

Experimente mit mehrkomponentigen
Bose-Einstein-Kondensaten

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Michael Erhard

aus Ulm

Hamburg
2004

Gutachterin/Gutachter der Dissertation: Prof. Dr. Klaus Sengstock
Prof. Dr. Daniela Pfannkuche
Prof. Dr. Wolfgang Ketterle, USA

Gutachter der Disputation: Prof. Dr. Klaus Sengstock
Prof. Dr. Andreas Hemmerich

Datum der Disputation: 28. Juni 2004

Vorsitzender des Prüfungsausschusses: Dr. Klaus Petermann

Vorsitzender des Promotionsausschusses: Prof. Dr. Roland Wiesendanger

Dekan des Fachbereichs Physik: Prof. Dr. Günter Huber

Zusammenfassung

Seit der erfolgreichen experimentellen Realisierung von Bose-Einstein-Kondensaten mit Alkalimetallatomen im Jahr 1995 hat sich dieses Forschungsgebiet nahezu exponentiell entwickelt. Obwohl bereits eine Vielzahl an Phänomenen theoretisch und experimentell untersucht wurden, zeigt das Gebiet der ultrakalten Quantengase eine ungebremste Aktivität in der Erforschung neuer fundamentaler Fragestellungen.

Mehrkomponentige Bose-Einstein-Kondensate erweitern das Spektrum der Phänomene in vielfältiger Weise. Das Kondensat besteht hier aus mehreren kondensierten und untereinander wechselwirkenden Komponenten. Die thermischen Atome können auch in den verschiedenen Zuständen vorliegen und bieten damit eine Vielzahl unterschiedlicher Systeme und Konfigurationen zur Untersuchung von mehrkomponentigen Quantensystemen bei endlichen Temperaturen.

Werden die einzelnen Komponenten durch Spineinstellungen repräsentiert, so spricht man von Spinorkondensaten. Der Spin als Freiheitsgrad bietet zusätzlich die Möglichkeit der Umwandlung der Komponenten durch Spindynamik. Obwohl Spinorkondensate eine Vielfalt neuer Ergebnisse erwarten lassen, wurden bislang nur sehr wenige Experimente durchgeführt. So wurden Spinorkondensate in einem effektiven-Spin-1/2-System mit ^{87}Rb am JILA sowie für die $F=1$ -Mannigfaltigkeit von Natrium am MIT studiert. Zeitgleich zu dieser Arbeit wurden Spinorkondensate an ^{87}Rb am Georgia-Tec untersucht.

Im Rahmen dieser Dissertation wurde ein Experiment zur Erzeugung und Untersuchung von Spinorkondensaten mit ^{87}Rb -Atomen konzipiert und aufgebaut. Neben dem Aufbau der Vakuumapparatur und des Lasersystems musste eine Dipolfalle zur Spinunabhängigen Speicherung der Atome realisiert sowie Verfahren zur Manipulation und Detektion von Spinzuständen implementiert und optimiert werden. Die verwendeten Techniken werden in der Arbeit ausführlich diskutiert und mit theoretischen Modellen verglichen. Darüber hinaus wird die Phasenkontrast-Detektion von Spinorkondensaten, die zerstörungsfreie Messung der zeitlichen Entwicklung der Spindynamik und die Verschiebung der atomaren Energieniveaus durch Laserlicht im Kontext der experimentellen Parameter diskutiert.

An der Apparatur konnten weltweit erstmals fünfkomponentige Spinorkondensate in $F=2$ im Detail studiert werden. An $F=1$ -Spinorkondensaten wurde das thermodynamische Regime bei endlichen Temperaturen untersucht. Hier konnte ein neuartiger experimenteller Zugang zur 'Bose-Einstein-Kondensation bei konstanter Temperatur' sowie 'thermodynamisch getriebene Spinausrichtung' gezeigt werden. Durch Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit Lösungen eines Ratengleichungsmodells werden die vorliegenden einzelnen Prozesse identifiziert und quantifiziert. Ferner wurde im Rahmen dieser Arbeit erstmals eine Gemischte-Spinkanalfeshbachresonanz zwischen unterschiedlichen Hyperfeinzuständen vermessen. Die Verlustrate aufgrund der Resonanz wird mit theoretischen Lösungen für verschiedene Zerfallsmodelle ausgewertet.

Abstract

The successful realisation of Bose-Einstein condensates in alkali metal atoms in 1995 led to an almost exponential growth of this research area. Although multiple phenomena have already been explored theoretically and experimentally there is still an undiminished activity in the exploration of new fundamental problems in the field of ultra-cold quantum gases.

Multi-component Bose-Einstein condensates extend the spectrum of phenomena in various ways. Here the condensate consists of multiple condensed and interacting components. The thermal atoms also exist in these different states and therefore offer a variety of systems and configurations for the exploration of multi-component quantum systems at finite temperature.

If the components correspond to the alignment of the spin vector, these systems are termed 'spinor condensates'. The spin degree of freedom additionally offers the possibility of conversion between components due to spin dynamics. Although the exploration of spinor condensates promises a variety of new results, only a few experiments have been done so far. In this context spinor condensates in an effective spin-1/2 system in ^{87}Rb have been studied at JILA and in the $F=1$ -manifold of sodium at MIT. Concurrent to this thesis spinor condensates in ^{87}Rb have been explored at Georgia-Tec.

As main part of this thesis an experiment for the generation and investigation of spinor condensates of ^{87}Rb atoms has been designed and assembled. In addition to the vacuum and laser systems a dipole trap for spin-independent trapping of atoms as well as methods for manipulation and detection of spin states had to be implemented and optimised. These techniques are discussed in detail and compared to theoretical models. Furthermore the phase-contrast detection of spinor condensates, the non-destructive measurement of the time evolution of spin dynamics and the energetic modification of atomic levels by laser light is presented in consideration of the experimental parameters.

The experiment allowed for the first studies world wide of five-component spinor condensates in $F=2$. The $F=1$ spinor condensates have been explored in the thermodynamical regime at finite temperatures. A novel experimental approach to 'Bose-Einstein condensation at constant temperature' and 'thermodynamically driven spin alignment' have been demonstrated. The comparison of experimental results to solutions of a rate equation model is used to identify and quantify the separate processes. Furthermore a mixed-spin-channel Feshbach resonance between different hyperfine levels has been measured for the first time. The loss rate due to this resonance is analysed in the context of theoretical solutions of different loss models.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Überblick	1
2	Spindynamik	6
2.1	Grundgleichungen zur Spindynamik	6
2.1.1	Magnetfelder	9
2.2	Energetische Grundzustände $F=1$	10
2.3	Spindynamik	14
2.3.1	Kohärente Spindynamik	14
2.3.2	Gedämpfte Spindynamik	16
2.3.3	Phasenseparation und Spinausheillänge	17
2.4	Experimentparameter zur $F=1$ -Spindynamik	21
3	Experimentelle Erzeugung von Spinorkondensaten	24
3.1	Übersicht Experimentaufbau	24
3.2	Ablauf des Experiments zur Spindynamik	26
3.3	Magnetfelder im Experimentablauf	27
3.3.1	Magnetfalle	28
3.4	Präparation von Spinzuständen	32
3.4.1	Adiabatische Passage durch Rf-Übergänge	32
3.4.2	Ramanübergänge	36
4	Detektion von Spinorkondensaten	41
4.1	Absorptionsdetektion	41
4.1.1	Prinzip und Grundgleichungen	41
4.1.2	Genauigkeit der Teilchenzahlbestimmung	43
4.2	Stern-Gerlach-Separation	45
4.2.1	Teilchenzahlbestimmung	47
4.3	Abhängigkeit der Absorption vom Spinzustand	48
4.3.1	Absorption bei Quantisierungsachse in Strahlrichtung	49
4.3.2	Absorption bei Quantisierungsachse senkrecht zur Strahlrichtung	51
4.3.3	Schwache Magnetfelder	52
4.3.4	Detektion von $F=1$	55
4.4	Phasenkontrastverfahren	55

5	Wechselwirkung Licht mit Spinorkondensaten	60
5.1	Spinabhängigkeit der Dipolkraft	61
5.1.1	Grundgleichungen	61
5.1.2	Große Verstimmungen	61
5.1.3	Auflösung der Hyperfeinstruktur	64
5.2	Anwendungen	67
5.2.1	Zerstörungsfreie Detektion von Spinorkondensaten	67
5.2.2	Zerstörungsfreie Messung der Entwicklung von Spinmischungen . . .	72
5.2.3	Kompensation des quadratischen Zeemaneffekts	75
6	Thermodynamik mehrkomponentiger Kondensate	79
6.1	Bose-Einstein-Kondensation bei konstanter Temperatur	79
6.1.1	Spin-1-System	81
6.1.2	Experimentelle Ergebnisse Spin-1-System	82
6.2	Ratengleichungsmodell	83
6.2.1	Grundgleichungen	85
6.2.2	Simulation Bose-Einstein-Kondensation bei konstanter Temperatur .	87
6.2.3	Grenzen und Erweiterungen	88
6.3	Magnetisierung durch Relaxation	89
6.4	Thermodynamik $F=2$ -Spinorkondensate	91
7	Gemischte-Spinkanäle-Feshbachresonanz	93
7.1	Feshbachresonanzen	93
7.2	Theorie	95
7.2.1	Zweikörper-Verlust in der Gross-Pitaevskii-Gleichung	95
7.3	Zerfallsrate und Dimensionalität	95
7.3.1	Zweikörper-Verluste 3d-adiabatisch	96
7.3.2	Zweikörper-Verluste 2d-adiabatisch	96
7.3.3	Zweikörper-Verluste 1d-adiabatisch	98
7.3.4	Zweikörper-Verluste 0d-adiabatisch	99
7.3.5	Zweikörper-Verluste im Kasten	99
7.3.6	Vergleich der Dimensionalitäten	100
7.4	Experiment	100
7.4.1	Präparation und Verlustmessung	100
7.4.2	Auswertung der Messergebnisse	103
7.4.3	Magnetfeldkalibrierung	106
7.4.4	Magnetfeldkontrolle	110
8	Zusammenfassung und Ausblick	112
A	Grundgleichungen	114
A.1	Bose-Einstein-Kondensation in der harmonischen Falle	114
A.1.1	Statistische Eigenschaften	114
A.1.2	Quantenmechanische Eigenschaften	116
A.1.3	Quantitative Auswertung der Dichteprofile	116
A.2	Atom-Licht-Wechselwirkung	118

A.2.1	Polarisationen	118
A.2.2	Zweiniveau-System mit Dämpfung	119
B	Experimentelle Details	122
B.1	Ablaufsteuerung	122
B.1.1	Bedienelemente und Zwischencode	123
B.1.2	Hardwareinterface mit PC-Einsteckkarten	125
B.1.3	Hardwareinterface über ADWin System	126
B.1.4	Magnetfeldkontrolle bei Spinorkondensaten	127
B.2	Dipolfalle	129
C	Zeitabhängige Interferenzen bei der Detektion	133

Kapitel 1

Einleitung und Überblick

Die erfolgreiche experimentelle Realisierung der Bose-Einstein-Kondensation in verdünnten atomaren Gasen im Jahr 1995 hat einen regelrechten Boom auf dem Gebiet der kalten Quantengase ausgelöst. Die dabei auftretende makroskopische Besetzung des Grundzustandes durch mehrere hunderttausend Atome, die sich quasi im Gleichtakt — wie BalletttänzerInnen — verhalten, hat eine Vielzahl an quantenmechanischen Phänomenen der direkten Messung zugänglich gemacht. Eine Art 'Quantenlabor' wurde geschaffen, dessen Untersuchung während der letzten Jahre eine beachtenswerte Vielfalt an Ergebnissen produziert hat.

Den Grundstein zur Bose-Einstein-Kondensation legte Bose mit der Statistik für Photonen zur Erklärung der Schwarzkörperstrahlung [1], die anschließend von Einstein unter Verwendung der De-Broglie-Wellenlänge auf massive Teilchen übertragen wurde [2]. Die Quantenstatistik bedingt eine makroskopische Besetzung des Grundzustandes im Bereich niedriger Temperaturen und hoher Dichten. Für massive Teilchen in einem Kasten oder einem externen fangenden Potenzial kann man sich dieses Phänomen mit Hilfe von Wellenpaketen vorstellen, die die Ausdehnung der thermischen De-Broglie-Wellenlänge $\lambda_{dB} = h/\sqrt{2\pi mk_B T}$ haben. Während bei Raumtemperatur die einzelnen Teilchen sich wie Billardkugeln bewegen, kommen bei niedrigeren Temperaturen und der damit verbundenen langsameren Geschwindigkeit die Quanteneigenschaften der Teilchen zum Vorschein. Durch die Orts-Impuls-Unschärferelation 'dehnen sich die Wellenpakete immer mehr aus', bis sie im endlichen Volumen des Potenzials überlappen und quasi gezwungen werden, den gleichen Zustand zu besetzen (das ist für $n\lambda_{dB}^3 = 2.612$ mit der Dichte n der Fall). Man spricht dann von Bose-Einstein-Kondensation. Dieses Verhalten kann nur bei Bosonen beobachtet werden, für Fermionen gilt die Fermi-Dirac-Statistik, die für niedrige Temperaturen ein 'entartetes Fermi-Gas' beschreibt, bei dem zwar nur ein einzelnes Teilchen den Grundzustand einnimmt, alle weiteren aber wohl geordnet die Zustände entsprechend ansteigender Energie besetzen.

Die experimentelle Realisierung der Bose-Einstein-Kondensation in einem schwach wechselwirkenden atomaren Gas ließ jedoch 70 Jahre auf sich warten. So wurden die 1911 entdeckte Supraleitung von Quecksilber und die Suprafluidität von Helium (^4He 1938 und ^3He 1972) als Bose-Einstein-Kondensation gedeutet und nährten die theoretische Weiterentwicklung dieses Gebietes vor allem in der Beschreibung wechselwirkender Teilchen. Die Herausforderung der experimentellen Erzeugung eines Kondensates bestand darin, ein Gas

bis zum Erreichen der Bose-Einstein-Kondensation abzukühlen, ohne vorher einen Phasenübergang zur flüssigen oder festen Phase zu vollführen. Als Erfolg-versprechendster Kandidat galt für lange Zeit Spin-polarisierter Wasserstoff [3, 4], der auch bei sehr niedrigen Temperaturen gasförmig bleibt. So wurde um 1980 unter großem Aufwand die Handhabung von Spin-polarisiertem Wasserstoff und Kompression in Kryostaten entwickelt [5, 6, 7]. Seit 1985 kamen die magnetische Speicherung und evaporative Kühlung als Techniken hinzu. Das Erreichen der Bose-Einstein-Kondensation von Wasserstoff gelang dann jedoch erst 1998 in der Gruppe von D. Kleppner [8].

Das Aufkommen und die rasante Entwicklung der Laserkühlung Ende der 80er- bis Anfang der 90er-Jahre ermöglichte das 'einfache' Abkühlen auf wenige hundert Mikrokkelvin und Speichern von Millionen bis Milliarden Atomen. Hierfür wurde 1997 der Nobelpreis an S. Chu [9], C. Cohen-Tannoudji [10] und W. Phillips [11] verliehen. Die gute Eignung der Alkalimetall-Atome für die Laserkühlung und die günstigen Stößeigenschaften führten dazu, dass durch Laserkühlung und anschließende Verdampfungskühlung der magnetisch gespeicherten Atome 1995 die Bose-Einstein-Kondensation mit Rubidium [12], Lithium [13] und Natrium [14] erreicht wurde. Seitdem entwickelt sich das Gebiet der kalten Quantengase theoretisch und vor allem experimentell mit atemberaubender Geschwindigkeit weiter und auch neun Jahre später sind keine Anzeichen einer Erlahmung der Aktivitäten erkennbar. Für das Erreichen der Bose-Einstein-Kondensation sowie der Entwicklung der experimentellen Techniken wurde der Nobelpreis 2001 an E. Cornell [15], W. Ketterle [16] und C. Wieman [15] verliehen. Als weitere Entwicklungen auf diesem Gebiet sind vor allem die experimentelle Realisierung eines entarteten Fermi-Gases [17] und die Beobachtung der Bose-Einstein-Kondensation von Exzitonen im Festkörper [18, 19] zu erwähnen.

Bose-Einstein-Kondensate in verdünnten atomaren Gasen werden mittlerweile in mehreren verschiedenen experimentellen Fallengeometrien erzeugt. Neben den klassischen Ioffe-Pritchard- [20] oder TOP-Magnetfallen [21] werden mittlerweile auch miniaturisierte Fallen auf dem Chip [22, 23] sowie Dipolfallen mit einem CO₂-Laser realisiert [24]. Letztere bieten den Vorteil, dass alle Spin-Unterkonstruktionen der Atome gleichmäßig gefangen werden. Diese Eigenschaft ist für diese Arbeit eine Grundvoraussetzung. Wir haben uns für unser Experiment jedoch analog Stamper-Kurn et. al. [25] für die Erzeugung des Kondensates in einer Magnetfalle und anschließenden Transfer in die Dipolfalle entschieden, was bzgl. der erreichbaren Teilchenzahl und der Handhabbarkeit der Laserstrahlung Vorteile bietet. Aktuelle Entwicklungen gehen hin zu komplexeren Fallengeometrien wie optischen Gittern, in denen z.B. der Mott-Isolator-Übergang beobachtet [26] und damit verbundene Phänomene untersucht [27] werden.

Mittlerweile wurden die unterschiedlichsten Eigenschaften der Bose-Einstein-Kondensate studiert, sowie eine Vielzahl verschiedener weitergehender Experimente mit und an ihnen durchgeführt. Im Bereich der einkomponentigen Kondensate sind neben den Grundeigenschaften wie Phasenübergang [28, 29, 30], Interferenz zwischen Kondensaten [31, 32], Wechselwirkung von Laserlicht mit Kondensaten [33, 34] auch Anregungen der Kondensate von Interesse [35, 36]. Beispiele sind hier Solitonen [37, 38, 39, 40] und Vortizes [41, 42, 43, 44, 45, 46]. Ein weiteres Feld ist die Untersuchung von Effekten durch endliche Temperaturen. So sind die Dämpfung von Anregungen [47] und inkohärente Anregungen wie Phasenfluktuationen [48, 49] bei endlichen Temperaturen untersucht worden. Ein weiterer Fortschritt auf dem Gebiet der kalten Quantengase wurde durch die Erzeugung eines molekularen Bose-Einstein-Kondensates erreicht [50, 51, 52, 53]. Hierzu wurde der

Wechselwirkungsparameter der Streulänge unter Ausnutzung einer Feshbachresonanz kontrolliert. Für weitere Referenzen zu diesem Thema sei auf Kapitel 7 verwiesen.

Mehrkomponentige Bose-Einstein-Kondensate erweitern die Physik um einen zusätzlichen Freiheitsgrad. Es bietet sich hier insbesondere an, den Spinfreiheitsgrad zu nutzen, da gegenüber einer Mischung von verschiedenen Atomen neben der einfachen Kühlung und Präparation sehr ähnliche Stößeigenschaften bestehen und durch die Wechselwirkung zwischen den Komponenten eine Umwandlung und damit Änderung der Spinzusammensetzung stattfinden kann. Mehrkomponentige Kondensate mit Spinfreiheitsgrad, im weiteren 'Spinorkondensate' genannt, wurden experimentell bislang an Rubidium und Natrium untersucht.

In der Arbeitsgruppe von E. Cornell am JILA wurde eine Mischung aus den magnetisch gefangenen Zuständen von ^{87}Rb $|1, -1\rangle$ und $|2, +1\rangle$ bzw. $|2, +2\rangle$ untersucht. In diesem Effektiven-Spin-1/2-System, dessen Zustände über eine Mikrowelle und Radiofrequenz gekoppelt sind, wurden die räumliche Trennung der Komponenten [54] und die kohärente relative Phasenentwicklung der einzelnen Teile [55] sowie Spinwellen [56] beobachtet. Neuere Arbeiten an diesem System untersuchten die Wechselwirkung zwischen thermischer Wolke und Kondensat [57] und das durch Dekohärenz getriebene Kühlen [58], das in ähnlicher Form auch im Rahmen dieser Arbeit beobachtet wurde (Kap. 6).

Vielfältigere Möglichkeiten bietet das Speichern des Spinorkondensats in einer optischen Dipolfalle [25], die ein (nahezu) Spin-unabhängiges Fallenpotenzial zur Verfügung stellt. Somit besteht zum Hyperfeinspin F die Mannigfaltigkeit aus den $2F + 1$ Unterzuständen mit $m_F = -F, \dots, +F$. Die Eigenschaften von $F=1$ -Spinorkondensaten wurden allgemein theoretisch beschrieben [59, 60, 61] und für $F=1$ an Natrium in der Gruppe von W. Ketterle untersucht. Hierbei wurden der Grundzustand [62] vermessen und die antiferromagnetische Wechselwirkung bestätigt, sowie die Bildung vieler metastabiler Domänen beobachtet [63], die sich langsam durch Tunnelprozesse auflösen [64]. Die $F=1$ -Grundzustandsmannigfaltigkeit von ^{87}Rb wurde in der Gruppe von M. Chapman [65] eingehend untersucht und die theoretisch vorhergesagte ferromagnetische Wechselwirkung [66] bestätigt.

Im Rahmen meiner Promotion habe ich zusammen mit Holger Schmaljohann ein Experiment zur Untersuchung von ^{87}Rb -Spinorkondensaten aufgebaut. Im Gegensatz zu Natrium sind zufälliger- und glücklicherweise bei ^{87}Rb für Zustände in $F=2$ die Hyperfeinändernden inelastischen Verluste durch destruktive Interferenz zweier Verlustkanäle stark unterdrückt [67, 68], sodass wir an unserem Experiment erstmals $F=2$ -Spinorkondensate experimentell im Detail untersuchen konnten [69, 70]. Die theoretischen Beschreibungen von $F=2$ -Spinorkondensaten [71, 72] berücksichtigen bislang nicht den experimentell relevanten quadratischen Zeemaneffekt und theoretische Arbeiten zu unseren Messergebnissen sind Gegenstand aktueller Forschung [70]. Für die $F=2$ -Mannigfaltigkeit existieren prinzipiell drei Phasen 'ferromagnetisch', 'zyklisch' und 'polar', wobei für ^{87}Rb die polare Phase vorhergesagt wurde [66]. Mit unseren Messungen konnte die ferromagnetische Phase klar ausgeschlossen und ein polares Verhalten bei dem verwendeten Offsetfeld von 0.34 G bestätigt werden¹. Die zusammen mit Holger Schmaljohann erzielten Ergebnisse zu $F=2$

¹Für entsprechende 'große' Magnetfelder ist das Verhalten in der polaren und zyklischen Phase identisch, sodass der Ausschluss der 'zyklischen' Phase immer nur bis auf ein kleines, aber notwendiges (!) Offsetfeld erfolgen kann.

sind in seiner Dissertation umfangreich dargestellt [70].

Die Untersuchungen zu $F=1$ -Spinorkondensaten starteten wir mit Kondensaten, die durch Transfer der Atome aus einem $|2, +2\rangle$ -Kondensat generiert wurden. Durch die Präparation erhielten wir 'verhältnismäßig heiße' Kondensate mit einem Kondensatanteil von 'nur' 30-40%. Die Messungen zeigten jedoch relativ verblüffende und völlig unerwartete Effekte wie das Auftreten eines $|1, 0\rangle$ -Kondensates nach längerer Verzögerung oder die starke Spinpolarisierung bei einer Mischung aus $|1, -1\rangle$ und $|1, 0\rangle$, sodass wir zunächst diese Effekte zu erklären versuchten. Durch das Aufstellen eines einfachen Rattengleichungsmodells im Rahmen dieser Arbeit, das die Messergebnisse vernünftiger reproduziert, konnte das Regime verstanden werden. So liegt hier ein mehrkomponentiges Bose-Einstein-Kondensat bei endlicher Temperatur vor, in dem Thermalisierungseffekte gegenüber den anderen Dynamiken dominant sind. Wir konnten die gemessenen Effekte als 'Bose-Einstein-Kondensation bei konstanter Temperatur' und 'thermodynamisch getriebene Spinausrichtung' verstehen und sind überzeugt, dass diese nur die ersten Effekte darstellen, die an mehrkomponentigen Bose-Einstein-Kondensaten modellmäßig studiert werden können. Spinorkondensate offenbaren sich hier als ein sehr effizientes Werkzeug, diese Systeme näher zu untersuchen: durch die Präparation eines entsprechenden Anfangszustandes in Kombination mit Spindynamik können in gewissen Grenzen beliebige Teilchenzahl- und Temperatur-Reservoirs generiert werden und anschließend die Thermodynamik mehrkomponentiger Bose-Einstein-Kondensate beobachtet werden!

Eine weitere Messung, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurde, ist die erstmalige Messung einer Gemischten-Spinkanal-Feshbachresonanz zwischen zwei unterschiedlichen Hyperfeinzuständen. Diese Resonanz zwischen den Zuständen $|2, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$ wurde von der Gruppe von B.J. Verhaar vorhergesagt. Nahezu zeitgleich mit unserer Messung erfolgte die Vermessung dieser Resonanz in der Gruppe von I. Bloch [73].

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert: Zunächst wird in Kapitel 2 die Theorie für $F=1$ -Spinorkondensate präsentiert. Nach Einführung der Wechselwirkung wird der energetische Grundzustand anhand von Phasendiagrammen diskutiert. Anschließend werden dynamische Prozesse wie die zeitliche Entwicklung des Spins und räumliche Phasenseparation dargestellt. Als Abschluss werden die typischen experimentellen Parameter in diesen Kontext gestellt, um eine Grundlage für die Diskussion der Messergebnisse zu schaffen.

In Kapitel 3 werden nach einem kurzen Überblick über das im Rahmen dieser Arbeit aufgebaute Experiment die speziellen experimentellen Anforderungen zur Untersuchung von Spinorkondensaten dargestellt. Neben der Kontrolle der Magnetfelder wird die Präparation der Spinzustände beschrieben und mit theoretischen Beschreibungen verglichen.

Das Kapitel 4 widmet sich der Detektion von Spinorkondensaten. Zusätzlich zu Teilchenzahl und Dichteprofil muss auch der Spinzustand detektiert werden. Nach Darstellung der Absorptionsdetektion wird die verwendete Technik der Stern-Gerlach-Separation diskutiert. Die Problematik der Spin-Abhängigkeit der Detektionseffizienz wird durch Simulationen für unterschiedliche Konfigurationen zwischen Magnetfeldrichtung und Detektionslaserstrahl sowie unterschiedliche Polarisierungen quantifiziert. Abschließend wird das Phasenkontrast-Verfahren dargestellt.

In Kapitel 5 werden im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Simulationen zur Spin-Abhängigkeit der Atom-Laserlicht-Wechselwirkung präsentiert. Die Ergebnisse der Simulationen werden im Hinblick auf folgende Anwendungen diskutiert: zunächst wird die zerstör-

ungsfreie Phasenkontrast-Detektion von Spinorkondensaten unter Berücksichtigung der realen Experimentparameter abgeschätzt. Anschließend soll die schwierigere zerstörungsfreie Detektion der zeitlichen Entwicklung von homogenen Spinnmischungen quantifiziert werden. Abschließend wird ein Szenario vorgeschlagen, bei dem durch AC-Stark-Verschiebung der atomaren Niveaus der Einfluss des Magnetfeldes auf die Spindynamik umgekehrt werden kann und damit neue Bereiche der Spin-Phasendiagramme vermessen werden können.

Eines der Hauptergebnisse dieser Dissertation wird in Kapitel 6 präsentiert. Hier werden die experimentell beobachteten Effekte 'Bose-Einstein-Kondensation bei konstanter Temperatur' sowie 'thermodynamisch getriebene Spinausrichtung' dargestellt und mit Lösungen eines Ratengleichungsmodells für das mehrkomponentige System bei endlichen Temperaturen verglichen. Der letzte Abschnitt widmet sich dem Vergleich mit den ebenfalls im Rahmen dieser Dissertation durchgeführten Experimente an $F=2$ -Spinorkondensaten.

Kapitel 7 beschreibt als weiteres Ergebnis dieser Arbeit die Messungen einer Gemischten-Spinkanal-Feshbachresonanz zwischen den Zuständen $|2, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$. Zum quantitativen Vergleich der Zerfallsrate mit der theoretischen Vorhersage wurden verschiedene Dimensionsmodelle explizit ausgerechnet. Aufgrund der schmalen Resonanz nimmt die Darstellung der genauen Magnetfeldkalibrierung ein besonderen Rahmen ein.

Kapitel 8 fasst neben den durchgeführten Experimenten auch die im Rahmen dieser Arbeit aufgetretenen zukünftigen Optionen zusammen.

In den Anhängen finden sich Grundformeln (Anhang A), experimentelle Details zum Experiment (Anhang B) und zur Bildverarbeitung (Anhang C).

Kapitel 2

Spindynamik

Spinorkondensate mit Spin als zusätzlichem Freiheitsgrad erweitern die Physik der Bose-Einstein-Kondensate auf vielfältige Weise. Zur Beschreibung muss anstelle der skalaren Wellenfunktion eine Spinor-Wellenfunktion mit $2F + 1$ Komponenten angesetzt werden. Die Wechselwirkung innerhalb des Kondensates kann nun in drei Anteile aufgeteilt werden. Neben der 'Selbstwechselwirkung' gleicher Teilchen, die auch bei einkomponentigen Kondensaten für die 'mean-field'-Energie zuständig ist, gibt es die Austauschwechselwirkung zwischen verschiedenen Komponenten ('cross scattering') und die 'Spinrelaxation', die zur eigentlichen Spindynamik durch Umwandlung der Spinkomponenten führt. Im Gegensatz zum üblichen Verständnis des Magnetismus ist hier die Dipol-Dipol-Wechselwirkung vernachlässigbar¹, an deren Stelle tritt die Spin-abhängige Kontaktwechselwirkung.

In diesem Kapitel wird zunächst die theoretische Beschreibung der $F=1$ -Spinorkondensate zusammengefasst: nach den Grundgleichungen werden Phasendiagramme des energetischen Grundzustandes präsentiert. Anschließend soll in einem kurzen Abschnitt auf die kohärente Dynamik und deren Dämpfung bei Spinorkondensaten eingegangen werden. Abschließend werden die experimentellen Parameter in diesem Kontext diskutiert.

2.1 Grundgleichungen zur Spindynamik

Ein $F=1$ -Spinorkondensat wird durch eine dreikomponentige Wellenfunktion beschrieben

$$\vec{\psi}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \psi_{+1}(\vec{r}) \\ \psi_0(\vec{r}) \\ \psi_{-1}(\vec{r}) \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Die einzelnen Komponenten stehen für die Spinzustände $m_F = -1, 0$ und $+1$.

Die Wechselwirkung durch die s-Wellen-Streuung für zwei Atome kann unter Annahme

¹Die Dipol-Dipol-Wechselwirkung im Vergleich zur 'mean-field'-Energie durch s-Wellen-Streuung beträgt für ^{87}Rb $\epsilon_{dd} = 0.0064$ ($F=2$) [74] bzw. $\epsilon_{dd} = 0.0016$ ($F=1$). Streng genommen ist diese Größe jedoch mit der effektiven Spinwechselwirkung, d.h. bei $F=1$ mit $g_2/g_0 = -0.0046$, zu vergleichen. Eine unmittelbar vor Abgabe dieser Arbeit erschienene Publikation von S. Yi et. al. [75] gibt die Dipol-Dipol-Wechselwirkung im Vergleich zur Spinwechselwirkung mit $\simeq 0.1$ an. Wie in dieser Arbeit diskutiert, hängt die Dipol-Dipol-Wechselwirkung von der Fallengeometrie ab und kann über diese kontrolliert werden.

von Rotationssymmetrie durch [60, 59]

$$V_{int}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \frac{4\pi\hbar^2}{m} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \sum_f a_f \mathcal{P}_f \quad (2.2)$$

dargestellt werden, wobei a_f die s-Wellen-Streulänge zweier Teilchen mit Gesamtspin f und \mathcal{P}_f den zugehörigen Projektionsoperator repräsentieren. Aufgrund der symmetrischen Wellenfunktion für ununterscheidbare Bosonen tritt s-Wellen-Streuung nur für geradzahliges f auf, d.h. $f = 0, 2, \dots, 2F$ und im Fall $F=1$ genügen zur Beschreibung die Streulängen a_0 und a_2 . Alternativ kann (2.2) dargestellt werden als [60, 59]

$$V_{int}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \left(g_0 + g_2 \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 \right) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (2.3)$$

mit den Spinoperatoren \vec{F}_1 und \vec{F}_2 für zwei stoßende Teilchen. Die Parameter g_0 und g_2 errechnen sich zu

$$g_0 = \frac{4\pi\hbar^2}{m} \frac{2a_2 + a_0}{3} \quad (2.4)$$

$$g_2 = \frac{4\pi\hbar^2}{m} \frac{a_2 - a_0}{3} \quad (2.5)$$

Die Größe g_0 ist für den Spin-unabhängigen Anteil der 'mean-field'-Energie im Kondensat (vgl. Anhang A.1.2) verantwortlich, wie in Gl. (2.3) leicht erkennbar ist. Der Parameter g_2 bestimmt hingegen die 'magnetischen' Eigenschaften. Für $g_2 > 0$ spricht man von einem **antiferromagnetischen** Verhalten, da der energetisch niedrigere Zustand von (2.3) durch antiparallele Spinausrichtung erreicht wird. Bei $g_2 < 0$ liegt der **ferromagnetische** Fall vor, der parallele Spinausrichtung favorisiert. Natrium ^{23}Na ist für $F=1$ antiferromagnetisch [62], während für ^{87}Rb ferromagnetisches Verhalten vorausgesagt [66] und gemessen wurde [65].

Explizit kann der Wechselwirkungshamiltonian in zweiter Quantisierung geschrieben werden als [76]

$$\begin{aligned} H_{int} = & \frac{1}{2} \int d^3\vec{r} \left[(g_0 + g_2) \hat{\Psi}_{-1}^\dagger \hat{\Psi}_{-1}^\dagger \hat{\Psi}_{-1} \hat{\Psi}_{-1} + g_0 \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_0 \hat{\Psi}_0 \right. \\ & + (g_0 + g_2) \hat{\Psi}_{+1}^\dagger \hat{\Psi}_{+1}^\dagger \hat{\Psi}_{+1} \hat{\Psi}_{+1} + 2(g_0 + g_2) \hat{\Psi}_{-1}^\dagger \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_{-1} \hat{\Psi}_0 \\ & + 2(g_0 - g_2) \hat{\Psi}_{-1}^\dagger \hat{\Psi}_{+1}^\dagger \hat{\Psi}_{-1} \hat{\Psi}_{+1} + 2(g_0 + g_2) \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_{+1}^\dagger \hat{\Psi}_0 \hat{\Psi}_{+1} \\ & \left. + 2g_2 (\hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_{-1} \hat{\Psi}_{+1} + \hat{\Psi}_{-1}^\dagger \hat{\Psi}_{+1}^\dagger \hat{\Psi}_0 \hat{\Psi}_0) \right] \quad , \end{aligned} \quad (2.6)$$

wo die erste drei Terme die Selbstwechselwirkung, die weiteren drei die Austauschwechselwirkung repräsentieren und der letzte Term die Spindynamik ('Spinrelaxation') beschreibt. Die Wechselwirkungsparameter zwischen den einzelnen Zuständen der $F=1$ -Mannigfaltigkeit lauten dann [76]:

	$ 1, -1\rangle$	$ 1, 0\rangle$	$ 1, +1\rangle$
$ 1, -1\rangle$	$g_0 + g_2$	$\frac{g_0 + g_2}{2}$	$\frac{g_0 - g_2}{2}$
$ 1, 0\rangle$	$\frac{g_0 + g_2}{2}$	g_0	$\frac{g_0 + g_2}{2}$
$ 1, +1\rangle$	$\frac{g_0 - g_2}{2}$	$\frac{g_0 + g_2}{2}$	$g_0 + g_2$

Die Wechselwirkungsparameter für ^{87}Rb in Einheiten des Bohrradius a_B wurden berechnet [77] zu $a_0 = +101.8(2)a_B$ und $a_2 = 100.4(1)a_B$.

Im Folgenden wird ein homogenes System mit dem Ansatz einer Einteilchen-Wellenfunktion betrachtet, die geschrieben werden kann als

$$\vec{\psi}(\vec{r}) = \sqrt{n(\vec{r})} \times \begin{pmatrix} \tilde{\psi}_+ \\ \tilde{\psi}_0 \\ \tilde{\psi}_- \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Dabei ist $n(\vec{r})$ die ortsabhängige Teilchenzahldichte und $\tilde{\psi}_-$, $\tilde{\psi}_0$, $\tilde{\psi}_+$ sind komplexe Amplituden, die die relative Verteilung der Population auf die Zustände $m_F = -1, 0, +1$ angeben. Es gilt die Normierung $|\tilde{\psi}_-|^2 + |\tilde{\psi}_0|^2 + |\tilde{\psi}_+|^2 = 1$. Physikalisch bedeutet der Ansatz, dass jedes Teilchen sich in der entsprechenden Superposition befindet und die Spinverteilung über das Kondensat homogen ist. Diese Bedingung ist näherungsweise erfüllt, wenn keine Entmischung von Komponenten stattfindet². Üblicherweise hängt die Spindynamik von der Dichte ab und somit kann obiger Ansatz nur als Näherung und zur qualitativen Diskussion betrachtet werden. Im Gegensatz zu $F=2$, wo die Dichteabhängigkeit der Spindynamik explizit beobachtet werden kann (siehe Kap. 6.4 und [70]), findet bei $F=1$ die Dynamik langsam im Vergleich zu den Fallenfrequenzen und der Thermalisierung statt (vgl. Kap. 2.4), sodass der beschriebene Ansatz in sehr guter Näherung verwendet werden kann.

Mit dem Hamiltonian für ein in einem externen Potenzial V_{ext} gefangenen Teilchen in zweiter Quantisierung

$$H_0 = \int d^3r \hat{\Psi}_i^\dagger \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{ext}(\vec{r}) \right) \hat{\Psi}_i(\vec{r}) \quad (2.8)$$

erhält man für das Gesamtsystem mit (2.3) als Energiefunktional

$$\begin{aligned} E &= \langle H_0 + H_{int} \rangle \\ &= \int d^3r \frac{\hbar^2}{2m} \left(\nabla \sqrt{n(\vec{r})} \right)^2 + V_{ext}(\vec{r})n(\vec{r}) + \frac{n(\vec{r})^2}{2} \left(g_0 + g_2 \vec{\psi}^T S_\alpha \vec{\psi} \vec{\psi}^T S_\alpha \vec{\psi} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

wobei $\vec{\psi} = (\tilde{\psi}_+, \tilde{\psi}_0, \tilde{\psi}_-)^T$ und S_α die Spinmatrizen darstellen und hier über $\alpha = x, y, z$ zu summieren ist. Es gilt $\vec{\psi}^T S_\alpha \vec{\psi} \vec{\psi}^T S_\alpha \vec{\psi} = \langle \vec{F} \rangle^2$ (die explizite Rechnung ist in Kap. 2.2 ausgeführt). Im Folgenden soll der energetische Grundzustand bestimmt werden; dieses kann unabhängig³ für die Dichte $n(\vec{x})$ und die relative Spinverteilung erfolgen. Die Dichte verhält sich gemäß dem einkomponentigen Kondensat. Die relative Spinverteilung, repräsentiert durch $\vec{\psi}$, erhält man durch Minimierung des Spin-abhängigen Teils

$$E_{spin} = N_0 c \langle \vec{F} \rangle^2 \quad (2.10)$$

²Falls dennoch eine Dömanenbildung erfolgt, so sind Mischbereiche an den Phasengrenzen vorhanden. Eine Mittelung über einige Domänen kann dann als homogenes System mit reduziertem Wechselwirkungsparameter betrachtet werden, vgl. Kap. 2.4.

³Diese Aussage ist nicht ganz korrekt, denn die 'mean-field'-Wechselwirkung wird durch $g_0 + g_2 \vec{\psi}^T S_\alpha \vec{\psi} \vec{\psi}^T S_\alpha \vec{\psi}$ beschrieben und ist daher vom Spin abhängig; umgekehrt ist die Spinwechselwirkung proportional zur Dichte. Die einzelnen Probleme können jedoch jeweils mit einem freien Parameter gelöst und diese dann selbstkonsistent abgeglichen werden. Da jedoch $|g_2| \gg g_0$, kann näherungsweise der Einfluss der Spindynamik auf die Dichteverteilung vernachlässigt werden.

mit $c = g_2 \bar{n}/2$, der mittleren Dichte $\bar{n} = (1/N_0) \int d^3r n^2(\vec{r})$ und der Atomzahl N_0 . Vor der eigentlichen Minimierung wird dieses Funktional um Terme erweitert, die die experimentell relevanten Magnetfelder berücksichtigen.

2.1.1 Magnetfelder

Obwohl die meisten theoretischen Abhandlungen für $F=1$ [60, 59] und $F=2$ [71, 78] den Einfluss des quadratischen Zeemaneffektes vernachlässigen, haben in realen Experimenten selbst kleine Magnetfelder von wenigen 100 mG signifikanten Einfluss auf die Spindynamik und müssen explizit berücksichtigt werden. Da Spindynamik den Gesamtspin erhält, ist insbesondere der Einfluss des quadratischen Zeemaneffektes zu untersuchen. Für $F=1$ wurde der Einfluss von Magnetfeldern bei Natrium [62] und Rubidium [65] explizit benutzt und detailliert untersucht sowie eine theoretische Arbeit zu $F=1$ unter Berücksichtigung von Magnetfeldern [61] veröffentlicht. Der kompliziertere Fall $F=2$ unter Berücksichtigung von Magnetfeldern wurde in unserer Arbeitsgruppe experimentell [69] und theoretisch [70] untersucht⁴.

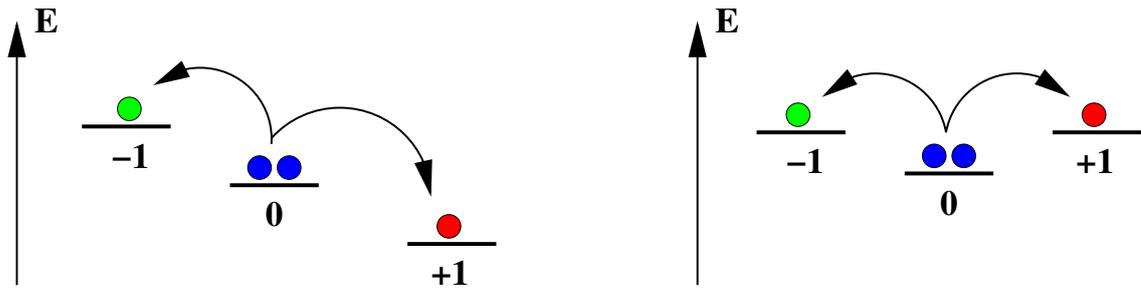


Abbildung 2.1: Linearer und quadratischer Zeemaneffekt (Energieachsen nicht maßstabsgetreu). Die linke Abbildung zeigt die Aufspaltung durch den linearen Zeemaneffekt. Eine 'Spinumwandlung' zweier Atome gemäß $|0\rangle + |0\rangle \leftrightarrow |-1\rangle + |+1\rangle$ bewirkt hier keine Änderung der Gesamtenergie. Rechts ist die Energieverschiebung durch den quadratischen Zeemaneffekt dargestellt. Energetisch wird hier der Zustand $|0\rangle + |0\rangle$ gegenüber $|-1\rangle + |+1\rangle$ favorisiert. Der quadratische Zeemaneffekt hat somit signifikanten Einfluss auf den energetischen Grundzustand.

Die Energieverschiebungen durch linearen und quadratischen Zeemaneffekt sind in Abbildung 2.1 dargestellt. Für den linearen Zeemaneffekt erhält man als Energiefunktional

$$E_{lin} = -p \int d^3\vec{r} n(\vec{r}) \langle F_z \rangle \quad (2.11)$$

wobei $\langle F_z \rangle$ den Erwartungswert des Spins in Quantisierungsrichtung angibt. Die Konstante $p = \mu_B g_F B_0$ berechnet sich aus dem Bohrmagneton μ_B , dem Landé-Faktor g_F ($g_F \approx +1/2$ für ^{87}Rb in $F=1$) und dem anliegenden Magnetfeld B_0 . Es sei an dieser Stelle bereits angemerkt, dass Spin-erhaltende Stöße zu keiner Änderung der linearen Zeemanenergie führen wie auch in Abbildung 2.1 illustriert.

⁴Eine sehr umfangreiche theoretische Arbeit [72] berücksichtigt jedoch auch nur den linearen Zeeman-effekt.

Der quadratische Zeemaneffekt bewirkt eine Energieverschiebung von

$$E_{quad} = q \int d^3\vec{r} n(\vec{r}) \langle F_z^2 \rangle \quad . \quad (2.12)$$

Durch Vergleich mit der Formel für den quadratischen Zeemaneffekt (4.9) erhält man für $F=1$ (i.e. $I = 3/2$) $q = \mu_B^2 / (4\hbar\omega_{Hf}) B_0^2$ oder für ^{87}Rb explizit $q = 2\pi\hbar \times 72 \text{ Hz/G}^2 \times B_0^2$. Der quadratische Zeemaneffekt führt zu einer Absenkung des $|0\rangle$ -Zustandes im Vergleich zu $|\pm 1\rangle$, was für größere Magnetfelder zu einer energetischen Favorisierung des $|0\rangle$ -Zustandes führt.

Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente mit einem typischen Magnetfeld von 0.34 G erhält man pro Atom eine lineare Zeemanenergie von $2\pi\hbar \times 238 \text{ kHz}$. Es sei hier noch einmal betont, dass diese aufgrund der Spinerhaltung keinen Einfluss auf die Spindynamik hat, obwohl sie mehr als vier Größenordnungen stärker als der quadratische Zeemaneffekt mit $2\pi\hbar \times 8.4 \text{ Hz}$ ist!

2.2 Energetische Grundzustände $F=1$

Der Grundzustand der Spinmischung wird durch Minimierung des Funktional (Energie pro Atom) $K = (E_{spin} + E_{lin} + E_{quad})/N_0$ berechnet, das unter Berücksichtigung der Magnetfelder lautet:

$$K = -p\langle F_z \rangle + q\langle F_z^2 \rangle + c\langle \vec{F} \rangle^2 \quad . \quad (2.13)$$

Der variierte Parameterraum besteht aus den komplexen Amplituden $\tilde{\psi}_-$, $\tilde{\psi}_0$ und $\tilde{\psi}_+$. Der bei der Spindynamik erhaltene Gesamtspin muss bei der Minimierung als Randbedingung berücksichtigt werden. Ohne diese Gesamtspinerhaltung wäre für realistische Magnetfelder immer $\tilde{\psi}_- = \tilde{\psi}_0 = 0, |\tilde{\psi}_+| = 1$ der Grundzustand.

Die Darstellung der Grundzustände in Phasendiagrammen über den Parametern p und q erfolgte im Rahmen der Experimente an Natrium in der Gruppe von W. Ketterle [62]. Die Erfüllung der Spinerhaltung bei der Minimierung des Funktionals gewährleistet dort die Addition eines Lagrangeparameters $\tilde{p}\langle F_z \rangle$ zu dem Funktional (2.13). Der Lagrangeparameter kompensiert dann den linearen Zeemaneffekt größtenteils [79] (für $\langle F_z \rangle = 0$ vollständig: $\tilde{p} = p$). Die Interpretation der p - q -Phasendiagramme gestaltet sich somit etwas schwierig: während q noch die quadratische Zeemanenergie darstellt, ist p eine Mischung aus linearem Zeemaneffekt und Gesamtspin. Diese Darstellung ist sinnvoll bei der Interpretation von räumlichen Spineffekten [62], die durch einen Magnetfeldgradienten auftreten. Die Spinverteilung kann dort entlang einer Linie in diesen p - q -Phasendiagrammen abgelesen werden.

Für homogene Systeme ist es jedoch anschaulicher, entsprechend den kontrollierten experimentellen Parametern Magnetfeld und Gesamtspin, das Phasendiagramm über der quadratischen Zeemanenergie q und dem durchschnittlichen Spin pro Atom S aufzutragen.

Man schreibt nun das Energiefunktional (2.13) explizit als

$$K = -p\vec{\psi}^T S_z \vec{\psi} + q\vec{\psi}^T S_z S_z \vec{\psi} + c \left[\left(\vec{\psi}^T S_x \vec{\psi} \right)^2 + \left(\vec{\psi}^T S_y \vec{\psi} \right)^2 + \left(\vec{\psi}^T S_z \vec{\psi} \right)^2 \right] \quad (2.14)$$

mit den Spinmatrizen

$$S_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_y = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_z = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Für den Spinzustand $\vec{\psi}$ wählt man den allgemeinen Ansatz

$$\vec{\psi} = \begin{pmatrix} \tilde{\psi}_+ \\ \tilde{\psi}_0 \\ \tilde{\psi}_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_+ e^{i\phi_+} \\ \sqrt{1 - \psi_-^2 - \psi_+^2} e^{i\phi_0} \\ \psi_- e^{i\phi_-} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

mit den drei Phasen ϕ_- , ϕ_0 und ϕ_+ sowie den zwei reellen Amplituden ψ_- und ψ_+ . Die Amplitude für $m_F = 0$ ergibt sich aus der Normierungsbedingung. Die explizite Ausführung der Spinalgebra liefert das Funktional

$$K = (q-p)\psi_+^2 + (q+p)\psi_-^2 + c \left(2(\psi_-^2 + \psi_+^2) - \psi_-^4 - \psi_+^4 - 6\psi_-^2\psi_+^2 + 4\psi_- \psi_+ [1 - \psi_+^2 - \psi_-^2] \cos \phi \right), \quad (2.17)$$

das neben den Populationswerten nur von der Phase $\phi = 2\phi_0 - \phi_+ - \phi_-$ abhängt. Da der Faktor vor 'cos ϕ ' immer ≥ 0 ist, wird das Minimum — abhängig vom Vorzeichen von c — für $\phi = \pi$ ($c > 0$) oder $\phi = 0$ ($c < 0$) angenommen. In allen folgenden Gleichungen bezieht sich bei \pm und \mp der obere Rechenoperator auf $c > 0$, der untere auf $c < 0$. Nach einfachen Umformungen gelangt man schließlich zu dem Ausdruck:

$$K = p(\psi_-^2 - \psi_+^2) + q(\psi_+^2 + \psi_-^2) + c \left[2(\psi_+ \mp \psi_-)^2 - (\psi_+ \mp \psi_-)^4 \right]. \quad (2.18)$$

Mit dem Gesamtspin $S = \psi_+^2 - \psi_-^2$ wird der erste Summand zu der Konstante $-pS$ und kann weggelassen werden. Das Funktional wird durch Einsetzen von $\psi_-^2 = \psi_+^2 - S$ zu

$$K = q(2\psi_+^2 - S) + c \left[2 \left(\psi_+ \mp \sqrt{\psi_+^2 - S} \right)^2 - \left(\psi_+ \mp \sqrt{\psi_+^2 - S} \right)^4 \right]. \quad (2.19)$$

Es muss nun noch das Minimum durch Variation von ψ_+ gefunden werden. Der Bereich zur Variation von ψ_+ kann aus den Bedingungen $0 \leq \psi_-, \psi_0, \psi_+ \leq 1$ wie folgt ermittelt werden

$$\max(0, S) \leq \psi_+^2 \leq \frac{1+S}{2}. \quad (2.20)$$

Die anderen Komponenten können dann mit $\psi_-^2 = \psi_+^2 - S$ und $\psi_0^2 = 1 - \psi_-^2 - \psi_+^2$ berechnet werden. Der Wert ψ_+ für das Minimum des Funktionals wurde numerisch ermittelt und die daraus resultierenden Populationen in den Phasendiagrammen in Abbildung 2.2 dargestellt. Dabei wurde explizit auch der Bereich $q < 0$ ausgerechnet, da dieser Bereich u.U. durch ein über einen Dipollaser erzeugtes künstliches 'imaginäres Magnetfeld' zugänglich ist (vgl. Kap. 5.2.3). Die Farbcodierung ist: grün für $m_F = -1$, blau für $m_F = 0$ und rot für $m_F = +1$. Eine gelbe Färbung entspricht dann einer Mischung aus $m_F = -1$ und $m_F = +1$. Es sind jeweils Phasenbereiche mit Mischungen aus $m_F = -1, +1$ und Bereiche

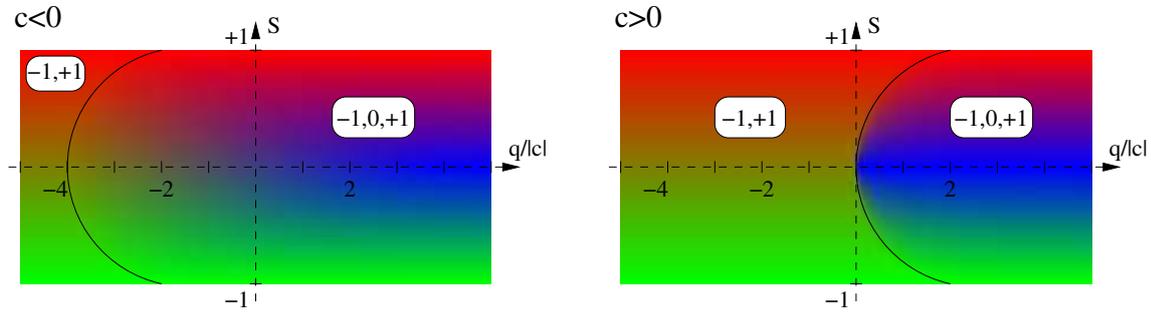


Abbildung 2.2: Phasendiagramme für $F=1$. Links für $c < 0$ (z.B. ^{87}Rb) und rechts für $c > 0$. Der Parameter q ist proportional zu B^2 und S ist der durchschnittliche Spin pro Atom. Die Populationen sind wie folgt farblich codiert: $m_F = -1$ - grün, $m_F = 0$ - blau und $m_F = +1$ - rot. Die durchgezogenen Linien geben jeweils die Phasengrenzen an.

mit der Mischung $m_F = -1, 0, +1$ gekennzeichnet. Die als durchgezogene Linie eingezeichnete Phasengrenze ist für $c > 0$ über die Relation $q = 2c(1 - \sqrt{1 - S^2})$ [61] gegeben. Für $c < 0$ kann aufgrund der numerischen Ergebnisse $q = 2c(1 + \sqrt{1 - S^2})$ angenommen werden.

Zunächst ist auf den Phasendiagrammen der Einfluss des quadratischen Zeemaneffektes zu erkennen, der für $q < -4|c|$ bzw. $q > +4|c|$ gegenüber der Spinwechselwirkung dominiert. Da für $q > 0$ der Zustand $|0\rangle$ abgesenkt und damit energetisch günstiger ist, findet für größere Werte von q immer eine Beimischung des $|0\rangle$ -Zustandes statt. Entsprechend führen negative Werte ($q < -4|c|$) zu einer energetischen Favorisierung der Mischung aus $|-1\rangle$ und $|+1\rangle$. Im Bereich kleiner Werte $q \approx 0$ bestimmt hingegen die Spinwechselwirkung den Grundzustand. Für den ferromagnetischen Fall ($c < 0$) findet eine Beimischung des $|0\rangle$ -Zustandes statt. Das entspricht der Minimierung der Energie aufgrund einer ferromagnetischen Wechselwirkung: eine antiparallele Ausrichtung ist ungünstig, daher wird bei $|S| < 1$ der $|0\rangle$ -Zustand besetzt. Für den antiferromagnetischen Fall ($c > 0$) hingegen ist die Mischung aus $|-1\rangle$ und $|+1\rangle$ (antiparallele Spinausrichtung) energetisch günstiger als die Besetzung des $|0\rangle$ -Zustandes.

Zur expliziten Darstellung der einzelnen Populationen sind in Abbildung 2.3 vertikale Schnitte durch das Phasendiagramm $c < 0$ entlang der konstanten Werte $q/|c| = -4, -3.5, -2, 0, 2$ und 5 geplottet. Analog dazu zeigt Abbildung 2.4 Schnitte für $c > 0$ und $q/|c| = -2, 0, 0.5, 1, 2$ und 4 .

