.

Bei Ungleichheit der Detektionseffizienzen η_0 und η_1 ist die Wahrscheinlichkeit, den tatsächlich vorliegenden Zustand zu messen, für beide Zustände unterschiedlich, was bei der Auswertung der Daten berücksichtigt werden muss. Der Effekt wird quantifiziert durch die Differenz der Detektionseffizienzen

$$\Delta\eta = \eta_0 - \eta_1 . \quad (4.5)$$

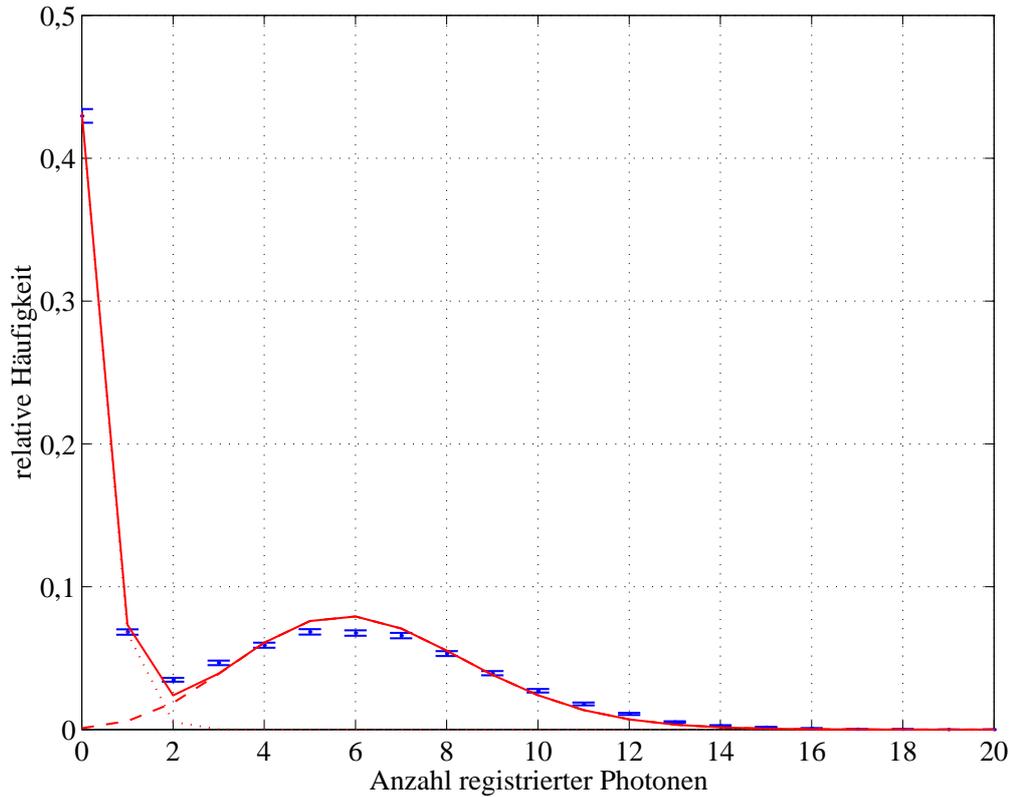


Abbildung 4.2.:

Photonenzahlverteilung der Fluoreszenz beim zustandsselektiven Nachweis für eine Belichtungszeit von 2 ms. Die Photonenzahlverteilung lässt sich durch die Summe zweier Poissonverteilungen mit Mittelwerten von 0,16 und 6,25 Photonen beschreiben (durchgezogene Linie). Die gestrichelte und die gepunktete Linie zeigen die einzelnen Poissonverteilungen. Die Fehlerbalken sind aus der Anzahl der für jede Photonenzahl registrierten Ereignisse berechnet (Poissonsche Statistik). Für diese Abbildung wurde Datensatz `apr12/quantenkanal_43` ausgewertet.

4. Quantenlogik mit einem einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ Ion

Im Experiment liegt die Schwelle, bei der die Differenz der Detektionseffizienzen minimal wird, bei $s = 2$. Typische Nachweiseffizienzen sind dann $\eta_0 = 98,9\%$ und $\eta_1 = 98,6\%$. Die mittlere Detektionseffizienz

$$\bar{\eta} = \frac{\eta_0 + \eta_1}{2} \quad (4.6)$$

ist dann $98,8\%$, was ebenfalls den Maximalwert in Bezug auf die Wahl der Schwelle darstellt. Allgemein können aber die optimalen Schwellen hinsichtlich der Differenz der Detektionseffizienzen und der mittleren Detektionseffizienz unterschiedlich sein.

4.4. Spektroskopie des Mikrowellen-Übergangs bei 12,6 GHz

Der magnetische Dipol-Übergang zwischen den Zuständen $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) und $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 1$) wird durch Mikrowellenstrahlung angeregt. Der Zeitentwicklungsoperator im Wechselwirkungs-Bild und nach der Drehwellennäherung lautet (Ballentine 1998)¹

$$U(T) = e^{-\frac{i}{2}((\omega_0 - \omega)\sigma_z + \Omega\sigma_x)T}, \quad (4.7)$$

wobei ω_0 die Übergangsfrequenz des Ions, ω die Frequenz der Mikrowellenstrahlung, Ω die Rabi-Frequenz auf dem Mikrowellen-Übergang und T die Dauer des Mikrowellen-Pulses bezeichnen. Diese Gleichung lässt sich vereinfachen zu

$$U(T) = e^{-\frac{i}{2}\Phi\vec{\sigma}\cdot\hat{n}}, \quad (4.8)$$

mit

$$\Phi = \Omega_R T, \quad \hat{n} = \begin{pmatrix} \Omega/\Omega_R \\ 0 \\ \delta/\Omega_R \end{pmatrix}, \quad \delta = \omega_0 - \omega, \quad \Omega_R = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}. \quad (4.9)$$

Die Komponenten der entsprechenden 2×2 -Matrix lassen sich explizit ausrechnen:

$$U(T) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\Omega_R T}{2} & 0 \\ 0 & \cos \frac{\Omega_R T}{2} \end{pmatrix} - i \begin{pmatrix} \frac{\delta}{\Omega_R} \sin \frac{\Omega_R T}{2} & \frac{\Omega}{\Omega_R} \sin \frac{\Omega_R T}{2} \\ \frac{\Omega}{\Omega_R} \sin \frac{\Omega_R T}{2} & \frac{\delta}{\Omega_R} \sin \frac{\Omega_R T}{2} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Die Entwicklung des Zustands während eines Mikrowellen-Pulses entspricht einer Drehung des Zustands um eine Achse, die durch den Vektor \hat{n} gegeben ist. Die Drehung erfolgt ungefähr um die x-Achse, falls die Verstimmung δ der Mikrowelle zur Übergangsfrequenz des Ions klein gegenüber der Rabi-Frequenz Ω ist, was in den hier diskutierten Experimenten annähernd der Fall ist, da $\Omega \approx 3 \text{ kHz}$ und $\delta \approx 100 \text{ Hz}$ beträgt.

Der Wechselwirkungsoperator $U(T)$ ist in einem Bezugssystem angegeben, das sich entsprechend der Übergangsfrequenz des Ions um die z-Achse dreht. Die Position des

¹Die in diesem Buch genannte Formel weist leider einen Vorzeichenfehler auf: statt $(\omega_0 + \omega)$ muss es heißen $(\omega_0 - \omega)$ (Wunderlich 2002).

4.4. Spektroskopie des Mikrowellen-Übergangs bei 12,6 GHz

Qubit-Zustands in der x-y-Ebene ist durch die relative Phase zwischen der Präzession des Ions und der Mikrowelle gegeben. Es gibt zwei Möglichkeiten, den Qubit-Zustand um die z-Achse zu drehen. Zum einen entspricht eine Änderung der Phase der Mikrowelle um einen Winkel ϕ einer Drehung des Zustands um denselben Winkel. Um dies ausnutzen zu können, wird ein Phasenschieber für die Mikrowelle benötigt, der im Experiment nicht zur Verfügung steht. Daher wird die zweite Möglichkeit implementiert. Diese nutzt aus, dass bei nichtverschwindender Verstimmung δ zwischen Mikrowelle und Übergangsfrequenz des Ions eine Wartezeit ebenfalls zu einer Verschiebung der Phase zwischen der Mikrowelle und der Präzession des Ions führt. Während der Wartezeit werden keine Mikrowellen auf das Ion eingestrahlt. Trotzdem muss der Mikrowellengenerator weiterlaufen, damit die Phasenbeziehung zwischen der Mikrowelle und der Präzession des Ions erhalten bleibt. Die resultierende Drehung des Zustands um die z-Achse lässt sich aus Gleichung 4.8 herleiten. Denn eine verschwindende Mikrowellenleistung entspricht einer Rabi-Frequenz von $\Omega = 0$ Hz. Damit gilt für die Zeitentwicklung

$$U(H) = e^{-\frac{i}{2}\delta\sigma_z T} , \quad (4.11)$$

was einer Drehung um einen Winkel von δT um die z-Achse entspricht.

4.4.1. Rabi-Spektrum

In Abbildung 4.3 ist die experimentelle Abfolge zur Messung eines Rabi-Spektrums dargestellt. Als erstes wird das Ion wie in Abschnitt 4.2 beschrieben im Niveau ${}^2S_{1/2}$ ($F = 0$) präpariert. Dann wird ein Mikrowellen-Puls der Dauer T mit einer Frequenz von 12,642815 GHz mit geringer Leistung eingestrahlt. Es folgt die in Abschnitt 4.3 beschriebene zustandsselektive Detektion.

Die Wahrscheinlichkeit $P(T)$, das Ion bei der zustandsselektiven Detektion im Niveau ${}^2S_{1/2}$ ($F = 1$) zu finden, lässt sich mit Hilfe des Zeitentwicklungsoperators aus Gleichung 4.8 berechnen. Das Niveau ${}^2S_{1/2}$ ($F = 0$) entspricht dem Qubit-Zustand $|0\rangle$ und das Niveau ${}^2S_{1/2}$ ($F = 1$) dem Qubit-Zustand $|1\rangle$. Dann gilt

$$P(T) = \left| \langle 1 | e^{-\frac{i}{2}\Phi\vec{\sigma}\cdot\hat{n}} | 0 \rangle \right|^2 \quad (4.12)$$

$$= \frac{\Omega^2}{\Omega_R^2} \sin^2 \left(\frac{\Omega_R T}{2} \right) , \quad (4.13)$$

wobei die explizite Darstellung des Zeitentwicklungsoperators aus Gleichung 4.10 benutzt wird und die Zustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ durch die Spinoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ bzw. $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ dargestellt werden. Die Besetzung des Zustands $|1\rangle$ oszilliert mit der Zeit, wobei das Maximum der Besetzung durch $(\Omega/\Omega_R)^2$ gegeben ist. Wenn die Verstimmung δ gegenüber der Rabi-Frequenz des Mikrowellen-Übergangs klein ist, gilt $\Omega \approx \Omega_R$.

4. Quantenlogik mit einem einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ Ion

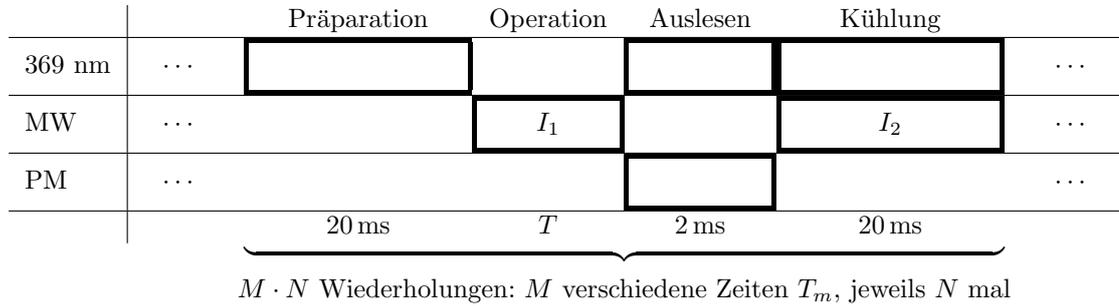


Abbildung 4.3.:

Experimentelle Abfolge zur Aufnahme eines Rabi-Spektrums. Diese Abfolge wird für M verschiedene Zeiten T_m iteriert, was wiederum N -mal wiederholt wird, um ein Rabi-Spektrum zu erhalten. Insgesamt wird die Abfolge für ein Spektrum also $M \cdot N$ -mal durchlaufen.

Zur Aufnahme eines Rabi-Spektrums wird die durch Gleichung 4.13 beschriebene Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeit des Zustands $|1\rangle$ durch Variation der Dauer T des Mikrowellen-Pulses abgetastet. Nach jedem Anregungsversuch wird das Ion durch gleichzeitiges Einstrahlen von Licht der Wellenlänge 369 nm und Mikrowellenstrahlung hoher Leistung gekühlt (siehe Abschnitt 4.1). Die dabei auftretende Fluoreszenz wird protokolliert. Anhand der protokollierten Fluoreszenz während der Kühlung wird entschieden, ob der Datenpunkt in der Auswertung verwendet wird oder nicht. Denn es kann eintreten, dass plötzlich keine Fluoreszenz während der Kühlung mehr beobachtet wird d. h. die Anzahl der gezählten Photonen der Streulicht rate entspricht. Nach einigen Sekunden steigt die registrierte Fluoreszenz dann innerhalb von einer Sekunde wieder auf ihren vorherigen Wert an. Vermutlich ist die Ursache für dieses Phänomen ein Stoß des Ions mit einem Restgasmolekül in der Paul-Falle. Das Ion wird dadurch plötzlich aufgeheizt. Die registrierte Fluoreszenz geht zurück, weil zum einen durch die Dopplerverschiebung aufgrund der Bewegung des Ions die Streur rate abnimmt und zum anderen das Ion bei seiner Bewegung den Beobachtungsbereich des Photoelektronen-Vervielfachers verlässt. Während dieser Zeit aufgenommene Daten sind unbrauchbar, weil unabhängig vom Zustand des Ions keine Fluoreszenz detektiert werden kann. Daher werden die betroffenen Daten von der Auswertung ausgenommen. Kriterium für die Datenselektion ist ein Abfall der während der Kühlung registrierten Fluoreszenz auf weniger als die Hälfte ihres Mittelwerts bezüglich des gesamten Datensatzes.

Der oben beschriebene Anregungsversuch wird für M verschiedene Zeiten T_m iteriert, sodann N -mal wiederholt. Zur Bestimmung der mittleren Anregungsrate wird eine Statistik über N Anregungsversuche aufgestellt. Die Erstellung einer Statistik ist notwendig, da jeder einzelne Anregungsversuch nur ein binäres Ergebnis liefert. Denn entweder findet bei einem Anregungsversuch eine Projektion in das Niveau $F = 0$ statt

4.4. Spektroskopie des Mikrowellen-Übergangs bei 12,6 GHz

und entsprechend wird keine Fluoreszenz detektiert, oder die Projektion findet in das Niveau $F = 1$ statt und es wird Fluoreszenz detektiert. Die Unterscheidung zwischen beiden Fällen wird in der Auswertung anhand des Vergleichs der während der Abfrage registrierten Fluoreszenz mit einer Schwelle s vorgenommen, wie in Abschnitt 4.3 erläutert. Bei den vorliegenden Daten liegt die optimale Schwelle bei $s = 2$, d. h. werden zwei oder mehr Photonen während der Abfrage registriert, so befand sich das Ion vor der Abfrage mit einer Wahrscheinlichkeit größer als 98 % im Niveau $F = 1$. Wird maximal ein Photon gezählt befand sich das Ion mit einer ähnlich hohen Wahrscheinlichkeit im Niveau $F = 0$.

Experimentell bestimmte Rabi-Spektren vom 5. April 2002 sind in Abbildung 4.4 exemplarisch dargestellt. Teil b) der Abbildung zeigt ein Rabi-Spektrum mit 35 Rabi-Oszillationen. Das Spektrum zeigt keine Verringerung des Kontrasts bei Verlängerung der Pulsdauer der Mikrowelle bis zu 12 ms. Die gezeigten Fehler berechnen sich nach der Bernoullischen Modell für Folgen unabhängiger Versuche (Bronstein u. a. 1996) zu

$$\Delta P = \frac{\sqrt{P(1-P)}}{\sqrt{N}}, \quad (4.14)$$

wobei P die Anregungswahrscheinlichkeit und N die Anzahl der Wiederholungen bezeichnet. Im Gegensatz zu der durch Gleichung 4.13 beschriebenen Theorie sind die Minima der Anregungswahrscheinlichkeit zu groß und die Maxima zu klein. Der Grund dafür liegt in der endlichen Präparations- und Detektionseffizienz des Experiments. Dieser Effekt wird im nächsten Abschnitt quantitativ diskutiert.

Quantitative Auswertung der Rabi-Spektren zur Bestimmung der Präparationseffizienz

Die Rabi-Spektren zeigen die Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Pulsdauer des Mikrowellen-Pulses. Theoretisch wird das Verhalten der Anregungswahrscheinlichkeit durch Gleichung 4.13 beschrieben, d. h. die Anregungswahrscheinlichkeit sollte zwischen null und annähernd eins variieren. Dass eine Anregungswahrscheinlichkeit von eins prinzipiell nicht ganz erreicht wird, liegt an der Verstimmung der Mikrowelle. Experimentell wirken sich aber noch gravierender die endliche Präparationseffizienz und die endliche Detektionseffizienz aus, sodass der Kontrast der Rabi-Spektren deutlich gegenüber der Vorhersage von Gleichung 4.13 verringert ist.

Die Frequenz der Mikrowelle ist gegenüber der Übergangsfrequenz des Ions um ungefähr $\delta = 100$ Hz verstimmt. Wie in Abschnitt 4.4 beschrieben, kann auf diese Weise der Zustand des Qubits um die z-Achse gedreht werden. Allerdings führt die Verstimmung auch dazu, dass ausgehend vom Zustand $|0\rangle$ der Zustand $|1\rangle$ nicht vollständig erreicht werden kann, was Gleichung 4.13 beschreibt: Die maximale Anregungswahrscheinlichkeit des Zustands $|1\rangle$ ist das Verhältnis der Rabi-Frequenz Ω und der verallgemeinerten Rabi-Frequenz $\Omega_R^2 = \Omega^2 + \delta^2$ zum Quadrat: Ω^2/Ω_R^2 . Bei einem Verhältnis der Rabi-Frequenz

4. Quantenlogik mit einem einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ Ion

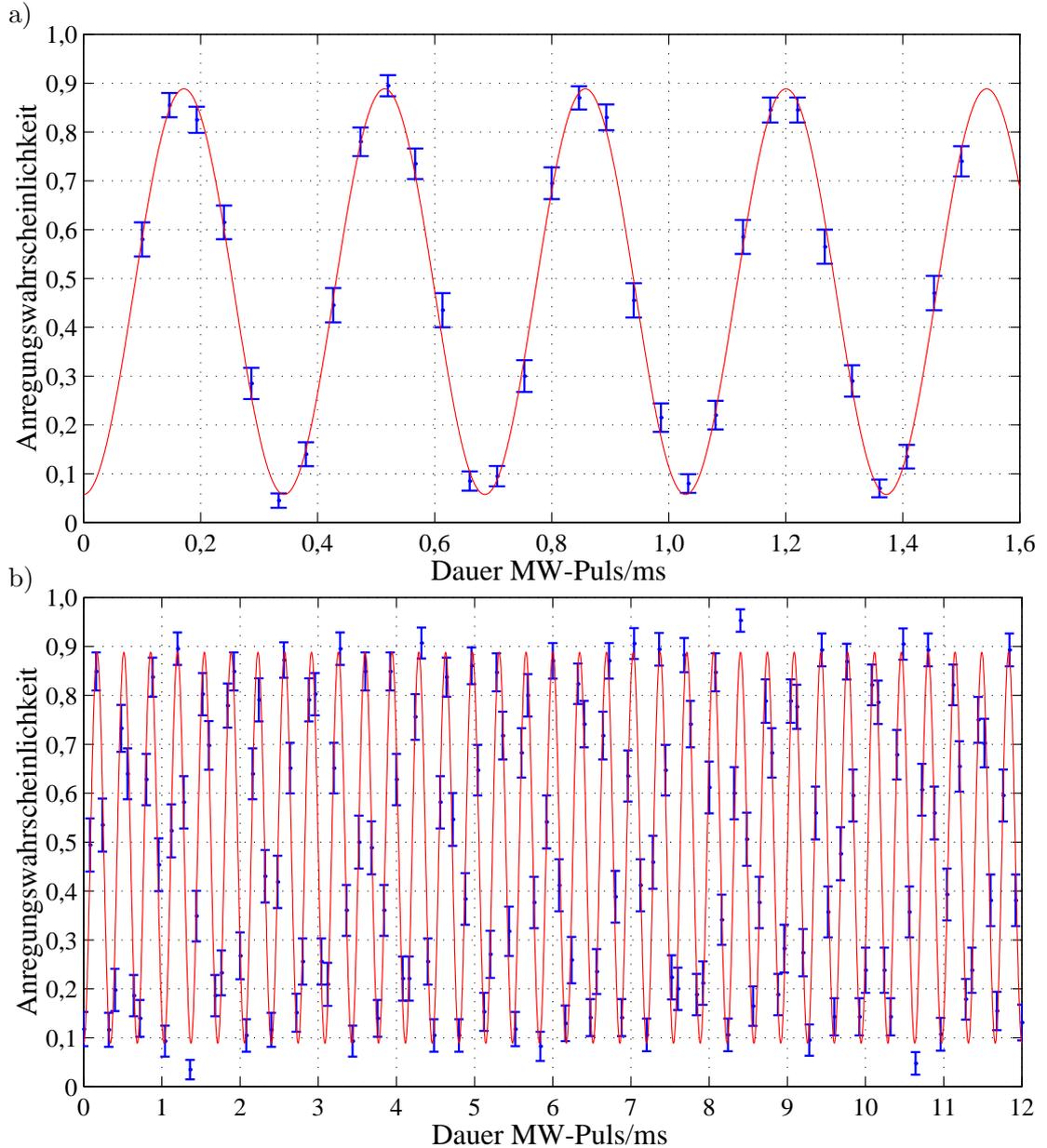


Abbildung 4.4.:

Rabi-Spektren. Aufgetragen ist die Anregungswahrscheinlichkeit gegen die Pulsdauer des MW-Pulses T . Die durchgezogene Linie zeigt die Anpassung der Funktion $a \cos(\Omega T) + b$ an die Daten. Teil a) stellt den Datensatz `apr05/rabi_zeit_18` dar, während Teil b) den Datensatz `apr04/rabi_zeit_82` zeigt. Die Anregungswahrscheinlichkeit wird aus 200 (Teil a)) bzw. 85 (Teil b)) Anregungsversuchen ermittelt.

4.4. Spektroskopie des Mikrowellen-Übergangs bei 12,6 GHz

Ω zur Verstimmung der Mikrowelle gegenüber der Übergangsfrequenz des Ions δ von ungefähr 30 ergibt sich daraus ein Maximum der Anregungswahrscheinlichkeit von ungefähr $1 - 1/30^2 = 0,9988$. Der Effekt der Verstimmung der Mikrowelle ist im Experiment zu vernachlässigen, da die im Folgenden diskutierte endliche Präparationseffizienz den Kontrast der Rabi-Spektren um zwei Größenordnungen stärker beeinflusst.

Die endliche Präparationseffizienz bewirkt, dass anstelle eines reinen Zustands $|0\rangle$ ein Gemisch aus den Zuständen $|0\rangle$ und $|1\rangle$ präpariert wird. Der Mikrowellen-Puls wirkt auf dieses Gemisch und der Kontrast des Rabi-Spektrums verringert sich. Dies lässt sich auch quantitativ ausdrücken. Gleichung 4.13 gibt die Wahrscheinlichkeit $P(T)$ an, das Ion nach einem Mikrowellen-Puls der Dauer T im Zustand $|1\rangle$ zu finden, falls es vor dem Puls im Zustand $|0\rangle$ präpariert wurde. Falls statt des Zustands $|0\rangle$ der Zustand $|1\rangle$ präpariert wurde, beträgt die Wahrscheinlichkeit, das Ion nach dem Mikrowellen-Puls im Zustand $|1\rangle$ zu finden, $1 - P(t)$. Denn die Zeitentwicklung $U(T)$ ist unitär. Der Zusammenhang zwischen der Dauer des Mikrowellen-Pulses und der Anregungswahrscheinlichkeit ist dann gegeben durch

$$P_1(T) = \eta_p P(T) + (1 - \eta_p)(1 - P(T)) \quad (4.15)$$

$$= (2\eta_p - 1) \frac{\Omega^2}{\Omega_R^2} \sin^2\left(\frac{\Omega_R T}{2}\right) + 1 - \eta_p, \quad (4.16)$$

wobei η_p die Präparationseffizienz bezeichnet, Ω die Rabi-Frequenz und $\Omega_R = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$ die verallgemeinerte Rabi-Frequenz, mit der Verstimmung der Mikrowelle δ . Die Funktion $P_1(T)$ besitzt Minima an den Stellen $\Omega_R T = 2\pi n$ für alle natürlichen Zahlen n . Ihr Wert am Ort eines Minimums ist $1 - \eta_p$. Aus dem Minimum eines Rabi-Spektrums kann also die Präparationseffizienz abgelesen werden.

Dazu muss allerdings noch die Detektionseffizienz berücksichtigt werden. Sie führt zu einer weiteren Verringerung des Kontrastes der Rabi-Spektren. Die experimentell gemessene Anregungswahrscheinlichkeit ergibt sich zu

$$P_M(T) = \eta_1 P_1(T) + (1 - \eta_0)(1 - P_1(T)) \quad (4.17)$$

$$= (\eta_0 + \eta_1 - 1)P_1(T) + (1 - \eta_0), \quad (4.18)$$

wobei η_0 und η_1 die entsprechenden Detektionseffizienzen angeben. Der Term $\eta_1 P_1(T)$ beschreibt den Fall, dass der Zustand $|1\rangle$ vorliegt und auch detektiert wird, während der Term $(1 - \eta_0)(1 - P_1(T))$ dem Fall entspricht, dass der Zustand $|0\rangle$ vorliegt, aber der Zustand $|1\rangle$ detektiert wird. Bei Kenntnis der Detektionseffizienzen lässt sich aus dem Minimum der Funktion $P_M(T)$ – des Rabi-Spektrums, so wie es am Experiment gemessen wird – die Präparationseffizienz berechnen. Es gilt

$$P_{M,\min} = (\eta_0 + \eta_1 - 1)(1 - \eta_p) + (1 - \eta_0) \quad (4.19)$$

$$= \eta_1 - \eta_p(\eta_0 + \eta_1 - 1), \quad (4.20)$$

4. Quantenlogik mit einem einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ Ion

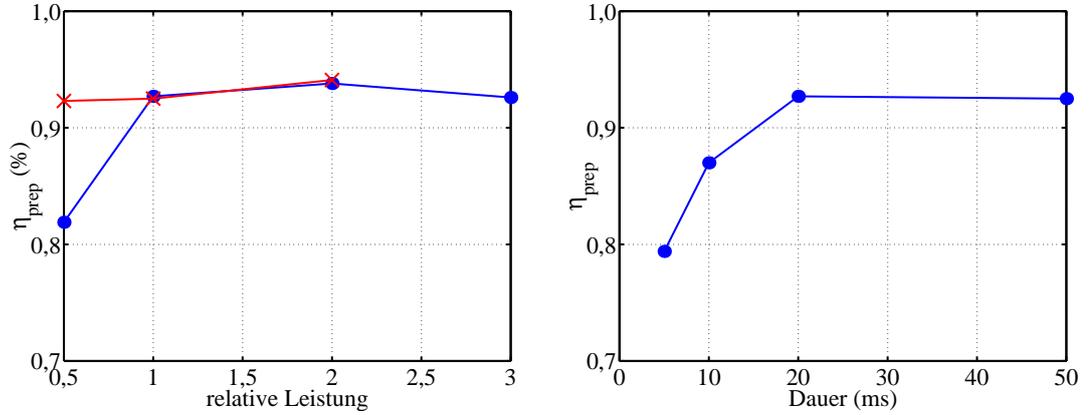


Abbildung 4.5.:

Präparationseffizienz η_p in Abhängigkeit von Leistung und Dauer des Präparationspulses mit Licht der Wellenlänge 369 nm. Der linke Graph zeigt die Präparationseffizienz in Abhängigkeit von der relativen Leistung bei einer Pulsdauer von 20 ms (gefüllte Kreise) und 50 ms (Kreuze). Eine relative Leistung von eins entspricht $P_{369\text{nm}} \approx 0,7 - 9 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$ (siehe Abschnitt 3.3.1). In dem rechten Graph ist die Präparationseffizienz in Abhängigkeit von der Dauer des Präparationspulses bei einer relativen Leistung von eins dargestellt. Die für diese Darstellung ausgewerteten Datensätze sind in Tabelle C.1 aufgeführt.

daraus folgt

$$\eta_p = \frac{\eta_1 - P_{M,\min}}{\eta_0 + \eta_1 - 1} . \quad (4.21)$$

In Abbildung 4.5 ist die Abhängigkeit der Präparationseffizienz von der Leistung und Dauer des Präparationspulses mit Licht der Wellenlänge 369 nm aufgetragen. Die Präparationseffizienz wird wie oben beschrieben aus Rabi-Spektren bestimmt. Es zeigt sich, dass ein Puls der Dauer 20 ms mit einfacher Intensität ausreicht, um eine Präparationseffizienz größer als 90 % zu erreichen. Eine Verlängerung der Pulsdauer oder eine Erhöhung der Intensität verbessern die Präparationseffizienz nicht mehr. Der Grund dafür liegt in der verbleibenden nichtresonanten Anregung des Niveaus $^2\text{P}_{1/2}$ ($F = 0$) aus dem Niveau $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) heraus (Tamm 2002), was im Folgenden diskutiert wird.

Der Einfluss der nichtresonanten Anregung des Niveaus $^2\text{P}_{1/2}$ ($F = 0$) auf die Präparationseffizienz lässt sich abschätzen. Zur Präparation des Ions im Niveau $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) wird das optische Pumpen vom Niveau $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 1$) in das Niveau $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) beim Einstrahlen von Laserlicht mit einer Wellenlänge von 369 nm ausgenutzt. Die nichtresonante Anregung des Übergangs zwischen den Niveaus $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) und $^2\text{P}_{1/2}$ ($F = 0$) wirkt dem optischen Pumpen entgegen, indem sie das Niveau $^2\text{S}_{1/2}$ ($F = 0$) wieder ent-

4.4. Spektroskopie des Mikrowellen-Übergangs bei 12,6 GHz

leert. Es stellt sich also ein Gleichgewichtszustand zwischen optischem Pumpen in das Niveau $^2S_{1/2}$ ($F = 0$) und der Entleerung dieses Niveaus durch nichtresonante Anregung des Niveaus $^2P_{1/2}$ ($F = 0$) ein. Für die Übergangsrate Γ_0 vom Niveau $^2S_{1/2}$ ($F = 0$) in das Niveau $^2P_{1/2}$ ($F = 0$) gilt

$$\Gamma_{01} \propto \frac{I}{(\delta_0 + \delta_S)^2}, \quad (4.22)$$

wobei I die Lichtintensität, δ_0 die Verstimmung des Lichts bezüglich des Übergangs zwischen den Niveaus $^2S_{1/2}$ ($F = 1$) und $^2P_{1/2}$ ($F = 0$) und $\delta_S = 12,6$ GHz die Hyperfeinaufspaltung des Niveaus $^2S_{1/2}$ bezeichnet. Die Rate des optischen Pumpens Γ_{10} in das Niveau $^2S_{1/2}$ ($F = 0$) wird durch die nichtresonante Anregung vom Niveau $^2S_{1/2}$ ($F = 1$) in das Niveau $^2P_{1/2}$ ($F = 1$) bestimmt. Für die Rate gilt

$$\Gamma_{10} \propto \frac{I}{(\delta_0 + \delta_P)^2}, \quad (4.23)$$

wobei I die Lichtintensität, δ_0 die Verstimmung des Lichts bezüglich des Übergangs zwischen den Niveaus $^2S_{1/2}$ ($F = 1$) und $^2P_{1/2}$ ($F = 0$) und $\delta_P = 2,1$ GHz die Hyperfeinaufspaltung des Niveaus $^2P_{1/2}$ bezeichnen. Die Präparationseffizienz lässt sich aus dem Verhältnis der beiden Raten berechnen. Für das Verhältnis gilt

$$\frac{\Gamma_{01}}{\Gamma_{10}} = \frac{(\delta_0 + \delta_P)^2}{(\delta_0 + \delta_S)^2} \approx \frac{\delta_P^2}{\delta_S^2} \approx 3\%. \quad (4.24)$$

Bei der Abschätzung wird ausgenutzt, dass die Verstimmung des Lasers δ_0 viel kleiner als die beiden Hyperfeinaufspaltungen δ_P und δ_S ist. Die so abgeschätzte Präparationseffizienz beträgt $(100\% - 3\%) = 97\%$, was mit der beobachteten Präparationseffizienz von ungefähr 92% in der Größenordnung übereinstimmt.

4.4.2. Ramsey-Spektrum

Von Ramsey (1956) stammt ein Atom- bzw. Molekülstrahl-Resonanzverfahren, bei dem ein Atomstrahl mit zwei räumlich getrennten, phasenstarr gekoppelten, kohärenten Mikrowellenfeldern wechselwirkt. Im vorliegenden Experiment lässt sich ein solches Ramsey-Spektrum erzeugen, dabei wird die räumliche Trennung der Wechselwirkungsfelder durch eine zeitliche Trennung ersetzt. Dies ist kein prinzipieller Unterschied, denn auch in den ursprünglichen Ramsey-Spektren entspricht die räumliche Trennung der Mikrowellenfelder einer zeitlichen Trennung aufgrund der endlichen Geschwindigkeit des Atomstrahls. Im Gegensatz zu der bei Atomstrahlen verwendeten Methode wird bei den hier gezeigten Ramsey-Spektren die Zeit zwischen den beiden Wechselwirkungen variiert und nicht die Frequenz der Mikrowellenstrahlung.

4. Quantenlogik mit einem einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ Ion

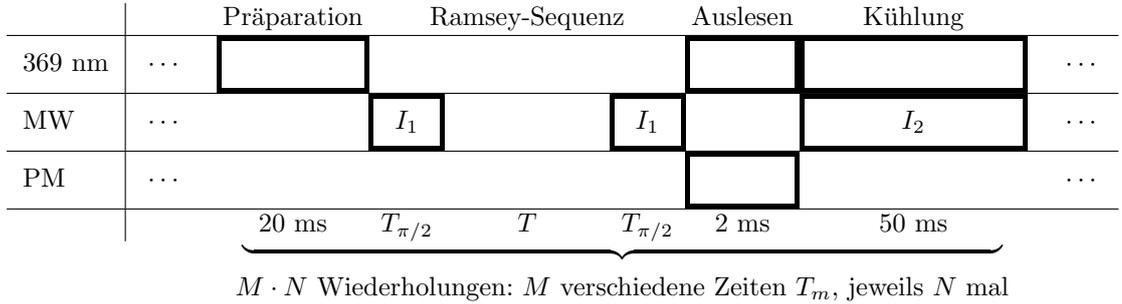


Abbildung 4.6.:

Experimentelle Abfolge zur Aufnahme eines Ramsey-Spektrums. Diese Abfolge wird für M verschiedene Zeiten T_m iteriert, was wiederum N -mal wiederholt wird, um ein Rabi-Spektrum zu erhalten. Insgesamt wird die Abfolge für ein Spektrum also $M \cdot N$ -mal durchlaufen.

Die experimentelle Abfolge zur Erstellung eines Ramsey-Spektrums ist der oben beschriebenen Abfolge zur Bestimmung eines Rabi-Spektrums sehr ähnlich. Abbildung 4.6 zeigt eine schematische Darstellung. Anstelle des einfachen Mikrowellen-Pulses treten zwei durch eine Pause der Dauer T getrennte Mikrowellen-Pulse. Die Länge dieser Pulse ist so gewählt, dass sie einer $\pi/2$ -Drehung des Zustands des Ions um die x-Achse entspricht. Die Dauer der Pause zwischen den beiden Mikrowellen-Pulsen wird variiert. Da die gesamte Pulsfolge nun deutlich länger dauert, wird die Dauer der anschließenden Kühlphase von 20 ms auf 50 ms heraufgesetzt.

Die Wahrscheinlichkeit, das Ion nach der Ramsey-Sequenz im Zustand $F = 1$ zu finden, lässt sich mit den Gleichungen 4.8 und 4.11 zu

$$P(T) = \left| \langle 1 | e^{-\frac{i}{2}\frac{\pi}{2}\sigma_x} e^{-\frac{i}{2}\delta T\sigma_z} e^{-\frac{i}{2}\frac{\pi}{2}\sigma_x} | 0 \rangle \right|^2 \quad (4.25)$$

$$= \frac{1}{4} \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\frac{i}{2}\delta T} & 0 \\ 0 & e^{\frac{i}{2}\delta T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2 \quad (4.26)$$

$$= \frac{1}{4} \left| \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\frac{i}{2}\delta T} & 0 \\ 0 & e^{\frac{i}{2}\delta T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right|^2 \quad (4.27)$$

$$= \cos^2 \left(\frac{\delta T}{2} \right) \quad (4.28)$$

berechnen. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Rabi-Frequenz Ω viel größer als die Verstimmung δ ist, sodass die Drehung des Zustands durch die Mikrowellen-Pulse um die x-Achse erfolgt. Bei Variation der Zeit T oszilliert die Wahrscheinlichkeit, das Ion im Zustand $F = 1$ zu finden, zwischen null und eins.

Exemplarische Ramsey-Spektren vom 5. April 2002 und vom 3. August 2000 sind in Abbildung 4.7 dargestellt. Die Fehler sind wie bei den Rabi-Spektren nach dem Ber-

4.4. Spektroskopie des Mikrowellen-Übergangs bei 12,6 GHz

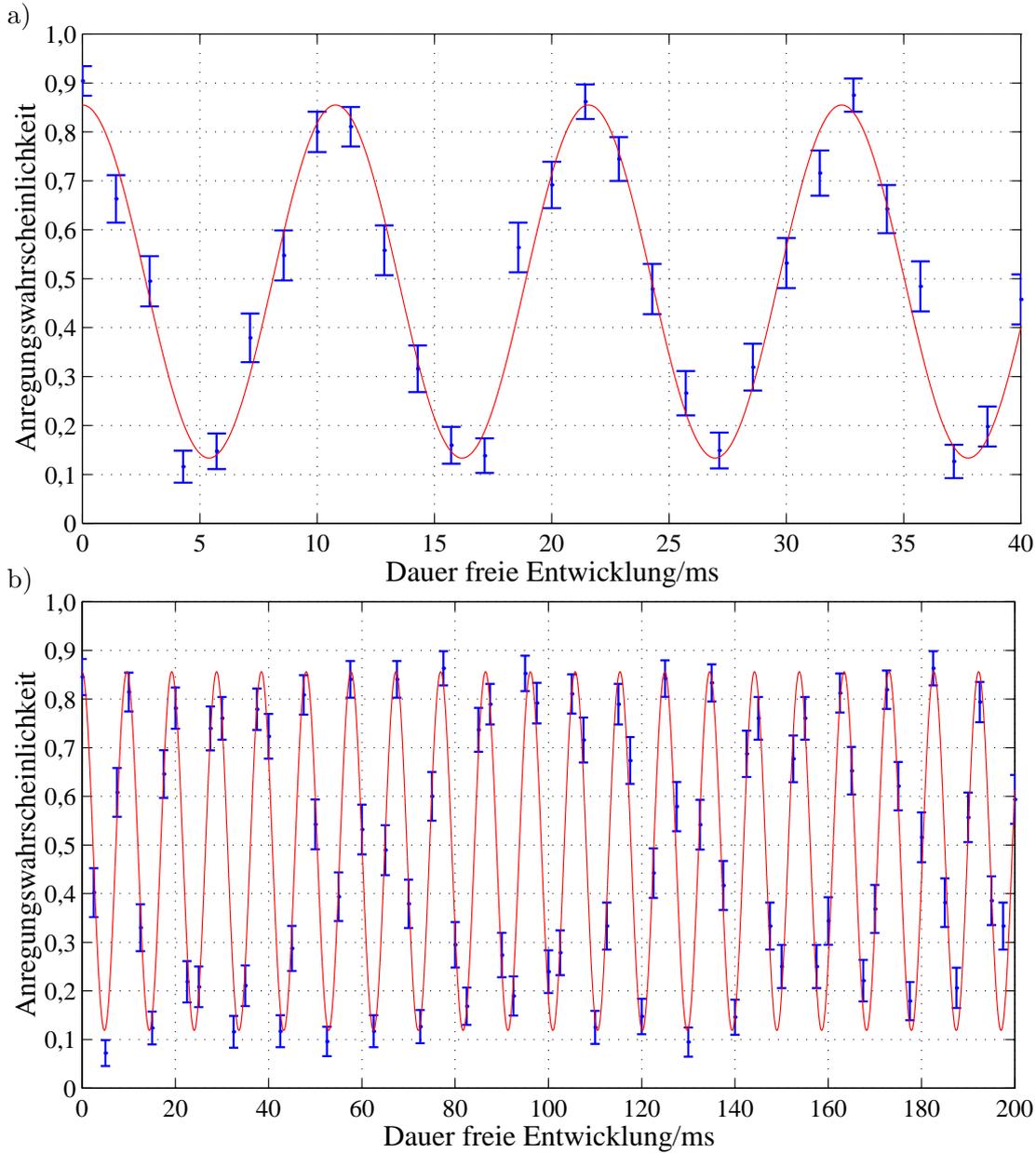


Abbildung 4.7.:

Ramsey-Spektren. Aufgetragen ist die Anregungswahrscheinlichkeit gegen die Dauer der freien Entwicklung T . Die durchgezogene Linie zeigt die Anpassung der Funktion $a \cos(\Omega T) + b$ an die Daten. Teil a) zeigt den Datensatz `apr05/ramsey_zeit_66`, während Teil b) den Datensatz `aug03/ramsey_zeit_5` darstellt. Die Anregungswahrscheinlichkeit wird jeweils aus 95 Anregungsversuchen ermittelt.

4. Quantenlogik mit einem einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ Ion

noullischen Modell für Folgen unabhängiger Versuche bestimmt (siehe Gleichung 4.14). Teil b) der Darstellung zeigt ein Ramsey-Spektrum mit 20 Oszillationen bei einer Dauer der freien Entwicklung von bis zu 200 ms. Der Kontrast der Oszillation ändert sich kaum zu längeren Pausenzeiten hin. Er ist wie bei den Rabi-Spektren nicht eins, so wie es die Theorie vorhersagt, sondern die endliche Präparations- und Detektionseffizienz verringert den Kontrast deutlich.

