Zusammenfassung

Name	Marco Möller
Titel	Vierdimensionale Archimedische Polytope
Jahr der Drucklegung	2004

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es gewesen, einen Beweis dafür zu liefern, dass die Liste der bekannten 41 Archimedischen Polytope in vier Dimensionen vollständig ist. Zu diesem Zweck wird eine größere Klasse von Polytopen, die uniformen Polytope, betrachtet, von denen im Vierdimensionalen 64 bekannt sind. Diese haben unter anderem die Eigenschaft der Eckentransitivität, aus der folgt, dass alle Ecken auf einer Sphäre liegen müssen.

Die Beweisidee beruht nun darauf, dass aus der lokalen Zusammensetzung eines vierdimensionalen Polytops – hier der Kantenumgebung, also der Anordnung von uniformen Polyedern um eine Kante – ein Radius bestimmt wird, der zu einer Sphäre führt, auf der alle Ecken der beteiligten Polyeder liegen. Es werden 1000 verschiedene Kantenumgebungen gefunden und zu diesen die Radien bestimmt. Diese Kantenumgebungen werden nach Radien sortiert; dann werden sie für jeden Radius getrennt um eine Ecke herum kombiniert, so dass zu den resultierenden möglichen Eckenumgebungen eindeutig ein Radius – und damit eine Sphäre mit der zuvor genannten Eigenschaft - bestimmt werden kann.

Nach einem Ausschlussverfahren bleiben 72 Radien mit zugehörigen Kantenumgebungen übrig. Diese werden einzeln betrachtet und ausgeschlossen, wenn eine Eckenumgebung nicht widerspruchsfrei erzeugt bzw. an Nachbarecken nicht die gleiche Eckenumgebung hergestellt werden kann.

Als Zwischenergebnis werden 64 verschiedene Eckenumgebungen gefunden. Diese können eindeutig mit den 64 bekannten uniformen Polytopen in vier Dimensionen identifiziert werden. Im einzelnen sind dies: sechs Platonische Polytope, vier Prismatope basierend auf vier der fünf Platonischen Polyeder (der Hexaeder als Basis liefert ein schon gezähltes Platonisches Polytop), 13 Prismatope basierend auf den 13 Archimedischen Polyedern und 41 weitere Polytope. Letztere werden, da sie weder Platonisch noch Prisma-ähnlich sind, die Archimedischen Polytope genannt.

Außerdem werden noch die beiden unendlichen Klassen von Prismatopen basierend auf den Antiprismen und von Biprismatopen (verallgemeinerte Prismatope basierend auf einem p- und einem q-Prisma) identifiziert. Analoges ist von den uniformen Polyedern mit ihren unendlichen Klassen von Prismen und Antiprismen basierend auf n-Ecken bekannt.

Damit ist der Beweis erbracht, dass es in vier Dimensionen nur die bekannten 41 Archimedischen Polytope gibt.