Für den Fall einer symmetrischen Präparation $S = 0$ können die Grundzustände wie folgt angegeben werden:

Populationen für $S = 0$		$ \psi_- ^2 = \psi_+ ^2$	$ \psi_0 ^2$	
ferromagnetisch	$(c < 0)$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{q}{ c } \leq -4$
		$\frac{1}{4} - \frac{q}{16 c }$	$\frac{1}{2} + \frac{q}{8 c }$	$-4 \leq \frac{q}{ c } \leq +4$
		0	1	$\frac{q}{ c } \geq +4$
antiferromagnetisch	$(c > 0)$	$\frac{1}{2}$	0	$q < 0$
		0	1	$q > 0$

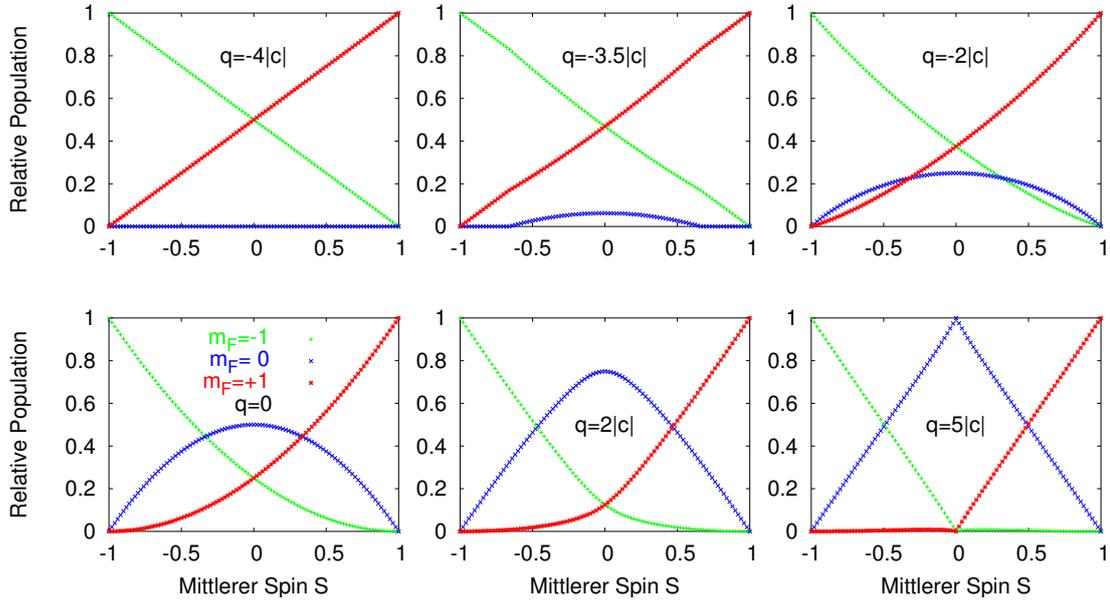


Abbildung 2.3: Schnitte durch das Phasendiagramm für $c < 0$ (ferromagnetisch, z.B. ^{87}Rb) und verschiedene $q/|c|$. Aufgetragen sind die Populationen ψ_-^2 , ψ_0^2 , ψ_+^2 der einzelnen m_F -Zustände als Funktion des durchschnittlichen Spins pro Atom S .

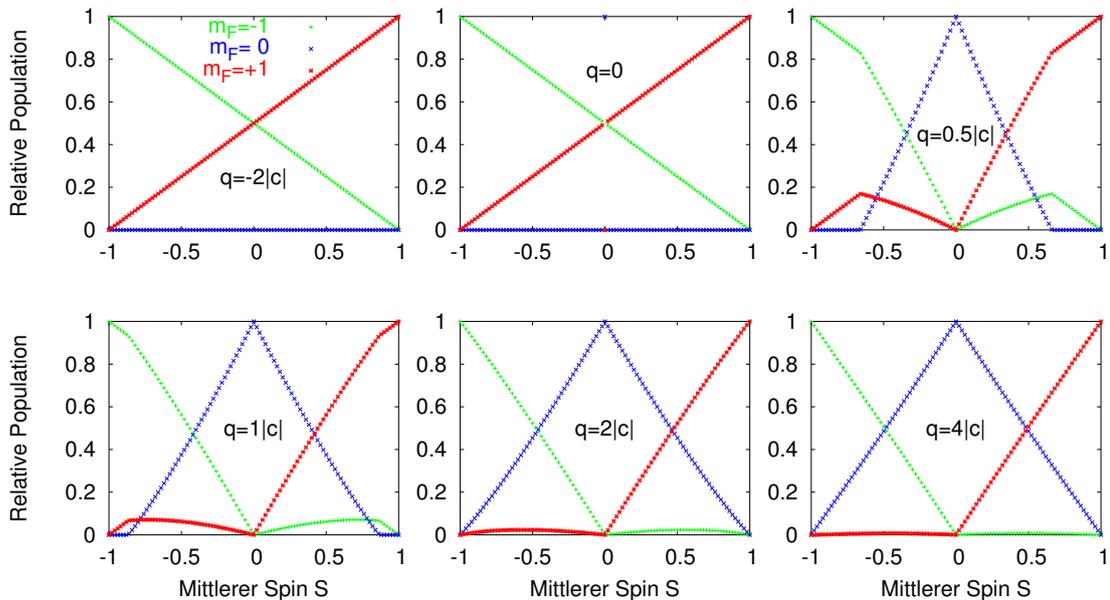


Abbildung 2.4: Schnitte durch das Phasendiagramm für $c > 0$ (antiferromagnetisch) und verschiedene $q/|c|$. Aufgetragen sind die Populationen ψ_-^2 , ψ_0^2 , ψ_+^2 der einzelnen m_F -Zustände als Funktion des durchschnittlichen Spins pro Atom S .

2.3 Spindynamik

2.3.1 Kohärente Spindynamik

Im Folgenden soll die Spindynamik für ein homogenes System gemäß Ansatz (2.7) betrachtet und die Bewegungsgleichungen für $\tilde{\psi}_-$, $\tilde{\psi}_0$ und $\tilde{\psi}_+$ diskutiert werden.

Durch die Verwendung der semiklassischen Ersetzung von Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren durch komplexe Zahlen erhält man für die Wechselwirkung (2.6) als Bewegungsgleichungen unter Berücksichtigung von $\tilde{\psi}_-^2 + \tilde{\psi}_0^2 + \tilde{\psi}_+^2 = 1$ die gekoppelten Gross-Pitaevskii-Gleichungen mit Termen für linearen und quadratischen Zeemaneffekt

$$i\hbar \frac{d}{dt} \tilde{\psi}_- = (g_0 + g_2) \tilde{\psi}_- - 2g_2 |\tilde{\psi}_+|^2 \tilde{\psi}_- + g_2 \tilde{\psi}_+^* \tilde{\psi}_0^2 + p\tilde{\psi}_- + q\tilde{\psi}_- \quad (2.21)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \tilde{\psi}_0 = (g_0 + g_2) \tilde{\psi}_0 - g_2 |\tilde{\psi}_0|^2 \tilde{\psi}_0 + 2g_2 \tilde{\psi}_0^* \tilde{\psi}_- \tilde{\psi}_+ \quad (2.22)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \tilde{\psi}_+ = (g_0 + g_2) \tilde{\psi}_+ - 2g_2 |\tilde{\psi}_-|^2 \tilde{\psi}_+ + g_2 \tilde{\psi}_-^* \tilde{\psi}_0^2 - p\tilde{\psi}_+ + q\tilde{\psi}_+ \quad (2.23)$$

Die Terme $(g_0 + g_2)$ repräsentieren eine Energieverschiebung durch Spin-unabhängige Selbstwechselwirkung ('mean-field'). Diese Verschiebung sowie der Einfluss des linearen Zeemaneffektes können durch den Ansatz

$$\tilde{\psi}_\mp = \psi_\mp e^{-\frac{i}{\hbar}(g_0 + g_2 \pm p + q)t} \quad (2.24)$$

$$\tilde{\psi}_0 = \psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(g_0 + g_2 + q)t} \quad (2.25)$$

eliminiert werden und man erhält als Bewegungsgleichungen für ψ_- , ψ_0 und ψ_+

$$i\hbar \dot{\psi}_- = -2g_2 |\psi_+|^2 \psi_- + g_2 \psi_+^* \psi_0^2 \quad (2.26)$$

$$i\hbar \dot{\psi}_0 = -g_2 |\psi_0|^2 \psi_0 + 2g_2 \psi_0^* \psi_- \psi_+ - q\psi_0 \quad (2.27)$$

$$i\hbar \dot{\psi}_+ = -2g_2 |\psi_-|^2 \psi_+ + g_2 \psi_-^* \psi_0^2 \quad (2.28)$$

Numerische Lösungen dieses nichtlinearen Differenzialgleichungssystems für Beispielparameter sind in Abbildung 2.5 dargestellt.

Das System besitzt die folgenden Eigenschaften:

1. Zum Start der Dynamik ist ein Keim ('seed') notwendig. Falls $|\psi_0| \equiv 0$ oder $|\psi_\pm| \equiv 0$, findet keine Spinumwandlung statt. Diese Eigenschaft haben die Bewegungsgleichungen jedoch erst durch die semiklassische Näherung erhalten, indem Operatoren durch komplexe Zahlen ersetzt wurden. Diese Näherung ist dann für sehr kleine Teilchenzahlen (insbesondere 0 und 1) nicht mehr gültig, denn in der zweiten Quantisierung kann der Wechselwirkungsterm $\hat{\Psi}_+^\dagger \hat{\Psi}_-^\dagger \hat{\Psi}_0 \hat{\Psi}_0$ sehr wohl zum Start der Dynamik aus einer reinen $m_F = 0$ -Population heraus führen.
2. Ein entsprechendes Magnetfeld kann die Spindynamik unterdrücken. Für große Werte von $|q| \gg |g_2|$ rotiert die Lösung für $\psi_0 \propto \exp(iqt/\hbar)$ schnell gegenüber der Dynamik, die durch die Kopplung g_2 erzeugt wird. Ähnlich wie bei der 'rotating-wave approximation' (siehe z.B. [80]) die schnell rotierenden Terme vernachlässigt werden, mittelt sich hier der Einfluss des Terms $g_2 \psi_\pm^* \psi_0^2$ gegenüber der Dynamik von ψ_\mp heraus. Das Magnetfeld kann daher als 'Schalter für Spindynamik' verwendet werden.

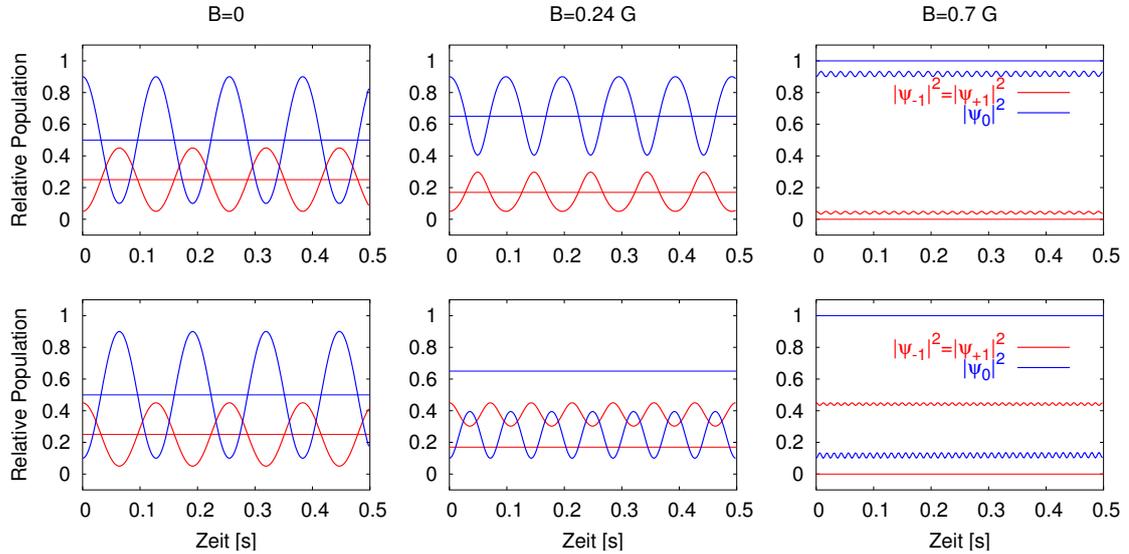


Abbildung 2.5: Lösungen des Gleichungssystems aus gekoppelten Gross-Pitaevskii-Gleichungen für verschiedene Magnetfelder B . Eingezeichnet sind die Populationen $|\psi_-|^2 \equiv |\psi_+|^2$ und $|\psi_0|^2$ in Abhängigkeit der Zeit. Die horizontalen Linien geben die Verteilung des energetischen Grundzustandes an. In der oberen Reihe wurden als Startbedingungen $\psi_- \equiv \psi_+ = 0.05$, $\psi_0 = 0.9$, in der unteren Reihe $\psi_- \equiv \psi_+ = 0.45$ und $\psi_0 = 0.1$ gewählt.

Davon wird auch im Experiment Gebrauch gemacht: zunächst wird während der Präparation des Anfangszustands durch ein hohes Magnetfeld die Spindynamik unterdrückt und anschließend zur Untersuchung der Spindynamik das Magnetfeld auf einen niedrigen Wert abgesenkt (vgl. Kap. 3.2).

3. Die Spindynamik hängt von anfänglichen Phasen zwischen ψ_+ und ψ_- ab. Hierzu sind Simulationen mit unterschiedlichen Anfangsphasen in Abbildung 2.6 dargestellt. Es ist erkennbar, dass die Geschwindigkeit der Spindynamik von den relativen Anfangsphasen abhängt und durch geeignete Phasen sogar vollständig unterdrückt werden kann. Die Abhängigkeit der Spindynamik von den Anfangsphasen wird auch bei Rechnungen in der zweiten Quantisierung beobachtet [81, 82]. Falls die Anfangsphasen experimentell nicht deterministisch präpariert werden, kann die Spindynamik von Einzelmessung zu Einzelmessung schwanken, was auch in unseren Experimenten (vgl. Kap. 6.1.2) beobachtet wird. Die Beobachtung von Oszillationen gestaltet sich somit schwierig, es sei denn, es wird auf ein nicht-destruktives Verfahren zurückgegriffen, das die zeitliche Entwicklung eines einzigen Kondensates aufzeichnet (siehe z.B. Kap. 5.2.2).
4. Der energetische Grundzustand wird durch kohärente Dynamik alleine *nicht* angenommen. Die beobachteten Populationen oszillieren i.d.R. um die Populationskonfiguration des energetischen Grundzustandes. Ein Erreichen des Grundzustandes ist nur möglich, wenn dem System Energie entzogen sowie die Oszillationen ausgedämpft

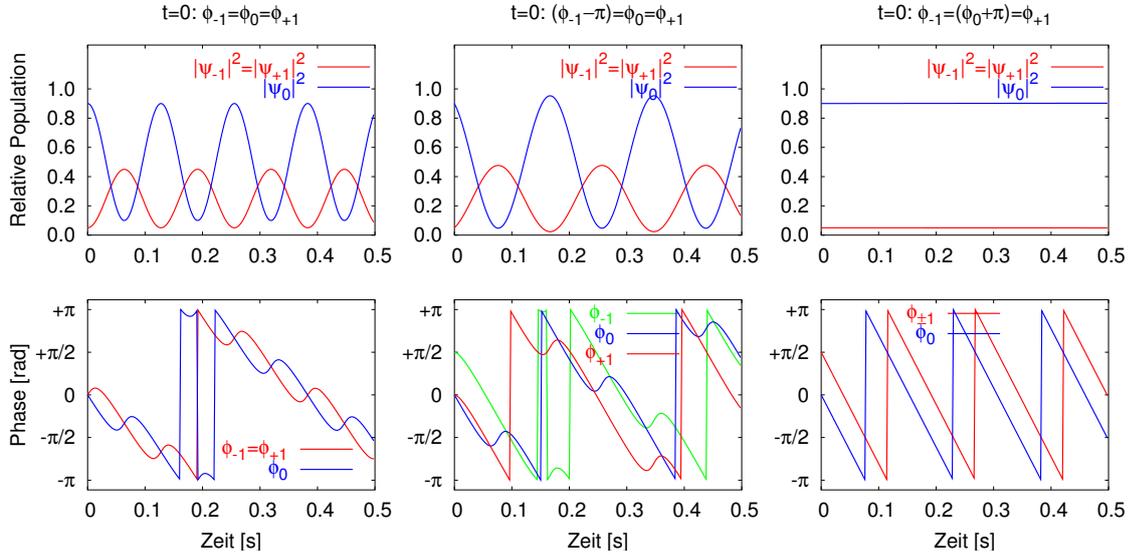


Abbildung 2.6: Spindynamik für verschiedene Anfangsphasen (siehe Überschriften) für Magnetfeld $B = 0$. In der oberen Reihe sind die Populationen $|\psi_{-}|^2$, $|\psi_0|^2$ und $|\psi_{+}|^2$ in Abhängigkeit der Zeit, in der unteren Reihe die zugehörigen Phasen ϕ_{-} , ϕ_0 und ϕ_{+} dargestellt. Die Oszillationsfrequenz hängt von den relativen Anfangsphasen ab und die Spindynamik kann sogar vollständig unterdrückt werden (rechte Diagramme).

werden, wie im folgenden Kapitel diskutiert werden soll.

2.3.2 Gedämpfte Spindynamik

Eine Dämpfung der kohärenten Spindynamik ist notwendig, damit der Grundzustand überhaupt angenommen wird. Allgemein sind für Dämpfung u.a. folgende Mechanismen verantwortlich:

1. Durch inhomogene Dynamik wie z.B. Separation der Phasen oder Anregungen im Kondensat bei endlichen Temperaturen wie z.B. Phasenfluktuationen [48, 49] wird die Dynamik gedämpft. Diese Mechanismen sollen hier jedoch nicht weiter betrachtet werden.
2. Schwankungen im Magnetfeld, denen die Zustände nicht adiabatisch folgen können, führen zu Dekohärenz zwischen den Spinzuständen.
3. Stöße mit Atomen in der thermischen Wolke führen einerseits zu Dekohärenz, andererseits könnten sie auch Energie aus dem Kondensat abführen, wobei die Problematik einer konkreten Darstellung des Mechanismus nachfolgend diskutiert wird.

Die Problematik zwischen Dekohärenz und Relaxation in den Grundzustand soll im folgenden durch Vergleich mit einem Laser-getriebenen Zweiniveau-System in einem thermischen Bad dargestellt werden. In Abbildung 2.7 sind die beiden Systeme skizziert. Vereinfachend wird das Zweiniveau-System an nur eine Reservoir-Mode gekoppelt. Der Übergang vom

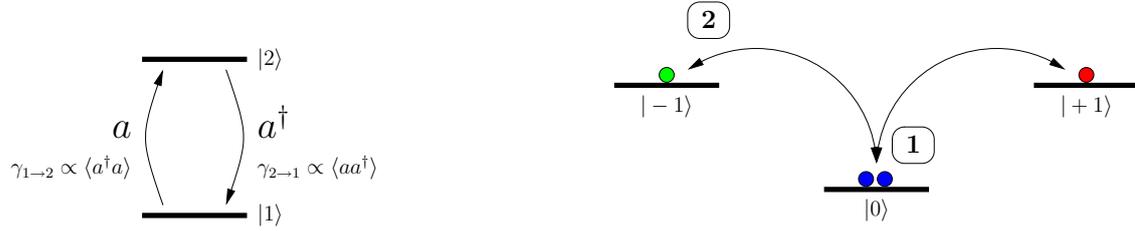


Abbildung 2.7: Vergleich eines Zweiniveau-Systems im thermischen Bad mit einem $F=1$ -Spinorkondensat in der thermischen Wolke.

angeregten Zustand $|2\rangle$ in den Grundzustand $|1\rangle$ erzeugt (a^\dagger) ein Photon, der umgekehrte Prozess vernichtet ein Photon (a). Die Raten für diese Prozesse sind nun proportional zu den Erwartungswerten $\langle aa^\dagger \rangle = N_{th} + 1$ (für die Emission) und $\langle a^\dagger a \rangle = N_{th}$ (Absorption) [80]. Üblicherweise, wie z.B. für Atome im 'normalen Umfeld', ist die Anzahl der Photonen im thermischen Reservoir $N_{th} \approx 0$ und damit $\langle aa^\dagger \rangle \approx 1$ und $\langle a^\dagger a \rangle \approx 0$. Betrachtet man jedoch ein 'sehr heißes' thermisches Reservoir mit $N_{th} > 1$, so kommt zusätzlich zum Populationstransfer mit Rate γ eine Dekohärenzrate $\gamma_c = N_{th}\gamma$ hinzu. Man kann die Ursache der Dekohärenz auch als 'zyklischen Populationstransfer im Kreis' mit Rate γ_c interpretieren. Im Extremfall, d.h. für $\gamma_c \gg \gamma$ geht das System in eine Gleichverteilung $\varrho_{11} = \varrho_{22} = 1/2$ (vgl. Anhang A.2.2) über. Erst die Asymmetrie zwischen den Übergängen führt eine Zeitrichtung in das System ein und sorgt für die Annahme des Grundzustandes.

Vergleicht man dieses System mit einem Spinorkondensat, so führen Schwankungen des Magnetfeldes, intuitiv betrachtet 'phase-kicks' durch Stöße mit dem Hintergrundgas, zunächst zu einer Dekohärenzrate γ_c . Im Rahmen dieser Arbeit wurden Bewegungsgleichungen für eine effektive Einteilchen-Dichtematrix für Spinorkondensate aufgestellt. Die kohärente Dynamik erfolgt gemäß (2.6). Numerische Simulationen ergaben identische Ergebnisse wie in Kap. 2.3.1 beschrieben. Führt man nun eine Dämpfung der kohärenten Dynamik durch eine Rate γ_c auf den Kohärenztermen der Dichtematrix in die Gleichungen ein, so gehen die numerischen Lösungen des Gleichungssystem in eine Gleichverteilung der drei Spinunterzustände über, die i.d.R. nicht dem energetischen Grundzustand entspricht. Die Schwierigkeit besteht nun darin, eine Nettorate γ für den Populationstransfer vom angeregten Zustand zum Grundzustand zu implementieren. Man könnte das anschaulich, wie in Abbildung 2.7 gezeigt, interpretieren: die Energie des Prozesses $|-1\rangle + |+1\rangle \rightarrow |0\rangle + |0\rangle$ wird an das Reservoir abgegeben, indem z.B. ein thermisches Atom kinetische Energie gewinnt. Der umgekehrte Prozess $|0\rangle + |0\rangle \rightarrow |-1\rangle + |+1\rangle$ verbunden mit der Abbremsung eines thermischen Atoms ist etwas unwahrscheinlicher. Inwieweit und ob die Prozesse der Spindynamik in beschriebener Weise an die thermische Wolke koppeln, ist unklar und könnte daher Gegenstand zukünftiger theoretischer Untersuchungen werden. Von experimenteller Seite muss dafür Spindynamik bei verschiedenen Temperaturen im Bereich $T = 0 \dots T_c$ genauer untersucht werden.

2.3.3 Phasenseparation und Spinausheillänge

In diesem Kapitel soll analog [79] die Mischbarkeit von zwei Spinkomponenten diskutiert werden. Zwei Komponenten gelten als mischbar, wenn die Mischung gegenüber zwei

Phasen-getrennten Domänen energetisch günstiger ist. Die Wechselwirkungsenergie in 'mean-field'-Näherung [83] eines zweikomponentigen Kondensates wird durch

$$E = \frac{1}{2} \int_V d^3x \left(g_a n_a^2 + g_b n_b^2 + 2g_{ab} n_a n_b \right) \quad (2.29)$$

gegeben, wobei $g_X = 4\pi\hbar^2 a_X/m$ für $X = a, b$ die Wechselwirkung innerhalb der Komponenten und für $X = ab$ die Austauschwechselwirkung angibt. Man betrachtet nun eine Box mit Volumen V , die für kleine Volumina eine 'lokale Näherung' des realen Kondensates darstellt. Mit den Teilchenzahlen N_a und N_b für die beiden Komponenten erhält man als 'mean-field'-Energie

$$E_{mix} = \frac{1}{2V} \left(g_a N_a^2 + g_b N_b^2 + 2g_{ab} N_a N_b \right) \quad (2.30)$$

Im Separationsfall entstehen zwei Domänen der Volumina V_a und V_b , deren Verhältnis über einen angenommenen gleichen Druck [79] aus

$$g_a \left(\frac{N_a}{V_a} \right)^2 = g_b \left(\frac{N_b}{V_b} \right)^2 \quad (2.31)$$

berechnet werden kann. Mit $V_a + V_b = V$ erhält man für die Energie

$$\begin{aligned} E_{sep} &= \frac{1}{2} \left[g_a \frac{N_a^2}{V_a} + g_b \frac{N_b^2}{V_b} \right] \\ &= \frac{1}{2V} \left(g_a N_a^2 + g_b N_b^2 + 2\sqrt{g_a g_b} N_a N_b \right) \quad (2.32) \end{aligned}$$

Der Vergleich der Energien ergibt eine Mischbarkeit, wenn $E_{mix} < E_{sep}$ oder äquivalent $g_{ab} < \sqrt{g_a g_b}$ ist. Der statistische Faktor 1/2 für die Selbstwechselwirkung ist in den Gleichungen bereits enthalten. Für die Komponenten $|a\rangle = |1, +1\rangle$ und $|b\rangle = |1, -1\rangle$ beispielsweise gilt daher $g_a = g_b = g_0 + g_2$ und $g_{ab} = g_0 - g_2$. Für die Wechselwirkungsparameter der Tabelle in Kap. 2.1 erhält man folgendes Ergebnis (es gilt $g_0 \gg |g_2|$):

ferromagnetisch ($g_2 < 0$)				antiferromagnetisch ($g_2 > 0$)			
	$ 1, -1\rangle$	$ 1, 0\rangle$	$ 1, +1\rangle$		$ 1, -1\rangle$	$ 1, 0\rangle$	$ 1, +1\rangle$
$ 1, -1\rangle$	(M)	M	S	$ 1, -1\rangle$	(M)	S	M
$ 1, 0\rangle$	M	(M)	M	$ 1, 0\rangle$	S	(M)	S
$ 1, +1\rangle$	S	M	(M)	$ 1, +1\rangle$	M	S	(M)

wobei 'M' mischbar und 'S' Phasenseparation bedeuten. In unserem Experiment ($g_2 < 0$) tendieren also die Zustände $|1, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$ zur Phasenseparation, während alle anderen mischen. Es sei noch darauf hingewiesen, dass diese Bedingungen nur für die Kondensat-Wellenfunktionen gelten, da hier gegenüber der thermischen Wolke die Selbstwechselwirkung um den Faktor 1/2 reduziert ist [84]. Für thermische Wolken gilt als Bedingung für Mischbarkeit $g_{ab} < 2\sqrt{g_a g_b}$, d.h. bei ^{87}Rb mischen alle thermischen Komponenten.

Um die Frage zu klären, ob bei ^{87}Rb die separierenden Zustände $|1, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$ durch Beimischung von $|1, 0\rangle$ dennoch mischen, wurde im Rahmen dieser Arbeit analog eine

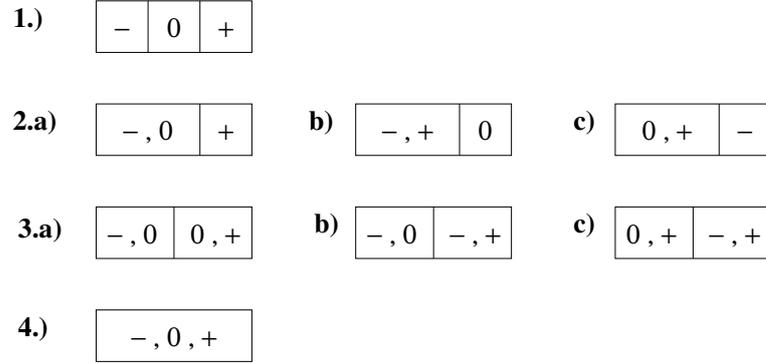


Abbildung 2.8: Fälle für die Mischbarkeit von drei Komponenten: 1.) alle drei separieren, 2.) zwei Komponenten mischen und separieren von der Dritten, 3.) zwei Komponenten separieren und mischen mit der Dritten und 4.) alle drei Komponenten mischen.

Theorie für die Mischbarkeit von drei Komponenten $-$, 0 , und $+$ aufgestellt. Die möglichen Szenarien sind in Abbildung 2.8 aufgezeigt. Es werden für die Diskussion die konkreten Wechselwirkungsparameter für $F=1$ -Spinorkondensate verwendet: $g_- = g_+ = g_0 + g_2$, $g_0 = g_0$, $g_{-0} = g_{0+} = g_0 + g_2$ und $g_{-+} = g_0 - g_2$. Folgende vier Fälle sind zu unterscheiden:

1. Alle Komponenten separieren, die Energie berechnet sich hier zu

$$E_{sep} = \frac{1}{2V} \left[(g_0 + g_2)(N_-^2 + N_+^2) + g_0 N_0^2 + 2\sqrt{g_0(g_0 + g_2)}(N_- N_0 + N_0 N_+) + 2(g_0 + g_2)N_- N_+ \right] . \quad (2.33)$$

2. Zwei Komponenten mischen und separieren von der Dritten. Aufgrund von Symmetrieüberlegungen ($-$ und $+$ sind bzgl. der Wechselwirkungsparameter vertauschbar), muss nur Fall 2.b) betrachtet werden. Hier läge jedoch eine Mischdomäne zwischen den Zuständen $-$ und $+$ vor, die aufgrund der obigen Betrachtungen für zwei Komponenten separieren würde und dann in Fall 1.) übergeht.
3. Zwei Komponenten separieren, während die Dritte mit diesen beiden mischt und über das ganze Volumen V verteilt ist. Aus Symmetrieüberlegungen muss hier nur Fall 3.a) betrachtet werden und die Energie ist somit

$$E_{mix2} = \frac{1}{2V} \left[(g_0 + g_2)(N_-^2 + N_+^2) + g_0 N_0^2 + 2(g_0 + g_2)(N_- N_0 + N_0 N_+) + 2(g_0 + g_2)N_- N_+ \right] . \quad (2.34)$$

4. Alle Komponenten mischen, man erhält als Energie

$$E_{mix3} = \frac{1}{2V} \left[(g_0 + g_2)(N_-^2 + N_+^2) + g_0 N_0^2 + 2(g_0 + g_2)(N_- N_0 + N_0 N_+) + 2(g_0 - g_2)N_- N_+ \right] . \quad (2.35)$$

Für $g_2 < 0$ und $|g_2| < g_0$ ist $E_{mix2} < \{E_{mix3}, E_{sep}\}$ und somit separieren die Komponenten $|1, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$ unabhängig von der Beimischung von $|1, 0\rangle$.

Für $F=1$ in ^{87}Rb wird folglich eine Phasenseparation zwischen $|1, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$ erwartet. Die Separationsdynamik eines Kondensates wurde allgemein theoretisch [85] und experimentell an Rubidium [54] und Natrium [63] untersucht. Auf einer kurzen Zeitskala bilden sich kleine Spindomänen aus, die dann über eine längere Zeit stabil bleiben. Zwischen den Spindomänen befindet sich eine Energiebarriere, die die Atome nur noch durch Tunnelprozesse überwinden können, wie experimentell demonstriert wurde [64]. Die Größe der Domänen entspricht mindestens der Spinausheillänge ('spin healing length') ξ_{spin} , die hier kurz im Vergleich zur normalen Ausheillänge ξ diskutiert werden soll.

In Abbildung 2.9 sind die Dichten und Energien für die normale Ausheillänge ξ sowie die Spinausheillänge ξ_{spin} skizziert. Die normale Ausheillänge ξ beschreibt für ein ein-

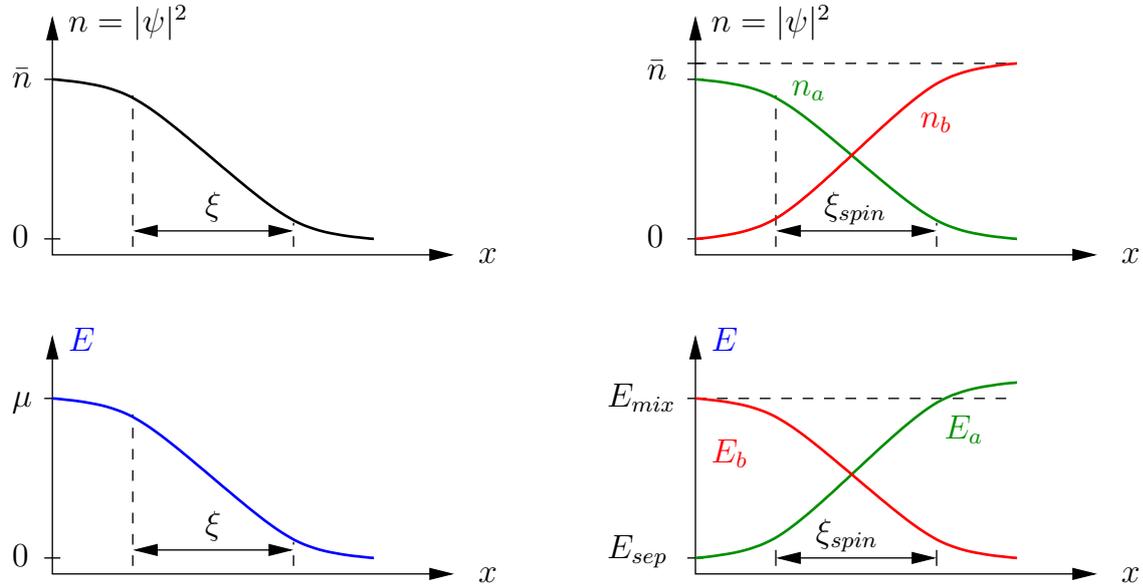


Abbildung 2.9: Dichte und Energie für die Ausheillänge (links) und die Spinausheillänge (rechts). Beschreibung siehe Text.

komponentiges Kondensat die minimale Länge, über die die Dichte von ihrem 'normalen' Wert \bar{n} auf 0 abnehmen kann. Den Wert der Ausheillänge erhält man durch Gleichsetzen der kinetischen Energie aufgrund des Dichtegradienten $E_{kin} = \frac{p^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \approx \frac{\hbar^2 \bar{n}}{2m \xi^2}$ mit der 'mean-field'-Energie im Kondensat $\bar{n} \mu$ und erhält $\xi = \sqrt{\hbar^2 / (2m \mu)}$. Die Spinausheillänge beschreibt analog die minimale Breite des Übergangsbereichs zwischen zwei Spindomänen. In Abbildung 2.9 rechts unten sind die Energie E_a für ein Teilchen a , das von a nach b transferiert und analog die Energie E_b für ein Teilchen b auf dem umgekehrten Weg skizziert. Beim Übergang eines Teilchens in die andere Komponente muss die Energie ΔE aufgebracht werden; man spricht hier auch von einer Energiebarriere. Analog

der normalen Ausseillänge gilt dann

$$\xi_{spin} = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\Delta E}} \quad . \quad (2.36)$$

Für die Energiedifferenzen erhält man [63, 79]

$$\Delta E_a = g_{ab}n_b - g_a n_a \quad (2.37)$$

$$\Delta E_b = g_{ab}n_a - g_b n_b \quad . \quad (2.38)$$

Die Problematik dieses Ansatzes besteht darin, dass er nicht unbedingt symmetrisch bzgl. der Vertauschung $a \leftrightarrow b$ ist (falls $g_a \neq g_b$). Für die beiden Zustände $|1, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$ erhält man näherungsweise (falls $g_0 \gg |g_2|$ und $\bar{n} \approx n_a \approx n_b$) $\Delta E \approx -2g_2\bar{n}$.

2.4 Experimentparameter zur F=1-Spindynamik

Für ein typisches Experiment zur $F=1$ -Spindynamik, wie es im Rahmen dieser Arbeit an ^{87}Rb durchgeführt wurde, stellen sich die verwendeten Parameter wie folgt dar: mittlere Fallenfrequenz $\bar{\omega} = 2\pi \times 150 \text{ Hz}$, Kondensatteilchenzahl $N_0 = 90000$, Magnetfeld $B_0 = 0.34 \text{ G}$ mit einem Rauschen $\Delta B_0 = 7 \text{ mG}_{RMS}$. Für die Spinausseillänge erhält man $\xi_{spin} = 2.0 \mu\text{m}$ ('normale' spinunabhängige Ausseillänge $\xi = 0.14 \mu\text{m}$). Die Gleichungen für die Energien beziehen sich auf jeweils ein kondensiertes Atom. Die konkreten Zahlen sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst und werden abschließend vergleichend diskutiert.

Dekohärenz durch Magnetfeldfluktuationen Die Magnetfeldfluktuationen werden über die Formel des quadratischen Zeemaneffektes, die die relative Energie zwischen den Zuständen $|\pm 1\rangle$ und $|0\rangle$ angibt, in eine Dekohärenzrate umgerechnet. Dabei wird angenommen, dass das System den Fluktuationen nicht adiabatisch folgen kann. Man erhält über das Fluktuations-Dissipations-Theorem [86]⁵

$$\gamma_c = 2\pi \times 72 \text{ Hz/G}^2 \times 2B_0\Delta B_0 \quad . \quad (2.39)$$

Spinwechselwirkungsenergie Die Kopplung in der Gross-Pitaevskii-Gleichung beträgt $g_2\bar{n}$, daher wird dieser Term als Wechselwirkungsenergie genommen. Dieser Wert gibt somit einerseits die Geschwindigkeit der Spinumwandlung und andererseits die Höhe der Spinbarriere an (vgl. Kap. 2.3.3).

Phasenseparation durch Magnetfeldgradient Durch einen Gradient im Magnetfeld kann eine Phasenseparation getrieben werden. Dabei wird die Energie betrachtet, die der 'low-field seeker' $|1, -1\rangle$ gewinnt, wenn er von der Mitte des Kondensates zum Rand mit dem niedrigeren Magnetfeldwert 'wandert'. Dieser Effekt ist entlang der Achse mit der niedrigsten Fallenfrequenz am Größten. Für $\omega_x = 2\pi \times 20 \text{ Hz}$ und obige Parameter erhält man eine Breite $\sigma_x = \sqrt{2\mu/m}/\omega_x = 39 \mu\text{m}$ (vgl. A.14). Die gewonnene Energie beträgt dann bei einem linearen Magnetfeldgradienten B'

$$\Delta E = \mu_B g_F B' \sigma_x \quad . \quad (2.40)$$

⁵Es wird hier die relative Verschiebung der Zustände $|1, \pm 1\rangle$ und $|1, 0\rangle$ zueinander betrachtet.

Falls sich Spindomänen bilden, so ist es sinnvoller, die gewonnene Energie über die Spinausdehnlänge ξ_{spin} anzugeben. Der Gradient im Experiment wurde auf einen Wert kleiner $B' < 15 \text{ mG/cm}$ kompensiert [70]. Für größere Haltefelder $B_0 \gg B'\sigma$ ist nur der Magnetfeldgradient in Richtung des Haltefeldes relevant. Analog zur Stern-Gerlach-Separation (vgl. Kap. 4.2) ist hier der Spin nahezu entlang der Offsetfeldachse ausgerichtet und ist nur schwach auf transversale Komponenten sensitiv.

Thermalisierung Zur Abschätzung der Thermalisierungsrate wird die 'hard core'-Streuquote von thermischen Atomen an einem als ruhend angenommenen Kondensatatom wie folgt abgeschätzt:

$$\gamma_{th} = \pi a^2 \bar{v} \hat{n}_{th} \quad . \quad (2.41)$$

Dabei wird der Streuquerschnitt $\sigma = \pi a^2$ über die s-Wellen-Streulänge a berechnet und mit der mittleren Geschwindigkeit \bar{v} und der Maximaldichte (da sich das BEC 'in der Mitte' befindet) \hat{n}_{th} der thermischen Wolke multipliziert. Aus der Maxwell-Boltzmann-Verteilung erhält man

$$\bar{v} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \quad (2.42)$$

und für die Maximaldichte in Abhängigkeit der thermischen Teilchenzahl N_{th} :

$$\hat{n}_{th} = N_{th} \left(\frac{m\bar{\omega}^2}{2\pi k_B T} \right)^{(3/2)} \quad . \quad (2.43)$$

Für die mittleren Fallenfrequenz $\bar{\omega} = 2\pi \times 150 \text{ Hz}$ und $T = 300 \text{ nK}$ erhält man $\bar{v} = 9.4 \text{ mm/s}$ und damit eine Thermalisierungsrate von $\gamma_{th} = N_{th} \times 2.7 \times 10^{-4} \text{ 1/s}$, d.h. $\gamma_{th} \approx 50 \text{ 1/s}$ für $N_{th} = 180000$.

Vergleicht man die einzelnen Energien, so erhält man zusammenfassend folgendes experimentelle Regime: Die Thermalisierung ist die schnellste Zeitskala im Vergleich zu Zeemaneffekt und Spindynamik. Folglich entwickelt sich das System quasi im thermodynamischen Gleichgewicht (vgl. Kap. 6). Das verwendete Magnetfeld lässt auch noch eine mäßige Dämpfung der Spindynamik erwarten. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass ein kälteres Regime experimentell realisiert werden kann, aber im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr untersucht werden konnte [87].

Betrachtet man die räumliche Dynamik, so sollten sich Spindomänen der Größenordnung von $\xi_{spin} \approx 2 \mu\text{m}$ ausbilden, die jedoch bei der verwendeten Detektion nicht aufgelöst werden können. Die Spindomänen sind metastabil, da die Spinbarriere größer als die durch den Magnetfeldgradient entlang ξ_{spin} gewonnene Energie ist. Aufgrund der teilweisen Phasenseparation werden für die Spindynamik im Vergleich zum homogenen System reduzierte Raten erwartet und aufgrund der stark variierenden Mischungsverhältnisse eine globale Dephasierung der kohärenten Dynamik.

		$E/(2\pi\hbar)$	E/k_B
Dekohärenz durch Magnetfeldfluktuationen	$\hbar\gamma_c$	0.34 Hz	0.02 nK
Magnetfeldgradient über Spinausheillänge (< 15 mG/cm)	$\mu_B g_F B' \xi_{spin}$	< 2.1 Hz	< 0.10 nK
Spindynamik	$-g_2\bar{n}$	6.6 Hz	0.32 nK
Quadratischer Zeemaneffekt (@ 0.34 G)		8.3 Hz	0.4 nK
Spinbarriere	$-2g_2\bar{n}$	13.2 Hz	0.64 nK
Magnetfeldgradient über Kondensat (< 15 mG/cm)	$\mu_B g_F B' \sigma_x$	< 41 Hz	< 2.0 nK
Thermalisierungsrate ($N_{th}=90000$)	$\gamma_{th} = \pi a^2 \bar{v} \hat{n}_{th}$	50 1/s	-
Chemisches Potenzial	μ	2.6 kHz	126 nK
Atom der thermischen Wolke	$k_B T$	6.3 kHz	300 nK

Tabelle 2.1: Energien für ein typisches Experiment zur $F=1$ -Spindynamik

Kapitel 3

Experimentelle Erzeugung von Spinorkondensaten

Im Rahmen dieser Arbeit wurde zusammen mit Holger Schmaljohann ein umfangreiches Experiment zur Bose-Einstein-Kondensation von ^{87}Rb -Atomen konzipiert und aufgebaut. In diesem Kapitel soll ein Überblick über den experimentellen Aufbau gegeben und als Schwerpunkt auf die speziellen experimentellen Techniken zur Erzeugung und Manipulation von Spinorkondensaten eingegangen werden. Hierbei werden der allgemeine Ablauf, die Bereitstellung entsprechender Magnetfelder und die Präparation von beliebigen $|F, m_F\rangle$ -Zuständen über adiabatische Passage und Rabioszillationen auf einem Ramanübergang ausführlich dargestellt. Speziellere experimentelle Details sind im Anhang B nachzulesen. Weitere Details zum Experiment finden sich in der Dissertation von Holger Schmaljohann [70]. Allgemeine experimentelle Techniken zur Bose-Einstein-Kondensation sind ausführlich z.B. in [76] dargestellt.

3.1 Übersicht Experimentaufbau

Eine Seitenansicht der Vakuumapparatur ist auf Abb. 3.1 skizziert. Kernstücke des Aufbaus sind die zwei evakuierten Glaszellen (Z1) und (Z2), die über eine differenzielle Pumpstufe, zwei Graphitröhrchen mit 6 mm Innendurchmesser, verbunden sind. In der oberen Glaszelle werden über sogenannte Dispenser gezielt Rubidiumatome freigesetzt, die dort vorgekühlt und in Form eines Atomstrahles durch die differenzielle Pumpstufe in die untere Glaszelle transferiert werden. Dort werden die Atome wieder eingefangen und bis zum Erreichen der Bose-Einstein-Kondensation abgekühlt. Anschließend werden dort auch die eigentlichen Experimente durchgeführt. Die Trennung dieser zwei Bereiche ist notwendig, da durch die Rubidiumquellen der Druck in der oberen Glaszelle etwa 10^{-9} mbar beträgt. Durch die differenzielle Pumpstufe werden in der unteren Glaszelle 10^{-11} mbar aufrecht erhalten und somit ist dort eine effektive evaporative Kühlung und das Durchführen der Experimente möglich. Die durch Stöße mit dem Hintergrundgas limitierte $1/e$ -Lebensdauer der magnetisch und optisch gefangenen Atome wurde experimentell zu 89 s bestimmt [70].

Das benötigte Laserlicht wird ausschließlich über Halbleiterlaser erzeugt, deren Frequenzen auf atomare Rubidiumübergänge stabilisiert werden. Nach optischen Elementen zur Frequenz- und Intensitätskontrolle werden die einzelnen Laserstrahlen über 'single-

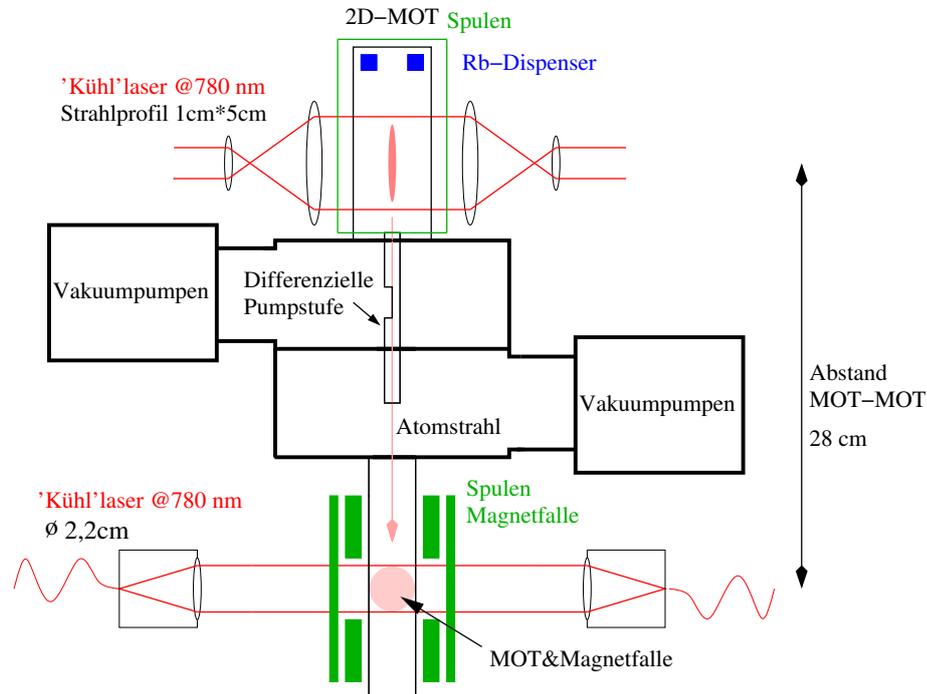


Abbildung 3.1: Seitenansicht des experimentellen Aufbaus der Vakuumanlage.

mode'-Glasfasern zu dem Vakuumaufbau geführt. Neben einer räumlichen Trennung der Systeme wird hierdurch insbesondere ein kompakter Aufbau erreicht.

Die Atome werden mittels Laserkühlung [10, 11, 88] in magneto-optischen Fallen (MOT) gekühlt und gefangen, indem unter Ausnutzung von Doppler- und Zeemaneffekt gezielt Photonenimpulse übertragen und zur Abbremsung und damit Abkühlung verwendet werden. In der oberen Glaszelle ist eine zweidimensionale MOT realisiert [89, 90, 91, 92]. Die vier Strahlen mit Abmessung $1\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ ($1/e^2$ -Punkte) verlaufen in der horizontalen Ebene, wobei jeweils gegenläufige Strahlen als Rückreflex realisiert sind. Die Laserleistung auf dem Kühlübergang beträgt $40\text{--}80\text{ mW}$ und das anliegende zweidimensionale Quadrupolfeld hat einen Gradienten von 18 G/cm . Mit einem 'pushing'-Strahl werden die Atome beschleunigt, sodass sie als Atomstrahl durch die differenzielle Pumpstufe hindurch in die untere Glaszelle gelangen. Aus diesem Atomstrahl werden in einer dreidimensionalen MOT $\approx 10^9$ Atome pro Sekunde eingefangen und gekühlt. Zum Betrieb dieser MOT wird die Kühllaserleistung von $60\text{--}120\text{ mW}$ auf sechs Strahlen mit einem $1/e^2$ Durchmesser von 22 mm aufgeteilt. Eine Antihelmholtz-Spulenkonfiguration erzeugt einen Magnetfeldgradienten von 15 G/cm . Nach einer Ladezeit von $10\text{--}30\text{ s}$ befinden sich in der MOT $\approx 10^{10}$ ^{87}Rb -Atome bei einer Temperatur von etwa $150\text{ }\mu\text{K}$.

Anschließend wird die atomare Wolke in der MOT durch Erhöhen des Magnetfeldgradienten komprimiert und nach einer Sub-Doppler-Kühlphase (optische Melasse) und Spinausrichtung (Umpumpen) in eine Magnetfalle umgeladen. Die Feldkonfigurationen der Magnetfalle sind in Kap. 3.3.1 dargestellt. Anschließend erfolgt durch Einstrahlen einer Radiofrequenz, deren Frequenz in drei linearen Rampen über eine Gesamtdauer von etwa 25 s abgesenkt wird, das evaporative Kühlen bis zum Erreichen der Bose-Einstein-

Kondensation. Typische Kondensate enthalten noch 10^6 Atome.

Da in ^{87}Rb nur die Zustände $|2, +2\rangle$, $|2, +1\rangle$ und $|1, -1\rangle$ magnetisch fangbar sind, wird das Kondensat anschließend in eine optische Dipolfalle umgeladen, die ein Spin-unabhängiges Potenzial zur Verfügung stellt (siehe Kapitel B.2). Die Umladeprozedur ist in [70] im Detail beschrieben und geschieht durch Einschalten des Dipolfallenpotenzial und anschließendes 'Öffnen' des Magnetfallenpotenzials durch Erhöhen des Offsetfeldes (vgl. 3.3.1). Hierdurch überlagern sich die beiden Potenziale und ein Transfer in das Dipolfallenpotenzial findet statt. Daraufhin kann die Magnetfalle ausgeschaltet werden. Das Aufheizen durch den Umladeprozesses wird durch Nachkühlen in der Dipolfalle durch parametrische Anregung [93, 70] kompensiert. Typischerweise werden 40% der Atome in die Dipolfalle transferiert, sodass Spinorkondensate von mehreren 10^5 Atomen untersucht werden können. Die Manipulation der Spinorkondensate sowie die Bereitstellung der Magnetfelder ist in den folgenden Abschnitten diskutiert.

3.2 Ablauf des Experiments zur Spindynamik

Der Ablauf eines typischen Experimentes zur Spindynamik ist auf Abb. 3.2 skizziert. Aus-

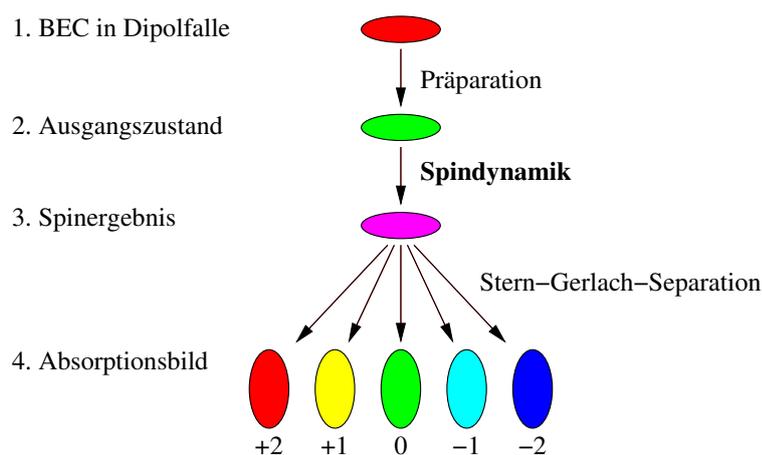


Abbildung 3.2: Ablauf eines Experimentes zur Spindynamik. Erklärung der einzelnen Schritte siehe Text.

gehend von einem Kondensat in der Dipolfalle (1), das dort wegen der vorausgehenden magnetischen Speicherung im 'low-field seeker' $|2, +2\rangle$ bzw. $|1, -1\rangle$ vorliegt, wird der zu untersuchende Anfangszustand präpariert. Die Präparation ist in Kap. 3.4 beschrieben. Das während der Präparation anliegende Magnetfeld von 10...25 G verhindert Spindynamik (vgl. Kap. 2.3.1). Wenn der gewünschte Ausgangszustand (2) präpariert ist, wird das Magnetfeld auf einen niedrigen Wert (z.B. 0.34 G) abgesenkt und Spindynamik kann stattfinden. Nach einer bestimmten Haltezeit wird die Dipolfalle ausgeschaltet. Das Ensemble expandiert aufgrund der 'mean-field'-Energie und verliert schnell an Dichte, was die Spindynamik innerhalb weniger Millisekunden beendet. Das Ergebnis der Spindynamik (3) wird dadurch quasi 'eingefroren'. Nach dem Abbau der 'mean-field'-Energie wird ein Stern-Gerlach-Gradient angelegt, um die einzelnen Spinzustände vor der Absorptionsabbildung (4) räumlich zu trennen.

3.3 Magnetfelder im Experimentablauf

Magnetfelder verschiedener Konfigurationen und Stärken spielen eine wichtige Rolle bei Experimenten mit Spinorkondensaten. Das realisierte Experiment speichert die Atome magnetisch während der Verdampfungskühlung und erzeugt somit ein Spin-polarisiertes Kondensat im Zustand $|2, +2\rangle$ bzw. $|1, -1\rangle$. Anschließend müssen die anliegenden Magnetfelder sorgfältig kontrolliert werden. Die Magnetfeldkonfiguration darf zu keiner Zeit und an keiner Position innerhalb des atomaren Ensembles einen Nulldurchgang aufweisen, da ansonsten die Spinausrichtungen verloren gehen und damit das Ergebnis willkürlich wird. Aufgrund magnetischer Wechselstörfelder muss sogar immer ein gewisses Offsetfeld, das groß gegenüber den Wechselfeldern ist, angelegt werden. Im Experiment wurde ohne Magnetfeldabschirmung die Spinausrichtung für Offsetfelder > 150 mG gehalten. Die Details der elektronischen Ansteuerung sind im Anhang B.1.4 zusammengefasst.

Die einzelnen Spulen und deren Anordnung um die Vakuummzelle ist auf Abb. 3.3 skizziert. Die Daten der einzelnen Spulen sollen nachfolgend diskutiert werden.