Die endliche Präparations- und Detektionseffizienz wirkt sich genauso wie bei den Rabi-Spektren im vorherigen Abschnitt aus. Die Präparationseffizienz η_p bewirkt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Ion nach der Ramsey-Sequenz im Zustand $F = 1$ befindet

$$P_1(T) = (2\eta_p - 1)P(T) + 1 - \eta_p \quad (4.29)$$

beträgt, analog zu Gleichung 4.16 bei der Diskussion der Rabi-Spektren. Die gemessene Besetzung P_M des Zustands $F = 1$ wird durch die Detektionseffizienzen η_0 und η_1 beeinflusst. Gleichung 4.18 im vorherigen Abschnitt gibt die Auswirkung der Detektionseffizienzen wieder:

$$P_M(T) = (\eta_0 + \eta_1 - 1)P_1(T) + 1 - \eta_0 \quad (4.30)$$

$$= (\eta_0 + \eta_1 - 1)((2\eta_p - 1)P(T) + (1 - \eta_p)) + 1 - \eta_0 . \quad (4.31)$$

Dieser Ausdruck ist analog zu Gleichung 4.20 bei den Rabi-Spektren. Damit lässt sich auch aus den Ramsey-Spektren die Präparationseffizienz bestimmen. Die Ramsey-Spektren brauchen aber mehr Zeit zur Datenaufnahme und daher wurden weniger Datenpunkte als bei den Rabi-Spektren aufgenommen. Aus diesem Grund sind die aus den Rabi-Spektren bestimmten Werte für die Präparationseffizienz genauer und werden ausschließlich benutzt.

4.5. Präparation eines beliebigen Zustands

Mit einer Kombination der in den Abschnitten 4.2 (Präparation im Zustand $F = 0$), 4.4.1 (Rabi-Spektrum) und 4.4.2 (Ramsey-Spektrum) vorgestellten Techniken lässt sich jeder beliebige Zustand auf der Bloch-Kugel präparieren. Dies ist in Abbildung 4.8 schematisch für den Zustand $|\pi/4, \pi/4\rangle$ dargestellt. Sie zeigt im oberen Teil den Zustand auf der Bloch-Kugel in den drei Phasen der Präparation. Im unteren Teil ist die experimentelle Pulsfolge schematisch dargestellt.

Zunächst wird das Qubit durch Einstrahlen von Laserlicht mit einer Wellenlänge von 369 nm im Zustand $F = 0$ präpariert, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben. Nach einer Zeit von 20 ms ist der Zustand mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % im Zustand $F = 0$ präpariert, was Teil a) der Abbildung 4.8 zeigt: Der Zustand $|\Psi_z\rangle$ am oberen Pol der Bloch-Kugel ist präpariert, was dem Qubit-Zustand $|0\rangle = |0, 0\rangle$ entspricht.

Als nächstes werden die Mikrowellen mit der Frequenz 12,642815 GHz mit geringer Leistung für eine Zeit T_1 eingestrahlt. Dadurch wird der Zustand – wie in Abschnitt

4.5. Präparation eines beliebigen Zustands

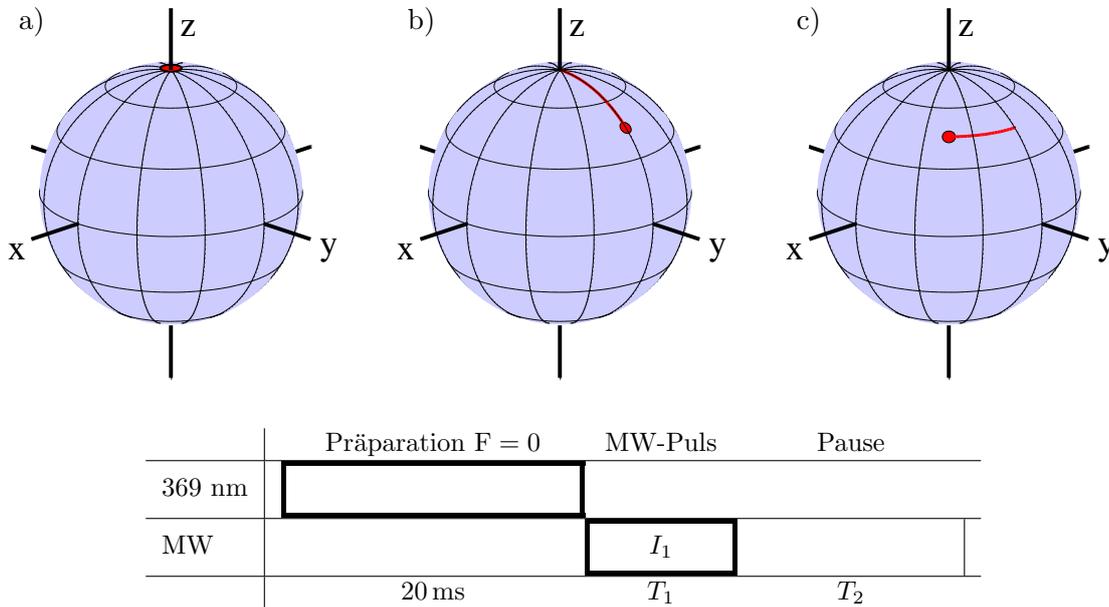


Abbildung 4.8.:

Experimentelle Abfolge zur Präparation eines beliebigen Zustands. Der obere Teil der Abbildung zeigt den Zustand jeweils nach den drei Phasen der Präparation: a) nach der Präparation im Zustand $F = 0$, b) nach der Einstrahlung des Mikrowellen-Pulses und c) nach der Wartezeit, die die Rotation um die z-Achse bewirkt. Im unteren Teil der Abbildung ist die Pulsfolge schematisch dargestellt.

4.4 beschrieben – um die x-Achse gedreht. Durch die Pulsfläche, also insbesondere die Dauer des Mikrowellen-Pulses T_1 , lässt sich der Drehwinkel gezielt einstellen. Aus der Rabi-Frequenz des Mikrowellen-Übergangs Ω berechnet sich die benötigte Pulslänge T_1 zu

$$T_1 = \frac{\theta}{\Omega}, \quad (4.32)$$

wobei θ den gewünschten Drehwinkel angibt. Der Zustand unmittelbar nach dem Mikrowellen-Puls ist im Teil b) der Abbildung 4.8 dargestellt. Da der Zustand $|\pi/4, \pi/4\rangle$ präpariert werden soll, wird als Drehwinkel $\theta = \pi/4$ gewählt. Nach dem Mikrowellen-Puls ist dann der Zustand $|\pi/4, 0\rangle$ präpariert, der in der Abbildung durch einen ausgefüllten Kreis dargestellt wird. Der Pfad, den der Zustand während des Mikrowellen-Pulses auf der Bloch-Kugel beschreibt, wird durch eine Linie auf der Bloch-Kugel dargestellt.

Durch die Verstimmung der Mikrowelle gegenüber der Resonanzfrequenz des Ions dreht sich der Zustand auf der Bloch-Kugel mit einer Frequenz von ca. 100 Hz im Uhrzeigersinn um die z-Achse. Eine Wartezeit entspricht einer Drehung des Zustands um die z-Achse, was zur Präparation des Zustands ausgenutzt wird. Die zur Präparation

4. Quantenlogik mit einem einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ Ion

des gewünschten Zustands benötigte Wartezeit T_2 lässt sich nach der Formel

$$T_2 = \frac{\phi}{\delta} \quad (4.33)$$

berechnen, wobei ϕ den gewünschten Drehwinkel um die z-Achse und δ die Verstimmung der Mikrowelle gegenüber der Übergangsfrequenz des Ions angibt. Da der Zustand $|\pi/4, \pi/4\rangle$ präpariert werden soll, wird die Wartezeit so gewählt, dass sie einer Drehung um $\pi/4$ entspricht. Ausgehend vom Zustand $|\pi/4, 0\rangle$ ist dann nach Ablauf der Wartezeit der Zustand $|\pi/4, \pi/4\rangle$ präpariert. Teil c) der Abbildung 4.8 zeigt den Zustand nach der Wartezeit T_2 .

Die ständige Drehung des Zustands durch die Verstimmung der Mikrowelle bedeutet auch, dass der gewünschte Zustand jeweils nur in einem bestimmten Augenblick vorhanden ist. Daher muss sich der Präparation des Qubits direkt die Messung anschließen. Dies ist der Fall bei den Messungen zur Zustandsschätzung. Bei der Charakterisierung der Quantenkanäle ist dies nicht möglich, da zwischen Präparation und Messung der Quantenkanal eingefügt werden soll. Die Zeit für den Quantenkanal muss so gewählt werden, dass der Zustand um ein Vielfaches von 2π gedreht wird, es sei denn, eine Drehung ist ausdrücklich erwünscht, wie z. B. beim polarisationsdrehenden Quantenkanal (siehe Abschnitt 6.3.3).

4.6. Messung des Qubits in einer beliebigen Basis

Die für eine Messung zur Verfügung stehende physikalische Basis ist die $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ -Basis. Eine Messung in dieser Basis wird durch Einstrahlen von Licht der Wellenlänge 369 nm vorgenommen, wie in Abschnitt 4.3 beschrieben.

Soll in einer beliebigen Basis gemessen werden, so muss vorher der Zustand so gedreht werden, dass die Messrichtung in Richtung der $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ -Basis zu liegen kommt. In Abbildung 4.9 ist dieser Vorgang für eine Messung des Zustands $|9\pi/16, \pi/2\rangle$ in der Basis $\{|5\pi/8, 3\pi/8\rangle, |3\pi/8, 11\pi/8\rangle\}$ exemplarisch dargestellt.

Teil a) von Abbildung 4.9 zeigt die Bloch-Kugel unmittelbar vor der Messung in einer beliebigen Basis. Der ausgefüllte Kreis zeigt den präparierten Zustand. Die Achse, deren Durchstoßpunkt durch die Bloch-Kugel mit einem Kreis gekennzeichnet ist, zeigt die Messbasis. Die Messbasis ist die Basis, in der die Messung des Zustands erfolgen soll. Die folgende Manipulation hängt nur von der Messbasis ab und nicht vom präparierten Zustand.

Die Drehung des Koordinatensystems soll die Richtung der Messbasis mit der physikalischen Basis $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, die der z-Achse entspricht, in Übereinstimmung bringen. Der erste Schritt dazu besteht in einer Drehung um die z-Achse, die wie bei der Präparation des Zustands durch Einfügen einer Pause T_3 bewirkt wird. Die benötigte Wartezeit T_3

4.6. Messung des Qubits in einer beliebigen Basis

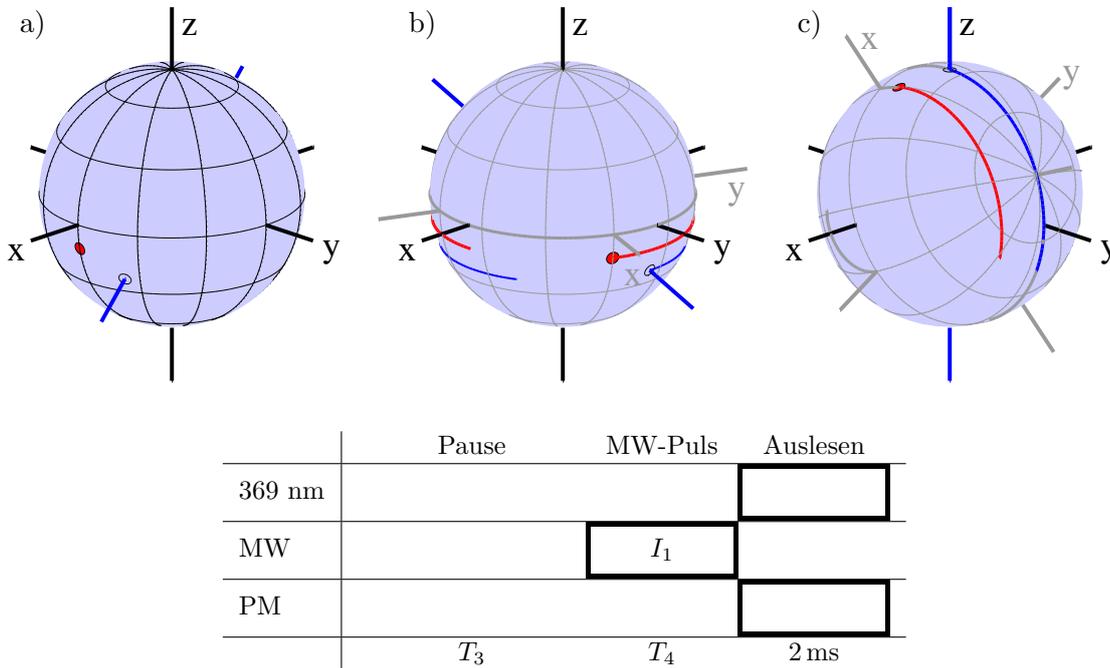


Abbildung 4.9.:

Experimentelle Abfolge zur Messung in einer beliebigen Basis. Der obere Teil der Abbildung zeigt den Zustand jeweils nach den drei Phasen der Messung: a) zu Beginn der Messung, b) nach der Wartezeit, die eine Rotation um die z-Achse bewirkt und c) nach der Einstrahlung des Mikrowellen-Pulses. Im Anschluß an den Mikrowellen-Puls erfolgt die Messung in der $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ -Basis. Im unteren Teil der Abbildung ist die Pulsfolge schematisch dargestellt.

berechnet sich aus der gewünschten Messbasis $|\theta_m, \phi_m\rangle$ gemäß

$$T_3 = \frac{2\pi - \phi_m}{\delta}, \quad (4.34)$$

wobei δ die Verstimmung der Mikrowelle angibt. Um die gewünschte Basis zu erreichen, ist im skizzierten Beispiel eine Drehung um den Winkel $2\pi - 3\pi/8 = 13\pi/8$ erforderlich. Teil b) der Abbildung 4.9 zeigt die Bloch-Kugel nach der Drehung um die z-Achse. Der von der Messbasis und vom präparierten Zustand auf der Bloch-Kugel beschriebene Pfad ist jeweils als Linie eingezeichnet. Im Unterschied zur Präparation des Zustands werden bei der Messung in einer beliebigen Basis sowohl der Zustand als auch das Koordinatensystem gedreht, in dem der Zustand angegeben wird. Dieses Koordinatensystem wird im folgenden Qubit-Koordinatensystem genannt im Gegensatz zum physikalischen Koordinatensystem, das durch die physikalische z-Achse und die Phase

4. Quantenlogik mit einem einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ Ion

der Präzession des Ions gegeben ist. Durch die Drehung wird die Lage des Zustands im Qubit-Koordinatensystem nicht verändert. Stattdessen ändert sich die relative Lage zwischen dem physikalischen und dem Qubit-Koordinatensystem. In den Teilen b) und c) von Abbildung 4.9 ist das physikalische Koordinatensystem schwarz und das Qubit-Koordinatensystem grau dargestellt.

Um die Richtung der Messbasis in Übereinstimmung mit der physikalischen z-Achse zu bringen, wird im zweiten Schritt ein Mikrowellen-Puls eingestrahlt, der wie bei der Präparation des Zustands eine Drehung um die x-Achse bewirkt. Die Pulsfläche wird so gewählt, dass die Drehung die Messrichtung in Übereinstimmung mit der physikalischen z-Richtung bringt. Dazu wird ein Mikrowellen-Puls der Dauer

$$T_4 = \frac{\pi - \theta_m}{\Omega} \quad (4.35)$$

benötigt, wobei Ω die Rabi-Frequenz des Mikrowellen-Übergangs bezeichnet. Beim hier gezeigten Beispiel wird eine Drehung um den Winkel von $\pi - 3\pi/8 = 5\pi/8$ benötigt. In Teil c) der Abbildung 4.9 ist die Bloch-Kugel nach dem Mikrowellen-Puls gezeigt. Die gewünschte Messrichtung liegt in Richtung der physikalischen z-Achse. Jetzt kann durch Einstrahlen von Laserlicht der Wellenlänge 369 nm die Messung in der $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ -Basis durchgeführt werden, was aber aufgrund der vorherigen Drehungen einer Messung in der gewünschten Basis entspricht. Durch Wahl passender Zeiten T_3 und T_4 lässt sich die Messung in jeder beliebigen Basis vornehmen.

5. Schätzung von Quantenzuständen

Im Gegensatz zur klassischen Physik muss in der Quantenmechanik eine Messung an einem physikalischen System als Wechselwirkung zwischen System und Messapparatur beschrieben werden, die den Zustand des Systems beeinflusst; und zwar in einer solchen Weise, dass sich die exakte Kenntnis einiger Observablen gegenseitig ausschließt. Daher ist die Bestimmung des quantenmechanischen Zustands eines gegebenen physikalischen Systems im Allgemeinen nicht möglich. Nur, falls unendlich viele, identisch präparierte Quantensysteme zur Verfügung stehen, ist eine exakte Bestimmung ihres Zustands möglich. In der Praxis steht immer nur eine endliche Zahl identisch präparierter Systeme zur Verfügung und daher ist nur eine Schätzung des Quantenzustands möglich. Es stellt sich die Frage, auf welche Weise bei gegebener Anzahl identisch präparierter Quantensysteme die größtmögliche Kenntnis über ihren Zustand erlangt werden kann.

In Abschnitt 2.2 auf Seite 9 wird die Historie der theoretischen Arbeiten auf dem Gebiet der Zustandsschätzung nachvollzogen. Derka u. a. (1998) zeigen, dass für N Zwei-Niveau-Systeme (Qubits) die obere Grenze für die mittlere *Fidelity* – die Überlappung zwischen präpariertem und geschätztem Zustand – bei

$$F_{\text{bound}} = \frac{N + 1}{N + 2} \quad (5.1)$$

liegt und sich diese Grenze mit endlichen positiven Operator-Messungen (POVMs) erreichen lässt. Das bedeutet, dass sich eine solche Messung experimentell durch eine Projektion realisieren lässt. In dieser Arbeit steht der Begriff „Messung“ für eine solche POVM, die durch einen Projektionsoperator beschrieben wird. Die durchzuführenden Messungen für eine optimale Zustandsschätzung bei einer Anzahl an identischen Kopien $N \leq 5$ werden von Latorre u. a. (1998) explizit angegeben. Diese Messungen sind in einer verschränkten Basis vorzunehmen und daher experimentell nur schwierig zu realisieren.

Weitaus einfacher durchzuführen sind Messungen in einer faktorisierten Basis. Fischer u. a. (2000) zeigen, dass es möglich ist, mit Messungen in einer faktorisierten Basis eine *Fidelity* der Zustandsschätzung nahe der oberen Grenze aus Gleichung 5.1 zu erzielen. In dieser Arbeit wird erstmalig die experimentelle Realisierung des Algorithmus von Fischer u. a. vorgestellt. Die Leistung dieses Algorithmus wird mit der Leistung anderer Algorithmen verglichen, die ebenfalls eine Messung in einer faktorisierten Basis durchführen.

5.1. Untersuchte Algorithmen

5.1.1. Zufällig gewählte Messrichtungen

Bei den zufällig gewählten Messrichtungen wird jeder Punkt auf der Bloch-Kugel mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Messrichtung gewählt. Dieser Ansatz spiegelt wieder, dass kein Gebrauch von Informationen über die Struktur des zugrundeliegenden Problems gemacht wird. Er wird von Fischer u. a. (2000) als Referenzalgorithmus benutzt.

Die zufällige Wahl der Messrichtungen ist *nicht* der schlechtmöglichste Algorithmus. Die geringste Information über einen Zustand wird dann erhalten, wenn stets in derselben Richtung gemessen wird, denn dann wird über die Lage des Zustands in Bezug auf die orthogonalen Koordinaten keinerlei Information gewonnen.

Bei der experimentellen Implementation dieses Algorithmus werden die Messrichtungen nur über die obere Hälfte der Blochkugel verteilt.

5.1.2. Messung in der Orthogonalbasis

Der Algorithmus der Messung in der Orthogonalbasis misst nacheinander in den Richtungen σ_x , σ_y und σ_z . Das wird entsprechend der Anzahl der zur Verfügung stehenden identisch präparierten Quantensystemen wiederholt. Dies ist ein kanonisches Beispiel für einen nicht-adaptiven Algorithmus. Der Algorithmus zeichnet die Richtungen σ_x , σ_y und σ_z aus, was sich im Experiment negativ auswirken kann, falls die Detektion systematischen Einflüssen unterliegt. Die in Abschnitt 4.3 beschriebene Differenz $\Delta\eta$ der Detektionseffizienzen für die Zustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ führt z. B. zu einer systematischen Verschiebung des geschätzten Zustands.

5.1.3. Messung in der Orthogonalbasis mit Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen

Bei der Messung in der Orthogonalbasis mit Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen wird in den Richtungen σ_x , σ_y , σ_z , $-\sigma_x$, $-\sigma_y$ und $-\sigma_z$ gemessen, wiederholt entsprechend der Anzahl der vorhandenen Kopien des Quantenzustands. Im Unterschied zur oben beschriebenen einfachen Messung in der Orthogonalbasis wird hier also auch in den jeweiligen Gegenrichtungen gemessen. Während dies theoretisch der einfachen Messung in der Orthogonalbasis äquivalent ist, wird im Experiment die durch die Differenz $\Delta\eta$ der Detektionseffizienzen hervorgerufene systematische Verschiebung des geschätzten Zustands kompensiert.

5.1.4. Selbstlernender Algorithmus nach Fischer u. a.

Fischer u. a. (2000) schlagen einen selbstlernenden Algorithmus zur Zustandsschätzung vor. Dieser benutzt die Ergebnisse der schon erfolgten Messungen, um die jeweils nächs-

te Messrichtung zu optimieren. Die Optimierung erfolgt unter dem Gesichtspunkt des maximalen Informationsgewinns bei jeder einzelnen Messung. Im Folgenden wird der von Fischer u. a. vorgeschlagene Algorithmus im Einzelnen erklärt.

Der Dichteoperator

Das über einen Zustand durch n Messungen gesammelte Wissen lässt sich in Form des Dichteoperators ϱ_n beschreiben:

$$\varrho_n = \int_0^\pi d\theta \sin \theta \int_0^{2\pi} d\phi w_n(\theta, \phi) |\theta, \phi\rangle \langle \theta, \phi| , \quad (5.2)$$

wobei $w_n(\theta, \phi) d\theta \sin \theta d\phi$ die Wahrscheinlichkeit angibt, dass der zu schätzende Zustand in Richtung (θ, ϕ) liegt. $w_n(\theta, \phi)$ ist eine normierte Dichteverteilung auf der Blochkugel, die sich durch ein iteratives Verfahren berechnen lässt:

Ist keine Information über den präparierten Zustand verfügbar, d. h. hat noch keine Messung stattgefunden, so sind alle Punkte auf der Blochkugel gleich wahrscheinlich. Die Dichteverteilung vor der ersten Messung ist also gegeben durch

$$w_0(\theta, \phi) = \frac{1}{4\pi} . \quad (5.3)$$

Der präparierte Zustand sei $|\theta_p, \phi_p\rangle$. Es wird nun die erste Messung in Richtung $|\theta_m, \phi_m\rangle$ vorgenommen. Die Messung liefert ein binäres Ergebnis, entweder eins oder null und zwar

$$\begin{aligned} 1 & \text{ mit einer Wahrscheinlichkeit von } |\langle \theta_m, \phi_m | \theta_p, \phi_p \rangle|^2 \text{ und} \\ 0 & \text{ mit einer Wahrscheinlichkeit von } |\langle \pi - \theta_m, \phi_m + \pi | \theta_p, \phi_p \rangle|^2 . \end{aligned} \quad (5.4)$$

Durch die Messung wird Information über den präparierten Zustand gewonnen. Daher wird die Dichteverteilung w gemäß Bayes Regel (Jones 1994) modifiziert:

$$w_1(\theta, \phi) = \frac{|\langle \theta_m, \phi_m | \theta, \phi \rangle|^2}{2\pi} \quad (5.5)$$

Jede weitere Messung in einer neuen Richtung $|\theta_m, \phi_m\rangle$ liefert zusätzliche Information über den Zustand, dementsprechend ergibt sich nach jeder Messung ein neuer Wert für w_n . Die normierte Dichteverteilung w_n nach der n -ten Messung, die in Richtung $|\theta_m, \phi_m\rangle$ stattgefunden hat, ergibt sich gemäß

$$w_n(\theta, \phi | \theta_m, \phi_m) = \frac{w_{n-1}(\theta, \phi) |\langle \theta_m, \phi_m | \theta, \phi \rangle|^2}{p_n(\theta_m, \phi_m)} \quad (5.6)$$

aus der normierten Dichteverteilung w_{n-1} nach der $n-1$ -ten Messung nach der Regel von Bayes. Die Division durch die Wahrscheinlichkeit $p_n(\theta_m, \phi_m) = \langle \theta_m, \phi_m | \varrho_{n-1} | \theta_m, \phi_m \rangle$, den Zustand in der Richtung $|\theta_m, \phi_m\rangle$ zu finden, stellt die Normierung sicher. Durch w_n wird das Wissen über den präparierten Zustand nach n Messungen beschrieben.

5. Schätzung von Quantenzuständen

Bester Schätzwert für den präparierten Zustand

Aus dem Dichteoperator ϱ_{n-1} bzw. aus der Dichteverteilung w_{n-1} nach $n - 1$ Messungen kann ein Schätzwert für den präparierten Zustand gewonnen werden. Der beste Schätzwert des reinen Qubit-Zustands $|\theta_{\text{est}}, \phi_{\text{est}}\rangle_{n-1}$ wird durch Maximierung der *Fidelity* $F_{n-1}(\theta, \phi) = \langle \theta, \phi | \varrho_{n-1} | \theta, \phi \rangle$ erhalten (Fischer u. a. 2000):

$$F_{n-1}(\theta_{\text{est}}, \phi_{\text{est}}) = F_{n-1}^{\text{opt}} = \max F_{n-1}(\theta, \phi) . \quad (5.7)$$

Optimierung der Messrichtung

Die Messrichtung soll nun so optimiert werden, dass sich ein maximaler Informationsgewinn nach der n -ten Messung ergibt. Zur Lösung dieser Aufgabe muss definiert werden, wie dieser Informationsgewinn quantifiziert wird. Dazu gibt es mehrere Möglichkeiten, von denen Fischer u. a. (2000) zwei untersucht haben: Maximierung des mittleren (klassischen) Informationsgewinns und Maximierung der *Fidelity*. Ihre numerischen Simulationen zeigen, dass die Maximierung der *Fidelity* bessere Ergebnisse erzielt, daher ist im Folgenden nur diese Methode beschrieben.

Um die optimale Messrichtung für die n -te Einzelmessung zu finden, wird die *zu erwartende* mittlere *Fidelity* nach der n -ten Einzelmessung als Funktion der Messrichtung maximiert. Es wird also für jede mögliche Richtung (θ_m, ϕ_m) der Messung berechnet, wie groß die *Fidelity* des Schätzwerts für den Zustand wäre, wenn die Messung in Richtung (θ_m, ϕ_m) ein positives Ergebnis hätte. Für diese *Fidelity* gilt

$$F_n(\theta, \phi | \theta_m, \phi_m) = \int_0^\pi d\theta' \sin \theta' \int_0^{2\pi} d\phi' w_n(\theta', \phi' | \theta_m, \phi_m) |\langle \theta, \phi | \theta', \phi' \rangle|^2 , \quad (5.8)$$

wobei die zu erwartende Verteilung $w_n(\theta', \phi' | \theta_m, \phi_m)$ aus der Bayes-Regel bestimmt wird (Gleichung 5.6). Das Maximum dieser Funktion in Abhängigkeit von den Parametern (θ, ϕ) bei gegebener Messrichtung (θ_m, ϕ_m) wird die optimale *Fidelity* $F_n^{\text{opt}}(\theta_m, \phi_m)$ der Messrichtung (θ_m, ϕ_m) genannt.

Wird die Messung in der Richtung (θ_m, ϕ_m) vorgenommen, so gibt es zwei mögliche Ergebnisse: Das Qubit wird entweder in Richtung (θ_m, ϕ_m) gefunden, oder in der Gegenrichtung $(\bar{\theta}_m, \bar{\phi}_m)$. Deshalb ist die zu erwartende mittlere *Fidelity* nach der n -ten Einzelmessung gegeben durch die optimalen *Fidelities* der beiden möglichen Ergebnisse, gewichtet mit der Wahrscheinlichkeit für das jeweilige Ergebnis:

$$\bar{F}_n(\theta_m, \phi_m) = p_n(\theta_m, \phi_m) F_n^{\text{opt}}(\theta_m, \phi_m) + p_n(\bar{\theta}_m, \bar{\phi}_m) F_n^{\text{opt}}(\bar{\theta}_m, \bar{\phi}_m) . \quad (5.9)$$

Das Maximum dieser Funktion in Bezug auf (θ_m, ϕ_m) wird gesucht und gibt die zu wählende Messrichtung für die n -te Messung an. Das Maximum ist nicht eindeutig, da $\bar{F}_n(\theta_m, \phi_m) = \bar{F}_n(\bar{\theta}_m, \bar{\phi}_m)$. Der Grund für diese Symmetrie liegt darin, dass eine Messung in Richtung (θ_m, ϕ_m) einer Messung in der entgegengesetzten Richtung $(\bar{\theta}_m, \bar{\phi}_m)$ mit vertauschten Ergebnissen entspricht. Es können noch weitere Symmetrien auftreten, was bedeutet, dass die entsprechenden Messrichtungen gleich gut geeignet sind.

Diskussion der Messrichtungen

In Abbildung 5.1 ist der numerisch ermittelte Entscheidungsbaum für die ersten vier Schritte des selbstlernenden Algorithmus angegeben. Die erste Messung erfolgt in z-Richtung, die zweite Messung in y-Richtung und die dritte Messung in x-Richtung. Die ersten drei Richtungen sind offensichtlich unabhängig von den Ergebnissen der vorangegangenen Messungen, d. h. bis zur dritten Zeile des Entscheidungsbaums sind alle Messrichtungen in einer Zeile identisch. Ab der vierten Messung hängt die Messrichtung von den Ergebnissen der vorangegangenen Messungen ab. Jede Kombination von möglichen Ergebnissen der ersten drei Messungen führt auf eine andere Messrichtung.

Da der selbstlernende Algorithmus nach Fischer u. a. jeweils nur die unmittelbar folgende Messrichtung optimiert, hängen die Einträge des Entscheidungsbaums nicht von der vorgesehenen Gesamtzahl von Schritten des Algorithmus ab. Um die Messrichtungen für N Schritte des Algorithmus zu erhalten, wird der Baum bis zur N -ten Zeile verwendet. In Bagan u. a. (2002) wird eine Vorschrift vorgestellt, die die Optimierung über alle Schritte und alle möglichen Ergebnisse gleichzeitig vornimmt. Um die Messrichtungen für N Schritte des Algorithmus nach Bagan u. a. zu erhalten wird die Optimierung über den gesamten Entscheidungsbaum gleichzeitig vorgenommen, d. h. über die $2^N - 1$ Einträge des Entscheidungsbaums, im Gegensatz zur Optimierung jeweils nur für die Messrichtung der nächsten Messrichtung beim Algorithmus nach Fischer u. a. Bagan u. a. zeigen für ihren Algorithmus, dass er die bestmögliche Schätzung des Quantenzustands liefert, wenn die Kopien des Quantenzustands nicht gleichzeitig vorliegen. Im vorliegenden Experiment ist genau dies der Fall. Weiter stellen die Autoren fest, dass der Unterschied in der mittleren *Fidelity* zwischen ihrem Algorithmus und dem von Fischer u. a. bis $N = 4$ sehr gering ist.

5.2. Durchführung der Messungen

Die Leistungen der vier verschiedenen Algorithmen zur Zustandsschätzung sollen experimentell verglichen werden. Dazu werden vier verschiedene präparierte Zustände mit jedem der Algorithmen jeweils mehrere hundert Male geschätzt. Daraus wird ein Maß für die Leistung des jeweiligen Algorithmus gewonnen.

Abbildung 5.2 zeigt die experimentelle Sequenz für eine Einzelmessung zur Zustandsschätzung. Im ersten Schritt wird das Ion, wie in Abschnitt 4.5 beschrieben, gezielt in dem Zustand $|\theta_p, \phi_p\rangle$ präpariert. Dazu wird das Ion für 20 bis 50 ms mit Laserlicht der Wellenlänge 369 nm beleuchtet, es folgt ein Mikrowellenpuls mit der Dauer T_1 , dem sich eine Wartezeit der Dauer T_2 anschließt. Das Ion ist dann im Zustand $|\theta_p, \phi_p\rangle$ präpariert.

Der zweite Schritt besteht aus einer Messung in der Richtung $|\theta_m, \phi_m\rangle$, die wie in Abschnitt 4.6 beschrieben ausgeführt wird. Dazu wird durch eine Wartezeit T_3 und anschließenden Mikrowellenpuls der Dauer T_4 die zu messende Richtung in Richtung der z-Achse gedreht. Die Messung erfolgt dann durch Einstrahlen von Laserlicht der Wel-

5. Schätzung von Quantenzuständen

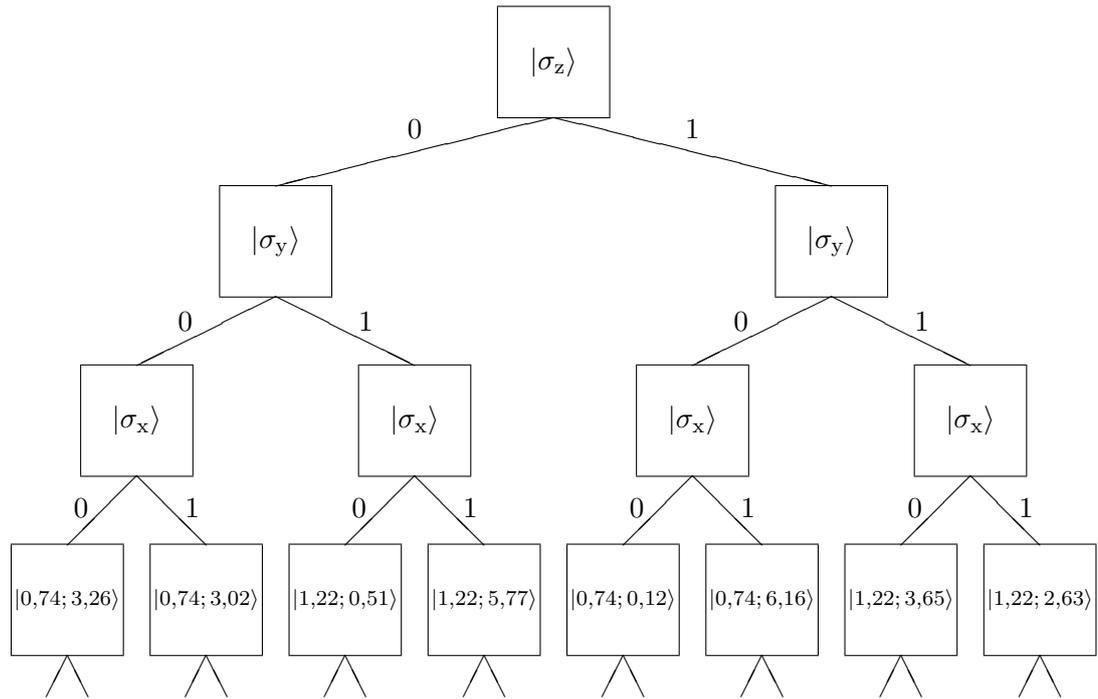


Abbildung 5.1.:

Entscheidungsbaum für die selbstlernende Zustandsschätzung. Die zu messenden Richtungen in Abhängigkeit vom Ausgang der vorhergehenden Messungen sind bis $n = 4$ aufgeführt. In den Kästchen ist jeweils die zu messende Richtung angegeben, während die Striche die Verzweigung infolge des Ausgangs der Messung (0 oder 1) angeben. Die ersten drei Messungen hängen nicht vom Ausgang der vorhergehenden Messungen ab, dies ist erst ab $n = 4$ der Fall. Die n -te Zeile hat 2^{n-1} Einträge, damit hätte der Entscheidungsbaum in der 12. Zeile 2048 Einträge.

5.2. Durchführung der Messungen

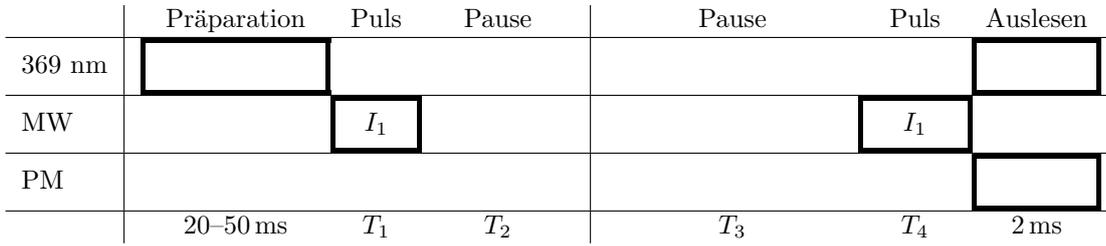


Abbildung 5.2.:

Experimentelle Abfolge für eine Einzelmessung der Zustandsschätzung.

Wellenlänge 369 nm und gleichzeitiger Beobachtung der Fluoreszenz bei dieser Wellenlänge mit dem Photoelektronen-Vervielfacher für 2 ms.

Ein einzelner Schätzvorgang besteht aus zwölf solchen Einzelmessungen, die zwölf Schritten des Algorithmus entsprechen. Während der präparierte Zustand $|\theta_p, \phi_p\rangle$ gleich bleibt, wird die Messrichtung $|\theta_m, \phi_m\rangle$ entsprechend des gewählten Algorithmus variiert. Bei dem selbstlernenden Algorithmus hängt dabei die Messrichtung von den Ergebnissen der vorangegangenen Messungen ab, wie in Abschnitt 5.1.4 beschrieben. Da die Berechnung der nächsten Messrichtung für den selbstlernenden Algorithmus mit der im Experiment vorhandenen Rechnerkapazität nicht in Echtzeit durchzuführen ist, werden die resultierenden Messrichtungen für alle möglichen Kombinationen von Ergebnissen vorausberechnet. Im Experiment muss dann lediglich aus einer Tabelle die nächste Messrichtung abgelesen werden. Die Tabelle hat bei einer Schrittzahl des Algorithmus von N Schritten $2^N - 1$ Einträge, was bei 12 Schritten einem Umfang von 4095 Einträgen entspricht.

Tatsächlich wird eine solche Tabelle auch für die nicht-selbstlernenden Algorithmen benutzt. Für die Messungen in der Orthogonalbasis bzw. in der Orthogonalbasis mit Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen enthält die Tabelle die entsprechenden Richtungen, wobei jede Kombination von vorhergehenden Ergebnissen auf dieselben Messrichtungen führt. Diese Tabellen sind also hochgradig redundant. Die Messung mit zufällig gewählten Messrichtungen erfolgt mit einer Tabelle, deren Messrichtungen zufällig gewählt werden. Dies ist nicht vollständig äquivalent zu einer zufälligen Auswahl der Messrichtungen.

So ist die erste Messrichtung bei einer Tabelle mit zufälligen Richtungen stets dieselbe, denn es wird jeweils derselbe Eintrag in der Tabelle benutzt. Welche Einträge der Tabelle benutzt werden hängt von den Ergebnissen der vorangegangenen Messungen ab. Für die n -te Messung ergeben sich 2^n mögliche Messrichtungen. Für die ersten Messungen ist die Anzahl der möglichen Messrichtungen also klein gegenüber der Anzahl der Wiederholungen des Schätzvorgangs von typischerweise 200. Daher werden bei Wiederholungen des Schätzvorgangs teilweise gleiche Messrichtungen verwendet. Dies wäre bei einer vollständig zufälligen Auswahl der Messrichtungen nicht der Fall.

5. Schätzung von Quantenzuständen

Aufgrund des Projektionsrauschens der Messung ist selbst bei gleicher Präparations- und Messrichtung das Ergebnis zweier Messungen nicht identisch. Daher werden im Mittel alle Einträge der Tabelle auch ausgenutzt. Die Korrelation der Messrichtungen tritt also nur bei den ersten Messungen auf. Um einen möglichen Einfluss der Korrelation der Messrichtungen bei Wiederholungen des Schätzvorgangs auf das Ergebnis der Untersuchung gering zu halten, werden die Zustandsschätzungen mit mehreren verschiedenen Tabellen ausgeführt, die jeweils unterschiedliche, zufällig generierte Messrichtungen enthalten.

Die Nutzung desselben Datenaufnahmeprogramms für alle Algorithmen – und damit auch derselben Datenauswertungsroutinen – minimiert die Gefahr, dass aufgrund von fehlerhafter Datenaufnahme oder -auswertung einzelne Algorithmen systematisch zu schlechte Ergebnisse erzielen.

Im Experiment sind in den Tabellen nur Richtungen auf der oberen Hälfte der Bloch-Kugel eingetragen. Theoretisch sollte dies keine Einschränkung bedeuten, da jeder Messung in einer Richtung auf der unteren Hälfte der Bloch-Kugel eine Messung auf der oberen Hälfte der Bloch-Kugel mit invertiertem Ergebnis entspricht. Praktisch ist dies aufgrund der in Abschnitt 4.3 beschriebenen Ungleichheit der Detektionseffizienzen nicht richtig, was auf die erzielten Ergebnisse einen deutlichen Einfluss hat, der in Abschnitt 5.3.3 im Einzelnen diskutiert wird.

Aus den zwölf Einzelmessungen wird der geschätzte Zustand $|\theta_{\text{est}}, \phi_{\text{est}}\rangle$ bestimmt. Dazu wird die normierte Dichteverteilung $w_{12}(\theta, \phi)$ berechnet, wie in Abschnitt 5.1.4 beschrieben. Als geschätzter Zustand wird

$$|\theta_{\text{est}}, \phi_{\text{est}}\rangle = \max_{\theta_{\text{m}}, \phi_{\text{m}}} w_{12}(\theta, \phi | \theta_{\text{m}}, \phi_{\text{m}}) \quad (5.10)$$

gewählt.

Das Maß für die Leistung eines Algorithmus ist die mittlere *Fidelity*. Dies ist die mittlere Überlappung zwischen präpariertem Zustand $|\theta_{\text{p}}, \phi_{\text{p}}\rangle$ und geschätztem Zustand $|\theta_{\text{est}}, \phi_{\text{est}}\rangle$

$$\langle F \rangle = \langle \langle \theta_{\text{est}}, \phi_{\text{est}} | \theta_{\text{p}}, \phi_{\text{p}} \rangle \rangle \quad (5.11)$$

Die mittlere erreichte *Fidelity* eines Schätzverfahrens bezieht sich in der Theorie immer auf eine Mittelung über alle möglichen zu messenden Zustände. Im Experiment haben wir diesen Ansatz nicht verfolgt, sondern einige exemplarische Zustände vermessen: $|\pi/4, \pi/4\rangle$, $|\pi/4, 3\pi/4\rangle$, $|3\pi/4, \pi/4\rangle$ und $|3\pi/4, 3\pi/4\rangle$. Kriterium für die Auswahl ist, dass die Zustände nicht in Richtung einer der Koordinatenachsen liegen und ein möglichst großer Bereich der Bloch-Kugel abgedeckt wird.

5.3. Auswertung

Im Folgenden wird die Auswertung der Messungen zur Zustandsschätzung beschrieben. Dazu sind neben den in den einzelnen Datensätzen zur Zustandsschätzung enthalte-

nen Information zusätzliche Daten notwendig, die durch die Auswertung am jeweiligen Messtag aufgenommener Rabi- und Ramsey-Spektren erhalten werden.

