

Zusammenfassung - German

Abstract

Die Dissertation befaßt sich mit den asymptotischen Eigenschaften von gewichteten Abstimmungsspielen mit großer Anzahl von 'kleinen' Spielern. Die Arbeit besteht aus drei Hauptteilen.

Teil I handelt von *Penrose's Limit Theorem* (PLT). Die Arbeit greift eine Vermutung von L.S. Penrose auf, welche besagt, daß unter bestimmten Bedingungen der Quotient der Machtindizes zweier Spieler gegen den Quotient ihrer jeweiligen Abstimmungsgewichte konvergiert. Diese Vermutung gilt für zahlreiche Machtmaße. Sie war bisher unbewiesen, und es lassen sich Gegenbeispiele zu Penroses Vermutung finden. Teil I führt die Definition einer q -Kette ein und diskutiert die Frage, ob PLT für eine gegebene q -Kette und einen gegebenen Machtindex gilt. Die Arbeit entwickelt hinreichende Bedingungen für die beiden klassischen Machtindizes: den Shapley-Shubik und den Banzhaf Index. Das Haupttheorem bezüglich des Shapley-Shubik Index besagt, daß in *nicht-atomaren* Ketten PLT für Wähler gilt, für die die Kette *replikativ* ist (Theorem 3.4). Bezüglich des Banzhaf Index wird PLT für eine wichtige Klasse von Ketten mit Quote $q = 1/2$ bewiesen (Theorem 3.13). Weiterhin baut die Arbeit analog das zuletzt genannte Resultat für gewichtete Abstimmungsspiele aus, welche Enthaltung modellieren (Theorem 4.13).

Teil II handelt vom asymptotischen Verhalten einiger globaler Maße von gewichteten Abstimmungsspielen. Hier unterscheidet das Grundmodell zwei Arten von Spielern: eine gegebene (möglicherweise leere) Menge von *Hauptwählern* mit fixen Abstimmungsgewichten (der atomare Teil), sowie eine wachsende Population von 'kleinen' Wählern, deren Gewichte gleichmäßig zu null konvergieren (der nicht-atomare Teil). Die zentrale Frage ist was passiert, wenn die Anzahl der kleinen Spieler gegen unendlich geht. Zunächst untersucht die Arbeit ein Maß namens 'complaisance', welches 1971 von J.S.

Coleman als die 'Macht einer Kollektivität zu handeln' eingeführt wurde. Dieser Ansatz interpretiert das Entscheidungsorgan als eine 'Maschine', welche Präferenzen aggregiert (siehe Theorem 7.2 und 7.5 für binäre bzw. ternäre gewichtete Abstimmungsspiele). Anschließend wird die Beschlußfassung als 'Wahrheitsaufspürung' interpretiert: es gibt eine richtige Entscheidung, jedoch besitzen die Spieler nur einen Teil der Information und weisen imperfekte Entscheidungskompetenzen auf. Das berühmte *Condorcet Jury Theorem* betrachtet ein Maß der 'kollektiven Kompetenz', welches die Wahrscheinlichkeit eines Entscheidungsorgans darstellt, eine richtige Entscheidung zu treffen. Teil II der Arbeit erweitert das klassische Theorem zu allgemeinen q -Ketten (Theorem 8.5).

Teil III entwickelt numerische Methoden zur Errechnung der Maße, welche in Teil I und II diskutiert wurden. Die *Methode der erzeugenden Funktionen* der Kombinatorik ist Standard für die exakte Auswertung von gewichteten Abstimmungsspielen, welche bei großen Abstimmungsspielen jedoch einen unüberwindlichen Speicheraufwand verlangt. Teil III zeigt, wie Speicher Methoden für dünn besetzte Matrizen dieses Problem lösen kann (Abschnitt 11.5, Quellcode in Kapitel 15). Kapitel 12 schafft eine Fundamentierung der verbreiteten, bisher jedoch nur heuristisch gehandhabten Approximationsmethoden für gewichtete Abstimmungsspiele.