

**Klaus-Heinrich Peters**

**Schönheit, Exaktheit, Wahrheit:** Der Zusammenhang von Mathematik und Physik am Beispiel der Geschichte der Distributionen

**Hamburg 2004**

### **Zusammenfassung**

Die vorliegende Arbeit untersucht auf dem Hintergrund der Verwendung von Distributionen in der Physik die Rolle der Mathematik in der physikalischen Erkenntnis.

Distributionen waren in der Physik schon lange vor ihrer mathematischen Begründung durch Laurent Schwartz Anfang der 1950er Jahre als “uneigentliche” oder “verallgemeinerte” Funktionen in Gebrauch. Mit Paul Diracs Definition der  $\delta$ -Funktion 1927 wurde eines dieser mathematisch mangelhaft definierten Objekte sogar zu einem zentralen Bestandteil des quantenmechanischen Formalismus, was Widerstand und Kritik der Mathematiker und mathematisch orientierten Physiker auslöste. John von Neumann gelang kurze Zeit später mit seiner Spektraltheorie die Schaffung eines mathematisch korrekten Formalismus, der, in bewusster Abgrenzung zu Dirac, das Problem der  $\delta$ -Funktion vermeiden und mathematisch streng argumentieren konnte. Auf dem Hintergrund dieser Auseinandersetzung wird in der vorliegenden Dissertation versucht, die Signifikanz mathematischer Strenge für den Wahrheitsgehalt einer physikalischen Theorie herauszustellen und die Rolle der Mathematik in der Physik im Allgemeinen zu verdeutlichen.

Entsprechend besteht die Arbeit aus einer historisch-berichtenden und aus einer philosophisch-interpretierenden Ebene. In den historischen Abschnitten wird die Geschichte des Auftretens verallgemeinerter Funktionen von Kirchhoff 1882 bis hin zur korrekten Verwendung von Distributionen ab den 1950er Jahren in den Arbeiten Wightmans und Anderer nachgezeichnet. Dazu kommt eine umfassende Einführung in die geschichtliche Entwicklung von Quantenmechanik und -feldtheorie, die den physikhistorischen Kontext der Auseinandersetzung um die  $\delta$ -Funktion und ihre Verallgemeinerungen darstellt.

Darauf aufbauend wird auf der interpretierenden Ebene der sich auf diese Weise zeigende Zusammenhang von Mathematik und Physik diskutiert. Dazu wird untersucht, wie Paul Dirac, John von Neumann und auch Wolfgang Pauli die Rolle der Mathematik in der Physik erlebt haben. Die Grunderfahrung des mathematischen Charakters der Physik stellt sich dabei unter jedem der untersuchten Blickwinkel ganz unterschiedlich dar, so dass sich ein mehrdimensionales Bild des Zusammenhanges von Mathematik und Physik ergibt.

Die Diracsche Beziehung zum Formalismus wird zunächst im Begriff der Mathematik als *Medium* erläutert und gipfelt in der Diskussion des Prinzips der *mathematischen Schönheit*. Umgekehrt zeigt sich bei von Neumann die innige Beziehung mathematischer *Exaktheit* mit ebensogroßer *phänomenologischen Strenge* der Physik, wobei sich neue Aspekte der Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik ergeben. Im Gegensatz zu diesen beiden ist bei Wolfgang Pauli die Mathematik insgesamt der inhaltlich-konzeptionellen Argumentation untergeordnet. Die wissenschaftstheoretischen Konsequenzen der sich abzeichnenden unterschiedlichen Auffassungen der Physik werden dann im Hinblick auf den Entwurf der Wahrheit der wissenschaftlichen Erkenntnis untersucht.