Die zur Auswertung zur Verfügung stehenden Datensätze für den selbstlernenden Algorithmus sind in Tabelle C.3 aufgeführt und die für die statischen Algorithmen in den Tabellen C.4 (zufällige Messrichtungen), C.5 (orthogonale Messrichtungen ohne Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen) und C.6 (orthogonale Messrichtungen mit Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen). Bei allen Datensätzen sind jeweils die Anzahl der verwertbaren Schätzvorgänge und der präparierte Zustand angegeben. Bei den statischen Algorithmen folgen dann die nach der in Abschnitt 4.3 beschriebenen Methode ermittelten Werte für die Detektionseffizienzen η_0 , η_1 und $\Delta\eta$, wobei eine Schwelle $s = 2$ (siehe Abschnitt 4.3) zugrunde gelegt wird.

Durch die Wahl der Schwelle lassen sich die Werte für die Detektionseffizienzen η_0 und η_1 und damit der Wert für die Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta$ beeinflussen. Zur Untersuchung der Abhängigkeit der Leistung des Algorithmus von der Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta$ wird die Schwelle s variiert. Im Gegensatz zu den statischen Algorithmen muss beim selbstlernenden Algorithmus die Schwelle s schon vor der Datenaufnahme endgültig festgelegt werden, da sich eine Änderung der Schwelle unmittelbar auf die zu messenden Richtungen auswirkt. Daher sind für diesen Algorithmus wesentlich mehr Datensätze aufzunehmen. Die Tabelle C.3 für die Datensätze zum selbstlernenden Algorithmus enthält neben der Anzahl der verwertbaren Schätzvorgänge und der präparierten Zustände als weitere Daten die eingestellte Schwelle s und die daraus resultierenden Werte für die Detektionseffizienzen η_0 , η_1 und $\Delta\eta$. Der Zusammenhang zwischen der Schwelle s und der Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta$ ist bei diesen Datensätzen nicht mehr notwendig monoton, da in die Berechnung der Detektionseffizienzen neben der Schwelle auch die Photonenzahlverteilungen beim Nachweis der Zustände $F = 0$ und $F = 1$ des Ions eingehen (siehe Abschnitt 4.3), die für die Datensätze unterschiedlich sein können.

5.3.1. Auswertung der Rabi- und Ramsey-Spektren

Neben den Informationen, die in den eigentlichen Datensätzen enthalten sind, müssen für die Auswertung die Werte für die Rabi-Frequenz, die Verstimmung der Mikrowelle gegenüber der Übergangsfrequenz des Ions, sowie die Präparationseffizienz bekannt sein.

Bestimmung der Rabi-Frequenz und der Verstimmung der Mikrowelle

Bei der Durchführung der Messung werden Werte für die Rabi-Frequenz und die Verstimmung der Mikrowelle gegenüber der Übergangsfrequenz des Ions benötigt, um die Zustände richtig präparieren bzw. auslesen zu können. Diese Werte werden zu Beginn eines Messtages durch Aufnahme eines Rabi- bzw. Ramsey-Spektrums ermittelt, wie in Abschnitt 4.4 beschrieben.

5. Schätzung von Quantenzuständen

Im Verlaufe des Messtages werden weitere Rabi- und Ramsey-Spektren aufgenommen. Zum Zeitpunkt der Auswertung steht damit eine wesentlich umfangreichere Datenbasis zur Bestimmung der Rabi-Frequenz und der Verstimmung der Mikrowelle zur Verfügung als zum Zeitpunkt der Messung. Aus allen vorhandenen Spektren des jeweiligen Messtages werden Werte für die mittlere Rabi-Frequenzen und die mittlere Verstimmung der Mikrowelle gegenüber der Übergangsfrequenz des Ions ermittelt, die dann der Auswertung zugrunde gelegt werden. Tabelle C.2 zeigt die Werte für die einzelnen Spektren, sowie die gemittelten Werte für den jeweiligen Messtag. Die Streuung der einzelnen Werte für die Rabi-Frequenz und die Verstimmung der Mikrowelle begründet sich aus der statistischen Unsicherheit bei der Anpassung der Rabi- und Ramsey-Spektren, denn die einzelnen Punkte der Spektren unterliegen dem Projektionsrauschen der Projektion in die Zustände $F = 0$ und $F = 1$.

Bestimmung der Präparationseffizienz

Für die Bestimmung der Präparationseffizienz werden die Rabi-Spektren des jeweiligen Messtages herangezogen. Nach der in Abschnitt 4.4.1 beschriebenen Methode wird die Präparationseffizienz berechnet. Dazu wird die Detektionseffizienz für den jeweiligen Datensatz benötigt, die wie in Abschnitt 4.3 beschrieben bestimmt wird. Tabelle C.7 zeigt die einzelnen zur Verfügung stehenden Rabi- und Ramsey-Spektren für die jeweiligen Messtage. Die ermittelten Werte für die Detektionseffizienzen η_0 , η_1 , das Minimum des Spektrums $P_{1,\min}$ und die daraus berechnete Präparationseffizienz η_p sind aufgeführt.

Im Experiment wurden zwischen dem 1. und 2. August 2000 keine Änderungen vorgenommen. Weiter stimmen die Werte für die Präparationseffizienz dieser beiden Tage innerhalb ihres jeweiligen Fehlers überein. Daher wird ein gemeinsamer Wert von $0,911 \pm 0,004$ für die Präparationseffizienz an diesen Tagen angenommen. Für die Präparationseffizienz am 5. April 2002 ergibt sich ein geringfügig besserer Wert von $0,928 \pm 0,003$.

5.3.2. Beispielhafte Darstellung eines Schätzvorgangs mit dem selbstlernenden Algorithmus nach Fischer u. a.

Ein einzelner Schätzvorgang mit dem selbstlernenden Algorithmus nach Fischer u. a. wird im Folgenden beispielhaft diskutiert. Abbildung 5.3 zeigt die Dichteverteilung w_n auf der Bloch-Kugel nach jedem einzelnen Schritt des Algorithmus für den 122ten Schätzvorgang aus dem Datensatz `aug01/zustand_68` vom 1. August 2001. Der präparierte Zustand $|\pi/4, \pi/4\rangle$ ist durch einen Kreis dargestellt. Ein Balken zeigt die Messrichtung an; das mit einem ausgefüllten Kreis gekennzeichnete Ende des Balkens zeigt die Richtung des Ergebnisses der Messung.

Die eingezeichneten Messrichtungen entsprechen nicht genau den vom Entscheidungsbaum geforderten Richtungen. Der Grund liegt darin, dass die im vorherigen Abschnitt

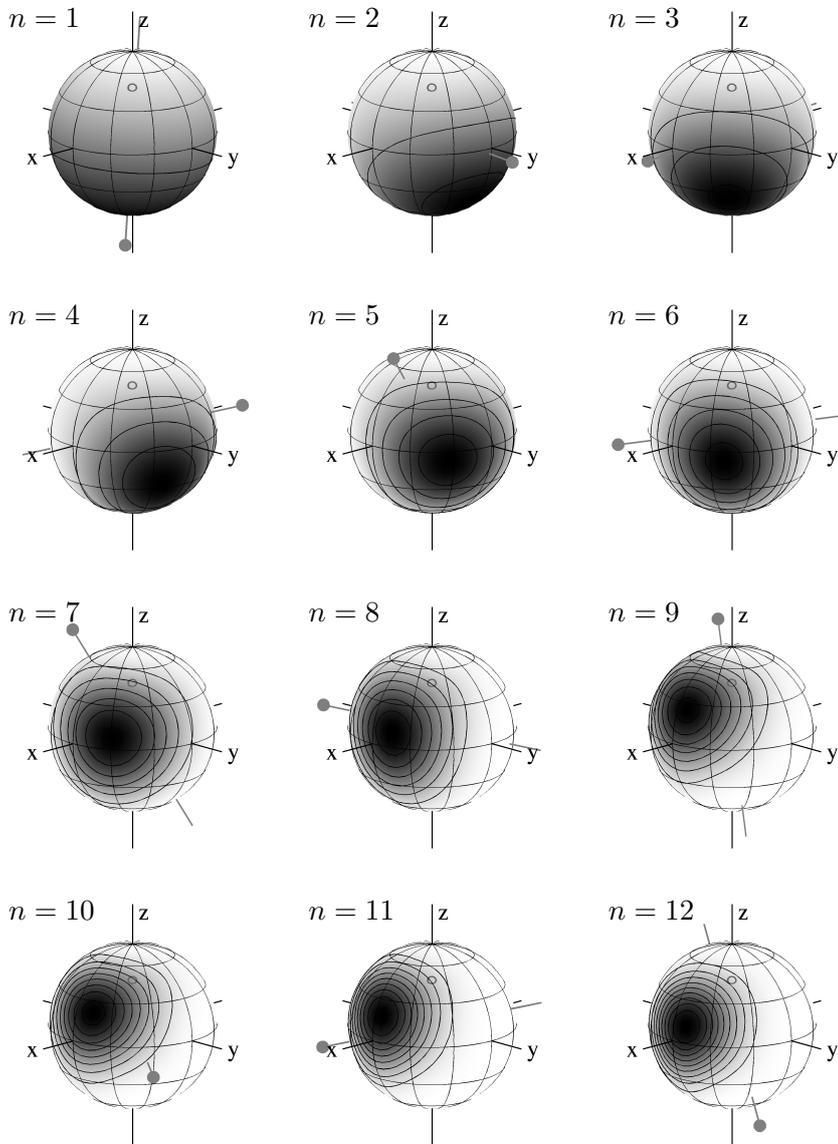


Abbildung 5.3.:

Dichteverteilung w_n auf der Bloch-Kugel im Verlauf der Zustandsschätzung mit dem selbstlernenden Algorithmus nach Fischer u. a., kodiert in Graustufen. Dunklere Stellen entsprechen einer größeren Wahrscheinlichkeitsdichte. Konturen sind bei den Wahrscheinlichkeitsdichten $0, 1, \dots, 1$ eingezeichnet. Der präparierte Zustand $|\pi/4, \pi/4\rangle$ ist als Kreis auf der Oberfläche der Bloch-Kugel eingezeichnet. Ein Strich zeigt die Richtung der vorhergehenden Messung; ein ausgefüllter Kreis an seinem Ende kennzeichnet die Richtung des erzielten Messergebnisses.

5. Schätzung von Quantenzuständen

bestimmten Werte für die Rabi-Frequenz und die Verstimmung der Mikrowelle gegenüber der Übergangsfrequenz des Ions erst *nach* dem Messtag bekannt sind und daher während des Experiments noch nicht zur Verfügung stehen. Während des Experiments werden daher vorläufige Werte für die Rabi-Frequenz Ω und die Verstimmung der Mikrowelle δ verwendet, die aus den ganz zu Beginn des Messtages aufgenommenen Rabi- und Ramsey-Spektren gewonnen werden. Aufgrund des Unterschieds zwischen vorläufigen und endgültigen Werten weichen die tatsächlich gemessenen Richtungen etwas von den vom Entscheidungsbaum geforderten Richtungen ab. Für die Auswertung der Datensätze werden die aus allen Spektren eines Messtages bestimmten, genaueren Schätzwerte für die Rabi-Frequenz und die Verstimmung der Mikrowelle benutzt und die tatsächlich gemessenen Richtungen aus den Gleichungen 4.32 bis 4.35 zurückgerechnet.

Die Dichteverteilung w_0 , die die vorhandene Information über den zu schätzenden Zustand vor der ersten Messung angibt, ist nicht dargestellt, da diese auf der gesamten Bloch-Kugel denselben Wert annimmt (siehe Gleichung 5.3). Denn vor der ersten Messung ist keine Information über den zu schätzenden Zustand vorhanden und daher sind alle Zustände gleich wahrscheinlich. Die erste dargestellte Bloch-Kugel zeigt die Dichteverteilung w_1 nach der ersten Messung. Die Messung wurde ungefähr in Richtung der z-Achse vorgenommen, wobei das Ergebnis in die $-z$ -Richtung zeigt. Dementsprechend zeigt die Dichteverteilung ihr Maximum in der Nähe des unteren Pols der Bloch-Kugel. Das umgekehrte Ergebnis wäre wahrscheinlicher gewesen, da der Zustand $|\pi/4, \pi/4\rangle$ auf der oberen Hälfte der Bloch-Kugel liegt. In diesem Fall ist aber das unwahrscheinlichere Ergebnis eingetreten.

Die zweite Messung wird in Richtung der y-Achse vorgenommen. In diesem Fall tritt das wahrscheinlichere der beiden Ergebnisse ein, d. h. die Messung liefert ein Ergebnis in Richtung der y-Achse. Die dritte Messung findet in Richtung der x-Achse statt, wieder tritt das wahrscheinlichere Ergebnis auf. Die folgenden Messungen entsprechen dem Entscheidungsbaum. Die Richtung der vierten Messung lässt sich aus dem in Abbildung 5.1 gezeigten Teil des Entscheidungsbaums ablesen. Die Folge der Ergebnisse der vorangegangenen Messungen ist 0, 1, 1. Dementsprechend enthält der Eintrag in der vierten Zeile und der vierten Spalte des Ereignisbaums die Messrichtung für die vierte Messung: $|1,22; 5,77\rangle$. Es ist zu erkennen, dass sich die Dichteverteilung immer mehr auf einen Punkt auf der Bloch-Kugel konzentriert. Nach dem zwölften Schritt wird das Maximum der Dichteverteilung als geschätzter Zustand gewählt. Die in diesem Beispiel erzielte *Fidelity* der Zustandsschätzung entspricht ungefähr 85 %, obwohl der präparierte und der geschätzte Zustand weit auseinander zu liegen scheinen. Dabei ist aber zu beachten, dass für den Zustand die gesamte Oberfläche der Bloch-Kugel zur Verfügung steht und durch die Projektion der dreidimensionalen Bloch-Kugel auf die zwei Dimensionen der Darstellung der Abstand zweier Punkte in der Mitte der Bloch-Kugel größer erscheint als an ihrem Rand.

5.3.3. Leistung der Algorithmen in Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen und des präparierten Zustands

Zunächst wird die Leistung der Algorithmen in Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen und des präparierten Zustands untersucht. Die Leistung der Algorithmen wird durch die mittlere *Fidelity* beschrieben, also durch die Überlappung zwischen geschätztem und präpariertem Zustand (siehe Gleichung 5.11). Die Untersuchung der Leistung in Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen dient der Abschätzung, inwieweit die Leistung der Algorithmen durch diesen experimentellen Einfluss beeinträchtigt wird.

Die Abbildungen 5.4 bis 5.7 zeigen die mittlere *Fidelity* in Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen für die untersuchten Algorithmen getrennt für die verschiedenen präparierten Zustände. Ein Datenpunkt entspricht einem Datensatz, wobei bei den statischen Algorithmen durch Auswertung mit unterschiedlicher Schwelle s die Werte für verschiedene Differenzen der Detektionseffizienzen gewonnen werden, während bei dem selbstlernenden Algorithmus für jeden Schwellenwert jeweils ein eigener Datensatz ausgewertet wird.

Die Darstellung der mittleren *Fidelity* in Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta$ ist eine geeignete Methode, um die Empfindlichkeit der verschiedenen Algorithmen in Bezug auf $\Delta\eta$ zu vergleichen. Allerdings sind die eigentlichen experimentellen Parameter die Detektionseffizienzen η_0 und η_1 , d. h. die mittlere *Fidelity* ist von diesen beiden Parametern abhängig. Tatsächlich zeigen die Darstellungen daher die Werte entlang eines Pfades innerhalb dieses zweidimensionalen Parameterraums.

Zufällig gewählte Messrichtungen

Die Abhängigkeit der mittleren *Fidelity* von der Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta$ ist jeweils für die Zustände $|3\pi/4, \pi/4\rangle$ und $|3\pi/4, 3\pi/4\rangle$, sowie für die Zustände $|\pi/4, 3\pi/4\rangle$ und $|\pi/4, \pi/4\rangle$ identisch. Die beobachtete Abhängigkeit lässt sich dadurch erklären, dass bei einer Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta > 0$ die Detektionseffizienz für den Zustand $|0\rangle$ größer ist als für den Zustand $|1\rangle$. Damit wird eher ein Zustand $|1\rangle$ irrtümlicherweise als Zustand $|0\rangle$ detektiert als umgekehrt. Insgesamt führt dies dazu, dass der Zustand $|0\rangle$ bevorzugt zum Messergebnis des zustandsselektiven Nachweises wird.

Wie im Abschnitt 4.6 (Messung des Qubits in einer beliebigen Basis) besprochen, wird zur Realisierung einer beliebigen Messrichtung diese in Richtung der z-Achse gedreht. Denn die physikalische Messbasis ist immer die $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ -Basis. Damit wirkt sich die Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta$ so aus, dass eine Detektion bevorzugt in Messrichtung ($\Delta\eta > 0$) oder entgegenger der Messrichtung ($\Delta\eta < 0$) erfolgt.

Im Experiment wurden bei den zufällig gewählten Messrichtungen nur Messrichtungen auf der oberen Hälfte der Bloch-Kugel gewählt (siehe Abschnitt 5.2). Erfolgt nun eine

5. Schätzung von Quantenzuständen

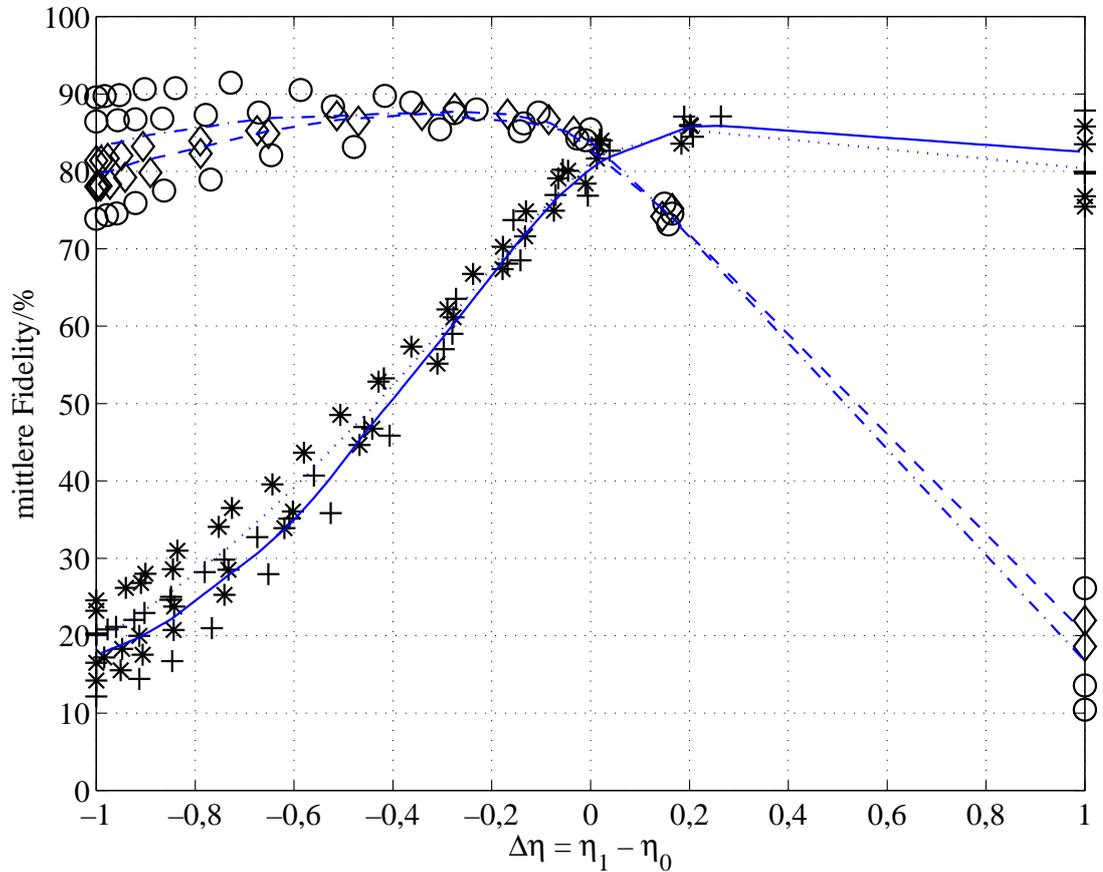


Abbildung 5.4.:

Mittlere *Fidelity* in Abhängigkeit von der Differenz der *Detektionseffizienzen* $\Delta\eta$ für die zufälligen Messrichtungen, aufgeschlüsselt nach dem präparierten Zustand. Die Kreise zeigen die Ergebnisse für den präparierten Zustand $|3\pi/4, \pi/4\rangle$, die Rauten für $|3\pi/4, 3\pi/4\rangle$, die Sterne für $|\pi/4, 3\pi/4\rangle$ und die Kreuze für $|\pi/4, \pi/4\rangle$. Jeder einzelne Datenpunkt ist über 100 bis 200 Realisierungen gemittelt. Die Datenpunkte sind teilweise korreliert, da jeder Datensatz für alle Schwellen s ausgewertet wird und daher mehrere Datenpunkte aus demselben Datensatz errechnet werden. Die Linien zeigen die interpolierten mittleren *Fidelity* für die präparierten Zustände $|3\pi/4, \pi/4\rangle$ (strichpunktiert), $|3\pi/4, 3\pi/4\rangle$ (gestrichelt), $|\pi/4, 3\pi/4\rangle$ (punktiert) und $|\pi/4, \pi/4\rangle$ (durchgezogen).

Detektion bevorzugt in Messrichtung ($\Delta\eta > 0$), so wird der Zustand systematisch in z-Richtung verschoben. Im anderen Fall ($\Delta\eta < 0$) erfolgt die Verschiebung entgegen der z-Richtung. Dadurch wird bei $\Delta\eta = 1$ ein Zustand nahe des Zustands $|0\rangle$ und bei $\Delta\eta = -1$ ein Zustand nahe des Zustands $|1\rangle$ als Schätzergebnis erhalten.

Die Überlappung zwischen den präparierten Zuständen $|\Phi_+\rangle \equiv |\pi/4, \pi/4\rangle$ und $|\Phi_*\rangle \equiv |\pi/4, 3\pi/4\rangle$ und dem Zustand $|0\rangle$ beträgt ungefähr 85%. Daher wird für diese präparierten Zustände eine mittlere *Fidelity* von 85% bei $\Delta\eta = 1$ und eine mittlere *Fidelity* von 15% bei $\Delta\eta = -1$ erhalten. Die Streuung der mittleren *Fidelity* verschiedener Datensätze begründet sich darin, dass aufgrund der zufälligen Wahl der Messrichtungen jeweils nicht exakt der Zustand $|0\rangle$ bzw. $|1\rangle$ als Schätzergebnis erhalten wird, sondern nur ein Zustand in seiner Nähe, wobei die genau Lage des Zustands auf der Bloch-Kugel einer großen Streuung unterworfen ist. Dadurch ist die mittlere *Fidelity* etwas geringer als 85% bzw. höher als 15%.

Bei den präparierten Zuständen $|\Phi_\circ\rangle \equiv |3\pi/4, \pi/4\rangle$ und $|\Phi_\diamond\rangle \equiv |3\pi/4, 3\pi/4\rangle$, die beide auf der unteren Hälfte der Bloch-Kugel liegen, verhält es sich genau umgekehrt. Ihre Überlappung mit den Zuständen $|0\rangle$ und $|1\rangle$ beträgt 15% bzw. 85%. Für diese präparierten Zustände wird eine mittlere *Fidelity* von 85% bei $\Delta\eta = 1$ und eine mittlere *Fidelity* von 15% bei $\Delta\eta = -1$ erzielt.

Die Abhängigkeit der erzielten mittleren *Fidelity* für die verschiedenen präparierten Zustände von der Differenz der Detektionseffizienzen tritt auf, weil die Messrichtungen nur auf der oberen Hälfte der Bloch-Kugel gewählt wurden. Diese Abhängigkeit wird nicht auftreten, wenn die Messrichtungen über die gesamte Bloch-Kugel verteilt sind. Denn dann bewirkt die Bevorzugung einer Messrichtung keine systematische Verschiebung des geschätzten Zustands mehr, die die Ursache für die Abhängigkeit der mittleren *Fidelity* vom präparierten Zustand ist.

Bei den vorhandenen experimentellen Daten ist bei gleichen Detektionseffizienzen, also $\Delta\eta = 0$, die mittlere *Fidelity* für alle präparierten Zustände gleich. Dies belegt, dass der geschätzte Zustand hauptsächlich durch die Differenz der Detektionseffizienzen systematisch beeinflusst wird.

Orthogonale Messrichtungen

Bei der Verwendung orthogonaler Messrichtungen zeigt sich eine starke Abhängigkeit der mittleren *Fidelity* von der Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta$. Das zugrundeliegende Prinzip ist dasselbe, wie bei den zufällig gewählten Messrichtungen: Durch die ungleichen Detektionseffizienzen wird einer der beiden Hyperfeinzustände bevorzugt und damit ergibt sich entweder vorzugsweise ein Ergebnis in Richtung der Messrichtung oder bei entgegengesetztem Vorzeichen der Differenz entgegen der Messrichtung.

Die Auswirkungen sind bei dem orthogonalen Algorithmus deshalb so gravierend, weil keine Kompensation des entstehenden Fehlers stattfindet, wodurch der geschätzte Zustand systematisch abweicht. Bei Betrachtung des präparierten Zustands $|\Phi_+\rangle \equiv$

5. Schätzung von Quantenzuständen

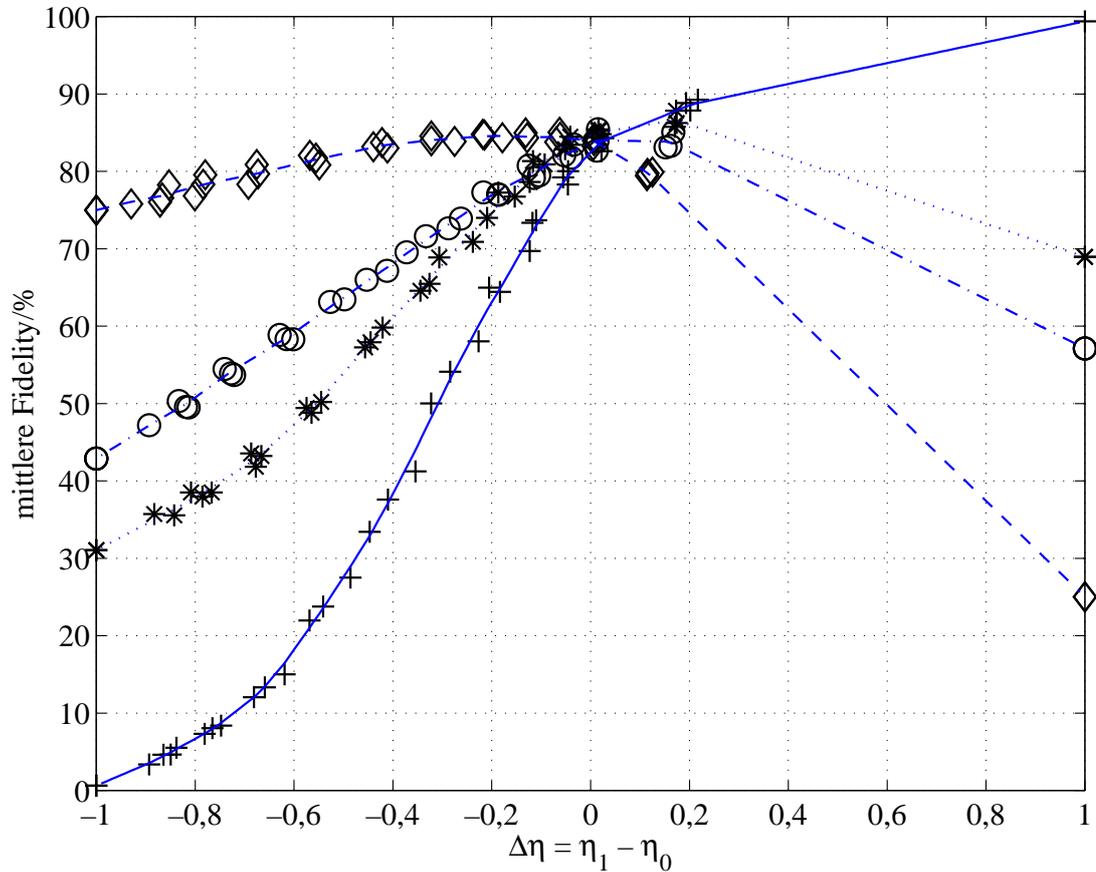


Abbildung 5.5.:

Mittlere *Fidelity* in Abhängigkeit von der Differenz der *Detektionseffizienzen* $\Delta\eta$ für die orthogonalen Messrichtungen, aufgeschlüsselt nach dem *Präparationswinkel*. Die Kreise zeigen die Ergebnisse für den *Präparationswinkel* $|\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\rangle$, die Rauten für $|\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\rangle$, die Sterne für $|\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\rangle$ und die Kreuze für $|\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\rangle$. Jeder einzelne Datenpunkt ist über 100 bis 200 Realisierungen gemittelt. Die Datenpunkte sind teilweise korreliert, da jeder Datensatz für alle Schwellen s ausgewertet wird und daher mehrere Datenpunkte aus demselben Datensatz errechnet werden. Die Linien zeigen die interpolierten mittleren *Fidelities* für die präparierten Zustände $|\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\rangle$ (strichpunktiert), $|\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\rangle$ (gestrichelt), $|\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\rangle$ (punktirt) und $|\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\rangle$ (durchgezogen).

$|\pi/4, \pi/4\rangle$ fällt auf, dass dieser für $\Delta\eta = 1$ eine mittlere *Fidelity* von nahezu 100 % besitzt, während die *Fidelity* für $\Delta\eta = -1$ annähernd 0 % beträgt. Dies lässt sich einfach dadurch erklären, dass die Vektorsumme der Messrichtungen σ_x , σ_y und σ_z in die Richtung des Zustands $|\Phi_+\rangle$ zeigt. Ergibt sich unabhängig vom präparierten Zustand immer ein Ergebnis in Messrichtung $-$ was bei $\Delta\eta = 1$ geschieht – so wird immer der Zustand $|\Phi_+\rangle$ geschätzt. Die erhaltenen mittlere *Fidelity* für die anderen Zustände bei $\Delta\eta = 1$ ergibt sich deshalb aus ihrer Überlappung mit dem Zustand $|\Phi_+\rangle$. Für $\Delta\eta = -1$ wird dementsprechend immer der Zustand $-|\Phi_+\rangle$ geschätzt.

Auch bei Verwendung orthogonaler Messrichtungen ist die mittlere *Fidelity* des geschätzten Zustands an der Stelle $\Delta\eta = 0$ unabhängig vom präparierten Zustand. Trotzdem macht die starke systematische Abhängigkeit des Ergebnisses von der Differenz der Detektionseffizienzen diesen Algorithmus für den experimentellen Einsatz ungeeignet. Denn ein geringer Unterschied in den Detektionseffizienzen lässt sich praktisch nicht vermeiden, sodass der geschätzte Zustand stets eine systematische Abweichung aufweisen wird.

Orthogonale Messrichtungen mit Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen

Die orthogonalen Messrichtungen mit Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen sind wesentlich unempfindlicher gegen die Ungleichheit der Detektionseffizienzen als die einfache Verwendung der Orthogonalbasis ohne Kompensation. Zwar gibt es nach wie vor eine Abhängigkeit der mittleren *Fidelity* von der Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta$, aber diese ist für alle präparierten Zustände identisch. Dies zeigt, dass der systematische Einfluss kompensiert wird. Erst ab einer Differenz der Detektionseffizienzen von $\Delta\eta < -0,5$ ist eine Abhängigkeit vom präparierten Zustand erkennbar.

Bei der Interpretation der Ergebnisse ist zu beachten, dass die experimentellen Parameter die Detektionseffizienzen η_0 und η_1 sind und die Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta$ eine abgeleitete Größe ist. Die graphische Darstellung der mittleren *Fidelity* erfolgt in Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta$, allerdings geht gleichzeitig auch die mittlere Detektionseffizienz $\bar{\eta} = (\eta_0 + \eta_1)/2$ ein. Eine Differenz der Detektionseffizienzen vom Betrag eins bedeutet gleichzeitig auch immer eine mittlere Detektionseffizienz von nur 0,5 (z. B. $\Delta\eta = +1$, daraus folgt $\eta_0 = 1$ und $\eta_1 = 0$ und daher $\bar{\eta} = 0,5$). Für eine Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta \approx 0$ ist die mittlere Detektionseffizienz besser als 0,98. Daher ist der Abfall der mittleren *Fidelity* bei großen Differenzen der Detektionseffizienzen zumindest zum Teil auch durch die geringere mittlere Detektionseffizienz an diesen Stellen zu erklären. Die Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen ist also noch geringer, als in dem Graphen zu erkennen.

Für Werte $\Delta\eta > 0$ ist die Beurteilung nicht so eindeutig, da lediglich jeweils zwei Datenpunkte vorhanden sind. Das liegt daran, dass die Schwelle s nur ganzzahlige Werte

5. Schätzung von Quantenzuständen

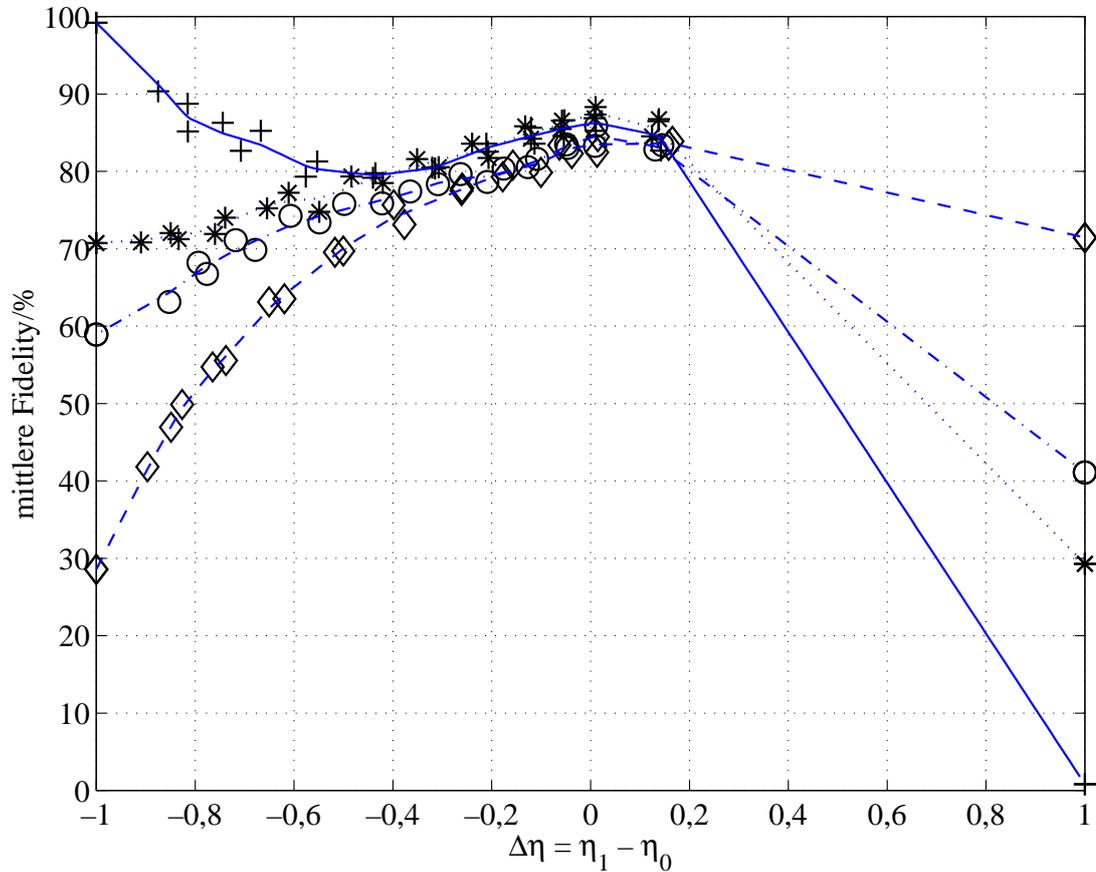


Abbildung 5.6.:

Mittlere *Fidelity* in Abhängigkeit von der Differenz der *Detektionseffizienzen* $\Delta\eta$ für die orthogonalen Messrichtungen mit Kompensation der ungleichen *Detektionseffizienzen*, aufgeschlüsselt nach dem *Präparationswinkel*. Die Kreise zeigen die Ergebnisse für den *Präparationswinkel* $|3\pi/4, \pi/4\rangle$, die Rauten für $|3\pi/4, 3\pi/4\rangle$, die Sterne für $|\pi/4, 3\pi/4\rangle$ und die Kreuze für $|\pi/4, \pi/4\rangle$. Jeder einzelne Datenpunkt ist über 100 bis 200 Realisierungen gemittelt. Die Datenpunkte sind teilweise korreliert, da jeder Datensatz für alle Schwellen s ausgewertet wird und daher mehrere Datenpunkte aus demselben Datensatz errechnet werden. Die Linien zeigen die interpolierten mittleren *Fidelities* für die präparierten Zustände $|3\pi/4, \pi/4\rangle$ (strichpunktiert), $|3\pi/4, 3\pi/4\rangle$ (gestrichelt), $|\pi/4, 3\pi/4\rangle$ (punktiert) und $|\pi/4, \pi/4\rangle$ (durchgezogen).

annehmen kann, da es sich um eine Photonenzahl handelt. Es gibt allerdings keinen Grund, weshalb die Abhängigkeit für $\Delta\eta > 0$ qualitativ anders ausfallen sollte als für $\Delta\eta < 0$.

Die orthogonalen Messrichtungen mit Kompensation der ungleichen Detektionseffizienz zeigen von allen untersuchten Algorithmen die geringste Abhängigkeit der mittleren *Fidelity* vom präparierten Zustand. Es ist allerdings zu erwarten, dass sowohl bei zufälliger Wahl der Messrichtungen, als auch beim selbstlernenden Algorithmus ähnlich gute Ergebnisse in Bezug auf die Abhängigkeit von den Detektionseffizienzen erzielt werden, sobald die Messrichtungen über beide Hälften der Bloch-Kugel verteilt werden.

Selbstlernender Algorithmus nach Fischer u. a.

Beim selbstlernenden Algorithmus zeigt sich die gleiche Abhängigkeit der mittleren *Fidelity* von der Differenz der Detektionseffizienzen wie bei zufälliger Wahl der Messrichtungen. Das liegt daran, dass auch beim selbstlernenden Algorithmus alle Messrichtungen auf der oberen Hälfte der Bloch-Kugel liegen. Daher werden dieselben Zustände bevorzugt wie bei den zufälligen Messrichtungen. Allerdings ist die absolut erzielte mittlere *Fidelity* beim selbstlernenden Algorithmus deutlich besser als bei zufälliger Wahl der Messrichtungen.

Der Graph für den selbstlernenden Algorithmus ist stärker verrauscht als die Graphen für die anderen Algorithmen. Dies hat zwei Gründe. Zum einen stehen beim selbstlernenden Algorithmus weniger Daten zur Verfügung, da für jede Schwelle ein eigener Datensatz nötig ist und damit eine Größenordnung mehr Messzeit zur Untersuchung der Abhängigkeit der mittleren *Fidelity* von der Differenz der Detektionseffizienzen als für die anderen Algorithmen benötigt wird. Um die benötigte Messzeit im Rahmen zu halten werden weniger Datenpunkte für diesen Algorithmus aufgenommen und deshalb sind die statistischen Schwankungen größer. Zum anderen sind die einzelnen Datenpunkte beim selbstlernenden Algorithmus voneinander statistisch unabhängig, während bei den anderen Algorithmen viele Datenpunkte aus demselben Datensatz erzeugt werden und damit korreliert sind.

Die Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen sollte sich beim selbstlernenden Algorithmus – wie bei den zufälligen Messrichtungen – dadurch beseitigen lassen, dass durch Verteilung der Messrichtungen über beide Hälften der Bloch-Kugel der systematische Einfluss kompensiert wird.

5.3.4. Interpolation auf gleiche Detektionseffizienzen

Die Ungleichheit der Detektionseffizienzen η_0 und η_1 führt zu einem unerwünschten systematischen Einfluss auf den geschätzten Zustand. Dieser soll möglichst weitgehend vermieden werden. Die Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta$ ist bei einer Auswertung mit einer Schwelle $s = 2$ zwar sehr gering, aber dennoch ungleich Null. Daher werden die

5. Schätzung von Quantenzuständen

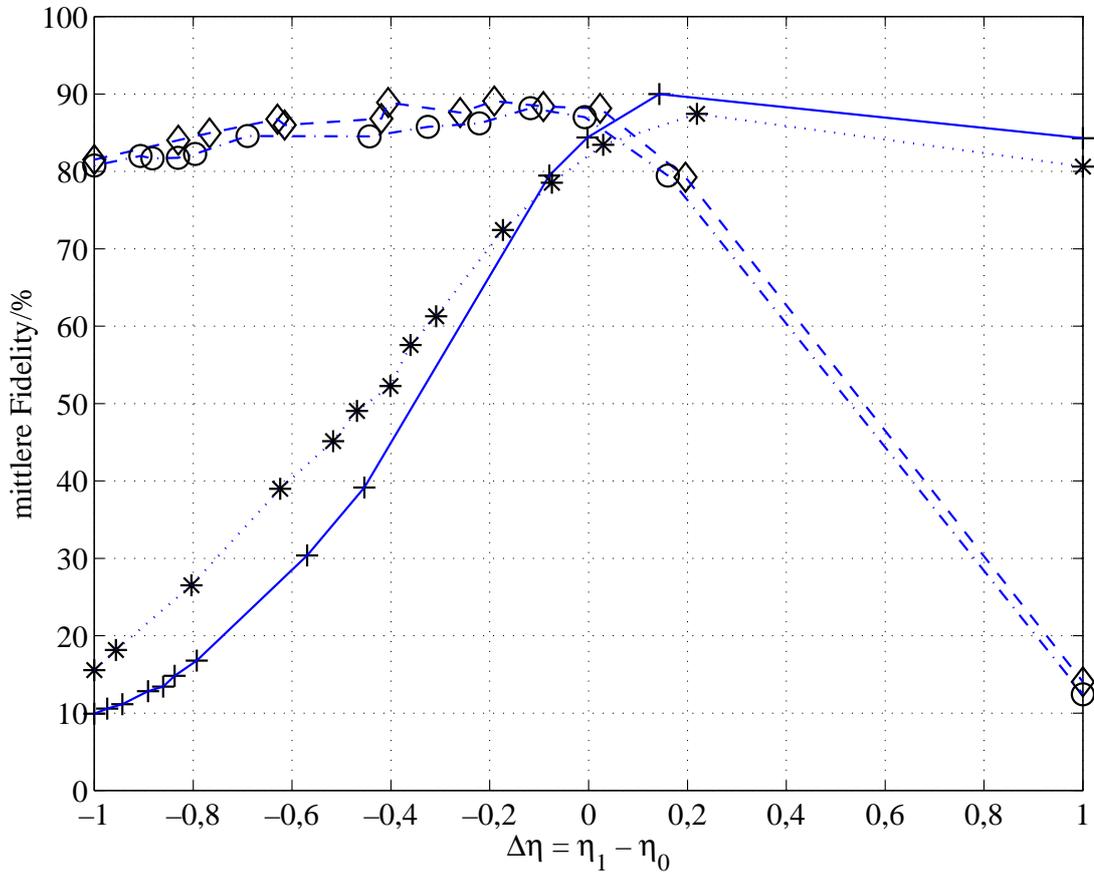


Abbildung 5.7.:

Mittlere *Fidelity* in Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta$ für den selbstlernenden Algorithmus nach Fischer u. a., aufgeschlüsselt nach Präparationswinkel. Die Kreise zeigen die Ergebnisse für den Präparationswinkel $|3\pi/4, \pi/4\rangle$, die Rauten für $|3\pi/4, 3\pi/4\rangle$, die Sterne für $|\pi/4, 3\pi/4\rangle$ und die Kreuze für $|\pi/4, \pi/4\rangle$. Jeder einzelne Datenpunkt ist über 100 bis 200 Realisierungen gemittelt. Bei diesem Algorithmus sind alle Datenpunkte voneinander statistisch unabhängig. Die Linien zeigen die interpolierten mittleren *Fidelities* für die präparierten Zustände $|3\pi/4, \pi/4\rangle$ (strichpunktiert), $|3\pi/4, 3\pi/4\rangle$ (gestrichelt), $|\pi/4, 3\pi/4\rangle$ (punktiert) und $|\pi/4, \pi/4\rangle$ (durchgezogen).