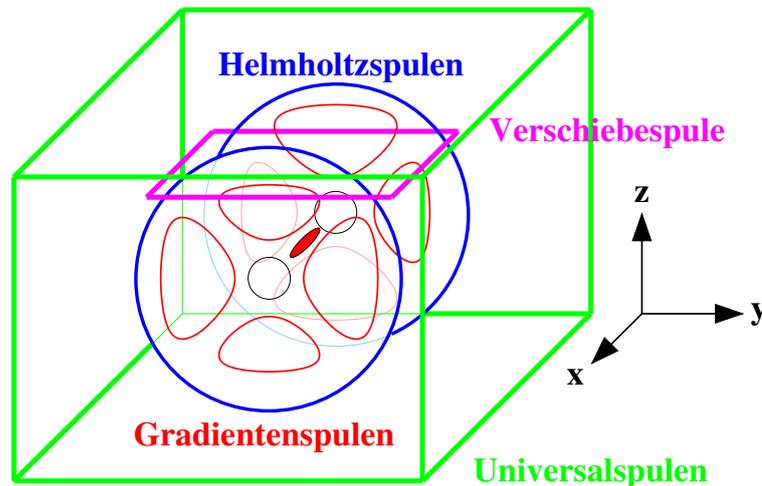


Abbildung 3.3: Spulenanordnung um die Vakuummzelle. Die Magnetfallenspulen bestehen aus Helmoltz- und Gradientenspulen. Für die benötigten Feldkonfigurationen sind zusätzlich eine Verschiebespule sowie Universalspulen angebracht (siehe Text).

Helmholtzspulen Die Helmholtzspulen bestehen aus 2×24 Wicklungen mit $d = 144$ mm und Abstand zu den Atomen von ≈ 41 mm. Sie sind durch massive Wasserkühlung für hohe Ströme (bis 112 A dauergetestet) geeignet. Diese Spulen werden in drei Konfigurationen betrieben. Während der MOT-Phase als Antihelmholtz-Spulenpaar zum Erzeugen des Gradienten von 15 G/cm @ 30 A . Während der Magnetfallenphase werden in Helmholtz-Konfiguration Offsetfelder von 250 G erzeugt. Auch für Offsetfelder von einigen Gauß während der Spinpräparation (Kap. 3.4.1) oder das Offsetfeld bei der Feshbachresonanz (Kap. 7) kommen sie zum Einsatz. Das Magnetfeld beträgt hierbei etwa 2.77 G/A . Für den Stern-Gerlach-Gradienten wird nur ein Spulenteil verwendet, hierdurch werden Gradienten von 22.6 G/(Am) bei einem Offsetfeld von 1.4 G/A erzeugt. Der typische Strom während der Stern-Gerlach-Separation beträgt 100 A für $7.5\text{--}10 \text{ ms}$.

Gradientenspulen Diese Spulen bestehen aus acht Wickelkörpern in einer 'Doppel-Kleeblatt'-Konfiguration und erzeugen in Kombination mit den Helmholtzspulen die Potenziale zur magnetischen Speicherung. Wie die Helmholtzspulen sind auch diese wassergekühlt und damit für den Betrieb mit hohen Strömen geeignet. Details sind im Abschnitt 3.3.1 dargestellt.

Verschiebespule Die Verschiebespule besteht aus 40 Windungen der Abmessung $x \times y \approx 115 \text{ mm} \times 170 \text{ mm}$ und befindet sich im Abstand von $\Delta z \approx 25 \text{ mm}$ oberhalb der Atome. Während der MOT-Phase wird ein Strom angelegt, der proportional zum Strom durch die Antihelmholtz-Spulen geregelt wird und dadurch den Nullpunkt des Quadrupolfeldes in z -Richtung verschiebt. Diese Prozedur ist notwendig, da während des Umladens in die Magnetfalle durch Gravitation der Nullpunkt des Fallenpotenzials für die Atome um etwa 2 mm verschoben wird [70].

Universalspulen Diese Spulen sind auf die Kanten eines Quaders mit den Abmessungen $x \times y \times z = 28 \text{ cm} \times 28 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$ gewickelt. Für jede Raumrichtung sind auf jeder Seite je drei Wicklungen bestehend aus 10 Windungen vorhanden, insgesamt also $3 \times (3 \times 2)$ Wicklungen à 10 Windungen. Diese Einzelspulen werden nun in verschiedenen Konfigurationen geschaltet. Zur Kompensation von Offsetmagnetfeldern durch Erdmagnetfeld und insbesondere die in der Umgebung befindlichen Streufelder von Ionen-Getter-Pumpen werden die Wicklungen in Helmholtz-Konfiguration betrieben. Die benötigten Ströme betragen 0..3 A. Über eine Helmholtz-Konfiguration aus 2×10 Wicklungen in x -Richtung werden kleine Offsetfelder erzeugt (1.4 G @ 4 A zum Umpumpen, 0.34 G @ 1 A während der Spindynamik). Ein weiteres Spulenpaar in Antihelmholtz-Konfiguration kompensiert Magnetfeldgradienten in x -Richtung, bzw. dient zum kontrollierten Anlegen bestimmter Gradienten [70].

Evaporationsspule Die Evaporationsspule besteht aus einem versilberten Kupferdraht ($d = 2 \text{ mm}$) mit den Abmessungen $28 \text{ mm} \times 78 \text{ mm}$ und hat einen Abstand (Mitte der Spule zu den Atomen) von $\approx 17 \text{ mm}$ zu den Atomen. Der elektrische Anschluss erfolgt über einen 50Ω -Widerstand an einen Hochfrequenzversärker mit 10 Watt maximaler Ausgangsleistung. Die verwendeten Leistungen sind typischerweise 500 mW während der Evaporation und 100 mW während des Landau-Zener-Sweeps. Die Magnetfeldstärke am Ort der Atome bei einer Rf-Leistung P beträgt berechnet $B_{eff} = 20 \text{ mG} / \sqrt{W} \times \sqrt{P}$.

3.3.1 Magnetfalle

Die Magnetfalle wurde von M. Kottke im Rahmen seiner Dissertation konzipiert und aufgebaut [94]. Sie besteht aus einem Helmholtzspulenpaar (HC) und zwei 'Kleeblättern' aus jeweils vier Spulen, den Gradientenspulen (GC). Die Konfiguration mit Angabe der Wicklungszahlen ist in Abb. 3.4 dargestellt. Die Falle wird bei einem Strom von 112 A betrieben und aufgrund der hohen Verlustleistung von 2.5 kW ist sie wassergekühlt. Im Vergleich zu der ursprünglichen Kleeblattfalle [29] (auf Abb. 3.4 zum Vergleich gezeigt), wird hier die axiale Krümmung nicht durch die Subtraktion zweier dem Gradientenfeld überlagerter Felder erzeugt, sondern entsteht durch die asymmetrische Ausführung der Kleeblattspulen. Im Vergleich zu der 'Vier-Dee'-Falle [95] erzeugt hier die doppelte Anzahl

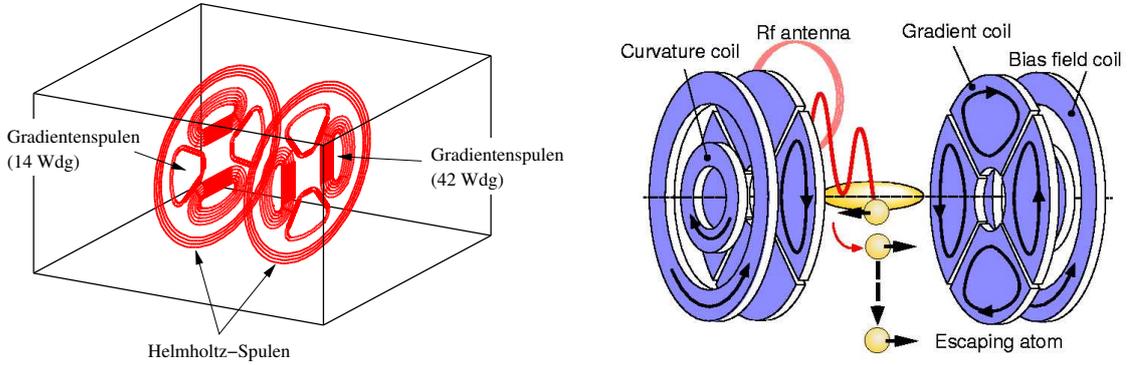


Abbildung 3.4: Links: Anordnung der Spulen bei der verwendeten Magnetfalle. Die Gradientenspulen bestehen aus 2×4 Wickelkörpern in der skizzierten Geometrie. Die Windungszahlen sind der acht Wickelkörper betragen insgesamt 4×42 und 4×14 . Der Durchmesser der Helmholtzspulen beträgt 144 mm. Rechts zum Vergleich die Kleeblattfalle aus [76].

an Kleeblattspulen ein stärkeres Aspektverhältnis. Zur Realisierung des Offsetfeldes sind den Gradientenspulen vier Windungen in Helmholtz-Geometrie in Serie geschaltet und zur Feinabstimmung zusätzlich drei verschiebbare Windungen.

Das erzeugte Magnetfeld entspricht dem der Ioffe-Pritchard-Falle [20] und lautet [96]

$$\vec{B}(\vec{x}) = B_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + B' \begin{pmatrix} x \\ -y \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{B''}{2} \begin{pmatrix} -xz \\ -yz \\ z^2 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Es sei darauf hingewiesen, dass das Koordinatensystem von dem ansonsten im Experiment verwendeten abweicht. Die axiale (hier z -) Krümmung des Betrages des Magnetfeldes beträgt B'' . Die radiale Krümmung B''_ρ erhält man als

$$B''_\rho = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 |\vec{B}|}{\partial \rho^2} \Big|_{x=y=z=0} = \frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2}. \quad (3.2)$$

Als Resultat erhält man über das Potenzial der Atome in der Magnetfalle

$$U_{pot} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -m_F g_F \mu_B |\vec{B}| \quad (3.3)$$

und über Vergleich mit einem harmonischen Potenzial

$$\omega_{ax} = \sqrt{\frac{B'' m_F g_F \mu_B}{m}} \quad (3.4)$$

$$\omega_\rho = \sqrt{\frac{B''_\rho m_F g_F \mu_B}{m}} = \sqrt{\frac{m_F g_F \mu_B}{m} \left(\frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2} \right)}. \quad (3.5)$$

Während die axiale Fallenfrequenz durch den Strom in den Gradientenspulen bestimmt wird, kann durch die Helmholtzspulen das Offsetfeld B_0 unabhängig von B' und B'' und

damit die radiale Fallenfrequenz eingestellt werden. Zum Transfer der runden kalten Atomwolke aus der magneto-optischen Falle wird durch ein hohes Offsetfeld B_0 das Magnetfallenpotenzial angepasst. Anschließend wird der Strom in den Helmholtz-Spulen langsam (innerhalb 2 s) herunterge'rampt' und dadurch das atomare Ensemble in die 'zigarrenförmige' Potenzialform überführt. Da die Helmholtzspulen nur zum Umladeprozess verwendet werden, kann auf die sonst angeratene Serienschaltung aller Spulen [76] verzichtet werden¹.

Das Magnetfeld wurde im Rahmen dieser Arbeit mit Hilfe dreier computergesteuerter Verschiebetische und einer selbstgebauten miniaturisierten dreidimensionalen Hallsonde im Detail vermessen. Eine dreidimensionale Darstellung des Feldes der Gradientenspulen zeigt Abb. 3.5. Zur Bestimmung der Fallenfrequenzen wurde die Falle bei $I = 100$ A betrie-

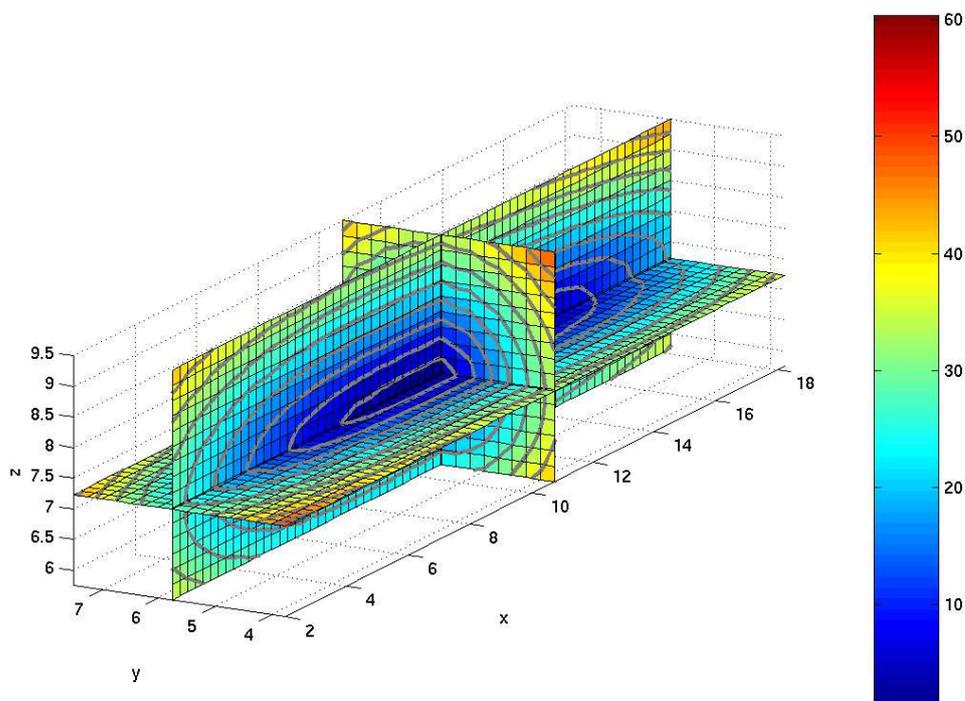
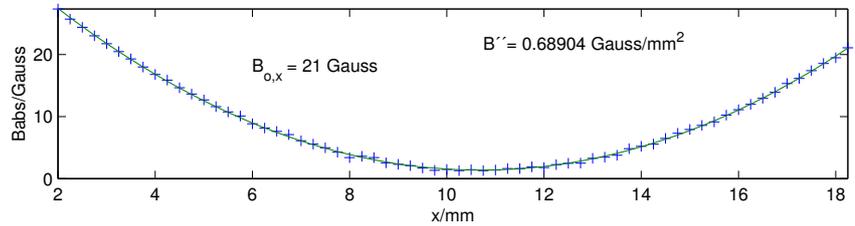


Abbildung 3.5: Magnetfeld der Magnetfalle. Dargestellt ist der Betrag des Magnetfeldes über den drei Raumachsen.

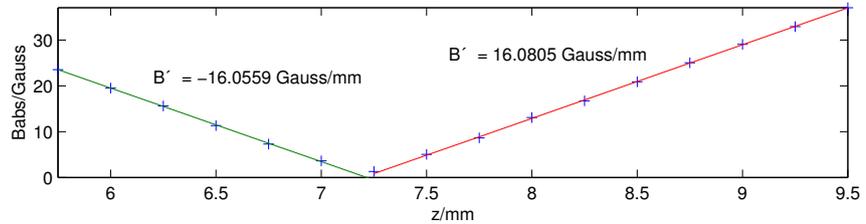
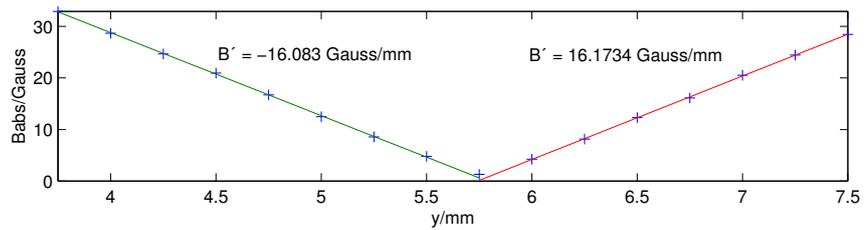
ben und sowohl das Gradientenspulenfeld einzeln als auch das Magnetfeld von Gradienten in Kombination mit den Helmholtzspulen vermessen. Der Betrag des Magnetfeldes wurde entlang der drei Koordinatenachsen gefittet. Die entsprechenden Kurven zeigt Abbildung 3.6. Die Daten der komprimierten Magnetfalle ($B_0 = 0$) zeigt die linke Spalte. Hieraus können die Werte $B'' = 0.69$ G/mm² und $B' = 16.1$ G/mm bestimmt werden. Der radia-

¹In der Serienschaltung werden zusätzlich zwei MOSFET-Bänke (vgl. Kap. B.1.4) zur Ansteuerung der Helmholtz-Spulen benötigt. Die hohe Verlustleistung und nichtlineare Kennlinie der MOSFETs erfordern technische Kniffe.

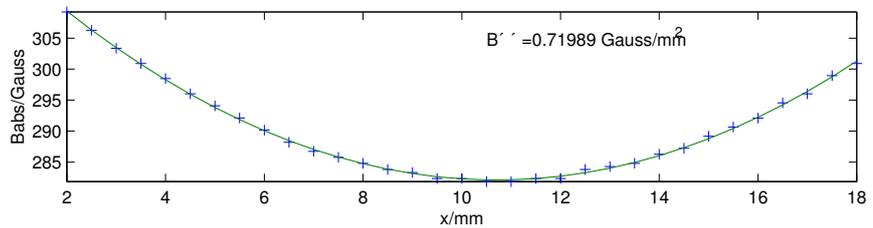
**Magnetfeld der
Gradientenspulen**



Konfiguration bei
der Evaporation



**Magnetfeld der
Gradienten- und
Helmholtzspulen**



Konfiguration beim
Laden der Atome in
die Magnetfalle

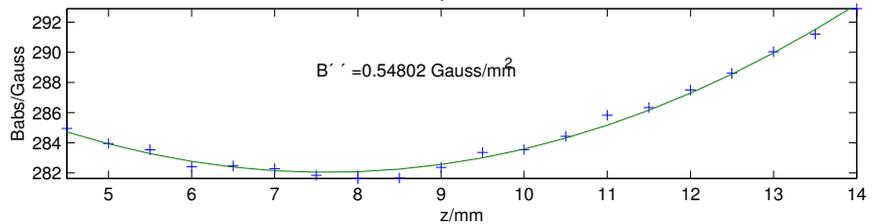
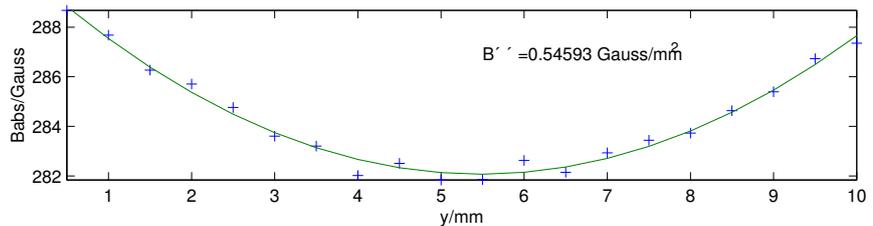


Abbildung 3.6: Messung des Magnetfeldes der Magnetfalle entlang der Koordinatenachsen durch den Mittelpunkt. Dargestellt ist der absolute Betrag des Magnetfeldes.

le Einschluss für heißere, d.h. größere Samples ist hier mehr ein lineares Potenzial. Für die Fallenfrequenzen ergibt sich aus (3.4) für ^{87}Rb $\omega_{ax} = 2\pi \times 10.8 \text{ Hz}$. In der Nähe des Minimums ist die radiale Fallenfrequenz für ein Restoffsetmagnetfeld $B_0 = 0.5 \text{ G}$ gemäß (3.5) $\omega_\rho = 2\pi \times 294 \text{ Hz}$. In der rechten Spalte sind die Messungen mit einem zusätzlichen Helmholtz-Magnetfeld von $282 \text{ G} @ 100 \text{ A}$ dargestellt². Die radiale Fallenfrequenz durch den harmonischen Fit ergibt sich zu $B''_{\rho,exp} = 0.55 \text{ G/mm}^2$. Theoretisch erhält man für das Offsetfeld $B_0 = 282 \text{ G}$ mit (3.5) $B''_{\rho,th} = 0.57 \text{ G/mm}^2$ und damit eine gute Übereinstimmung zur gemessenen Krümmung. Die Daten der Magnetfalle sind abschließend in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Das Schaltverhalten wird in Anhang B.1.4 diskutiert.

Betriebsstrom	112 A
Verlustleistung	2.5 kW
axiale Krümmung @ 112 A	$B'' = 77 \text{ G/cm}^2$
radialer Gradient @ 112 A	$B' = 161 \text{ G/cm}$
axiale Fallenfrequenz	$\omega_{ax} = 2\pi \times 11.4 \text{ Hz}$
radiale Fallenfrequenz @ 112 A ($B_0 < 30 \text{ G}$)	$\omega_\rho = 2\pi \times 234/\sqrt{B_0} \text{ Hz}\sqrt{\text{G}}$
radiale Fallenfrequenz @ 112 A, $B_0 = 0.5 \text{ G}$	$\omega_\rho = 2\pi \times 331 \text{ Hz}$
Induktivität Gradientenspulen	280 μH
Abschaltzeit @ 800 V	40 μs

Tabelle 3.1: Eigenschaften der verwendeten Magnetfalle.

3.4 Präparation von Spinzuständen

Da die Verdampfungskühlung in unserem Experiment in der Magnetfalle stattfindet, erhalten wir zunächst ein Bose-Einstein-Kondensat im 'low-field seeking'-Zustand $|2, +2\rangle$, das anschließend in die Dipolfalle umgeladen wird (bzw. in diese hineinkondensiert). Für weitere Experimente zur Spindynamik ist es erforderlich, hieraus beliebige Spinzustände zu erzeugen. Dabei sind sowohl reine Zustände wie z.B. $|2, 0\rangle$, als auch Mischungen aus z.B. $|2, +1\rangle$ und $|2, -1\rangle$ von Interesse.

Im Folgenden wird hierzu die Technik der adiabatischen Passage vorgestellt, bei der die Zeeman-aufgespaltenen m_F -Niveaus mit einer Radiofrequenz gekoppelt werden. Anschließend wird der Populationstransfer zwischen den F -Mannigfaltigkeiten mittels eines Zwei-Photonen-Ramanübergangs beschrieben, der in Kombination mit der ersten Möglichkeit auch die Präparation von Mischungen bestehend aus den F -Zuständen erlaubt, wie z.B. die Mischung aus $|2, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$.

3.4.1 Adiabatische Passage durch Rf-Übergänge

Die Manipulation von atomaren Zuständen an Spinorkondensaten mittels adiabatischer Passage wurde erstmals in der Gruppe von W. Ketterle [97] demonstriert. Ein ausführlicher Übersichtsartikel zu adiabatischer Passage generell findet sich in [98]. Während der Präpa-

²Der in Kap. 7.4.3 bestimmte Umrechnungsfaktor führt zu einem Magnetfeld von $277 \text{ G} @ 100 \text{ A}$. Diese Abweichung von 2% ist durch den Kalibrierungsfehler der Hallsonden erklärbar, der jedoch weit unter dem im Datenblatt spezifizierten Fehler von 20% liegt.

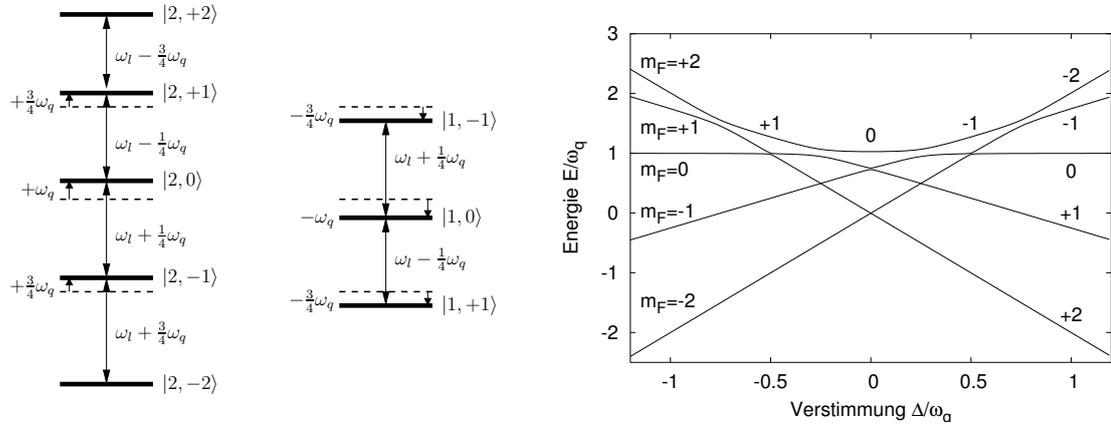


Abbildung 3.7: Kopplung der Zeeman- m_F -Zustände über ein Radiofrequenzfeld. Zusätzlich zum linearen Zeemaneffekt ω_l führt der quadratische Zeemaneffekt ω_q zur Aufspaltung der Übergangsfrequenzen, wodurch die einzelnen Übergänge selektiv angesprochen werden können. Die linken Abbildungen zeigen die Energien der atomaren Zustände für $F=2$ und $F=1$. Rechts sind die Energien der 'bekleideten Zustände' (dressed states) des Systems $F=2$, bestehend aus Atom und Laserfeld, dargestellt.

ration wird ein Magnetfeld angelegt, das zu linearer und quadratischer Zeemanaufspaltung der m_F -Unterszustände führt, wie in Abbildung 3.7 links dargestellt. Diese Zustände werden durch ein Radiofrequenzfeld, dessen B -Vektor senkrecht zum statischen Magnetfeld steht, gekoppelt. Der Hamiltonoperator des Systems kann als $H = H_Z + H_{Rf}$ dargestellt werden, wobei

$$H_Z = \hbar \mathbf{Diag}(2\omega_l, \omega_l, 0, -\omega_l, -2\omega_l) + \hbar \mathbf{Diag}(0, \frac{3}{4}\omega_q, \omega_q, \frac{3}{4}\omega_q, 0) \quad (3.6)$$

die Zeemanenergien mit linearem (ω_l) und quadratischem Anteil (ω_q) repräsentieren und

$$H_{int} = -\mu_B g_F B_x(t) f^x = -\frac{\mu_B g_F \hat{B}_x}{2} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & \sqrt{6} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{6} & 0 & \sqrt{6} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{6} & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cos(\omega_R t) \quad (3.7)$$

die Radiofrequenz-Atom-Wechselwirkung beschreibt. Der B -Vektor wurde hier als x -Vektor und damit senkrecht zur Quantisierungsachse gewählt; f^x ist der entsprechende x -Drehimpulsoperator. Dabei ist \hat{B}_x der Scheitelwert des Radiofrequenzfeldes mit Frequenz ω_R . Sinnvollerweise wählt man ein rotierendes System gemäß $|2, m_F\rangle \rightarrow |2, m_F\rangle e^{im_F \omega_l t}$ und definiert mit $\Delta = \omega_R - \omega_l$ die Verstimmung des Radiofrequenzfeldes gegenüber der linearen Zeemanaufspaltung. Durch Definition der Rabi-Frequenz über $\hat{\Omega} = \mu_B g_F \hat{B}_x$ erhält man

nach Anwendung der 'rotating-wave approximation' folgenden Hamiltonian:

$$H = \frac{\hbar\hat{\Omega}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{6}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{6}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \hbar \begin{pmatrix} 2\Delta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta + \frac{3}{4}\omega_q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Delta + \frac{3}{4}\omega_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2\Delta \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Die entsprechenden Eigenzustände von H in Abhängigkeit der Verstimmung Δ sind in Abbildung 3.7 rechts dargestellt. Es sind vier verbotene Kreuzungen eingezeichnet³. Außerhalb dieser Kreuzungen bestehen die Eigenzustände überwiegend aus nur einem m_F -Zustand, wie die Beschriftungen andeuten. So besteht der energetisch höchste Zustand für $\Delta = -1.2\omega_q$ aus $|2, +2\rangle$. Folgt man dem Eigenzustand über die erste verbotene Kreuzung bei $\Delta = -0.75\omega_q$ hinweg, landet man bei $|2, +1\rangle$, usw. Die Präparation des $|2, -1\rangle$ -Zustandes ausgehend von $|2, +2\rangle$ ist in Abbildung 3.8 links dargestellt. Hier wird die Ver-

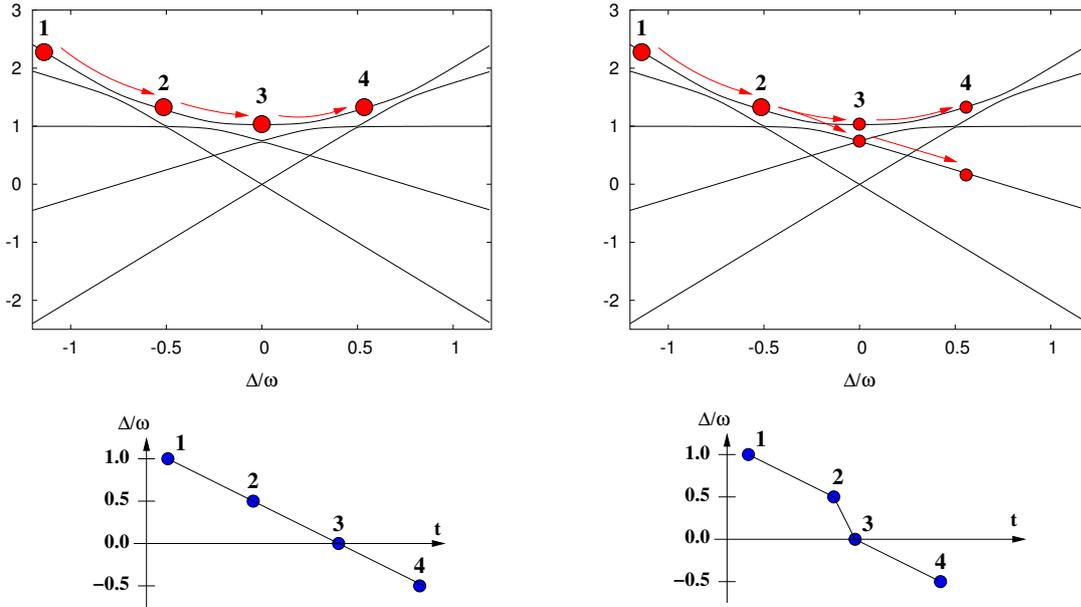


Abbildung 3.8: Links: Populationstransfer durch adiabatische Passage. Die einzelnen Zeitpunkte sind sowohl im 'level'-diagramm als auch in der 'sweep'-Kurve eingezeichnet. Rechts eine adiabatische Passage kombiniert mit einem Landau-Zener-Übergang (schneller 'sweep') zwischen 2 und 3 führt zum Endzustand $|2, +1\rangle + |2, -1\rangle$.

stimmung des Radiofrequenzfeldes ausgehend von $\Delta = -\omega_q$ mit der Zeit t langsam bis zum Endwert $+0.5\omega_q$ ge'sweept'. Die Population folgt dann adiabatisch dem eingezeichneten Weg.

³Auch bei den anderen Kreuzungen handelt sich um verbotene Kreuzungen, die jedoch Mehr-Photonen-Kopplungen entsprechen. Aufgrund der resultierenden geringen Aufspaltungen können sie für die verwendeten experimentellen Parameter in sehr guter Näherung als Kreuzungen betrachtet werden.

Man kann jetzt durch Variation der 'sweep'-Geschwindigkeit diesen Vorgang mehr oder weniger adiabatisch gestalten und bei den verbotenen Kreuzungen einen Anteil der Population dennoch kreuzen lassen. Das ist in Abbildung 3.8 rechts illustriert. Zwischen Zeitpunkt **2** und **3** ist die 'sweep'-Geschwindigkeit so schnell, dass die eine Hälfte der Population dem Eigenzustand folgt, während die andere Hälfte durch einen nicht-adiabatischen Übergang über die verbotene Kreuzung hinweg transferiert wird. Diese Übergangswahrscheinlichkeit P für ein Zweiniveau-System mit dem Wechselwirkungshamiltonian

$$H = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega \\ \Omega & 0 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

wird durch die Landau-Zener-Formel [98] beschrieben

$$P = 1 - \exp \left[-\frac{\pi\Omega^2}{2|\dot{\Delta}|} \right], \quad (3.10)$$

die exakt nur für sich linear ändernde Verstimmung Δ (von $-\infty.. +\infty$) und konstante Rabi-Frequenz Ω gilt, aber näherungsweise auch die hier vorliegende Situation beschreibt.

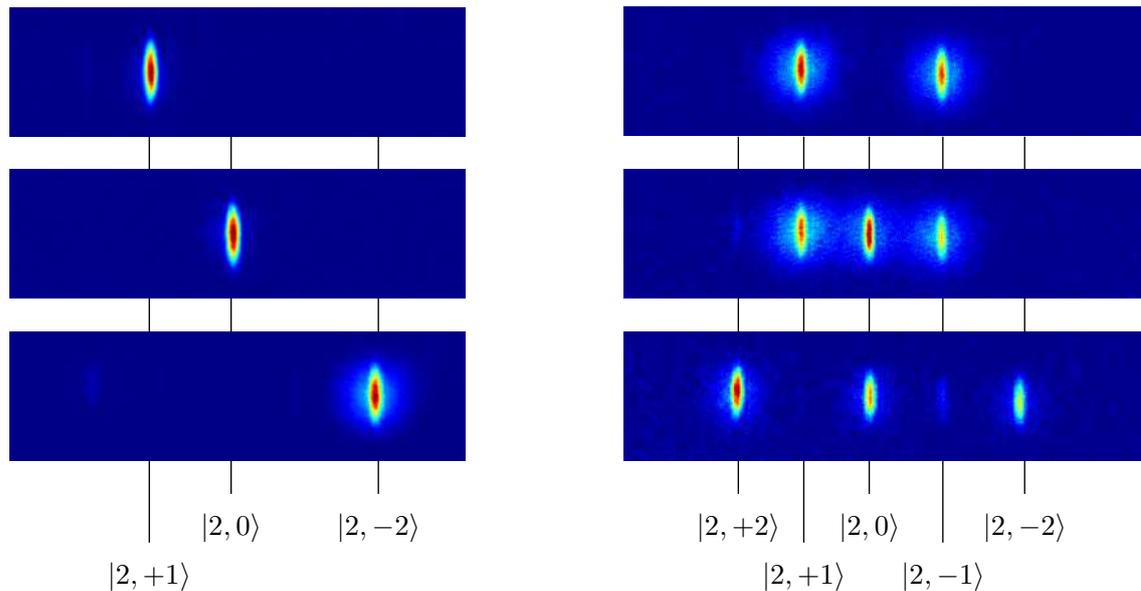


Abbildung 3.9: Absorptionenaufnahmen nach Stern-Gerlach-Separation (vgl. Kap. 4.2). Es können sowohl reine m_F -Zustände (links), als auch Mischungen (rechts) präpariert werden.

In Abbildung 3.9 sind die Stern-Gerlach-Bilder für Beispiele an möglichen Präparationen gezeigt.

Die experimentelle Charakterisierung des Landau-Zener-Parameters ist in Abbildung 3.10 für die Übergänge $|2, +2\rangle \rightarrow |2, +1\rangle$ und $|2, +1\rangle \rightarrow |2, 0\rangle$ dargestellt. Hier wurde ein Offsetfeld von $B_0 = 26.2 \text{ G}$ ($\omega_l = 2\pi \times 18.3 \text{ MHz}$) und eine Rf-Leistung von 100 mW verwendet. Man sieht, dass die Landau-Zener-Parameter für thermische Wolke und Kondensat identisch sind. An den Mittelwert der experimentellen Punkte wurde Gl. (3.10) über den

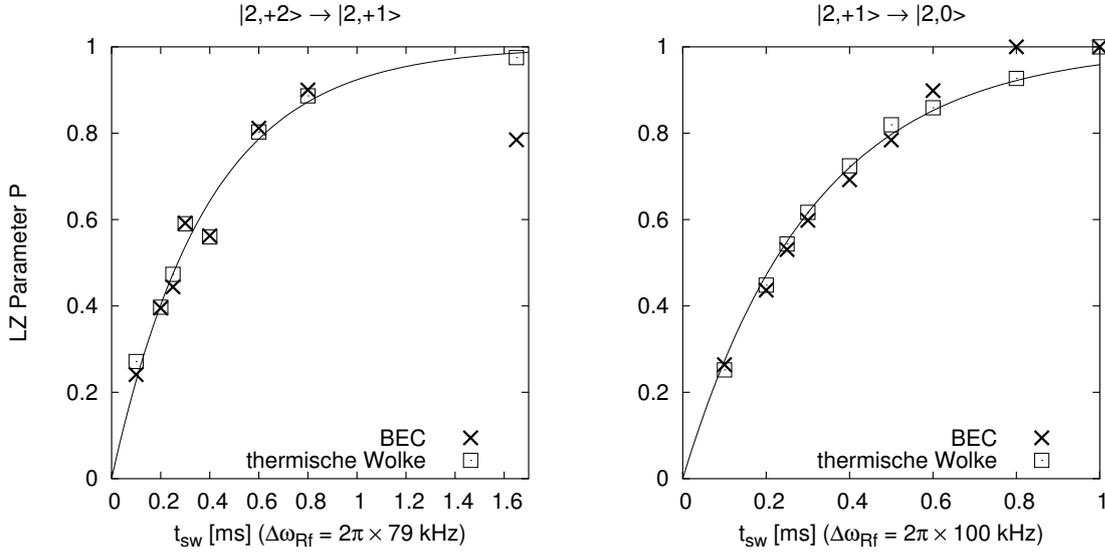


Abbildung 3.10: Landau-Zener-Parameter für die Übergänge von $|2, +2\rangle \rightarrow |2, +1\rangle$ (links) beziehungsweise $|2, +1\rangle \rightarrow |2, 0\rangle$ (rechts). Aufgetragen ist der transferierte Populationsanteil in Abhängigkeit der 'sweep'-Zeit. Die Punkte repräsentieren experimentelle Daten, getrennt für Kondensat und thermische Wolke, die Linien einen Fit des Landau-Zener-Parameters an die Daten.

Parameter Ω gefittet. Man erhält $\Omega = 2\pi \times 4.53 \text{ kHz}$ für den Übergang $|2, +2\rangle \rightarrow |2, +1\rangle$ und $\Omega = 2\pi \times 5.68 \text{ kHz}$ für $|2, +1\rangle \rightarrow |2, 0\rangle$. Das Magnetfeld der Radiofrequenz beträgt abgeschätzt $\hat{B}_x = 9 \text{ mG}$ (vgl. Kap. 3.3). Damit erhält man durch Vergleich von (3.9) mit (3.8) $\Omega_{Rf} = 2\pi \times 6.3 \text{ kHz}$ für $|2, +2\rangle \rightarrow |2, +1\rangle$ und $\Omega_{Rf} = 2\pi \times 7.7 \text{ kHz}$ für $|2, +1\rangle \rightarrow |2, 0\rangle$. Im Rahmen der Genauigkeit, mit der das Magnetfeld der Radiofrequenz bekannt ist, zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit der Theorie. Eine Vermessung der Übergänge in der $F=2$ -Mannigfaltigkeit wurde auch zur Kalibrierung des Magnetfeldes verwendet und wird in Kap. 7.4.3 diskutiert.

3.4.2 Ramanübergänge

Will man Population zwischen den F -Zuständen transferieren, so kann man einen Zwei-Photonen-Ramanübergang nutzen, wie in Abbildung 3.11 dargestellt. Hierzu werden die Niveaus mit zwei Laserfeldern in einem Λ -Schema über ein angeregtes Niveau gekoppelt. Um spontane Prozesse zu unterdrücken, sind die Laserfelder zum angeregten Niveau verstimmt (Δ_e). Für den Populationstransfer könnte auch Mikrowellenstrahlung in Kombination mit einem Radiofrequenzfeld wie z.B. am JILA [99] verwendet werden, die abgesehen von technologischen Kniffen bei den Mikrowellenbauteilen wesentlich einfacher als ein Ramanlaser zu realisieren wäre. Da in zukünftigen Experimenten jedoch auch lokale Spinpräparationen erfolgen sollen (z.B. für Spinorsolitonen), haben wir uns für die universellere Ramanlaserlösung entschieden, die im Folgenden anhand einer Beispielpräparation charakterisiert werden soll.

Das Λ -System wird durch einen Hamiltonian im Wechselwirkungsbild und 'rotating-

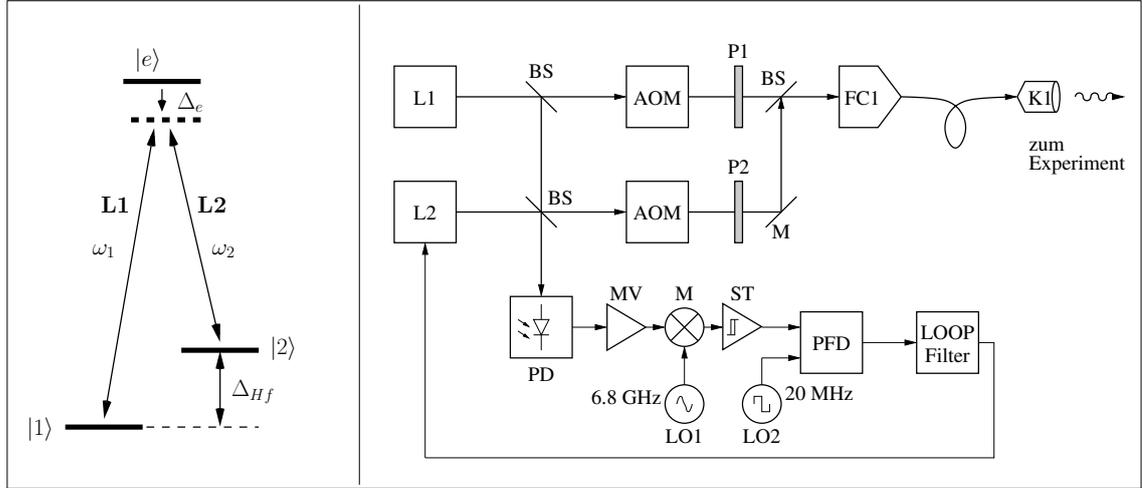


Abbildung 3.11: Links: Prinzip der Ramankopplung. Zwei Laserfelder koppeln die Zustände $|1\rangle$ und $|2\rangle$ über ein angeregtes Niveau $|e\rangle$. Die Verstimmung der Laserfelder zu Übergängen zum angeregten Niveau ist relativ groß, um spontane Prozesse zu unterdrücken, während die Differenzfrequenz der Laser auf Zwei-Photonen-Resonanz ($\omega_{L1} - \omega_{L2} = \Delta_{Hf}$) ist. Rechts: schematischer Aufbau des Ramanlasersystems. Durch Überlagerung zweier Laser wird ein Schwebungssignal erzeugt, das über eine optische Nachlaufsynchronisation ('OPLL') das Regelsignal für Laser L2 erzeugt. Damit wird die Differenzfrequenz der beiden Laser auf wenige Hz genau stabilisiert.

'wave approximation' auf der Zwei-Photonen-Resonanz ($\omega_1 - \omega_2 = \omega_{Hf}$) beschrieben:

$$H = \hbar\Delta_e|e\rangle\langle e| + \frac{\hbar\Omega_1}{2} (|1\rangle\langle e| + |e\rangle\langle 1|) + \frac{\hbar\Omega_2}{2} (|2\rangle\langle e| + |e\rangle\langle 2|) \quad . \quad (3.11)$$

Die effektive Zwei-Photonen-Rabirrate für den Ramanübergang Ω_R ergibt sich durch adiabatische Eliminierung des angeregten Niveaus $|e\rangle$ zu [100]

$$\Omega_R = \frac{\Omega_1\Omega_2}{2\Delta_e} \quad . \quad (3.12)$$

Die spontane Streuung entsteht durch Populationstransfer zu angeregten Niveaus und lautet gemäß (A.38)

$$\Gamma_{sc} = \frac{\gamma_e}{4\Delta_e^2} \left(\frac{\Omega_1'^2 \varrho_{11} + \Omega_2'^2 \varrho_{22}}{\varrho_{11} + \varrho_{22}} \right) \quad , \quad (3.13)$$

wobei ϱ_{11} und ϱ_{22} die Populationen der Grundzustände angeben. Die modifizierten Rabiraten Ω_1' , Ω_2' tragen zusätzlichen angeregten Niveaus Rechnung, die nicht am Λ -System beteiligt sind, aber zur Dekohärenz beitragen. Da die Rabirrate proportional mit $1/\Delta_e$, die Streurrate jedoch mit $1/\Delta_e^2$ geht, gewinnt man durch größere Verstimmungen, benötigt dann jedoch entsprechend mehr Laserleistung.

Der Aufbau des Ramanlasers, der für praktische Anwendungen Zwei-Photonen-Linienebreiten von wenigen Hz erreichen muss, ist auf Abbildung 3.11 rechts skizziert. Der Aufbau beruht auf einer optischen Nachlaufsynchronisation [101, 102]. Die Strahlen der

beiden Laser (L1) und (L2) werden auf einer Photodiode (PD) überlagert. Das entstehende Schwebungssignal wird durch Mischung (M) mit der Mikrowellenfrequenz des Mikrowellen-Lokaloszillators (LO1) auf eine Zwischenfrequenz von 20 MHz gemischt. Das resultierende Signal wird von einem digitalen Frequenz-Phasen-Detektor mit dem Referenzsignal des zweiten Lokaloszillators (LO2) verglichen. Das Regelsignal wird über ein 'loop'-Filter, das die Frequenz-Phasen-Antworteigenschaften der Regelschleife kompensiert, auf Laser 2 (L2) zurückgegeben. Laser (L1) wird entweder freilaufend oder stabilisiert betrieben (typische Linienbreite 0.2...1 MHz). Die Nachlaufsynchronisation sorgt nun dafür, dass Laser (L2) den Schwankungen von Laser (L1) im eingestellten Frequenzabstand bis auf wenige Hz genau folgt. Man kann diesen Vorgang auch als eine Übertragung des Rauschens von Laser (L1) auf Laser (L2) interpretieren. Für die Ramankopplung ist nur noch die relative oder Zwei-Photonen-Linienbreite von Relevanz.

Bei der experimentellen Realisierung wurden die Zustände $|2, 0\rangle$ und $|1, 0\rangle$ gekoppelt (Abb. 3.12 links). Während des Ramanpulses betrug das anliegende Magnetfeld 0.34 G

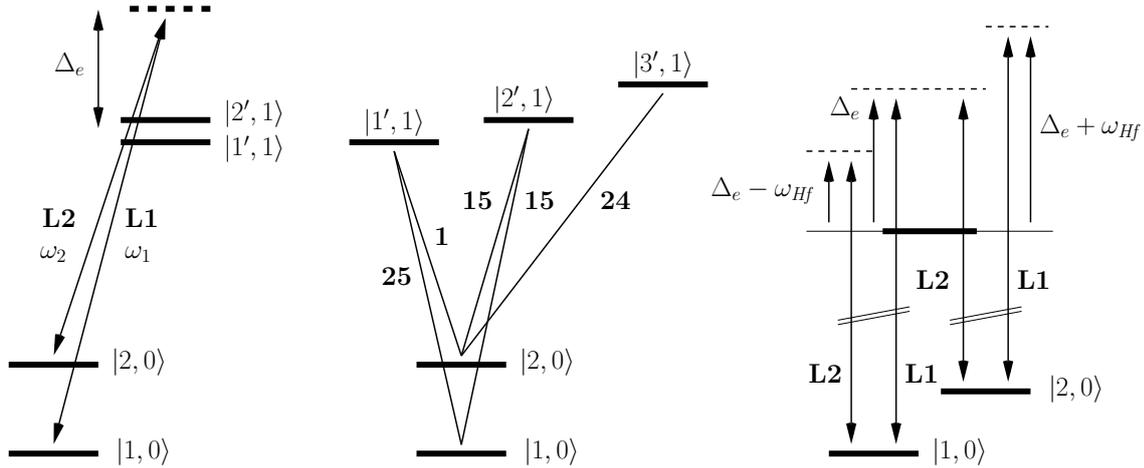


Abbildung 3.12: Kopplungen für den Ramanübergang. Links ist das benutzte Λ -System, in der Mitte zusätzlich beteiligte Übergänge, und rechts sind die Kopplungen der Laser skizziert.

und die resultierende quadratische Zeemanverschiebung von $2 \times 2\pi \times 33$ Hz zwischen den involvierten Zuständen ist vernachlässigbar gering. Es wurde eine Verstimmung von $\Delta_e = 2\pi \times 16$ GHz und rechtszirkulare Polarisationen für (L1) und (L2) gewählt. Die verwendeten Laserleistungen von $P_1 = 3$ mW und $P_2 = 2$ mW bei einem $1/e^2$ -Strahldurchmesser von $2w_0 = 2.8$ mm und den Clebsch-Gordan-Koeffizienten von $1/4$ (Abb. 3.12 Mitte) bedingen die Rabi-Frequenzen $\Omega_1 = 2\pi \times 16.6$ MHz und $\Omega_2 = 2\pi \times 13.5$ MHz. Die effektive Raman-Rabirate beträgt somit $\Omega_R = 2\pi \times 7.0$ kHz. Die spontane Streurrate dementsprechend mit CG-Koeffizienten von $2/3$ über $\Omega'_1 = 2\pi \times 27.1$ MHz und $\Omega'_2 = 2\pi \times 22.0$ MHz und für $\varrho_{11} = \varrho_{22} = 1/2$ gemäß (3.13) $\Gamma_{sc} = 2\pi \times 3.6$ 1/s.

Eine kritische Größe ist in diesem Fall die experimentell bestimmte Übergangsfrequenz: bei einer Differenzfrequenz der Ramanlaser $2\pi \times 8$ kHz unterhalb der Hyperfeinstrukturaufspaltung von $\omega_{Hf} = 2\pi \times 6.834682611$ GHz konnten die besten Transfereffizienzen erreicht werden. Berechnet man die AC-Stark-Verschiebungen der Grundzustände

gemäß Abbildung 3.12, so muss man v.a. auch die Kreuzkopplung von Laser 2 an den Übergang $|1\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ berücksichtigen. Gemäß der Formel für das Dipolpotenzial (A.43) erhält man

$$U_1 = \frac{\hbar}{4} \left(\frac{\Omega_1'^2}{\Delta_e} + \frac{\Omega_2'^2}{\Delta_e - \omega_{Hf}} \right) \quad (3.14)$$

$$U_2 = \frac{\hbar}{4} \left(\frac{\Omega_1'^2}{\Delta_e + \omega_{Hf}} + \frac{\Omega_2'^2}{\Delta_e} \right) . \quad (3.15)$$

Für obige Größen ergibt sich $U_1/\hbar = 2\pi \times 24.7$ kHz und $U_2/\hbar = 2\pi \times 15.6$ kHz, also eine Verringerung der Übergangsfrequenz um $2\pi \times 9.1$ kHz gegenüber der Hyperfeinstrukturaufspaltung ω_{Hf} . Da sich die Atome ggf. nicht im Zentrum des Ramanlaser-Strahls befinden und somit eine geringere Intensität sehen, ist diese theoretische Abschätzung der AC-Stark-Verschiebung konsistent mit der experimentellen Beobachtung.

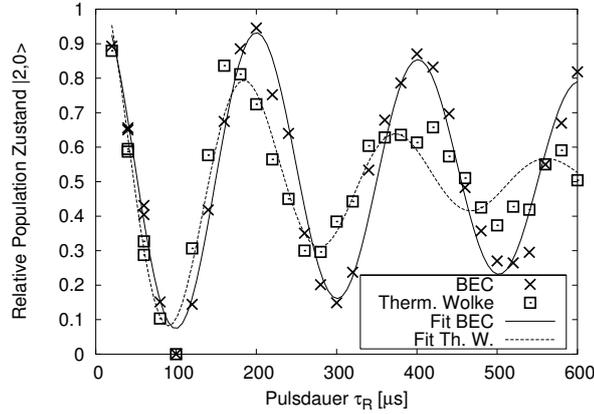


Abbildung 3.13: Rabioszillationen auf dem Ramanübergang. Dargestellt ist der relative Anteil des $|2,0\rangle$ -Zustandes in Abhängigkeit der eingestrahlten Pulsdauer.

In Abbildung 3.13 ist der jeweils transferierte Anteil $\varrho_{11}/(\varrho_{11} + \varrho_{22})$ in Abhängigkeit der eingestrahlten Pulsdauer τ_R dargestellt. Die Daten wurden mit der Funktion

$$f(\tau_R) = C + Ae^{-\alpha\tau_R} \cos(\Omega_R \tau_R) \quad (3.16)$$

über die Parameter α, Ω_R, A und C angefitet. Die entsprechend erhaltenen Parameter sind $\Omega_R = 2\pi \times 5.0$ kHz und $\alpha = 2\pi \times 170$ 1/s für das Kondensat bzw. $\Omega_R = 2\pi \times 5.3$ kHz und $\alpha = 2\pi \times 653$ 1/s für die thermische Wolke. Die Rabifrequenzen Ω_R sind mit der Theorie verträglich, während die Dämpfung $\alpha \gg \Gamma_{sc}$ zwei Größenordnungen über der erwarteten Streurrate liegt und somit ein weiterer Dämpfungsmechanismus vorliegen muss. Das Rauschen ΔB des Offsetmagnetfeldes führt über den quadratischen Zeemaneffekt (4.9) zu einer Zwei-Photonen-Verstimmung Δ_R von $\Delta_R = 2\pi \times 574$ Hz/G² $\times 2B \Delta B$. Die typischen Magnetfeldschwankungen (vgl. Kap. 7.4.4) von $\Delta B_{RMS} = 7$ mG führen zu Dämpfungen $\alpha = \Delta_R = 2\pi \times 2.7$ Hz und können nicht verantwortlich gemacht werden. Betrachtet man jedoch die Inhomogenität des Strahls, wenn Strahlmitte und Zentrum der atomaren Wolke $700 \mu\text{m}$ gegeneinander fehljustiert sind, so erhält man über eine typische Kondensatausdehnung von $4 \mu\text{m}$ eine relative Intensitätsänderung von $\Delta I/I \approx 0.01$,

was bei einer Rabi-Rate von $\Omega \approx 2\pi \times 5 \text{ kHz}$ einer Änderung der Rabi-Rate über das Kondensat von $\Delta\Omega = 2\pi \times 50 \text{ Hz}$ und damit einer Dephasierung in der Größenordnung von $\approx 300 \text{ 1/s}$ entspricht. Die Ausdämpfung der Rabi-Oszillation kann daher durch Dephasierung der unterschiedlichen Bereiche des Kondensates erklärt werden [103]. Die thermische Wolke erfährt durch die größere Ausdehnung eine stärkere Dämpfung. Dieser Effekt konnte bei ersten Messungen räumlich nicht aufgelöst werden, was daran liegen kann, dass die Dephasierung entlang der Detektionstrahlrichtung auftrat und somit nicht abgebildet wurde.

Kapitel 4

Detektion von Spinorkondensaten

Bei der Detektion von Bose-Einstein-Kondensaten sind zwei Verfahren zu unterscheiden: destruktive und nicht-destruktive. Bei dem destruktiven Verfahren der Absorptionsabbildung wird zunächst die Falle ausgeschaltet und nach der Expansion des Kondensats ein resonanter Laserstrahl eingestrahlt. Der Schattenwurf des atomaren Ensembles wird mit einer CCD-Kamera aufgenommen. Im Gegensatz dazu werden nicht-destruktive Verfahren, wie die Phasenkontrastabbildung, in der Falle selber durchgeführt, denn man will in der Regel mehrere Bilder ein und desselben Kondensats aufnehmen. Hier wird ein von der Resonanz verstimmt Laserstrahl eingestrahlt, der durch den Brechungsindex (Refraktion) der atomaren Wolke eine bestimmte Phasenverzögerung erfährt, die interferometrisch ausgewertet wird. Nicht-destruktiv bedeutet in diesem Zusammenhang auch nur 'teilweise destruktiv', d.h. pro aufgenommenem Bild wird ein kleiner Anteil (z.B. 10%) der Atome angeregt.

Zur Untersuchung von Spinorkondensaten wird eine Spin-aufgelöste Detektion notwendig. Bei der Absorptionsdetektion ist die vorausgehende Stern-Gerlach-Separation der Spin- m_F -Komponenten vor der Abbildung die Methode der Wahl. Dadurch können Populationen aller m_F -Zustände durch Auswertung eines einzigen Bildes gleichzeitig bestimmt werden. Bei der nicht-destruktiven Detektion kann lediglich die Spin-Abhängigkeit des Brechungsindex ausgenutzt werden. Der damit erzielte Informationsgehalt ist i.d.R. geringer als bei der Abbildung der separierten Komponenten. Spezielle tomographische Verfahren [104], die ähnlich der Magnetresonanztomographie durch einen Magnetfeldgradienten die räumliche Verteilung auflösen, können eine höhere als die optische Auflösung erreichen, werden hier jedoch nicht weiter diskutiert.