Algorithmus	$\langle F \rangle_{\text{Exp.}}$	η_p	$\bar{\eta}$	$ \langle \vec{\sigma} \rangle $
Zufällige Richtungen	$81,9 \pm 0,4$	$0,911 \pm 0,004$	$0,969 \pm 0,008$	$0,771 \pm 0,008$
Orthogonalbasis	$83,7 \pm 0,3$	$0,928 \pm 0,003$	$0,989 \pm 0,002$	$0,837 \pm 0,003$
Orthogonalbasis komp.	$85,3 \pm 0,4$	$0,928 \pm 0,003$	$0,991 \pm 0,001$	$0,841 \pm 0,003$
Selbstlernend	$85,0 \pm 0,6$	$0,911 \pm 0,004$	$0,978 \pm 0,001$	$0,786 \pm 0,004$

Tabelle 5.1.:

Mittlere *Fidelity* der Algorithmen, interpoliert auf gleiche Detektionseffizienzen. Zusätzlich sind die Werte für die Präparationseffizienz η_p , die mittlere Detektionseffizienz $\bar{\eta}$ und die daraus mittels Gleichung 5.12 berechnete Länge des Bloch-Vektors eingetragen.

mittleren *Fidelities* auf gleiche Detektionseffizienzen ($\Delta\eta = 0$) linear interpoliert. In Tabelle 5.1 sind die so erhaltenen mittleren *Fidelities* und die zugehörigen experimentellen Parameter aufgeführt. Ein Vergleich der Algorithmen untereinander ist anhand dieser Werte allerdings nicht aussagekräftig, da die Länge der Bloch-Vektoren unterschiedlich ist.

5.3.5. Berücksichtigung der experimentellen Bedingungen in der Theorie

Die Theorie zur Zustandsschätzung beschreibt die Schätzung reiner Zustände. Im Experiment werden jedoch keine reinen, sondern wegen der endlichen Präparations- und Detektionseffizienzen gemischte Zustände präpariert. Daher muss die Theorie zur Beschreibung des Experiments modifiziert werden. Ergebnis des Schätzprozesses soll nach wie vor ein reiner Zustand sein, nur dass tatsächlich ein gemischter Zustand präpariert wird. Eine entsprechende Modifikation der Theorie wurde von Dr. Dirk Reiß durchgeführt (Hannemann u. a. 2002).

Die relevanten Größen zur Charakterisierung sind die Präparationseffizienz η_p und die mittlere Detektionseffizienz $\bar{\eta}$. Sie bewirken, dass nicht ein reiner, sondern ein gemischter Zustand geschätzt wird. Dabei wird die durch die endliche Detektionseffizienz erzeugte Dekohärenz ebenfalls dem präparierten Zustand zugeschlagen. Von Interesse ist dann die Reinheit des präparierten Zustands, gegeben durch die Länge des ihn beschreibenden Bloch-Vektors. Diese berechnet sich gemäß

$$|\langle \vec{\sigma} \rangle| = (2\eta_p - 1)(2\bar{\eta} - 1) \quad . \quad (5.12)$$

Eine Länge von eins bedeutet also, dass ein reiner Zustand vorliegt, während eine Länge von null einem maximal gemischten Zustand entspricht.

Die Ergebnisse der Simulationen von Dr. Dirk Reiß sind in Abbildung 5.8 graphisch dargestellt. Es wird der Zusammenhang zwischen der Länge des Bloch-Vektors und der mittleren *Fidelity* für die Algorithmen bei 12 Schritten des Algorithmus gezeigt.

5. Schätzung von Quantenzuständen

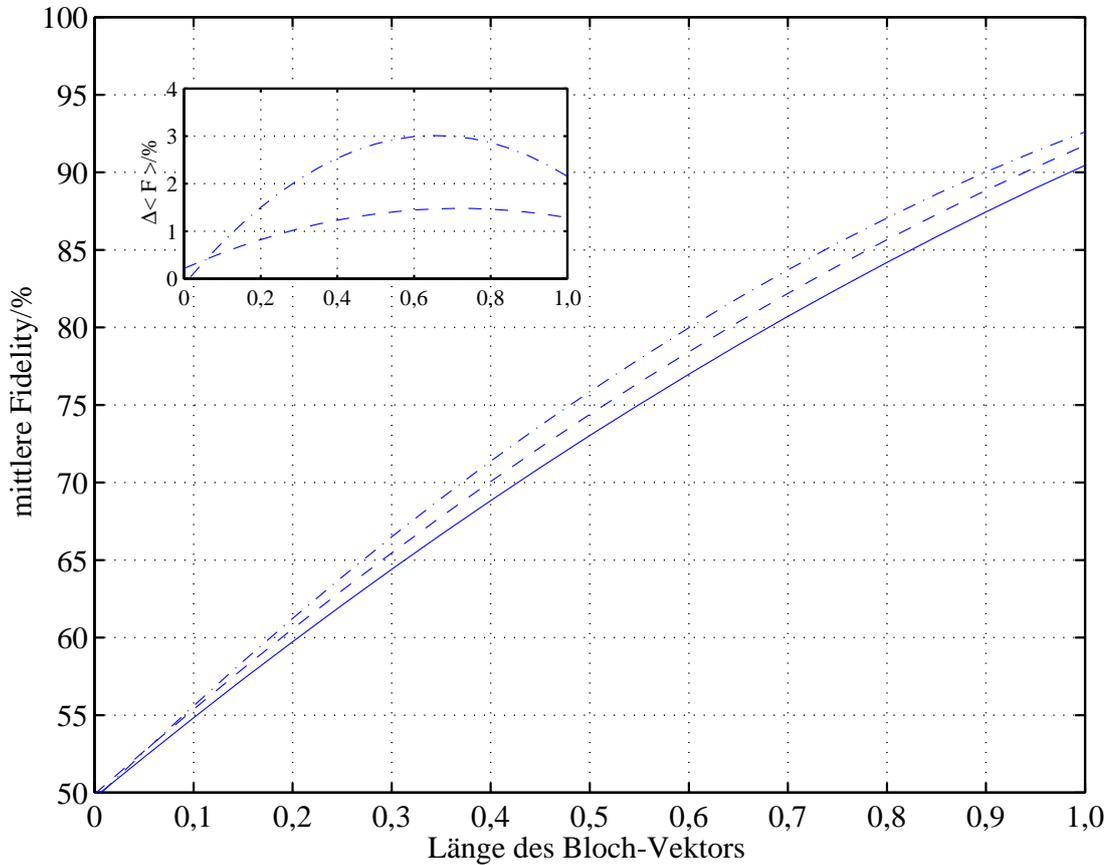


Abbildung 5.8.:

Theoretisch erwartete mittlere Fidelity in Abhängigkeit von der Länge des Bloch-Vektors bei 12 Schritten des Algorithmus. Die durchgezogene Linie zeigt die erwartete mittlere Fidelity für die zufälligen Messrichtungen, die gestrichelte Linie für die orthogonalen Messrichtungen und die strichpunktierte Linie die für den selbstlernenden Algorithmus. Da die Theorie von gleichen Detektionseffizienzen ($\Delta\eta = 0$) ausgeht, sind die Werte für die orthogonalen Messrichtungen mit und ohne Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen identisch. Der kleine Graph links oben zeigt die Differenz in der mittleren Fidelity gegenüber den zufälligen Messrichtungen für die orthogonalen Messrichtungen (gestrichelt) und dem selbstlernenden Algorithmus (strichpunktiert). Die zugrundeliegenden Simulationen wurden von Dr. Dirk Reiß durchgeführt.

Algorithmus	$\langle F \rangle_{\text{Exp.}}$	$ \langle \vec{\sigma} \rangle $	$\langle F \rangle_{\text{Theo.}} (\langle \vec{\sigma} \rangle)$
Zufällige Richtungen	$81,9 \pm 0,4$	$0,771 \pm 0,008$	$83,2 \pm 0,3$
Orthogonalbasis	$83,7 \pm 0,3$	$0,837 \pm 0,003$	$86,9 \pm 0,1$
Orthogonalbasis komp.	$85,3 \pm 0,4$	$0,841 \pm 0,003$	$87,0 \pm 0,1$
Selbstlernend	$85,0 \pm 0,6$	$0,786 \pm 0,004$	$86,6 \pm 0,1$

Tabelle 5.2.:

Vergleich der experimentell bestimmten mittleren *Fidelity* mit der theoretischen Vorhersage. Es sind die experimentell bestimmte mittlere *Fidelity* und die Länge des Bloch-Vektors aus Tabelle 5.1 eingetragen. Die letzte Spalte enthält die theoretische Vorhersage für die mittlere *Fidelity* des jeweiligen Algorithmus bei der im Experiment gegebenen Länge des Bloch-Vektors.

In der kleinen Darstellung links oben ist die Differenz des jeweiligen Algorithmus gegenüber den zufälligen Messrichtungen aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass diese Differenz insbesondere beim selbstlernenden Algorithmus für gemischte Zustände deutlich größer ist als für reine Zustände. Dies ist ein bemerkenswertes Ergebnis, da in jedem Experiment mehr oder weniger gemischte Zustände auftreten werden und der Vorteil des selbstlernenden Algorithmus gegenüber den anderen Algorithmen von der Theorie her also bisher eher unterschätzt wird.

In Tabelle 5.2 sind die experimentell gewonnenen Werte für die mittlere *Fidelity* den theoretisch berechneten gegenübergestellt. Bei den experimentell bestimmten mittleren *Fidelities* ergibt sich der angegebene Fehler aus der Streuung der Ergebnisse der einzelnen Schätzvorgänge. Bei den theoretischen Werten ist diese Streuung eine Größenordnung geringer, da 10^4 Realisierungen zur Bestimmung der mittleren *Fidelity* herangezogen werden. Dort entspringt der Fehler der Unsicherheit in der Bestimmung der Länge des Bloch-Vektors $|\langle \vec{\sigma} \rangle|$, für die die Daten berechnet werden.

Die experimentell erreichten Werte liegen ungefähr 1,5 Prozentpunkte unter den theoretisch vorhergesagten, mit Ausnahme der einfachen orthogonalen Messrichtungen, wo die Abweichung mehr als 3 Prozentpunkte beträgt. Die Ursache der allgemeinen Abweichung ist bisher noch nicht identifiziert. Offenbar ist neben der reduzierten Länge des Bloch-Vektors noch ein weiterer experimenteller Einfluss vorhanden, der die mittlere *Fidelity* verringert. Das schlechte Ergebnis für die einfachen orthogonalen Messrichtungen lässt sich durch die schon in Abschnitt 5.3.3 diskutierte starke Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen erklären.

Um einen Vergleich der Werte für die unterschiedlichen Algorithmen zu ermöglichen, sind in Tabelle 5.3 die theoretisch berechneten mittleren *Fidelities* der unterschiedlichen Algorithmen für eine Länge des Bloch-Vektors von 0,8 aufgeführt. Der selbstlernende Algorithmus schätzt den präparierten Zustand am besten. Die Schätzung des Zustands mit zufälligen Messrichtungen zeigt ein um fast 3 Prozentpunkte schlechteres Ergebnis. In

5. Schätzung von Quantenzuständen

Algorithmus	$\langle F \rangle_{\text{Theo.}}(0,8)$
Zufällige Richtungen	84,2
Orthogonalbasis	85,7
Selbstlernend	87,1

Tabelle 5.3.:

Vergleich der theoretisch berechneten mittleren Fidelities der Algorithmen untereinander bei gleicher Länge des Bloch-Vektors. Es wird eine Länge des Bloch-Vektors von 0,8 angenommen.

der Theorie liegt die Leistung der Schätzung mit orthogonalen Messrichtungen zwischen den beiden anderen Algorithmen. Allerdings zeigt das Experiment, dass die Schätzung mit orthogonalen Messrichtungen ohne Kompensation der Differenz der Detektionseffizienzen deutlich schlechter als theoretisch vorhergesagt abschneiden. Dies lässt sich durch die vorgestellte Modifikation des Algorithmus beheben, die die Differenz der Detektionseffizienzen kompensiert.

5.3.6. Leistung der Algorithmen in Abhängigkeit von der Anzahl der Schritte

In diesem Abschnitt wird die mittlere *Fidelity* der Algorithmen in Abhängigkeit von der Anzahl der Schritte des Algorithmus untersucht. Die Anzahl der Schritte wird variiert, indem in den aufgenommenen Datensätzen von den 12 im Experiment ausgeführten Schritten des Algorithmus nur die ersten N Schritte ausgewertet werden. Abbildung 5.9 zeigt die so bestimmte mittlere *Fidelity* in Abhängigkeit von der Anzahl der Schritte des jeweiligen Algorithmus.

Zum Vergleich sind die Ergebnisse einer Simulation des jeweiligen Algorithmus mit 10^4 Realisierungen dargestellt. Dabei wird als experimenteller Störeinfluss die endliche Länge des Bloch-Vektors berücksichtigt. Das Programm zur Simulation wurde freundlicherweise von Dr. Dirk Reiß zur Verfügung gestellt. Es liegt nur eine qualitative Übereinstimmung zwischen den theoretischen und den experimentellen Daten vor. Im Folgenden werden die Unterschiede zwischen Simulation und Experiment für die verschiedenen Algorithmen diskutiert.

Aufgrund der unterschiedlichen Länge des Bloch-Vektors ist ein Vergleich der Algorithmen untereinander anhand der hier gezeigten Werte für die mittlere *Fidelity* nicht zulässig. Ein Vergleich kann nur zwischen den Daten eines Algorithmus und den Ergebnissen der zugehörigen Simulation erfolgen.

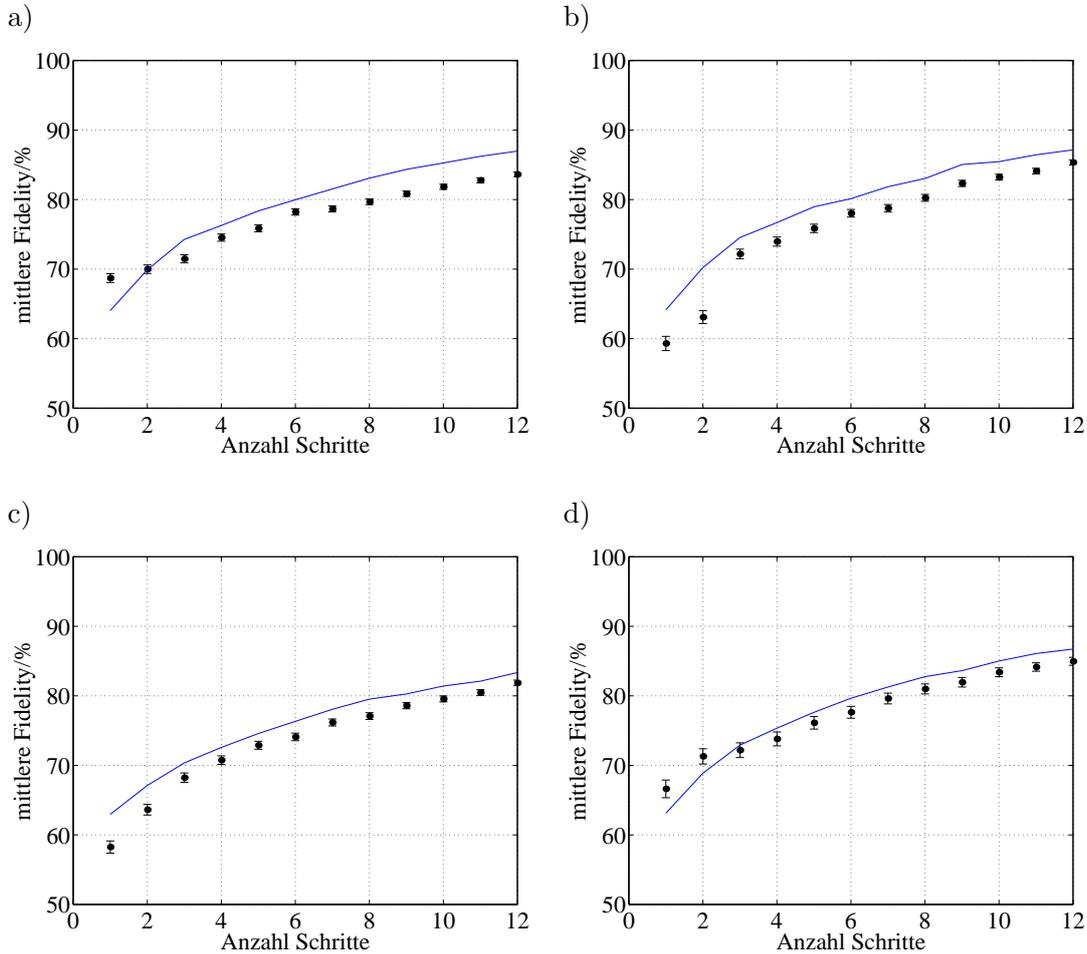


Abbildung 5.9.:

Mittlere Fidelity in Abhängigkeit von der Anzahl der Schritte des Algorithmus. Die Graphen zeigen a) den orthogonalen Algorithmus, b) den orthogonalen Algorithmus mit Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen, c) die zufällig gewählten Messrichtungen und d) den selbstlernenden Algorithmus nach Fischer u. a. (2000). Die Kreuze mit Fehlerbalken geben die experimentellen Daten wieder, während die durchgezogene Linie die Ergebnisse einer Simulation mit jeweils 10^4 Realisierungen zeigt. Das Programm zur Simulation wurde von Dr. Dirk Reiß zur Verfügung gestellt. Ein Vergleich der Algorithmen untereinander ist nicht zulässig, da die Länge des Bloch-Vektors unterschiedlich ist.

5. Schätzung von Quantenzuständen

Orthogonale Messrichtungen

Bei den orthogonalen Messrichtungen zeigt sich die stärkste Abweichung zwischen den theoretischen und den experimentellen Daten. Die experimentell erreichte mittlere *Fidelity* liegt deutlich unter den theoretisch vorhergesagten Werten. Der Grund dafür ist in der schlechten Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen zu suchen, wie schon in Abschnitt 5.3.3 diskutiert.

Die deutliche Abweichung bei den Schrittzahlen eins bis drei liegt an der endlichen Anzahl an Anfangszuständen in der experimentellen Realisierung. Dadurch ergibt sich im Zusammenhang mit den feststehenden Messrichtungen eine systematische Beeinflussung der *Fidelity*. Bei der Simulation wird über alle möglichen Anfangszustände gemittelt, daher tritt dieser Effekt dort nicht auf.

Orthogonale Messrichtungen mit Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen

Durch die Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen bei den orthogonalen Messrichtungen wird das experimentelle Ergebnis sichtbar verbessert. Der Unterschied zwischen theoretischen und experimentellen Daten fällt geringer aus als bei den einfachen orthogonalen Messrichtungen.

Ebenfalls zeigt sich eine deutliche Abweichung bei den Schrittzahlen eins bis drei, die wie bei den einfachen orthogonalen Messrichtungen in der endlichen Anzahl an Anfangszuständen begründet ist.

Die aus der Simulation gewonnenen Daten für die beiden orthogonalen Algorithmen sind deshalb verschieden, weil die Länge des Bloch-Vektors unterschiedlich ist. Ist die Länge des Bloch-Vektors identisch, besteht kein Unterschied zwischen den Simulationen der beiden Algorithmen mit orthogonalen Messrichtungen.

Zufällig gewählte Messrichtungen

Bei den zufällig gewählten Messrichtungen zeigt sich qualitativ eine gute Übereinstimmung mit der Theorie, allerdings sind die experimentell ermittelten mittleren *Fidelities* etwas kleiner als die Daten aus der Simulation. Eine deutliche Abweichung der Daten bei einer geringen Anzahl der Schritte ist hier nicht zu erkennen, allerdings ist aufgrund der Implementation der „Zufälligkeit“ der Messrichtungen durch zufällige Einträge im Entscheidungsbaum (siehe Abschnitt 5.2) auch hier mit einem gewissen systematischen Einfluss zu rechnen.

Selbstlernender Algorithmus nach Fischer u. a.

Der selbstlernende Algorithmus zeigt ebenfalls eine qualitative Übereinstimmung zwischen experimentellen und simulierten Daten. Die systematischen Abweichungen bei den

5.4. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick

Schrittzahlen eins bis drei entsprechen denen der orthogonalen Messrichtungen. Dies liegt daran, dass die Messrichtungen des selbstlernenden Algorithmus für die ersten drei Schritte die orthogonalen Richtungen sind (siehe Abbildung 5.1).

Zusammen mit den zufälligen Messrichtungen ist der Unterschied zwischen der experimentell bestimmten und der simulierten mittleren *Fidelity* bei diesem Algorithmus am geringsten. Der absolute Unterschied in der erzielten mittleren *Fidelity* gegenüber den zufälligen Messrichtungen ist allerdings zum Teil auf die größere Länge des Bloch-Vektors beim selbstlernenden Algorithmus zurückzuführen.

5.4. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick

Die experimentell ermittelten Leistungen der Algorithmen zum Schätzen von Quantenzuständen zeigen qualitativ das theoretisch erwartete Verhalten. Quantitativ sind die erzielten mittleren *Fidelities* um ungefähr 1,5 Prozentpunkte geringer als die unter Berücksichtigung der reduzierten Länge des Bloch-Vektors berechneten theoretischen Werte. Bei der Schätzung mit orthogonalen Messrichtungen ohne Kompensation der Differenz der Detektionseffizienzen beträgt die Abweichung sogar 3,2 Prozentpunkte. In letzterem Fall liegt der Grund der Abweichung wahrscheinlich in der Empfindlichkeit des Algorithmus in Bezug auf die Differenz der Detektionseffizienzen, da beim den orthogonalen Messrichtungen mit Kompensation der Differenz der Detektionseffizienzen die Abweichung mit 1,7 Prozentpunkten deutlich geringer ist.

Bei gleicher Länge des Bloch-Vektors erreicht der selbstlernende Algorithmus in der Theorie die größte mittlere *Fidelity* von allen untersuchten Algorithmen. Im Experiment ist die mittlere *Fidelity* der orthogonalen Messrichtungen mit Kompensation der Differenz der Detektionseffizienzen etwas besser als die des selbstlernenden Algorithmus – allerdings bei deutlich längerem Bloch-Vektor im Falle der orthogonalen Messrichtungen (0,841 zu 0,786). Bei gleicher Länge der Bloch-Vektoren würde auch hier die Leistung des selbstlernenden Algorithmus deutlich besser als die der orthogonalen Messrichtungen sein.

Da sich im Experiment eine gewisse Ungleichheit der Detektionseffizienzen η_0 und η_1 nicht vermeiden lässt, wird die Empfindlichkeit des jeweiligen Algorithmus auf die Differenz der Detektionseffizienzen $\Delta\eta = \eta_0 - \eta_1$ seine Eignung zum experimentellen Einsatz mitbestimmen. Die orthogonalen Messrichtungen ohne Kompensation zeigt von allen Algorithmen die stärkste Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen. Die Modifikation dieses Algorithmus zur Kompensation der Differenz der Detektionseffizienzen führt tatsächlich zu einer weitgehenden Unempfindlichkeit des Algorithmus auf diese Größe; die orthogonalen Messrichtungen mit Kompensation der Differenz der Detektionseffizienzen zeigen von allen untersuchten Algorithmen die geringste Abhängigkeit von der Differenz der Detektionseffizienzen. Die Empfindlichkeit der zufälligen Messrichtungen und des selbstlernenden Algorithmus auf die Differenz der Detektionseffizienzen

5. Schätzung von Quantenzuständen

ist ähnlich ausgeprägt. Der Einfluss der ungleichen Detektionseffizienzen ist hier etwas größer als bei den orthogonalen Messrichtungen mit Kompensation, aber deutlich geringer als bei den orthogonalen Messrichtungen ohne Kompensation. Die Robustheit der zufälligen Messrichtungen und des selbstlernenden Algorithmus gegen ungleichen Detektionseffizienzen sollte ähnlich gut wie die der orthogonalen Messrichtungen mit Kompensation der Differenz der Detektionseffizienzen werden, wenn die Messrichtungen über die gesamte Bloch-Kugel verteilt und nicht nur auf der oberen Hälfte der Bloch-Kugel gewählt werden.

Im Experiment werden keine reinen, sondern gemischte Zustände präpariert, was sich in einer Präparationseffizienz kleiner eins ausdrückt. Der selbstlernende Algorithmus nach Fischer u. a. (2000) geht aber davon aus, dass reine Zustände geschätzt werden. Als Gegenstand weiterer Untersuchungen bietet es sich an, diesen Algorithmus entsprechend zu modifizieren. Einen Ansatzpunkt dazu liefert Gleichung 5.9, die die zu erwartende mittlere *Fidelity* nach der n -ten Einzelmessung als

$$\bar{F}_n(\theta_m, \phi_m) = p_n(\theta_m, \phi_m) F_n^{\text{opt}}(\theta_m, \phi_m) + p_n(\bar{\theta}_m, \bar{\phi}_m) F_n^{\text{opt}}(\bar{\theta}_m, \bar{\phi}_m) \quad (5.13)$$

angibt, wobei (θ_m, ϕ_m) die Messrichtung, $(\bar{\theta}_m, \bar{\phi}_m)$ die (θ_m, ϕ_m) entgegengesetzte Richtung und $p_n(\theta_m, \phi_m)$ die Wahrscheinlichkeit, das Qubit in Richtung $p_n(\theta_m, \phi_m)$ zu finden bezeichnen. Die Wahrscheinlichkeiten $p_n(\theta_m, \phi_m)$ und $p_n(\bar{\theta}_m, \bar{\phi}_m)$ lassen sich entsprechend der Präparationseffizienz modifizieren, sodass $p_n(\theta_m, \phi_m)$ durch den Ausdruck $(2\eta_p - 1) \cdot p_n(\theta_m, \phi_m) + 1 - \eta_p$ ersetzt wird. Der entsprechende Ausdruck für Gleichung 5.9 lautet dann

$$\begin{aligned} \bar{F}_n(\theta_m, \phi_m) = & ((2\eta_p - 1) \cdot p_n(\theta_m, \phi_m) + 1 - \eta_p) F_n^{\text{opt}}(\theta_m, \phi_m) \\ & + ((2\eta_p - 1) \cdot p_n(\bar{\theta}_m, \bar{\phi}_m) + 1 - \eta_p) F_n^{\text{opt}}(\bar{\theta}_m, \bar{\phi}_m) . \end{aligned} \quad (5.14)$$

Die Optimierung zur Bestimmung der jeweils nächsten Messrichtung erfolgt dann über diesen modifizierten Ausdruck. An dieser Stelle würden sich der Einsatz einer numerischen Simulation anbieten, um zu untersuchen, ob die entsprechende Modifikation zu einer besseren Leistung des selbstlernenden Algorithmus nach Fischer u. a. führt.

Für zukünftige Untersuchungen bietet sich weiter die experimentelle Realisierung des selbstlernenden Algorithmus nach Bagan u. a. (2002) an. Als Herausforderung könnte sich dabei die Berechnung des Entscheidungsbaums für ein größeres N erweisen, da dafür die gleichzeitige numerische Optimierung über $2 \cdot N - 1$ Freiheitsgrade notwendig erscheint (z. B. 22 Freiheitsgrade für $N = 12$).

Die Länge des Bloch-Vektors von ungefähr 0,8 stellt keine massive Beeinträchtigung der experimentellen Möglichkeiten dar, da sich die Theorie einfach an diesen experimentellen Einfluss anpassen lässt. Trotzdem ist es wünschenswert, eine Länge des Bloch-Vektors von annähernd eins erzielen zu können. Dazu werden zur Zeit zwei Ansätze diskutiert, um den Einfluß der residualen Anregung des Niveaus ${}^2P_{1/2}$ $F = 1$ durch das

5.4. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick

Laserlicht der Wellenlänge 369 nm, das zur Präparation des Ions im Niveau $^2S_{1/2}$ ($F = 0$) eingestrahlt wird, zu verringern (siehe Abschnitt 4.4.1).

Zum einen kann das Laserlicht der Wellenlänge 369 nm abgeschaltet werden, sobald optisches Pumpen in das Niveau $^2S_{1/2}$ ($F = 0$) stattgefunden hat. Kriterium dafür ist das Erlöschen der Fluoreszenz. Die benötigte Zeit zur Detektion einer ausreichenden Anzahl Photonen, um das Erlöschen der Fluoreszenz mit hoher Sicherheit nachzuweisen, beträgt im Augenblick 2 ms. Nach 6,5 ms stellt sich bereits ein Gleichgewichtszustand in der Besetzung der Niveaus $F = 0$ und $F = 1$ ein. Daher muss zum gewinnbringenden Einsatz dieses Schemas am Experiment die benötigte Zeit zur Bestimmung des Zustands verringert werden, d. h. die Photonen-Zählrate erhöht werden. Dieser Ansatz würde also nicht nur die Präparationseffizienz verbessern, sondern auch die Detektionseffizienz.

Eine andere Möglichkeit zur Verbesserung der Präparationseffizienz liegt in der Ausnutzung weitere Niveaus des $^{171}\text{Yb}^+$ Ions. An dieser Stelle sind weitere (theoretische) Untersuchungen notwendig, um evtl. den Aufbau eines weiteren Lasersystems zur Erschließung dieser zusätzlichen Niveaus zu rechtfertigen.

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

6.1. Bestimmung der Parameter eines Quantenkanals

Ein Quantenkanal \mathcal{C} beschreibt die Propagation eines Qubits zwischen Präparation und Messung. Dies ist in Abbildung 2.2 auf Seite 11 schematisch dargestellt. Ein Qubit wird in einem Zustand präpariert, der durch den Bloch-Vektor \vec{s} beschrieben wird. Beim Durchgang des Qubits durch den Quantenkanal wird dieses verändert und am Ausgang des Kanals erscheint das Qubit in einem Zustand \vec{s}' . Die Wirkung des Quantenkanals auf das Qubit lässt sich durch zwölf Parameter vollständig beschreiben. Sie kann als affine Transformation des Bloch-Vektors geschrieben werden (Fujiwara und Algoet 1999)

$$\vec{s}' = \mathcal{M}\vec{s} + \vec{v}, \quad (6.1)$$

wobei \mathcal{M} eine invertierbare 3×3 Matrix und \vec{v} ein dreidimensionaler Vektor ist. Die Parameter sind nicht völlig frei zu wählen, da anschaulich gesprochen kein Punkt innerhalb oder auf der Oberfläche der Bloch-Kugel durch die Wirkung des Quantenkanals auf einen Punkt außerhalb der Bloch-Kugel transformiert werden kann. Denn nur Punkte innerhalb der Bloch-Kugel stellen Quantenzustände dar. Ein Punkt außerhalb der Bloch-Kugel entspräche einem nicht-normierbaren und daher unphysikalischen Zustand. Seine zugeordnete Wahrscheinlichkeit wäre größer als eins.

Die zwölf Parameter der affinen Transformation des Bloch-Vektors lassen sich experimentell einfach ermitteln. Sie werden aus den experimentell bestimmten Wahrscheinlichkeiten $P_{nm} = \langle \Psi_n | \mathcal{C}(|\Psi_m\rangle\langle\Psi_m|) | \Psi_n \rangle$ berechnet, die die Wahrscheinlichkeit angeben, einen präparierten Zustand m bei einer Messung in Richtung n zu finden. Dabei bezeichnet \mathcal{C} den Superoperator, der die Wirkung des Quantenkanals beschreibt. Es gilt

$$\mathcal{M}_{nm} = 2P_{nm} - P_{nz} - P_{n(-z)} \quad \text{und} \quad (6.2)$$

$$v_n = P_{nz} + P_{n(-z)} - 1, \quad (6.3)$$

wobei n und m jeweils für die x-, y- und z-Richtung stehen. Da für m auch noch die $-z$ -Richtung benötigt wird, müssen insgesamt zwölf verschiedene Wahrscheinlichkeiten P_{nm} bestimmt werden. In Tabelle 6.1 sind die verwendeten Kombinationen von präpariertem Zustand und Messrichtungen noch einmal aufgeführt.

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

Kombination		
präp. Zustand	Messrichtung	Erwartungswert
$ \uparrow_x\rangle$	σ_x	P_{xx}
$ \uparrow_x\rangle$	σ_y	P_{yx}
$ \uparrow_x\rangle$	σ_z	P_{zx}
$ \uparrow_y\rangle$	σ_x	P_{xy}
$ \uparrow_y\rangle$	σ_y	P_{yy}
$ \uparrow_y\rangle$	σ_z	P_{zy}
$ \uparrow_z\rangle$	σ_x	P_{xz}
$ \uparrow_z\rangle$	σ_y	P_{yz}
$ \uparrow_z\rangle$	σ_z	P_{zz}
$ \downarrow_z\rangle$	σ_x	$P_{x(-z)}$
$ \downarrow_z\rangle$	σ_y	$P_{y(-z)}$
$ \downarrow_z\rangle$	σ_z	$P_{z(-z)}$

Tabelle 6.1.:

Kombinationen von präpariertem Zustand und Messrichtungen zur Bestimmung der Parameter eines Quantenkanals.

Zur Herleitung der Gleichungen 6.2 und 6.3 wird der Zusammenhang zwischen den Elementen des Bloch-Vektors \vec{s}' und der Wahrscheinlichkeit betrachtet, bei einer Messung den Zustand in Richtung $n \in \{x, y, z\}$ zu finden:

$$P_n = \frac{s_n + 1}{2} . \quad (6.4)$$

So beträgt die Wahrscheinlichkeit eins, einen Zustand mit Bloch-Vektor $\vec{s} = (1, 0, 0)^T$ bei einer Messung in der x-Richtung zu finden, während sie 0,5 beträgt, ihn in der y-Richtung zu finden. Ein Zustand mit einem Bloch-Vektor der Länge null, also $\vec{s} = (0, 0, 0)^T$, wird bei einer Messung in eine beliebige Richtung mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 in dieser Richtung gefunden.

Wird nun ein Zustand $m \in \{x, y, z, -z\}$ präpariert und durch den Quantenkanal propagiert, können die oben benutzten Wahrscheinlichkeiten P_{nm} unter Benutzung von Gleichung 6.1 als

$$P_{nm} = \frac{s'_n + 1}{2} = \frac{\mathcal{M}_{nm} + v_n + 1}{2} \quad (6.5)$$

ausgedrückt werden, wobei s'_n die Komponenten des Bloch-Vektors \vec{s}' angeben, der dem durch den Quantenkanal propagierten Zustand entspricht und \mathcal{M}_{nm} und v_n die entsprechenden Parameter des Quantenkanals sind. Die Elemente des Vektors \vec{v} lassen

sich durch den Ansatz

$$P_{nz} + P_{n(-z)} = \frac{\mathcal{M}_{nz} + v_n + 1 - \mathcal{M}_{n(-z)} + v_n + 1}{2} \quad (6.6)$$

$$= v_n + 1 \quad (6.7)$$

bestimmen. Daraus folgt unmittelbar Gleichung 6.3. Wird dieses Ergebnis in Gleichung 6.5 eingesetzt und nach \mathcal{M}_{nm} aufgelöst, so ergeben sich die Koeffizienten der Matrix

$$\mathcal{M}_{nm} = 2P_{nm} - v_n - 1 \quad (6.8)$$

$$= 2P_{nm} - P_{nz} - P_{n(-z)}, \quad (6.9)$$

wie schon in Gleichung 6.2 aufgeführt. Die hier benutzten Kombinationen von präpariertem Zustand und Messrichtung sind nicht die einzigen, die eine Bestimmung der Parameter des Quantenkanals erlauben. So ist die Präparation des Zustand in $-z$ -Richtung nicht weiter ausgezeichnet, ebenso wäre es an dieser Stelle auch möglich, in $-x$ -Richtung oder in $-y$ -Richtung zu präparieren. Letztlich entspricht dies nur einer Änderung des Koordinatensystems.

6.2. Durchführung der Messungen

6.2.1. Realisierung des Quantenkanals

Die Abfolge der zur Bestimmung eines Quantenkanals nötigen Schritte richtet sich bei allen untersuchten Quantenkanälen nach demselben Schema:

1. Präparation des Qubits in einem vorgegebenem Zustand
2. Einwirkung des Quantenkanals auf das Qubit
3. Messung des Qubits in der gewünschten Basis
4. Kühlung des Ions

Präparation und Messung des Qubits erfolgen nach den in den Abschnitten 4.5 (Präparation eines beliebigen Zustands) und 4.6 (Messung des Qubits in einer beliebigen Basis) beschriebenen Techniken, die auch bei der Schätzung der Quantenzustände in Kapitel 5 zum Einsatz kommen.

Die Art der Einwirkung auf das Qubit hängt vom untersuchten Quantenkanal ab. Es werden im Experiment eine ganze Reihe unterschiedlicher Quantenkanäle realisiert. Im einzelnen sind dies:

Inhärenter Quantenkanal: Der Quantenkanal, der sich ergibt, wenn keine künstliche Störung eingefügt wird. Die Messung des Qubits erfolgt unmittelbar im Anschluss

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

an die Präparation. Durch diesen Quantenkanal werden die immer vorhandenen Störungen des Qubits im vorhandenen Experiment charakterisiert. Er stellt eine Referenzmessung dar; im Idealfall sollte sich die Einheitsoperation ergeben.

Ungestörte zeitliche Propagation: Es wird ebenfalls keine künstliche Störung eingefügt, allerdings wird zwischen Präparation und Messung des Qubits eine Wartezeit eingefügt, deren Dauer variiert. Wie beim inhärenten Quantenkanal sollte sich im Idealfall die Einheitsoperation ergeben. Dieser Quantenkanal beschreibt die Eignung des Experiments, Quantenzustände „aufzubewahren“, also seine Eignung als Quantenspeicher.

Polarisationsdrehung: Die Polarisation des Qubits wird um die z-Achse gedreht. Der Drehwinkel wird variiert.

Phasendämpfung: Die x- und y-Komponenten des Bloch-Vektors werden gedämpft, während die z-Komponente nicht verändert wird. Die Phasendämpfung wird über ein verrauschtes Magnetfeld realisiert. Durch das Magnetfeld wird die Hyperfeinaufspaltung des Ions verändert, auf diese Weise ändert sich die Präzessionsgeschwindigkeit des Zustands um die z-Achse. Dadurch besitzt der Zustand nach Anwendung des verrauschten Magnetfeldes eine statistisch verteilte Phase, was zur Dämpfung in der x-y-Ebene führt. Die Stärke der Dämpfung wird auf zwei Weisen variiert: über die Amplitude des verrauschten Magnetfeldes und über die Dauer seiner Anwendung.

Phasendämpfung mit Basiswechsel: Wie oben; allerdings wird vor der Phasendämpfung die Basis gewechselt und dieser Wechsel im Anschluss an die Phasendämpfung rückgängig gemacht. Auf diese Weise erfolgt die Phasendämpfung nicht mehr in der x-y-Ebene, sondern in einer anderen Ebene.

Kombinierter Quantenkanal: Es werden sowohl eine Phasendämpfung als auch eine Polarisationsdrehung angewendet. Der Drehwinkel der Polarisationsdrehung wird variiert.

Zur Kühlung des Ions wird gleichzeitig Laserlicht mit den Wellenlängen 369 nm und 935 nm, sowie Mikrowellenstrahlung der Frequenz 12,642815 GHz eingestrahlt. Die Dauer der Kühlphase wird so eingestellt, dass sich das Ion im Verlauf einer Messung nicht zu sehr aufheizt. Als Maß für die Aufheizung des Ions dient die während der Kühlung detektierte Fluoreszenz. Wird diese im Verlauf der Datenaufnahme immer geringer, ist die Kühlphase zu kurz. Eine Dauer der Kühlphase von 20 ms ist meistens ausreichend, bei längeren Pausen zwischen Detektion und Messung, wie z. B. bei der ungestörten zeitlichen Propagation als Quantenkanal, wird eine längere Kühlphase von 50 ms gewählt. Die während der Kühlphase auftretende Fluoreszenz wird zusammen mit den eigentlichen Messergebnissen protokolliert und dient wie in Abschnitt 4.4.1 auf Seite 34 beschrieben

zur Selektion der Daten. Ein kurzzeitiger Rückgang der Kühlfluoreszenz weist auf eine Aufheizung des Ions hin, z. B. durch einen Stoß mit einem Restgasmolekül. Da die Messergebnisse in der zeitlichen Umgebung dann potentiell verfälscht sind, werden sie von der Auswertung ausgeschlossen.

6.2.2. Bestimmung der Parameter

Zur Bestimmung der Parameter des Quantenkanals müssen für die in Tabelle 6.1 aufgeführten zwölf Kombinationen von präpariertem Zustand und Messrichtungen die Wahrscheinlichkeiten P_{nm} bestimmt werden. Dies bedeutet, dass die im vorherigen Abschnitt beschriebene Sequenz von Präparation, Propagation, Messung und Kühlung mehrfach wiederholt wird. Da jede Einzelmessung nur ein binäres Ergebnis liefert, muss eine Statistik über viele Messungen erstellt werden, um die Wahrscheinlichkeiten P_{nm} zu bestimmen.

Eine Komplikation bei der experimentellen Umsetzung dieser Aufgabe liegt in den unterschiedlichen Detektionseffizienzen für den $|0\rangle$ - und den $|1\rangle$ -Zustand (siehe Abschnitt 4.3 auf Seite 30). Werden keine weiteren Vorkehrungen getroffen, so führt die Ungleichheit der Detektionseffizienzen zu einer unerwünschten systematischen Beeinflussung der experimentell bestimmten Parameter des Quantenkanals.

Dies lässt sich wie folgt zeigen. Sei H_n die experimentell bestimmte Häufigkeit eines positiven Ergebnisses bei Messung in Richtung $n \in \{x, y, z\}$ und P_n die Wahrscheinlichkeit eines positiven Ergebnisses bei perfekter Messung. Dann gilt

$$H_n = \eta_1 P_n + (1 - \eta_0)(1 - P_n) \quad (6.10)$$

$$= (2\bar{\eta} - 1)P_n + 1 - \eta_0, \quad (6.11)$$

wobei η_1 und η_0 die Detektionseffizienzen für den $|1\rangle$ - und den $|0\rangle$ -Zustand und $\bar{\eta} = (\eta_0 + \eta_1)/2$ die mittlere Detektionseffizienz angeben.

Wird eine Messung an einem Qubit in Richtung n und eine weitere Messung in die Gegenrichtung $-n$ vorgenommen, so gilt

$$P_n = 1 - P_{-n}, \quad (6.12)$$

d. h. die Wahrscheinlichkeit, das System in einer Richtung n zu finden ist eins minus der Wahrscheinlichkeit, das System in der entgegengesetzten Richtung $-n$ zu finden. Diese Beziehung ist für die experimentell bestimmten Häufigkeiten H_n nicht erfüllt, da

$$H_n + H_{-n} = 1 + 2\bar{\eta} - 2\eta_0 \quad (6.13)$$

$$= 1 - \Delta\eta \quad (6.14)$$

$$\neq 1. \quad (6.15)$$

Bei der Bestimmung der Parameter der Quantenkanäle ist dies deshalb problematisch, weil in Gleichung 6.6, die zur Bestimmung der Elemente des Vektors \vec{v} dient, die Beziehung 6.12 explizit ausgenutzt wird. Diese ist aber nicht erfüllt und daher werden die so

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

bestimmten Parameter des Quantenkanals eine unerwünschte systematische Abweichung von den realen Werten zeigen, wenn $\Delta\eta \neq 0$ gilt.

Dieses Problem lässt sich lösen, wenn zu jeder Messung in Richtung n auch eine Messung in der Gegenrichtung $-n$ durchgeführt wird und die korrigierte Häufigkeit

$$H'_n = \frac{H_n + (1 - H_{-n})}{2} \quad (6.16)$$

$$= (\eta_0 + \eta_1 - 1)P_n + 1 - \eta_0 + 1 - (\eta_0 + \eta_1 - 1)P_{-n} - 1 + \eta_0 \quad (6.17)$$

$$= (2\bar{\eta} - 1)P_n + (1 - \bar{\eta}) \quad (6.18)$$

zur Auswertung benutzt wird. Die auf diese Weise experimentell bestimmte korrigierte Häufigkeit wird immer noch von der mittleren Detektionseffizienz beeinflusst, aber es gilt wieder

$$H'_n + H'_{-n} = 1 . \quad (6.19)$$

Die verbleibende Auswirkung der mittleren Detektionseffizienz auf die Parameter des Quantenkanals lässt sich berechnen:

$$\mathcal{M}_{nm} = 2H'_{nm} - H'_{nz} - H'_{n(-z)} \quad (6.20)$$

$$= (2\bar{\eta} - 1) \left(2P_{nm} - P_{nz} - P_{n(-z)} \right) \quad (6.21)$$

$$v_n = H'_{nz} + H'_{n(-z)} - 1 \quad (6.22)$$

$$= (2\bar{\eta} - 1) \left(P_{nz} + P_{n(-z)} - 1 \right) . \quad (6.23)$$

Der Vergleich mit den Gleichungen 6.2 und 6.3 zeigt, dass die Parameter des Quantenkanals alle mit $(2\bar{\eta} - 1)$ skaliert werden. Diese Beeinflussung ist unproblematisch, da sie sich durch Division aller Parameter durch $(2\bar{\eta} - 1)$ korrigieren lässt. Ein typischer Wert für $\bar{\eta}$ ist 98,8%, was einem Korrekturdivisor von 0,976 entspricht. In der vorliegenden Auswertung wird diese Korrektur allerdings nicht vorgenommen, da die Unzulänglichkeiten des Experiments als Teil des zu charakterisierenden Quantenkanals betrachtet werden.

Da zu jeder Messung in einer Richtung auch eine Messung in der Gegenrichtung vorgenommen wird, werden nun also 24 Kombinationen von präpariertem Zustand und Messrichtung untersucht. Die Sequenz dieser Kombinationen wird sehr oft wiederholt, um aus der Statistik die Wahrscheinlichkeiten P_{nm} zu erhalten. Für jede der 24 Kombinationen werden je nach Datensatz 100 bis 500 Messungen vorgenommen. Die Variation eines Parameters des Quantenkanals wird mit den Wiederholungen der 24 Kombinationen verschachtelt. In Abbildung 6.1 ist dies schematisch dargestellt. Ein Datensatz zur Charakterisierung eines Quantenkanals kann so mehr als 21 000 Einzelmessungen enthalten.

6.2. Durchführung der Messungen

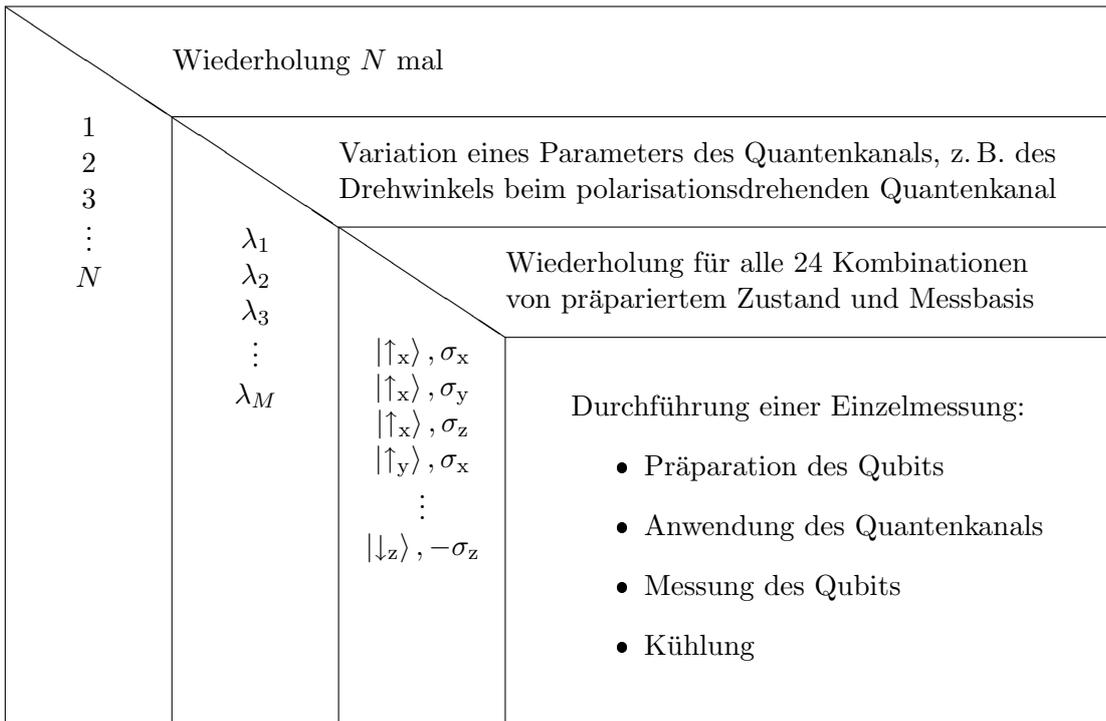


Abbildung 6.1.:

Abfolge der Einzelmessungen zur Charakterisierung von Quantenkanälen. Schematische Darstellung der Verschachtelung der Einzelmessungen. Zuerst wird ein Satz der 24 Kombinationen von präpariertem Zustand und Messbasis gemessen, was für alle Variationen der Parameter des Quantenkanals wiederholt wird. Dies wiederum wird N mal wiederholt, um aus den binären Ergebnissen der Einzelmessungen die Anregungswahrscheinlichkeiten $P_{nm}(\lambda)$ zu erhalten. Die Bedeutung des Parameters λ hängt vom untersuchten Quantenkanal ab, es wird jeweils nur ein Parameter variiert.

6.3. Auswertung

Zur Auswertung werden aus den experimentellen Daten die Wahrscheinlichkeiten P_{nm} berechnet. Sie geben an, welchen Erwartungswert eine Messung in Richtung n besitzt, wenn das Qubit in Richtung m präpariert und dann durch den Quantenkanal propagiert wird. Aus den Werten für die Wahrscheinlichkeiten P_{nm} werden mit Hilfe der Gleichungen 6.2 und 6.3 die Parameter des Quantenkanals berechnet. Dabei werden die Präparation und Messung des Qubits als perfekte Operationen angenommen. Natürlich ist die experimentelle Realisierung dieser Operationen nicht perfekt, aber formal werden alle Unzulänglichkeiten dem Quantenkanal zugeschrieben. Die hauptsächliche Fehlerquelle im vorliegenden Experiment ist die Präparation des Qubits im Zustand $F = 0$, die keinen reinen Zustand präpariert. In Anhang C.3 sind in Tabelle C.8 alle ausgewerteten Datensätze aufgeführt.

6.3.1. Inhärenter Quantenkanal

Der inhärente Quantenkanal ist der Quantenkanal, der sich ergibt, wenn keine weitere Störung des Qubits eingeführt wird. Der obere Teil von Abbildung 6.2 zeigt die experimentelle Sequenz für diesen Kanal. Zunächst wird der Zustand (θ, ϕ) nach dem in Abschnitt 4.5 beschriebenen Schema präpariert: nach der Präparation im Zustand $F = 0 \equiv |0\rangle$ durch Beleuchtung mit Laserlicht der Wellenlänge 369 nm wird ein MW-Puls der Dauer $T_1 = \theta/\Omega$ eingestrahlt, gefolgt von einer Pause der Dauer $T_2 = \phi/\delta$. Mit Ablauf der Pause ist der gewünschte Zustand präpariert. Beim inhärenten Quantenkanal schließt sich der Präparation des Zustands unmittelbar seine Messung in Richtung (θ_m, ϕ_m) an. Diese erfolgt nach der in Abschnitt 4.6 beschriebenen Methode: nach einer Pause der Dauer $T_3 = (2\pi - \phi_m)/\delta$ wird ein MW-Puls der Dauer $T_4 = (\pi - \theta_m)/\Omega$ eingestrahlt. Dann erfolgt der zustandsselektive Nachweis in der $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ -Basis durch Beleuchtung mit Laserlicht der Wellenlänge 369 nm und gleichzeitiger Detektion der auftretenden Fluoreszenz.

Da unmittelbar nach der Präparation des Zustands seine Messung erfolgt, sollte dieser Quantenkanal im Idealfall die Einheitsoperation darstellen. Als Transformation des Bloch-Vektors ausgedrückt ist die Wirkung des inhärenten Quantenkanals

$$\vec{s}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{s} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (6.24)$$

Da aber wie oben besprochen jegliche Unzulänglichkeit der Präparation und der Messung dem Quantenkanal zugerechnet wird, stellt der im Experiment bestimmte Quantenkanal nicht die Einheitsoperation dar.

Im unteren Teil von Abbildung 6.2 sind die Ergebnisse des Experiments als Balkendiagramme dargestellt. Diese Art der Darstellung wird für alle gemessenen Quantenkanäle

6.3. Auswertung

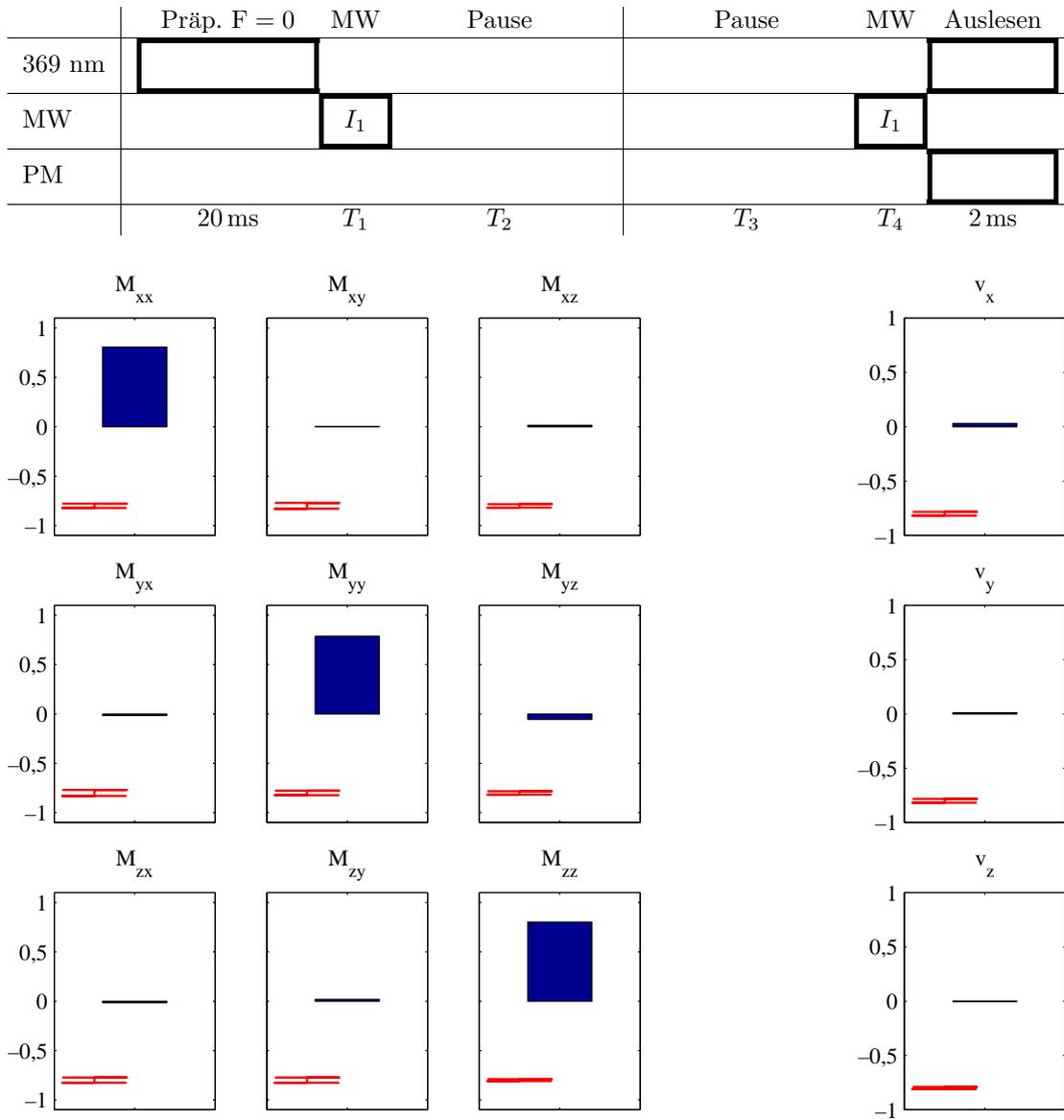


Abbildung 6.2.:

Inhärenter Quantenkanal. Im oberen Teil der Abbildung ist die experimentelle Abfolge schematisch dargestellt. Der untere Teil zeigt die Koeffizienten der Matrix \mathcal{M} und des Vektors \vec{v} als Balken mit einem Fehlerbalken unten links. Der Auswertung liegen die Datensätze `apr10/quantenkanal_12` und `apr12/quantenkanal_15` zugrunde. Die Koeffizienten beschreiben eine mit $0,799 \pm 0,012$ skalierte Einheitsmatrix. Die Skalierung ist auf die unvollständige Präparation zurückzuführen.

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

benutzt. Auf der Abszisse ist jeweils der variierte Parameter aufgetragen; da aber beim inhärenten Quantenkanal kein Parameter variiert wird, befindet sich hier nur jeweils ein Wert, der als ausgefüllter Balken gezeichnet ist. Links unten ist der Fehlerbalken eingezeichnet.

Die experimentell bestimmte Transformation des Bloch-Vektors entspricht der Skalierung mit einer Zahl kleiner als eins. Qualitativ ergibt sich also das durch Gleichung 6.24 vorhergesagte Bild. Die in der Abbildung 6.2 graphisch dargestellte Transformation des Bloch-Vektors lässt sich auch numerisch angeben:

$$\begin{aligned} \vec{s}' &= \begin{pmatrix} 0,805 \pm 0,022 & 0,004 \pm 0,030 & 0,016 \pm 0,017 \\ -0,016 \pm 0,030 & 0,784 \pm 0,023 & -0,055 \pm 0,017 \\ -0,015 \pm 0,026 & 0,018 \pm 0,026 & 0,803 \pm 0,010 \end{pmatrix} \vec{s} \\ &+ \begin{pmatrix} 0,031 \pm 0,017 \\ 0,011 \pm 0,017 \\ -0,004 \pm 0,010 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.25)$$

$$\approx (0,799 \pm 0,012) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{s}. \quad (6.26)$$

Der Bloch-Vektor wird also durch den Quantenkanal mit einem Faktor von ca. 0,8 multipliziert und entsprechend verkürzt. Der inhärente Quantenkanal stellt eine Referenzmessung dar. Anhand seiner Parameter lassen sich die im vorhandenen experimentellen Aufbau auftretenden Störeinflüsse auf das Qubit charakterisieren.

Aus den experimentell bestimmten Parametern des inhärenten Quantenkanals lässt sich ein Wert für die Präparationseffizienz abschätzen. Der Bloch-Vektor ist gegeben durch $\vec{s} = (\langle \sigma_x \rangle, \langle \sigma_y \rangle, \langle \sigma_z \rangle)^T$. Die Präparationseffizienz η_p gibt die Besetzung des zu präparierenden Zustands an, d. h. für $\eta_p = 1$ ist die Präparation perfekt und für $\eta_p = 1/2$ wird der vollständig gemischte Zustand präpariert. Wird z. B. der Zustand $|\uparrow_z\rangle$ präpariert, so ergibt sich aufgrund der unvollständigen Präparation ein Erwartungswert $\langle \sigma_z \rangle$ von $1 \cdot \eta_p + (-1) \cdot (1 - \eta_p) = 2\eta_p - 1$, entsprechend $\eta_p = (\langle \sigma_z \rangle + 1) / 2 \approx 0,900 \pm 0,006$ im vorliegenden Fall. Dies entspricht ungefähr dem Wert, der bei der Auswertung der Rabi-Spektren für die Zustandsschätzung (siehe Abschnitt 5.3.1 auf Seite 56) berechnet wird. Dort wird allerdings die endliche Detektionseffizienz getrennt berücksichtigt, was hier nicht der Fall ist. Dies ist gerechtfertigt, da der Beitrag der Detektionseffizienzen um eine Größenordnung geringer ist als der der Präparationseffizienz und hier nur eine Abschätzung der Präparationseffizienz vorgenommen wird.

6.3.2. Ungestörte zeitliche Propagation als Quantenkanal

Die experimentelle Sequenz zur ungestörten zeitlichen Propagation als Quantenkanal ist im oberen Teil von Abbildung 6.3 dargestellt. Zwischen Präparation und Messung des

Zustands wird eine Pause eingefügt, deren Dauer ein Vielfaches der Rotationsperiode des Zustands um die z -Achse von $2\pi/\delta$ beträgt. Durch diesen Quantenkanal wird die Fähigkeit des experimentellen Aufbaus charakterisiert, Quantenzustände „aufzubewahren“. Daher charakterisiert die ungestörte zeitliche Propagation als Quantenkanal die Eignung des realisierten Qubits als Quantenspeicher.

Der untere Teil von Abbildung 6.3 gibt die experimentell bestimmten Parameter wieder. Die Balkendiagramme zeigen die Parameter in Abhängigkeit von der Dauer der eingefügten Pause. Rechts unten ist aus Gründen der Übersicht der mittlere Fehler aller Werte des jeweiligen Diagramms als Fehlerbalken eingezeichnet.

Die Parameter des Quantenkanals zeigen keine ausgeprägte Abhängigkeit von der Pausendauer. Im Ansatz ist eine Polarisationsdrehung zu erkennen, die durch eine ungenaue Bestimmung der Verstimmung der Mikrowelle gegenüber der Übergangsfrequenz des Ions entstanden ist. Dies spielt für alle anderen Messungen aber keine Rolle, da dort die Wartezeit immer viel kürzer als $14\pi/\delta \approx 75$ ms ist.

Wie schon beim inhärenten Quantenkanal erfolgt eine Skalierung des Bloch-Vektors um einen Faktor von ungefähr 0,8 aufgrund der endlichen Präparationseffizienz. Die Tatsache, dass sich dieser Skalierungsfaktor mit der Zeit nicht ändert, stimmt mit der Annahme überein, dass es sich um einen Effekt von Präparation (und Detektion) handelt.

6.3.3. Polarisationsdrehender Quantenkanal

Ein polarisationsdrehender Quantenkanal führt eine Drehung des Zustands auf der Bloch-Kugel durch. Er wird allgemein beschrieben durch

$$\vec{s}' = R \vec{s}, \quad (6.27)$$

wobei R eine Drehung im \mathbf{R}^3 ist. In diesem Experiment wurde die Drehung um die z -Achse vorgenommen. Diese kann durch einen einzelnen Parameter α , den Drehwinkel, charakterisiert werden:

$$\vec{s}' = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{s}. \quad (6.28)$$

Im oberen Teil von Abbildung 6.4 ist die experimentelle Sequenz zur Realisierung des Quantenkanals angegeben. Zwischen Präparation und Messung des Qubits wird eine Wartezeit eingefügt, die allerdings bei diesem Quantenkanal kein Vielfaches der Rotationsperiode des Zustands um die z -Achse von $2\pi/\delta$ ist. Daher ist der gemessene Zustand gegenüber dem präparierten Zustand um die z -Achse gedreht. Für den Drehwinkel gilt

$$\alpha = t\delta/(2\pi), \quad (6.29)$$

wobei δ die Verstimmung der Mikrowellenquelle gegenüber dem Übergang des Ions angibt.

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

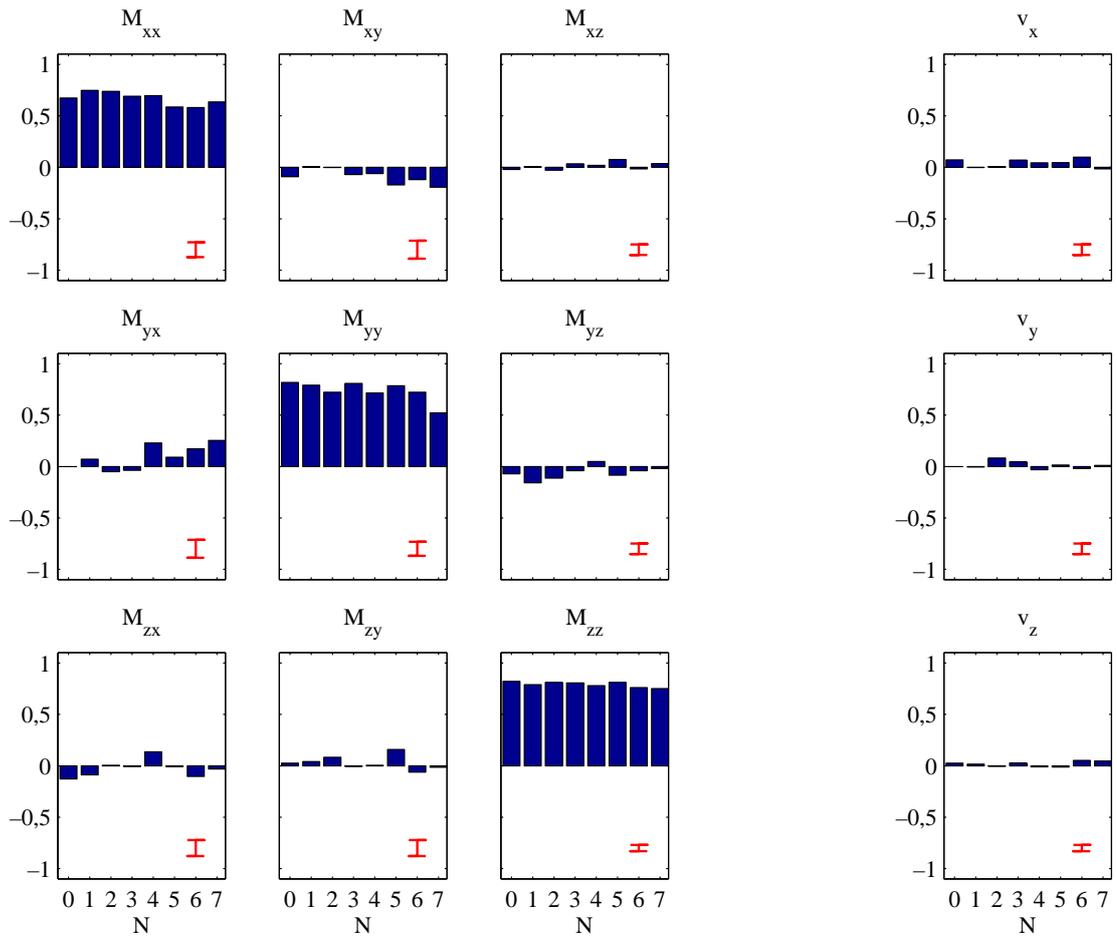
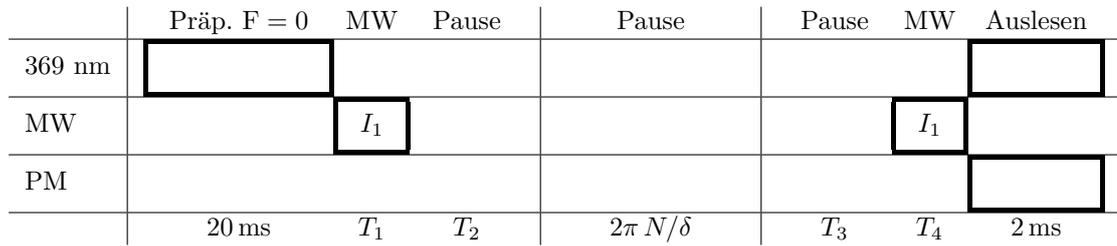


Abbildung 6.3.:

Ungestörte zeitliche Propagation. Im oberen Teil der Abbildung ist die experimentelle Abfolge schematisch dargestellt. Der untere Teil zeigt die Koeffizienten der Matrix \mathcal{M} und des Vektors \vec{v} gegen die Pause in Einheiten von $2\pi/\delta$ als Balkendiagramm. Der Fehlerbalken rechts unten in den Diagrammen gibt den gemittelten Fehler für alle Datenpunkte des jeweiligen Diagramms an. Der Auswertung liegt Datensatz `apr12/quantenkanal_14` zugrunde.

6.3. Auswertung

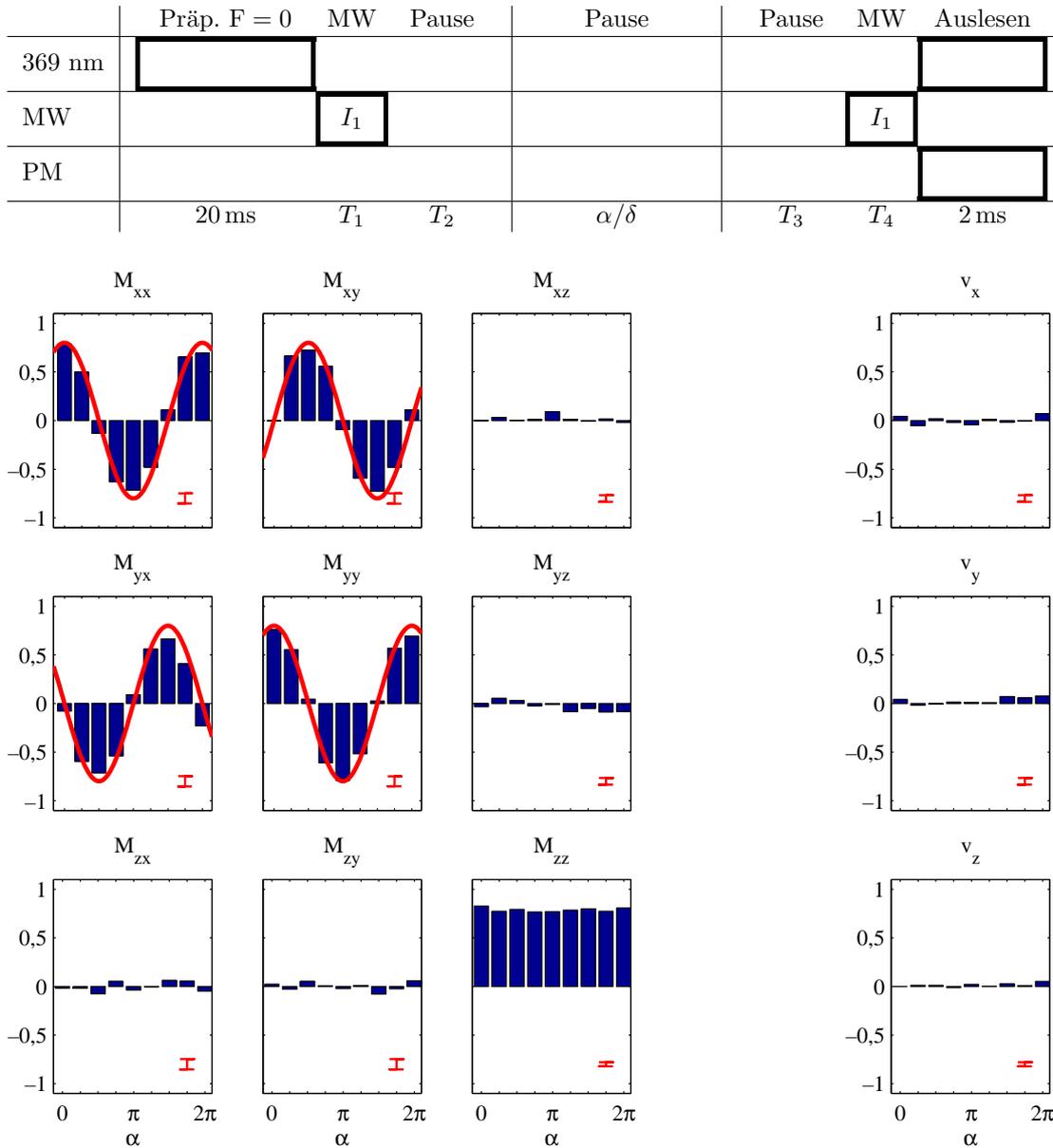


Abbildung 6.4.:

Polarisationsdrehender Quantenkanal. Im oberen Teil der Abbildung ist die experimentelle Abfolge schematisch dargestellt. Der untere Teil zeigt die Koeffizienten der Matrix M und des Vektors \vec{v} als Balkendiagramm, sowie die theoretischen Werte als durchgezogene Linie gegen den Drehwinkel α . Der Fehlerbalken rechts unten in den Diagrammen gibt den gemittelten Fehler für alle Datenpunkte des jeweiligen Diagramms an. Der Auswertung liegen die Datensätze `apr05/quantenkanal_69`, `apr12/quantenkanal_15` und `apr12/quantenkanal_43` zugrunde.

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

Im unteren Teil von Abbildung 6.4 sind die Ergebnisse des Experiments dargestellt. Der Drehwinkel α wird von 0 bis 2π in Schritten von $\pi/4$ variiert. Die experimentellen Daten sind als Balkendiagramm wiedergegeben, während die durchgezogene Linie den nach Gleichung 6.28 berechneten Werten entspricht. Dabei wird die Dekohärenz des inhärenten Quantenkanals als Faktor 0,8 für alle Koeffizienten berücksichtigt. Ein gemeinsamer Fehlerbalken für alle Daten eines Matrixelements ist rechts unten eingezeichnet. Die Theorie stimmt gut mit den experimentellen Daten überein.

6.3.4. Phasendämpfender Quantenkanal

Ein phasendämpfender Quantenkanal transformiert den Bloch-Vektor gemäß

$$\vec{s}' = \begin{pmatrix} 1 - 2\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{s} \quad (6.30)$$

mit dem Dämpfungsparameter $0 \leq \lambda \leq 1/2$. Es handelt sich dabei um einen Quantenkanal, der Dekohärenz in einer Ebene einführt.

Dieser Kanal wird im Experiment modelliert, indem nach der Präparation des Zustands ein verrauschtes Magnetfeld $\Delta\vec{B}(t) = c(t)\Delta\vec{B}$ mit einer normalverteilten Zufallsvariablen $c(t)$ dem bestehenden konstanten Magnetfeld \vec{B}_0 überlagert wird. Das verrauschte Magnetfeld wird erzeugt, indem ein von einem Signalgenerator (Stanford Research Systems, Model DS345) erzeugtes Rauschsignal mit einer Bandbreite von 10 MHz durch einen Tiefpass auf ungefähr 750 Hz in der Bandbreite begrenzt wird und durch einen Spannung-Strom-Wandler in einen Strom durch eine in der Nähe der Ionenfalle angebrachte Spule umgesetzt wird. Vor dem Spannung-Strom-Wandler ist ein elektronischer Schalter (MAX322 1994) angeordnet, durch den das Rauschsignal vom ADwin-System aus an- und abgeschaltet werden kann. Durch einen Abschwächer lässt sich die Amplitude des Rauschsignals und damit des verrauschten Magnetfelds manipulieren. Die Schaltung des Spannung-Strom-Wandlers wird in Anhang A.3 erklärt.

Die Abfolge der Operationen im Experiment für die phasendämpfenden Quantenkanäle ist in Abbildung 6.5 schematisch dargestellt. Die Wartezeit zwischen Präparation und Messung beträgt nach wie vor ein Vielfaches der Rotationsperiode des Zustands um die z-Achse, sodass ohne das zusätzliche Magnetfeld keine Beeinflussung des Zustands stattfinden sollte. Das zusätzliche Magnetfeld ändert allerdings durch die Zeeman-Aufspaltung die Verstimmung der Mikrowelle gegenüber der Übergangsfrequenz des Ions und damit die Geschwindigkeit der Präzession des Zustands. Da die Bandbreite des verrauschten Magnetfeldes kleiner ist als die Aufspaltung der Zeeman-Niveaus, die mehrere MHz beträgt, folgen die Zeeman-Niveaus dem Magnetfeld adiabatisch und es findet keine Mischung der Zeeman-Niveaus statt. Aus demselben Grund werden durch das verrauschte Magnetfeld auch keine Übergänge zwischen den Zeeman-Niveaus induziert. Zwischen den Niveaus $F = 0$ und $F = 1$ kann es ebenfalls zu keinen Übergängen

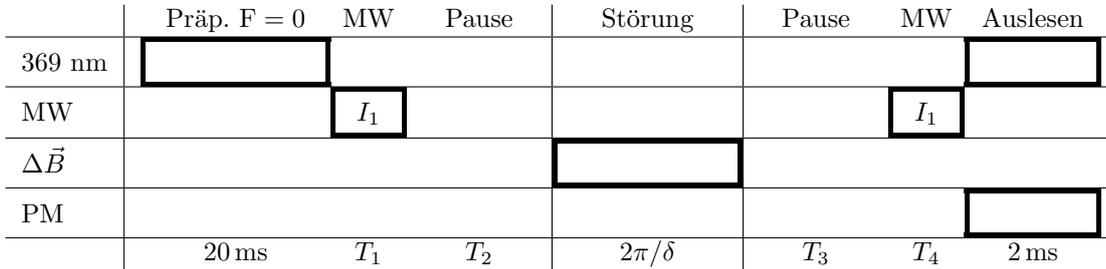
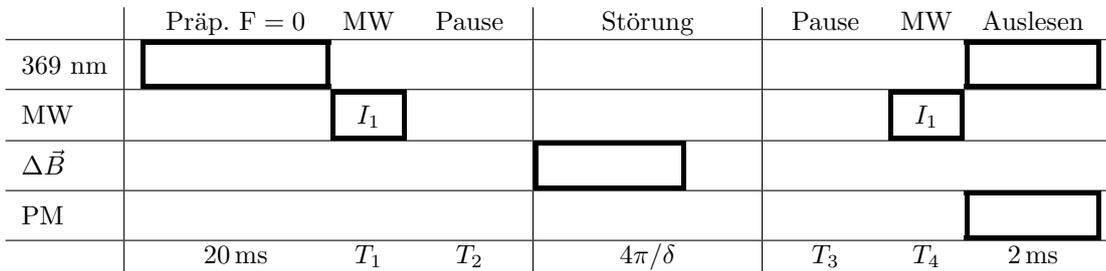
Variation der Amplitude der Störung:**Variation der Dauer der Störung:**

Abbildung 6.5.:

Abfolge der Operationen für die phasendämpfenden Quantenkanäle. Bei der Variation der Amplitude der Störung wird zwischen Präparation und Messung des Qubits eine Pause der Länge $2\pi/\delta$ eingefügt, während der das verrauschte Magnetfeld eingeschaltet wird. Bei der Variation der Dauer der Störung beträgt die Länge der Pause $4\pi/\delta$, allerdings wird nun das verrauschte Magnetfeld für eine variable Zeit zu Beginn der Pause angewendet.

kommen, da ihre Aufspaltung mit 12,6 GHz noch viel größer als die Aufspaltung der Zeeman-Niveaus ist.

Der Zeeman-Effekt im Grundzustand des $^{171}\text{Yb}^+$ Ions lässt sich mit Hilfe der Breit-Rabi-Formel geschlossen beschreiben (Mayer-Kuckuk 1994)

$$\Delta E^{\text{HFS}} \left(F = I \pm \frac{1}{2}, m_F \right) = -\frac{\Delta E_0}{4I+2} + m_F g_I \mu_K B \pm \frac{\Delta E_0}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_F}{2I+1} X + X^2} \quad (6.31)$$

$$\text{mit} \quad \Delta E_0 = A(I+1/2), \quad A = \frac{g_I \mu_K B_e}{\sqrt{J(J+1)}},$$

$$\text{und} \quad X = \frac{g_J \mu_B - g_I \mu_K}{A(I+1/2)} B \approx \frac{2\mu_B B}{\Delta E_0},$$

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

wobei $I = 1/2$ den Kernspin, $J = 1/2$ den Gesamtdrehimpuls der Hülle, m_F die magnetische Quantenzahl, g_I den g -Faktor des Kerns, μ_B das Bohrsche Magneton, g_J den g -Faktor der Hülle, μ_K das Kernmagneton und B_e das von der Elektronenhülle am Ort des Kerns erzeugte Magnetfeld bezeichnen. Die Mikrowelle ist auf den Übergang zwischen den Niveaus $^2S_{1/2}$ ($F = 0$) und $^2S_{1/2}$ ($F = 1, m_F = 0$) abgestimmt. Die Beeinflussung der Übergangsfrequenz ν_π zwischen diesen Niveaus durch das Magnetfeld ergibt sich aus Gleichung 6.31 zu (Huesmann 1999)

$$\nu_\pi(B) = \nu_\pi(B = 0) + \frac{2(g_J\mu_B - g_I\mu_K)^2}{3hg_I\mu_K B_e} B^2, \quad (6.32)$$

wobei $\nu_\pi(B = 0)$ die Übergangsfrequenz ohne anliegendes Magnetfeld angibt.

Die Stärke des verrauschten Magnetfeldes $\Delta\vec{B}$ ist klein gegenüber dem konstanten Magnetfeld \vec{B}_0 . Dann gilt für den Betrag B des resultierenden Magnetfeldes

$$B = |\vec{B}_0| + |\Delta\vec{B}| \cos \phi = B_0 + \Delta B \cos \phi, \quad (6.33)$$

wobei ϕ den Winkel zwischen konstantem und verrauschtem Magnetfeld angibt. Gleichung 6.32 lässt sich an der Stelle B_0 nach B entwickeln und es ergibt sich

$$\nu_\pi(B) \approx \nu_\pi(B_0) + \frac{4(g_J\mu_B - g_I\mu_K)^2 B_0^2}{3hg_I\mu_K B_e} \Delta B \cos \phi \quad (6.34)$$

$$\approx \nu_\pi(B_0) + c_1 \Delta B \quad (6.35)$$

mit $c_1 = 4(g_J\mu_B - g_I\mu_K)^2 B_0^2 \cos(\phi) / (3hg_I\mu_K B_e)$.

Für die Änderung der Präzessionsgeschwindigkeit ω des Zustands in Abhängigkeit von der Übergangsfrequenz des Ions gilt

$$\Delta\omega(t) = 2\pi (\nu_\pi(B) - \nu_\pi(B_0)) \approx 2\pi c_1 \Delta B(t). \quad (6.36)$$

Die durch das zusätzliche Magnetfeld verursachte Phasenverschiebung ϕ des Zustands berechnet sich zu

$$\phi = \int_0^T \Delta\omega(t) dt \approx 2\pi c_1 \int_0^T \Delta B(t) dt. \quad (6.37)$$

Die Fluktuation des Magnetfeldes lässt sich als stochastisches Signal $\Delta B(t)$ beschreiben, das durch Tiefpassfilterung von weißem Rauschen entsteht:

$$\Delta B(t) = \int_{-\infty}^t g_F(t-u) V(u) du, \quad (6.38)$$

wobei $V(u)$ ein weißes Rauschsignal und g eine Gewichtsfunktion bezeichnet. Die Gewichtsfunktion ergibt sich aus der Impulsantwort des verwendeten Filters. Im Falle eines einfachen Tiefpasses 1. Ordnung ist die Gewichtsfunktion (Horowitz und Hill 1989e)

$$g_F(u) = e^{-t\omega_{3dB}}, \quad (6.39)$$

6.3. Auswertung

wobei $\omega_{3\text{dB}}$ die 3dB-Frequenz des Tiefpasses angibt. Um aus den Fluktuationen des Magnetfeldes die Phasenverschiebung ϕ zu berechnen, wird in Gleichung 6.37 vom Zeitnullpunkt bis zur Zeit T integriert. Dies lässt sich durch eine Gewichtsfunktion

$$g_{\text{I}}(u) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq t < T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.40)$$

ausdrücken. Zur Berechnung der resultierenden Phasenfluktuationen werden die Tiefpassfilter und die Integration nacheinander angewendet. Die entstehende Gewichtsfunktion $g(u)$ berechnet sich aus der Faltung der Gewichtsfunktionen der verketteten Filterungen (Oppenheim und Willsky 1989)

$$g(u) = g_{\text{F}}(u) * g_{\text{I}}(u) \quad (6.41)$$

$$= \int_0^u g_{\text{I}}(t) g_{\text{F}}(u-t) dt \quad (6.42)$$

$$= \int_0^{\min(u,T)} e^{-(u-t)\omega_{3\text{dB}}} dt \quad (6.43)$$

$$= \frac{1}{\omega_{3\text{dB}}} \begin{cases} 1 - e^{-u\omega_{3\text{dB}}} & \text{für } u \leq T \\ e^{-u\omega_{3\text{dB}}} (e^{T\omega_{3\text{dB}}} - 1) & \text{für } u > T \end{cases} \quad (6.44)$$

Für einen linearen Gaußprozess ist die charakteristische Funktion bei Filterung durch eine Gewichtsfunktion g im Buch von Schwarz u. a. (1991) angegeben:

$$\varphi(u) = \exp\left(-\frac{S_0 u^2}{2} \int_0^\infty g^2(t) dt\right), \quad (6.45)$$

wobei $S_0 = \sigma_0^2$ die Varianz des zugrundeliegenden weißen Rauschens angibt. Der Vergleich dieses Ausdrucks mit der charakteristischen Funktion für eine normalverteilte Zufallsvariable mit Mittelwert null und Streuung σ

$$\varphi(u) = \exp\left(-\frac{\sigma^2 u^2}{2}\right) \quad (6.46)$$

zeigt, dass das Ergebnis der Filterung wiederum normalverteilt ist mit der Streuung

$$\sigma = \sigma_0 \sqrt{\int_0^\infty g^2(t) dt}. \quad (6.47)$$

Für das enthaltene Integral über die quadrierte Gewichtsfunktion gilt im hier betrachteten Fall

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

$$\int_0^\infty g^2(t) dt = \omega_{3\text{dB}}^{-2} \left(\int_0^T (1 - e^{-t\omega_{3\text{dB}}})^2 dt + (e^{T\omega_{3\text{dB}}} - 1) \int_T^\infty e^{-2t\omega_{3\text{dB}}} dt \right) \quad (6.48)$$

$$= \omega_{3\text{dB}}^{-2} \left(\int_0^T 1 - 2e^{-t\omega_{3\text{dB}}} + e^{-2t\omega_{3\text{dB}}} dt + (e^{T\omega_{3\text{dB}}} - 1) \int_T^\infty e^{-2t\omega_{3\text{dB}}} dt \right) \quad (6.49)$$

$$= \omega_{3\text{dB}}^{-2} \left(T + 2 \frac{e^{-T\omega_{3\text{dB}}} - 1}{\omega_{3\text{dB}}} - \frac{2}{\omega_{3\text{dB}}} \frac{e^{-2T\omega_{3\text{dB}}} - 1}{2\omega_{3\text{dB}}} + \frac{1}{2\omega_{3\text{dB}}} + \frac{1}{2\omega_{3\text{dB}}} - \frac{e^{-T\omega_{3\text{dB}}}}{\omega_{3\text{dB}}} + \frac{e^{-2T\omega_{3\text{dB}}}}{2\omega_{3\text{dB}}} \right) \quad (6.50)$$

$$= \omega_{3\text{dB}}^{-2} \left(T - \frac{e^{-T\omega_{3\text{dB}}} - 1}{\omega_{3\text{dB}}} \right). \quad (6.51)$$

Daraus folgt mit Gleichung 6.47 für die Streuung σ der Phasen ϕ

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{\omega_{3\text{dB}}} \sqrt{T + \frac{e^{-T\omega_{3\text{dB}}} - 1}{\omega_{3\text{dB}}}}. \quad (6.52)$$

Für die Verteilung der Phasenverschiebung ergibt sich also der Ausdruck

$$P(\phi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\phi^2/2\sigma^2} \quad (6.53)$$

mit der Streuung σ aus Gleichung 6.52, die sich wiederum aus der Streuung σ_0 des zugrundeliegenden weißen Rauschens, der 3dB-Frequenz $\omega_{3\text{dB}}$ des Tiefpasses und der Integrationszeit T berechnet. Die Streuung σ_0 des zugrundeliegenden weißen Rauschens ist nicht bekannt, da der Proportionalitätsfaktor zwischen der Amplitude des erzeugten Rauschsignals und resultierendem Magnetfeld am Ort des Ions unbekannt ist. Daher muß diese Größe aus den experimentellen Daten ermittelt werden.