Im Folgenden sollen die Absorptionsdetektion, die Stern-Gerlach-Separation und m_F -Abhängigkeit der Absorptionsdetektion, das Phasenkontrastverfahren und die quantitative Auswertung der Bilder diskutiert werden.

4.1 Absorptionsdetektion

4.1.1 Prinzip und Grundgleichungen

Der Aufbau zur Absorptionsdetektion ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Das atomare Ensemble wird durch zwei Achromate ($f = 120$ mm) mit einem Abbildungsverhältnis von (1:1) auf den CCD-Chip der Kamera (Photometrics Sensys mit Kodak KAF-1401E) mit

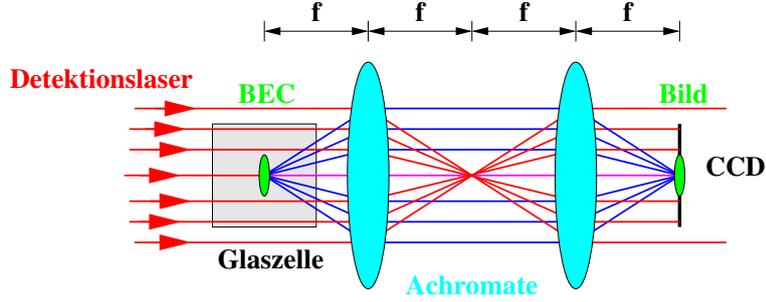


Abbildung 4.1: Aufsicht auf die Absorptionsdetektion (nicht maßstabsgetreu). Die atomare Wolke wird über zwei Achromate auf den CCD-Chip der Kamera abgebildet. Ein mit einem atomaren Übergang resonanter kollimierter Laserstrahl wird von den Atomen absorbiert, die dann anhand ihres Schattenwurfs auf dem Kamerabild detektiert werden. Der optische Weg des Detektionslasers ist in rot, der des Schattenwurfs in blau angedeutet.

einer Pixelgröße von $6.8 \times 6.8 \mu\text{m}^2$ abgebildet [105]. Auf der Detektionsachse wird ein kollimierter und mit dem Übergang $F=2 \leftrightarrow F'=3$ resonanter Laserstrahl eingestrahlt. Durch Absorption bewirken die Atome einen Schattenwurf, der zur Bestimmung der Teilchenzahl ausgewertet wird.

Für jede Messung werden drei Bilder in folgender Reihenfolge aufgenommen: zunächst das eigentliche Absorptionsbild A durch Einstrahlung des Lasers und Aufnahme des Schattenwurfes. Nach dem Auslesen der CCD-Kamera (in unserem Fall nach 2 s) wird das Referenzbild R durch erneute Einstrahlung des Lasers mit gleicher Zeitdauer und Intensität aufgenommen. Die Atome sind zu diesem Zeitpunkt aus der Detektionsregion herausgefallen. Abschließend wird das Dunkelbild D ohne Laser aber bei gleichen Belichtungsbedingungen aufgenommen. Dieses Dunkelbild wird Pixel-weise von dem Absorptionsbild A und dem Referenzbild R subtrahiert, um evtl. vorhandene Dunkelraten der Kamera oder Zählraten durch konstantes sonstiges Streulicht zu eliminieren. Bei üblicher Abdunkelung des Labors liegt die Zählrate des Dunkelbildes unter dem Photonen-Schrotrauschen der anderen Bilder, sodass es i.d.R. weggelassen werden kann. Im Folgenden werden nur noch die Begriffe Absorptionsbild A und Referenzbild R verwendet, die ggf. eine vorherige Subtraktion des Dunkelbildes implizieren.

Aus (A.42) erhält man pro beteiligtem Atom eine Streurrate $\Gamma_{sc} = \tilde{\Gamma}_{sc} \times I$ mit

$$\tilde{\Gamma}_{sc} = \frac{\gamma}{2I_{sat}} \frac{1}{\left[1 + 4 \left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^2 + \left(\frac{\bar{I}}{I_{sat}}\right)\right]}, \quad (4.1)$$

wobei im Nenner die Intensitätsabhängigkeit durch eine konstante mittlere Intensität \bar{I} entlang der Absorptionsstrecke ersetzt wird. Von auf die Fläche A eingestrahlenen Photonen mit der Rate $R_{ph} = I A / (\hbar\omega_0)$ werden auf der (infinitesimal kurzen) Strecke Δy entlang der Strahlrichtung Photonen mit der Rate $\Gamma_{ph} = \tilde{\Gamma}_{sc} I n(y) A \Delta y$ gestreut; $n(y)$ bezeichnet die dreidimensionale Dichte. Für die Intensitätsabschwächung durch das atomare Ensemble erhält man somit

$$\frac{d}{dy} I(y) = -\tilde{\Gamma}_{sc} \hbar\omega_0 n(y) I(y) \quad (4.2)$$

mit der Lösung

$$\ln I_A - \ln I_0 = -\tilde{\Gamma}_{sc} \hbar \omega_0 \int dy n(y) \quad , \quad (4.3)$$

wo I_A die detektierte Intensität bezeichnet. Definiert man nun $N^{Atome} = A \int dy n(y)$ und verwendet die Relation für die Sättigungsintensität (A.41), erhält man für die Atomzahl jedes CCD-Pixels

$$N^{Atome} = -\frac{A\omega_0^2 \alpha}{6\pi c^2} \left(1 + 4 \left(\frac{\delta}{\gamma} \right)^2 + \frac{\bar{I}}{I_{sat}} \right) \ln \left(\frac{N_A}{N_R} \right) \quad , \quad (4.4)$$

wobei A die auf einen Kamerapixel abgebildete Fläche ist (bei 1:1 entspricht das der Pixelfläche) und ω_0 , γ und δ die atomare Übergangsfrequenz, Linienbreite und Verstimmung des Lasers relativ zum Übergang bezeichnen. $I_{sat} = 1.6 \text{ mW/cm}^2$ ist die Sättigungsintensität des betrachteten Überganges¹. N_A und N_R sind die Helligkeitswerte des Pixels (Photonencounts) auf dem Absorptions- bzw. Referenzbild und proportional zu den oben verwendeten I_0 bzw. I_R . Eine wichtige Größe ist der Absorptionskoeffizient α , der von Polarisation des Detektionslichtes und vorliegendem m_F -Zustandes abhängt, wie in Kapitel 4.3 diskutiert wird. Für die Detektion des $|2, +2\rangle$ -Zustandes mit rechtszirkularem Licht, entlang der Quantisierungsachse eingestrahlt, gilt $\alpha = 1$. Eine wichtige Eigenschaft von Formel (4.4) ist, dass die Teilchenzahl N^{Atome} bis auf den Korrekturterm \bar{I}/I_{sat} nicht von der absoluten Intensität abhängt. Dies ist vorteilhaft, da bei der Detektion mit kohärentem Licht zwangsläufig Interferenzmuster (typischerweise 5–20 % relative Modulation der Intensität) auftreten. Durch die Pixel-weise Auswertung der Bilder haben diese Interferenzmuster nur einen geringen Einfluss auf die Teilchenzahlbestimmung. Hierzu müssen die Interferenzen auf Absorptions- und Referenzbild jedoch identisch sein, was bei unseren Aufnahmen leider nicht gegeben war und für eine aussagekräftige quantitative Auswertung eine aufwändigere Bildbearbeitung erforderlich machte (vgl. Kapitel C).

4.1.2 Genauigkeit der Teilchenzahlbestimmung

Im Folgenden soll die Teilchenzahlbestimmung genauer untersucht werden. Die maßgebende Größe ist hierbei das Photonen-Schrotrauschen, was bedeutet, dass bei N detektierten Photonen der σ -Fehler laut Poissonstatistik \sqrt{N} beträgt [106]. Es wird für die folgenden Betrachtungen angenommen, dass dieser Fehler deutlich größer als das RMS-Pixelrauschen sowie das Quantisierungsrauschen des Analog-digital-Wandlers ist. Diese Bedingungen sind für die verwendete Kamera erfüllt.

Für die folgende Diskussion wird der Gesamtabsorptionskoeffizient ϵ über die Relation

$$N_A = (1 - \epsilon)N_R \quad (4.5)$$

eingeführt. Eine Fehlerbetrachtung für (4.4) gemäß

$$\Delta N^{Atome} = \left| \frac{\partial N^{Atome}}{\partial N_R} \right| \Delta N_R + \left| \frac{\partial N^{Atome}}{\partial N_A} \right| \Delta N_A \quad (4.6)$$

¹Für ^{87}Rb beträgt bei Einstrahlung von mit dem Übergang $F=2 \leftrightarrow F'=3$ resonantem und rechtszirkular polarisiertem Licht der Intensität I die Rabifrequenz $\Omega^2 = \gamma^2/2 \times (I/I_{sat})$ mit $I_{sat} = 1.6 \text{ mW/cm}^2$.

mit $\Delta N_R = \sqrt{N_R}$ und $\Delta N_A = \sqrt{N_A}$ liefert für (4.4)

$$\frac{\Delta N^{Atome}}{N^{Atome}} = -\frac{1 + \frac{1}{\sqrt{1-\epsilon}}}{\sqrt{N_R} \ln(1-\epsilon)} \quad (4.7)$$

Diese Kurve ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Aus Gleichung (4.7) liest man ab, dass

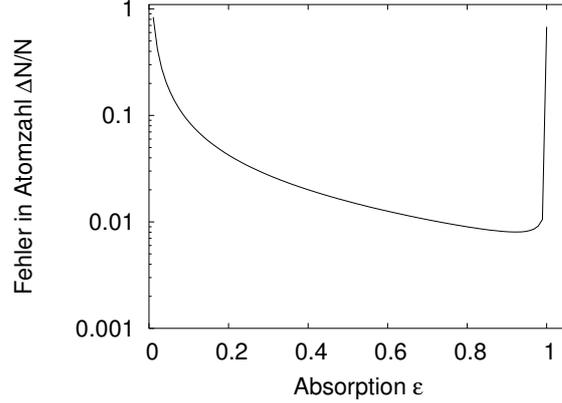


Abbildung 4.2: Fehler der Teilchenzahlbestimmung in Abhängigkeit vom Absorptionskoeffizienten ϵ bei $N_R = 50000$ gemäß Gleichung (4.7). Sowohl eine schwache als auch eine sehr starke Absorption sind ungünstig. Im ersten Fall wird das Signal klein. Normalerweise ist eine starke Absorption günstig, solange man nicht in den Extrembereich $\epsilon \approx 1$ kommt, wo durch die starke Absorption das (Rest-)Photonen-Rauschen signifikant wird.

eine möglichst große Anzahl an detektierten Photonen N_R sinnvoll ist. Dabei ist jedoch die sogenannte 'full-well capacity' des CCD-Chips zu berücksichtigen, die die maximale Anzahl an Photonen pro Bild angibt. Es ist natürlich auch nicht sinnvoll, diese Kapazität bis auf das letzte Photon auszunutzen, da dann Schwankungen zu Sättigung und falscher Teilchenzahlbestimmung führen können. Als Richtlinie sind ca. 50–75 % des 'full-wells'-Wertes empfehlenswert. In unserem Fall haben wir mit ca. 2300 als typischem Analog-digital-Wandler-Wert (12-Bit-Wandler) gearbeitet, was bei einem Konversionsfaktor von $20 e^-/\text{Digit}$ etwa $N_R = 46000$ detektierten Photonen entspricht.

Zusätzlich ist zu beachten, dass die zu detektierenden Atome die entsprechende Anzahl von Photonen auch absorbieren. Durch jedes absorbierte Detektionsphoton wird auf das Atom der Rückstoßimpuls $\hbar k$ übertragen. Die resultierende Geschwindigkeit der Atomwolke führt über den Dopplereffekt zu einer Verstimmung der atomaren Übergänge zum Laserfeld. Dadurch sinkt die effektive Absorption, wie am Beispiel der verwendeten Detektion abgeschätzt werden soll. Es wurde ein Laserstrahl mit $I = 0.1 \times I_{sat}$ für eine Zeitdauer von $\tau_d = 200 \mu s$ eingestrahlt. Die Anzahl der absorbierten Photonen pro Atom N_{Ph} beträgt (unter Vernachlässigung des Dopplereffektes) nach Gl. (A.42)

$$N_{Ph} = \frac{\gamma \tau_d}{2} \times \alpha \frac{I/I_{sat}}{[1 + 4(\delta/\gamma)^2 + (I/I_{sat})]} \quad (4.8)$$

Für die obigen Werte und $\alpha = 1$, $\gamma = 2\pi \times 6 \text{ MHz}$ erhält man $N_{Ph} = 343$ Photonen. Gegen Ende des Detektionspulses haben die Atome eine Geschwindigkeit (ein Rückstoß $\hat{=}$

6.1 mm/s oder $2\pi \times 7.8$ kHz Dopplerverschiebung) von $v_0 = 2$ m/s, was einer Dopplerverschiebung von $2\pi \times 2.7$ MHz entspricht. Der Absorptionsquerschnitt ist damit schon um 42 % gegenüber dem Resonanzfall abgesunken. Nimmt man eine gleichförmige Beschleunigung an und integriert (4.8) über die gleichförmig zunehmende Verstimmung, so werden 18 % weniger Photonen absorbiert. Weniger absorbierte Photonen reduzieren die Beschleunigung weiter, sodass beim verwendeten Schema der Absorptionsquerschnitt mit ca. 15 % unterschätzt wird. Berechnet man den Ortsversatz der Atome während der Detektion (unter Annahme gleichförmiger Beschleunigung), so erhält man $\Delta y = v_0 \tau_d / 2 = 0.2$ mm.

Zur Abschätzung der Tiefenschärfe sei hier die doppelte Rayleighrange $2z_R = 2w_0/N_{\#}$ verwendet, die über den $1/e^2$ -Radius im Fokus w_0 und die numerische Apertur $N_{\#} = 0.16$ des verwendeten Abbildungssystems (1:1) [105] berechnet wird. Der Rayleighrange ist der Abstand vom Fokus, wo der Strahldurchmesser auf den Faktor $\sqrt{2}$ angewachsen ist und kann aus Formel (B.4) berechnet werden. Für die theoretische Auflösung von $w_0 = 3.9 \mu\text{m}$ [105] erhält man $2z_R = 48 \mu\text{m}$, die gemessene Auflösung von $w_0 = 17.4 \mu\text{m}$ ergibt $2z_R = 218 \mu\text{m}$. Dieser Wert entspricht dem Ortsversatz durch die Detektion. Nichtsdestotrotz wäre es auch hier sinnvoll, eine höhere Detektionsintensität verbunden mit kürzerer Detektionszeit und damit kleinerem Ortsversatz zu verwenden. Die obere Grenze ist dabei durch die Sättigungsintensität I_{sat} gegeben — man gewinnt nichts mehr und muss in den Formeln entsprechende Korrekturen berücksichtigen.

4.2 Stern-Gerlach-Separation

Die Stern-Gerlach-Separation erfolgt wie in Abbildung 4.3 skizziert. Nach Ausschalten der

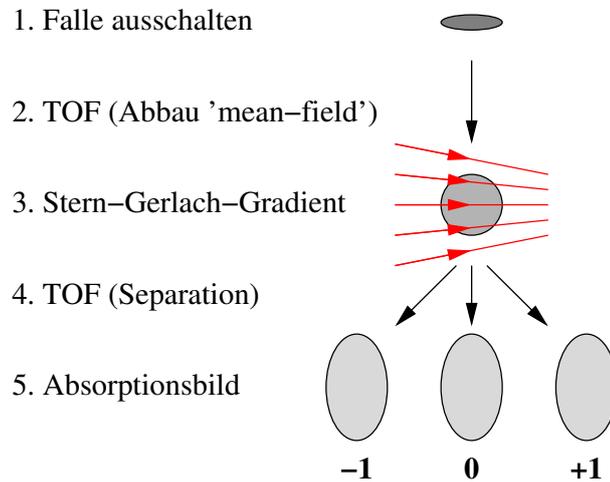


Abbildung 4.3: Schema zur Stern-Gerlach-Detektion. Nach Ausschalten der Falle baut das BEC durch Expansion seine 'mean-field'-Energie ab. Nach 16.5 ms wird für 7.5 ms ein Stern-Gerlach-Gradient angelegt, der die einzelnen m_F -Zustände unterschiedlich beschleunigt. Nach weiteren 7 ms wird eine Absorptionaufnahme der räumlich getrennten Komponenten gemacht.

Falle und einer Wartezeit von 16.5 ms wird über eine Helmholtz-Spule der Magnetfalle (vgl. Kap. 3.3) für 7.5 ms ein Magnetfeldgradient mit hohem Offsetfeld angelegt. Aus den

bekanntem Energietermen für linearen und quadratischen Zeemaneffekt bei einem Magnetfeld B in Richtung der Quantisierungsachse (+ für $F=2$ und $-$ für $F=1$),

$$U = \mu_B g_F B m_F \pm \frac{\mu_B^2 B^2}{\hbar \omega_{Hf}} \left(1 - \frac{4m_F^2}{(2I+1)^2} \right) \quad (4.9)$$

erhält man sofort die Beschleunigung während des Stern-Gerlach-Gradienten (für $I=3/2$) zu

$$m\ddot{x} = -\frac{\partial U}{\partial x} = -\mu_B \frac{\partial B}{\partial x} \left[g_F m_F \pm \frac{2\mu_B B}{\hbar \omega_{Hf}} \left(1 - \frac{m_F^2}{4} \right) \right] \quad (4.10)$$

Hierbei ist angenommen, dass das Magnetfeld sowie der Gradient entlang der Bewegungstrajektorie konstant bleiben. Das hohe Offsetfeld sorgt dafür, dass der Spin stark in x -Richtung ausgerichtet wird und somit die Gradienten in y - und z -Richtung² keine Rolle spielen. Die Integration über die Zeitdauer $0 \dots t_{SG}$ liefert für die Separation x nach einem anschließenden freien Fall der Dauer t_{TOF} :

$$x = -\frac{\mu_B g_F m_F}{m} \int_0^{t_{SG}} dt' \left(t_{TOF} \frac{\partial B(t')}{\partial x} + \int_0^{t'} dt'' \frac{\partial B(t'')}{\partial x} \right) \quad (4.11)$$

$$\mp \frac{2\mu_B^2}{m\hbar\omega_{Hf}} \left(1 - \frac{m_F^2}{4} \right) \int_0^{t_{SG}} dt' \left(t_{TOF} \frac{\partial B(t')}{\partial x} B(t') + \int_0^{t'} dt'' \frac{\partial B(t'')}{\partial x} B(t'') \right) \quad (4.12)$$

Durch numerische Auswertung der gemessenen Stromkurve erhält man die folgenden Integrale: $\int dt' I = 0.85 \text{ As}$, $\int dt' I^2 = 97.9 \text{ A}^2\text{s}$, $\iint dt' dt'' I = 0.0034 \text{ As}^2$ und $\iint dt' dt'' I^2 = 0.399 \text{ A}^2\text{s}^2$. Mit den Umrechnungsfaktoren $B = 1.4 \text{ G/A} \times I$ und $\partial B / \partial x = 22.8 \text{ G/(Am)} \times I$ ergibt sich für unseren Fall

$$x = \mp 645 \mu\text{m} \times m_F \mp 85 \mu\text{m} \times \left(1 - \frac{m_F^2}{4} \right) \quad (4.13)$$

Als Tabelle dargestellt erhält man für den Ortsversatz x in Einheiten von μm :

$m_F =$	+2	+1	0	-1	-2
$F = 2$	-1290	-709	-85	+581	+1290
$F = 1$		+709	+85	-581	

Es ist erkennbar, dass nicht nur die einzelnen m_F -Komponenten durchschnittlich $645 \mu\text{m}$ getrennt werden, sondern auch die Zustände der $F=1$ - und $F=2$ -Mannigfaltigkeiten unterschieden werden können. Hier beträgt der Abstand zwischen $|2, m_F\rangle$ und $|1, -m_F\rangle$ immerhin noch $170 \mu\text{m}$, was eine Unterscheidung der Kondensatanteile bei einer typischen Breite (nach Expansion) von $50 \mu\text{m}$ zulässt, jedoch für eine Trennung der thermischen Wolken zu klein ist. In Abbildung 4.4 sind Absorptionbilder verschiedener Zustände dargestellt.

Der große Vorteil der Stern-Gerlach-Abbildung besteht darin, dass alle m_F -Komponenten gleichzeitig detektiert und ausgewertet werden können.

²Durch die Maxwellgleichung $\nabla \vec{B} = 0$ bedingt ein Gradient in x -Richtung gleichzeitig einen Gradienten ungleich null in mindestens einer orthogonalen Richtung. Bei der hier vorliegenden Zylindersymmetrie gilt: $B'_y = B'_z = -B'_x/2$.

4.2.1 Teilchenzahlbestimmung

Die Teilchenzahlbestimmung aus den Stern-Gerlach-Bildern erfolgt über einen Fit an die Spaltensummen, wie in Abbildung 4.4 dargestellt³. Da bei Bildern zur Spindynamik (links)

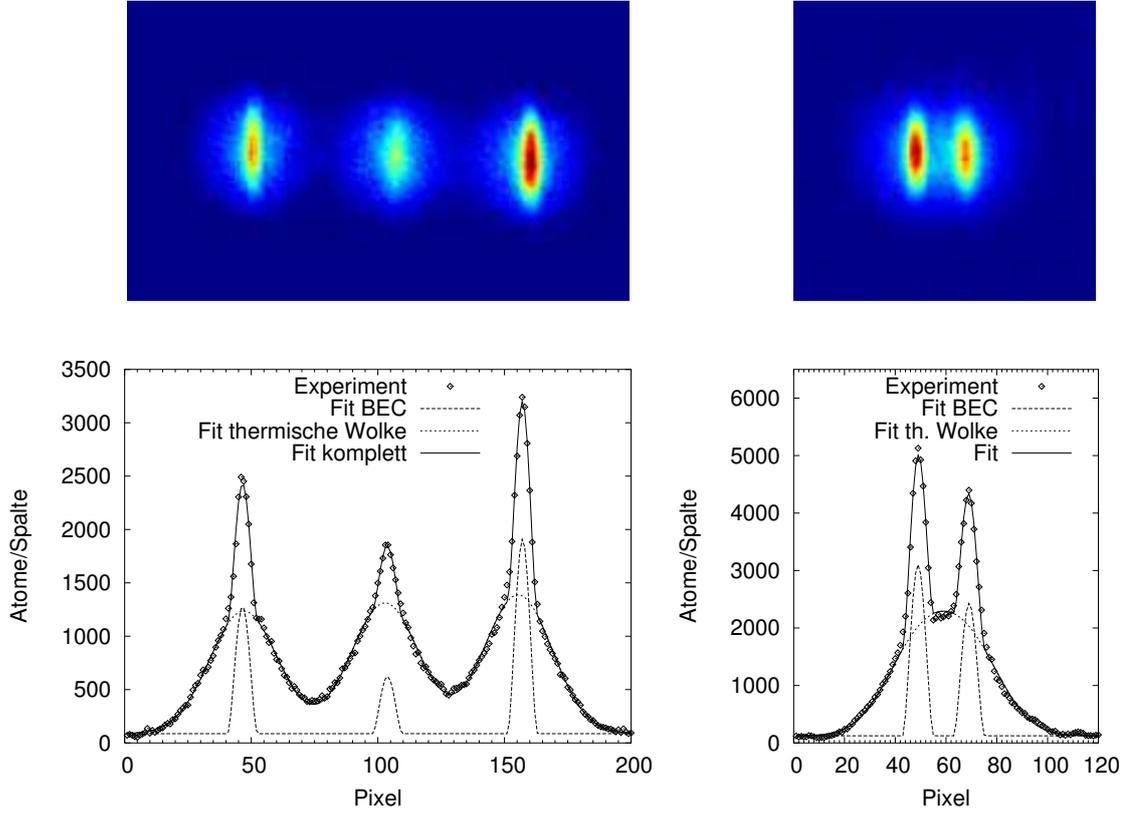


Abbildung 4.4: Beispielbilder zur Teilchenzahlbestimmung. Links ein Bild zur $F=1$ -Spindynamik, wo die Zustände $|1, -1\rangle$, $|1, 0\rangle$ und $|1, +1\rangle$ dargestellt sind. Auf dem rechten Bild ist die Mischung $|2, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$ dargestellt, wie sie bei der Feshbachresonanz untersucht wurde. Die unteren durchgezogenen Kurven sind Fits an die Spaltensummen (durch Punkte dargestellt), dabei sind zusätzlich die Kondensat- und thermischen Anteile eingezeichnet.

die thermischen Wolken überlappen, müssen alle Komponenten simultan ausgewertet werden. Folgende Funktion wird über die 15 Parameter $\{N_{BEC,i}, x_{BEC,i}, \sigma_{BEC}, N_{th,i}, x_{th,i}, \sigma_{th}, f_0\}$, $i = -1, 0, +1$ an die Spaltensummen angefitet:

$$f(x) = f_0 + \sum_{i=-1,0,+1} \frac{15N_{BEC,i}}{16\sigma_{BEC}} \left(\max \left\{ 0, \left(1 - \frac{(x - x_{BEC,i})^2}{\sigma_{BEC}^2} \right) \right\} \right)^2 + \sum_{i=-1,0,+1} \frac{N_{th,i}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{th}} \exp \left(-\frac{(x - x_{th,i})^2}{2\sigma_{th}^2} \right), \quad (4.14)$$

³Die Breite kann nur exakt bestimmt werden, wenn keine Verkippung der Kondensatachse gegenüber der Spaltenrichtung vorliegt. Doch selbst eine optisch leicht erkennbare Verkippung von 5° führt in der Breite zu einem Fehler von maximal 9%.

wobei f_0 den Untergrund, $N_{BEC,i}$ und $N_{th,i}$ die Teilchenzahl der Komponente $m_F = i$ im Kondensat bzw. in der thermischen Wolke repräsentieren. Die Größen $x_{BEC,i}$ und $x_{th,i}$ beschreiben die entsprechenden Positionen. Angesichts der ohnehin schon vielen Parametern wurde eine Breite σ_{BEC} für alle Kondensate und eine Breite σ_{th} für die drei thermischen Wolken verwendet. Dieses Fitten der einheitlichen Breiten ergab bei den $F=1$ -Spinorkondensaten eine gute Übereinstimmung zwischen Fitkurve und Messdaten. Die gleichen Breiten zwischen den m_F -Komponenten werden auch theoretisch erwartet: Thermalisierung ist die schnellste Zeitskala im System und eine Entmischung wird nicht beobachtet⁴ (vgl. Kap. 2.4). Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass für $F=2$ andere Zeitskalen vorliegen und unabhängige Breiten gefittet werden sollten.

Streng genommen müssten für die thermischen Wolken die Funktionen $g_3(z \exp(\dots))$ gefittet werden. Im Anhang A.1.3 ist jedoch gezeigt, dass der Fit einer Exponentialfunktion nur einen leichten Fehler $< 20\%$ in der Breite bewirkt. Korrekturfaktoren sowie die Relationen für die anderen Größen sind in diesem Anhang zusammengefasst.

Für die 'inter'- F -Mischung in Abbildung 4.4 rechts wird die Funktion

$$f(x) = f_0 + \sum_{i=1,2} \frac{15N_{BEC,i}}{16\sigma_{BEC}} \left(\max \left\{ 0, \left(1 - \frac{(x - x_i)^2}{\sigma_{BEC}^2} \right) \right\} \right)^2 + \sum_{i=1,2} \frac{N_{th,i}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{th}} \exp \left(-\frac{(x - x_i)^2}{2\sigma_{th}^2} \right) , \quad (4.15)$$

über die 9 Parameter $\{N_{BEC,i}, x_i, \sigma_{BEC}, N_{th,i}, \sigma_{th}, f_0\}, i = 1, 2$ gefittet. Da die thermischen Wolken hier stark überlappen, werden die Positionen von Kondensat und zugehöriger thermischer Wolke gleichgesetzt und als ein gemeinsamer Parameter bestimmt.

4.3 Abhängigkeit der Absorption vom Spinzustand

Der Absorptionsquerschnitt bei der Detektion ist vom vorliegenden m_F -Zustand sowie der verwendeten Laserpolarisation abhängig und über den Clebsch-Gordan-Koeffizient, der den Photonendrehimpuls an die atomaren Niveaus koppelt, auszurechnen. Wird mehr als ein Photon absorbiert, so spielen zusätzlich Umpumpeffekte innerhalb der Grundzustandsmannigfaltigkeit eine Rolle. Hier ist insbesondere darauf zu achten, dass die Population nicht in entkoppelte Zustände (Dunkelzustände) umpumpt wird, sondern immer wieder in einem stark absorbierenden Grundzustand landet; man spricht dann auch von einem zyklischen Übergang ('cycling transition'). Ferner hat das während der Detektion anliegende Magnetfeld signifikanten Einfluss auf die Wahl der Quantisierungsachse für die folgenden Betrachtungen. Hier sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Für schwache Magnetfelder, deren Larmorfrequenz kleiner als die Rabifrequenz ist⁵ ($\omega_B \ll \Omega$), kann die Quantisierungsachse o.B.d.A. in Laserstrahlausbreitungsrichtung gewählt werden, was die Struktur der Laserkopplungen erheblich vereinfacht.

⁴Die Spinausheillänge liegt weit unterhalb der Auflösung der Detektion, sodass die einzelnen Domänen nicht aufgelöst werden und sich homogen darstellen (vgl. Kap. 2.4).

⁵Für ⁸⁷Rb in $F=2$ ist die relative Rotationsfrequenz zwischen den Zuständen $|2, \pm 2\rangle$ anzusetzen sowie die Rabifrequenz mit den Clebsch-Gordan-Koeffizienten zu gewichten.

Das Restmagnetfeld, das in dieser 'anderen' Basis nicht in Quantisierungsrichtung liegt, führt zu einem langsamen Populationstransfer zwischen den Grundzuständen durch Zeemanrotationen, die aber vernachlässigbar sind. Wählt man eine andere atomare Basis, z.B. mit der Quantisierungsachse senkrecht zur Laserstrahlausbreitungsrichtung, so erhält man eine komplexere Struktur der Laserkopplungen und es bilden sich entsprechende Kohärenzen zwischen und innerhalb der angeregten und Grund-Zustandsmannigfaltigkeiten aus, die aber letztendlich das gleiche Ergebnis liefern.

2. Für stärkere Magnetfelder, bei denen die Larmorfrequenz die Größenordnung der Rabifrequenz erreicht ($\omega_B \approx \Omega$), wird die Quantisierungsachse durch die Magnetfeldrichtung festgelegt. Damit hat die Ausrichtung des Magnetfeldes bezüglich der Detektionsstrahlrichtung einen Einfluss auf die jeweiligen Absorptionsquerschnitte. Durch die Larmorfrequenz oder Zeemanaufspaltung der Grundzustände haben die Kohärenzterme einen vernachlässigbaren Einfluss und die Dynamik kann durch einfache Ratengleichungen beschrieben werden.

Im Folgenden sollen die Absorptionsquerschnitte für zirkulare und lineare Polarisierungen und die Wahl der Quantisierungsachse jeweils in und senkrecht zur Detektionsstrahlrichtung anhand einfacher Ratenmodelle berechnet werden. Abschließend wird der Bereich schwacher Magnetfelder in verschiedenen Winkelkonfigurationen diskutiert.

4.3.1 Absorption bei Quantisierungsachse in Strahlrichtung

Für die Betrachtung werden die Absorptions- und Emissionsprozesse in Raten zusammengefasst, was für Detektionsintensitäten, die klein gegenüber der Sättigungsintensität sind ($\Omega \ll \gamma$), eine adäquate Näherung ist. Die Kohärenzterme zwischen den Zuständen spielen keine Rolle, da für diese Betrachtungen die Larmorfrequenz größer als die Rabifrequenz (s.o.) angenommen ist. Die Grundzustandspopulationen ϱ_{m_F} für $m_F = -2, \dots, +2$ sind im Vektor $\vec{\varrho}$ zusammengefasst:

$$\vec{\varrho} = (\varrho_{-2}, \varrho_{-1}, \varrho_0, \varrho_{+1}, \varrho_{+2})^T \quad . \quad (4.16)$$

Die Übergangsrate von $F=2$ nach $F'=3$ durch Absorption für rechts zirkulare Polarisation (σ^+) bzw. lineare Polarisation π^{\parallel} (die Geometrie ist in Anhang A.2.1 angegeben), die durch

$$\pi^{\parallel} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma^- + \sigma^+) \quad (4.17)$$

gegeben ist, werden durch folgende Matrizen beschrieben:

$$\mathbf{R}_{\text{tr}}^{\sigma^+} = \frac{1}{60} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 60 \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_{\text{tr}}^{\pi, \parallel} = \frac{1}{60} \begin{pmatrix} 30 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 12 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 30 \end{pmatrix} \quad , \quad (4.18)$$

wobei die Basisvektoren für die Matrizen durch $\{|3,-3\rangle, |3,-2\rangle, |3,-1\rangle, |3,0\rangle, |3,+1\rangle, |3,+2\rangle, |3,+3\rangle\}$ (Zeilen) bzw. $\{|2,-2\rangle, |2,-1\rangle, |2,0\rangle, |2,+1\rangle, |2,+2\rangle\}$ (Spalten) gegeben sind. Der Wert der Rate für den Übergang $|2,+2\rangle \rightarrow |3,+3\rangle$ bei rechts zirkularem Licht beträgt hier 1. Die Spontanemission kann durch die folgende Matrix repräsentiert werden:

$$\mathbf{\Gamma} = \frac{1}{60} \begin{pmatrix} 60 & 20 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 40 & 32 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 24 & 36 & 24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12 & 32 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 20 & 60 \end{pmatrix}, \quad (4.19)$$

wo die Zeilen sich auf die ' $F=2$ -Basis' und die Spalten auf $F'=3$ beziehen. Unter der Annahme, dass die Spontanemission im Vergleich zur Absorption instantan stattfindet, kann man die Populationen der oberen Niveaus vernachlässigen und erhält als Bewegungsgleichung

$$\frac{d}{dt} \vec{\varrho} = -\mathbf{R}_{\text{abs}} \cdot \vec{\varrho} + \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{R}_{\text{tr}} \cdot \vec{\varrho} \quad . \quad (4.20)$$

Die Diagonalmatrix \mathbf{R}_{abs} beschreibt die Gesamtabsorption aus den entsprechenden $F=2$ -Niveaus. Die Einträge können durch Summation der Spalten von $\mathbf{R}_{\text{tr}}^{\sigma^+}$ und $\mathbf{R}_{\text{tr}}^{\pi}$ wie folgt errechnet werden:

$$\mathbf{R}_{\text{abs}}^{\sigma^+} = \frac{1}{60} \text{Diag}(4, 12, 24, 40, 60) \quad \mathbf{R}_{\text{abs}}^{\pi,||} = \frac{1}{60} \text{Diag}(32, 26, 24, 26, 32) \quad (4.21)$$

Diese Bewegungsgleichungen können nun mit Methoden der linearen Algebra (numerisch) gelöst werden und man erhält $\vec{\varrho}(t)$. Als Startbedingungen wählt man $\vec{\varrho}_{-2}(0) = (1, 0, 0, 0, 0)$ für $m_F = -2$, $\vec{\varrho}_{-1}(0) = (0, 1, 0, 0, 0)$ für $m_F = -1$, usw. Die Lösungen $\vec{\varrho}_X(t)$ beschreiben die zeitliche Entwicklung der Grundzustandspopulationen ausgehend von einem Anfangszustand in $m_F = X$. Die Gesamtzahl der bis zum Zeitpunkt t absorbierten Photonen erhält man über

$$N_{\text{abs},X} = \int_0^t dt' \text{Tr}(\mathbf{R}_{\text{abs}} \vec{\varrho}_X(t')) \quad . \quad (4.22)$$

Der im Abschnitt 4.1.1 eingeführte Korrekturfaktor lautet dann

$$\alpha_X(N_{\text{ref}}) = \frac{N_{\text{abs},X}}{N_{\text{ref}}} = \frac{1}{N_{\text{ref}}} \int_0^{N_{\text{ref}}} dt' \text{Tr}(\mathbf{R}_{\text{abs}} \varrho_X(t')) \quad (4.23)$$

und bezieht sich auf den Referenzübergang $|2,+2\rangle \rightarrow |3,+3\rangle$, auf dem (falls nur dieser involviert ist) N_{ref} Photonen absorbiert würden. Die berechneten Kurven sind in Abbildung 4.5 dargestellt. In einer typischen Detektion (vgl. Abschnitt 4.1.2) werden ≈ 300 Photonen (auf dem Referenzübergang) absorbiert und man erhält $\alpha = 0.92\dots 1$ (zirkulare Polarisation) bzw. $\alpha = 0.5$ (lineare Polarisation). Diese Faktoren sind bei der Teilchenzahlbestimmung zu berücksichtigen.

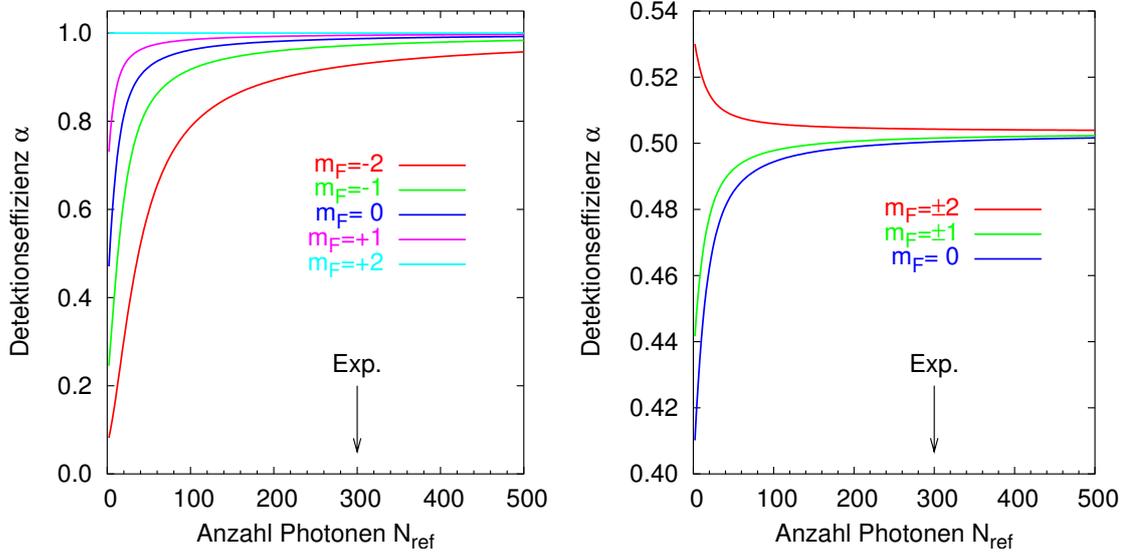


Abbildung 4.5: Relativer Absorptionsquerschnitt (Quantisierungsachse in Detektionsstrahlrichtung) für die einzelnen m_F -Zustände als Startzustände in Abhängigkeit von N_{ref} Photonen, die auf dem Übergang $|2,+2\rangle \rightarrow |3,+3\rangle$ absorbiert würden, für zirkuläre Polarisation (links) und lineare Polarisation (rechts). Die typischerweise verwendeten experimentellen Parameter sind durch Pfeile markiert.

4.3.2 Absorption bei Quantisierungsachse senkrecht zur Strahlrichtung

Als Dipolmatrixelemente erhält man für diesen Fall (zur Geometrie der Polarisationen siehe Anhang A.2.1)

$$\pi^\perp = \pi^0 \quad (4.24)$$

$$\sigma^{+,\perp} = \frac{1}{2}\sigma^+ - \frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{2}\sigma^- \quad (4.25)$$

und die entsprechenden Matrizen

$$\mathbf{R}_{tr}^{\sigma^{+,\perp}} = \frac{1}{60} \begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 16 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 18 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 16 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_{tr}^{\pi,\perp} = \frac{1}{60} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 32 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 36 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 32 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

und

$$\mathbf{R}_{abs}^{\sigma^{+,\perp}} = \frac{1}{60} \text{Diag}(26, 29, 30, 29, 26) \quad \mathbf{R}_{abs}^{\pi,\perp} = \frac{1}{60} \text{Diag}(20, 32, 36, 32, 20) \quad . \quad (4.27)$$

Die zu letztem Kapitel analoge Rechnung liefert die in Abbildung 4.6 dargestellten Diagramme. Als Korrekturfaktoren sind $\alpha \approx 0.47$ (zirkuläre) bzw. $\alpha \approx 0.55$ (lineare Polarisati-

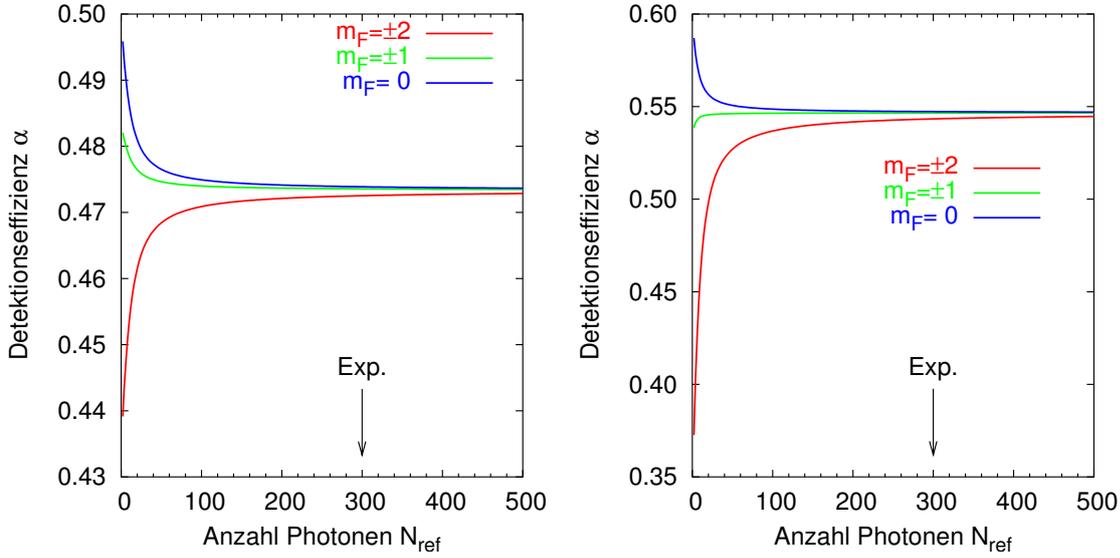


Abbildung 4.6: Relativer Absorptionsquerschnitt (Quantisierungsachse senkrecht zur Detektionsstrahlrichtung) für die einzelnen m_F -Zustände in Abhängigkeit von N_{ref} Photonen, die auf dem Übergang $|2, +2\rangle \rightarrow |3, +3\rangle$ absorbiert würden, für zirkuläre Polarisation (links) und lineare Polarisation (rechts). Der Pfeil 'Exp.' entspricht den typischen experimentellen Parametern.

tion) anzusetzen.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass — falls man sich die schwächere Absorption aus Empfindlichkeitsgründen erlauben kann — lineare Polarisation in Kombination mit beliebiger (aber bekannter!) Magnetfeldrichtung oder zirkuläre Polarisation mit orthogonaler Magnetfeldrichtung zu bevorzugen sind, da hier die m_F -Abhängigkeit der Detektionseffizienz wesentlich geringer ist als für den Fall 'zirkuläre Polarisation mit Magnetfeld in Strahlrichtung'.

4.3.3 Schwache Magnetfelder

Für schwache Magnetfelder wird die Quantisierungsachse durch den Detektionslaserstrahl definiert. Um diesen Effekt zu untersuchen, wurden die Bewegungsgleichungen für die Dichtematrix eines 12-Niveaus-Systems (5 $F=2$ und 7 $F'=3$ -Niveaus) unter Einbeziehung aller Kohärenzen numerisch gelöst. Dabei kann die Orientierung des Laserstrahls zum Magnetfeld beliebig gewählt werden. Die Quantisierungsachse der Rechnung und Referenzrichtung der m_F -Unterzustände ist durch das Magnetfeld gegeben. Für die Diagramme wurde eine zirkuläre Laserpolarisation mit $I = I_{sat}/10$ ($\Omega = 2\pi \times 1.34$ MHz) angesetzt. Der Winkel zwischen Strahlrichtung und Magnetfeldachse beträgt 90° . In Abbildung 4.7 sind die Absorptionskoeffizienten für $B = 0, 0.05, 0.1$ und 0.34 G in Abhängigkeit der Detektionszeit τ aufgetragen. Für $B = 0$ entsprechen die Kurven dem Fall der Quantisierungsachse parallel zur Strahlrichtung (vgl. Abb. 4.5 und Kap. 4.3.1). Hier 'dreht sich die Quantisierungsachse' quasi in Strahlrichtung, was an dem numerischen Ergebnis durch Entstehen von signifikanten Kohärenztermen zwischen den Zuständen erkennbar ist. Für steigende

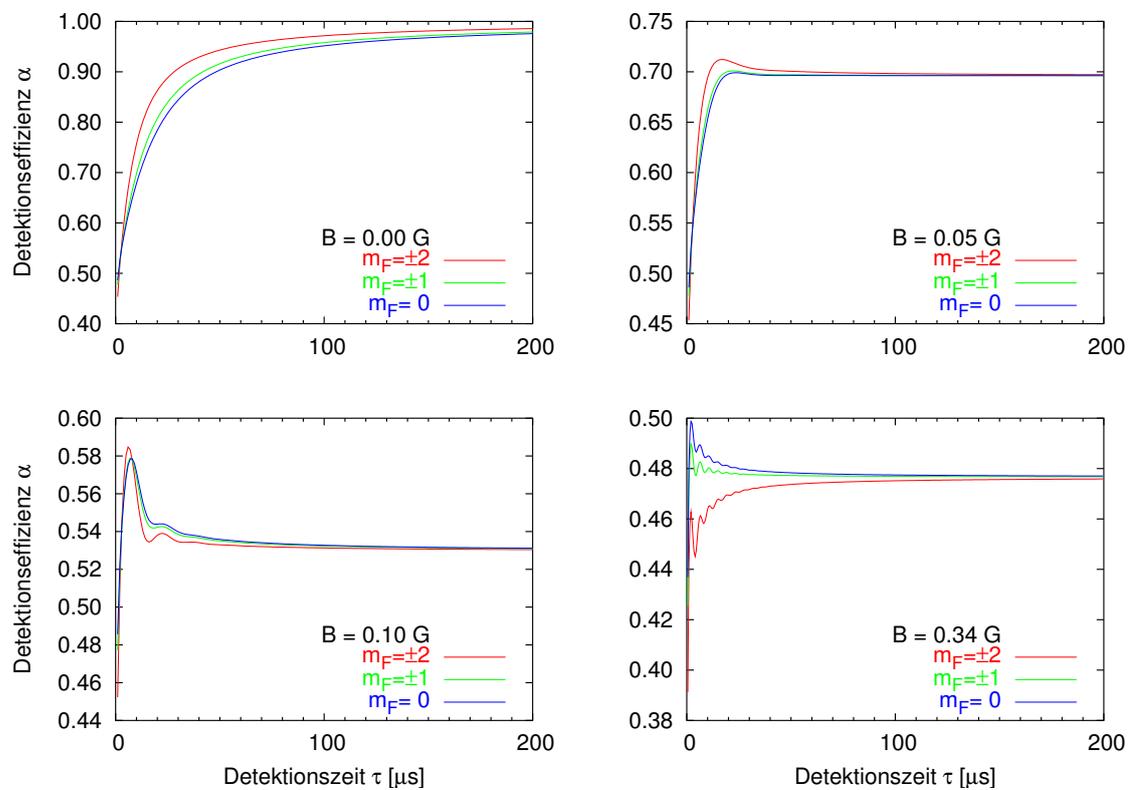


Abbildung 4.7: Detektionseffizienzen für zirkulare Polarisierung und einer Strahlrichtung senkrecht zur Magnetfeldachse für verschiedene Magnetfelder.

Magnetfelder geht das Ergebnis quasi stetig in den Fall 'Quantisierungsachse senkrecht zur Strahlrichtung' über (Abb. 4.6 in Kap. 4.3.2).

Der Vollständigkeit halber sei noch der Fall mit einem Winkel von 45° zwischen Detektionsstrahlrichtung und Magnetfeld in Abbildung 4.8 dargestellt. Hier ist für $B = 0$

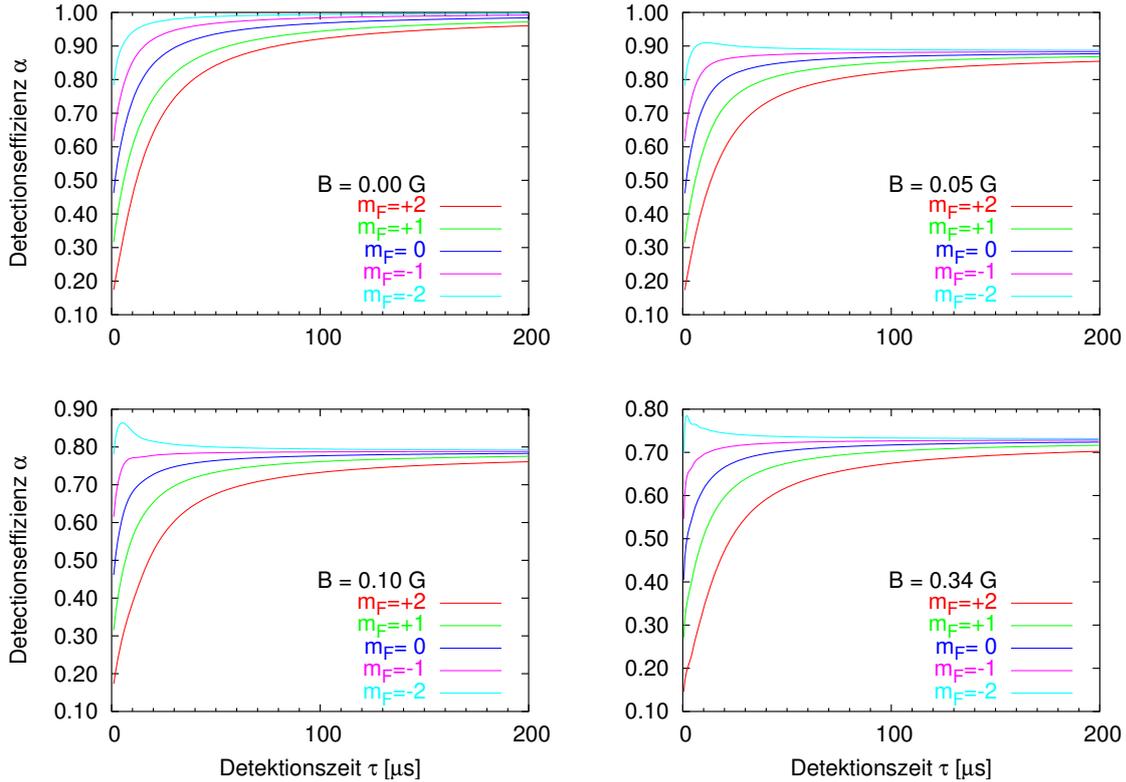


Abbildung 4.8: Detektionseffizienzen für zirkuläre Polarisation und einer Strahlrichtung im Winkel von 45° zur Magnetfeldachse für verschiedene Magnetfelder.

wiederum die Quantisierungsachse in Strahlrichtung. Für größere Magnetfelder konvergieren die Absorptionskoeffizienten näherungsweise zum Mittelwert der Fälle 'parallel' und 'senkrecht'.

Als Zusammenfassung kann man für unsere Detektionsparameter fordern, dass entweder das Restmagnetfeld entsprechend klein ist (typischerweise < 10 mG), was experimentell nicht einfach zu realisieren ist, zumal wenige ms zuvor das starke Stern-Gerlach-Feld angeschaltet war. Alternativ ist bei der Detektion für ein definiertes Magnetfeld (0.2...0.5 G) zu sorgen und je nach Richtung die entsprechenden Koeffizienten α zu verwenden. Zu starke Magnetfelder sind wiederum ungünstig, da bereits für ca. 2 G die Zeemanaufspaltung zwischen $m_F = -2$ und $m_F = +2$ der Linienbreite entspricht. In den Experimenten wurde während der Detektion ein Magnetfeld von $B_x = 0.34$ G senkrecht zur (y -)Detektionsstrahlrichtung angelegt.

4.3.4 Detektion von $F=1$

Spinorkondensate in $F=1$ werden durch zusätzliches Einstrahlen des MOT-Rückpumpasers (resonant mit $F=1 \leftrightarrow F'=2$) detektiert, da das für $F=1$ geschlossene Niveauschema ($F=1 \leftrightarrow F'=0$) nur die Absorption weniger Photonen erlaubt, bevor die Atome in einen entkoppelten Zustand (Dunkelzustand) umpumpt worden sind. Die Absorptionskoeffizienten α sind entsprechend den $F=2$ -Fällen zu wählen.

4.4 Phasenkontrastverfahren

Beim Phasenkontrastverfahren wird die Dispersion, d.h. Änderung des Brechungsindex, in der Nähe eines optischen Übergangs zur zerstörungsfreien Detektion eines atomaren Samples benutzt. Grundprinzip und Sensitivität für den Zustand $|2, +2\rangle$ von ^{87}Rb sollen hier diskutiert werden.

Der Aufbau zum Phasenkontrastverfahren ist in Abbildung 4.9 skizziert. Das Kondensat

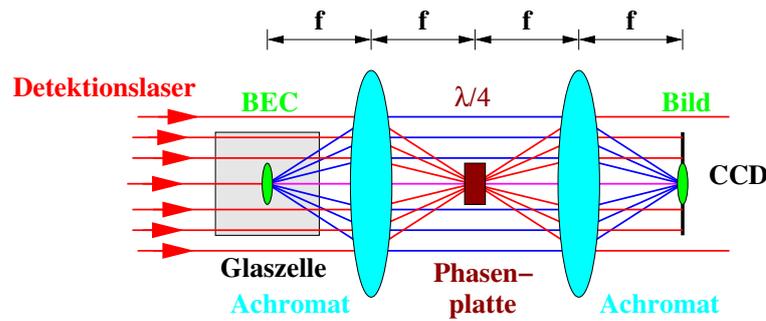


Abbildung 4.9: Aufsichtsskizze zum Phasenkontrastverfahren. Das atomare Sample wird über zwei Achromate auf den CCD-Chip abgebildet. Das abzubildende Sample bewirkt durch seinen Brechungsindex eine Phasenverschiebung. Die phasenverschobenen Lichtwellen sind blau skizziert. Der Detektionslaser (rot) wird im Zwischenfokus mit einer $\lambda/4$ -Platte Phasen-verschoben und interferiert mit dem Bildsignal auf dem CCD-Chip.

Das Kondensat (BEC) wird über zwei Achromate auf den CCD-Chip einer Kamera abgebildet. Der Detektionslaser erfährt nun durch das Kondensat eine Phasenverschiebung⁶ ϕ_{PC} . In den Zwischenfokus zwischen den beiden Achromaten ist eine $\lambda/4$ -Platte eingefügt, die nur den kollimierten Laserstrahl, der anschließend auch auf den CCD-Chip trifft, in der Phase um $\pi/2$ verzögert. Hierdurch wird die Phasenverzögerung des abgebildeten Kondensats interferometrisch in eine Intensitätsverteilung umgewandelt und damit erst für die Kamera sichtbar gemacht.

Die detektierte Intensität kann in der komplexen Darstellung wie folgt geschrieben werden [107] (siehe auch z.B. [76]):

$$I = I_0 \left| 1 + \left(e^{-i\phi} - 1 \right) \right|^2 . \quad (4.28)$$

⁶Zusätzlich tritt je nach Verstimmung und Dichteverteilung auch eine mehr oder minder ausgeprägte räumliche Beugung der Wellenfronten ('lensing') auf, die jedoch für alle folgenden Betrachtungen vernachlässigt wird.