Aus der Verteilung der Phasenverschiebung lässt sich die resultierende Verkürzung der Komponenten des Bloch-Vektors in der x-y-Ebene berechnen, indem man beispielsweise den Zustand Ψ_x betrachtet. Der zugehörige Bloch-Vektor wird transformiert gemäß

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \vec{s}' = \begin{pmatrix} s_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.54)$$

Die resultierende Komponente s_x lässt sich berechnen:

$$s_x = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\phi) e^{i\phi} d\phi \quad (6.55)$$

$$= \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} e^{-\phi^2/2\sigma^2} \cos \phi d\phi \quad (6.56)$$

$$= e^{-\sigma^2/2}, \quad (6.57)$$

was bedeutet, dass die x-Komponente des Bloch-Vektors mit dem Faktor $e^{-\sigma^2/2}$ multipliziert wird. Generell gilt, dass durch die stochastische Phasenverschiebung die x- und y-Komponenten des Bloch-Vektors mit diesem Faktor multipliziert werden, während die z-Komponente unbeeinflusst bleibt. Die Transformationsmatrix des Bloch-Vektors lautet

$$\vec{s}' = \begin{pmatrix} e^{-\sigma^2/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\sigma^2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{s} \quad (6.58)$$

Für den Dämpfungsparameter des phasendämpfenden Quantenkanals λ gilt dann

$$\lambda = \frac{1 - e^{-\sigma^2/2}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^{-\sigma_0^2 \frac{T\omega_{3\text{dB}} + \exp(-T\omega_{3\text{dB}}) - 1}{2\omega_{3\text{dB}}}}. \quad (6.59)$$

Andererseits lässt sich aus den experimentellen Daten die unbekannte Streuung σ_0 bestimmen:

$$\sigma_0 = \omega_{3\text{dB}} \sqrt{\frac{-2 \ln(1 - 2\lambda)}{T + \frac{e^{-T\omega_{3\text{dB}}} - 1}{\omega_{3\text{dB}}}}}. \quad (6.60)$$

Aus den Datensätzen `apr12/quantenkanal_16ff` und `apr12/quantenkanal_23` wird für jeden Wert für \mathcal{M}_{xx} und \mathcal{M}_{yy} der entsprechende Wert der Streuung σ_0 nach Gleichung 6.60 berechnet, dabei werden die experimentell bestimmten Matrixelemente durch 0,8 geteilt, um die endliche Präparationseffizienz zu kompensieren. Für ersteren Datensatz gilt $T = 2\pi/\delta = 10,8\text{ms}$, während die Streuung des rauschenden Magnetfeldes über die Abschwächung des Rauschsignals vor dem Spannung-Strom-Wandler variiert wird. Die Streuung σ_0 wird im Folgenden auf eine Abschwächung von 0 dB bezogen. Bei dem Datensatz `apr12/quantenkanal_23` wird die Zeit T variiert, während die Abschwächung des Rauschsignals mit -7 dB konstant bleibt. Bei diesem Datensatz wird die Streuung σ_0 ebenfalls auf eine Abschwächung von 0 dB bezogen, sowie auf eine Zeit T von $2\pi/\delta$. Auf diese Weise sind die ermittelten Werte für σ_0 für alle Datenpunkte unmittelbar vergleichbar. Für beide Datensätze wird eine 3 dB-Frequenz des Tiefpasses von $\omega_{3\text{dB}} = 2\pi 750\text{Hz}$ angenommen. Als Mittelwert der Streuung σ_0 ergibt sich

$$\sigma_0 = (145 \pm 6) \cdot 10^3. \quad (6.61)$$

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

Dieser Wert ist ein Resultat der vorgenommenen Einstellungen am Experiment, insbesondere der Amplitude des Rauschgenerators. Diese wurde so gewählt, dass sich bei den verwendeten Einwirkzeiten des verrauschten Magnetfeldes ein sichtbarer Einfluss auf die Parameter des Quantenkanals zeigt. Die theoretische Modellierung der Daten erfolgt mit der oben vorgestellten Theorie und dem hier berechneten Wert für σ_0 . Es gehen keine weiteren freien Parameter in die Modellierung ein.

Die Abbildungen 6.6 und 6.7 zeigen die experimentellen Daten zusammen mit den nach Gleichung 6.30 berechneten Daten. Dabei wird bei den theoretischen Daten jeweils die Dekohärenz des inhärenten Quantenkanals durch den Faktor 0,8 vor allen Matrixelementen berücksichtigt. Der Dämpfungsparameter λ wird unter Verwendung von Gleichung 6.59 und der oben bestimmten Streuung σ_0 berechnet. In dem oberen Teil der Abbildungen ist jeweils die Abfolge der Operationen im Experiment schematisch dargestellt.

Bei den Daten in Abbildung 6.6 wird die Amplitude des verrauschten Magnetfeldes variiert, während die Dauer der Einwirkung konstant $2\pi/\delta$ beträgt. Das Ergebnis zeigt, dass nur die Diagonalelemente der Matrix \mathcal{M} von null verschieden sind. Während \mathcal{M}_{zz} konstant bleibt, werden die Elemente \mathcal{M}_{xx} und \mathcal{M}_{yy} mit zunehmender Amplitude des verrauschten Magnetfeldes kleiner. Verglichen mit den theoretischen Werten sind dabei die Werte für \mathcal{M}_{xx} etwas zu groß und die Werte für \mathcal{M}_{yy} zu klein. Der genaue Grund für diesen Effekt ist bisher nicht bekannt. Diese Daten demonstrieren, dass sich der Dämpfungsparameter vom Experimentator in einem weiten Bereich frei wählen lässt.

Neben der Amplitude des Magnetfeldes lässt sich auch die Einwirkdauer variieren, was in Abbildung 6.7 gezeigt wird. Bei diesem Experiment wird zwischen Präparation und Messung eine Wartezeit eingefügt, deren Dauer der doppelten Rotationsperiode des Zustands um die z-Achse von $2\pi/\delta$ entspricht. Variiert wird die Einschaltdauer des zusätzlichen Magnetfeldes während dieser Wartezeit. Die relative Amplitude des zusätzlichen Magnetfeldes beträgt -7 dB. Auch bei diesem Experiment sind nur die Diagonalelemente von \mathcal{M} von Null verschieden. Aufgrund der geringeren Anzahl von Messungen streuen die experimentellen Daten deutlich mehr als in Abbildung 6.6. Der systematische Unterschied zwischen den Elementen \mathcal{M}_{xx} und \mathcal{M}_{yy} wie in Abbildung 6.6 zeigt sich hier nicht.

6.3.5. Phasendämpfender Quantenkanal mit Basiswechsel

Der phasendämpfende Kanal besitzt eine bevorzugte Basis. Bisher war dies die $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ -Basis, da die Phase in der x-y-Ebene gedämpft wurde. Die Phasendämpfung kann aber in jeder beliebigen Ebene erzeugt werden, indem die Zustände auf der Bloch-Kugel vor dem Anwenden des verrauschten Magnetfeldes gedreht und nach seiner Anwendung wieder zurückgedreht werden. Dies entspricht einer Phasendämpfung in einer anderen Basis. Die Realisierung dieses Quantenkanals ist in Abbildung 6.8 schematisch dargestellt. Im Experiment werden jeweils Präparation des ersten Zustands und erste Drehung, sowie

6.3. Auswertung

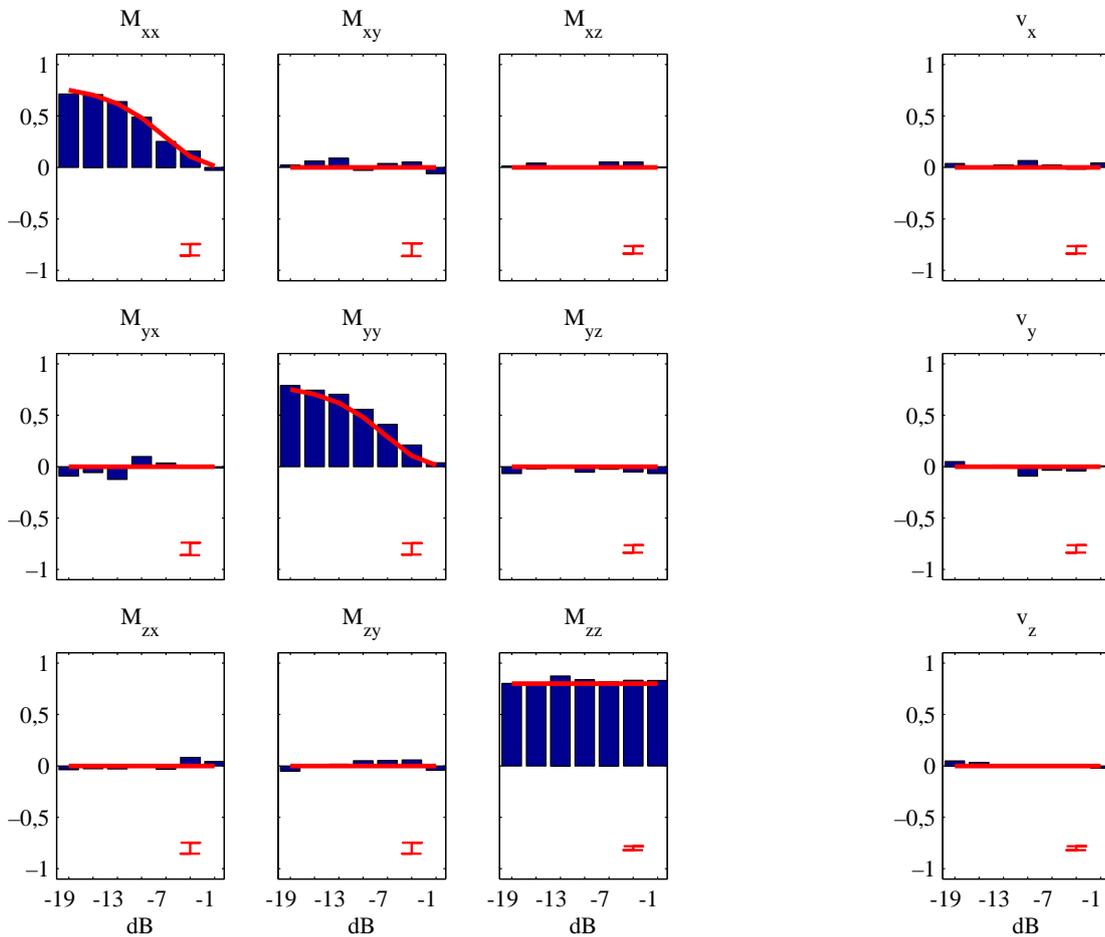


Abbildung 6.6.:

Phasendämpfender Quantenkanal. Dargestellt sind die Koeffizienten der Matrix M und des Vektors \vec{v} als Balkendiagramm, sowie die theoretischen Werte als durchgezogene Linie. Auf der Abszisse ist die relative Amplitude des zusätzlichen, verrauschten Magnetfeldes $|\Delta\vec{B}|$ in Dezibel aufgetragen, daher handelt es sich um eine halblogarithmische Darstellung. Die Fehlerbalken rechts unten in den Diagrammen geben den gemittelten Fehler an. Der Auswertung liegt der Datensatz `apr12/quantenkanal_16ff` zugrunde.

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

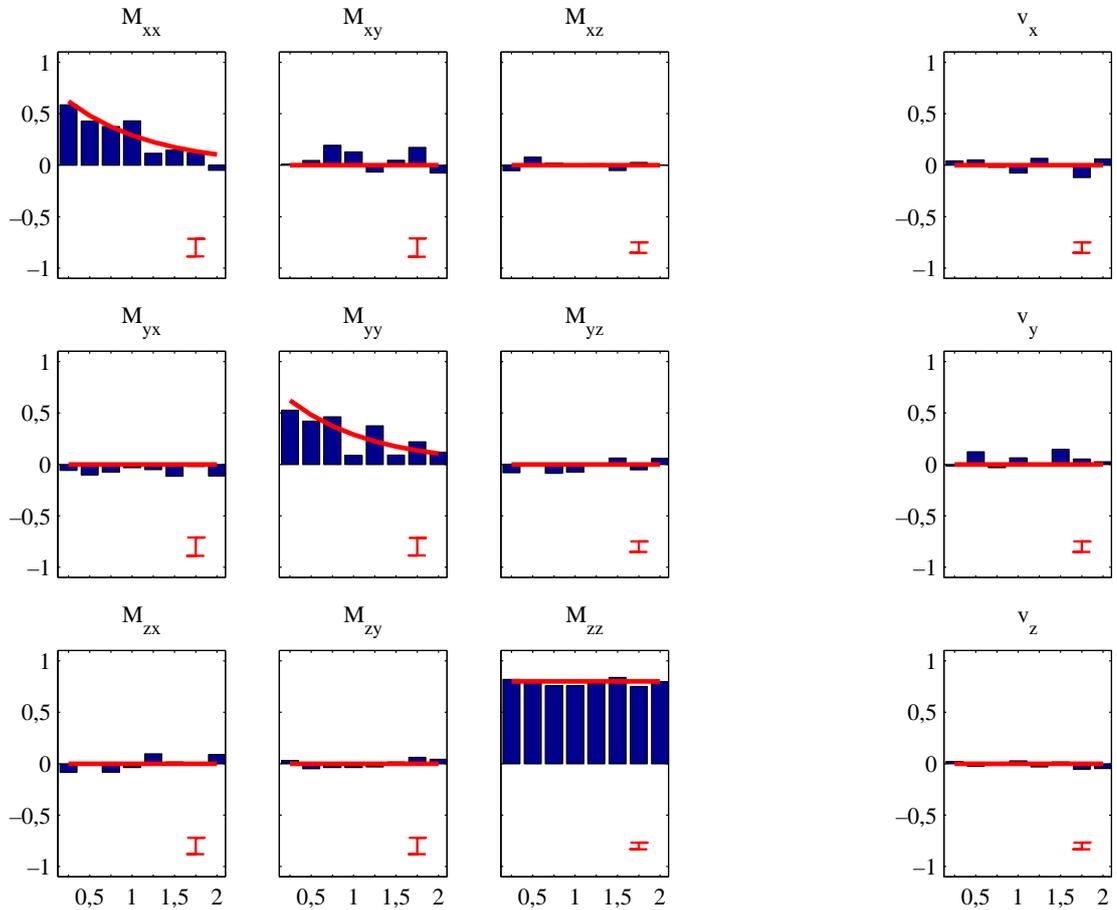


Abbildung 6.7.:

Phasendämpfender Quantenkanal. Dargestellt sind die Koeffizienten der Matrix M und des Vektors \vec{v} als Balkendiagramm, sowie die theoretischen Werte als durchgezogene Linie. Auf der Abszisse ist die relative Dauer der Einwirkung des zusätzlichen, verrauschten Magnetfeldes aufgetragen. Eine Dauer von eins entspricht der in Datensatz `apr12/quantenkanal_16ff` (siehe Abbildung 6.6) verwendeten Dauer. Die relative Amplitude des zusätzlichen Magnetfeldes beträgt -7 dB. Die Fehlerbalken rechts unten in den Diagrammen geben den gemittelten Fehler an, der aufgrund der geringeren Anzahl an Messungen größer ist als bei Abbildung 6.6. Der Auswertung liegt der Datensatz `apr12/quantenkanal_23` zugrunde.

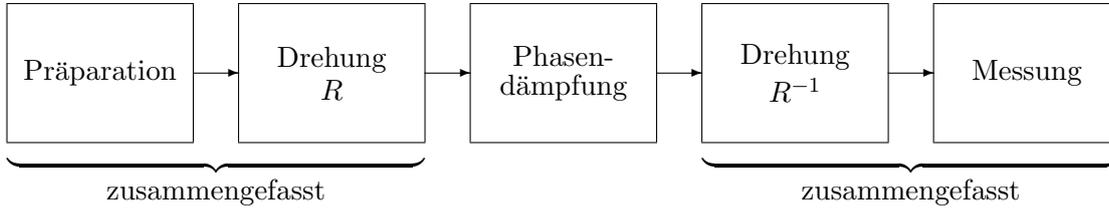


Abbildung 6.8.:

Abfolge der Operationen für einen phasendämpfenden Quantenkanal mit Basiswechsel. Um die Phasendämpfung in einer anderen als der x - y -Ebene zu erhalten, wird der Zustand vor der Anwendung der Phasendämpfung gedreht, d. h. die Basis gewechselt, dann die Phasendämpfung angewandt, und schließlich die Drehung rückgängig gemacht. Im Experiment ist die erste Drehung mit der Präparation und die zweite Drehung mit der Messung des Zustands zusammengefasst.

zweite Drehung und Messung des Zustands zusammengefasst. Dies bedeutet, dass die experimentelle Sequenz mit der in Abbildung 6.6 dargestellten übereinstimmt, lediglich die Zeiten T_1 und T_4 werden modifiziert. Auf diese Weise wird die zusätzliche Drehung berücksichtigt und eine Phasendämpfung in einer Ebene erzeugt, die durch einen Normalenvektor $|\theta, 0\rangle$ gegeben ist.

Die Auswirkung der Phasendämpfung in der gedrehten Ebene auf die Elemente der Matrix \mathcal{M} lässt sich einfach ausrechnen. Findet die Phasendämpfung in der Ebene statt, die durch den Normalenvektor $|\theta, 0\rangle$ gegeben ist, so wird zu Beginn des Quantenkanals um den Winkel θ um die x -Achse gedreht. Die entsprechende Transformationsmatrix lautet

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (6.62)$$

Es folgt die Anwendung des verrauschten Magnetfeldes, dessen Einwirkung durch die Matrix in Gleichung 6.30 beschrieben wird. Danach wird die am Anfang erfolgte Drehung durch die umgekehrte Operation M_R^T rückgängig gemacht. Die Wirkung auf den Bloch-Vektor ist also

$$\vec{s}' = M_R^T \begin{pmatrix} 1 - 2\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} M_R \vec{s} \quad (6.63)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 - 2\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2\lambda \cos^2 \theta & -2\lambda \cos \theta \sin \theta \\ 0 & -2\lambda \cos \theta \sin \theta & 1 - 2\lambda \sin^2 \theta \end{pmatrix} \vec{s} \quad (6.64)$$

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

mit dem Dämpfungsparameter $0 \leq \lambda \leq 1/2$, entsprechend der Phasendämpfung in der x-y-Ebene.

Abbildung 6.9 zeigt die Daten eines Quantenkanals, der einer Phasendämpfung in der $|\pi/4, 0\rangle$ -Ebene unterworfen ist. Anders als bei den einfachen phasendämpfenden Quantenkanälen sind nun nicht nur die Diagonalelemente der Matrix \mathcal{M} von Null verschieden. Außerdem wird auch die z-Komponente gedämpft. Die Werte für die Komponenten \mathcal{M}_{yy} und \mathcal{M}_{zz} sind aufgrund der gewählten Ebene $|\pi/4, 0\rangle$ gleich und bei annähernd vollständiger Dämpfung ungleich Null. Die Koeffizienten der Matrix \mathcal{M} und des Vektors \vec{v} lassen sich unter Verwendung der in Abschnitt 6.3.4 bestimmten Streuung σ_0 vollständig berechnen. Es gibt keinen freien Parameter mehr, der an die gemessenen Daten angepasst werden müsste. Während die Theorie vorhersagt, dass die Elemente \mathcal{M}_{xy} , \mathcal{M}_{xz} , \mathcal{M}_{yx} und \mathcal{M}_{zx} verschwinden, ist in den experimentellen Daten eine systematische Abweichung von Null zu erkennen. Der Grund für die Abweichung ist nicht bekannt.

In Abbildung 6.10 sind die Daten eines Quantenkanals zu sehen, der einer Phasendämpfung in der $|\pi/6, 0\rangle$ -Ebene unterworfen ist. Im Gegensatz zu dem in der $|\pi/4, 0\rangle$ -Ebene phasengedämpften Quantenkanal sind die Diagonalelemente der Matrix \mathcal{M} aufgrund der gewählten Ebene bei annähernd vollständiger Dämpfung alle unterschiedlich.

6.3.6. Kombierter Quantenkanal: Phasendämpfung und Polarisationsdrehung

Verschiedene Quantenkanäle können kombiniert werden, z. B. indem das Qubit nacheinander durch sie propagiert wird. Bei dem hier vorgestellten Quantenkanal wird ein fester Betrag an Phasendämpfung mit einer variablen Drehung um die z-Achse kombiniert. Der obere Teil von Abbildung 6.11 zeigt die experimentelle Abfolge. Zuerst wird für eine Zeitdauer von $2\pi/\delta$ ein zusätzliches, verdrahtetes Magnetfeld eingeschaltet, im Anschluss erfolgt eine Drehung um den Winkel α . Während die relative Amplitude des zusätzlichen Magnetfeldes konstant -10 dB beträgt, wird der Drehwinkel variiert.

Für die Hintereinanderschaltung zweier Quantenkanäle, die durch die Parameter \mathcal{M}_1 , \vec{v}_1 und \mathcal{M}_2 , \vec{v}_2 gegeben sind, gilt

$$\vec{s}' = \mathcal{M}_1 \vec{s} + \vec{v}_1 \quad (6.65)$$

$$\begin{aligned} \vec{s}'' &= \mathcal{M}_2 \vec{s}' + \vec{v}_2 \\ &= \mathcal{M}_2 \mathcal{M}_1 \vec{s} + \mathcal{M}_2 \vec{v}_1 + \vec{v}_2 . \end{aligned} \quad (6.66)$$

Daraus lässt sich mit den Transformationen aus Gleichung 6.28 und 6.30 die Transfor-

6.3. Auswertung

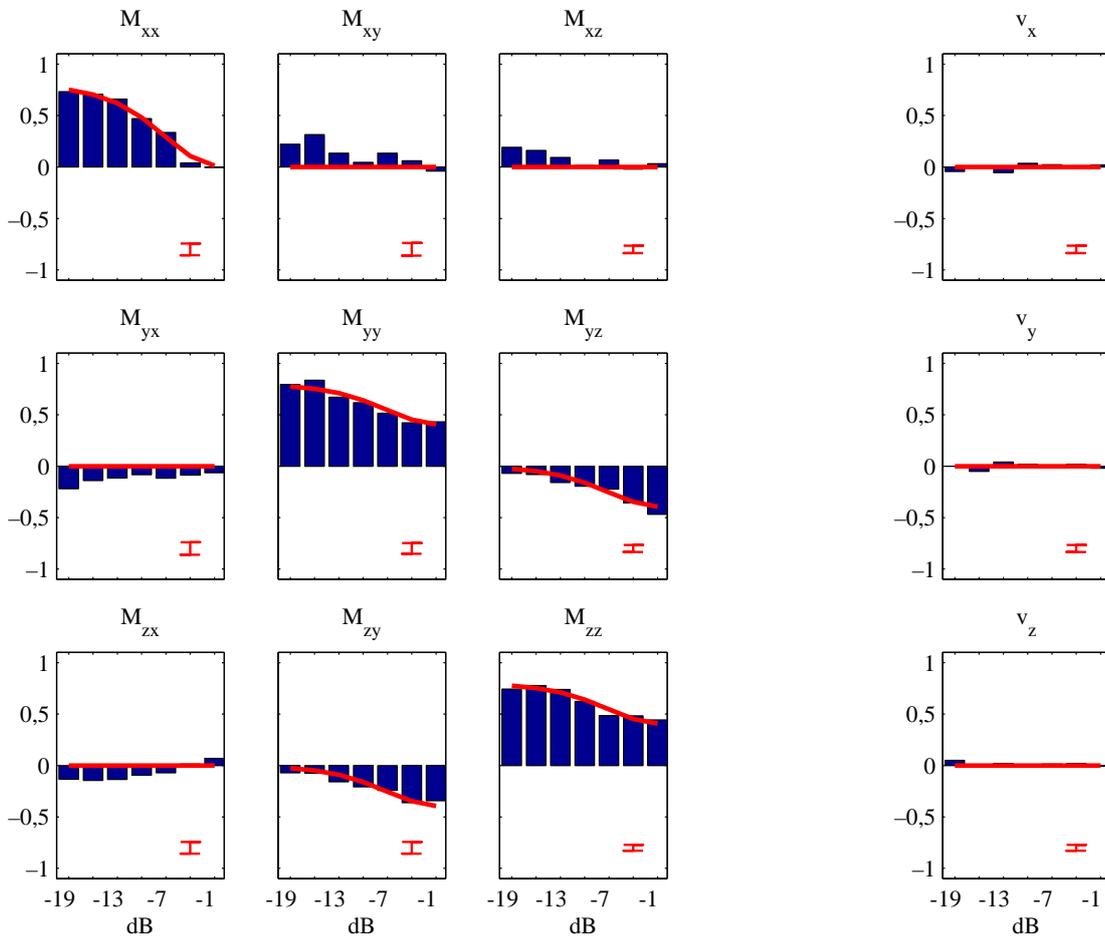


Abbildung 6.9.:

In der $|\pi/4, 0\rangle$ -Ebene phasengedämpfter Quantenkanal, Variation der Amplitude der Störung. Aufgetragen ist die Transformation des Bloch-Vektors gegen die relative Amplitude des zusätzlichen, verrauschten Magnetfeldes $|\Delta\vec{B}|$. Aufgrund der Angabe der Amplitude in Dezibel handelt es sich um eine halblogarithmische Darstellung. Die Balkendiagramme zeigen die experimentell ermittelten Werte, während die durchgezogene Linie die mit Gleichung 6.64 ermittelten theoretischen Werte angibt. Grundlage der Auswertung ist Datensatz `apr12/quantenkanal_26ff`.

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

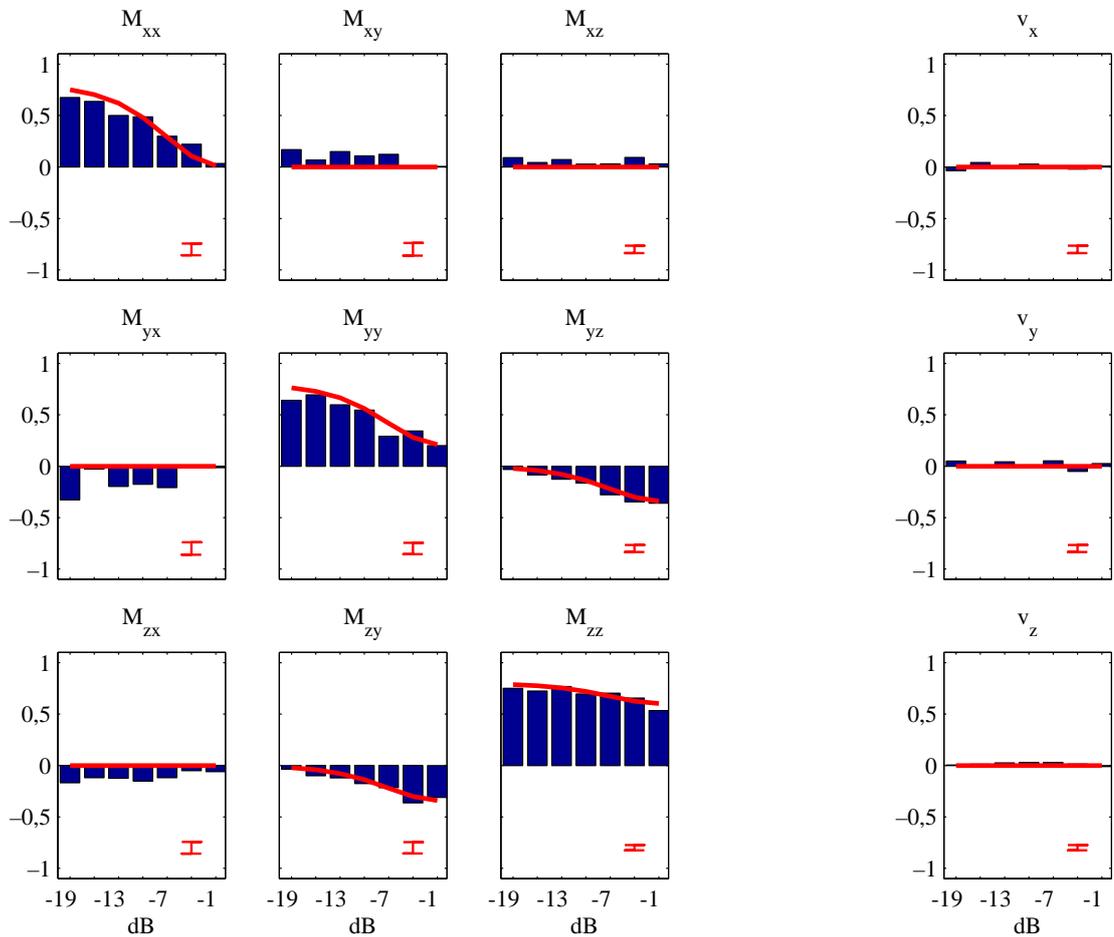


Abbildung 6.10.:

In der $|\pi/6, 0\rangle$ -Ebene phasengedämpfter Quantenkanal, Variation der Amplitude der Störung. Aufgetragen ist die Transformation des Bloch-Vektors gegen die relative Amplitude des zusätzlichen, verrauschten Magnetfeldes $|\Delta\vec{B}|$. Aufgrund der Angabe der Amplitude in Dezibel handelt es sich um eine halblogarithmische Darstellung. Die Balkendiagramme zeigen die experimentell ermittelten Werte, während die durchgezogene Linie die mit Gleichung 6.64 ermittelten theoretischen Werte angibt. Grundlage der Auswertung ist Datensatz `apr12/quantenkanal_33ff`.

6.3. Auswertung

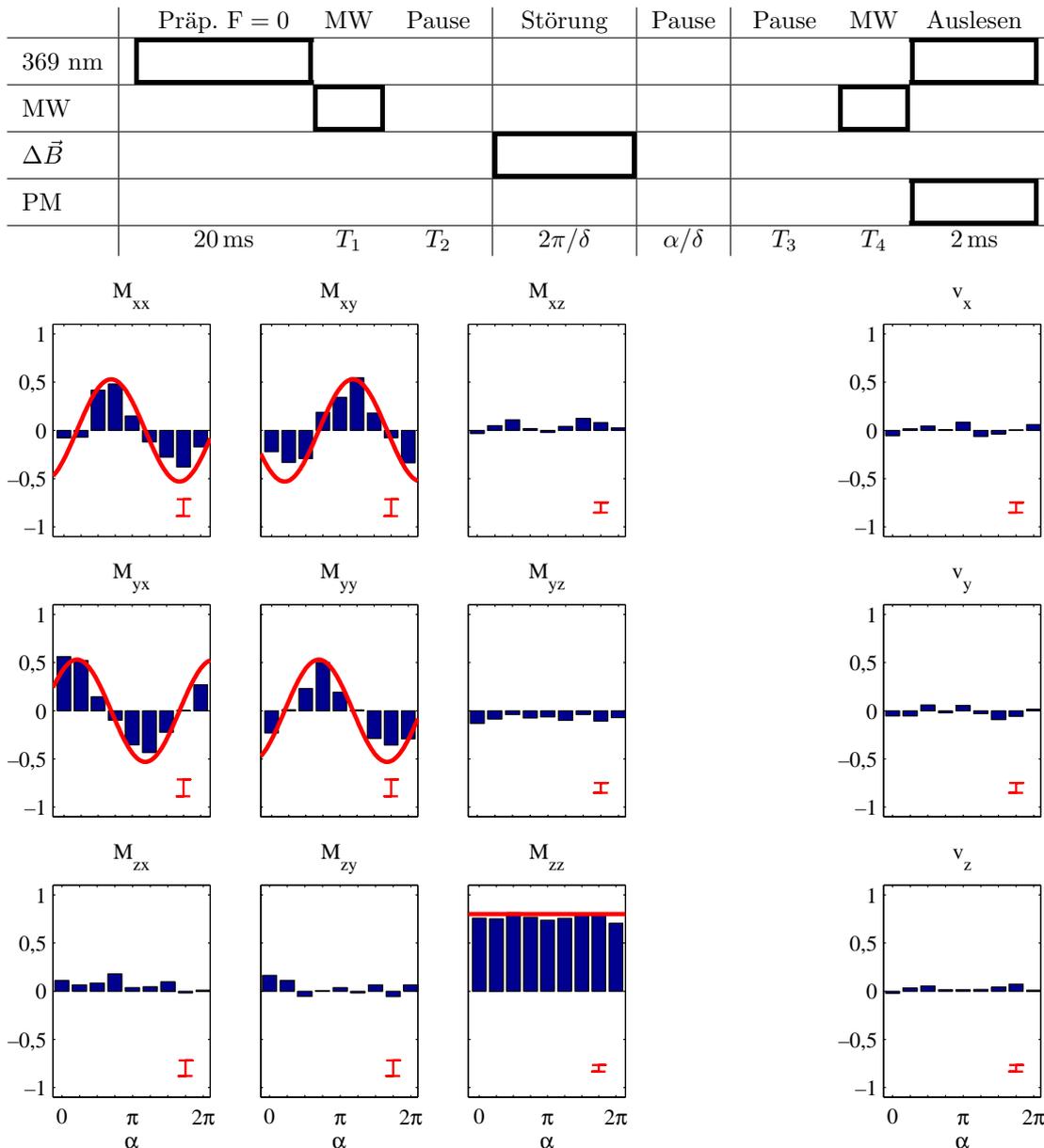


Abbildung 6.11.:

Kombinierter Quantenkanal: Phasendämpfung und Polarisationsdrehung. Der obere Teil zeigt ein Schema der experimentellen Abfolge. Im unteren Teil sind die Koeffizienten der Matrix \mathcal{M} und des Vektors \vec{v} als Balkendiagramm, sowie die theoretischen Werte als durchgezogene Linie gegen den Drehwinkel α aufgetragen. Die Fehlerbalken rechts unten in den Diagrammen geben den gemittelten Fehler an. Der Auswertung liegt der Datensatz `apr10/quantenkanal_42` zugrunde.

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

mation für den kombinierten Quantenkanal zu

$$\begin{aligned} \vec{s}'' &= \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - 2\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{s} \\ &= \begin{pmatrix} (1 - 2\lambda) \cos \alpha & (1 - 2\lambda) \sin \alpha & 0 \\ -(1 - 2\lambda) \sin \alpha & (1 - 2\lambda) \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{s} \end{aligned} \quad (6.67)$$

berechnen, wobei $0 \leq \lambda \leq 1/2$ den Dämpfungsparameter und α den Drehwinkel angibt.

Der untere Teil von Abbildung 6.11 stellt die experimentell bestimmten Parameter zusammen mit den nach Gleichung 6.67 berechneten theoretischen Werten dar. Die Phase der Drehung ist hier nicht bekannt. Dies liegt daran, dass der Mittelwert des verrauschten Magnetfeldes aufgrund von elektronischen Nullpunktverschiebungen nicht null war und eine Drehung des Zustands bewirkte. Daher ist die Phase der Drehung für die theoretischen Werte an die Daten angepasst worden. Dies ist der einzige freie Parameter für die Modellierung der Daten. Der Dämpfungsparameter λ wird nach Gleichung 6.59 aus der in Abschnitt 6.3.4 bestimmten Streuung σ_0 berechnet. Die Dekohärenz des inhärenten Quantenkanals wird als Faktor 0,8 für alle Matrixelemente berücksichtigt.

6.4. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick

Es werden mehrere verschiedene Quantenkanäle experimentell realisiert und anhand ihrer Wirkung auf den Bloch-Vektor des Qubits charakterisiert. Zu allen realisierten Quantenkanälen lässt sich ein theoretisches Modell formulieren, das ihre Wirkung auf die Parameter des Quantenkanals quantitativ beschreibt. Die im Experiment vorhandenen Störeinflüsse werden anhand des inhärenten Quantenkanals und der ungestörten zeitlichen Propagation untersucht. Da sich verschiedene Arten von Quantenkanälen experimentell realisieren lassen und ihre Wirkung auf das Qubit gut bekannt ist, eignet sich das Experiment als Simulator für Quantenkanäle. Ein solcher Simulator lässt sich z. B. zum Test von Algorithmen zur Quantenfehlerkorrektur einsetzen. Um solche Algorithmen testen zu können, sind mindestens zwei gleichzeitig zur Verfügung stehende Qubits erforderlich. Durch den Bau einer linearen Falle, die es erlaubt mehrere Ionen gleichzeitig zu speichern und kohärent zu manipulieren, wird in Zukunft mehr als ein Qubit zur Verfügung stehen und damit der Einsatz zur experimentellen Untersuchung von Algorithmen zur Quantenfehlerkorrektur möglich sein.

Obwohl bereits mehrere verschiedene Klassen von Quantenkanälen (Identität, Polarisationsdrehung, Phasendämpfung) experimentell realisiert werden können, ist es für den Einsatz des Experiments als Simulator für Quantenkanäle wünschenswert, weitere Klassen von Quantenkanälen zu erschließen. Alle der hier untersuchten Quantenkanäle führen keine Verschiebung des Bloch-Vektors ein, d. h. $|\vec{v}| = 0$. Ein Quantenkanal, für

6.4. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick

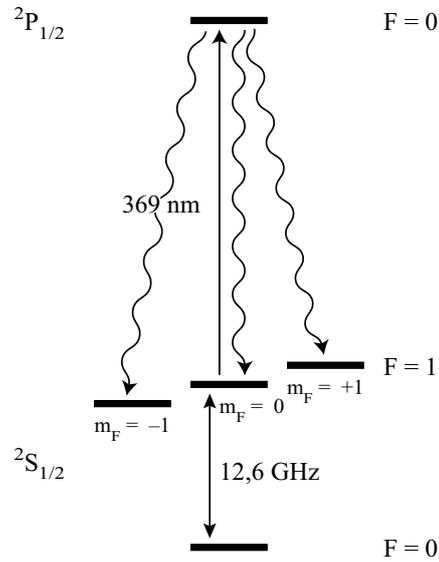


Abbildung 6.12.:

Relevantes Termschema des $^{171}\text{Yb}^+$ Ions bei Einstrahlen von Laserlicht der Wellenlänge 369 nm während der freien Entwicklung des Qubits.

den $|\vec{v}| \neq 0$ gilt, ist der amplitudendämpfende Quantenkanal, der den Bloch-Vektor gemäß

$$\vec{s}' = \begin{pmatrix} \sqrt{1-\lambda} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & 1-\lambda \end{pmatrix} \vec{s} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \lambda \end{pmatrix} \quad (6.68)$$

transformiert, wobei $0 \leq \lambda \leq 1$ den Dämpfungsparameter bezeichnet. Der amplitudendämpfende Quantenkanal modelliert den Spontanzerfall in einem Zwei-Niveau-System.

Ein erster Versuch zur Realisierung eines dem amplitudendämpfenden Quantenkanals ähnlichen Kanals wurde bereits unternommen. Dabei wurde während der freien Entwicklung des Qubits Licht der Wellenlänge 369 nm eingestrahlt. Die Idee war, durch das optische Pumpen in das Niveau $F = 0$ eine Verschiebung des Bloch-Vektors zu realisieren und damit eine dem amplitudendämpfenden Kanal ähnliche Wirkung zu erzielen. Es stellte sich allerdings heraus, dass durch das Einstrahlen von Licht der Wellenlänge 369 nm das Zwei-Niveau-System des Qubits verlassen wird und damit die verwendete Methode zur Charakterisierung von Quantenkanälen versagt.

Abbildung 6.12 illustriert das auftretende Problem. Wenn das eingestrahlte Licht der Wellenlänge 369 nm zu einer Anregung in das Niveau $^2\text{P}_{1/2}$ ($F = 0$) führt, dann verteilt sich der anschließende Spontanzerfall in das Niveau $^2\text{S}_{1/2}$ gleichmäßig auf alle magne-

6. Charakterisierung von Quantenkanälen

tischen Quantenzahlen m_F . Aber nur das Niveau $^2S_{1/2}$ ($F = 1$, $m_F = 0$) gehört zum Zwei-Niveau-System des Qubits. Die beiden anderen Niveaus $m_F = -1, +1$ werden durch die Mikrowellenstrahlung nicht beeinflusst und führen bei der zustandsselektiven Detektion immer zu Fluoreszenz, da die Aufspaltung der Zeeman-Niveaus geringer ist als die natürliche Linienbreite des Fluoreszenz-Übergangs. Eine Charakterisierung dieses „Quantenkanals“ mit den in dieser Arbeit beschriebenen Methoden ist daher nicht möglich, denn die so bestimmten Parameter hängen von der Art ihrer Messung ab. Eine Kombination mit anderen Quantenkanälen ist ebenfalls nicht möglich, da die „falschen“ Zeeman-Niveaus $m_F = -1, +1$ an weiteren Manipulationen durch die Mikrowelle nicht teilnehmen.