Der erste Term 1 ist das Detektionssignal, der zweite Term $(e^{i\phi} - 1)$ beschreibt den durch die Atome gestreuten und phasenverschobenen Anteil. Der nicht gestreute Anteil wird nun um $\lambda/4$ phasenverzögert und man erhält:

$$I = I_0 \left| -i + (e^{-i\phi} - 1) \right|^2 \quad (4.29)$$

$$= I_0 \left[3 - 2\sqrt{2} \cos\left(\phi + \frac{\pi}{4}\right) \right] \approx I_0(1 + 2\phi) \quad . \quad (4.30)$$

Die Näherung bezieht sich auf die Entwicklung für kleine $|\phi| \ll 1$.

Das Phasenkontrastsignal wird dann aus den detektierten Photonenzahlen N_P und N_R berechnet zu

$$\phi_{PC} = \frac{N_P - N_R}{2N_R} \quad . \quad (4.31)$$

Für die Flächendichte N/A erhält man unter Verwendung von (A.37) aus dem Dipolpotential folgendes Phasenkontrastsignal

$$\phi_{PC} = \omega_0 \frac{N^{Atome}}{A} \tilde{U}_{pot} \quad , \quad (4.32)$$

mit der Intensitäts-unabhängigen Größe $\tilde{U}_{pot} = U_{pot}/I$. Die Atomzahl bestimmt sich daraus zu

$$N^{Atome} = \frac{A}{\omega_0} \frac{\phi_{PC}}{\tilde{U}_{pot}} \quad . \quad (4.33)$$

Betrachtet man den Fehler der Phasenbestimmung unter der Annahme, dass Pixel- und Quantisierungsrauschen der Kamera gegenüber dem Schrotrauschen der Photonen vernachlässigbar ist, so erhält man bei N_R detektierten Photonen

$$\Delta\phi_{PC} = \left| \frac{\partial\phi_{PC}}{\partial N_R} \right| \Delta N_R + \left| \frac{\partial\phi_{PC}}{\partial N_P} \right| \Delta N_P \quad (4.34)$$

$$= \frac{N_P}{2N_R^2} \Delta N_R + \frac{1}{2N_R} \Delta N_P \approx \frac{1}{\sqrt{N_R}} \quad . \quad (4.35)$$

Die Näherung bezieht sich auf die Annahme kleiner Phasenverschiebungen $|\phi_{PC}| \ll 1$ was $N_P \approx N_R$ und somit $\Delta N_P \approx \Delta N_R = \sqrt{N_R}$ bedingt. Für das Signal-zu-Rausch-Verhältnis der Teilchenzahlbestimmung ergibt sich

$$\begin{aligned} S/N &= \frac{N^{Atome}}{\Delta N^{Atome}} = \frac{\phi_{PC}}{\Delta\phi_{PC}} \\ &= \omega_0 \frac{N^{Atome}}{A} \tilde{U}_{pot} \sqrt{N_R} \quad , \end{aligned} \quad (4.36)$$

mit der einfachen statistisch begründbaren Aussage: 'je mehr Photonen, desto geringer das relative Photonenrauschen und desto genauer die Teilchenzahlbestimmung'. In der Praxis ist die Anzahl der verwendbaren Photonen durch zwei Faktoren limitiert. Zum einen darf der CCD-Chip der Kamera nicht gesättigt werden und zum anderen sollte die inkohärente Anregung des atomaren Ensembles im Sinne einer nicht-destruktiven Messung gering bleiben. Zur Quantifizierung der inkohärenten Anregung wird ein 'Zerstörfaktor'

ζ definiert, der bei Einstrahlung der Intensität I_0 für eine Detektionszeit τ_d wie folgt berechnet wird

$$\zeta = \tilde{\Gamma}_{sc} I_0 \tau_d \quad . \quad (4.37)$$

Die Photonenzählrate N^{Ph} wird bei einer Quanteneffizienz von η über den Energiefluss ermittelt zu

$$N^{Ph} = \frac{I_0}{\hbar\omega_0} A \tau_d \eta \quad . \quad (4.38)$$

Hieraus folgt für den Zerstörfaktor in Abhängigkeit der Streurrate

$$\zeta = \frac{\hbar\omega_0}{A\eta} N^{Ph} \tilde{\Gamma}_{sc} \quad . \quad (4.39)$$

Bei der Wahl der Parameter für das Phasenkontrastverfahren gibt man zunächst einen Zerstörfaktor pro Bild ζ_0 vor. Dieser orientiert sich an der Gesamtzahl der gewünschten Bilder N und wird z.B. zu $\zeta_0 = 1/N$ gewählt. Das entspricht einem Erhalt des Samples nach der Bildserie von $(1 - \zeta_0)^N$; dieser Wert geht für größere N gegen $1/e$.

Anschließend rechnet man den Zerstörfaktor ζ_{FW} aus, der die 'full-well'-Kapazität N_{FW} der Kamera sinnvoll ausnutzt⁷, zu

$$\zeta_{FW} = \frac{\hbar\omega_0}{A\eta} N_{FW} \tilde{\Gamma}_{sc} \quad . \quad (4.40)$$

Nun sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Für $\zeta_{FW} < \zeta_0$ ist das Signal-zu-Rausch-Verhältnis gegeben durch

$$S/N = \omega_0 \frac{N}{A} \sqrt{N_{FW}} \tilde{U}_{pot} \quad , \quad (4.41)$$

denn die Anzahl der zu verwendenden Photonen (auf die Fläche A) pro Bild sind durch den 'full-well' der Kamera limitiert. Die entsprechende Anzahl an Photonen zerstören das Sample jedoch weniger (ζ_{FW}) als das vorgegebene Limit ζ_0 . Dieser Fall tritt für größere Verstimmungen von der Resonanz auf. Das S/N -Verhältnis nimmt dann proportional zum Dipolpotenzial ab.

2. Für $\zeta_{FW} > \zeta_0$ kann man die Anzahl an Photonen pro Bild (und Fläche A) aus (4.39) zu

$$N_R = \frac{A\eta}{\hbar\omega_0} \zeta_0 \frac{1}{\tilde{\Gamma}_{sc}} \quad (4.42)$$

berechnen und erhält das S/N -Verhältnis durch Einsetzen in (4.36)

$$S/N = \sqrt{\frac{\omega_0 A \eta}{\hbar}} \frac{N}{A} \sqrt{\zeta_0} \frac{\tilde{U}_{pot}}{\sqrt{\tilde{\Gamma}_{sc}}} \quad . \quad (4.43)$$

Die entscheidende Größe ist somit $(\tilde{U}_{pot}/\sqrt{\tilde{\Gamma}_{sc}})$, die gemäß den Grundgleichungen für das Dipolpotenzial (5.1) und (5.2) für große Verstimmungen gegen einen konstanten Wert konvergiert. Es sei an dieser Stelle bereits erwähnt, dass Gl. (4.43) nicht mehr von der Intensität, d.h. der pro Detektion verwendeten Photonenzahl N_R abhängt. Für wenige Photonen sind die in der Herleitung verwendeten Näherungen jedoch nicht mehr gültig.

⁷Typischerweise setzt man N_{FW} auf 50-70% der 'full-well'-Kapazität.

Im Folgenden werden diese abstrakten Aussagen am Beispiel der zerstörungsfreie Detektion des $|2, +2\rangle$ -Zustandes unter Verwendung zirkularer Polarisation, entlang der Quantisierungsachse eingestrahlt, diskutiert. Dabei werden folgende Parameter verwendet: $N_{FW} = 50000$, $A = 1.7 \mu\text{m} \times 1.7 \mu\text{m}$, $\eta = 0.42$ und $N = 1$. In Abbildung 4.10 sind die relevanten

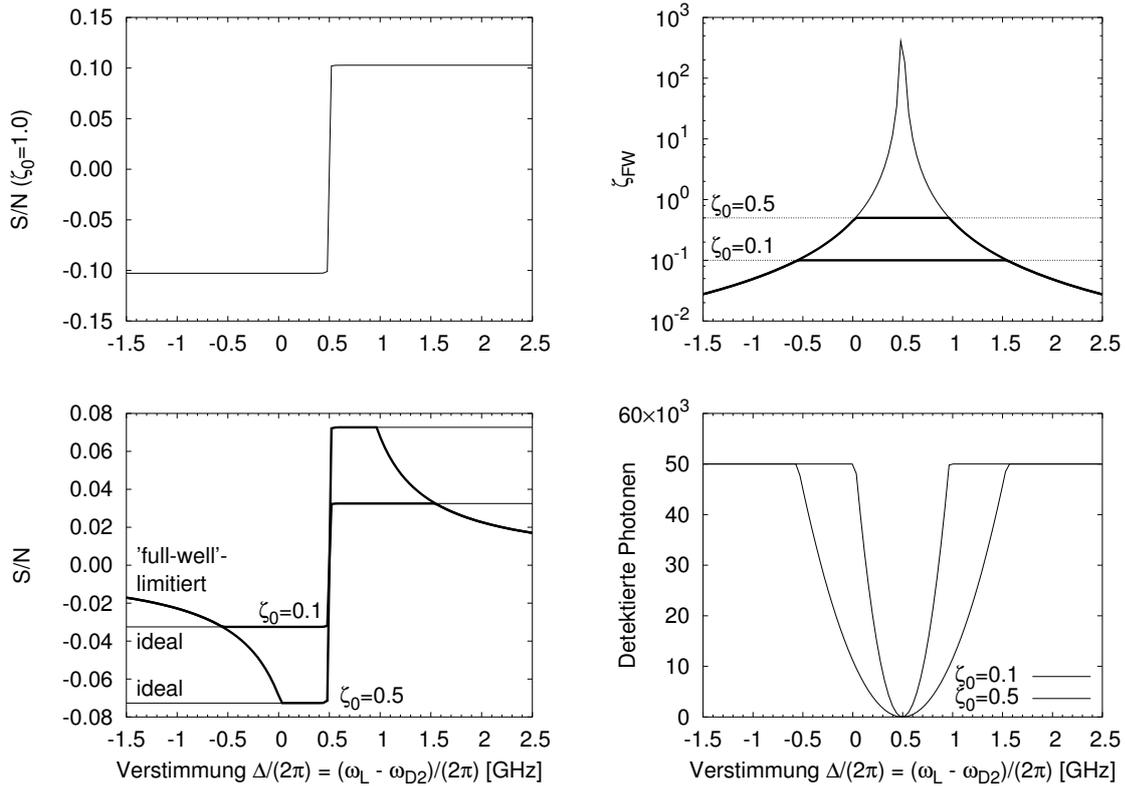


Abbildung 4.10: Zerstörungsfreie Detektion des $|2, +2\rangle$ -Zustandes. Links oben ist das erreichbare Signal-zu-Rausch-Verhältnis (S/N -Verhältnis) nach (4.43) für $\zeta_0 = 1$ dargestellt. In der Praxis kann diese Kurve aufgrund der 'full-well'-Kapazität der Kamera nur in der Nähe der Resonanz auch ausgenutzt werden, wie links unten geplottet. Die beiden Kurven beziehen sich auf die Zerstörfaktoren $\zeta_0 = 0.1$ bzw. 0.5 ; für große Verstimmungen führt die 'full-well'-Photonenzahl zu einer geringeren Zerstörung $\zeta_{FW} < \zeta_0$, hierdurch nimmt allerdings das S/N -Verhältnis ab gemäß Gl. (4.41). Der Zerstörfaktor ζ_{FW} bei Ausnutzung der 'full-well'-Kapazität der Kamera als Funktion der Verstimmung ist rechts oben dargestellt. Rechts unten ist die 'verwendbare' Anzahl an Detektionsphotonen, um unterhalb einer vorgegebenen Zerstörschwelle ζ_0 zu bleiben, aufgetragen.

Kurven in Abhängigkeit der Frequenzverstimmung des Detektionslasers von der D2-Linie angegeben. Links oben ist das erreichbare Signal-zu-Rausch-Verhältnis gemäß Gleichung (4.43) für $\zeta_0 = 1$ aufgetragen. Diese Kurve kann jedoch auf der begrenzten 'full-well'-Kapazität der Kamera nicht überall genutzt werden. Die real erreichbaren Kurven sind links unten für $\zeta_0 = 0.1$ und $\zeta = 0.5$ dargestellt. Für größere Verstimmungen wird das S/N -Verhältnis durch (4.41) beschrieben. Der reale Zerstörfaktor ζ_{FW} ist hier niedriger als der vorgegebene, da die verwendbare Photonenzahl pro Bild durch den 'full-well' limitiert

wird. Verstimmt man näher an die Resonanz, so folgt ein Plateau, wo der Maximalwert des S/N -Verhältnisses erreicht wird. Auf der Resonanz folgt dann ein Nulldurchgang. Auf dem rechten oberen Graphen ist der 'full-well'-Zerstörfaktor ζ_{FW} aufgetragen. Durch Vorgabe eines ζ_0 (hier dargestellt für $\zeta_0 = 0.1$ und 0.5) sind sofort die zwei oben diskutierten Bereiche erkennbar. Die realen Zerstörfaktoren folgen zunächst ζ_{FW} für große Verstimmungen von der Resonanz. Für kleine Verstimmungen sind Plateaus mit ζ_0 eingezeichnet. In diesen Bereichen muss die verwendete Anzahl an Photonen reduziert werden. Das Diagramm rechts unten zeigt die pro Bild (und Pixelfläche A) detektierten Photonen, wenn die Zerstörerate dem linken Graphen folgt. Das maximal erreichbare S/N von ≈ 0.03 für $\zeta = 0.1$ erscheint zunächst sehr gering, bezieht sich jedoch auf ein Atom pro A . Bei typischen Kondensatflächendichten von 2.4×10^{11} Atome/cm² (bei $\bar{\omega} = 2\pi \times 142$ Hz, $\omega_y = 2\pi \times 155$ Hz und $N_0 = 10^5$) hat man auf einer Fläche $A = 1.7 \mu\text{m} \times 1.7 \mu\text{m}$ $N \approx 7000$ und erreicht ein passables S/N von ≈ 200 .

Zur Ermittlung der optimalen Verstimmung (z.B. auch bei den Diagrammen in Kapitel 5.2.1) wird man sinnvollerweise wie folgt vorgehen:

1. Man wählt den Zerstörfaktor ζ_0 gemäß der Anzahl der angestrebten Bilder
2. Auf dem Diagramm ζ_{FW} sucht man sich die Bereiche aus, wo $\zeta_0 \geq \zeta_{FW}$, denn dort kann das S/N aus dem Diagramm erreicht werden.
3. Man geht nicht zu nahe an die Resonanz, sondern nutzt den 'full-well' der Kamera vernünftig aus.

Abschließend soll das Skalierungsverhalten zusammengefasst und damit Umrechnungsvorschriften zur Anpassung an andere experimentelle Parameter gegeben werden. In Kapitel 5.2.1 sind die Kurven jeweils für $N_{FW} = 50000$, $A = 1.7 \mu\text{m} \times 1.7 \mu\text{m}$, $\eta = 0.42$, $N = 1$ und $\zeta_0 = 1$ angegeben. Zunächst ist der ζ_{FW} -Graph gemäß der Proportionalität $\propto AN_{FW}/\eta$ zu skalieren:

$$\zeta_{my} = \zeta_{graph} \frac{A_{my}}{1.7 \mu\text{m} \times 1.7 \mu\text{m}} \frac{N_{FW,my}}{50000} \frac{0.42}{\eta_{my}} . \quad (4.44)$$

Durch Vergleich mit dem vorgegebenen ζ_0 identifiziert man die Bereiche, in denen das gegebene S/N -Verhältnis ausgenutzt werden kann. Das erreichbare S/N -Verhältnis wird im Graphen abgelesen und wie folgt umgerechnet:

$$S/N = S/N_{graph} \sqrt{\frac{\eta_{my}}{0.42} \frac{A_{my}}{1.7 \mu\text{m} \times 1.7 \mu\text{m}}} (1.7 \mu\text{m} \times 1.7 \mu\text{m})(N/A)_{my} \sqrt{\zeta_0} . \quad (4.45)$$

Kapitel 5

Wechselwirkung Licht mit Spinorkondensaten

Das Einstrahlen von Laserlicht induziert in Atomen einen elektrischen Dipol, dessen Wechselwirkung mit dem Laserfeld zu einer Energieverschiebung der atomaren Zustände ('AC-Stark-Shift') führt. Ein Intensitätsgradient führt dann zu einem Potenzialgradient und damit zu einer auf das Atom wirkenden Dipolkraft. Durch geeignete Wahl der Polarisation kann ein Spin-unabhängiges Fallenpotenzial für Bose-Einstein-Kondensate erzeugt werden, das für die Untersuchung von Spinorkondensaten eine Grundvoraussetzung ist. Die in unserem und den meisten anderen Experimenten zur Evaporation verwendete Magnetfalle ist ungeeignet, da nur die Zustände $|2, +2\rangle$, $|2, +1\rangle$, $|1, -1\rangle$ gefangen werden und zudem für $|2, +2\rangle$ und $|2, +1\rangle$ das Potenzial unterschiedlich ist.

Die AC-Stark-Verschiebung kann je nach Wahl der Laserpolarisation und der Quantisierungsachse relativ zur Strahlrichtung auch vom jeweils populierten m_F -Zustand abhängen. Eine homogene Ausleuchtung (mit vernachlässigbarem Intensitätsgradient) kann damit zur gezielten energetischen Verschiebung der m_F -Niveaus oder zur m_F -selektiven Detektion genutzt werden.

Im Folgenden sollen die Dipolkräfte zunächst für unterschiedliche Verstimmungen und Polarisationen diskutiert werden. Dabei werden jeweils die zwei Polarisationskonfigurationen 'linear' und 'zirkular' angegeben. Alle anderen Fälle können auf diese zurückgeführt werden, wie in Anhang A.2.1 beschrieben. Darauf aufbauend wird die Anwendung der Spin-Abhängigkeit der Dipolkraft zur zerstörungsfreien Detektion von Spinorkondensaten und Mischungen von Spinorkondensaten diskutiert. Anschließend wird die Möglichkeit der Kompensation des quadratischen Zeemaneffekts durch die Dipolkraft evaluiert. Hier soll ein 'imaginäres' Magnetfeld erzeugt werden, was einem q -Parameter $q < 0$ entspricht und den Zugang zu Bereichen eines 'umgekehrten quadratischen Zeemaneffekts' der Spinwechselwirkungs-Grundzustandsphasendiagramme (vgl. Kapitel 2.2) ermöglichen und damit detaillierte Untersuchungen der Spindwechselwirkungen erlauben würde.

5.1 Spinabhängigkeit der Dipolkraft

5.1.1 Grundgleichungen

Für ein Zweiniveau-System sind die Dipolkraft und Streurrate gegeben durch [108]

$$U_{pot} = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left(\frac{\gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\gamma}{\omega_0 + \omega} \right) I \quad (5.1)$$

$$\Gamma_{sc} = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^3 \left(\frac{\gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\gamma}{\omega_0 + \omega} \right)^2 I \quad , \quad (5.2)$$

wo ω_0 die Übergangsfrequenz, γ die Linienbreite, ω die Laserfrequenz, und I die verwendete Intensität bezeichnet. In dieser Formel ist die 'rotating-wave approximation' noch nicht durchgeführt. Für sehr große Verstimmungen werden auch die Beiträge der sogenannten 'counter-rotating'-Terme signifikant¹. Diese wurden in allen Berechnungen für die Diagramme berücksichtigt, aus Übersichtlichkeitsgründen in den Formeln jedoch vernachlässigt, da überwiegend kleine Verstimmungen diskutiert werden.

Für die Diskussion der Spin-Abhängigkeit der Dipolkraft ist über alle involvierten Übergänge explizit zu summieren. Um auch sehr nahe Verstimmungen zu berücksichtigen, werden die Formeln (A.35) und (A.40) verwendet:

$$U_{pot} = 3\pi c^2 \left(\sum \frac{CGC_i}{\omega_i^3} \frac{2\gamma_i(\omega - \omega_i)}{\gamma_i^2 + 4(\omega - \omega_i)^2} \right) I \quad (5.3)$$

$$\Gamma_{sc} = \frac{6\pi c^2}{\hbar} \left(\sum \frac{CGC_i}{\omega_i^3} \frac{\gamma_i^2}{\gamma_i^2 + 4(\omega - \omega_i)^2} \right) I \quad . \quad (5.4)$$

Die Summation ist über alle angeregten Niveaus, die an das entsprechende m_F -Niveau über das Laserfeld (in Dipolnäherung) koppeln, durchzuführen. Die jeweilige Übergangsfrequenz ist mit ω_i und die Kopplungsstärke durch den Clebsch-Gordan-Koeffizient CGC_i gegeben. Als Spontanrate γ_i des angeregten Niveaus i ist jeweils die Gesamtzerfallsrate anzusetzen, d.h. auch die Raten in andere Grundzustands- m_F -Niveaus, da auch diese zur Dämpfung beitragen.

5.1.2 Große Verstimmungen

Für große Verstimmungen $|\omega - \omega_i| \gg \Delta'$ mit $i = D1, D2$ und $\Delta' \approx 800$ MHz (D1) bzw. $\Delta' \approx 500$ MHz (D2), d.h. die Laserverstimmung ist groß gegen die Hyperfeinaufspaltung der angeregten Niveaus, kann man die Clebsch-Gordan-Koeffizienten der angeregten Niveaus aufsummieren und ihnen jeweils die mittlere Übergangsfrequenz ω_{D1} bzw. ω_{D2} zuordnen. In Abbildung 5.1 sind die entsprechenden summierten Kopplungsstärken an die D1- bzw. D2-Übergänge dargestellt. Als Formel kann man die Potenziale wie folgt darstellen [108]

$$U_{pot} = \frac{\pi c^2 \gamma}{2\omega_0^3} \left(\frac{1 - \mathcal{P}g_F m_F}{\omega - \omega_{D1}} + \frac{2 + \mathcal{P}g_F m_F}{\omega - \omega_{D2}} \right) I \quad , \quad (5.5)$$

¹Für die verwendete Dipolfalle bei 1064 nm und den hauptsächlich beitragenden Übergängen bei 780 nm und 795 nm beträgt der Anteil des 'counter-rotating'-Terms an der Dipolkraft immerhin $\approx 13\%$.

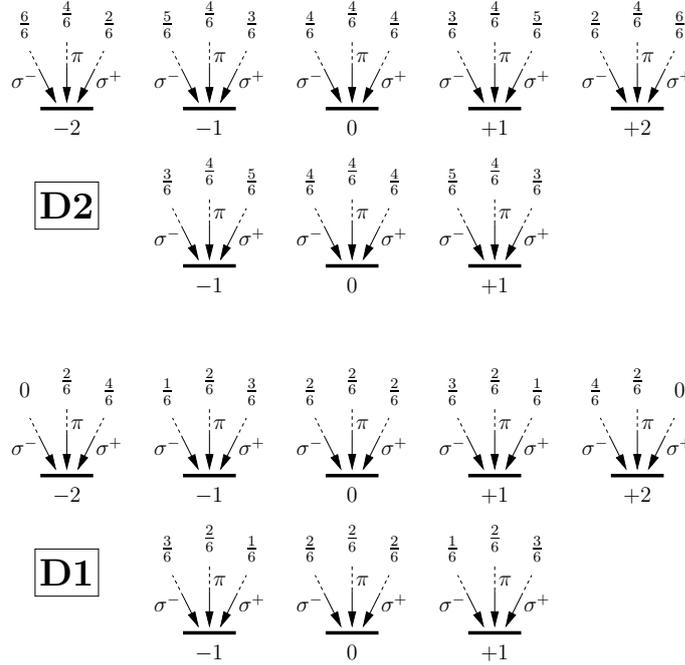


Abbildung 5.1: Vereinfachtes Kopplungsmodell ohne Auflösung der Hyperfeinstruktur. Die eingezeichneten Koeffizienten wurden durch Summation über die entsprechenden D1- bzw. D2-Mannigfaltigkeiten errechnet.

wobei \mathcal{P} die Laserpolarisation bezeichnet ($\mathcal{P} = 0, \pm 1$ für π^0 bzw. σ^\pm -Polarisation) und g_F der Landé-Faktor ist ($g_F = -1/4$ für $F=1$ und $g_F = 1/4$ für $F=2$)². Für lineare Polarisation (π^0) sind die Kopplungsstärken für alle m_F -Zustände gleich und betragen $1/3$ (D1) bzw. $2/3$ (D2). Die Potenzialkurven und Streuraten in Abhängigkeit der Verstimmung für die einzelnen m_F -Zustände sind in Abbildung 5.2 dargestellt. Es zeigt sich eine Zeeman-artige Aufspaltung der m_F -Zustände, die schon 1972 als 'Zeeman light shifts' an Quecksilber vermessen [109] wurde. Eine interessante Größe ist die Potenzialverschiebung (bzw. m_F -Aufspaltung) pro Streurrate U_{pot}/Γ_{sc} , da man einen möglichst großen Effekt bei möglichst kleiner Streurrate erreichen möchte. Hier ist es sinnvoll, als Referenzwert für die Streurrate Γ_{sc} die jeweils maximale Streurrate der F -Mannigfaltigkeit ($m_F = -F, \dots, +F$) heranzuziehen. Das entsprechende Diagramm ist in Abbildung 5.3 links dargestellt. Man erkennt, dass die Größe Potenzialverschiebung pro Streurrate mit größeren Verstimmungen immer weiter zunimmt und asymptotisch über

$$\frac{U_{pot}}{\Gamma_{sc}} \simeq \hbar \frac{\gamma}{\omega - \omega_0} \quad (5.6)$$

beschrieben wird³. Für das Spin-unabhängige Fangen von Atomen ist daher, solange man die notwendigen Laserleistungen aufbringen und die entsprechenden Wellenlängen handhaben kann, eine möglichst große Verstimmung zu wählen. Bei der Spin-abhängigen Auf-

²Beim Vergleich mit (5.3) ist anzumerken, dass durch die Abhängigkeit der Spontanrate von der Übergangsfrequenz gilt $\gamma/\omega_0^3 \simeq \gamma_{D1}/\omega_{D1}^3 \simeq \gamma_{D2}/\omega_{D2}^3$.

³Ohne den 'counter-rotating'-Term, der für größere Verstimmungen zu berücksichtigen ist.

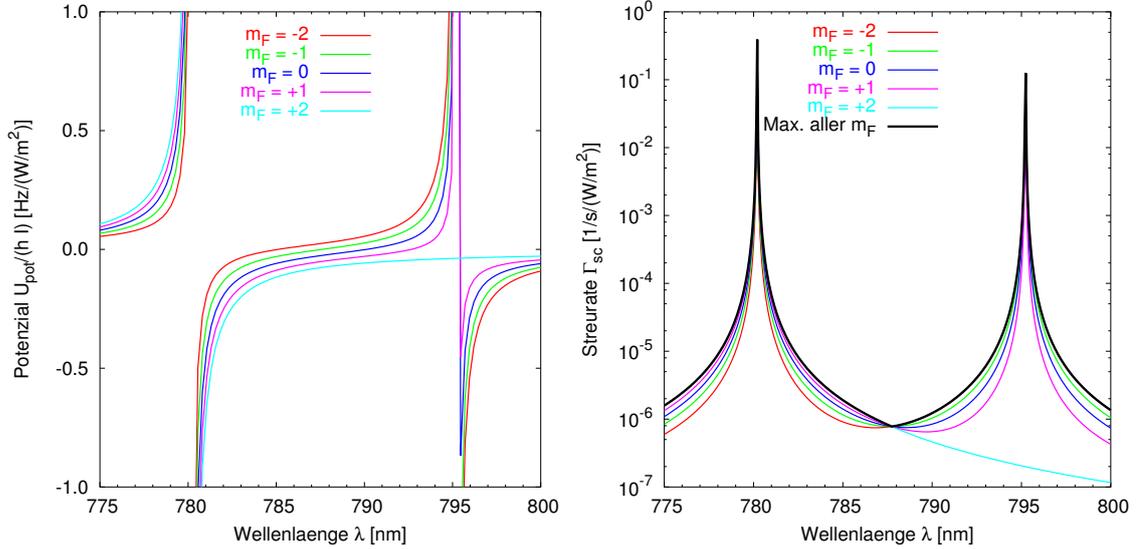


Abbildung 5.2: Potenzialkurven und Streuraten für $F=2$, $m_F = -2, \dots, +2$ und zirkulare Polarisation in Abhängigkeit der Wellenlänge. Die Kurven für $F = 1$ sind bis auf das Vorzeichen identisch, d.h. $|1, m_F\rangle$ entspricht $|2, -m_F\rangle$.

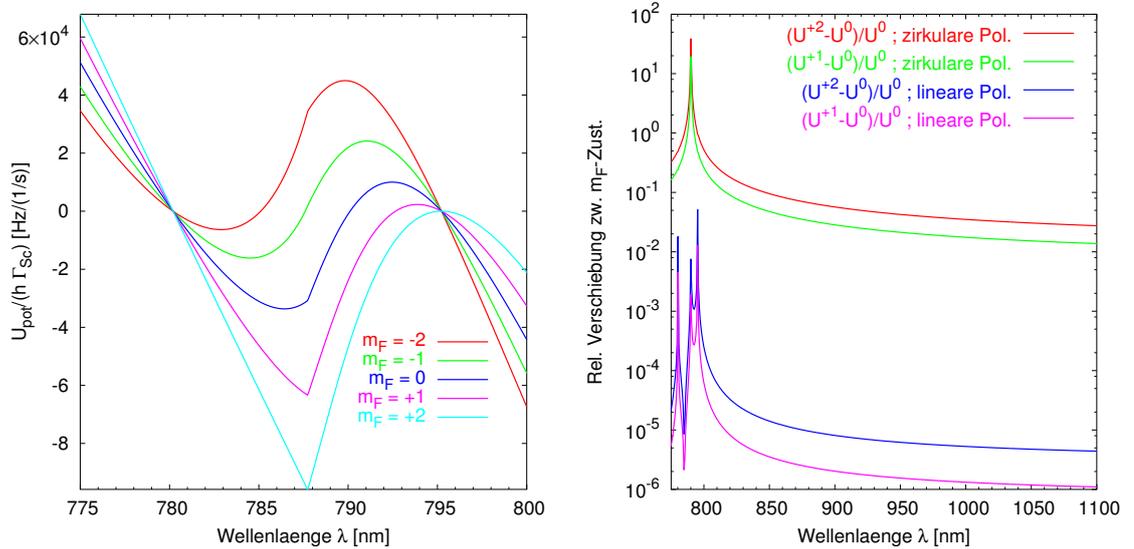


Abbildung 5.3: Links: Dipolpotenzial pro spontaner Streuraten für große Verstimmungen bei zirkularer Polarisation. Als Streuraten wird jeweils der Maximalwert für $F = 2$, $m_F = -2, \dots, +2$ verwendet. Rechts: Relative Potenzialverschiebung der Zustände $|2, +2\rangle$, $|2, +1\rangle$ im Vergleich zum $m_F = 0$ -Zustand. Aufgetragen ist $(U(m_F = +2, +1) - U(m_F = 0))/U(m_F = 0)$ für lineare und zirkulare Polarisation.

spaltung sieht das schon anders aus: für große Verstimmungen bleibt diese im Verhältnis zur Streurrate konstant und geht in

$$\frac{\Delta U}{\Gamma_{sc}} \simeq -\frac{\hbar}{3\gamma} \mathcal{P} g_F m_F (\omega_{D1} - \omega_{D2}) \quad (5.7)$$

über. Soll folglich eine Spin-Abhängigkeit ausgenutzt werden, so bringen große Verstimmungen keinen Vorteil, es ist der Bereich um $\lambda \approx 788$ nm am günstigsten.

Auf der rechten Seite in Abbildung 5.3 ist noch die Spin-abhängige m_F -Potentialdifferenz im Vergleich zum Gesamtpotenzial dargestellt. Diese Größe ist von Bedeutung, wenn ein Spin-unabhängiges Potenzial benötigt wird. Hier zeigt sich, dass *lineare* Polarisation zu bevorzugen ist. Für die in diesem Experiment bei der Dipolfalle verwendete Wellenlänge 1064 nm beträgt bei einer Falltiefe von $10 \mu\text{K}$ [70] die Aufspaltung der m_F -Unterstufen $10^{-6} \times 10 \mu\text{K}$ ($\hat{=} 2\pi\hbar \times 0.2$ Hz), was dem linearen Zeemaneffekt durch ein Magnetfeld von $B_0 \approx 0.3 \mu\text{G}$ entspricht. Im zirkularen Fall erhält man eine Aufspaltung $10^{-2} \times 10 \mu\text{K}$ entsprechend $B_0 \approx 3$ mG. Diese Aufspaltung in einer zirkular polarisierten Dipolfalle wurde z.B. in der Gruppe von C.E. Wieman [110] experimentell untersucht.

5.1.3 Auflösung der Hyperfeinstruktur

Für kleinere Verstimmungen von den D1- und D2-Übergängen wird die Hyperfeinaufspaltung der Zustände relevant und sorgt für eine reichhaltige Unterstruktur in der Nähe der Resonanzen. In Abbildung 5.4 sind die Potenzialkurven für zirkulare Polarisation und Wellenlänge in der Nähe der D1- und D2-Linien für die $F=1$ - und $F=2$ - Mannigfaltigkeiten dargestellt. Die entsprechenden Diagramme für lineare Polarisation zeigt Abbildung 5.5. Für die folgenden Anwendungen sind jeweils unterschiedliche Optimierungskriterien anzusetzen, sodass die hier gezeigten Diagramme nur einen allgemeinen Überblick verschaffen sollen. Die jeweils interessanten Größen sind in den folgenden Kapiteln dann explizit als Graphen angegeben.

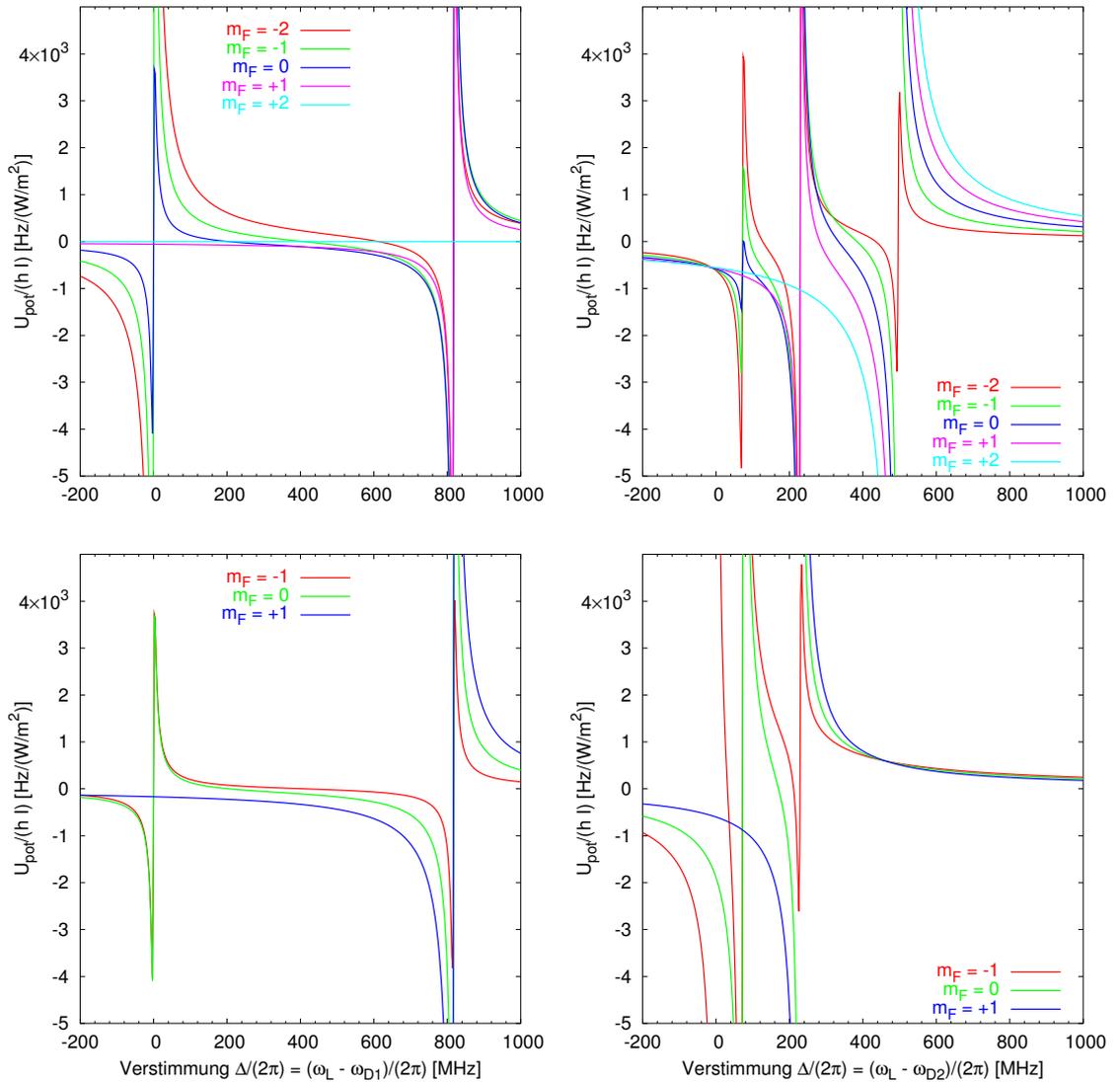


Abbildung 5.4: Potenzialkurven in der Nähe der D1 (linke Spalten) und D2 (rechte Spalten) Linien für $F=2$ (obere) und $F=1$ (untere Diagramme) für zirkuläre Polarisation.

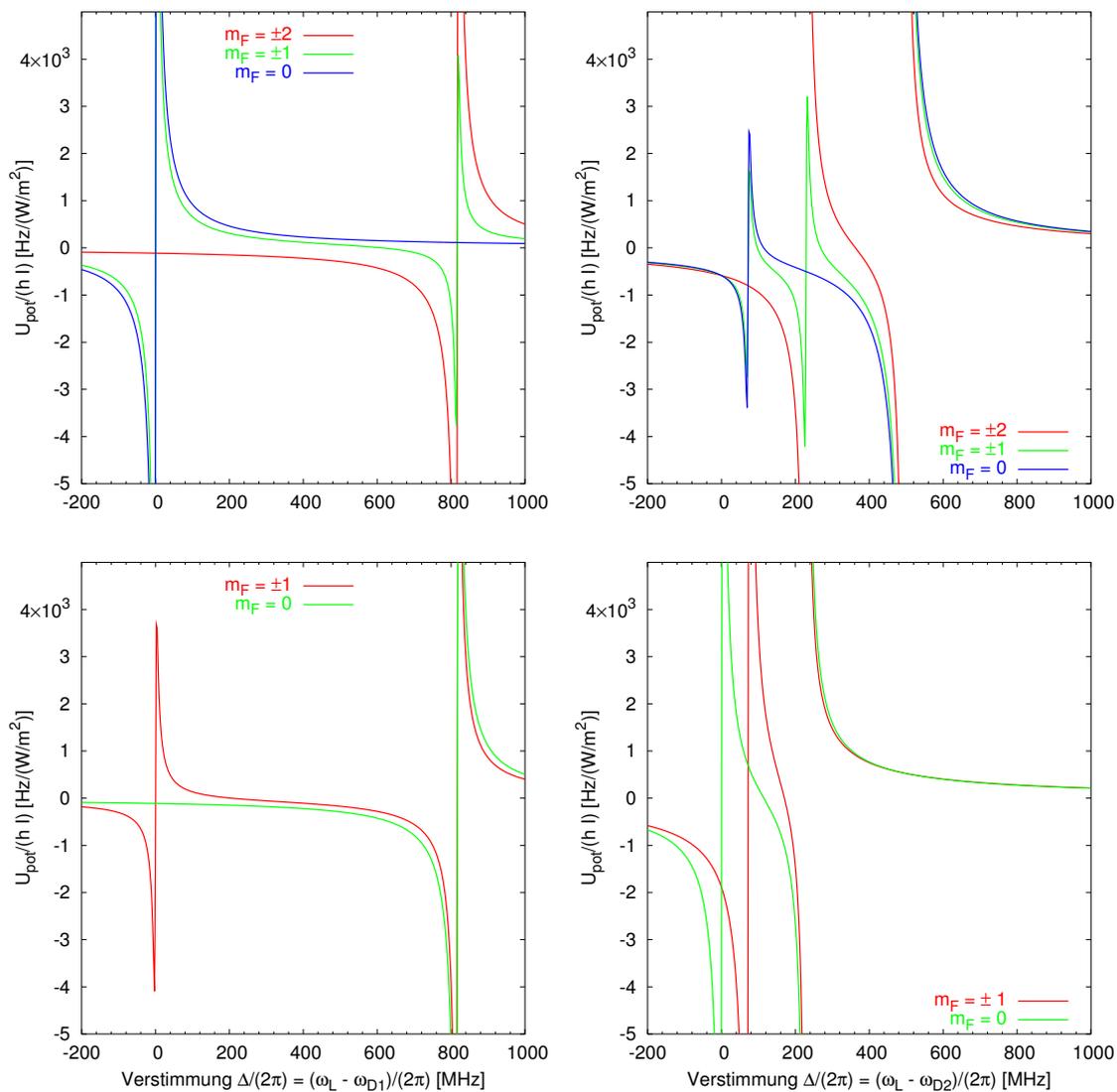


Abbildung 5.5: Potenzialkurven in der Nähe der D1 (linke Spalten) und D2 (rechte Spalten) Linien für $F=2$ (obere) und $F=1$ (untere Diagramme) für lineare Polarisation.

5.2 Anwendungen

5.2.1 Zerstörungsfreie Detektion von Spinorkondensaten

In diesem Abschnitt soll das Phasenkontrastverfahren zur zerstörungsfreien Messung von Spinzuständen diskutiert werden. Dazu wird die Spin-Abhängigkeit des Brechungsindex ausgenutzt, um Spinsignaturen zu detektieren (eine ähnliche Diskussion — allerdings ohne Berücksichtigung der Hyperfeinstruktur — publizierten I. Carusotto et. al. [111]). Die Detektion des Spinzustandes hat jedoch einen Haken: die Abbildung enthält pro Pixel nur einen eindimensionalen Ergebnisraum, der eine Kombination aus Teilchenzahl und Spinzustand repräsentiert. Mit einer Messung können also nicht gleichzeitig Teilchenzahl und Spinausrichtung gemessen werden. Wird das gewünscht, so sind verschiedene Verfahren zu kombinieren: z.B. ein Phasenkontrast-Bild ohne Spin-Abhängigkeit und eines mit maximaler Spin-Abhängigkeit.

Für die folgende Diskussion wurde eine Kondensatflächendichte senkrecht zur Detektionsrichtung von 2.4×10^{11} Atomen/cm² angenommen, was $N \approx 7000$ Atomen auf die Pixelfläche von $A = 1.7 \mu\text{m} \times 1.7 \mu\text{m}$ entspricht. Die Signal-zu-Rausch-Verhältnisse der Graphen müssen daher mit $7000 \times \sqrt{\zeta_0}$ multipliziert werden; die Werte für ζ_{FW} können direkt abgelesen werden. Weitere Parameter und die Umrechnungsprozedur sind in Kapitel 4.4 angegeben.

Zirkulare Polarisation und Strahl entlang Quantisierungsachse Die erreichbaren S/N -Verhältnisse für zirkulare Polarisation σ^+ entlang der Quantisierungsachse (Geometrie siehe Anhang A.2.1) sind auf den Abbildungen 5.6 ($F=2$) und 5.7 ($F=1$) dargestellt.

Man sieht, dass für Verstimmungen um 1 GHz die m_F -Aufspaltung bei $\zeta_0 = 0.1$ mit $S/N \approx 50$ detektiert werden kann. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass H. Dehmelt diese Geometrie bereits 1957 zur Messung präzedierender Spins vorgeschlagen hat [112].

Das Phasenkontrastverfahren mit zirkularer Polarisation hat eine gewisse Verwandtschaft mit der Polarisationspektroskopie. Lineare Polarisation, entlang der Quantisierungsachse eingestrahlt, besteht aus σ^- - und σ^+ -Licht. Entsprechend des vorliegenden m_F -Zustandes erfolgt eine Polarisationsdrehung. Dieser Effekt ist ähnlich der Faradayrotation (siehe hierzu z.B. Budker et. al. [113] oder den Übersichtsartikel von Budker et. al. [114]) und wurde in einer Messkonfiguration ähnlich der im nächsten Kapitel beschrieben benutzt, um die Larmorpräzession an ⁸⁵Rb-Atomen zu messen, die aus einer MOT freigelassen wurden. Hier wurde ein Detektionsstrahl von wenigen μW bei 3 GHz Verstimmung verwendet [115]. Dieses Verfahren wurde auch als 'quantum-non-demolition'-Messung des Spins interpretiert [116].

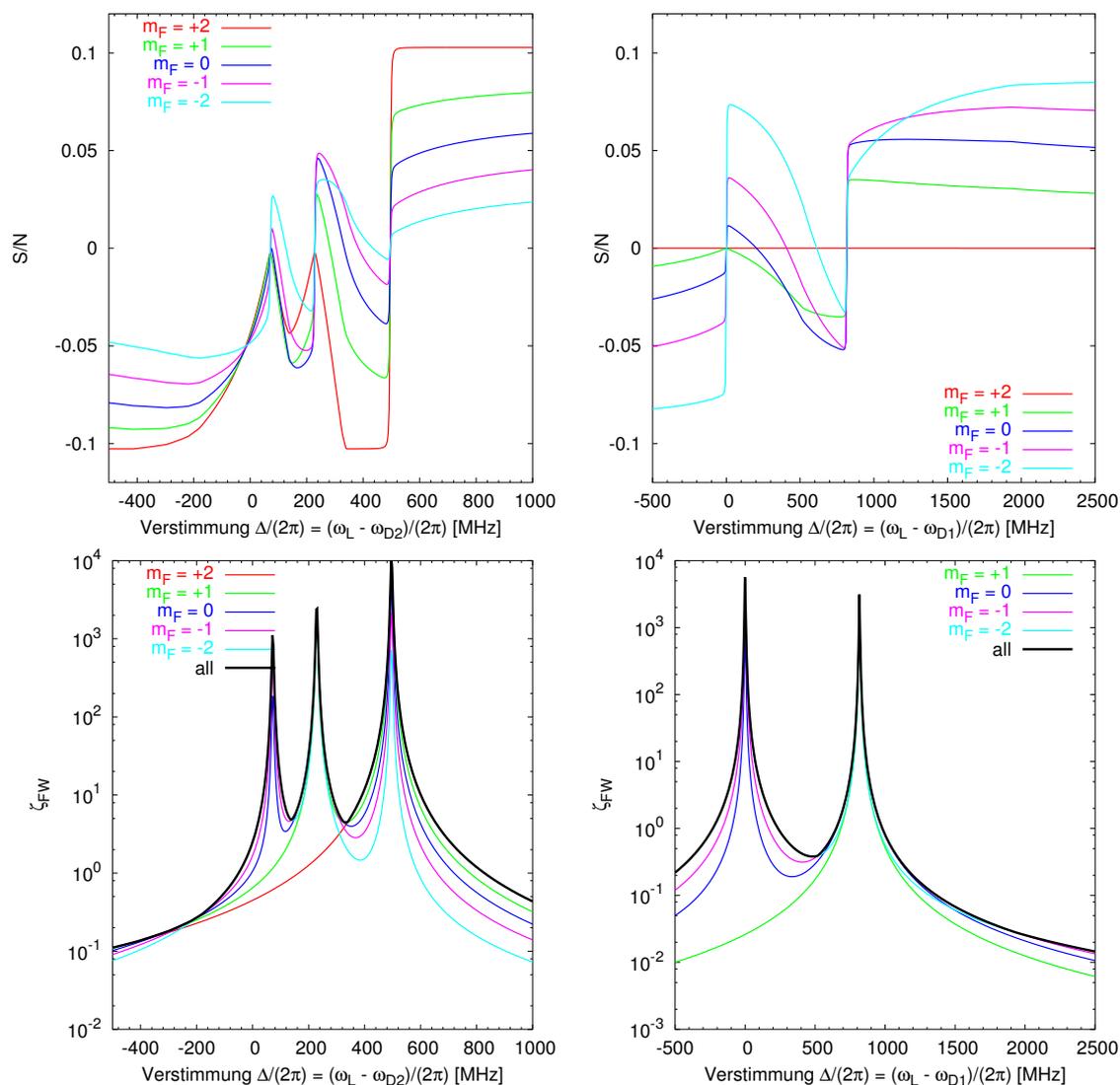


Abbildung 5.6: Signal-zu-Rausch-Verhältnis und 'full-well'-Zerstörfaktor für die zerstörungsfreie Phasenkontrastdetektion von $F=2$ -Spinorkondensaten für zirkuläre Polarisation σ^+ (zur Interpretation siehe Text und Kap. 4.4).

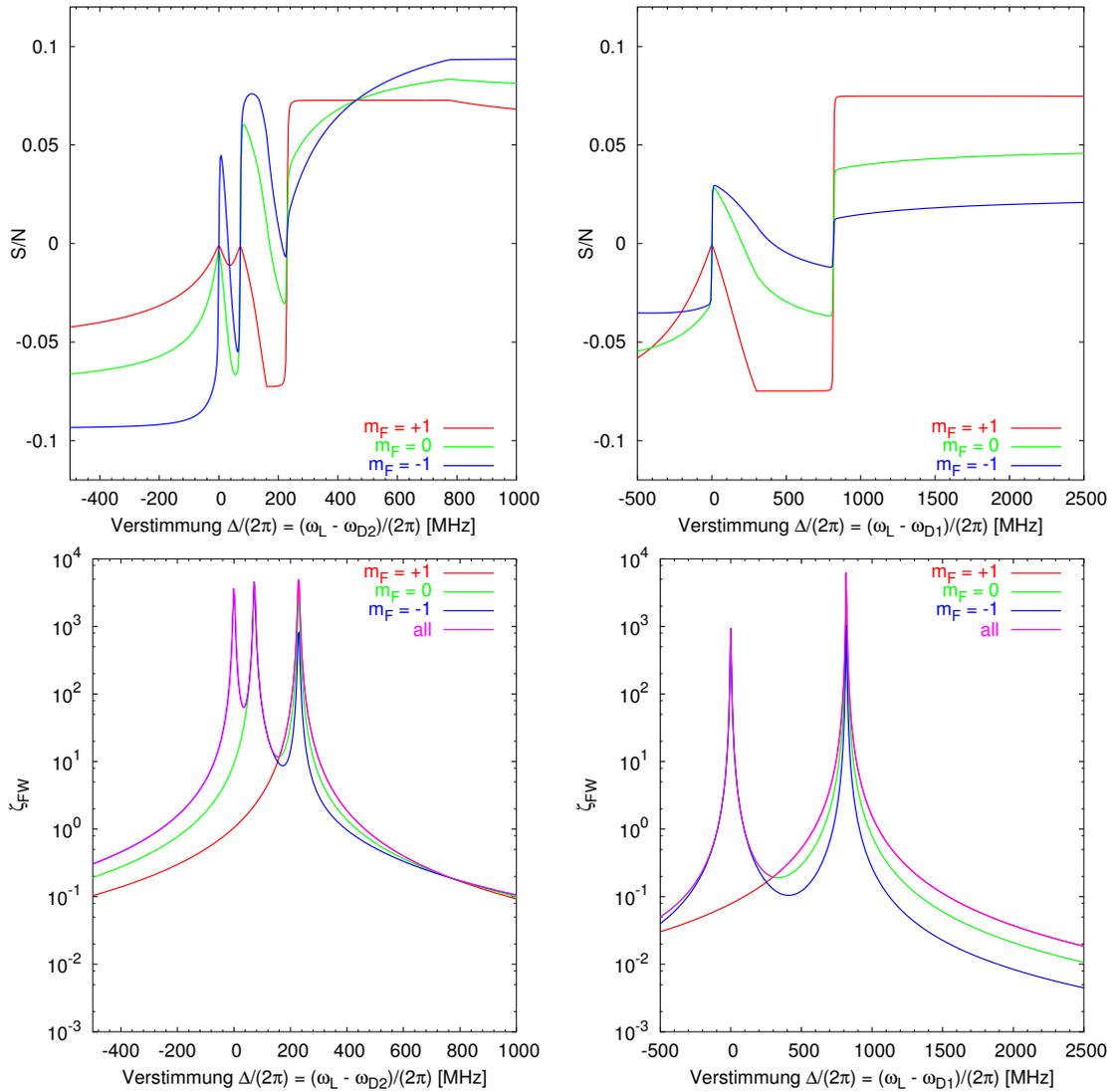


Abbildung 5.7: Signal-zu-Rausch-Verhältnis und 'full-well'-Zerstörfaktor für die zerstörungsfreie Phasenkontrastdetektion von $F=1$ -Spinorkondensaten für zirkuläre Polarisation σ^+ (zur Interpretation siehe Text und Kap. 4.4).

Lineare Polarisation senkrecht zur Quantisierungsachse Die Abbildungen 5.8 und 5.9 geben die Potenzialverschiebungen für $F=2$ und $F=1$ unter Verwendung linearer Polarisation π^0 an (zur Geometrie siehe Anhang A.2.1) an. Hier zeigt sich, dass größere

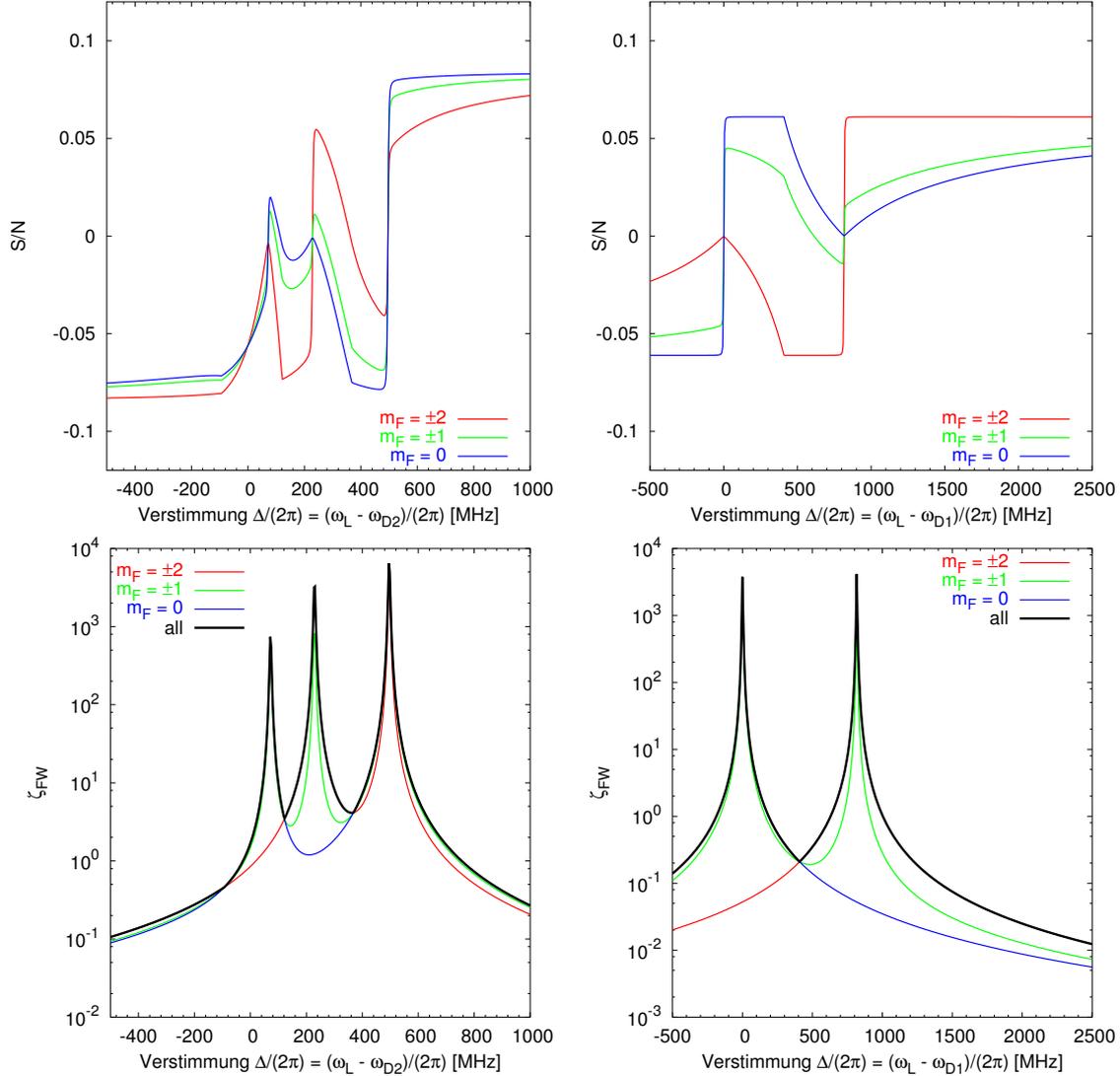


Abbildung 5.8: Signal-zu-Rausch-Verhältnis und 'full-well'-Zerstörfaktor für die zerstörungsfreie Phasenkontrastdetektion von $F=2$ -Spinorkondensaten für lineare Polarisation π^0 (zur Interpretation siehe Text und Kap. 4.4).

Verstimmungen gut geeignet für eine Spin-unabhängige Phasenkontrastabbildung geeignet sind. Man erreicht hier $S/N \approx 150$. Für Verstimmungen zwischen den Übergängen findet eine Aufspaltung statt, die für m_F und $-m_F$ identisch ist. Diese Bereiche sind daher günstig für eine Unterscheidung zwischen Spinmischungen mit Gesamtspin 0: $|\pm 2\rangle$, $|\pm 1\rangle$ und $|0\rangle$. Hier beträgt das $S/N \approx 150$. Im folgenden Kapitel wird eine ähnliche Geometrie zur Polarisationspektroskopie verwendet.

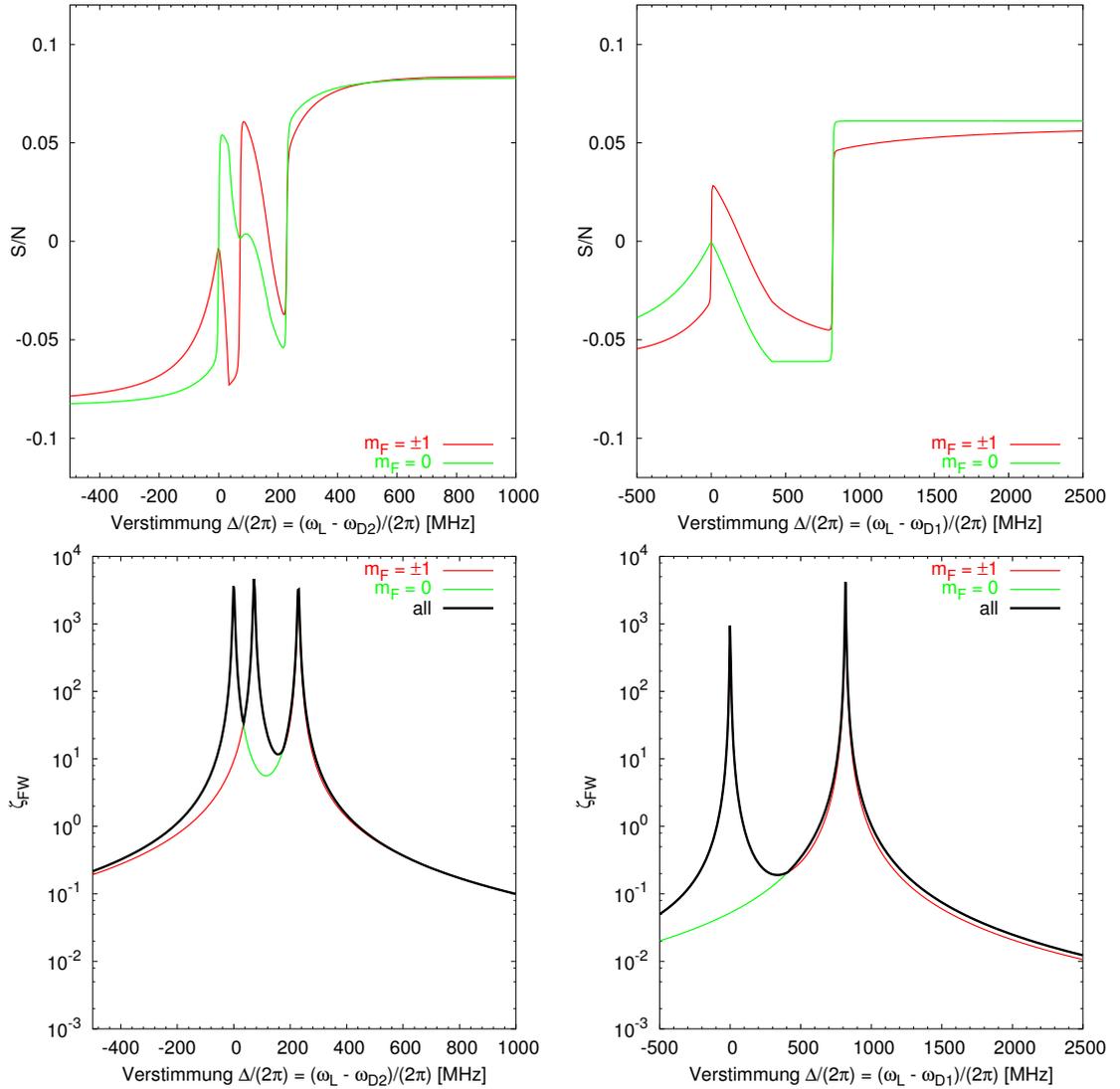


Abbildung 5.9: Signal-zu-Rausch-Verhältnis und 'full-well'-Zerstörfaktor für die zerstörungsfreie Phasenkontrastdetektion von $F=1$ -Spinorkondensaten für lineare Polarisation π^0 (zur Interpretation siehe Text und Kap. 4.4).

5.2.2 Zerstörungsfreie Messung der Entwicklung von Spinnmischungen

Die zerstörungsfreie Detektion ist insbesondere zur Beobachtung von kohärenter Spindynamik von Interesse. Da die Spindynamik von den Anfangsphasen abhängt (vgl. Kap. 2.3.1) und diese experimentell sehr schwierig zu kontrollieren sind, ist eine zerstörungsfreie Messung einer Spinoszillation über mehrere Oszillationsperioden hinweg wünschenswert. Falls keine örtlichen Effekte aufzulösen sind, ist es zugunsten eines guten Signal-zu-Rausch-Verhältnisses sinnvoll, das ganze Kondensat auf eine Photodiode abzubilden und eine Zeitreihe aufzunehmen.

Die zerstörungsfreie Unterscheidung von Spinnmischungen gestaltet sich schwieriger als die Detektion der globalen Spinausrichtung. Spindynamik erhält den Gesamtspin, d.h. ausgehend von $|0\rangle$ bildet sich eine Mischung aus $| - 1\rangle$ und $| + 1\rangle$, die dann z.B. zurück nach $|0\rangle$ oszilliert usw. Das Problem besteht nun darin, dass sich die Phasenverschiebungen für $| - 1\rangle$ und $| + 1\rangle$ (siehe Kap. 5.2.1 für die Kurven) bei Vorliegen einer Mischung nahezu kompensieren und nur ein sehr kleiner Nettoeffekt übrig bleibt, der im Folgenden quantisiert und dessen Detektion diskutiert werden soll.

Der vorgeschlagene Messaufbau ist in Abbildung 5.10 dargestellt. Ein zirkular polari-

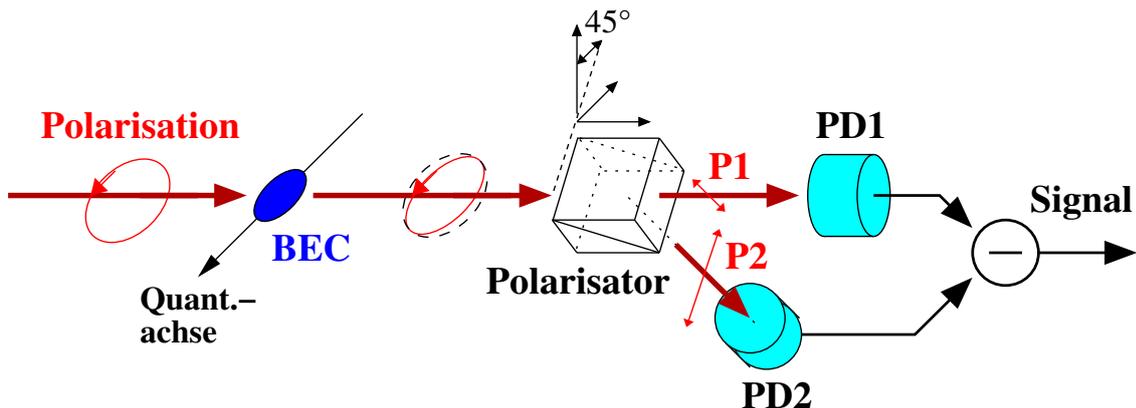


Abbildung 5.10: Schematischer Aufbau zur Polarisationsrotationsspektroskopie. Die zirkulare Polarisation des Probestrahls erhält — abhängig von der vorliegenden Spinnmischung im BEC — einen kleinen elliptischen Anteil. Die Polarisationsänderung wird durch zwei Photodetektoren (PD1 und PD2) hinter einem Polarisator, der im Winkel von 45° zur Quantisierungsachse steht, gemessen.

sierter Probestrahl wird senkrecht zur Quantisierungsachse eingestrahlt. Der Probestrahl erfährt nun — abhängig von der vorliegenden Spinnmischung — eine Polarisationsdrehung, die durch Differenzbildung der Intensitäten nach einem polarisierenden Strahlteiler ausgewertet wird. Die Achse des Polarisators steht in einem Winkel von 45° zur Quantisierungsachse.

Für die Betrachtung der Polarisationsänderung wird der Probestrahl in die linearen Polarisationsbasisvektoren P1 und P2 zerlegt, die bezogen auf die Quantisierungsachse als $\frac{\sqrt{I_0}}{2}(\sigma^- + \sigma^+) \cos(\omega t)$ und $\sqrt{\frac{I_0}{2}}\pi^0 \cos(\omega t + \pi/2)$ dargestellt werden können. Die Phase $\pi/2$ beschreibt die zirkulare Polarisation des Probestrahls. Die beiden Polarisierungen erfahren die Phasenverschiebungen ϕ_1 und ϕ_2 . Wie man leicht zeigen kann, messen die beiden

Detektoren PD1 und PD2 nach dem Polarisator nun die Intensitäten

$$I_{1/2} = \frac{I_0}{2} (1 \pm \sin(\phi_1 - \phi_2)) \quad . \quad (5.8)$$

Definiert man nun die relative Phasenverschiebung als $\phi_P = \phi_1 - \phi_2$, so kann diese für kleine Phasen $|\phi_P| \ll 1$ als $\phi_P \approx (I_1 - I_2)/I_0$ gemessen werden, wobei I_0 die Intensität des Probestrahls angibt. Man könnte auch mit einem Photodetektor messen und $\phi_P = (2I_1 - I_0)/I_0$ verwenden, verliert dann jedoch einen Faktor $\sqrt{2}$ an Signal-zu-Rausch-Verhältnis und wird sehr empfindlich gegenüber Schwankungen der Probestrahlintensität.

Die Aufnahme einer Zeitreihe kann sehr einfach mit dem Phasenkontrastverfahren (Kapitel 4.4) verglichen werden. Die Vorgabe einer Bandbreite f_{BW} (z.B. durch ein elektronisches Tiefpassfilter) entspricht der Mittelung über ein Zeitfenster der Länge $1/(2f_{BW})$. Der Faktor zwei ist nötig, um die Frequenz f_{BW} nach dem Abtasttheorem noch auflösen zu können. Will man nun eine Zeitdauer T aufnehmen, entspricht das der Aufnahme von $N = 2f_{BW}T$ Phasenkontrastbildern bestehend aus einem Pixel! Analog der Phasenkontrastphase ϕ_{PC} (4.32) gilt für die Phase

$$\phi_P = \omega_0 \frac{N^{Atome}}{A} \Delta \tilde{U}_{pot} \quad , \quad (5.9)$$

wo die Größe $\Delta \tilde{U}_{pot}$ den Potenzialunterschied zwischen den Polarisierungen P1 und P2, ω_0 die Laserfrequenz, A die abgebildete Kondensatfläche und N^{Atome} die Teilchenzahl angibt. Für die entsprechenden Mischungen $|\pm 2\rangle$, $|\pm 1\rangle$ und $|0\rangle$ können die Potenzialunterschiede $\Delta \tilde{U}_{pot}^{|\pm 2\rangle}$, $\Delta \tilde{U}_{pot}^{|\pm 1\rangle}$ und $\Delta \tilde{U}_{pot}^{|0\rangle}$ unter Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften zu

$$\Delta \tilde{U}_{pot}^{|\pm 2\rangle} = \frac{\tilde{U}_{pot}^{\sigma^+, |2\rangle} + \tilde{U}_{pot}^{\sigma^+, |-2\rangle} - 2\tilde{U}_{pot}^{\pi^0, |-2\rangle}}{4} \quad (5.10)$$

$$\Delta \tilde{U}_{pot}^{|\pm 1\rangle} = \frac{\tilde{U}_{pot}^{\sigma^+, |1\rangle} + \tilde{U}_{pot}^{\sigma^+, |-1\rangle} - 2\tilde{U}_{pot}^{\pi^0, |-1\rangle}}{4} \quad (5.11)$$

$$\Delta \tilde{U}_{pot}^{|0\rangle} = \frac{\tilde{U}_{pot}^{\sigma^+, |0\rangle} - \tilde{U}_{pot}^{\pi^0, |0\rangle}}{2} \quad (5.12)$$

berechnet werden.

Der Fehler in der Phasenbestimmung während der Zeit $1/(2f_{BW})$, innerhalb der durchschnittlich N_R Photonen im Probestrahl sind, kann aus $\phi_P = (N_1 - N_2)/N_R$ unter der Annahme, dass $N_1 \approx N_2 \approx N_R/2$ zu

$$\Delta \phi_P \approx \sqrt{\left| \frac{\partial \phi_P}{\partial N_1} \right|^2 (\Delta N_1)^2 + \left| \frac{\partial \phi_P}{\partial N_2} \right|^2 (\Delta N_2)^2} \approx \frac{1}{\sqrt{N_R}} \quad (5.13)$$

berechnet werden. Definiert man wiederum den Zerstörfaktor als $\zeta = 1/N = 1/(2f_{BW}T)$, erhält man als Signal-zu-Rausch-Verhältnis analog Gl. (4.43)

$$S/N = \sqrt{\frac{\omega_0 A \eta}{\hbar} \frac{N^{Atome}}{A} \frac{1}{\sqrt{2f_{BW}T}} \frac{\tilde{U}_{pot}}{\sqrt{\Gamma_{sc}}}} \quad , \quad (5.14)$$

wobei η die Quanteneffizienz des Detektors bezeichnet. Es ist hierbei angenommen, dass das Rauschen der Detektion durch die Photonen entsteht und die mit dem Zerstörfaktor verträgliche maximale Intensität den Detektor nicht sättigt. Zur Berechnung des erreichbaren Signal-zu-Rausch-Verhältnisses sind die oben berechneten Potenzialdifferenzen im Verhältnis zur Streurrate zu betrachten. Hierbei ist jeweils das Maximum in der $F=2$ - bzw. $F=1$ -Mannigfaltigkeit zu nehmen. Die zugehörigen Kurven für $\Delta\tilde{U}_{pot}^{[2,\pm 2]}/\sqrt{\tilde{\Gamma}_{sc}^{F=2}}$, $\Delta\tilde{U}_{pot}^{[2,\pm 1]}/\sqrt{\tilde{\Gamma}_{sc}^{F=2}}$, $\Delta\tilde{U}_{pot}^{[2,0]}/\sqrt{\tilde{\Gamma}_{sc}^{F=2}}$, $\Delta\tilde{U}_{pot}^{[1,\pm 1]}/\sqrt{\tilde{\Gamma}_{sc}^{F=1}}$ und $\Delta\tilde{U}_{pot}^{[1,0]}/\sqrt{\tilde{\Gamma}_{sc}^{F=1}}$ in Abhängigkeit der Verstimmung sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Die für die Unterscheidung von

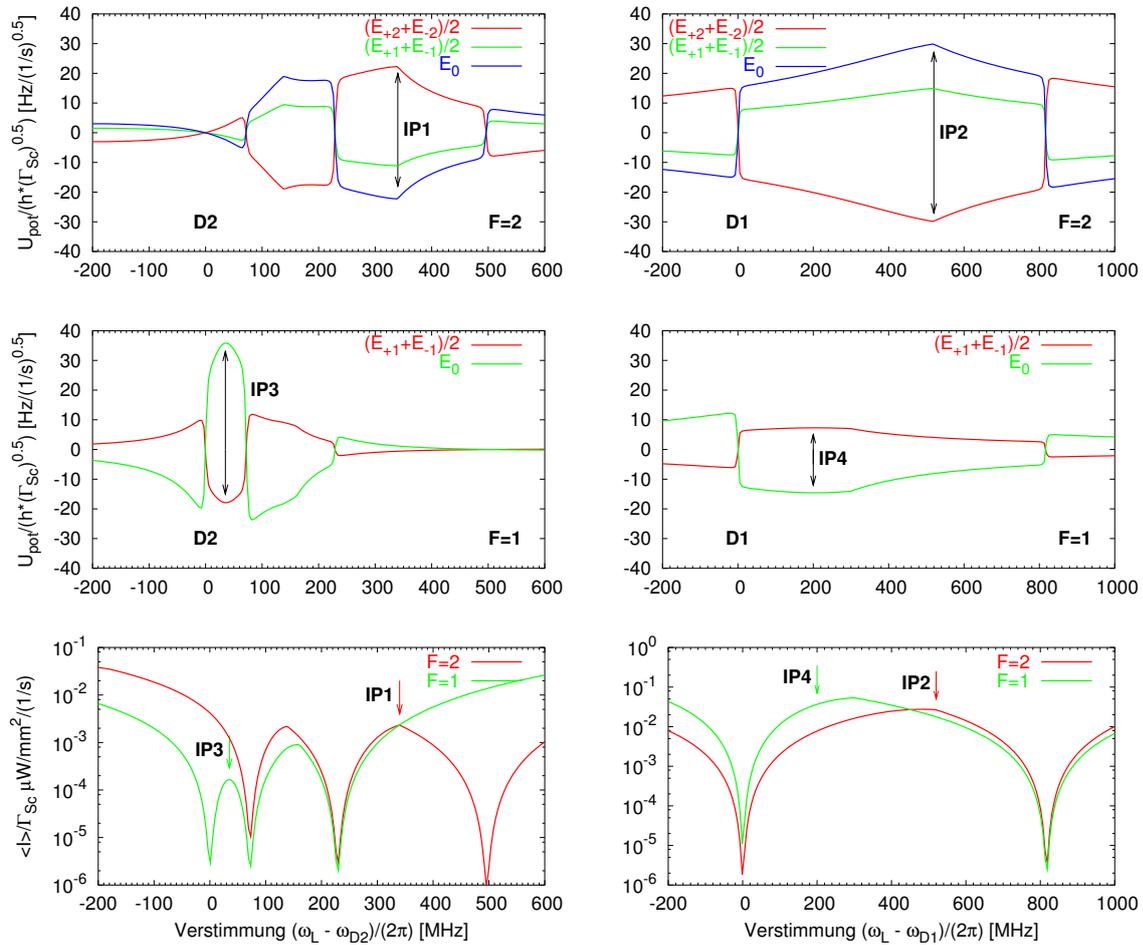


Abbildung 5.11: Detektion von Spinmischungen. Die oberen vier Diagramme stellen die Potenzialverschiebungen der $|\pm 2\rangle$ - und $|\pm 1\rangle$ -Mischungen bezogen auf den $|0\rangle$ -Zustand für $F=1,2$ und D1/D2 dar. Die untere Reihe zeigt Streuraten für die $F=1,2$ -Mannigfaltigkeiten, jeweils das Maximum der m_F -Unterzustände.

Spinmischungen besonders geeigneten Punkte sind mit IP1–IP4 gekennzeichnet. Für eine konkrete Abschätzung wurde eine abgebildete Fläche von $A = 100 \mu\text{m} \times 40 \mu\text{m}$, $N^{Atome} = 50000$ und $\eta = 0.7$ angenommen. In Tabelle 5.1 sind die entsprechenden Werte zusammengefasst. Hierbei ist einerseits das Signal-zu-Rausch-Verhältnis in Abhängigkeit der Anzahl

IP	$\frac{\tilde{U}_{pot}}{\hbar\sqrt{\tilde{\Gamma}_{sc}}}$	$\left[\frac{\sqrt{s}}{\sqrt{W/m^2}} \right]$	S/N	T_{bsp}	S/N	P
IP1	$2\pi \times 44$		$67/\sqrt{N_{osc}}$	0.05 s	$301/\sqrt{Hz}$	186 pW
IP2	$2\pi \times 60$		$92/\sqrt{N_{osc}}$	0.05 s	$410/\sqrt{Hz}$	2.1 nW
IP3	$2\pi \times 54$		$82/\sqrt{N_{osc}}$	3 s	$48/\sqrt{Hz}$	0.22 pW
IP4	$2\pi \times 22$		$34/\sqrt{N_{osc}}$	3 s	$20/\sqrt{Hz}$	49 pW

Tabelle 5.1: Signal-zu-Rausch-Verhältnisse für den zerstörungsfreien Nachweis von Spinoszillationen für die in Abb. 5.11 gekennzeichneten Punkte. Links in Abhängigkeit der nachzuweisenden Oszillationsperioden $N_{osc} = f_{BW}T$, rechts für vorgegebene Beispielzeiten T_{bsp} . Die Laserleistung P bezieht sich auf die abgebildete Fläche A (siehe Text).

der Oszillationsperioden $N_{osc} = f_{BW}T$ angegeben. Die Werte zeigen, dass die Messung durchaus möglich sein sollte. In den rechten Spalten wurde das Signal-zu-Rausch-Verhältnis für die Beispielzeiten $T_{bsp} = 0.05$ s ($F=2$) und $T_{bsp} = 3$ s ($F=1$) und die Strahlleistung P bezogen auf die Fläche A konkret ausgerechnet. Die Leistung P sollte mit der Nachweisempfindlichkeit des Photodetektors verglichen werden. Die Lawinenphotodiode (Avalanche-Photodiode) C30921E von Perkin Elmer hat eine Nachweisempfindlichkeit ('noise equivalent power') von $P_{NEP} = 3 \times 10^{-15}$ W/ \sqrt{Hz} . Bei einer Messbandbreite von 10 kHz entspricht das einer äquivalenten Rauschleistung von 0.1 pW_{RMS} und somit sollten IP1, IP2 und IP4 prinzipiell für eine Messung geeignet sein.

Zusammenfassend stellt sich der zerstörungsfreie Nachweis der Spinoszillationen schwierig aber nicht unmöglich dar. Insbesondere muss die optische Justage sehr sorgfältig durchgeführt werden, da nach Möglichkeit nur das Kondensat auf die aktive Fläche abgebildet oder alternativ der Probestrahl entsprechend auf das Kondensat fokussiert werden sollte.

5.2.3 Kompensation des quadratischen Zeemaneffekts

Eine interessante Option wäre, das Dipolpotenzial zu nutzen, um den quadratischen Zeemaneffekt zu kompensieren oder umzudrehen, was einem 'imaginären Magnetfeld' entspräche und dementsprechend den $q < 0$ -Bereich der Phasendiagramme (Kap. 2.2) zugänglich machen würde. Es sei an dieser Stelle ausdrücklich betont, dass sich der Begriff 'imaginäres Magnetfeld' **nur** auf das Magnetfeld im Energieterm des **quadratischen Zeemaneffektes** bezieht und weder ein universell verwendbares iB oder gar eine Erweiterung der klassischen Theorie der elektromagnetischen Felder darstellen soll! Das Prinzip ist in Abbildung 5.12 illustriert. Somit kann Spindynamik bei sehr kleinen effektiven Magnetfeldern untersucht werden. Die Energieverschiebung durch den quadratischen Zeemaneffekt lautet für ^{87}Rb (+ für $F=2$ und $-$ für $F=1$)

$$U = \pm \frac{\mu_B^2 B^2}{\hbar\omega_{Hf}} \left(1 - \frac{4m_F^2}{(2I+1)^2} \right) = \pm 2\pi\hbar \times 287 \frac{\text{Hz}}{\text{G}^2} B^2 \left(1 - \frac{m_F^2}{4} \right) \quad (5.15)$$

und bewirkt eine energetische Verschiebung des $m_F=0$ -Zustandes relativ zum Mittelwert der $m_F = \pm 2$ - bzw. $m_F = \pm 1$ -Energien. Diese Energienverschiebungen sind durch die Ausdrücke $\Delta U_{\pm 2} = (E_{+2} + E_{-2} - 2E_0)/2$ und $\Delta U_{\pm 1} = (E_{+1} + E_{-1} - 2E_0)/2$ definiert

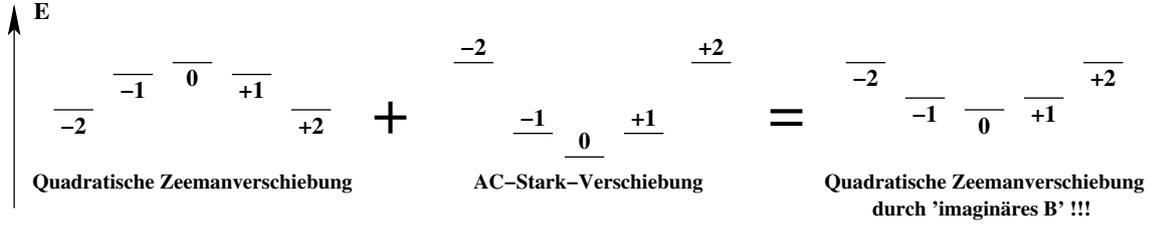


Abbildung 5.12: Erzeugung eines imaginären Magnetfeldes durch Dipolkräfte. Findet man eine Konfiguration, die die in der Mitte skizzierten Potenzialverschiebungen bewirkt, kann man den Effekt des quadratischen Zeemaneffektes umkehren, was einem 'imaginären' Magnetfeld entspricht.

und sollen im Folgenden mit AC-Stark-Verschiebungen verglichen werden. Hierzu ist es sinnvoll, diese Größen relativ zur Streurrate als Funktion der Verstimmung darzustellen: $\Delta U_{\pm 2}/\Gamma_{sc}$ bzw. $\Delta U_{\pm 1}/\Gamma_{sc}$. Dabei ist Γ_{sc} der Maximalwert der Streurrate für die Zustände $m_F = -2, \dots, +2$. In Abbildung 5.13 sind diese Verschiebungen für zirkuläre Polarisation in Abhängigkeit der Verstimmung aufgetragen. Abbildung 5.14 zeigt diese Kurven für lineare

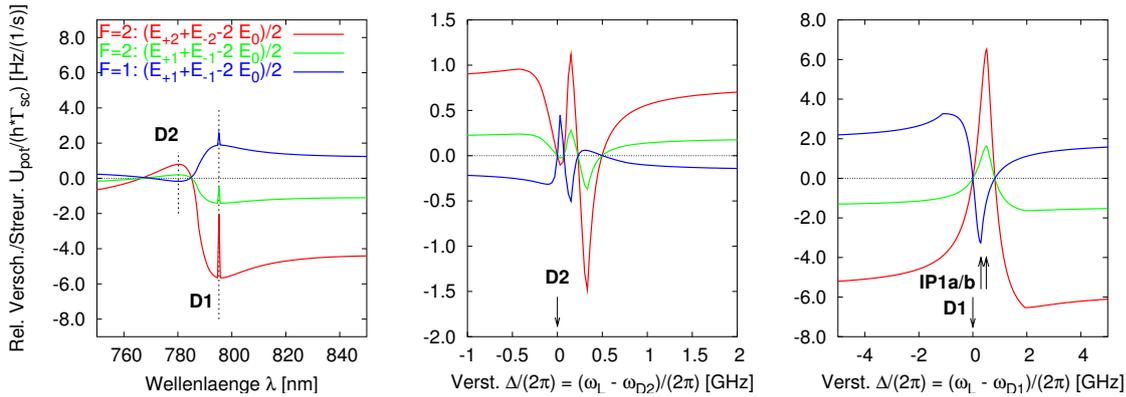


Abbildung 5.13: Relative Verschiebung des $m_F = 0$ -Zustandes zur mittleren Energie von $m_F = \pm 1$ bzw. $m_F = \pm 2$ für zirkuläre Polarisation als Funktion der Verstimmung. Links ein Übersichtsdiagramm, in der Mitte die Umgebung der D2-Linie, rechts die D1-Linie aufgelöst.

Polarisation. Interessante Punkte zur Umkehrung des quadratischen Zeemaneffektes sind mit **IP1** bis **IP3** markiert. Entsprechend kann man folgende Magnetfelder und Intensitäten für $F=2$ ausrechnen.

	$\Delta U_{\pm 2}/(2\pi\hbar\Gamma_{sc})$ [Hz/(1/s)]	$\Delta U_{\pm 1}/(2\pi\hbar\Gamma_{sc})$ [Hz/(1/s)]	B^2/Γ_{sc} [G ² /(1/s)]	I/B^2 [($\mu\text{W}/\text{mm}^2$)/G ²]
IP1b	6.5	1.6	(0.15) ²	1.21
IP2	22.4	5.6	(0.28) ²	4.6×10^5
IP3	19.4	4.9	(0.26) ²	111

In der vierten Spalte sind diese Energieverschiebungen in Magnetfeldstärken umgerechnet und in der letzten Spalte die benötigten Intensitäten angegeben. Für $F=1$ lautet die

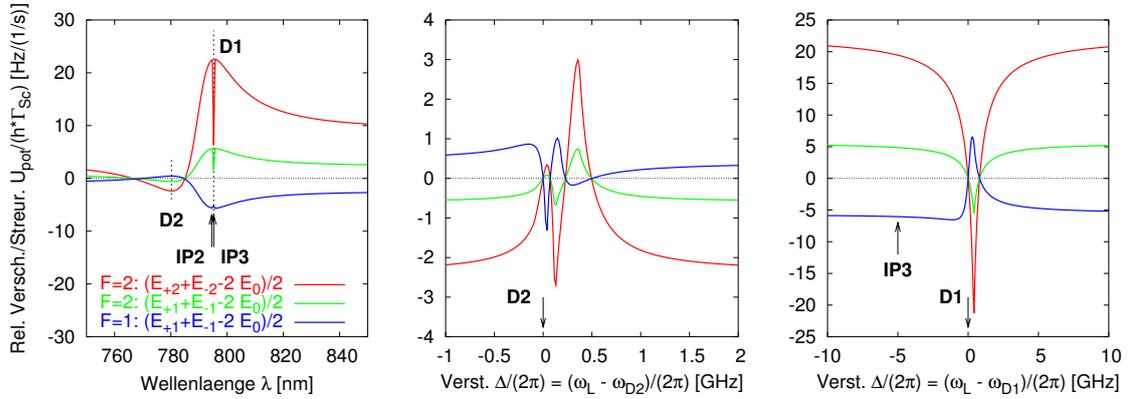


Abbildung 5.14: Relative Verschiebung des $m_F=0$ -Zustandes zur mittleren Energie von $m_F = \pm 1$ bzw. $m_F = \pm 2$ für lineare Polarisation (π^0) senkrecht zur Quantisierungsachse eingestrahlt als Funktion der Laserverstimmung Δ . Links ein Übersichtsdiagramm, in der Mitte die Umgebung der D2-Linie, rechts die D1-Linie aufgelöst.

Tabelle

	$\Delta U_{\pm 1}/(2\pi\hbar\Gamma_{sc})$ [Hz/(1/s)]	B^2/Γ_{sc} [G ² /(1/s)]	I/B^2 [(μ W/mm ²)/G ²]
IP1a	-3.3	(0.21) ²	1.18
IP2	-5.6	(0.28) ²	4.5×10^5
IP3	-6.0	(0.29) ²	111

Ein typisches Experiment zur Spindynamik in $F=2$ findet auf der Zeitskala von 20...200 ms statt, was einer Streurrate von $\Gamma_{sc} = 5...50$ 1/s entspricht. Für **IP3** erreicht man typische Energieverschiebungen von $2\pi\hbar \times 100...1000$ Hz, die imaginären Magnetfeldern von 0.6...1.8 G entsprechen. Die benötigte Leistung beträgt 3.5...31 mW/cm², was bei kleinen aber bequem justierbaren Strahldurchmessern von ≈ 1 mm sehr leicht mit Diodenlasern realisiert werden kann!

Für $F=1$ sieht die Situation ungünstiger aus. Typische Spindynamik findet dort auf längeren Zeitskalen statt. Die bislang durchgeführten Experimente benötigten Zeitskalen von 5...10 s ($\Gamma_{sc} = 0.1...0.2$ 1/s) was imaginäre Magnetfelder von 0.044...0.063 G (bei **IP3**) erlaubt, die jedoch in der Größenordnung des Restoffsetfeldes liegen. Da bei $F=1$ die Dreikörper-Verluste im Vergleich zu $F=2$ deutlich niedriger sind, könnte eine höhere Dichte in einer steileren Dipolfalle, die zu einer schnelleren Dynamik führt, jedoch Abhilfe bringen.

Zur Vollständigkeit sind auch noch die absoluten Energieshifts für sinnvolle Verstimmungen in den Diagrammen 5.15 angegeben.

Zusammenfassend kann die Verwendung der Dipolkraft als 'imaginäres Magnetfeld' durchaus als sehr interessante und vielversprechende Option für zukünftige Experimente betrachtet werden. Der Zugang zu weiteren Bereiche der Phasendiagramme ist insbesondere für die Untersuchung von Spindynamik in $F=2$ von Interesse [70].

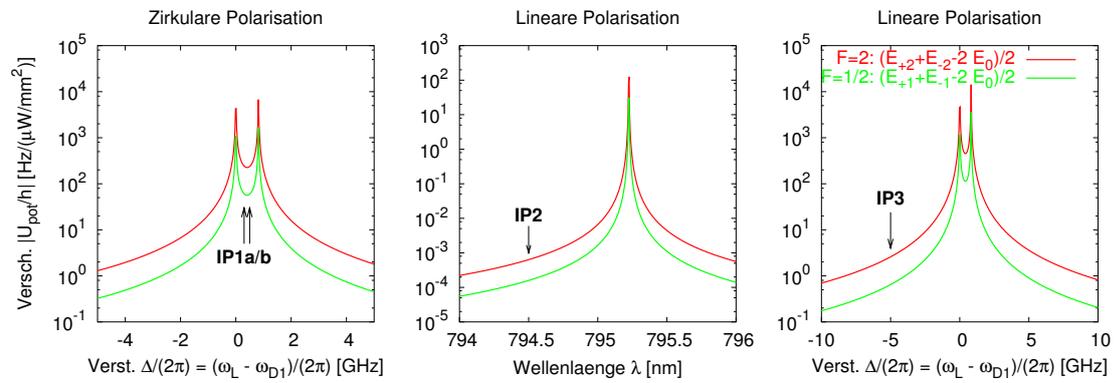


Abbildung 5.15: Betrag der Energieverschiebung in Abhängigkeit der Verstimmung auf einer logarithmischen Skala. Mit diesen Diagrammen können die benötigten Laserleistungen abgeschätzt werden.

Kapitel 6

Thermodynamik mehrkomponentiger Kondensate

Endliche Temperaturen $T > 0$ (aber noch $T < T_c$) erweitern die Physik der ultrakalten Quantengase auf vielfältige Weise. So sind inkohärente Anregungen des Kondensates wie z.B. Phasenfluktuationen [49] und die Wechselwirkung des Kondensates mit einer signifikant besetzten thermischen Wolke zu betrachten, die in der Regel zu Dekohärenz und Dämpfung der Dynamik im Kondensat führt. Auch die durch die Quantenstatistik getriebenen Dynamiken wie der Prozess der Kondensation selber [117] sind Gegenstand aktueller theoretischer Untersuchungen.

Ein mehrkomponentiges Spinorkondensat bietet hier interessante Erweiterungen. Die 'mehreren' Zustände sind sowohl in der kondensierten Komponente als auch der normalen Komponente (thermische Wolken) vorhanden. Durch Wahl der Anfangskonfiguration und Nutzung von Spindynamik können hier unterschiedliche Modellsysteme erforscht werden. So können Teilchenzahl- als auch Temperaturreserveire in gewissen Grenzen unabhängig voneinander eingestellt werden. Die Kopplung von Komponenten erfolgt durch Spindynamik, die z.B. durch ein Magnetfeld gesteuert werden kann. Im Folgenden wird das Entstehen eines Kondensates in einer anfangs unbesetzten m_F -Komponente dargestellt. Die ablaufenden Prozesse dieses Systems werden durch ein Ratengleichungsmodell modelliert und mit Lösungen dieses verglichen. Anschließend soll als weiteres Beispiel die 'thermodynamisch getriebene Spinausrichtung' eines Kondensates präsentiert werden. Abschließend erfolgt ein Vergleich mit dem thermodynamischen Regime von $F=2$ -Spinorkondensaten bei endlicher Temperatur.

6.1 Bose-Einstein-Kondensation bei konstanter Temperatur

Die erfolgreiche experimentelle Realisierung der Bose-Einstein-Kondensation von Natrium [12], Rubidium [14] und Lithium [13] im Jahre 1995 und das seitdem nahezu exponentiell anwachsende Gebiet der ultrakalten Quantengase in einer immer noch wachsenden Zahl an Experimenten hat das Modell, das üblicherweise zur Erklärung der Bose-Einstein-Kondensation verwendet wird, entscheidend geprägt. Das Modell basiert auf einem System konstanter Teilchenzahl, dessen Temperatur T abgesenkt wird. In fast allen bislang realisierten Experimenten wird die Quantenentartung durch evaporative Kühlung (bei Teil-

chenzahlverlust) erreicht. Dieser Vorgang ist auf dem Phasendiagramm von Abbildung 6.1 als Weg eingezeichnet. Ausgehend von einer bestimmten Teilchenzahl N wird die Temperatur T abgesenkt, bis die kritische Temperatur $T_c(N)$ erreicht wird und ein Kondensatanteil N_0/N entsteht. Diese Kurve wurde experimentell quantitativ untersucht und mit der Theorie verglichen [28, 29, 30]. In diesem Kapitel soll die Bose-Einstein-Kondensation

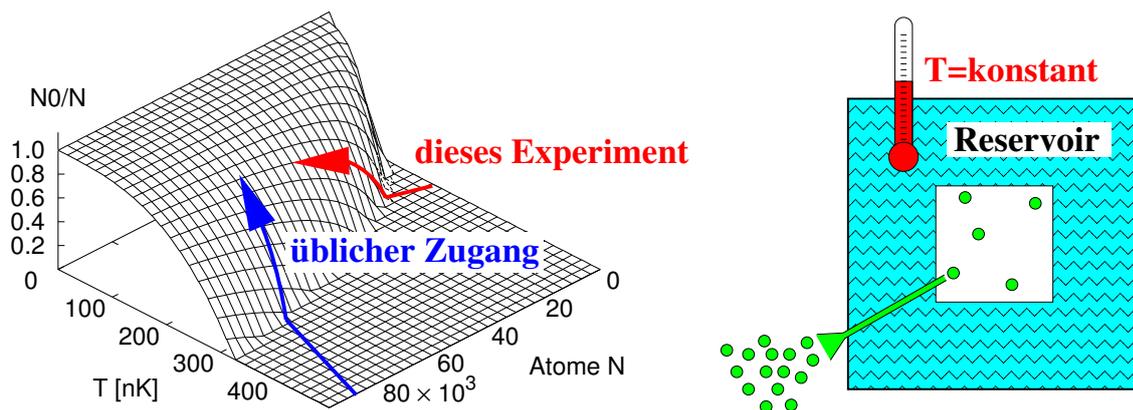


Abbildung 6.1: Bose-Einstein-Kondensation bei konstanter Temperatur. Links das Phasendiagramm für ein typisches ^{87}Rb Experiment. Der Kondensatanteil (falls > 0) beträgt $N_0/N = 1 - g_3(1)(k_B/(\hbar\bar{\omega}))^3 T^3/N$. Üblicherweise wird die Temperatur des atomaren Samples durch Evaporation abgesenkt, bis die kritische Temperatur erreicht wird und ein Kondensat entsteht. Der Zugang in diesem Experiment erfolgt über eine Erhöhung der Teilchenzahl ausgehend von $N=0$ bei (fast) konstanter Temperatur des Systems wie rechts dargestellt.

eines Systems bei konstanter Temperatur diskutiert werden wie in Abbildung 6.1 rechts illustriert. Dazu werden in ein anfänglich leeres ($N=0$) Fallenvolumen, das in thermischem Kontakt mit einem Reservoir steht und von diesem auf konstanter Temperatur gehalten wird, Teilchen 'eingefüllt'. Die Erhöhung der Teilchenzahl N führt bei Erreichen der kritischen Teilchenzahl $N_c(T)$ zum Entstehen eines Bose-Einstein-Kondensats. Dieser Weg zur Quantenentartung ist nahezu orthogonal zum oben beschriebenen und ebenfalls im Phasendiagramm in Abbildung 6.1 eingetragen. Es ist bemerkenswert, dass dieser Zugang durch Erhöhung von Teilchenzahl auch der historische Zugang zur Bose-Einstein-Kondensation war: Einstein bediente sich dieses Gedankenexperimentes in den ersten theoretischen Abhandlungen über das Bose-Gas [2]¹ und nachfolgende theoretische Beschreibungen der Bose-Einstein-Kondensation griffen diesen Ansatz auf. Erste Versuche, die Quantenentartung in Spin-polarisiertem Wasserstoff zu erreichen, verwendeten das Einfüllen von Teilchen in ein Volumen über mehrere Wärmetauschstrecken und Kompression dieses Volumens bei flüssigen-Helium-Temperaturen [118, 5, 119, 7]. Die erfolgreiche Realisierung der Bose-Einstein-Kondensation von Wasserstoff wurde jedoch erst durch zusätzliche evaporative Kühlung im Jahre 1998 erreicht [8]. In einem anderen Experiment geschieht ein 'hinein-Kondensieren' in ein langsam zum Magnetfallenpotenzial

¹Einstein schreibt hier: "...Was geschieht nun aber, wenn ich bei dieser Temperatur n/V (z.B. durch isothermische Kompression) die Dichte der Substanz noch mehr wachsen lasse? ... Es tritt eine Scheidung ein; ein Teil \gg kondensiert \ll , der Rest bleibt ein \gg gesättigtes ideales Gas \ll ...".

zusätzlich eingeschaltetes Dipolpotenzial [25], das die Dichteerhöhung durch Änderung des einschließenden Potenzials bewirkt. In weiteren Experimenten wurde gezeigt, dass der Phasenübergang durch Änderung des Fallenpotenzials und damit der Dichte des Ensembles in adiabatischer Weise mehrfach durchlaufen werden kann [120, 121].

Die Phasendiagramme für konstante Temperatur sind nochmals explizit in Abbildung 6.2 dargestellt. Die Besonderheit dieses Systems wird auf dem rechten Diagramm deutlich.

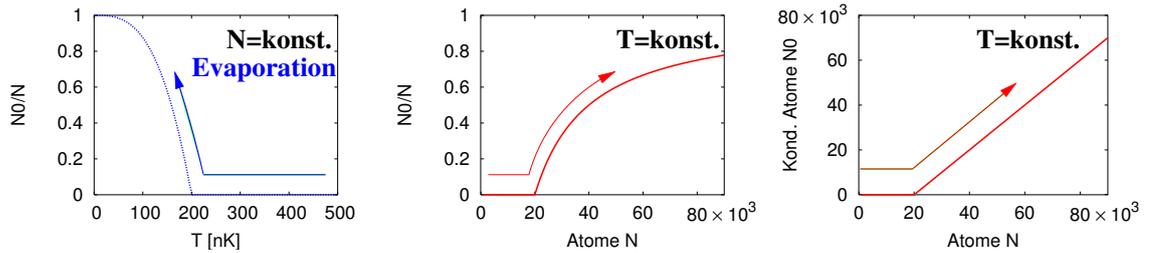


Abbildung 6.2: Phasendiagramme zur Bose-Einstein-Kondensation. Links der Kondensatanteil N_0/N als Funktion der Temperatur für konstante Gesamtteilchenzahl N . In der Mitte und rechts die Diagramme für Kondensatanteil bzw. absolute Kondensatteilchenzahl N_0 als Funktion der Gesamtteilchenzahl N bei konstanter Temperatur T . Ist die kritische Teilchenzahl erreicht, kondensieren die darüber hinaus zugeführten (vgl. rechtes Diagramm).

Eine Teilchenzahlerhöhung führt zunächst zur Population der thermischen Wolke und bei Erreichen der kritischen Teilchenzahl N_c geht jedes weiter hinzugefügte Teilchen in das Kondensat, da die thermische Wolke gesättigt ist. Dieses Verhalten macht aber noch eine andere wichtige Eigenschaft der Bose-Einstein-Kondensate deutlich: die Temperatur des Systems wird **ausschließlich** durch die thermischen Teilchen bestimmt; die Teilchenzahl (und damit auch z.B. Ausdehnung) des Kondensates hat mit der Systemtemperatur zunächst nichts zu tun!

6.1.1 Spin-1-System

Das untersuchte System zur Bose-Einstein-Kondensation bei konstanter Temperatur ist ein $F=1$ -Spinorkondensat mit den Unterzuständen $m_F = -1, 0, +1$. Eine anfängliche Präparation einer Mischung aus $m_F = -1$ und $m_F = +1$ führt über Spindynamik gemäß der Kopplung $|-1\rangle + |+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle + |0\rangle$ (vgl. Kap. 2.1) zu einem 'Auffüllen' des anfänglich unpopulierten $m_F=0$ -Zustandes. Die idealisierte beobachtete Dynamik kann in zwei aufeinander folgende Prozesse aufgeteilt werden, die in Abbildung 6.3 als **a)** und **b)** bezeichnet sind.

Im ersten Prozess führt, wie bereits erwähnt, Spindynamik zum Transfer von $m_F = \pm 1$ -Atomen in $m_F=0$ -Atome. Aufgrund der Dichteabhängigkeit der Spindynamik findet diese Umwandlung fast ausschließlich in den Kondensatanteilen statt. Die entstandenen $m_F=0$ -Kondensatatome werden auf der Zeitskala von 50 ms und damit nahezu instantan im Vergleich zur Spindynamik (≈ 1 s) durch Stöße mit allen thermischen Atomen in die $m_F=0$ thermische Wolke transferiert. Die Umverteilung der konstanten Gesamtenergie auf eine steigende Anzahl thermischer Atome führt zu einem leichten Abfall der Temperatur

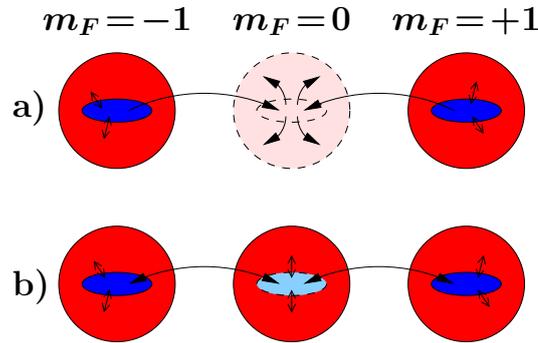


Abbildung 6.3: Schematische Darstellung der Dynamik. **(a)** Spindynamik transferiert Population aus den $m_F = \pm 1$ -Zuständen in den $m_F = 0$ -Kondensatzustand, die aufgrund der schnellen Thermalisierung jedoch nahezu instantan in die thermische Wolke übergeht. **(b)** Sind die thermischen Wolken gleich bevölkert und damit die kritische Teilchenzahl erreicht, kann 'quasifreie' Spindynamik stattfinden.

T. Dieser Vorgang ist ähnlich zum 'decoherence-driven cooling' des JILA Experimentes [58], wo jedoch keine Umwandlung der Kondensatkomponenten stattfindet.

Sobald die kritische Teilchenzahl in der $m_F = 0$ -Komponente erreicht worden ist, tritt der Phasenübergang auf und eine $m_F = 0$ -Kondensatkomponente entsteht. Die thermischen Wolken bleiben gleich groß und sorgen als Reservoir für eine konstante Temperatur des Systems. Da nun auch die Gesamtzahl der kondensierten Atome erhalten ist, kann Spindynamik 'quasifrei' stattfinden — jedoch in Kontakt mit einem Reservoir endlicher Temperatur, was z.B. zur Dämpfung von Spindynamik führen kann (vgl. Kap. 2.3.2).

6.1.2 Experimentelle Ergebnisse Spin-1-System

Die Experimente folgen zeitlich dem Ablauf wie in Abbildung 3.2 dargestellt. Es wird eine Mischung $m_F = \pm 1$ sowohl in den thermischen als auch Kondensatkomponenten präpariert. Der Präparationsvorgang führte zu einer Restpopulation von $< 10\%$ im $m_F = 0$ -Zustand². Die präparierten Zustände hatten einen Kondensatanteil von $32\% \pm 3\%$, was einer Temperatur $T \approx 300$ nK entspricht. Abbildung 6.4 illustriert Absorptionsbilder sowie Spaltensummen für vier Haltezeiten. In Abbildung 6.5 sind die Teilchenzahlen für die thermischen Wolken und Kondensatanteile in Abhängigkeit der Haltezeit dargestellt und mit Lösungen eines Ratengleichungsmodells, das in Kapitel 6.2 vorgestellt wird, verglichen. Die experimentellen Daten zeigen die diskutierte Dynamik, die durch zusätzliche Verlustprozesse modifiziert wird. Die einzelnen Verlustprozesse werden bei der Beschreibung des Ratengleichungsmodells im nächsten Abschnitt im Detail erläutert und quantifiziert. Zunächst entsteht eine $m_F = 0$ thermische Wolke bis die kritische Teilchenzahl nach 5...10s erreicht wird und ein $m_F = 0$ -Kondensat entsteht. Die Daten lassen vermuten, dass dieser Zeitpunkt der Kondensation von Experimentdurchgang zu Experimentdurchgang variiert. Mit der Simulation der Ratengleichungen konnte gezeigt werden, dass dieser Zeitpunkt kritisch von der Spindynamik abhängt, wie in Kap. 6.2 diskutiert wird.

²Es sei angemerkt, dass durch sorgfältigere Parameterwahl die Mischung aus den Zuständen $m_F = \pm 1$ reiner präpariert werden kann.

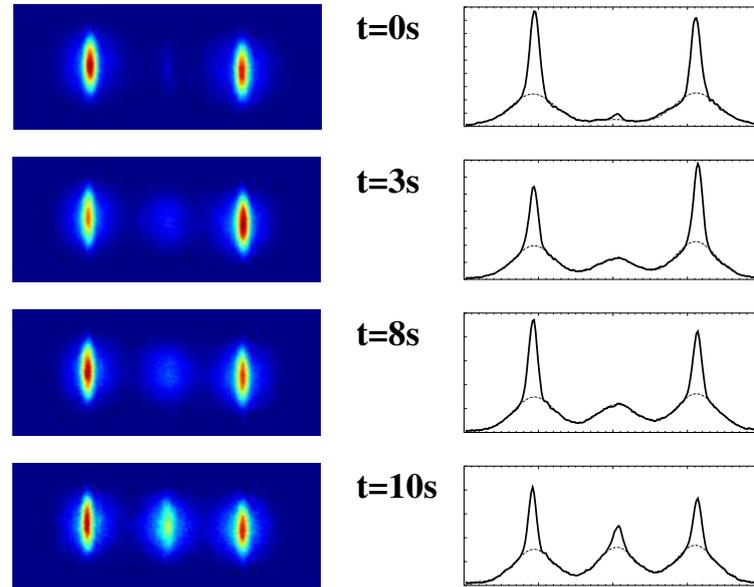


Abbildung 6.4: Absorptionsoptionen für die Bose-Einstein-Kondensation in $m_F = 0$ (links) und zugehörige Spaltensummen (rechts). Bis 8 s wächst die thermische Wolke an, dann ist die kritische Teilchenzahl erreicht und ein Kondensat entsteht.

Anschließend stellt sich eine stationäre Verteilung aus 10...20% $m_F = 0$ und 40...45% $m_F = \pm 1$ ein, und die Teilchenzahlen nehmen durch Verlustprozesse ab. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass hier der energetische Grundzustand **nicht** angenommen wird. Auf mögliche Mechanismen zur Dämpfung der Spindynamik, die die Annahme des Grundzustandes verhindern, wurde kurz in Kap. 2.3.2 eingegangen.

6.2 Ratengleichungsmodell

In diesem Kapitel wird ein Ratengleichungsmodell entwickelt, das die wichtigsten experimentellen Beobachtungen reproduziert. Das Ziel ist hierbei nicht das Erreichen einer möglichst hohen Genauigkeit durch aufwändige Simulationen ausgefeilter theoretischer Modelle von Bose-Einstein-Kondensaten bei endlicher Temperatur. Hierzu wären Erweiterungen der ohnehin schon umfangreichen Modellen wie z.B. 'quantum-kinetic theory' [122], 'Quantenfeldtheorie bei endlichen Temperaturen' [123], 'Betrachtung von höher-energetischen Lösungen der Gross-Pitaevskii (GP) Gleichung' [124] oder 'verallgemeinerte GP Gleichung, gekoppelt an semiklassische kinetische Gleichungen' [125] um den Spinfreiheitsgrad nötig. Vielmehr soll ein rudimentäres Modell präsentiert werden, dessen einfache Gleichungen einen leichten physikalischen Einblick in die wichtigsten beteiligten Prozesse geben, die die beobachtete Dynamik hervorbringen. Das Modell soll vor allem zur lebhaften Diskussion der Thermodynamik von mehrkomponentigen Spinorkondensaten beitragen. Grenzen und mögliche Erweiterungen werden abschließend kurz diskutiert.

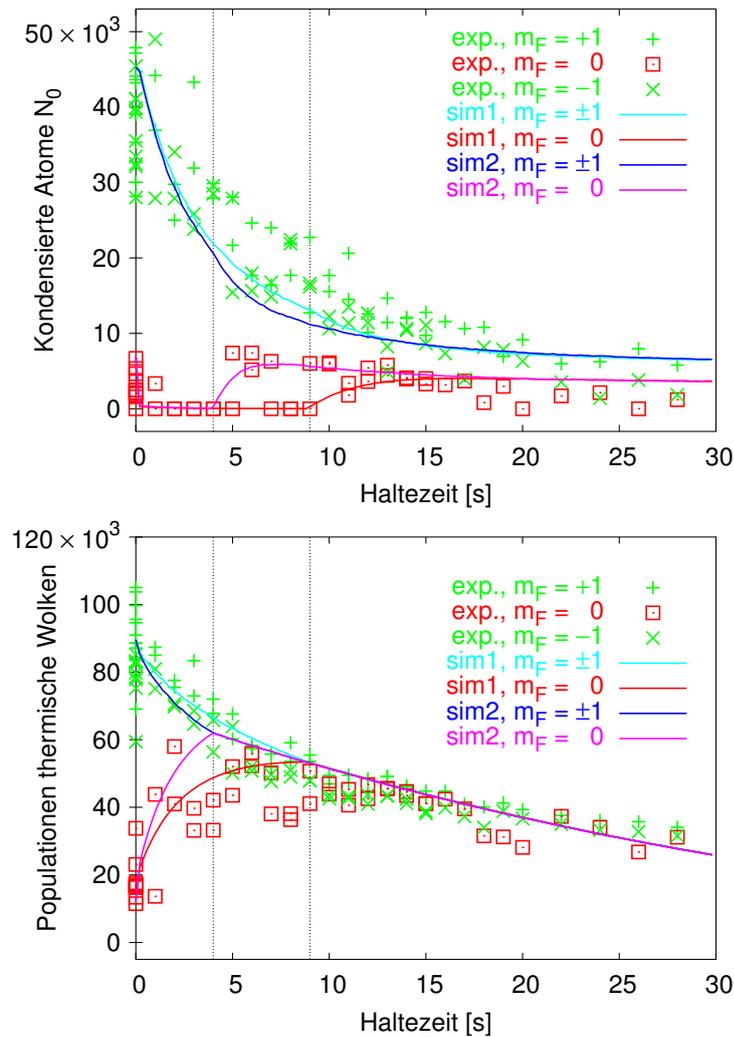


Abbildung 6.5: Teilchenzahlen für thermische Wolke und Kondensat für die einzelnen m_F -Zustände (mit 'exp.' bezeichnet) in Abhängigkeit der Haltezeit. Die Linien sind Lösungen des Ratengleichungsmodells für zwei verschiedene Parametersätze 'sim1' und 'sim2' (siehe Kap. 6.2.2). Die Zeitpunkte des Phasenüberganges in der $m_F = 0$ -Komponente sind durch vertikale Linien markiert.