Nach wie vor offen bleibt daher die Realisierung eines Quantenkanals mit einer Wirkung ähnlich der des amplitudendämpfenden Quantenkanals. Vermutlich liegt die Lösung wie auch bei der Erhöhung der Präparationseffizienz (siehe Abschnitt 5.4) in der Ausnutzung weiterer Niveaus des $^{171}\text{Yb}^+$ Ions.

A. Schaltungen

A.1. 50 Ω -Treiber

Der 50 Ω -Treiber wird benötigt, um den Eingang zur Amplitudenmodulation (AM-Eingang) des AOM-Treibers (A.A 80 MHz) für das Lasersystem mit der Wellenlänge 369 nm vom ADwin-System aus ansteuern zu können. Der AM-Eingang besitzt eine Impedanz von 50 Ω . Die analogen Ausgänge des ADwin-Systems können einen Strom von maximal 5 mA liefern (ADwin 1998) und daher maximal eine Spannung von $U = R \cdot I = 50 \Omega \cdot 5 \text{ mA} = 0,25 \text{ V}$ erreichen. Zur vollen Aussteuerung des AM-Eingangs werden aber mindestens 2,5 V an 50 Ω benötigt. Ein weiteres Problem der analogen Ausgänge des ADwin-Systems ist ihre Empfindlichkeit gegenüber kapazitiver Belastung. Bei den verwendeten Kabellängen von ca. 5 bis 10 m reicht die Kapazität des Kabels aus, um die Ausgangsstufe des ADwin-Systems an den Rand ihrer Stabilität zu bringen, wenn das Kabel nicht mit 50 Ω abgeschlossen ist. Eine kleine externe Störung reicht dann aus, um das System zum Schwingen anzuregen. Daher war der Nutzen der analogen Ausgänge des ADwin-Systems auch für andere Einsatzzwecke eingeschränkt.

Die Aufgabenstellung ist also das Design eines Treibers mit einem Ausgangswiderstand von 50 Ω , der mindestens 2,5 V an einem Eingangswiderstand von 50 Ω bereitstellen kann und unempfindlich gegenüber kapazitiver Belastung ist. Dabei sollen die Eigenschaften des ADwin-Systems in Bezug auf Geschwindigkeit (Einschwingzeit kleiner 20 μs bei Maximalsprung) und Gleichspannungsoffset (10 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$) nicht verschlechtert werden.

Die geforderte Ausgangsspannung von 2,5 V an 50 Ω bei einem Ausgangswiderstand von 50 Ω erfordert intern eine Spannung von 5 V (da die Hälfte der Spannung am Ausgangswiderstand der Schaltung abfällt) und einen Strom von $5 \text{ V}/100 \Omega = 50 \text{ mA}$, was einer Leistung von $5 \text{ V} \cdot 50 \text{ mA} = 1/4 \text{ W}$ entspricht. Ein Aufbau der Schaltung mit einem einzelnen Operationsverstärker ist ungünstig, da der benötigte Ausgangsstrom die Wahl des Verstärkertyps einschränkt und sich die relativ hohe Verlustleistung wegen der Erwärmung des Bausteins negativ auf den Gleichspannungsoffset auswirkt. Daher kommt ein zweistufiges Design aus einem Operationsverstärker TLE2027 (TLE2027 1997) und einem *Booster*-Verstärker BUF634 (BUF634 1996) zum Einsatz. Der BUF634 eignet sich für diesen Einsatz gut, da er einen Strom von bis zu 250 mA an 15 V liefern kann und mit einer Bandbreite von 180 MHz im *High-Bandwidth-Mode* ohne weitere

A. Schaltungen

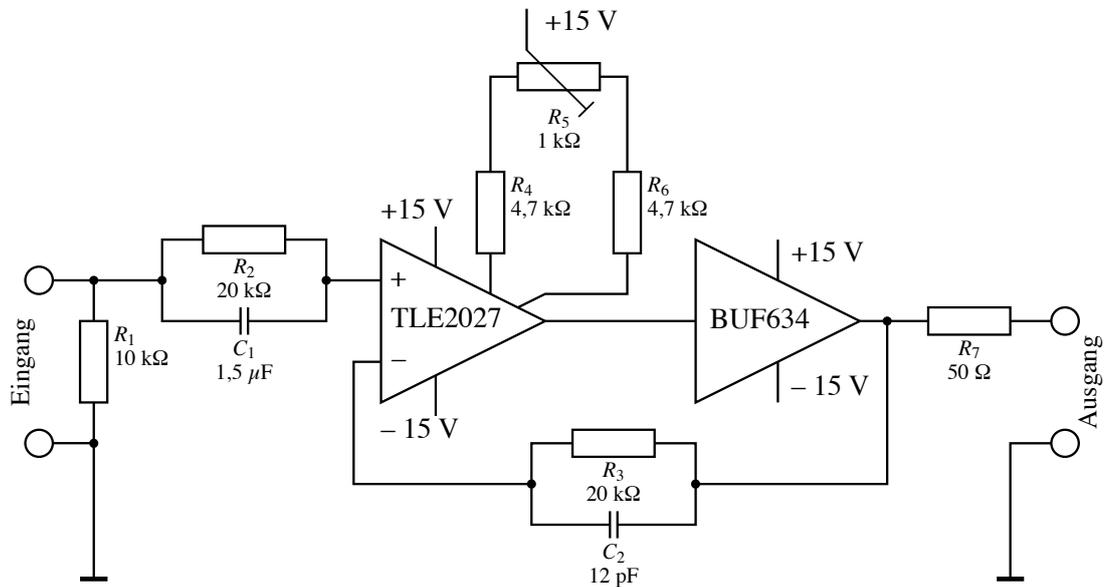


Abbildung A.1.: Schaltplan des 50Ω -Treibers für das ADwin-System.

Maßnahmen in die Rückkoppelungsschleife des TLE2027 eingebaut werden kann. Die geforderten Werte für die Treiberleistung werden mit 5 V an 50Ω deutlich übertroffen. Der dann fließende Strom von $5\text{ V}/50\Omega = 100\text{ mA}$ wird vom BUF634 problemlos bewältigt.

In Abbildung A.1 ist der Schaltplan des 50Ω -Treibers dargestellt. Die Schaltung folgt den Anwendungsbeispiel aus dem Datenblatt BUF634 (1996). Für den Operationsverstärker TLE2027 wird aus R_4 bis R_6 ein Netzwerk zum Offsetabgleich mit verbesserter Genauigkeit implementiert, wie im zugehörigen Datenblatt beschrieben (TLE2027 1997). Damit lässt sich der Gleichspannungsoffset bis auf einige $10\mu\text{V}$ abgleichen. Die Eingangsimpedanz wird zu $R_1 = 10\text{ k}\Omega$ gewählt, um einerseits die Anfälligkeit gegenüber Einstrahlungen zu vermindern, andererseits den Ausgang des ADwin-Systems nicht zu sehr zu belasten ($I = 10\text{ V}/10\text{ k}\Omega = 1\text{ mA}$).

Die Wahl des TLE2027 als Operationsverstärker ist nicht optimal. Denn er besitzt als Überlastschutz zwei antiparallele Dioden zwischen den Eingängen, die nur einen maximalen Impulsstrom von 1 mA vertragen. Daher muss der Rückkoppelungswiderstand R_3 mindestens $20\text{ k}\Omega$ betragen, um auch bei der maximal möglichen Differenzspannung zwischen den Eingängen von 20 V den Strom auf maximal 1 mA zu begrenzen. Zwar sind die analogen Ausgänge des ADwin-Systems nicht in der Lage, einen solchen Spannungssprung mit einer Geschwindigkeit zu erzeugen, die zu einer nennenswerten Differenzspannung zwischen den Eingängen führt. Die Erfahrung des Laboralltags lehrt allerdings, dass Geräte nicht immer nur zu ihrem ursprünglichen Zweck eingesetzt wer-

den. Und mit anderen Signalquellen ist es ohne weiteres möglich, einen entsprechenden Spannungssprung zu erzeugen (z. B. durch ein verstärktes Logiksignal). Daher wäre es fahrlässig, auf einen entsprechenden Schutz zu verzichten; zumal ein Überschreiten des Stroms nicht zwangsläufig zu einem Komplettausfall, sondern nur zu einer schleichenden Verschlechterung der Eigenschaften des Bausteins führt.

Problematisch ist der benötigte hohe Widerstand von 20 kΩ. Aufgrund der geforderten Gleichspannungspräzision sollen die Quellenimpedanzen für beide Eingänge des Operationsverstärkers identisch sein (Horowitz und Hill 1989d), was einen Widerstand R_2 von 20 kΩ vor dem nicht-invertierenden Eingang des Operationsverstärkers erfordert. In Verbindung mit der Eingangskapazität des Operationsverstärkers von 10 pF bildet dieser Widerstand einen Tiefpass mit einer Frequenz von $1/(2\pi RC) \approx 800$ kHz, der den Frequenzgang des TLE2027 (nominelle Bandbreite 15 MHz) stark beschneidet. Am Eingang der Schaltung besteht die Lösung dieses Problems in der Parallelschaltung des Kondensators C_1 mit einer Kapazität von 1,5 μF, die groß gegenüber der Eingangskapazität des Operationsverstärkers ist. In der Rückkopplungsschleife ist die Kompensation nicht so einfach, da sich das Einfügen einer Kapazität an dieser Stelle direkt auf das Einschwingverhalten und die Stabilität der Schaltung auswirkt. Der verwendete Kapazitätswert von $C_2 = 12$ pF ist ein Kompromiss, da der optimale Wert davon abhängig ist, ob das Signal *Slew-Rate*-begrenzt ist oder nicht. Mit einer Kapazität von 12 pF ergeben sich bei kleinen Rechtecksignalen deutliche Überschwinger, aber das Einschwingverhalten im *Slew-Rate*-begrenzten Fall ist gut ($t < 2$ μs). Höhere Kapazitäten (z. B. 220 pF) verbessern das Verhalten bei kleinen Rechtecksignalen, verschlechtern aber drastisch das Einschwingverhalten im *Slew-Rate*-begrenzten Fall auf mehrere 10 μs. Im Frequenzgang zeigt sich der gewählte Kompromiss durch ein Ansteigen der Kleinsignal-Verstärkung auf 1,2 bei 1 MHz. Im Zusammenspiel mit dem Ausgang des ADwin-Systems stellt dies keine Einschränkung dar: Das Ausgangssignal wird in allen Fällen ohne sichtbare Verzerrung oder Verzögerung durch den 50 Ω-Treiber umgesetzt.

Im Schaltbild nicht eingezeichnet sind die obligatorischen 100 nF Keramik-Kondensatoren für die Spannungsversorgungen der beiden integrierten Schaltungen. Außerdem werden die Versorgungsspannungen noch mit zwei 47 μF Elektrolytkondensatoren abgepuffert.

Aufgrund der hier dargestellten Probleme mit dem Operationsverstärker TLE2027 wurde für die sehr ähnliche Schaltung des Spannung-Strom-Wandlers (siehe Abschnitt A.3) stattdessen der Operationsverstärker OPA227 verwendet, der zwar nominell eine geringere Bandbreite von nur 8 MHz besitzt, aber durch seine Schutzdioden einen Strom von 20 mA zulässt, daher wesentlich geringere Impedanzen in der Rückkopplung erlaubt und damit keine Kompensation der Eingangskapazitäten benötigt.

A. Schaltungen

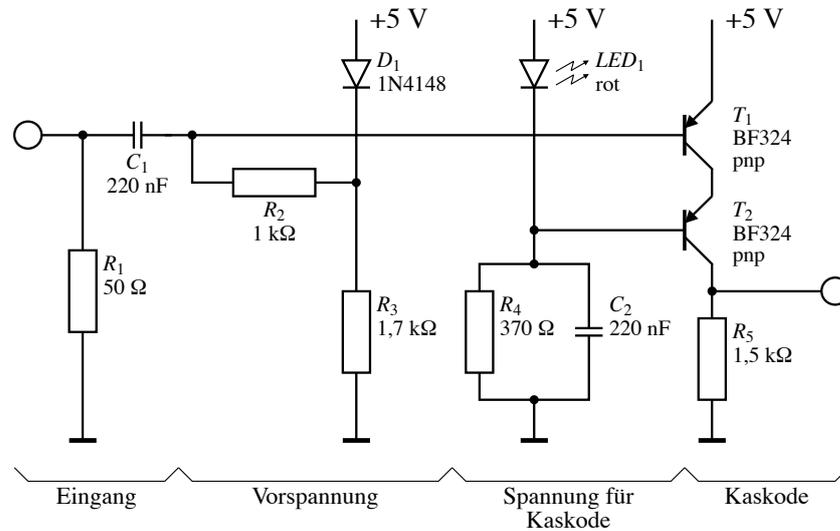


Abbildung A.2.: Schaltplan des NIM-TTL-Wandlers für das ADwin-System.

A.2. NIM-TTL-Wandler

Die Erfassung der Photonenereignisse erfolgt im Experiment durch einen Photoelektronen-Vervielfacher, dessen Pulse von einem Photonenzähler (Stanford Research SR400) gezählt werden. Ursprünglich wurde dieser Zähler vom Rechner aus über die GPIB-Schnittstelle ausgelesen. Im Zuge der Umstellung des Experiments auf das ADwin-System (siehe Abschnitt 3.5 auf Seite 22) sollten die Photonenereignisse durch einen der Zähler des ADwin-Systems gezählt werden können.

Die Eingangsstufe des Photonenzählers SR400 besteht aus einem schnellen Pulsdiskriminator, der anhand einer Schwelle die vom Photoelektronen-Vervielfacher kommenden Pulse erkennt. Das Ausgangssignal dieses Diskriminators ist von außen in Form eines NIM-Pulses (Amplitude -700 mV, Pulslänge 3 ns) zugänglich. Die Aufgabe des NIM-TTL-Wandlers besteht darin, aus diesem NIM-Puls ein für den Zähler des ADwin-Systems geeigneten TTL-Puls (Amplitude 5 V, Pulslänge mindestens 50 ns) zu erzeugen. Durch die Verlängerung der Pulse wird die maximale Zählrate deutlich herabgesetzt. Sie ist aber mit 10 MHz immer noch wesentlich höher als die im Experiment auftretenden Zählrate von typischerweise 3 kHz.

Der Schaltplan der Eingangsstufe des NIM-TTL-Wandlers ist in Abbildung A.2 dargestellt. Die geringe Pulshöhe und -breite der NIM-Pulse stellt hohe Anforderungen an die Eingangsstufe. Um die notwendige Geschwindigkeit zu erreichen, wird eine Kaskodenschaltung mit dem Transistor BF324 (BF324 1997) aufgebaut. Die Schaltungsidee stammt vom Leiter der Elektronikwerkstatt, Herrn Dipl.-Ing. Horst Biedermann. Der

Transistortyp BF324 wurde gewählt, weil er mit einer Transitfrequenz von 450 MHz der schnellste pnp-Typ ist, den die Werkstatt vorrätig hält. Aus den vorhandenen Transistoren wurden die Transistoren mit der größten Verstärkung ausgewählt.

Der Eingang der Schaltung wird durch den Widerstand R_1 mit $50\ \Omega$ abgeschlossen. Das eintreffende Signal wird durch C_1 an die Basis von Transistor T_1 geleitet, der durch die Diode D_1 und den Widerstand R_3 ca. $0,7\ \text{V}$ unterhalb der positiven Versorgungsspannung von $5\ \text{V}$ gehalten wird. Ein NIM-Puls am Eingang sorgt dafür, dass der Transistor T_1 durchschaltet und damit den Ausgang auf $5\ \text{V}$ bringt. Unmittelbar nach dem NIM-Puls schaltet der Transistor T_1 wieder ab, aber da der Widerstand R_5 relativ groß ist, fällt der Pegel am Ausgang nur mit einer Zeitkonstante von ungefähr $10\ \text{ns}$ ab. Der Transistor T_2 sorgt dafür, dass sich das Potential am Kollektor von T_1 während des Pulses nicht ändert, da sonst das Eingangssignal aufgrund der kapazitiven Belastung durch den Miller-Effekt (siehe Horowitz und Hill (1989b)) zusammenbricht. Die Vorspannung für den Transistor T_2 wird durch die Leuchtdiode LED_1 und den Widerstand R_4 festgelegt. Der Kondensator C_2 sorgt dafür, dass die Spannung an der Basis von T_2 während eines Pulses stabil bleibt.

Der durch die Eingangsstufe verstärkte und verlängerte Puls ist für das ADwin-System immer noch zu schnell. Daher wird das Signal durch eine monostabile Kippschaltung in Form der integrierten Schaltung 74VHC123A (74VHC123A 1999) auf die benötigten $50\ \text{ns}$ verlängert. An dieser Stelle ist die Wahl der Logikfamilie entscheidend: Die minimale Pulsbreite für die Auslösung der Kippschaltung beträgt in der VHC-Version lediglich $5\ \text{ns}$ und erlaubt damit eine sichere Auslösung durch die $10\ \text{ns}$ langen Pulse, die die Eingangsstufe erzeugt. Die Werte des RC-Glieds werden zu $R_x = 3,3\ \text{k}\Omega$ und $C_x = 100\ \text{nF}$ gewählt, um eine Pulslänge von ungefähr $50\ \text{ns}$ zu realisieren.

Die Versorgungsspannung der Eingangsstufe von $5\ \text{V}$ wird aus einer $15\ \text{V}$ -Versorgung mit einem Spannungsregler (7805) erzeugt, der eingangsseitig mit einer Kapazität von $1\ \mu\text{F}$ und ausgangsseitig mit einer Kapazität von $100\ \text{nF}$ gepuffert wird. Direkt an der Eingangsstufe wird die Versorgungsspannung durch einen Keramikkondensator mit einer Kapazität von $220\ \text{nF}$ zusätzlich stabilisiert.

A.3. Spannung-Strom-Wandler

Der Spannung-Strom-Wandler wird benötigt, um den Strom für das verdrauschte Magnetfeld für die Messung der phasendämpfenden Quantenkanäle zu erzeugen. Er speist eine Spule, die koaxial mit dem vorhandenen Spulenpaar zur Erzeugung des statischen Magnetfeldes angebracht ist.

Die Anforderung an den Spannung-Strom-Wandler ist ein Strom von mindestens $200\ \text{mA}$ bei einem Frequenzgang bis mindestens $10\ \text{kHz}$. In Abbildung A.3 ist der Schaltplan des Spannung-Strom-Wandlers dargestellt. Es handelt sich im Prinzip um eine einfache spannungsgesteuerte Stromquelle unter Verwendung eines Operationsverstärkers

A. Schaltungen

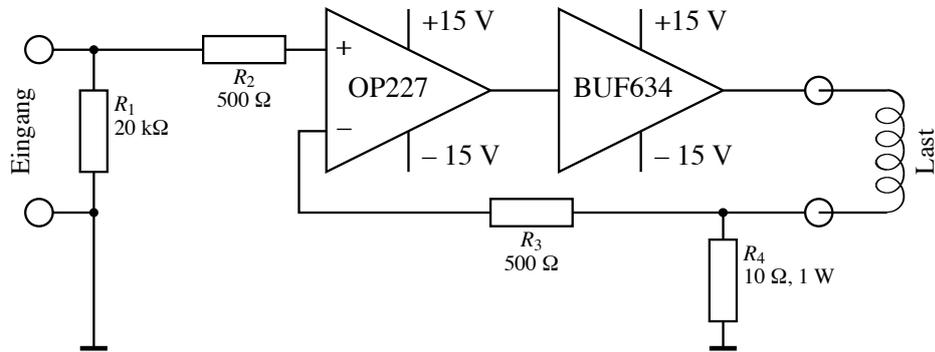


Abbildung A.3.:

Schaltplan des Spannung-Strom-Wandlers zur Spulenansteuerung. Der Spannung-Strom-Wandler erzeugt das verlässliche Magnetfeld für das verlässliche Magnetfeld für den phasendämpfenden Quantenkanal.

(Horowitz und Hill 1989c). Die Schaltung ist sehr ähnlich zu dem in Abschnitt A.1 beschriebenen 50 Ω -Treiber.

Da ein einfacher Operationsverstärker nicht den benötigten Strom liefern kann, kommt ein BUF634 (BUF634 1996) als *Booster* zum Einsatz. Bei der Auswahl des Operationsverstärkers wurden die beim Bau des 50 Ω -Treibers gemachten Erfahrungen berücksichtigt und ein OPA227 (OPA227 1999) gewählt. Die guten Eigenschaften dieses Operationsverstärkers (Eingangsoffset geringer als 10 μV bei einem Frequenzgang bis 8 MHz) werden mit dem Stromabgabevermögen des BUF634 kombiniert. Dieser kann bis zu 250 mA an 15 V liefern, in der verwendeten Bauform mit TO-220 Gehäuse auch im Dauerbetrieb. Dies entspricht immerhin einer Leistung von ungefähr 4 W. Durch die extrem hohe Bandbreite des BUF634 von 180 MHz im *High-Bandwidth-Mode* sind keine weiteren Kompensationsmaßnahmen erforderlich und die Schaltung bleibt uneingeschränkt stabil.

Die Widerstände R_2 und R_3 von 500 Ω in den Zuleitungen des OPA227 sind notwendig, da bei diesem intern die beiden Eingänge durch antiparallele Dioden verbunden sind. Wird durch einen Impuls am Eingang die Spannungsdifferenz zwischen beiden Eingängen zu groß, werden die Eingänge aufgrund des durch die Dioden fließenden Stroms zerstört. Der Widerstand von 500 Ω begrenzt in diesem Fall den Strom auf unschädliche Werte. Im Gegensatz zu der Schaltung des 50 Ω -Treibers wird als maximale Spannungsdifferenz zwischen den beiden Eingängen beim Spannung-Strom-Wandler nur 10 V vorgesehen, da am invertierenden Eingang des Operationsverstärkers nur Signale bis zu 250 mA \cdot 10 Ω = 2,5 V anliegen können. Der sinnvolle Bereich für die Eingangsspannung beträgt dementsprechend nur -2,5 V bis +2,5 V. Eine Spannungsdifferenz der beiden Eingänge von 10 V entspricht damit einer dreifachen Übersteuerung des Ein-

gangs.

Da mit der Schaltung Strom durch eine Spule getrieben werden soll, ist es wichtig, dass die Ausgangsstufe ausreichend Spannung zur Verfügung stellen kann, um die benötigte Grenzfrequenz zu erreichen. Bei einer Induktivität der Spule von 1 mH und einer Stromänderung von 200 mA ergibt sich eine Zeitkonstante von

$$T = \frac{LI}{U} = \frac{1 \text{ mH} \cdot 0,2 \text{ A}}{10 \text{ V}} = 20 \mu\text{s} , \quad (\text{A.1})$$

was einer Frequenz von 50 kHz entspricht und damit ausreichend ist. Tatsächlich ist die nutzbare Bandbreite bei vollem Stromhub durch die *Slew-Rate* des OPA227 auf 10 kHz begrenzt.

Als Messwiderstand R_4 für den Strom wird ein Widerstand von 10Ω gewählt. Die entstehende Verlustleistung bei vollem Strom beträgt

$$P = RI^2 = 10 \Omega \cdot (250 \text{ mA})^2 = 625 \text{ mW} , \quad (\text{A.2})$$

daher reicht an dieser Stelle ein Widerstand mit einer Belastbarkeit von 1 W. Die bei vollem Strom abfallende Spannung von 2,5 V ist eine Größenordnung geringer als der mögliche Spannungshub von ca. $\pm 13 \text{ V}$.

Im Schaltbild fehlen die 100 nF Keramik-Kondensatoren für die Spannungsversorgungen der beiden integrierten Schaltungen. Zusätzlich werden die Versorgungsspannungen noch mit zwei $10 \mu\text{F}$ Elektrolytkondensatoren abgepuffert.

B. Quelltext des Sequenzer-Programms

Das Sequenzer-Programm ist Teil der Steuerung des Experiments und läuft auf dem ADwin-System ab. Wie in Abschnitt 3.5 auf Seite 20 beschrieben, werden zur Experimentsteuerung mehrere Soft- und Hardwarekomponenten eingesetzt, die jeweils unterschiedliche Aspekte der Experimentsteuerung umsetzen. Während durch in LabView erstellte Programme auf einem handelsüblichen Rechner eine komfortable graphische Benutzeroberfläche zur Verfügung gestellt wird, erfolgt die eigentliche Ansteuerung des Experiments mit Schaltsignalen durch ein kommerzielles DSP-System (ADwin) der Firma Keithley. Dieses System wird in einer proprietären Sprache programmiert, die an die Programmiersprache „Beginners All-purpose Symbolic Instruction Code“ (BASIC) angelehnt ist (ADbasic 1998). Das Sequenzer-Programm ist in der Sprache ADBasic geschrieben und arbeitet Befehlsfolgen (Tabellen) ab, die unter LabView erstellt werden und die Abfolge der Operationen im Experiment festlegen.

Die Logik des verwendeten Dialekts ADBasic unterscheidet sich insofern vom Gewohnten, als dass ein Programm in drei Blöcke unterteilt wird: Initialisierung, Ereignis und Beenden. Beim Start des Prozesses auf dem ADwin-System wird zuerst der Initialisierungs-Block ausgeführt. Dann wird jeweils nach Ablauf einer Wartezeit der Ereignis-Block ausgeführt. Es ist vorgesehen, dass die Wartezeit beim Übersetzen des Programms vorgegeben wird. Der Ereignis-Block wird periodisch aufgerufen, solange, bis mit dem **END**-Befehl das Ende des Programms eingeleitet wird. In diesem Fall wird noch der Beenden-Block aufgerufen, nach dessen Ausführung das Programm tatsächlich beendet ist. Es können bis zu zehn solcher Programme gleichzeitig auf dem ADwin-System ablaufen.

Bei den Variablen haben einige Bezeichner eine von ADBasic vorgegebene Sonderbedeutung. Die Variablen `PAR_x` und `DATA_x`, wobei `x` jeweils für eine Zahl steht, sind global und können auch von außen ausgelesen und gesetzt werden. Für den Sequenzer werden einige dieser Variablen benutzt. Tabelle B.1 zeigt die benutzten globalen Variablen und ihren Inhalt.

Das Sequenzer-Programm wird von LabView aus aufgerufen, sobald eine Sequenz abgearbeitet werden soll. Die Beschreibung der Sequenz wird in den globalen Variablen `DATA_1` bis `DATA_3` übergeben. Zur Übergabe der gezählten Photonenergebnisse wird die Variable `DATA_4` benutzt. Diese ist als *First-In-First-Out*-Speicher (FIFO) vereinbart. Leider erlauben es die mitgelieferten Bibliotheken für LabView nicht, einen solchen FIFO-Speicher direkt auszulesen. Deshalb ist ständig ein zweiter Prozess aktiv, der auf

B. Quelltext des Sequenzer-Programms

Name	Inhalt
DATA_1 bis DATA_3	Enthält die Tabelle für die Schaltsequenz. DATA_1 bestimmt die Art der Aktion und DATA_2 und DATA_3 enthalten die benötigten Angaben für die Aktion.
DATA_4	Zwischenspeicher für die vom ADwin an den Rechner zurückzugebenden Daten.
DATA_8	Wird für die interne Verwaltung zur Implementation von Schleifen benutzt.
DATA_9	Wird zum Zwischenspeichern von Zählerständen benutzt.
PAR_2	Zählt das Vorkommen von falschen Pausenzeiten. Als falsch wird eine Pausenzeit gezählt, wenn sie mehr als 25 ns vom geforderten Wert abweicht.
PAR_71	Semaphore, die auf 1 gesetzt wird, sobald die Sequenz vollständig durchlaufen wurde.

Tabelle B.1.: *Globale Variablen des Sequenzer-Programms.*

Anforderung des LabView Programms die bisher erzeugten Daten an den Rechner übergibt. Auf diese Weise kann die Datenauswertung und -anzeige schon erfolgen, während die experimentelle Sequenz noch läuft. Der FIFO-Speicher ist so groß dimensioniert, dass selbst dann keine Daten verlorengehen, falls der Rechner für mehrere Minuten keine Daten entgegennehmen kann. Die Variable PAR_71 dient als Semaphore, um dem LabView-Programm die Beendigung der Sequenz mitzuteilen.

Neben den oben aufgeführten globalen Variablen werden noch weitere globale Variablen benutzt. DATA_8 und DATA_9 dienen internen Verwaltungszwecken für Sprünge und Zählerstände. Die Variable PAR_2 wird jedesmal um eins erhöht, sobald der Zeitpunkt einer Aktion des Sequenzers um mehr als ± 25 ns vom geforderten Zeitpunkt abgewichen ist. Leider kommt eine Abweichung von 25 ns recht häufig vor, da die Anzahl der Taktzyklen nicht deterministisch ist, die das ADwin für eine Befehlsfolge braucht. Der Grund dafür ist vermutlich in den *Refresh*-Zyklen des verwendeten DRAMs und dem *Instruction Cache* des verwendeten digitalen Signalprozessors ADSP 21062 zu suchen. Der Wert in PAR_2 gibt einen guten Anhaltspunkt, ob die geforderte Sequenz überhaupt vom Sequenzer richtig abgearbeitet werden kann, oder ob z. B. zu kurze Pausenzeiten gefordert werden.

Im Folgenden ist der Quelltext des Sequenzer-Programms aufgeführt und mit Anmerkungen versehen.

```
1 ' Universelles Schaltprogramm V4
2 '
3 #define PAUSE 0
```

```

4 #define START_COUNTER 1
5 #define STOP_COUNTER 2
6 #define LED_COUNTER 10
7 #define LED_DIO 11
8 #define LED_DAC 12
9 #define START_PROCESS 20
10 #define STOP_PROCESS 21
11 #define SET_DIO 100
12 #define SET_DAC 110
13 #define LABEL 253
14 #define LOOP 254
15 #define QUIT 255

```

Die möglichen Aktionen des Sequenzers werden durch Zahlen kodiert, die in der Variable DATA_1 übergeben werden. Zu Beginn des Programms werden mithilfe des Präprozessor-Kommandos **#define** symbolische Namen für die Konstanten eingeführt. In Tabelle B.2 ist die Bedeutung der entsprechenden Aktionen aufgeführt.

```

16 #include ADwpda.inc
17 #include ADwinPRO.inc
18 #include ADwpdio.inc
19
20 DIM status AS SHORT AT DM_LOCAL
21 DIM prestatus AS SHORT AT DM_LOCAL
22 DIM PresettingDone AS SHORT AT DM_LOCAL
23
24 ' Sequenzertabellen:
25 #define MAX_STEPS 50000
26 #define Aktion DATA_1
27 #define Parameter1 DATA_2
28 #define Parameter2 DATA_3
29 DIM Aktion[MAX_STEPS] AS INTEGER
30 DIM Parameter1[MAX_STEPS] AS LONG
31 DIM Parameter2[MAX_STEPS] AS LONG
32
33 ' Eine Stack definieren für das Schleifen-Konstrukt
34 #define MAX_STACK_DEPTH 20
35 #define Aktionsliste DATA_8
36 #define Aktionsliste_ID 8
37 DIM Stack[MAX_STACK_DEPTH] AS LONG AT DM_LOCAL
38 DIM Stackpointer AS INTEGER AT DM_LOCAL
39 DIM Aktionsliste[MAX_STEPS] AS INTEGER AS FIFO

```

B. Quelltext des Sequenzer-Programms

Name	Aktion
Pause	Fügt eine Pause in die Sequenz ein. Die Wartezeit wird als Vielfaches von 25 ns in Parameter 1 übergeben.
Start_Counter	Startet einen Zähler. Es gibt mehrere Zähler, die Nummer des Zählers wird in Parameter 1 übergeben. Zur Zeit wird nur der Zähler Nr. 1 benutzt, dieser zählt die detektierten Photonen.
Stop_Counter	Stoppt einen Zähler. Die Anzahl der seit dem Start gezählten Ereignisse wird als Ergebnis dem Rechner übergeben.
LED_Counter	Die einzelnen Module des ADwin-Systems besitzen Leuchtdioden, die programmgesteuert ein- und ausgeschaltet werden können. Dieser Befehl bezieht sich auf das Zählermodul. Ob ein- oder ausgeschaltet werden soll, wird in Parameter 1 übergeben.
LED_DIO	Wie oben, aber digitales Ein- und Ausgabemodul.
LED_DAC	Wie oben, aber Digital-Analog-Wandlermodul.
Start_Process	Startet den Prozess mit der in Parameter 1 übergebenen Prozessnummer. Wird z. Zt. nicht eingesetzt.
Stop_Process	Wie oben, aber stoppt den Prozess.
Set_DIO	Setzt den Ausgabestatus des digitalen Ein- und Ausgabemoduls. Das neue Bitmuster der Ausgänge wird in Parameter 1 übergeben, während Parameter 2 eine Maske enthält. Nur die Bits werden verändert, deren Wert in der Maske null ist.
Set_DAC	Setzt die Spannung, die an einem Ausgang des Digital-Analog-Wandlers anliegt. Die Nummer des Ausgangs wird in Parameter 1 übergeben, während Parameter 2 den neuen Spannungswert enthält.
Label	Setzt eine Sprungmarke für den Loop-Befehl.
Loop	Wiederholt die Sequenz seit dem zugehörigen Label. Die Anzahl der Wiederholungen wird in Parameter 1 und 2 übergeben, die identisch sein müssen. Schleifen können geschachtelt werden.
Quit	Beendet die laufende Sequenz.

Tabelle B.2.: *Aktionen des Sequenzerprogramms*

```

40
41  ' Hardwareadressen festlegen
42  #define DIO1_ADR 1
43  #define COUNTER1_ADR 2
44  #define DAC1_ADR 1
45
46  ' Die Semaphore festlegen
47  #define SEMAPHORE PAR_71
48
49  ' Temporäre Variablen zur Berechnung der Zeitkorrektur
50  DIM ClocksToWait AS LONG AT DM_LOCAL
51  DIM NextTime AS LONG AT DM_LOCAL
52  DIM diff AS LONG AT DM_LOCAL
53
54  DIM now AS LONG AT DM_LOCAL
55  DIM nowr AS LONG AT DM_LOCAL
56  DIM lastr AS LONG AT DM_LOCAL
57  DIM TimingCorrection AS LONG AT DM_LOCAL
58
59  ' Variablen zum Zwischenspeichern des Synchron-Status
60  DIM DIO1_SYNCSTAT AS SHORT AT DRAM_EXTERN
61  DIM COUNTER1_SYNCSTAT AS SHORT AT DRAM_EXTERN
62  DIM DAC1_SYNCSTAT AS SHORT AT DRAM_EXTERN
63
64  ' FIFO für die Ergebnisse
65  #define FIFO_LENGTH 20000
66  #define RESULTS_ID 4
67  #define RESULTS_DATA_4
68  DIM RESULTS[FIFO_LENGTH] AS LONG AS FIFO
69
70  ' Variablen zum Zwischenspeichern des Zählerstandes
71  DIM DATA_9[8] AS LONG
72
73  ' Variablen zum Zwischenspeichern des DIO-Zustands
74  DIM DIO_Value AS LONG AT DM_LOCAL

```

Zu Beginn des Programms werden die Bibliotheken für die vorhandenen ADwin-Module eingebunden und alle benötigten Variablen deklariert. Die Status-Variablen halten die augenblickliche Position des Sequenzers in der Tabelle fest. Da der Sequenzer jeweils *vor* und *nach* einem Ereignis aktiv werden muss, gibt es zwei Status Variablen: status und prestatus.

B. Quelltext des Sequenzer-Programms

Das Schleifen-Konstrukt mit Label und Loop ist notwendig, damit bei den komplexeren Messaufgaben die Länge der Sequenzertabelle nicht unhandlich groß wird. Um Schleifen ineinander schachteln zu können, werden in den Zeilen 37 und 38 die Variablen für einen *Stack* vereinbart.

Ein zentrales Element des Sequenzers ist die Zeitkorrektur, deren temporäre Variablen in den Zeilen 50 bis 57 deklariert werden. In den folgenden Zeilen werden u. a. die oben besprochenen globalen Variablen vereinbart.

```
75  ' Unterprogramme für einige Aktionen
76  SUB StartCounter()
77      DIM Temp AS LONG AT DM_LOCAL
78      Temp = Parameter1[status]
79      DATA_9[Temp] = CNT_READLATCH32(COUNTER1_ADR,Temp)
80  ENDSUB
81
82  SUB StopCounter()
83      DIM Temp AS LONG AT DM_LOCAL
84      Temp = Parameter1[status]
85      RESULTS = CNT_READLATCH32(COUNTER1_ADR,Temp)-DATA_9[Temp]
86  ENDSUB
87
88  SUB SetAnyLED(KartenAdr,KartenTyp)
89      SETLED(KartenAdr,KartenTyp,Parameter1[status])
90  ENDSUB
```

Die in den Zeilen 76 bis 90 definierten Unterprogramme dienen hauptsächlich der besseren Lesbarkeit des Quelltextes.

```
91  ' Vorbereitung von Aktionen
92  SUB DoPresetting()
93      PresettingDone = 0
94      DO
95          SELECTCASE(Aktion[prestatus])
96          CASE PAUSE
97              IF (Parameter1[prestatus] <> 0) THEN
98                  Aktionsliste = prestatus
99                  PresettingDone = 1
100             ENDIF
101          CASE SET_DIO
102              ' In Parameter2 sind alle Bits auf 0, die verändert werden sollen
103              ' Parameter1 enthält den neuen Status für die zu ändernden Bits.
104              ' Es dürfen nur solche Bits gesetzt werden, die in Parameter2 auf
105              ' 0 gesetzt sind.
```

```

106     DIO_Value = (DIO_Value AND Parameter2[prestatus]) OR Parameter1[
           prestatus]
107     DIG_WRITELATCH32(DIO1_ADR,DIO_Value)
108     CASE SET_DAC
109         WRITEDAC(DAC1_ADR,Parameter1[prestatus],Parameter2[prestatus])
110     CASE LABEL
111         INC(Stackpointer)
112         Stack[Stackpointer] = prestatus
113         DIM Temp AS LONG AT DM_LOCAL
114         Temp = Stack[Stackpointer]
115     CASE LOOP
116         IF (Parameter2[prestatus] = 1) THEN
117             Parameter2[prestatus] = Parameter1[prestatus]
118             DEC(Stackpointer)
119         ELSE
120             Parameter2[prestatus] = Parameter2[prestatus] - 1
121             prestatus = Stack[Stackpointer]
122         ENDIF
123     CASE QUIT
124         PresettingDone = 1
125         Aktionsliste = prestatus
126     CASEELSE
127         Aktionsliste = prestatus
128     ENDSELECT
129     INC(prestatus)
130
131     UNTIL ( PresettingDone = 1 )
132 ENDSUB

```

Die Routine DoPresetting() übernimmt die Bearbeitung der Aktionen, *bevor* sie stattfinden. So müssen z. B. die *Latches* der Ausgabemodule gesetzt werden, bevor die Aktion stattfinden soll. Damit können dann durch zentrales Freigeben aller *Latches* die geforderten Werte gleichzeitig auf die Ausgänge gegeben werden.

```

133 INIT:
134 SEMAPHORE = 0
135 DIGPROG1(DIO1_ADR,1111111111111111B)
136 CNT_ENABLE(COUNTER1_ADR,01111B) ' Alle Zähler freigeben
137 CNT_CLEAR(COUNTER1_ADR,01111B)
138
139 DAC1_SYNCSTAT = SYNCSTAT(DAC1_ADR,da)
140 COUNTER1_SYNCSTAT = SYNCSTAT(COUNTER1_ADR,dio)

```

B. Quelltext des Sequenzer-Programms

```
141 DIO1_SYNCSTAT = SYNCSTAT(DIO1_ADR,dio)
142 SYNCENABLE(DAC1_ADR,da,1) ' DAC1 läuft synchron
143 SYNCENABLE(DIO1_ADR,dio,1) ' DIO1 läuft synchron
144 SYNCENABLE(COUNTER1_ADR,dio,1) ' Zähler laufen synchron
145
146 ' FIFO für Ergebnisse löschen
147 FIFO_CLEAR(RESULTS_ID)
148
149 ' Vorbereitung für Kontrolle der Pausen
150 lastr = 0
151 DEC(PAR_2)
152
153 ' Vorbereitung der Aktionen
154 FIFO_CLEAR(AKTIONSLISTE_ID)
155 Stackpointer = 0
156 prestatus = 1
157
158 DoPresetting()
159
160 GLOBALDELAY = 1000
161 NextTime = READ_TIMER() + 1200 ' Nach 30 µs soll es losgehen
```

Der mit der Marke **INIT**: beginnende Teil des Programms wird unmittelbar nach Programmstart ausgeführt. An dieser Stelle werden Variablen initialisiert und die Hardware vorbereitet.

In Zeile 135 wird vorgegeben, ob die Anschlüsse des DIO-Moduls als Ein- oder Ausgang arbeiten sollen. Dies kann für jeden Anschluss einzeln festgelegt werden. Da keine Eingänge benötigt werden, werden an dieser Stelle die ersten 16 Anschlüsse auf Ausgang geschaltet.

Das ADwin-System kann Vorgänge synchronisieren, d. h. den Zustand der Eingänge zu einem gegebenen Zeitpunkt einfrieren und gleichzeitig neue Werte auf die Ausgänge geben. Dies muss für jedes Modul einzeln freigeschaltet werden, was in den Zeilen 142 bis 144 geschieht. Entgegen der Dokumentation des ADbasics funktioniert dies leider für die Zähler nicht.