6.2.1 Grundgleichungen

Das Ratengleichungsmodell verwendet einen Satz von 7 Variablen $\{N_0^-, N_0^0, N_0^+, N_t^-, N_t^0, N_t^+, T\}$, wobei N_0^X mit $X = -, 0, +$ die Atomzahl des Zustandes $m_F = -1, 0, +1$ im Kondensat und N_t^X die entsprechende Atomzahl in der thermischen Wolke bezeichnet. T repräsentiert die Systemtemperatur, die für alle Komponenten gleich ist. Die Bewegungsgleichungen lauten

$$\dot{N}_0^X = \dot{N}_{0,th}^X + \dot{N}_{0,sp}^X + \dot{N}_{0,1b}^X + \dot{N}_{0,3b}^X \quad , \quad (6.1)$$

$$\dot{N}_t^X = \dot{N}_{t,th}^X + \dot{N}_{t,1b}^X + \dot{N}_{t,ev}^X \quad , \quad (6.2)$$

$$\dot{T} = \dot{T}_{th} + \dot{T}_{ev} \quad , \quad (6.3)$$

und beinhalten die Prozesse Thermalisierung ($\dot{N}_{*,th}^X, \dot{T}_{th}$), Spindynamik ($\dot{N}_{0,sp}^X$), Einkörper-Verluste ($\dot{N}_{*,1b}^X$), Dreikörper-Verluste ($\dot{N}_{0,3b}^X$) und Evaporation ($\dot{N}_{t,ev}^X, \dot{T}_{ev}$). Diese einzelnen Effekte sowie eine zusätzlich eingeführte Phasenraum-Umverteilung werden im Folgenden diskutiert.

Thermalisierung Die Thermalisierungsrate γ_{th} beschreibt den Transfer von Kondensatatomen in die thermische Wolke durch Stöße. Es wird angenommen, dass der Spin der beteiligten Atome einzeln erhalten ist und Thermalisierung eines bestimmten m_F -Atoms durch ein beliebiges thermisches Atom erfolgen kann,

$$\dot{N}_{0,th}^X = -\tilde{\gamma}_{th} N_0^X N_t \quad , \quad (6.4)$$

$$\dot{N}_{t,th}^X = +\tilde{\gamma}_{th} N_0^X N_t \quad , \quad (6.5)$$

wo $N_t = N_t^- + N_t^0 + N_t^+$ die Gesamtpopulation der thermischen Wolken darstellt. Die Rate $\tilde{\gamma}_{th}$ wird durch die Beziehung $\tilde{\gamma}_{th} N_t = \gamma_{th} \hat{n}_t$ berechnet, indem die maximale Dichte in der Mitte der thermischen Wolke \hat{n}_t verwendet wird, um die Dichte-abhängige Rate γ_{th} in $\tilde{\gamma}_{th} = \gamma_{th} \bar{\omega}^3 (m / (2\pi k_B T))^{(3/2)}$ umzurechnen. Die Temperatur- und Spin-Abhängigkeit von γ_{th} wird vernachlässigt. Die Systemtemperatur T nimmt ab, da die erhaltene Gesamtenergie über eine wachsende Anzahl an thermischen Atomen umverteilt wird und verhält sich gemäß

$$\dot{T}_{th} = -T \tilde{\gamma}_{th} N_0 \quad , \quad (6.6)$$

mit der Gesamtteilchenzahl in den Kondensaten $N_0 = N_0^- + N_0^0 + N_0^+$. Der verwendete Wert $\gamma_{th} = 10^{-18} \text{ m}^3/\text{s}$ bedingt eine Thermalisierungsrate $\tilde{\gamma}_{th} N_0 \approx 13 \text{ 1/s}$ für $N_0 = 45000$, was der erwarteten Thermalisierung unseres Experimentes entspricht³.

Spindynamik Die Spindynamik wurde durch eine einfache Kopplung der einzelnen m_F -Kondensatkomponenten gemäß $|-1\rangle + |1\rangle \leftrightarrow |0\rangle + |0\rangle$ mit zwei Reaktionsraten $\tilde{\gamma}_{sp1}$ und $\tilde{\gamma}_{sp2}$ für Vorwärts- und Rückwärtsrichtung der Reaktion implementiert. Diese Realisierung

³Der größere Wert der 'hard-core'-Stoßrate von 50 1/s (Tabelle in Kap. 2.4) ist mit dem hier verwendeten Wert unter der Annahme konsistent, dass nicht jeder 'hard-core'-Stoß zu einem Populationstransfer in die thermische Wolke führt.

in Anlehnung an das Massenwirkungsgesetz ist die einfachste Möglichkeit, Spindynamik einzuführen. Die Bewegungsgleichungen lauten

$$\dot{N}_{0,sp}^{\pm} = \tilde{\gamma}_{sp1} N_0^0 N_0^0 - \tilde{\gamma}_{sp2} N_0^- N_0^+ , \quad (6.7)$$

$$\dot{N}_{0,sp}^0 = -2\tilde{\gamma}_{sp1} N_0^0 N_0^0 + 2\tilde{\gamma}_{sp2} N_0^- N_0^+ . \quad (6.8)$$

Die verwendeten Werte sind in Abschnitt 6.2.2 angegeben und diskutiert. Eine Möglichkeit der detaillierten Modellierung der Spindynamik ist in Kapitel 2.3 dargestellt.

Einkörper-Verluste Einkörper-Verluste werden z.B. durch Stöße mit Hintergrundgasatomen verursacht. Die Rate γ_1 ist daher unabhängig von Spinzustand und gleich für thermische Wolke und Kondensat. Der verwendete Wert $\gamma_1 = 0.011$ 1/s entspricht der $1/e$ -Lebensdauerermessung von thermischen Atomen in der Magnetfalle [70], die nur durch Stöße mit dem Hintergrundgas begrenzt wird. Die zugehörigen Gleichungen sind:

$$\dot{N}_{0,1b}^X = -\gamma_1 N_0^X , \quad (6.9)$$

$$\dot{N}_{t,1b}^X = -\gamma_1 N_t^X . \quad (6.10)$$

Dreikörper-Verluste Dreikörper-Verluste werden gemäß dem adiabatischen Verhalten in einer harmonischen Falle (vgl. [126] und auch Kap. 7.3.1) betrachtet. Unterschiede in statistischen Faktoren, die der U(nu)nterscheidbarkeit der drei 'Stoßpartner' Rechnung tragen (siehe z.B. Burt et. al. [84]) werden hier vernachlässigt. Die Bewegungsgleichungen lauten:

$$\frac{\dot{N}_{0,3b}^X}{N_0^X} = -Lc_3(N_0)^{4/5} , \quad (6.11)$$

mit $c_3 = 7/6c_2^2$ und $c_2 = 15^{2/5}(14\pi)^{-1}(m\bar{\omega}/\hbar\sqrt{a})^{6/5}$. Es wurde die für $F=1$ von ^{87}Rb experimentell bestimmte Verlustrate $L = 5.8 \times 10^{-42}$ m⁶/s [84] verwendet.

Evaporation Durch die endliche Tiefe $k_B T_e$ der Dipolfalle findet stetige Verdampfungskühlung statt. Die Temperaturabhängigkeit der Evaporationsrate γ_e wird vernachlässigt und die Abnahme von thermischen Atomen somit

$$\dot{N}_{t,ev}^X = -\gamma_e N_t^X . \quad (6.12)$$

Der Verlust von Atomen mit der Energie $k_B T_e$ führt durch die Umverteilung der verbleibenden Energie zu einer Temperaturänderung von

$$\dot{T}_{ev} = \gamma_e(T - T_e) . \quad (6.13)$$

Propagation und Phasenraum-Umverteilung Die Bewegungsgleichungen werden numerisch durch das Eulerverfahren gelöst unter Verwendung von Zeitschritten der Dauer Δt . Die entsprechende Propagation lautet z.B. für N_0^X : $N_0^X(t + \Delta t) = N_0^X(t) + \dot{N}_0^X \Delta t$. Nach jedem Simulationsschritt wird eine Phasenraum-Umverteilung durchgeführt. Dieser Prozess führt die Quantenstatistik in das System ein. Wenn die kritische Phasenraumdichte überschritten wird, wird Population aus der thermischen Wolke in das entsprechende

Kondensat transferiert, um der Quantenstatistik zu genügen. Die kritische Teilchenzahl wird zu $N_c = g_3(1)(k_B T / (\hbar \bar{\omega}))^3$ berechnet (vgl. (A.6)) und anschließend für $X = -, 0, +$ folgende Bedingungen überprüft:

$$\text{Wenn } (N_t^X > N_c) : N_0^X(t + \Delta t) = N_0^X(t) + (N_t^X(t) - N_c) \quad (6.14)$$

$$N_t^X(t + \Delta t) = N_c \quad . \quad (6.15)$$

Die Änderung der kritischen Teilchenzahl durch die Selbstwechselwirkung und das Fallenpotenzial wird vernachlässigt. Dieser Re-Kondensations-Schritt ist mit einer Temperaturänderung verbunden, die über Gesamtenergieerhaltung berechnet werden kann als

$$T(t + \Delta t) = T(t) \left(1 + \frac{N_0(t + \Delta t) - N_0(t)}{N_t(t + \Delta t)} \right) \quad . \quad (6.16)$$

Im thermodynamischen Gleichgewicht heben sich die Schritte 'Thermalisierung' und 'Phasenraum-Umverteilung' gerade auf und ergeben gleichbleibende Kondensat- und thermische Populationen. Dieses stete 'Abfragen' der Phasenraum-Bedingung findet auch in der Realität statt: Verluste der thermischen Wolke müssen durch Schmelzen von Kondensatomen ausgeglichen werden. Da die Thermalisierung die schnellste Zeitskala in unserem System ist, liefert diese Schritt-weise Simulation eine realistische Beschreibung.

6.2.2 Simulation Bose-Einstein-Kondensation bei konstanter Temperatur

Das Ratengleichungsmodell reproduziert die experimentell beobachteten Effekte sogar mit einer guten quantitativen Genauigkeit wie in Abbildung 6.5 dargestellt. Die Anfangspopulationen der Kondensate wurden zu $N_0^-(0) = N_0^+(0) = 45000$, $N_0^0(0) = 7000$ und die thermischen Atomzahlen als $N_t^-(0) = N_t^+(0) = 90000$ und $N_t^0(0) = 12000$ und die Ausgangstemperatur $T(0) = 288$ nK gewählt. Die Evaporationsparameter wurden an die experimentellen Kurven angepasst und lauten $\gamma_e = 0.015$ 1/s und $T_e = 500$ nK. Es wurden Simulationen für zwei Sätze von Spindynamik-Raten durchgeführt: $\tilde{\gamma}_{sp1} = 1.6 \times 10^{-5}$ 1/s, $\tilde{\gamma}_{sp2} = 0.4 \times 10^{-5}$ 1/s (sim1) und $\tilde{\gamma}_{sp1} = 2.4 \times 10^{-5}$ 1/s, $\tilde{\gamma}_{sp2} = 0.6 \times 10^{-5}$ 1/s (sim2). Obwohl diese zwei Sätze sich nur um 33 % unterscheiden, variiert der resultierende Zeitpunkt der Kondensation um mehr als einen Faktor zwei (4 bzw. 9 s). In der Tat muss angenommen werden, dass von Experimentablauf zu Ablauf die Spindynamik variiert, da die Anfangsphasen der Spinnmischung nicht explizit kontrolliert werden. Es wurde theoretisch gezeigt, dass Spindynamik empfindlich von Anfangsphasen abhängt (siehe Kap. 2.3.1 und [81, 82]). Ein weiterer Einfluss auf die Spindynamik kann durch von Einzelmessung zu Einzelmessung variierende Dichten auftreten. Zum Vergleich mit der aus der kohärenten Spindynamik erwarteten Rate $\gamma_{sp} = g_2 \bar{n} / 2 = 2\pi \times 3.3$ Hz (Kap. 2.4) wird die anfängliche Dynamik betrachtet. Der Ansatz $\gamma_{sp} = \dot{N}_{0,sp}^0 / N_0^0$ liefert für $\tilde{\gamma}_{sp}$ durch Vergleich mit Gl. (6.8):

$$\tilde{\gamma}_{sp} = \gamma_{sp} \frac{N_0^0}{2N_0^- N_0^+} \Big|_{t=0} \quad . \quad (6.17)$$

Mit den Anfangswerten erhält man $\tilde{\gamma}_{sp} = 3.6 \times 10^{-5}$ 1/s und liegt damit in der richtigen Größenordnung. Ein genauerer Vergleich müsste den Anfangsprozess der Spindynamik und

Dämpfungsprozesse sowie die Phasenseparation berücksichtigen. Diese Einflüsse führen zu einer niedrigeren als der abgeschätzten Rate und bringen diese besser in Übereinstimmung mit den verwendeten Raten. Zur Vollständigkeit ist in Abbildung 6.6 die simulierte Temperaturentwicklung über der Zeit dargestellt. Anfänglich sinkt die Temperatur durch die

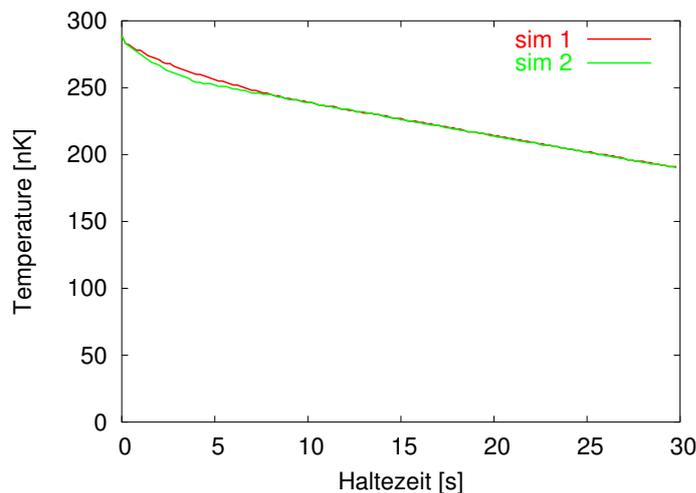


Abbildung 6.6: Temperaturentwicklung.

Thermalisierung der entstandenen $m_F = 0$ -Teilchen. Nach dem Phasenübergang ist die Temperaturabnahme geringer und nur noch durch die Evaporation der Dipolfalle verursacht.

6.2.3 Grenzen und Erweiterungen

Das verwendete System zeichnet sich durch zwei Eigenschaften aus, die diese einfache Modellierung zulassen:

1. Das System verhält sich homogen. Diese Bedingung ist i.d.R. erfüllt, wenn die Dynamik langsam gegenüber den Fallenfrequenzen erfolgt und keine Phasenseparation auftritt. Es bilden sich in unserem System u.U. kleine Domänen, die jedoch über die Detektionsauflösung gemittelt sich homogen verhalten und durch weiche Domänen-grenzen noch Mischbereiche aufweisen (vgl. Kap. 2.3.3).
2. Die Thermalisierung ist die schnellste Zeitskala. Dadurch werden kohärente Prozesse soweit ausgedämpft, dass Ratengleichungen eine adäquate Beschreibung ermöglichen.

Für $F=2$ -Spinorkondensate sind diese Bedingungen nicht erfüllt (siehe Kap. 6.4).

Für Temperaturen $T \rightarrow 0$ werden kohärente Prozesse immer wichtiger. Dann sind anstelle von Populationswerten und Ratengleichungen gekoppelte Gross-Pitaevskii-Gleichungen zu verwenden, die durch die thermischen Wolken gedämpft werden (vgl. Kapitel 2.3). Sollen auch räumliche Effekte simuliert werden, so sind z.B. Mastergleichungen für Dichtematrizen aufzustellen und zu lösen. Diese theoretischen Modelle wie z.B. 'quantum-kinetic theory' bei endlicher Temperatur und Fallenverlusten [127], Quantenfeldtheorie bei

endlichen Temperaturen [123], Betrachtung von höher-energetischen Lösungen der Gross-Pitaevskii-(GP)-Gleichung [124] oder verallgemeinerte GP-Gleichung, gekoppelt an semi-klassische kinetische Gleichungen [125] sind auch für einkomponentige Kondensate noch Gegenstand aktueller Forschung.

6.3 Magnetisierung durch Relaxation

Bei der Präparation einer Mischung aus $m_F = 0$ und $m_F = +1$ wird eine andere Entwicklung der Spinbesetzung beobachtet. Die erwartete Dynamik ist in Abbildung 6.7 schematisch

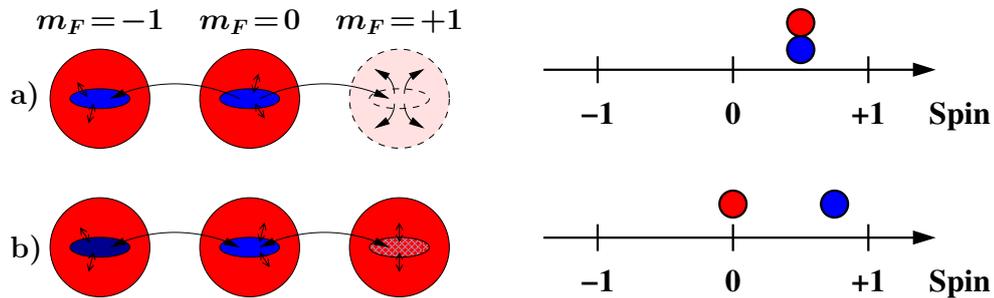


Abbildung 6.7: Links: Schema der Dynamik für eine anfängliche Mischung von $m_F = 0$ und $m_F = +1$. (a) Spindynamik populiert den $m_F = -1$ -Kondensatzustand, der jedoch sofort in die $m_F = 0$ thermische Wolke thermalisiert. (b) Wenn alle thermischen Wolken gleich populiert sind, kann 'freie' Spindynamik stattfinden. Rechts ist die Spinverteilung zu Beginn und am Ende skizziert.

dargestellt. Spindynamik führt gemäß der Relation $| - 1 \rangle + | + 1 \rangle \leftrightarrow | 0 \rangle + | 0 \rangle$ zu einem Transfer von $m_F = 0$ -Atomen in die $m_F = -1$ - und $m_F = +1$ -Komponenten (a). Die entstehende $m_F = -1$ -Kondensatpopulation thermalisiert jedoch nahezu instantan in die $m_F = -1$ thermische Wolke. Bei Erreichen der kritischen Teilchenzahl (b), d.h. wenn alle thermischen Wolken gleich bevölkert sind, kann 'freie' Spindynamik stattfinden. Ein interessanter Effekt ist nun die resultierende unterschiedliche Spin-Ausrichtung zwischen Kondensat und thermischer Wolke. Wenn ein stationärer Zustand (b) erreicht wird, sind alle Wolken gleich bevölkert und damit der Durchschnitts-Spin der thermischen Atome gleich null, während der anfängliche durchschnittliche Spin pro Atom nunmehr ausschließlich auf die Kondensatanteile verteilt werden muss (vgl. Abb. 6.7 rechts), die Spinausrichtung der Kondensatanteile geht folglich gegen $m_F = 1$.

In Abbildung 6.8 sind die Messungen der Populationen in Abhängigkeit der Haltezeit dargestellt und werden mit Lösungen des Ratengleichungsmodells verglichen. Die verwendeten Startwerte betragen $N_0^-(0) = 8000$, $N_0^0(0) = 45000$, $N_0^+(0) = 30000$, $N_t^-(0) = 12000$, $N_t^0(0) = N_t^+(0) = 90000$ und $T(0) = 288$ nK. Die Spinraten wurden als $\tilde{\gamma}_{sp1} = 1.6 \times 10^{-5}$ 1/s, $\tilde{\gamma}_{sp2} = 0.4 \times 10^{-5}$ 1/s angesetzt. Auf den Diagrammen ist die beschriebene Dynamik zu erkennen, die zusätzlich durch Verlustprozesse modifiziert wird. Insbesondere ist die erwartete Magnetisierung auf dem rechten Diagramm erkennbar. Während die thermischen Atome gegen eine Gleichbesetzung aller m_F -Komponenten und damit gegen einen mittleren Spin $\langle m_F \rangle = 0$ streben, erfahren die Kondensatanteile eine starke Ausrichtung auf $m_F = 1$. Der Gesamtspin bleibt relativ gut erhalten und nimmt tendenziell

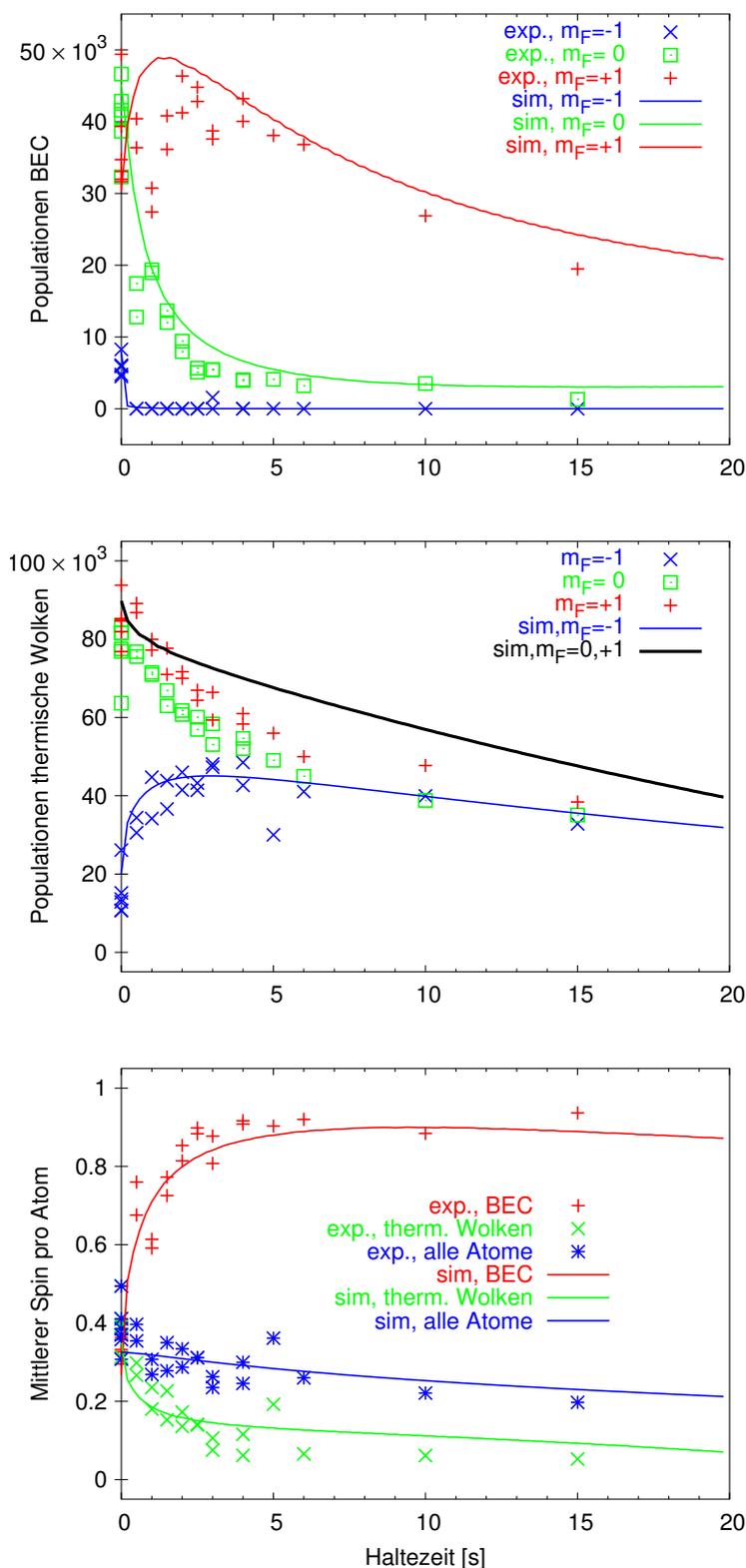


Abbildung 6.8: Gemessene Kondensat- und thermischen Teilchenzahlen sowie durchschnittliche Spinausrichtung in Abhängigkeit der Haltezeit für eine Mischung aus $m_F = 0$ und $m_F = +1$. Die Linien beziehen sich auf eine Simulation des Ratengleichungsmodells (Parameter siehe Text).

leicht ab, was durch die höheren Verluste im Kondensatanteil und dessen Spinausrichtung erklärt werden kann. Es sei betont, dass für die experimentell realisierten Startparameter kein $m_F=-1$ -Kondensat entsteht, d.h. aus Spinerhaltung der Zeitpunkt (b) in Abbildung 6.7 nicht erreicht wird. Die Übereinstimmung des Ratengleichungsmodells ist insbesondere für die Verluste an thermischen Atomen deutlich schlechter als für die Simulation einer Mischung aus $m_F = \pm 1$ (vgl. Kap. 6.2.2).

6.4 Thermodynamik $F=2$ -Spinorkondensate

Spinorkondensate für $F=2$ werden im Detail in der Dissertation von Holger Schmaljohann [70] oder auch in [69] diskutiert. Daher sollen hier nur anhand von zwei Beispielen die Unterschiede im Vergleich zu den hier präsentierten $F=1$ -Ergebnissen verdeutlicht werden.

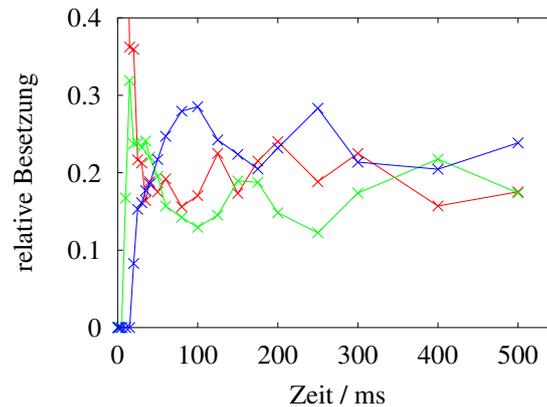


Abbildung 6.9: Zeitliche Entwicklung der Populationen aus einem anfänglich präparierten $|2, 0\rangle$ -Zustand. Gezeichnet sind die relativen Besetzungen der Zustände $|2, 0\rangle$ (rot), $|2, \pm 1\rangle$ (grün) und $|2, \pm 2\rangle$ (blau). Grafik aus [70].

Spinoszillationen In Abbildung 6.9 ist die zeitliche Entwicklung der relativen Populationen in einem $F=2$ -Spinorkondensat dargestellt. Der präparierte Zustand $|2, 0\rangle$ wandelt sich über Spindynamik zunächst in $|2, \pm 1\rangle$ und anschließend in $|2, \pm 2\rangle$ um. Deutlich sind Oszillationen zu erkennen, die auf eine kohärente Dynamik hindeuten. Auf der Zeitskala von mehreren 100 ms wird diese vor allem auch durch die gegenüber $F=1$ deutlich größeren Teilchenzahlverluste ausgedämpft.

Inhomogenität der Spindynamik In Abbildung 6.10 links ist ein Absorptionsbild nach Stern-Gerlach-Separation mit zugehörigen Spaltensummen eines anfänglich präparierten $|2, 0\rangle$ -Zustandes nach 10 ms Haltezeit dargestellt. Man erkennt deutlich die Dichteabhängigkeit der Spindynamik. Dadurch findet Spindynamik zum einen nur im Kondensat statt und zum anderen erfolgt die Umwandlung in dem dichteren Zentrum des Kondensates deutlich schneller, was sich in der kleineren Breite der entstandenen Kondensate in $|2, \pm 1\rangle$ äußert. Dieser Effekt lässt sich nur beobachten, da die Spindynamik auf

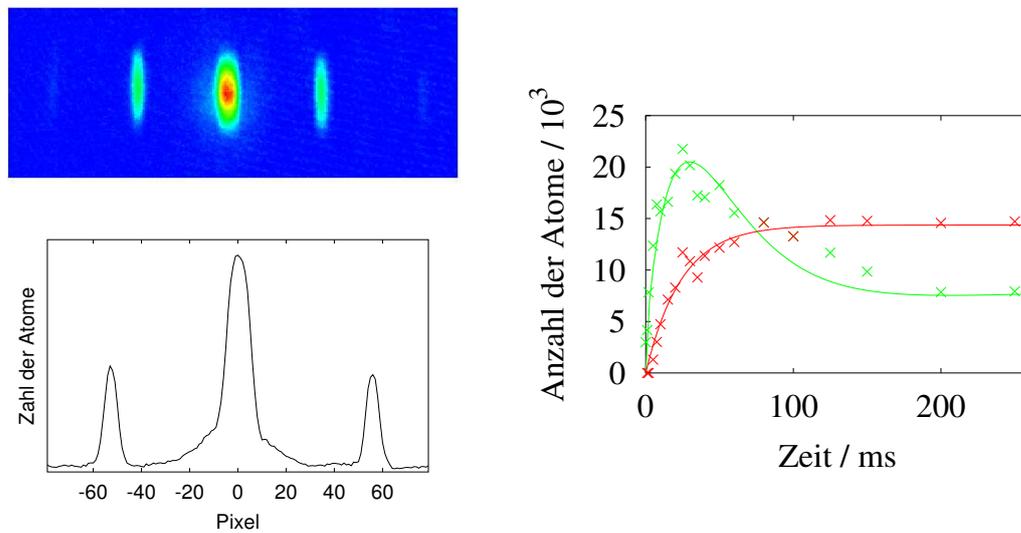


Abbildung 6.10: Thermalisierung von $F=2$ -Spinorkondensaten. Links ein Stern-Gerlach Bild mit Spaltensumme für anfängliche Präparation des $|2, 0\rangle$ -Zustandes nach 10 ms Haltezeit. Rechts die Zeitentwicklung die Anzahl der $m_F=2$ -Atome im Kondensat (grün) und der thermischen Wolke (rot) ausgehend von einer Mischung aus $|2, 0\rangle$ und $|2, +1\rangle$ (aus [70]).

einer Zeitskala von wenigen Millisekunden erfolgt und damit in der Größenordnung der inversen axialen Fallenfrequenz $1/\omega_x \approx 8$ ms liegt.

Abbildung 6.10 rechts stellt die Atomzahlen der $|2, +2\rangle$ -Kondensat- und thermischen Atome in Abhängigkeit der Haltezeit dar. Die anfänglich unbesetzte $|2, +2\rangle$ -Komponente wird über Spindynamik aus einer anfänglich präparierten Mischung aus $|2, 0\rangle$ und $|2, +1\rangle$ heraus bevölkert. Man sieht, dass zuerst der kondensierte Anteil besetzt wird, der erst anschließend eine thermische Wolke ausbildet.

Kapitel 7

Gemischte-Spinkanal-Feshbachresonanz

7.1 Feshbachresonanzen

In der Nähe einer Feshbachresonanz ist die s-Wellen-Streulänge a stark vom Magnetfeld abhängig. Durch die unterschiedliche Magnetfeldabhängigkeit der internen atomaren Zustände werden die Potentiale für gebundene Moleküle durch ein Magnetfeld verschoben. Kommt nun ein gebundener Molekülzustand in Resonanz mit dem Zweiteilchen-Streuprozess und koppelt an diesen, so spricht man von einer Feshbachresonanz (siehe z.B. Feshbach [128]). Die Abhängigkeit der Streulänge vom Magnetfeld in der Nähe der Resonanz wird näherungsweise durch die Formel

$$a(B_0) = a_\infty \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right) \quad (7.1)$$

beschrieben. Diese Funktion ist schematisch auf Abbildung 7.1 links dargestellt. Die Streu-

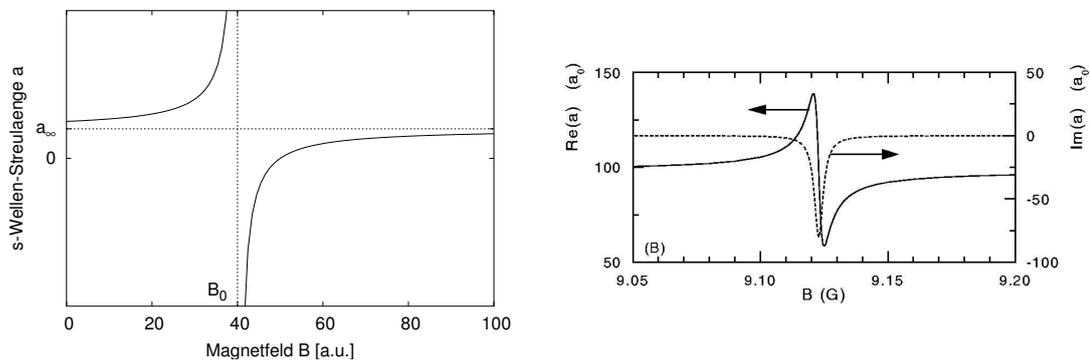


Abbildung 7.1: Abhängigkeit der Streulänge vom Magnetfeld bei einer Feshbachresonanz. Links schematisch die Variation der Streulänge für 'übliche' Feshbachresonanzen. Rechts die Resonanzkurve für eine gemischte-Spinkanal-Feshbachresonanz in ^{87}Rb zwischen den Zuständen $|2, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$ (aus [77]).

länge a variiert hierbei üblicherweise zwischen $-\infty$ und $+\infty$ und nimmt außerhalb der

Resonanz die asymptotische Streulänge a_∞ an.

Besondere Bedeutung haben Feshbachresonanzen für ultrakalte Quantengase, da hier die Wechselwirkung (fast) ausschließlich durch die s-Wellen-Streulänge bestimmt wird. Diese Tatsache spiegelt sich in der Gross-Pitaevskii-Gleichung (7.3) wider; hier ist die s-Wellen-Streulänge ein Vorfaktor im Wechselwirkungsterm.

Feshbachresonanzen wurden für Alkalimetall-Atome theoretisch vorhergesagt [129] und an ^{85}Rb in einer optischen Dipolfalle [130] und Magnetfalle [131], an Cäsium in einem optischen Gitter [132], sowie für das fermionische ^{40}K in einer optischen Dipolfalle [133] vermessen.

Die Variation der Streulänge in einem Kondensat wurde erstmals in Natrium [134] beobachtet und die Streulängen sowie Verlustprozesse seitdem an Bose-Einstein-Kondensaten für Natrium [135], Rubidium [136, 137, 138] und Cäsium [139] vermessen und mit theoretischen Modellen verglichen und abgeglichen. Insbesondere ist die Kondensation von Elementen mit negativer Streulänge nur bis zu einer bestimmten Teilchenzahl möglich, da Kondensate mit $a < 0$ dann instabil werden. Durch Ausnutzung einer Feshbachresonanz und Verschieben der Streulänge in einen positiven Bereich konnte ^{85}Rb stabil kondensiert [140] und dann der kontrollierte Kollaps durch Variation der Streulänge in den negativen Bereich gezeigt werden [141]. Auch die Bose-Einstein-Kondensation von Cäsium konnte erst durch gezielte Kontrolle der Streulänge durch eine Feshbachresonanz erfolgreich realisiert werden [142].

Eine weitere wichtige Bedeutung kommt den Feshbachresonanzen bei der Molekülbildung zu. So kann durch 'sweepen' des Magnetfeldes ein adiabatischer Transfer von einem Streuzustand zweier Atome in einen gebundenen Molekülzustand realisiert werden [143]. Dieser Zugang ermöglichte die Realisierung eines molekularen BEC aus Cäsium [144], ^6Li [52, 51, 145, 53] und ^{87}Rb [146] (theoretische Arbeiten hierzu siehe z.B. [50, 147]).

In einem kürzlich durchgeführten Experiment wurde eine 'optically induced Feshbach resonance' demonstriert [148], wo die Laserstrahlung die Rolle des Magnetfeldes übernimmt.

Für das in dieser Arbeit und ansonsten häufig verwendete Element ^{87}Rb konnten für die magnetisch fangbaren Zustände $|2, +2\rangle$ und $|1, -1\rangle$ im Bereich 15–540 G keine Feshbachresonanzen mit Breite $\Delta B > 2\text{ G}$ gefunden werden [149]. Für den Zustand $|1, +1\rangle$ sowie die Mischung $|1, +1\rangle$ und $|1, 0\rangle$ konnten mehr als 40 Feshbachresonanzen vermessen und die hervorragende Übereinstimmung mit der Theorie gezeigt werden [136]. Ein Nachteil dieser Resonanzen ist, dass sie bei großen Magnetfeldern (390–1260 G) liegen, die typische Breite $\Delta B < 1\text{ mG}$ beträgt, und somit die praktische Nutzung einschränkt ist.

Basierend auf Präzisionsexperimenten wurde nun eine Feshbachresonanz bei ^{87}Rb zwischen den beiden verschiedenen *Hyperfeinzuständen* $|2, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$ vorhergesagt [77]. Die Resonanzkurve ist in Abbildung 7.1 rechts dargestellt und kann über die Gleichung

$$a(B) = a_\infty \left(1 - \frac{\Delta_{el}}{B - B_0 + \frac{1}{2}i\Delta_{inel}} \right) \quad (7.2)$$

beschrieben werden. Im Gegensatz zu den oben diskutierten Feshbachresonanzen variiert die Streulänge hier nur um etwa 30 % und nimmt keine negativen Werte an. Hinzu kommt ein signifikanter imaginärer Anteil, der durch die Größe Δ_{inel} beschrieben wird, und den Verlust durch inelastische Stöße, d.h. Umwandlung in andere Spinzustände, beschreibt.

Die Existenz dieser Feshbachresonanz wurde im Rahmen dieser Arbeit experimentell erstmals gezeigt. Eine zeitgleiche Messung dieser Feshbachresonanz erfolgte in der Gruppe von I. Bloch [73]. In diesem Experiment wurde zudem erfolgreich das Erzeugen von Verschränkung unter Verwendung dieser Feshbachresonanz demonstriert und damit die Eignung für zukünftige Anwendungen in der Quanteninformationsverarbeitung nachgewiesen.

Im Folgenden sollen zunächst theoretische Modelle zum Teilchenzahlverlust diskutiert werden. Anschließend folgt eine Beschreibung des durchgeführten Experiments und eine quantitative Diskussion der Ergebnisse zur gemessenen Feshbachresonanz.

7.2 Theorie

7.2.1 Zweikörper-Verlust in der Gross-Pitaevskii-Gleichung

Ausgehend von der Gross-Pitaevskii-Gleichung

$$i\hbar\dot{\psi} = H_0\psi + \frac{4\pi\hbar^2}{m} a_F (\psi^*\psi) \psi \quad , \quad (7.3)$$

in der a_F die komplexe Streulänge auf der Feshbachresonanz bezeichnet, erhält man als Differenzialgleichung für die Teilchenzahl N

$$\dot{N} = \iiint d^3x (\dot{\psi}^*\psi + \psi^*\dot{\psi}) \quad (7.4)$$

$$= i \frac{4\pi\hbar}{m} (a_F^* - a_F) \iiint d^3x (\psi^* \psi)(\psi^*\psi) \quad . \quad (7.5)$$

Mit Gleichung (7.9) erhält man sofort

$$\dot{N} = \frac{8\pi\hbar}{m} \text{Im}(a_F) \bar{n} N \quad . \quad (7.6)$$

Für weitere Betrachtungen wird die Verlustrate zu

$$G_F = -\frac{8\pi\hbar}{m} \text{Im}(a_F) \quad . \quad (7.7)$$

definiert. Den theoretischen Wert der Zweikörper-Verlustrate auf der betrachteten Feshbachresonanz erhält man aus $\text{Im} a_F \approx -80a_0$ [77] zu $G_F \approx 8.0 \times 10^{-17} \text{ m}^3/\text{s}$.

7.3 Zerfallsrate und Dimensionalität

Ein Zweikörper-Verlustprozess, wie er bei der betrachteten Feshbachresonanz auftritt, wird durch folgende Gleichung beschrieben [126]:

$$\dot{N} = -G \bar{n} N \quad , \quad (7.8)$$

wobei G die auf die mittlere Dichte bezogene Zweikörper-Verlustrate darstellt. Die mittlere Dichte \bar{n} berechnet sich zu

$$\bar{n}(N) = \frac{1}{N} \iiint d^3x n^2(x, y, z) \quad (7.9)$$

und ist im allgemeinen von der Teilchenzahl N abhängig. In den folgenden Abschnitten wird die Abhängigkeit $\bar{n}(N)$ für die Regime '3d-adiabatisch', '2d-adiabatisch', '1d-adiabatisch', '0d-adiabatisch', die sich auf eine harmonische Falle beziehen, und 'Kasten' explizit berechnet und die daraus folgenden Differenzialgleichungen gemäß (7.8) gelöst. Abschließend werden die Messdaten im Kontext der Regime diskutiert sowie die absolute Zweikörper-Verlustrate G mit der Theorie [77] verglichen.

7.3.1 Zweikörper-Verluste 3d-adiabatisch

In diesem Fall ist die Verlustrate pro Teilchen \dot{N}/N langsam verglichen zu allen Fallenfrequenzen der harmonischen Falle: $G\bar{n} \ll \omega_x, \omega_y, \omega_z$. Das System befindet sich während des Teilchenverlusts stets im Zustand, der durch das Thomas-Fermi-Regime beschrieben wird (vgl. Abschnitt A.1.2 und Gl. A.13). Mit abnehmender Teilchenzahl wird das Kondensat kleiner und die mittlere Dichte beträgt hier [126]

$$\bar{n} = c_2 N^{(2/5)} \quad (7.10)$$

mit $c_2 = 15^{(2/5)} (14\pi)^{(-1)} (m\bar{\omega}/(\hbar\sqrt{a}))^{(6/5)}$. Die resultierende Bewegungsgleichung lautet

$$\dot{N} = -G c_2 N^{(7/5)} \quad (7.11)$$

und hat die Lösung

$$N(t) = \frac{N(0)}{\left(1 + \frac{2}{5} G \bar{n}(0) t\right)^{(5/2)}} \quad (7.12)$$

7.3.2 Zweikörper-Verluste 2d-adiabatisch

In diesem Fall ist die Zerfallsrate schneller als die kleinste (axiale) Fallenfrequenz und langsamer als die anderen: $\omega_x \ll G\bar{n} \ll \omega_y, \omega_z$. Die Dynamik ist in Abbildung 7.2 skizziert. Die Anfangsverteilung des Kondensats wird entlang der axialen (x -) Achse 'in Scheiben' geschnitten

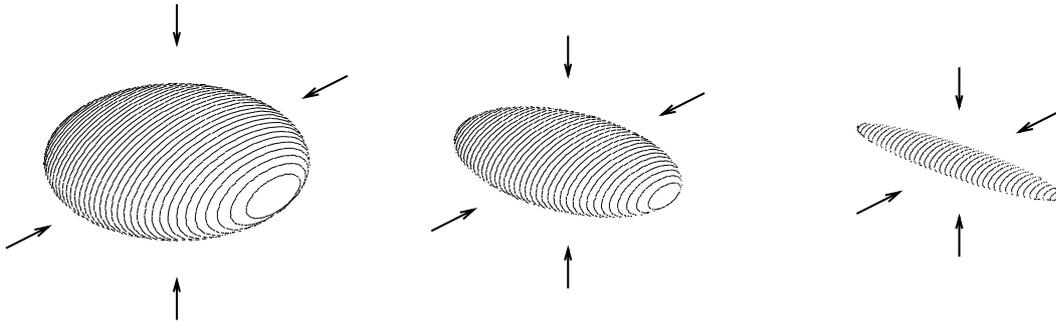


Abbildung 7.2: Zur Betrachtung der 'Zweikörper-Verluste 2d-adiabatisch' wird das Kondensat axial in Scheiben geschnitten, die dann getrennt 'zerfallen' und dabei in radialer Richtung schrumpfen.

geschnitten und für jede dieser Scheiben der Zerfall einzeln betrachtet. In den radialen (y, z) Richtungen schrumpft dabei die Scheibe gemäß einer modifizierten Thomas-Fermi-Verteilung, wie im Folgenden diskutiert werden soll. Dazu wird eine Längendichte $n_2(x)$

eingeführt mit der Normierung $\int dx n_2(x) = N$. Der Zerfall wird dann analog zu (7.8) durch

$$\dot{n}_2(x) = -G \bar{n}_2(x) n_2(x) \quad (7.13)$$

beschrieben, wo \bar{n}_2 die mittlere Dichte einer infinitesimal dünnen Scheibe ist und gemäß

$$\bar{n}_2(x) = \frac{1}{n_2(x)} \iint dy dz n^2(x, y, z) \quad (7.14)$$

berechnet wird. Die (normale) Dichte n ist in diesem Fall

$$n(x, y, z) = \frac{m\mu_2(x)}{4\pi\hbar^2 a} \left[1 - \frac{m}{2\mu_2(x)} (\omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \right] \quad (7.15)$$

und das chemische Potenzial für eine Scheibe $\mu_2(x)$ kann durch die Normierungsbedingung $\iint dy dz n(x, y, z) = n_2(x)$ berechnet werden zu $\mu_2(x) = \sqrt{4\hbar^2 a \omega_y \omega_z n_2(x)}$. Damit folgt aus (7.14)

$$\bar{n}_2(x) = \frac{m}{3\pi} \sqrt{\frac{\omega_y \omega_z}{\hbar^2 a}} \sqrt{n_2(x)} \quad (7.16)$$

und für die Bewegungsgleichung aus (7.13)

$$\dot{n}_2(x) = -G \frac{m}{3\pi} \sqrt{\frac{\omega_y \omega_z}{\hbar^2 a}} n_2(x)^{(3/2)} \quad (7.17)$$

mit der Lösung

$$n_2(x; t) = \frac{1}{\left(G \frac{2m}{3\pi} \sqrt{\frac{\omega_y \omega_z}{\hbar^2 a}} t + \frac{1}{\sqrt{n_2(x; 0)}} \right)^2} \quad (7.18)$$

Die Anfangsdichte $n_2(x; 0)$ erhält man aus der gewöhnlichen Dichteverteilung in einer harmonischen Falle im Thomas-Fermi-Regime (A.13)

$$n_2(x; 0) = \iint dy dz n(x, y, z) \quad (7.19)$$

$$= \frac{\mu^2}{4\hbar^2 a \omega_y \omega_z} \left(1 - \frac{m}{2\mu} \omega_x^2 x^2 \right)^2 \quad (7.20)$$

wobei $\mu = (15\hbar^2 a \sqrt{m} \bar{\omega}^3 N(0))^{(2/5)}/2$ das übliche aus der Anfangsteilchenzahl $N(0)$ berechnete chemische Potenzial ist. Durch Einsetzen von (7.18) in

$$N(t) = \int dx n_2(x; t) \quad (7.21)$$

erhält man als Lösung

$$N(t) = N(0) I_2 \left(\frac{7}{12} G \bar{n}(0) t \right) \quad (7.22)$$

mit

$$I_2(\alpha) = \frac{15}{16\alpha^2} \left[3 - \frac{1}{\beta^2} + \left(\frac{1}{2\beta^3} + \frac{1}{\beta} - \frac{3\beta}{2} \right) \ln \left(\frac{\beta+1}{\beta-1} \right) \right] \quad (7.23)$$

$$\beta = \sqrt{1 + \frac{1}{\alpha}} \quad (7.24)$$

7.3.3 Zweikörper-Verluste 1d-adiabatisch

Beim 1d-adiabatischen Prozess sind zwei Fallenfrequenzen kleiner als die Zerfallsrate und eine größer: $\omega_x, \omega_y \ll G\bar{n} \ll \omega_z$. Das Kondensat wird, wie in Abbildung 7.3 skizziert, in Säulen zerlegt, deren Dynamik dann analog zu den Scheiben im letzten Abschnitt berechnet wird. Man erhält entlang einer Säule die Dichte

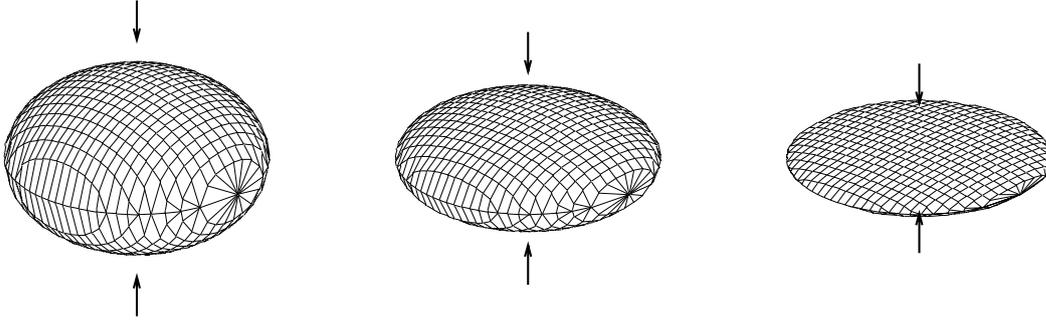


Abbildung 7.3: Zur Betrachtung der 'Zweikörper-Verluste 1d-adiabatisch' wird das Kondensat in Säulen zerlegt, die dann getrennt 'zerfallen'. Dabei schrumpft das Kondensat nur noch in z -Richtung.

$$n(x, y, z) = \frac{m\mu_1(x, y)}{4\pi\hbar^2 a} \left[1 - \frac{m}{2\mu_1(x, y)} \omega_z^2 z^2 \right] \quad (7.25)$$

wobei das zugehörige chemische Potenzial $\mu_1(x, y)$ aus der Flächendichte $n_1(x, y)$ über die Normierungsbedingung $\int dz n(x, y, z) = n_1(x, y)$ berechnet werden kann zu

$$\mu_1(x, y) = \left(\frac{3\pi\hbar^2 a}{\sqrt{2m}} \omega_z n_1(x, y) \right)^{(2/3)}. \quad (7.26)$$

Für die mittlere Dichte pro Säule ergibt sich somit

$$\bar{n}_1(x, y) = \frac{1}{n_1(x, y)} \int dz n^2(x, y, z) \quad (7.27)$$

$$= \frac{1}{5} \left(\frac{3m\omega_z}{\sqrt{2\pi a} \hbar} \right)^{(2/3)} n_1(x, y)^{(2/3)} \quad (7.28)$$

und die Bewegungsgleichung für die Flächendichte lautet:

$$\dot{n}_1(x, y) = -\frac{1}{5} G \left(\frac{3m\omega_z}{\sqrt{2\pi a} \hbar} \right)^{(2/3)} n_1(x, y)^{(5/3)} \quad (7.29)$$

mit der Lösung

$$n_1(x, y; t) = \left[\frac{2}{15} G \left(\frac{3m\omega_z}{\sqrt{2\pi a} \hbar} \right)^{(2/3)} t + n_1(x, y; 0)^{(-2/3)} \right]^{(-3/2)}. \quad (7.30)$$

Die Anfangsbedingung folgt wiederum aus der normalen Thomas-Fermi-Verteilung für eine harmonische Falle (A.13) zu

$$n_1(x, y; 0) = \frac{\mu^{(3/2)} \sqrt{2m}}{3\pi \hbar^2 a \omega_z} \left[1 - \frac{m}{2\mu} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2) \right]^{(3/2)} \quad (7.31)$$

mit $\mu = (15\hbar^2 a \sqrt{m} \bar{\omega}^3 N(0))^{(2/5)}/2$. Die Lösung für die Gesamtteilchenzahl ergibt sich durch Einsetzen von (7.31) in (7.30) und $N(t) = \int \int dx dy n_1(x, y; t)$ als

$$N(t) = N(0) I_1 \left(\frac{14}{15} G \bar{n}(0) t \right) \quad (7.32)$$

mit

$$I_1(\alpha) = \frac{5}{\alpha^{(3/2)}} \left[-\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\alpha}}} + \frac{3}{2} \sqrt{1 + \frac{1}{\alpha}} - \frac{3}{2\alpha} \ln(\sqrt{\alpha} + \sqrt{1 + \alpha}) \right] \quad (7.33)$$

7.3.4 Zweikörper-Verluste 0d-adiabatisch

Ist der Zerfall schneller als die Fallenfrequenzen $G\bar{n} \gg \omega_x, \omega_y, \omega_z$, erfolgt er quasi 'instan-tan', d.h. für die Dichte gilt die Bewegungsgleichung

$$\dot{n}(x, y, z) = -G n(x, y, z)^2 \quad (7.34)$$

mit der Lösung

$$n(x, y, z; t) = \frac{1}{Gt + \frac{1}{n(x, y, z; 0)}} \quad (7.35)$$

Die Lösung für die Gesamtteilchenzahl N ergibt sich durch Einsetzen dieser Gleichung in folgende Integration

$$N(t) = \iiint dx dy dz n(x, y, z; t) \quad (7.36)$$

wobei $n(x, y, z; 0)$ durch Gl. (A.13) gegeben ist. Man erhält

$$N(t) = N(0) I_0 \left(\frac{7}{4} G \bar{n}(0) t \right) \quad (7.37)$$

mit

$$I_0(\alpha) = \frac{15}{2\alpha^2} \left(1 + \frac{\alpha}{3} - \sqrt{1 + \frac{1}{\alpha}} \operatorname{Arcoth} \sqrt{1 + \frac{1}{\alpha}} \right) \quad (7.38)$$

7.3.5 Zweikörper-Verluste im Kasten

Dieses Beispiel soll noch genannt werden, da die Lösung besonders einfach ist und auch zur Näherung des '0d adiabatischen' Zerfalls in der harmonischen Falle verwendet werden kann. Für den Kasten des Volumens V ist die Dichte konstant $n = N/V$ und somit lautet die Bewegungsgleichung

$$\dot{N} = -\frac{G}{V} N^2 \quad (7.39)$$

Mit der Anfangsdichte $n(0)$ folgt die Lösung

$$N(t) = \frac{N(0)}{1 + G n(0) t} \quad (7.40)$$

7.3.6 Vergleich der Dimensionalitäten

Zerfallskurven für die Fälle '3d-adiabatisch', '2d-adiabatisch', '1d-adiabatisch', 'Kastenpotenzial' und '0d-adiabatisch' sind in Abbildung 7.4 dargestellt. Die Skalierung der Zeitachse

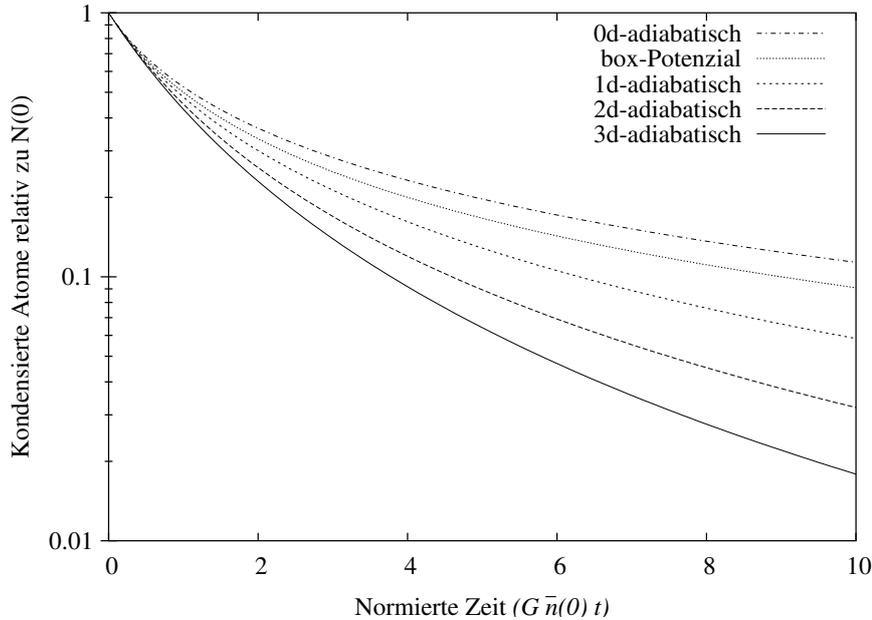


Abbildung 7.4: Zerfallskurven für verschiedene Regime. Die Zeit ist auf Anfangsdichte $\bar{n}(0)$ und Zerfallsrate G normiert.

hängt hierbei nur von der mittleren Anfangsdichte $\bar{n}(0)$ sowie der Zweikörper-Verlustrate G ab. Die Steigungen zum Zeitpunkt $t = 0$ sind für alle Kurven identisch. Anschließend entscheidet die Dimensionalität über den weiteren Zerfall des Ensembles. Am langsamsten ist hier '0d-adiabatisch' und das 'Kastenpotenzial', da hier die Dichte durch Teilchenzahlverlust am schnellsten abnimmt. Die Regime '1d-, 2d-, 3d-adiabatisch' kompensieren diese Abnahme der Dichte teilweise durch Verkleinern des Ensemblevolumens (vgl. Abb. 7.2 und Abb. 7.3), begünstigen somit den Zweikörper-Verlust und sorgen für eine schnellere Abnahme der Gesamtteilchenzahl.