Die Routine DoPresetting() wird in Zeile 158 aufgerufen. Auf diese Weise werden die *latches* für die ersten Aktionen der Sequenz vorbereitet. Anschließend wird die Pause bis zum ersten Aufruf des Event-Teils des Programms gesetzt. Dies bedeutet, dass vom Aufruf des Programms bis zu der ersten Aktion immer eine Pause von mindestens 30 µs entsteht, was aber in der Regel nicht stört, da das Laden des Programms vom Rechner in das ADwin-System deutlich mehr Zeit in Anspruch nimmt.

```
162 EVENT:
```

```

163 GLOBALDELAY = 40000 ' Etwas Luft schaffen (1 ms)
164 now = READ_TIMER() ' Aktuellen Zeitpunkt feststellen
165 diff = NextTime - now
166 TimingCorrection = diff ' Korrektur der Zeit bis zum nächsten Event
167
168 #include ExaktePause.inc ' Eine genaue Anzahl an Takten abwarten
169
170 ' Hier sollte das Timing dann stimmen
171 nowr = READ_TIMER() ' Zeit festhalten
172 SYNCALL() ' Alle vorbereiteten Aktionen ausführen
173 ' Weil das Synchronisieren der Zähler mit SYNCALL nicht funktioniert, muss
174 ' man es halt von Hand machen:
175 CNT_LATCH(COUNTER1_ADR,01111B)
176
177 ' Nachschauen, ob das mit dem Timing auch geklappt hat:
178 ' Wir sind hier großzügig und lassen Abweichungen ±25 ns unbeachtet,
179 ' weil es davon jede Menge gibt
180 IF ( ABSI(ClocksToWait - (nowr-lastr)) > 1 ) THEN
181     INC(PAR_2)
182 ENDIF
183 lastr = nowr
184
185 ' Bearbeitung der Aktionen:
186 ClocksToWait = 0
187 DO
188     status = Aktionsliste
189     SELECTCASE(Aktion[status])
190     CASE PAUSE
191         ClocksToWait = Parameter1[status]
192     CASE START_COUNTER
193         StartCounter()
194     CASE STOP_COUNTER
195         StopCounter()
196     CASE LED_COUNTER
197         SetAnyLED(COUNTER1_ADR,dio)
198     CASE LED_DAC
199         SetAnyLED(DAC1_ADR,da)
200     CASE LED_DIO
201         SetAnyLED(DIO1_ADR,dio)
202     CASE START_PROCESS
203         START_PROCESS(Parameter1[status])

```

B. Quelltext des Sequenzer-Programms

```
204  CASE STOP_PROCESS
205      STOP_PROCESS(Parameter1[status])
206  CASE QUIT
207      'Aufräumarbeiten, um den Zustand des Systems vor dem Prozessaufruf
208      'wieder herzustellen
209      SYNCENABLE(DAC1_ADR,da,DAC1_SYNCSTAT)
210      SYNCENABLE(COUNTER1_ADR,dio,COUNTER1_SYNCSTAT)
211      SYNCENABLE(DIO1_ADR,dio,DIO1_SYNCSTAT )
212  END
213  ENDSELECT
214
215  UNTIL (ClocksToWait <> 0)
216
217  DoPresetting()
218
219  nexttime = nowr + ClocksToWait - 6
220  GLOBALDELAY = ClocksToWait - 150 + Timing Correction
```

Der mit der Marke **EVENT**: beginnende Teil des Programms wird ständig wiederholt, wobei zwischen zwei Wiederholungen eine Pause der Länge **GLOBALDELAY** eingefügt wird. Da diese Pause nicht exakt eingehalten wird, wird sie stets so gewählt, dass der Aufruf der Routine eine kurze Zeit vor dem gewünschten Zeitpunkt der Aktion erfolgt. In den Zeilen 164 bis 166 wird dann die noch abzuwartende Zeit bis zum Beginn der Aktion berechnet. In Zeile 168 wird ein Programmabschnitt eingefügt, der exakt die gewünschte Zeit abwartet. Der Befehl **SYNCALL** in Zeile 172 aktiviert dann die in den *Latches* vorgemerkten Werte für die Ausgänge. Da entgegen der Dokumentation dieser Mechanismus für die Zähler nicht funktioniert, werden in Zeile 175 die *Latches* für den Zähler extra aktiviert.

In den Zeilen 180 bis 183 wird überprüft, ob die Aktion zum vorgesehenen Zeitpunkt stattfand und falls nicht, der Wert in **PAR_2** um eines erhöht.

Nicht alle Aktionen lassen sich synchronisieren. Für die Leuchtdioden an den ADwin-Modulen ist dies auch kaum notwendig. Solche Aktionen werden in den Zeilen 186 bis 215 behandelt. In Zeile 217 werden dann die *Latches* für die nächsten Aktionen vorbereitet. Danach wird noch die Wartezeit bis zum nächsten Event-Aufruf berechnet und die Variable **GLOBALDELAY** entsprechend manipuliert.

```
221  FINISH:
222  SEMAPHORE = 1
```

Der Programmteil ab der Marke **FINISH**: wird aufgerufen, sobald das Programm mit dem Befehl **END** in Zeile 212 beendet wird. Als Signal an das LabView-Programm, dass die Sequenz nun vollständig ausgeführt wurde, wird die Semaphore auf Eins gesetzt.

C. Datensätze

C.1. Optimierung der Präparationseffizienz

Datensatz	T_{prep} (ms)	I_{prep}	$P_{1,\text{min}}$	η_0	η_1	η_{p}
apr05/rabi_zeit_1	50	1	0,076	0,988	1,000	0,923
apr05/rabi_zeit_2	5	1	0,206	0,988	1,000	0,792
apr05/rabi_zeit_3	5	4	0,345	0,989	0,968	0,608
apr05/rabi_zeit_4	20	3	0,074	0,993	0,885	0,801
apr05/rabi_zeit_5	50	1	0,076	0,989	1,000	0,923
apr05/rabi_zeit_6	50	2	0,059	0,993	0,965	0,903
apr05/rabi_zeit_7	50	1/2	0,077	0,991	1,000	0,922
apr05/rabi_zeit_8	50	1	0,073	0,988	1,000	0,926
apr05/rabi_zeit_9	20	1	0,073	0,987	1,000	0,926
apr05/rabi_zeit_10	10	1	0,130	0,988	1,000	0,868
apr05/rabi_zeit_18	20	2	0,062	0,989	1,000	0,937
apr05/rabi_zeit_19	20	1/2	0,181	0,985	1,000	0,816

Tabelle C.1.:

Datensätze zur Optimierung der Präparationseffizienz vom 5. April 2002. T_{prep} gibt die Dauer des Präparationspulses an, I_{prep} seine relative Leistung. $P_{1,\text{min}}$ bezeichnet das Minimum der Anregungswahrscheinlichkeit und η_0 und η_1 die Detektionseffizienzen. η_{p} ist die aus diesen Werten mittels Gleichung 4.21 berechnete Präparationseffizienz.

C. Datensätze

C.2. Schätzung von Quantenzuständen

1. August 2000		5. April 2002	
Datensatz	Ω/δ (2π Hz)	Datensatz	Ω/δ (2π Hz)
aug01/rabi_zeit_1	3494,0	apr05/rabi_zeit_17	2920,0
aug01/rabi_zeit_31	3324,1	apr05/rabi_zeit_18	2916,2
aug01/rabi_zeit_60	3425,6	apr05/rabi_zeit_19	2914,4
aug01/rabi_zeit_87	3447,6	apr05/rabi_zeit_30	2906,5
aug01/ramsey_zeit_4	109,0	apr05/rabi_zeit_44	2902,5
aug01/ramsey_zeit_32	105,7	apr05/rabi_zeit_65	2894,9
aug01/ramsey_zeit_61	105,6	apr05/rabi_zeit_73	2905,6
aug01/ramsey_zeit_88	108,7	apr05/rabi_zeit_79	2904,6
$\Omega = 3422,6 \pm 71,9, \delta = 107,3 \pm 1,8$		apr05/ramsey_zeit_20	91,6
2. August 2000		apr05/ramsey_zeit_31	93,2
Datensatz	Ω/δ (2π Hz)	apr05/ramsey_zeit_45	91,8
aug02/rabi_zeit_1	3249,5	apr05/ramsey_zeit_66	91,3
aug02/rabi_zeit_4	3230,2	apr05/ramsey_zeit_67	91,0
aug02/rabi_zeit_18	3233,1	apr05/ramsey_zeit_74	91,9
aug02/rabi_zeit_37	3255,6	apr05/ramsey_zeit_80	93,1
aug02/ramsey_zeit_2	107,8	$\Omega = 2909,6 \pm 2,9, \delta = 91,97 \pm 0,34$	
aug02/ramsey_zeit_3	109,8		
aug02/ramsey_zeit_19	105,8		
aug02/ramsey_zeit_38	108,1		
$\Omega = 3242,5 \pm 13,0, \delta = 107,9 \pm 1,6$			

Tabelle C.2.:

Bestimmung der Rabi-Frequenz und der Verstimmung der Mikrowelle gegenüber der Übergangsfrequenz des Ions für den 1. und 2. August 2000 und den 5. April 2002. Die Fehler der Rabi-Frequenz und der Verstimmung der Mikrowelle sind aus der Streuung der Werte der Einzelspektren ermittelt.

C.2. Schätzung von Quantenzuständen

Datensatz	Anzahl Schätzvorgänge	präp. Zustand	Schwelle	η_0	η_1	$\Delta\eta$
aug01/zustand_5	97	$ \Phi_\circ\rangle$	1	0,804	1,000	0,196
aug01/zustand_6	100	$ \Phi_\circ\rangle$	2	0,977	1,000	0,023
aug01/zustand_7	100	$ \Phi_\circ\rangle$	3	0,999	0,908	-0,091
aug01/zustand_8	98	$ \Phi_\circ\rangle$	4	1,000	0,809	-0,191
aug01/zustand_9	196	$ \Phi_\circ\rangle$	5	1,000	0,740	-0,260
aug01/zustand_10	200	$ \Phi_\circ\rangle$	6	1,000	0,594	-0,406
aug01/zustand_11	198	$ \Phi_\circ\rangle$	7	1,000	0,371	-0,629
aug01/zustand_12	198	$ \Phi_\circ\rangle$	8	1,000	0,581	-0,419
aug01/zustand_13	198	$ \Phi_\circ\rangle$	9	1,000	0,385	-0,615
aug01/zustand_14	198	$ \Phi_\circ\rangle$	10	1,000	0,233	-0,767
aug01/zustand_15	200	$ \Phi_\circ\rangle$	11	1,000	0,170	-0,830
aug01/zustand_45	200	$ \Phi_\circ\rangle$	1	0,838	0,998	0,160
aug01/zustand_46	200	$ \Phi_\circ\rangle$	2	0,985	0,977	-0,008
aug01/zustand_47	200	$ \Phi_\circ\rangle$	3	0,999	0,882	-0,118
aug01/zustand_48	200	$ \Phi_\circ\rangle$	4	1,000	0,779	-0,221
aug01/zustand_49	200	$ \Phi_\circ\rangle$	5	1,000	0,675	-0,325
aug01/zustand_50	194	$ \Phi_\circ\rangle$	6	1,000	0,557	-0,443
aug01/zustand_51	200	$ \Phi_\circ\rangle$	7	1,000	0,310	-0,690
aug01/zustand_52	197	$ \Phi_\circ\rangle$	8	1,000	0,204	-0,796
aug01/zustand_53	200	$ \Phi_\circ\rangle$	9	1,000	0,169	-0,831
aug01/zustand_54	198	$ \Phi_\circ\rangle$	10	1,000	0,118	-0,882
aug01/zustand_55	196	$ \Phi_\circ\rangle$	11	1,000	0,093	-0,907
aug01/zustand_62	200	$ \Phi_+\rangle$	1	0,850	0,993	0,143
aug01/zustand_63	194	$ \Phi_+\rangle$	2	0,977	0,974	-0,002
aug01/zustand_64	185	$ \Phi_+\rangle$	3	0,999	0,920	-0,080
aug01/zustand_65	200	$ \Phi_+\rangle$	4	1,000	0,546	-0,454
aug01/zustand_66	200	$ \Phi_+\rangle$	5	1,000	0,431	-0,569
aug01/zustand_67	200	$ \Phi_+\rangle$	6	1,000	0,207	-0,793
aug01/zustand_68	189	$ \Phi_+\rangle$	7	1,000	0,162	-0,838
aug01/zustand_69	198	$ \Phi_+\rangle$	8	1,000	0,109	-0,891
aug01/zustand_70	198	$ \Phi_+\rangle$	9	1,000	0,139	-0,861
aug01/zustand_71	195	$ \Phi_+\rangle$	10	1,000	0,057	-0,943
aug01/zustand_72	196	$ \Phi_+\rangle$	11	1,000	0,026	-0,974

Tabelle C.3.:

Datensätze zur Zustandsschätzung für den selbstlernenden Algorithmus nach Fischer u. a. Die Zuordnung der präparierten Zustände ist $|\Phi_\circ\rangle \equiv |3\pi/4, 3\pi/4\rangle$, $|\Phi_\circ\rangle \equiv |3\pi/4, \pi/4\rangle$, $|\Phi_+\rangle \equiv |\pi/4, \pi/4\rangle$ und $|\Phi_+\rangle \equiv |\pi/4, 3\pi/4\rangle$.

C. Datensätze

Datensatz	Anzahl Schätzvorgänge	präp. Zustand	Schwelle	η_0	η_1	$\Delta\eta$
aug02/zustand_5	200	$ \Phi_*\rangle$	1	0,781	1,000	0,219
aug02/zustand_6	194	$ \Phi_*\rangle$	2	0,970	1,000	0,030
aug02/zustand_7	194	$ \Phi_*\rangle$	3	0,998	0,923	-0,074
aug02/zustand_8	198	$ \Phi_*\rangle$	4	1,000	0,827	-0,173
aug02/zustand_9	198	$ \Phi_*\rangle$	5	1,000	0,599	-0,401
aug02/zustand_10	196	$ \Phi_*\rangle$	6	1,000	0,691	-0,309
aug02/zustand_11	194	$ \Phi_*\rangle$	7	1,000	0,483	-0,517
aug02/zustand_12	187	$ \Phi_*\rangle$	8	1,000	0,640	-0,360
aug02/zustand_13	194	$ \Phi_*\rangle$	9	1,000	0,532	-0,468
aug02/zustand_14	192	$ \Phi_*\rangle$	10	1,000	0,376	-0,624
aug02/zustand_15	196	$ \Phi_*\rangle$	11	1,000	0,196	-0,804
aug02/zustand_16	192	$ \Phi_*\rangle$	13	1,000	0,044	-0,956

Tabelle C.3.:

Datensätze zur Zustandsschätzung für den selbstlernenden Algorithmus nach Fischer u. a. (Fortsetzung).

Datensatz	Anzahl Schätzvorgänge	präparierter Zustand	η_0	η_1	$\Delta\eta$
aug01/zustand_27	200	$ \Phi_\circ\rangle$	0,984	0,950	-0,035
aug01/zustand_28	193	$ \Phi_\circ\rangle$	0,986	0,901	-0,085
aug01/zustand_56	200	$ \Phi_\circ\rangle$	0,985	0,958	-0,027
aug01/zustand_57	181	$ \Phi_\circ\rangle$	0,986	0,976	-0,010
aug01/zustand_58	187	$ \Phi_\circ\rangle$	0,988	0,988	0,000
aug01/zustand_84	200	$ \Phi_+\rangle$	0,962	1,000	0,038
aug01/zustand_85	198	$ \Phi_+\rangle$	0,976	0,970	-0,006
aug01/zustand_86	200	$ \Phi_+\rangle$	0,981	0,999	0,019
aug02/zustand_32	178	$ \Phi_*\rangle$	0,981	0,971	-0,010
aug02/zustand_33	187	$ \Phi_*\rangle$	0,978	0,991	0,013
aug02/zustand_34	143	$ \Phi_*\rangle$	0,978	0,995	0,017
aug02/zustand_35	198	$ \Phi_*\rangle$	0,978	1,000	0,022

Tabelle C.4.:

Datensätze zur Zustandsschätzung für die zufälligen Messrichtungen. Die Zuordnung der präparierten Zustände ist $|\Phi_\circ\rangle \equiv |3\pi/4, \pi/4\rangle$, $|\Phi_\diamond\rangle \equiv |3\pi/4, 3\pi/4\rangle$, $|\Phi_\rangle \equiv |\pi/4, 3\pi/4\rangle$ und $|\Phi_+\rangle \equiv |\pi/4, \pi/4\rangle$. Die Detektionseffizienzen η_0 , η_1 und $\Delta\eta$ beziehen sich auf eine Schwelle $s = 2$.*

C.2. Schätzung von Quantenzuständen

Datensatz	Anzahl Schätzvorgänge	präparierter Zustand	η_0	η_1	$\Delta\eta$
apr05/zustand_22	200	$ \Phi_*\rangle$	0,984	1,000	0,016
apr05/zustand_23	200	$ \Phi_+\rangle$	0,975	1,000	0,025
apr05/zustand_24	197	$ \Phi_\circ\rangle$	0,988	1,000	0,012
apr05/zustand_25	200	$ \Phi_\diamond\rangle$	0,993	1,000	0,007
apr05/zustand_36	191	$ \Phi_*\rangle$	0,984	1,000	0,016
apr05/zustand_37	200	$ \Phi_+\rangle$	0,980	1,000	0,020
apr05/zustand_38	200	$ \Phi_\circ\rangle$	0,986	1,000	0,014
apr05/zustand_39	194	$ \Phi_\diamond\rangle$	0,993	0,998	0,005
apr05/zustand_59	200	$ \Phi_*\rangle$	0,985	1,000	0,015
apr05/zustand_60	200	$ \Phi_+\rangle$	0,978	1,000	0,022
apr05/zustand_61	198	$ \Phi_\circ\rangle$	0,985	1,000	0,015
apr05/zustand_62	198	$ \Phi_\diamond\rangle$	0,992	1,000	0,008

Tabelle C.5.:

Datensätze zur Zustandsschätzung für die orthogonalen Messrichtungen ohne Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen. Die Zuordnung der präparierten Zustände ist $|\Phi_\circ\rangle \equiv |3\pi/4, \pi/4\rangle$, $|\Phi_\diamond\rangle \equiv |3\pi/4, 3\pi/4\rangle$, $|\Phi_\rangle \equiv |\pi/4, 3\pi/4\rangle$ und $|\Phi_+\rangle \equiv |\pi/4, \pi/4\rangle$. Die Detektionseffizienzen η_0 , η_1 und $\Delta\eta$ beziehen sich auf eine Schwelle $s = 2$.*

Datensatz	Anzahl Schätzvorgänge	präparierter Zustand	η_0	η_1	$\Delta\eta$
apr05/zustand_26	198	$ \Phi_*\rangle$	0,992	1,000	0,008
apr05/zustand_27	195	$ \Phi_+\rangle$	0,990	1,000	0,010
apr05/zustand_28	189	$ \Phi_\circ\rangle$	0,989	1,000	0,011
apr05/zustand_29	200	$ \Phi_\diamond\rangle$	0,986	1,000	0,014
apr05/zustand_40	200	$ \Phi_*\rangle$	0,990	1,000	0,010
apr05/zustand_41	200	$ \Phi_+\rangle$	0,989	1,000	0,011
apr05/zustand_42	198	$ \Phi_\circ\rangle$	0,991	1,000	0,009
apr05/zustand_43	198	$ \Phi_\diamond\rangle$	0,987	1,000	0,013

Tabelle C.6.:

Datensätze zur Zustandsschätzung für die orthogonalen Messrichtungen mit Kompensation der ungleichen Detektionseffizienzen. Die Zuordnung der präparierten Zustände ist $|\Phi_\circ\rangle \equiv |3\pi/4, \pi/4\rangle$, $|\Phi_\diamond\rangle \equiv |3\pi/4, 3\pi/4\rangle$, $|\Phi_\rangle \equiv |\pi/4, 3\pi/4\rangle$ und $|\Phi_+\rangle \equiv |\pi/4, \pi/4\rangle$. Die Detektionseffizienzen η_0 , η_1 und $\Delta\eta$ beziehen sich auf eine Schwelle $s = 2$.*

C. Datensätze

Datensatz	η_0	η_1	$P_{1,\min}$	η_p
aug01/rabi_zeit_1	0,969	1,000	0,082	0,916
aug01/rabi_zeit_31	0,984	0,972	0,072	0,897
aug01/rabi_zeit_60	0,984	0,995	0,097	0,897
aug01/rabi_zeit_87	0,975	1,000	0,085	0,913
aug02/rabi_zeit_1	0,981	1,000	0,075	0,924
aug02/rabi_zeit_4	0,981	1,000	0,089	0,899
aug02/rabi_zeit_18	0,984	1,000	0,061	0,919
aug02/rabi_zeit_37	0,987	1,000	0,074	0,925
Mittelwert				$0,911 \pm 0,004$
apr05/rabi_zeit_17	0,990	1,000	0,065	0,935
apr05/rabi_zeit_30	0,989	1,000	0,073	0,926
apr05/rabi_zeit_44	0,990	1,000	0,076	0,923
apr05/rabi_zeit_65	0,989	1,000	0,079	0,920
apr05/rabi_zeit_73	0,988	1,000	0,064	0,935
Mittelwert				$0,928 \pm 0,003$

Tabelle C.7.:

Bestimmung der Präparationseffizienzen für den 1. und 2. August 2000 und den 5. April 2002. In die Bestimmung der Präparationseffizienz nach der in Abschnitt 4.4.1 beschriebenen Methode gehen die Werte für die Detektionseffizienz ein, die ebenfalls aufgeführt sind. Die angegebenen Fehler berechnen sich aus der Streuung der Werte für die einzelnen Datensätze.

C.3. Charakterisierung von Quantenkanälen

Datensatz	Parameter
Inhärenter Quantenkanal	
apr10/quantenkanal_12	$N = 400$, $\Omega = 2\pi 3,103$ kHz, $\delta = 2\pi 80,4$ Hz, $T_{\text{kühl}} = 20$ ms, Messung direkt im Anschluss an die Präparation
apr12/quantenkanal_15	$N = 500$, $\Omega = 2\pi 3,056$ kHz, $\delta = 2\pi 92,3$ Hz, $T_{\text{kühl}} = 50$ ms, Messung direkt im Anschluss an die Präparation
Zeitlicher Quantenkanal	
apr12/quantenkanal_14	$N = 100$, $\Omega = 2\pi 3,056$ kHz, $\delta = 2\pi 92,3$ Hz, $T_{\text{kühl}} = 50$ ms, Wartezeiten von $0 \dots 14\pi \equiv 0 \dots 75$ ms in Schritten von 2π zwischen Präparation und Messung
Polarisationsdrehender Quantenkanal	
apr05/quantenkanal_69	$N = 100$, $\Omega = 2\pi 2,916$ kHz, $\delta = 2\pi 91,7$ Hz, $T_{\text{kühl}} = 20$ ms, Wartezeiten von $0, \pi/4, \dots 2\pi$ zwischen Präparation und Messung
apr12/quantenkanal_15	$N = 500$, $\Omega = 2\pi 3,056$ kHz, $\delta = 2\pi 92,3$ Hz, $T_{\text{kühl}} = 50$ ms, Messung direkt im Anschluss an die Präparation
apr12/quantenkanal_43	$N = 100$, $\Omega = 2\pi 3,056$ kHz, $\delta = 2\pi 92,3$ Hz, $T_{\text{kühl}} = 50$ ms, Wartezeiten von $\pi/4, 2\pi/4, \dots 2\pi$ zwischen Präparation und Messung
Phasendämpfende Quantenkanäle	
apr12/quantenkanal_16ff	$N = 200$, $\Omega = 2\pi 3,056$ kHz, $\delta = 2\pi 92,3$ Hz, $T_{\text{kühl}} = 50$ ms, zwischen Präparation und Messung wird für die Dauer von $2\pi/\delta$ ein Rauschmagnetfeld eingeschaltet, dessen Amplitude variiert wird: -1 dB, -4 dB, \dots -19 dB.
apr12/quantenkanal_23	$N = 100$, $\Omega = 2\pi 3,056$ kHz, $\delta = 2\pi 92,3$ Hz, $T_{\text{kühl}} = 50$ ms, zwischen Präparation und Messung wird eine Wartezeit von $4\pi/\delta$ eingefügt, zu Beginn dieser Zeit wird für eine Zeitdauer von $\pi/2/\delta, \pi/\delta, \dots 4\pi/\delta$ ein Störmagnetfeld mit einer Amplitude von -7 dB eingeschaltet

Tabelle C.8.:

Datensätze zur Charakterisierung von Quantenkanälen. Als Parameter zu den Datensätzen sind angegeben die Anzahl der Messungen N , die Rabi-Frequenz Ω und die Verstimmung der Mikrowelle gegenüber der Übergangsfrequenz des Ions δ , außerdem die Länge der Kühlung $T_{\text{kühl}}$.

C. Datensätze

Datensatz	Parameter
apr12/quantenkanal_26ff	$N = 200$, $\Omega = 2\pi 3,056$ kHz, $\delta = 2\pi 92,3$ Hz, $T_{\text{kühl}} = 50$ ms, wie Datensatz <code>apr12/quantenkanal_16ff</code> , aber die Anwendung des Rauschmagnetfelds findet in einer um $\pi/4$ um die z-Achse gedrehten Basis statt (siehe Abschnitt 6.3.5).
apr12/quantenkanal_33ff	$N = 200$, $\Omega = 2\pi 3,056$ kHz, $\delta = 2\pi 92,3$ Hz, $T_{\text{kühl}} = 50$ ms, wie Datensatz <code>apr12/quantenkanal_16ff</code> , aber die Anwendung des Rauschmagnetfelds findet in einer um $\pi/6$ um die z-Achse gedrehten Basis statt (siehe Abschnitt 6.3.5).
Kombinierter Quantenkanal: Phasendämpfung und Polarisationsdrehung	
apr10/quantenkanal_42	$N = 100$, $\Omega = 2\pi 3,103$ kHz, $\delta = 2\pi 80,4$ Hz, $T_{\text{kühl}} = 50$ ms, nach der Präparation wird für eine Zeitdauer von $2\pi/\delta$ ein Rauschmagnetfeld mit einer Amplitude von -10 dB eingeschaltet, dann wird eine Wartezeit von 0, $(\pi/4)/\delta$, ... $2\pi/\delta$ eingefügt in deren Anschluss die Messung erfolgt.

Tabelle C.8.: *Datensätze zur Charakterisierung von Quantenkanälen (Fortsetzung).*

Literaturverzeichnis

- 74VHC123A 1999** : *74VHC123A Dual Retriggerable Monostable Multivibrator*. Fairchild Semiconductor Corporation. April 1999
- Abramowitz und Stegun 1965** ABRAMOWITZ, M. ; STEGUN, I. A.: *Incomplete Gamma Function*. Abschnitt 6.5.1. In: *Handbook of Mathematical Functions*. New York : Dover Publ., 1965
- Abrams und Lloyd 1999** ABRAMS, Daniel S. ; LLOYD, Seth: Quantum Algorithm Providing Exponential Speed Increase for Finding Eigenvalues and Eigenvectors. In: *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999), Nr. 24, S. 5162–5164
- ADbasic 1998** Jäger Computergesteuerte Messtechnik GmbH: *Handbuch ADbasic, Das Echtzeit-Entwicklungstool für ADwin-Systeme*. Version 3.0. 1998
- ADwin 1998** Jäger Computergesteuerte Messtechnik GmbH: *ADwin-Pro System- und Hardwarebeschreibung*. Version 1.2. September 1998
- Arnold u. a. 1998** ARNOLD, A. S. ; WILSON, J. S. ; BOSHIER, M. G.: A simple extended-cavity diode laser. In: *Review of Scientific Instruments* 69 (1998), Nr. 3, S. 1236–1239
- Bagan u. a. 2002** BAGAN, E. ; BAIG, M. ; MUÑOZ-TAPIA, R.: Local measurements at their best. (2002). – arXiv:quant-ph/0205026
- Ballentine 1998** BALLENTINE, Leslie E.: *Spin Dynamics*. Abschnitt 12.1. In: *Quantum Mechanics: A Modern Development*, World Scientific Co. Pte. Ltd., 1998
- Benenti u. a. 2001** BENENTI, Guiliano ; CASATI, Giulio ; MONTANGERO, Simone ; SHEPELYANSKY, Dima L.: Efficient Quantum Computing of Complex Dynamics. In: *Phys. Rev. Lett.* 87 (2001), Nr. 22, S. 227901
- Bennett u. a. 1991** BENNETT, Charles H. ; BESSETTE, François ; BRASSARD, Gilles ; SALVAIL, Louis ; SMOLIN, John: Experimental Quantum Cryptography. In: *Lecture Notes in Computer Science* 473 (1991), S. 253

- Bennett u. a. 1993** BENNETT, Charles H. ; BRASSARD, Gilles ; CREPEAU, Claude ; JOSZA, Richard ; PERES, Ashes ; WOOTTERS, William K.: Teleporting an Unknown Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels. In: *Phys. Rev. Lett.* 70 (1993), S. 1895–1902
- Bennett und Brassard 1984** BENNETT, Charles H. ; BRASSARD, Gilles: Quantum Cryptography: Public Key Distribution and Coin Tossing. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Computers, Systems, and Signal Processing*, Dezember 1984, S. 175–179
- BF324 1997** : *BF324 PNP medium frequency transistor*. Philips Semiconductors. Juli 1997
- Blagoev u. a. 1978** BLAGOEV, K. B. ; KOMAROVSKII, V. A. ; PENKIN, N. P.: Radiative lifetimes of Yb I Yb II excited states. In: *Opt. and Spektrosc.* 45 (1978), Nr. 5, S. 832–833
- Bouwmeester u. a. 1997** BOUWMEESTER, Dik ; PAN, Jian-Wei ; MATTLE, Klaus ; EIBL, Manfred ; WEINFURTER, Harald ; ZEILINGER, Anton: Experimental quantum teleportation. In: *Nature* 390 (1997), S. 575–579
- Bronstein u. a. 1996** BRONSTEIN, I. N. ; SEMENDJAJEW, K. A. ; GROSCHE, G. ; ZIEGLER, V. ; ZIEGLER, D.: *Anwendungen auf das Bernoullische Modell für Folgen unabhängiger Versuche*. Bd. 1. Abschnitt 6.2.5. In: ZEIDLER, E. (Hrsg.): *Teubner-Taschenbuch der Mathematik* Bd. 1, Teubner, 1996. – ISBN 3-8154-2001-6
- BUF634 1996** : *BUF634, 250mA High-Speed Buffer*. Burr-Brown Corporation. Juni 1996
- Cirac und Zoller 1995** CIRAC, J. I. ; ZOLLER, P.: Quantum Computations with Cold Trapped Ions. In: *Phys. Rev. Lett.* 74 (1995), Nr. 20, S. 4091–4094
- Derka u. a. 1998** DERKA, R. ; BUŽEK, V. ; EKERT, A. K.: Universal Algorithm for Optimal Estimation of Quantum States from Finite Ensembles via Realizable Generalized Measurement. In: *Phys. Rev. Lett.* 80 (1998), Nr. 8, S. 1571–1575
- DiVincenzo 2000** DIVINCENZO, David P.: The Physical Implementation of Quantum Computation. In: *Fortschr. Phys.* 48 (2000), S. 771–783
- Enders 1993** ENDERS, Volker: *Über die Eignung eines einzelnen gekühlten Yb⁺-Ions für ein Zeitnormal*, Universität Hamburg, Dissertation, 1993
- Engelke und Tamm 1996** ENGELKE, Dietmar ; TAMM, Christian: Dark times in the resonance fluorescence of trapped ¹⁷¹Yb ions caused by spontaneous quantum jumps to the ²D_{3/2} (F=2) state. In: *Europhys. Lett.* 33 (1996), Nr. 5, S. 347–352

- Fawcett und Wilson 1991** FAWCETT, B. C. ; WILSON, M.: Computed oscillator strengths, Landé g values, and lifetimes in Yb II. In: *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 47 (1991), Nr. 2, S. 241–317
- Feynman 1982** FEYNMAN, Richard: Simulating Physics with Computers. In: *International Journal of Theoretical Physics* 21 (1982), S. 467–488
- Fischer u. a. 2000** FISCHER, Dietmar G. ; KIENLE, Stefan H. ; FREYBERGER, Matthias: Quantum-state estimation by self-learning measurements. In: *Phys. Rev. A* 61 (2000), S. 032306
- Fujiwara und Algoet 1999** FUJIWARA, Akio ; ALGOET, Paul: One-to-one parametrization of quantum channels. In: *Phys. Rev. A* 59 (1999), Nr. 5, S. 3290–3294
- Georget und Shepelyansky 2002** GEORGET, B. ; SHEPELYANSKY, D. L.: Quantum computer inverting time arrow for macroscopic systems. In: *Eur. Phys. J. D* 19 (2002), S. 263–266
- Gershenfeld und Chuang 1997** GERSHENFELD, Neil A. ; CHUANG, Isaac L.: Bulk Spin-Resonance Quantum Computation. In: *Science* 275 (1997), S. 350–356
- Gerz u. a. 1988** GERZ, Ch. ; ROTH, J. ; VEDEL, F. ; WERTH, G.: Lifetime and collisional depopulation of the metastable $^5D_{3/2}$ -state of Yb⁺. In: *Z. Phys. D* 8 (1988), S. 235–237
- Hannemann u. a. 2002** HANNEMANN, Thilo ; REISS, Dirk ; BALZER, Christoph ; NEUHAUSER, Werner ; TOSCHEK, Peter E. ; WUNDERLICH, Christof: Self-learning estimation of quantum states. In: *Phys. Rev. A* 65 (2002), S. 050303
- Hänsch und Couillaud 1980** HÄNSCH, T. W. ; COUILLAUD, B.: Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting cavity. In: *Opt. Comm.* 35 (1980), S. 441
- Horowitz und Hill 1989a** HOROWITZ, Paul ; HILL, Winfield: *The Art of Electronics*. Second. Cambridge University Press, 1989
- Horowitz und Hill 1989b** HOROWITZ, Paul ; HILL, Winfield: *Capacitance and Miller effect*. Abschnitt 2.19. Siehe (Horowitz und Hill 1989a)
- Horowitz und Hill 1989c** HOROWITZ, Paul ; HILL, Winfield: *Current Sources*. Abschnitt 4.07. Siehe (Horowitz und Hill 1989a)
- Horowitz und Hill 1989d** HOROWITZ, Paul ; HILL, Winfield: *Effects of op-amp limitations on circuit behavior*. Abschnitt 4.12. Siehe (Horowitz und Hill 1989a)

Literaturverzeichnis

- Horowitz und Hill 1989e** HOROWITZ, Paul ; HILL, Winfield: *RC circuits: V and I versus time*. Abschnitt 1.13. Siehe (Horowitz und Hill 1989a)
- Huesmann 1999** HUESMANN, Ralf: *Über Atom-Interferometrie mit einem ruhenden Ion*, Universität Hamburg, Dissertation, 1999
- Jones 1994** JONES, K. R. W.: Fundamental limits upon the measurement of state vectors. In: *Phys. Rev. A* 50 (1994), Nr. 5, S. 3682–3699
- Latorre u. a. 1998** LATORRE, J. I. ; PASCUAL, P. ; TARRACH, R.: Minimal Optimal Generalized Quantum Measurements. In: *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998), Nr. 7, S. 1351–1354
- Lenstra und Lenstra 1993** LENSTRA, A. K. ; LENSTRA, H. W.: *Lecture Notes in Mathematics*. Bd. 1554: *The Development of the Number Field Sieve*. Berlin : Springer-Verlag, 1993
- Macalpine und Schildknecht 1959** MACALPINE, W. W. ; SCHILDKNECHT, R. O.: Coaxial Resonators with Helical Inner Conductor. In: *Proceedings of the IRE* (1959), S. 2099–2105
- Massar und Popescu 1995** MASSAR, S. ; POPESCU, S.: Optimal Extraction of Information from Finite Quantum Ensembles. In: *Phys. Rev. Lett.* 74 (1995), Nr. 8, S. 1259–1263
- MAX322 1994** : *Precision, Dual-Supply, SPST Analog Switches*. Maxim Integrated Products. Dezember 1994
- Mayer-Kuckuk 1994** MAYER-KUCKUK, Theo: *Die magnetische Aufspaltung der Hyperfeinstruktur-Terme*. Abschnitt 9.3. In: *Atomphysik*, Teubner, 1994. – ISBN 3-519-33042-3
- Meggors 1967** MEGGERS, William F.: The Second Spectrum of Ytterbium (Yb II). In: *J. of Research of the NBS* 71A (1967), Nr. 6, S. 396–545
- Meyer u. a. 2001** MEYER, V. ; ROWE, M. A. ; KIELPINSKI, D. ; SACKETT, C. A. ; ITANO, W. M. ; MONROE, C. ; WINELAND, D. J.: Experimental Demonstration of Entanglement-Enhanced Rotation Angle Estimation Using Trapped Ions. In: *Phys. Rev. Lett.* 86 (2001), Nr. 26, S. 5870–5873
- Mintert und Wunderlich 2001** MINTERT, Florian ; WUNDERLICH, Christof: Ion-trap quantum logic using long-wavelength radiation. In: *Phys. Rev. Lett.* 87 (2001), Nr. 25, S. 257904
- OPA227 1999** : *OPA227, OPA228, High Precision, Low Noise Operational Amplifiers*. Burr-Brown Corporation. Mai 1999

- Oppenheim und Willisky 1989** OPPENHEIM, Alan V. ; WILLSKY, Alan S.: *Zeitkontinuierliche LTI-Systeme: Das Faltungsintegral*. Abschnitt 3.3. In: *Signale und Systeme*, VCH Verlagsgesellschaft, 1989. – ISBN 3-527-26712-3
- Paul u. a. 1958** PAUL, W. ; OSBERGHAUS, O. ; FISCHER, E.: Ein Ionenkäfig / Wirtschafts- und Verkehrsministerium Nordrhein-Westfalen. Westdeutscher Verlag Köln-Opladen, 1958. – Forschungsbericht
- Peres und Wootters 1991** PERES, Asher ; WOOTTERS, William K.: Optimal Detection of Quantum Information. In: *Phys. Rev. Lett.* 66 (1991), Nr. 9, S. 1119–1122
- Ramsey 1956** RAMSEY, N. F.: *Molecular Beams*. Oxford University Press, 1956
- Rivest u. a. 1977** RIVEST, R. L. ; SHAMIR, A. ; ADELMAN, L. M.: A Method for Obtaining Digital Signatures and Public-Key Cryptosystems / MIT. 1977 (MIT/LCS/TM-82). – Forschungsbericht. – 15 S
- Schwarz u. a. 1991** SCHWARZ, Wolfgang ; LEWIN, Boris R. ; WUNSCH, Gerhard: *Informatik, Kybernetik, Rechentechnik*. Bd. 33: *Lineare stochastische Signale und Systeme*. Abschnitt 4. In: *Stochastische Signale und Systeme in der Übertragungs- und Steuerungstechnik* Bd. 33. Berlin : Akademie Verlag, 1991. – ISBN 3-05-500691-7
- Shor 1995a** SHOR, Peter W.: Polynomial-Time Algorithms for Prime factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer. (1995). – arXiv:quant-ph/9508027
- Shor 1995b** SHOR, Peter W.: Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory. In: *Phys. Rev. A* 52 (1995), Nr. 4, S. R2493–R2496
- Silfvast 1996** SILFVAST, William T.: *Propagation of Gaussian Beams Using ABCD Matrices – Complex Beam Parameter*. Abschnitt 11.4. In: *Laser Fundamentals*, Cambridge University Press, 1996
- Somaroo u. a. 1999** SOMAROO, S. ; TSENG, C. H. ; HAVEL, T. F. ; LAFLAMME, R. ; CORY, D. G.: Quantum Simulations on a Quantum Computer. In: *Phys. Rev. Lett.* 82 (1999), Nr. 26, S. 5381–5384
- Song und Shepelyansky 2001** SONG, Pil H. ; SHEPELYANSKY, Dima L.: Quantum Computing of Quantum Chaos and Imperfection Effects. In: *Phys. Rev. Lett.* 86 (2001), Nr. 10, S. 2162–2165
- Sørensen und Mølmer 1999** SØRENSEN, Anders ; MØLMER, Klaus: Quantum Computations with Ions in Thermal Motion. In: *Phys. Rev. Lett.* 82 (1999), Nr. 9, S. 1971–1974

Literaturverzeichnis

- Steane 1996** STEANE, A. M.: Simple quantum error-correcting codes. In: *Phys. Rev. A* 54 (1996), Nr. 6, S. 4741–4751
- Stucki u. a. 2002** STUCKI, D. ; GISIN, N. ; GUINNARD, O. ; RIBORDY, G. ; ZBINDEN, H.: Quantum key distribution over 67 km with a plug&play system. In: *New Journal of Physics* 4 (2002), S. 41.1–41.8
- Tamm 2002** TAMM, Christian: 2002. – persönliche Mitteilung
- TLE2027 1997** : *TLE2027, TLE2037, TLE2027A, TLE2037A, TLE2027Y, TLE-2037Y, Excalibur Low-Noise High-Speed Precision Operational Amplifiers*. Texas Instruments incorporated. Februar 1997
- Vandersypen u. a. 2001** VANDERSYPEN, Lieven M. K. ; STEFFEN, Matthias ; BREYTA, Gregory ; YANNONI, Costantino S. ; SHERWOOD, Mark H. ; CHUANG, Isaac L.: NMR quantum computing: Realizing Shor’s algorithm. In: *Nature* 414 (2001), S. 883–887
- Wunderlich 2002** WUNDERLICH, Christof: 2002. – persönliche Mitteilung

Danksagung

Bei allen, die zum Gelingen meiner Doktorarbeit beigetragen haben, möchte ich mich an dieser Stelle bedanken.

Dr. Christof Wunderlich, Prof. Dr. Werner Neuhauser und Prof. Dr. Peter E. Toschek haben mir die Möglichkeit eröffnet, am Institut für Laser-Physik dieses interessante Thema bearbeiten zu können. Insbesondere Dr. Christof Wunderlich hat es mit seinem unerschütterlichen Glauben in den Erfolg des Projekts immer verstanden, mir beim Überwinden von Schwierigkeiten Gelassenheit zu vermitteln.

Margit Dornseifer danke ich dafür, mein Interesse an der Quantenoptik geweckt zu haben und meine Entscheidung, nach Hamburg zu gehen, unterstützt zu haben. Ihre Begeisterung hat mich angesteckt und ohne sie hätte ich diese Arbeit nicht begonnen.

Dr. Dirk Reiß half mir bei vielen theoretischen Fragen rund ums Experiment mit sachkundiger Auskunft. Für das Gelingen der Messungen rund um das Schätzen von Quantenzuständen hat er viele grundlegende Beiträge geleistet.

Bei Prof. Dr. Wolfgang Ertmer und Dr. Gerhard Birkl vom Institut für Quantenoptik der Universität Hannover möchte ich mich dafür bedanken, dass sie eine Zwischenfinanzierung meiner Stelle ermöglichten und damit ein Scheitern der Arbeit abwendeten.

Meinem Vorgänger am Experiment, Christoph Balzer, danke ich für die geduldige Einführung in die Tücken des Objekts und besonders dafür, dass ich weder mit Farbstoff- noch Farbzentrenlasern experimentieren musste. Den langjährigen Mitstreitern am „anderen Ion“, Klaus Abich und Andreas Keil, verdanke ich viele anregende Diskussion nicht nur über Physik. Allen Mitstreitern am Institut für Laser-Physik danke ich für das durchweg gute Arbeitsklima.

Die Unterstützung durch die mechanischen und elektronischen Werkstätten in der Jungiusstraße war vorbildlich. Mein Dank geht besonders an Dipl.-Ing. Horst Biedermann, Rainer Mielck, Rainer Knut und Frank Jonas, die durch ihren großen Einsatz so mancher hochfliegenden Idee zum Sprung in die Realität verholfen haben.

Viele weitere Menschen haben mir im Verlauf der Arbeit mit Rat und Tat zur Seite gestanden: Egon Paeth und Dieter Barlösius am Institut für Laser-Physik, Dr. Harald Telle und Dr. Christian Tamm von der Physikalisch Technischen Bundesanstalt, Dr. Thomas Finger vom Institut für Angewandte Physik, Dipl.-Ing. Jürgen Winkelmann und Dr.-Ing. Martin Jenett vom Arbeitsbereich Hochfrequenztechnik der Technischen Universität Hamburg-Harburg und Manfred Wendt und Dr. Joachim Schulz vom DESY in Hamburg.

Nicht zuletzt danke ich meinen Eltern für ihre fortdauernde Unterstützung in allen Lebensfragen. Und meiner Freundin Maike für ihre große Toleranz, wenn sie mal wieder auf meine körperliche oder geistige Anwesenheit verzichten musste.