7.4 Experiment

7.4.1 Präparation und Verlustmessung

Der experimentelle Ablauf zur Messung der Feshbachresonanz orientiert sich an dem allgemeinen Schema zur Spindynamik (vgl. Kap. 3.2). Die Kalibrierung und Bereitstellung eines entsprechend stabilen und exakt bekannten Magnetfeldes während der Haltezeit werden im Anschluss an die Experimentauswertung in Kap. 7.4.3 und 7.4.4 diskutiert. Die Präparation der Mischung aus den beiden Hyperfeinzuständen $|2, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$ ausgehend von $|2, +2\rangle$ erfolgt in mehreren Schritten, die in folgender Tabelle zusammengefasst sind:

Schritt	Mischung		Bild
	Zustand 1	Zustand 2	
		$ 2, +2\rangle$	
'Sweep' 1	\rightarrow	$ 2, 0\rangle$	
Ramanpuls $\pi/2$	\rightarrow	$ 2, 0\rangle$	$ 1, 0\rangle$ a)
'Sweep' 2	\rightarrow	$ 2, -1\rangle$	$ 1, -1\rangle$ b)
'Sweep' 3	\rightarrow	$ 2, -2\rangle$	$ 1, +1\rangle$ c)
'Sweep' 4	\rightarrow	$ 2, -1\rangle$	$ 1, +1\rangle$ d)

Die entsprechend zugehörigen Absorptionsbilder sind in Abbildung 7.5 dargestellt. Ausge-

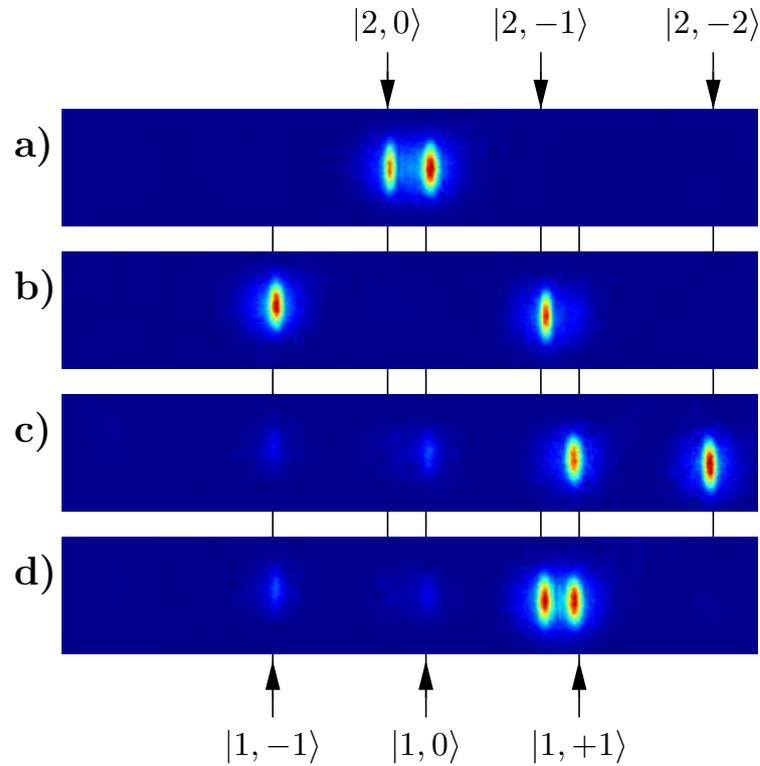


Abbildung 7.5: Präparationsschritte für die Mischung $|2, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$ ausgehend von $|2, +2\rangle$. Die einzelnen Schritte sind auch in der Tabelle im Text zusammengefasst.

hend von $|2, +2\rangle$ wird durch eine adiabatische Passage (Kap. 3.4.1) bei einem Magnetfeld von 25 G die Population in den Zustand $|2, 0\rangle$ transferiert. Anschließend wird das Magnetfeld auf einen Wert von 10 G abgesenkt und durch einen $\pi/2$ -Puls mit dem Ramanlaser die Hälfte der Population in den $|1, 0\rangle$ -Zustand transferiert (siehe Kap. 3.4.2). Die Resonanzfrequenz des Ramanlasers wird dabei gemäß der Niveaushiftung von $2\pi \times 47$ kHz durch den quadratischen Zeemaneffekt angepasst. Nach dem erneuten Anheben des Magnetfeldes auf 25 G wird durch weitere drei 'sweeps' die gewünschte Mischung präpariert. Das implementierte Schema ermöglicht eine vernünftige Reproduzierbarkeit und es wurden daher keine Alternativen im Detail untersucht. Inwieweit einfachere Schemata möglich sind, die z.B. den direkten Transfer der Hälfte der Population von $|2, -1\rangle$ nach $|1, +1\rangle$ nutzen,

bleibt zu untersuchen.

Die präparierte Mischung aus $|2, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$ wird nun bei Magnetfeldern von 9.03...9.14 G für $t = 0, 3, 6.5, 10, 18,$ und 25 ms in der Dipolfalle gehalten und nach Ausschalten der Dipolfalle und Anlegen eines Stern-Gerlach-Gradienten eine Absorptionaufnahme aufgenommen und die Atomzahlen für die beiden Zustände bestimmt. Spaltensummen der Absorptionssbilder sind in Abbildung 7.6 dargestellt. Die obere Reihe zeigt

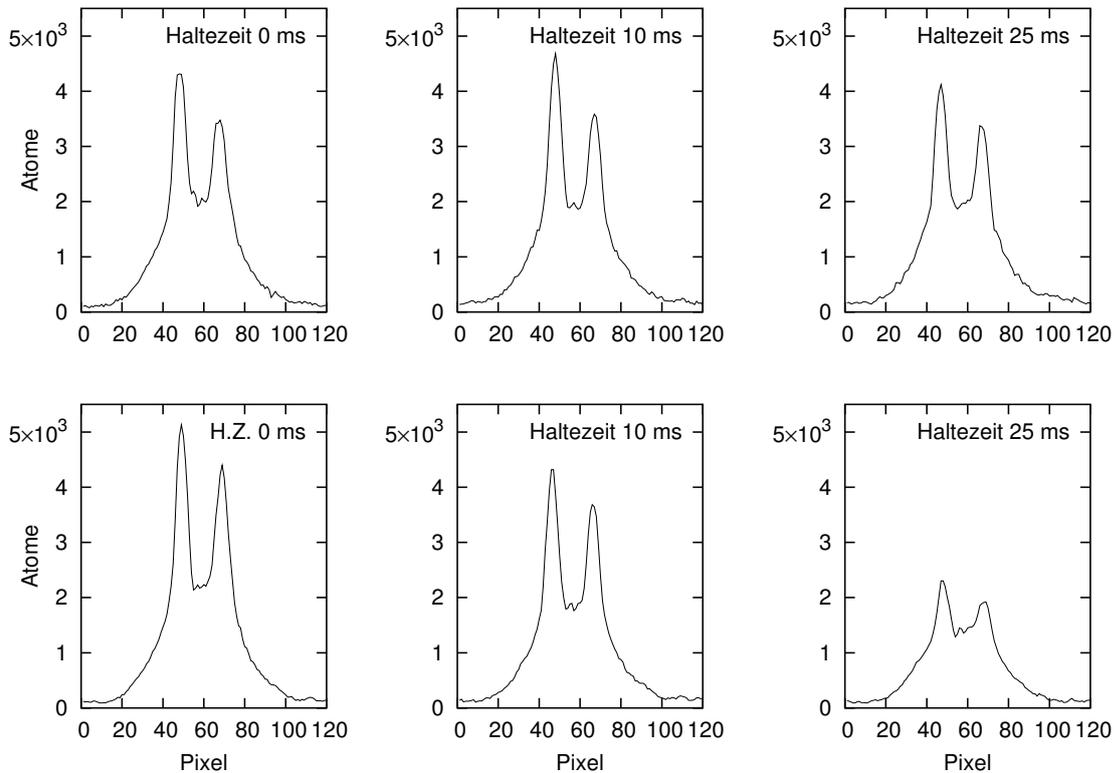


Abbildung 7.6: Zweikörper-Verluste aufgrund der Feshbachresonanz. Aufsummierte Spalten der Absorptionssbilder für die Haltezeiten $t = 0, 10$ und 25 ms. Bei der oberen Bildreihe beträgt das Magnetfeld $B = 9.116$ G (außerhalb der Feshbachresonanz). Der Zweikörper-Verlust auf der Feshbachresonanz bei $B = 9.099$ G (untere Reihe) ist aufgrund der Dichte im Kondensat stärker als in der thermischen Wolke.

eine Messreihe außerhalb der Feshbachresonanz. Hier ist nur eine geringe Änderung der Teilchenzahl zu beobachten, die auch auf Präparationsschwankungen zurückgeführt werden kann. Anders sieht die Situation in der Nähe der Resonanz aus, wie auf der unteren Reihe dargestellt. Hier findet im kondensierten Anteil ein deutlicher Teilchenzahlverlust statt. Auch in den thermischen Wolken ist eine Teilchenzahlabnahme zu beobachten, die aber aufgrund der dort vorliegenden geringeren Dichte deutlich schwächer als im Kondensat ausfällt.

7.4.2 Auswertung der Messergebnisse

Im Folgenden werden die gemessenen Feshbachresonanzkurven im Kontext der einzelnen Regime ausgewertet und verglichen.

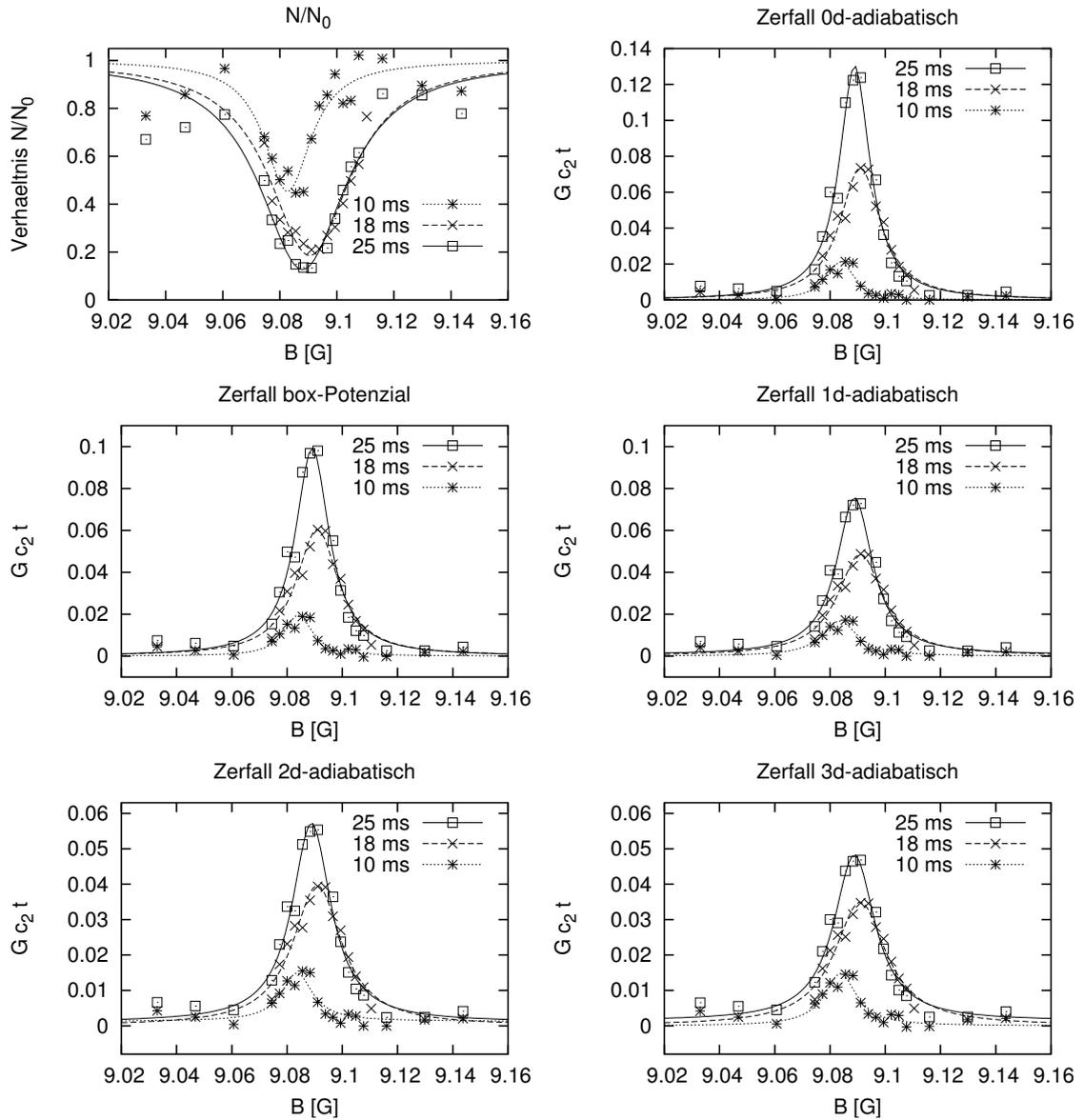


Abbildung 7.7: Feshbachresonanzkurven für die verschiedenen Regime mit zugehörigen Fitkurven.

Zunächst wird $N(t)/N(0)$ über dem Magnetfeld B aufgetragen. Dabei wird das Verhältnis wie folgt aus den experimentellen Daten gewonnen:

$$\frac{N(t)}{N(0)} = \frac{N_1(t) + N_2(t)}{N_1(0) + N_2(0)} \quad , \quad (7.41)$$

wobei N_1 und N_2 die Teilchenzahlen der Zustände $|2, -1\rangle$ und $|1, +1\rangle$ im kondensierten Anteil repräsentieren. Die zugehörigen Kurven sind in Abbildung 7.7 links oben dargestellt. Für die Zeiten $t = 10, 18, 25$ ms wurde jeweils eine Laplacefunktion

$$C(B) = 1 - \frac{A}{1 + 4((B - B_0)/\Delta B)^2} \quad (7.42)$$

angefittet. Die bestimmten Werte für A, B_0 und ΔB sind in der Tabelle 7.1 links oben aufgelistet. Wie an der Grafik zu erkennen ist, sind diese Fits sehr ungenau und die Daten weisen einen stark schwankenden Untergrund auf, sodass sie kaum zur Diskussion der Dimensionalität herangezogen werden können. Ferner sind die Breiten ΔB der bestimmten Kurven stark von der Haltezeit t abhängig.

Eine bessere Auswertung der Daten erhält man, wenn der zugrunde liegende Verlustprozess adäquat berücksichtigt wird. Für jeden Messpunkt wird hierzu das berechnete Verhältnis

$$\frac{N(t, B)}{N(0, B)} = \frac{N_1(t) + N_2(t)}{N_1(0) + N_2(0)} \quad (7.43)$$

in den Wert $G(B)\bar{n}(0)$ t umgerechnet. Explizit geschieht das für die Regime '3d-adiabatisch' (3d), '2d-adiabatisch' (2d), '1d-adiabatisch' (1d), 'Kastenpotenzial' (Box) und '0d-adiabatisch' (0d) durch numerische Umkehrung der Gleichungen (7.12), (7.22), (7.32), (7.40) und (7.37). Durch die Beziehung $\bar{n}(0) = c_2(N_1(0) + N_2(0))^{(5/2)}$ erhält man den von der Anfangsteilchenzahl unabhängigen Wert $G(B)c_2 t$. Dieser ist als Funktion von B auf den Diagrammen 7.7 für die einzelnen Regime dargestellt und wurde mit einer Laplacefunktion

$$C(B) = C_0 + \frac{A}{1 + 4((B - B_0)/\Delta B)^2} \quad (7.44)$$

gefittet. Die resultierenden Parameter sind in Tabellen 7.1 aufgelistet.

Position der Feshbachresonanz Die ermittelten Positionen sind großteils unabhängig von dem verwendeten Fitmodell. Durch das Einschwingen des Magnetfeldes entsteht bei kürzeren Haltezeiten $t < 10$ ms eine leichte Verschiebung (vgl. Kap. 7.4.4), sodass diese Werte mit Vorsicht zu genießen sind. Die Werte für längere Haltezeiten stimmen gut überein und mit dem Fehler der Magnetfeldkalibrierung (Kap. 7.4.3) kann die Position zu

$$B_0 = 9.09 \pm 0.01 \text{ G} \quad (7.45)$$

angegeben werden. Hiermit besteht eine Abweichung von 30 mG zum theoretisch vorhergesagten Wert 9.12 G [77] und zu den in der Gruppe von I. Bloch experimentell bestimmten Werten von 9.121(9) G und 9.128(9) G [73]. Neuere theoretische Rechnungen von Prof. Tiemann [150] ergaben eine Übereinstimmung mit unserem gemessenen Wert und damit kann weiteren experimentellen Positionsbestimmungen mit Spannung entgegen gesehen werden.

Höhe der Feshbachresonanz Die Auswertung der Höhe muss das Zerfallsmodell mit berücksichtigen. Da zum Zeitpunkt der Einreichung der Dissertation nur Zerfallskurven mit drei Datenpunkten zur Verfügung standen [87], kann die folgende Auswertung bzgl. Zerfallsraten und vorliegendem Regime nur als vorläufig und qualitativ betrachtet

'Relative Pop. N/N_0 '				'0d-adiabatisch'			
t [ms]	B_0 [G]	ΔB [G]	A	t [ms]	B_0 [G]	ΔB [G]	$G(B_0) c_2 t$
10	9.083	0.020	0.451	10	9.083	0.012	0.0212
18	9.090	0.035	0.185	18	9.090	0.018	0.0738
25	9.088	0.037	0.127	25	9.088	0.013	0.1305

'Kastenpotenzial'				'1d-adiabatisch'			
t [ms]	B_0 [G]	ΔB [G]	$G(B_0) c_2 t$	t [ms]	B_0 [G]	ΔB [G]	$G(B_0) c_2 t$
10	9.084	0.012	0.0197	10	9.084	0.015	0.0168
18	9.091	0.019	0.0605	18	9.091	0.020	0.0487
25	9.089	0.015	0.0993	25	9.089	0.016	0.0751

'2d-adiabatisch'				'3d-adiabatisch'			
t [ms]	B_0 [G]	ΔB [G]	$G(B_0) c_2 t$	t [ms]	B_0 [G]	ΔB [G]	$G(B_0) c_2 t$
10	9.084	0.013	0.0137	10	9.083	0.014	0.0148
18	9.091	0.022	0.0397	18	9.091	0.023	0.0350
25	9.089	0.017	0.0563	25	9.089	0.018	0.0469

Tabelle 7.1: Fitwerte für Positionen B_0 , Breiten ΔB und Höhen $G(B_0) c_2 t$ für $t = 10, 18, 25$ ms.

werden. Für eine aussagekräftige Beurteilung der vorliegenden Dynamik ist die Messung einer feiner unterteilten Zerfallskurve unabdingbar.

Zur Entscheidung der Dimensionalitätsfrage sind in Abbildung 7.8 die ermittelten Größen $G(B_0) c_2 t$ gegenüber der realen Haltezeit t aufgetragen und jeweils mit einem linearen Fit verglichen. Auf dem linken Diagramm ist erkennbar, dass — je nach angenommenem Regime — die Dynamik erst nach 4...7 ms startet, was mit den Einschwingmessungen des Magnetfelds (vgl. Kapitel 7.4.4) konsistent ist und dadurch erklärt werden kann. Die aus den Steigungen berechneten Raten $G(B_0)$ sind in Tabelle 7.2 aufgeführt. Der

Modell	$G(B_0) c_2$	$G(B_0)$
3d-adiabatisch	2.2 1/s	$1.1 \times 10^{-18} \text{ m}^3/\text{s}$
2d-adiabatisch	2.9 1/s	$1.4 \times 10^{-18} \text{ m}^3/\text{s}$
1d-adiabatisch	3.9 1/s	$2.0 \times 10^{-18} \text{ m}^3/\text{s}$
'box'-Potenzial	5.3 1/s	$2.7 \times 10^{-18} \text{ m}^3/\text{s}$
0d-adiabatisch	7.3 1/s	$3.7 \times 10^{-18} \text{ m}^3/\text{s}$

Tabelle 7.2: Für die einzelnen Modelle errechnete Zerfallsraten auf der Feshbachresonanz $G(B_0)$. Der theoretische Wert ist $G_F \approx 8.0 \times 10^{-17} \text{ m}^3/\text{s}$ (siehe Kap. 7.2.1)

theoretische Wert liegt etwa zwei Größenordnungen oberhalb der gemessenen Zerfallsraten. Nimmt man an, dass die reale Breite der Feshbachresonanz $\Delta B = 1...2$ mG beträgt, so führt das technische Rauschen nicht nur zu einer Verbreiterung um eine Größenordnung, sondern bei Erhalt der Fläche unter der Resonanzkurve auch zu einer Reduzierung der Zweikörper-Verlustrate um eine Größenordnung. Eine weitere Reduzierung könnte durch

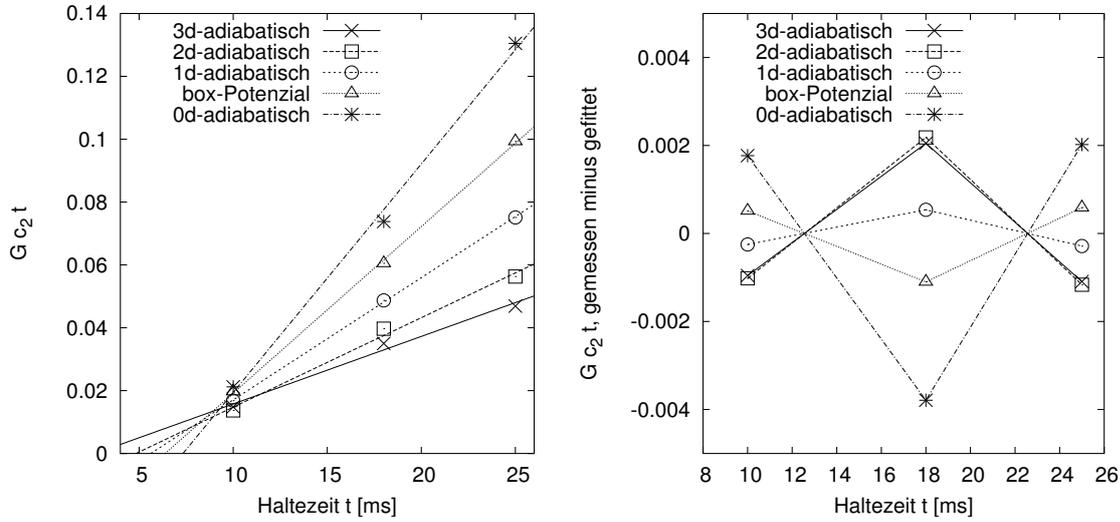


Abbildung 7.8: Links: Vergleich der errechneten Größe $G c_2 t$ mit der realen Haltezeit t für die unterschiedlichen Regime. Die Punkte werden dazu mit einem linearen Fit verglichen. Auf der rechten Grafik sind die Ordinatendifferenzen zwischen Messpunkten und zugehörigen Ausgleichsgeraden dargestellt.

eine Entmischung der zwei Komponenten entstehen (vgl. Kap. 2.3.3 und [151]). Sowohl die Verlustrate als auch die Breite der Feshbachresonanz bleiben neben der diskutierten leichten Abweichung in der Position spannende offene Fragen.

Auf Diagramm 7.8 rechts sind die Abweichungen zur linearen Kurve für die einzelnen Regime vergrößert dargestellt. Die geringste Abweichung zeigt der 1d-adiabatische Zerfall. Betrachtet man die anfängliche Rate $\gamma = \dot{N}/N \approx 300 \text{ 1/s}$ im Vergleich zu den Fallenfrequenzen $\omega_x = 2\pi \times 20 \text{ Hz}$, $\omega_y = 2\pi \times 155 \text{ Hz}$ und $\omega_z = 2\pi \times 890 \text{ Hz}$, so liegt dieser Fall vermutlich auch vor. In einer detaillierten Auswertung muss natürlich auch berücksichtigt werden, dass sich die Regime während des Zerfalls ändern, d.h. zu Beginn liegt der 1d-adiabatische Fall vor, der dann bei geringeren Dichten (und damit langsamerer Zerfallsrate) in die 3d-adiabatische Dynamik übergeht.

7.4.3 Magnetfeldkalibrierung

Aufgrund der schmalen Resonanzbreite (relativ 10^{-4}) kommt für eine genaue Bestimmung der Resonanzposition der Magnetfeldkalibrierung eine besondere Bedeutung zu.

Energieaufspaltung durch Magnetfeld

Für die Grundzustände der Alkalimetall-Atome (Kern mit Spin I mit einem Elektron) wird die Energieaufspaltung in einem externen Magnetfeld exakt durch die Breit-Rabi-Formel [152, 153] beschrieben. Sie lautet für die oberen Hyperfeinniveaus $F = I + 1/2$ (bei

$^{87}\text{Rb } F=2$ ¹:

$$E_B = \text{const} - \mu_K g_K m_F B + \frac{\hbar\omega_{Hf}}{2} \sqrt{1 + m_F x + x^2} \quad (7.46)$$

mit

$$x = \frac{\mu_B g_J + \mu_K g_K}{\hbar\omega_{Hf}} B \quad , \quad (7.47)$$

wobei B das Magnetfeld, μ_B das Bohrmagneton bzw. μ_K das Kernmagneton und ω_{Hf} die Hyperfeinaufspaltung der Grundzustände angeben. Für ^{87}Rb ist $g_K = 2.751$ und der g -Faktor des Elektrons $g_J = 2.002333113(20)$ [154]². Eine Entwicklung der Wurzel als Funktion von x liefert

$$E_B = \text{const} + \mu_B g_F m_F B + \frac{(\mu_B g_J + \mu_K g_K)^2}{4\hbar\omega_{Hf}} \left(1 - \frac{m_F^2}{4}\right)^2 B^2 \quad (7.48)$$

$$- \frac{\hbar\omega_{Hf}}{8} \left(\frac{\mu_B g_J + \mu_K g_K}{\hbar\omega_{Hf}}\right)^3 \left(m_F - \frac{m_F^3}{4}\right) B^3 + \mathcal{O}(x^4) \quad . \quad (7.49)$$

Der Faktor der linearen Zeemanaufspaltung ist zu

$$g_F = \frac{1}{4} g_J - \frac{3\mu_K}{4\mu_B} g_K \approx 0.4994513 \quad (7.50)$$

gegeben und damit der Umrechnungsfaktor $2\pi \times 699044 \text{ Hz/G}$. Der Term des quadratischen Zeemaneffektes führt zu einer Aufspaltung von $2\pi \times 23.2 \text{ kHz} \times (1 - m_F^2/4)$ @ 9.0 G, beeinflusst aufgrund der Symmetrie jedoch nicht die experimentell bestimmte Übergangsfrequenz (vgl. folgenden Abschnitt). Der dritte Term liefert verglichen mit dem ersten Term einen relativen Beitrag von 7×10^{-6} @ 9.0 G, sodass dieser sowie alle Terme höherer Ordnung bei der geforderten relativen Genauigkeit von 10^{-4} vernachlässigt werden können.

Bestimmung der Übergangsfrequenz

Die Übergangsfrequenz wurde unmittelbar nach Messung der Resonanzkurven bei einem Strom von $I = 3.285 \text{ A}$ (entspricht einem Magnetfeld in Nähe der Resonanz³; der durch ein Offsetfeld und die evtl. Abweichung von der realen Resonanzposition entstehende Fehler wird in diesem Abschnitt später diskutiert) bestimmt. Hierzu wurde eine adiabatische Passage in der $F=2$ -Mannigfaltigkeit (vgl. Kap. 3.4.1) verwendet. Die Radiofrequenz wird dazu ausgehend von 6.326 MHz innerhalb einer konstanten 'sweep'-Zeit von 50 ms auf eine variierte Endfrequenz ge'sweept'. Die Endfrequenzwerte wurden von 6.328 MHz bis 6.386 MHz in $\approx 2 \text{ kHz}$ -Schritten gewählt. Die daraus resultierenden gemessenen m_F -Populationen in Abhängigkeit der Endfrequenz sind in Abbildung 7.9 als Punkte dargestellt. Die Linien stellen den Fit eines theoretischen Modells an die Daten dar, das im

¹Entgegen Referenz [153] wurde hier eine Vorzeichenkonvention gewählt, bei der die Größen μ_B , μ_K , g_J und g_K positiv sind.

²Der angegebene g -Faktor bezieht sich auf ein in ^{87}Rb gebundenes Elektron und weicht vom g -Faktor eines freien Elektrons jedoch nur um 6 ppm ab [154].

³Da die sorgfältige Auswertung der Daten entsprechende Zeit in Anspruch nimmt und die Kalibrierung jedoch unmittelbar nach der Messung erfolgen sollte, wurde der Stromwert der Resonanzposition anhand der während der Messung angezeigten Kontrollbilder geschätzt.

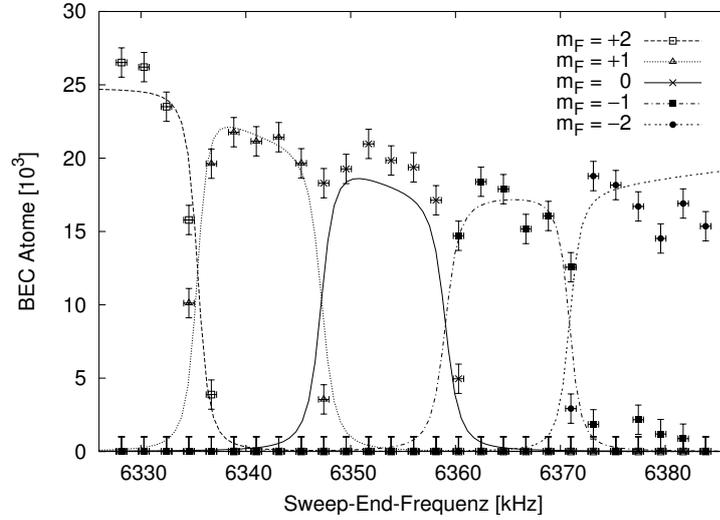


Abbildung 7.9: Magnetfeldkalibrierung durch Fit eines theoretischen Modells (Linien) an die Populationen bei der adiabatischen Passage. Aufgetragen sind die erhaltenen Atomzahlen in Abhängigkeit der Endfrequenz der adiabatischen Passage.

Folgenden dargestellt werden soll.

Da die Rabi-Frequenz kleiner als die Aufspaltung der Übergänge $\Omega = 2\pi \times 1.14 \text{ kHz} \ll \omega_q = 2\pi \times 23.2 \text{ kHz}$ ist, können die einzelnen Übergänge in Näherung getrennt betrachtet werden. Hierzu werden die bekleideten Zustände ('dressed states') des Zweiniveausystems betrachtet, die für einen Wechselwirkungshamiltonian in der 'rotating-wave approximation' $H = \hbar\Omega(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|)/2$ wie folgt lauten [98]

$$|\Phi_+\rangle = \sin\Theta|1\rangle + \cos\Theta|2\rangle \quad (7.51)$$

$$|\Phi_-\rangle = \cos\Theta|1\rangle - \sin\Theta|2\rangle \quad (7.52)$$

mit $\Theta = \frac{1}{2} \arctan(\Omega/\Delta)$, wo Δ die Verstimmung des kohärenten Feldes gegenüber der Übergangsfrequenz ist.

Durch Vergleich mit dem Hamiltonian für das ganze System (3.8) erhält man für die Mischwinkel Θ_i der einzelnen Übergänge (vgl. auch Abb. 3.7)

$$\Theta_i(\omega) = \frac{1}{2} \arctan \frac{\Omega_i}{\omega_i - \omega} \quad (7.53)$$

mit den Übergangsfrequenzen $\omega_1 = \omega_l - 3\omega_q/4$, $\omega_2 = \omega_l - \omega_q/4$, $\omega_3 = \omega_l + \omega_q/4$ und $\omega_4 = \omega_l + 3\omega_q/4$. Die Kopplungen durch das Radiofrequenzfeld mit dem Magnetfeld-Spitzenwert \hat{B}_x berechnen sich zu $\Omega_1 = \Omega_4 = \mu_{BGF}\hat{B}_x$ und $\Omega_2 = \Omega_3 = \Omega_1\sqrt{6}/2$. Die Anteile der Zustände an dem entsprechend vorliegenden Eigenzustand des Systems lauten

$$N_{+2}(\omega) = N(\omega) \cos^2 \Theta_1(\omega) \quad (7.54)$$

$$N_{+1}(\omega) = N(\omega) \sin^2 \Theta_1(\omega) \cos^2 \Theta_2(\omega) \quad (7.55)$$

$$N_0(\omega) = N(\omega) \sin^2 \Theta_2(\omega) \cos^2 \Theta_3(\omega) \quad (7.56)$$

$$N_{-1}(\omega) = N(\omega) \sin^2 \Theta_3(\omega) \cos^2 \Theta_4(\omega) \quad (7.57)$$

$$N_{-2}(\omega) = N(\omega) \sin^2 \Theta_4(\omega) \quad (7.58)$$

wobei $N(\omega)$ den Teilchenzahlverlust während des 'sweeps' beschreibt. Die zeitabhängige Verlustrate $\gamma(t)$ berücksichtigt die Abhängigkeit vom zum Zeitpunkt t vorliegenden m_F -Zustand. Der Verlust während des 'sweeps' wird für die Zustände $|\pm 2\rangle$ durch Dreikörper-Stöße verursacht, während für die anderen Zustände die inelastische Zweikörper-Stöße (nach $F=1$) möglich sind und den Hauptverlustkanal ausmachen. Da der Teilchenzahlverlust nur $\approx 30\%$ beträgt, wird der Zerfall durch eine Exponentialfunktion angenähert: $N(t) = N(0) \exp(-\gamma(t)t)$. Aus Symmetriegründen werden für die Verlustraten drei Parameter angesetzt: γ_2 für $m_F=\pm 2$, γ_1 für $m_F=\pm 1$ und γ_0 für $m_F=0$. Für die Dreikörper-Verluste ergibt der Vergleich mit (6.11) $\gamma_2 = L(t)(7c_2^2/6) \times \bar{N}^{4/5}$ und für die Zweikörper-Verluste (7.11) $\gamma_\star = G_\star(t)c_2 \times \bar{N}^{2/5}$ mit $\star = 1, 0$. Der Wert \bar{N} ist die mittlere Teilchenzahl während der Dynamik. Der 'sweep' erfolgt nun in der Zeit t_0 von der Startfrequenz ω_s zur Endfrequenz ω . Man berechnet nun die Verweildauer des 'sweeps' in den einzelnen Zuständen und erhält als Teilchenzahl am Ende des 'sweeps' $N(\omega)$ für $\omega \leq \omega_1$:

$$N(\omega) = N_s \exp[-\gamma_2 t_0] \quad , \quad (7.59)$$

für $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$:

$$N(\omega) = N_s \exp \left[-\frac{t_0}{\omega - \omega_s} (\gamma_2(\omega_1 - \omega_s) + \gamma_1(\omega - \omega_1)) \right] \quad , \quad (7.60)$$

für $\omega_2 \leq \omega \leq \omega_3$:

$$N(\omega) = N_s \exp \left[-\frac{t_0}{\omega - \omega_s} (\gamma_2(\omega_1 - \omega_s) + \gamma_1(\omega_2 - \omega_1) + \gamma_0(\omega - \omega_2)) \right] \quad , \quad (7.61)$$

für $\omega_3 \leq \omega \leq \omega_4$:

$$N(\omega) = N_s \exp \left[-\frac{t_0}{\omega - \omega_s} (\gamma_2(\omega_1 - \omega_s) + \gamma_1(\omega_2 - \omega_1)) \right. \\ \left. - \frac{t_0}{\omega - \omega_s} (\gamma_0(\omega_3 - \omega_2) + \gamma_1(\omega - \omega_3)) \right] \quad , \quad (7.62)$$

und für $\omega_4 \leq \omega$:

$$N(\omega) = N_s \exp \left[-\frac{t_0}{\omega - \omega_s} (\gamma_2(\omega_1 - \omega_s) + \gamma_1(\omega_2 - \omega_1)) \right. \\ \left. - \frac{t_0}{\omega - \omega_s} (\gamma_0(\omega_3 - \omega_2) + \gamma_1(\omega_4 - \omega_3) + \gamma_2(\omega - \omega_4)) \right] \quad . \quad (7.63)$$

Das Modell wird nun über die Parameter ω_l , N_s , γ_0 , γ_1 und Ω an die Messpunkte gefittet wie in Abbildung 7.9 dargestellt. Der erhaltene Wert für $\Omega = 2\pi \times (1.1 \pm 0.1)$ kHz stimmt gut mit dem für die Radiofrequenzleistung⁴ von 3.2 mW berechnete Rabifrequenz $\Omega_{Rf} = 2\pi \times 1.14$ kHz überein.

Da die Dreikörper-Verlustrate im Vergleich zu inelastischen Zweikörper-Stößen vernachlässigbar ist, wurde $\gamma_2 = 0$ gesetzt. Als Verlustraten erhält man dann $\gamma_0 = (13.4 \pm$

⁴Um die Übergangsbereiche klein zu halten, wurde hier anders als bei der Präparation der Zustände eine möglichst niedrige Leistung der Radiofrequenz verwendet. Hierzu und zur Berechnung der Rabifrequenz siehe Kap. 3.4.1.

3.0) 1/s und $\gamma_1 = (6.3 \pm 2.0)$ 1/s. Mit den Werten für c_2 und einer mittleren Teilchenzahl $\bar{N} \approx 20000$ erhält man für die Zerfallsraten $G_0 = (12.8 \pm 3.0) \times 10^{-14}$ cm³/s, $G_1 = (5.9 \pm 1.9) \times 10^{-14}$ cm³/s. Diese inelastischen Zweikörper-Verluste stimmen gut mit Lebensdauermessungen des $m_F=0$ -Zustandes am selben Experiment [69, 70] (es wurde hier eine Rate von 10.2×10^{-14} cm³/s für anfängliche Population in $m_F = 0$ gemessen) überein, was zeigt, dass der Verlustprozess während der Kalibrierungsmessung gut verstanden ist.

Für die Position erhält man $\omega_l = 2\pi \times (6353133 \pm 81)$ Hz, was einem Magnetfeld von $B = 9.0883 \pm 0.0001$ entspricht. Mit dem verwendeten Strom von $I = 3.285$ A ergibt sich eine Eichung der verwendeten Helmholtz-Spulen zu $B = 2.7666$ G/A $\times I$. Die systematischen Fehler der Magnetfeldkalibrierung dominieren den vom Computer ausgegebenen Fitfehler, wie auch auf dem Diagramm erkennbar ist. Die Punkte liegen sicherlich nicht mit einer Genauigkeit von 81 Hz auf den Flanken. Die Genauigkeit des FM-’sweeps’ (Reproduzierbarkeit und Offset) des verwendeten Generators (Rhode&Schwarz SMG) liegt bei 500 Hz, was einem Kalibrierungsfehler von 0.7 mG entspricht. Der Umrechnungsfaktor enthält auch noch einen Beitrag eines Rest-Offsetmagnetfeldes, das nicht von den Helmholtz-Spulen herrührt. Da der vermessene Bereich nur ± 100 mG um die Kalibrierungsposition liegen, wirkt sich das Offsetfeld nur mit einem relativen Faktor von 10^{-2} , aus; eine Kompensation des Magnetfeldes auf 30 mG hat somit einen Fehler von 0.3 mG über den gesamten vermessenen Bereich und einen wesentlich kleineren bzgl. der Feshbachresonanzpositionen zur Folge. Der Hauptfehler kommt durch die Stromreproduzierbarkeit des verwendeten Netzteils (Agilent 3631A) zustande, die mit einem Temperaturkoeffizienten von $(0.02\% + 3 \text{ mA})/^\circ\text{C}$ und einer Stabilität von $(0.1\% + 3 \text{ mA})/8 \text{ h}$ angegeben ist. Durch ausreichendes Warmlaufenlassen des Experiments und unmittelbare Kalibrierung (< 1 h) nach der Resonanzmessung kann man die Temperaturschwankungen $< 1^\circ\text{C}$ halten. Der resultierende Stromfehler liegt dann bei 3...4 mA, was einem Magnetfeldfehler von 10 mG entspricht.

7.4.4 Magnetfeldkontrolle

Das Rauschen des Magnetfeldes enthält zwei Komponenten. Zum einen wurde mit einem ’fluxgate’-Sensor in der Nähe der Magnetfalle ein Rauschen von 1.5 mG_{RMS} gemessen. Das Stromrauschen des verwendeten Netzteils (Agilent 3631A) wird mit $< 2 \text{ mA}_{RMS}$ angegeben, was einem Magnetfeldrauschen von 5.4 mG_{RMS} entspricht. Weitere Netzteile wie Erdmagnetfeldkompensation bedingen ein zusätzliches Rauschen von 1 mG_{RMS} . Das gesamte Rauschen des Magnetfeldes beträgt somit etwa 7 mG_{RMS} , was zu einer signifikanten Verbreiterung der beobachteten Resonanz (Breite 1-2 mG) führt.

Ein weiterer kritischer Punkt ist das zeitliche Einschwingen des Magnetfeldes. Die verwendete Schaltung ist in Abbildung 7.10 dargestellt. Über eine Diode D (BY229) wird ein zusätzliches Netzteil (Agilent E3631A) an den Stromkreis der Helmholtzspulen angeschlossen. Nach dem Ramanpuls wird das Netzteil über GPIB eingeschaltet⁵. Für die anschließende Präparation werden von den 10 A, die durch die Helmholtzspulen fließen, 3.3 A von diesem Netzteil und 6.7 A vom ’Delta’-Netzteil (100 A Netzteil) geliefert. Nach der Präparation wird die Gatespannung der MOSFET-Bank linear auf 0 V gefahren, sodass diese nicht mehr leitet. Die Helmholtzspulen werden nun mit einem sehr genauen Strom versorgt.

⁵Um Wartezeiten und damit ein Aufheizen des Samples zu minimieren, empfiehlt sich auch hier u.U. der Einbau eines MOSFET-Schalters

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein komplexes Experiment zur Erzeugung von ^{87}Rb -Bose-Einstein-Kondensaten und Untersuchung von Spinorkondensaten aufgebaut. Neben der Realisierung eines zeitgemäßen Experimentaufbaus lag der Schwerpunkt in der Präparation, Manipulation und Detektion der Spinzustände. Die entwickelten Techniken sind in dieser Arbeit im Detail dargestellt und zugehörige charakteristische Messkurven mit theoretischen Rechnungen quantitativ verglichen. Zusätzlich werden weitere Detektionsmethoden wie das Phasenkontrastverfahren für Spinorkondensate und die zerstörungsfreie Messung der zeitlichen Entwicklung von Spinnmischungen vorgeschlagen und ausführlich im Kontext der konkreten experimentellen Parameter diskutiert. Ferner wird die Möglichkeit der Spin-selektiven Energieverschiebung zur Kompensation des quadratischen Zeemanefektes detailliert evaluiert.

An dem realisierten Experiment wurden $F=2$ - und $F=1$ -Spinorkondensate im Detail untersucht. So konnte die Lebensdauer der einzelnen $F=2$ -Unterkomponenten bestimmt und Spindynamik in den unterschiedlichen Konfigurationen beobachtet werden. Es sei darauf hingewiesen, dass dies die erstmalige experimentelle Untersuchung eines fünfkomponentigen Spinorkondensats war. Durch Präparation unterschiedlicher Ausgangszustände wurden Raten für die einzelnen Spinumwandlungsprozesse sowie der energetische Grundzustand ermittelt: es konnte ferromagnetisches Verhalten klar ausgeschlossen und polares Verhalten gezeigt werden. Ferner wurde die Thermalisierung für $F=2$ charakterisiert. Für $F=1$ wurden im Rahmen dieser Arbeit Spinorkondensate bei endlicher Temperatur untersucht. Hier konnten die Effekte 'Bose-Einstein-Kondensation bei konstanter Temperatur' und 'thermodynamisch getriebene Spinausrichtung' gemessen und mit einem Rattengleichungsmodell erklärt werden. Abschließend wurde erstmals eine Feshbachresonanz zwischen zwei unterschiedlichen Hyperfeinzuständen nachgewiesen und vermessen. Das Ergebnis wird in dieser Dissertation ausführlich dargestellt. Durch diese durchgeführten Experimente wurde erfolgreich demonstriert, dass die aufgebaute Apparatur zuverlässig Spinorkondensate erzeugt und damit in Zukunft eine Fülle weitergehender Experimente angegangen werden kann, von denen im Folgenden einige kurz erwähnt werden sollen.

Die Untersuchung zum energetischen Grundzustand in $F=2$ erfordert niedrigere Magnetfelder, um die offene Frage zwischen 'polar' und 'zyklisch' umfassend beantworten zu können. Die damit verbundene bessere Kompensation vorhandener Stör-Wechselfelder könnte mit einem aktiven Kompensationssystem, wie es mittlerweile kommerziell ange-

boten wird, erfolgen. Die Kombination mit einem Dipollaser zur Niveaushiftung und Kompensation des quadratischen Zeemaneffekts erlaubt dann die Untersuchung bislang unzugänglicher Bereiche der Phasendiagramme wie in Abschnitt 5.2.3 dieser Arbeit abgeschätzt wurde.

Ein weiterer interessanter Bereich ist die Untersuchung der Effekte bei endlicher Temperatur. Durch Variation von Temperatur und Rate der Spindynamik durch das Magnetfeld können die Mechanismen von Dämpfung und Energiedissipation, die zur Annahme des energetischen Grundzustandes führen, in verschiedenen Regimen evaluiert und mit theoretischen Modellen verglichen werden. Insbesondere kann die Vielfalt an präparierbaren Ausgangszuständen zur Maßschneidung von thermodynamischen Modellsystemen zur Untersuchung thermodynamischer Effekte an mehrkomponentigen Quantengasen verwendet werden.

Ein weiteres Forschungsfeld wäre die kontrollierte Spindynamik. Hier liegt besonderes Interesse in der Erzeugung von verschränkten Zuständen z.B. durch Spinsqueezing [155, 156, 157, 158]. Die relativ einfach nutzbare Feshbachresonanz bietet hier eine Möglichkeit der Phasenkontrolle [73]. Ferner sollte die gezielte Kontrolle einer Spinumwandlungsreaktion möglich sein. Diese sogenannte 'Vierwellenmischung von Spinorkondensaten' [159] nutzt die Resonanz durch entsprechende relative Bewegung der einzelnen Komponenten gegeneinander.

Viele bislang durchgeführten Experimente mit Bose-Einstein-Kondensaten lassen spannende Ergebnisse erwarten, wenn sie um den Spin-Freiheitsgrad erweitert werden. So können verschiedene Anregungszustände Gegenstand der Untersuchung sein. Im Gegensatz zu den 'dunklen Solitonen' [37] wird für gefüllte Solitonen eine längere Lebensdauer vorhergesagt. Das wird dadurch erklärt, dass das Soliton nicht aus einer Dichteänderung, sondern einer 'Füllung' mit einer anderen Spinkomponente besteht. Durch das Maßschneiden von Solitonen können dann Stößeigenschaften der Solitonen untereinander untersucht werden [160].

Allgemein existieren für sogenannte 'Spin-Waves' und Spinorkondensate in optischen Gittern mittlerweile eine Vielzahl an theoretischen Vorschlägen [161, 162, 163], sodass es durchaus sinnvoll ist, die einzelnen Proposals im Kontext der Experimentparameter zu evaluieren und evtl. entsprechende Gitter-Fallengeometrien zu realisieren.

Zur Erzeugung von Spinor-Vortizes, auch Skyrmionen [164] oder Meronen [165] genannt, bietet ^{87}Rb mit $F=2$ im Gegensatz zu den gemessenen Spin-Vortizes an Natrium [166, 167] erstmals die Möglichkeit, Vortizes mit der Ladungszahl vier zu beobachten [168].

Anhang A

Grundgleichungen

A.1 Bose-Einstein-Kondensation in der harmonischen Falle

In diesem Kapitel sollen die Grundgleichungen sowie grundlegende Eigenschaften eines Bose-Einstein-Kondensates in einer harmonischen Falle vorgestellt und diskutiert werden. Der Schwerpunkt liegt hierbei auf den in dieser Arbeit verwendeten Größen. Für eine ausführliche Herleitung und Diskussion sei auf die zahlreiche Literatur zu diesem Thema verwiesen wie z.B. [169, 170].

A.1.1 Statistische Eigenschaften

Im Folgenden wird ein Bose-Einstein-Kondensat in einer harmonischen Falle mit dem Potenzial

$$V_{ext} = \frac{m}{2} \left(\omega_1^2 x_1^2 + \omega_2^2 x_2^2 + \omega_3^2 x_3^2 \right) \quad (\text{A.1})$$

betrachtet, wobei $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ die Fallenfrequenzen und m die Atommasse bezeichnen. Um die Verteilung von N Bosonen bei gegebener Temperatur T auf die einzelnen Energieniveaus zu berechnen, betrachtet man die Zustandsumme Z_G für Bosonen

$$\ln Z_G = - \sum_i \ln \left(1 - z \exp \left[- \frac{\epsilon_i}{k_B T} \right] \right) \quad , \quad (\text{A.2})$$

wobei die Fugazität z als Funktion des chemischen Potentials μ zu $z = \exp(-\mu/(k_B T))$ gegeben ist. Die Summation über die Energieniveaus ϵ_i wird über ein Integral genähert. Es zeigt sich, dass dem Grundzustand eine besondere Bedeutung zukommt und er gesondert behandelt werden muss.

Für die harmonische Falle erhält man dann die Aufteilung der Gesamtzahl von $N = z \frac{\partial}{\partial z} \ln Z_G$ Bosonen wie folgt:

$$N = \frac{z}{1-z} + \left(\frac{k_B T}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 g_3(z) \quad , \quad (\text{A.3})$$

wo der erste Term die Teilchen im Grundzustand des Systems $N_0 = z/(1-z)$ und der zweite Term die Teilchenzahl in der thermischen Wolke darstellt. Die Bose-Einstein-Funktion ist definiert durch

$$g_\alpha(x) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{x^l}{l^\alpha} \quad . \quad (\text{A.4})$$

Um wiederum eine positive Gesamtteilchenzahl zu erhalten, muss $z \leq 1$ sein. Für eine gegebene Gesamtteilchenzahl N kann nun eine kritische Temperatur T_c definiert werden

$$T_c = \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} \left(\frac{N}{g_3(1)} \right)^{(1/3)} \quad (\text{A.5})$$

und damit ergeben sich bei Betrachtung von (A.3) folgende Fälle

1. Für $T > T_c$ ist $z \ll 1$ und damit der Grundzustand $N_0 \ll 1$ faktisch nicht besetzt.
2. Für $T \rightarrow T_c$ muss z gegen 1 gehen.
3. Für $T < T_c$ muss $z \approx 1$ (aber stets $< 1!$) sein, was einer makroskopischen Besetzung des Grundzustandes N_0 entspricht.

Alternativ kann man ein System konstanter Temperatur betrachten und die Zustandsverteilung in Abhängigkeit der Teilchenzahl diskutieren. Dieser Zugang wurde auch von Einstein in der Originalarbeit zur Bose-Einstein-Kondensation [2] gewählt und konnte im Rahmen dieser Arbeit an Spinorkondensaten auch experimentell realisiert werden (vgl. Kapitel 6.1). Man erhält somit eine kritische Teilchenzahl

$$N_c = \left(\frac{k_B T}{\hbar\bar{\omega}} \right)^3 g_3(1) \quad , \quad (\text{A.6})$$

und kann (A.3) wie folgt schreiben

$$N = N_0(z) + \frac{N_c}{g_3(1)} g_3(z) \quad . \quad (\text{A.7})$$

Es gelten dann folgende Fälle:

1. Für $N < N_c$ wird $z \ll 1$ und die Teilchenzahl N fast ausschließlich ($N_0 \ll 1$) vom zweiten Term aufgebracht.
2. Für $N \rightarrow N_c$ geht z gegen 1.
3. Für $N > N_c$ ist $z \approx 1$ (aber stets $< 1!$), die Anzahl der Teilchen in der thermischen Wolke beträgt dann $\approx N_c$. Fügt man weitere Teilchen hinzu, so gehen diese (fast) ausschließlich in $N_0 = z/(1-z)$ und aufgrund des divergenten Verhaltens von N_0 bei $z = 1$ ändert sich z und damit die thermische Teilchenzahl nur noch unerheblich.

Die räumliche Dichte des atomaren Ensembles $n(\vec{x})$ sieht wie folgt aus:

$$n(\vec{x}) = n_{th} g_{3/2} \left(z \exp \left(-\frac{m}{2k_B T} \sum_{i=1}^3 \omega_i^2 x_i^2 \right) \right) + n_0(\vec{x}) \quad , \quad (\text{A.8})$$

wobei $n_0(\vec{x})$ das Dichteprofil des Grundzustandes darstellt. Für nicht wechselwirkende Teilchen ist das der Grundzustand eines harmonischen Oszillators

$$n_0(\vec{x}) = \left(\frac{m\bar{\omega}}{\pi\hbar} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m}{\hbar} \left(\omega_1 x_1^2 + \omega_2 x_2^2 + \omega_3 x_3^2 \right) \right) \quad . \quad (\text{A.9})$$

Für wechselwirkende Teilchen wird der Grundzustand jedoch durch die Wechselwirkungsenergie bestimmt, die deutlich größer als die Grundzustandsenergie des harmonischen Potentials ist. Diese Dichteverteilung im sogenannten Thomas-Fermi-Limit wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

A.1.2 Quantenmechanische Eigenschaften

Die Wechselwirkung in ultrakalten (bosonischen!) Quantengasen wird durch die s-Wellen-Streulänge a bestimmt. Zur quantenmechanischen Beschreibung eines Bose-Einstein-Kondensats kann die Gross-Pitaevskii-Gleichung

$$i\hbar\dot{\psi} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V_{ext} \right) \psi + \frac{4\pi\hbar^2}{m}a|\psi|^2\psi \quad (\text{A.10})$$

verwendet werden, die eine 'mean-field'-Näherung der Vielteilchen-Wellenfunktion darstellt. Die Funktion ψ ist quasi eine Einteilchen-Wellenfunktion (mit der Normierung $\int d^3x|\psi|^2 = N_0$) und die Dynamik wird neben dem aus der Schrödingergleichung bekannten ersten Term durch einen zusätzlichen nichtlinearen Term beschrieben. Dieser Term beschreibt ein quasi zusätzliches Potenzial, das ein Teilchen durch die Anwesenheit anderer Teilchen erfährt, bzw. die Energieverschiebung an der Stelle \vec{x} beträgt $(4\pi\hbar^2/m)a|\psi(\vec{x})|^2$, hervorgerufen durch die abstoßende 'Kontakt'-Wechselwirkung mit anderen Teilchen, die sich an dieser Stelle mit Dichte $|\psi(\vec{x})|^2$ befinden.

Falls der kinetische Term $-\hbar^2\nabla^2/(2m)$ gegenüber den anderen vernachlässigbar ist, wird die Wellenfunktion nur noch durch die Form des einschließenden Potenzials bestimmt. Man bezeichnet diesen Grenzfall auch als 'Thomas-Fermi-Limit'. Durch Einsetzen des Ansatzes

$$\psi(\vec{x}; t) = \psi(\vec{x})e^{-\frac{i\mu}{\hbar}t} \quad (\text{A.11})$$

in die Gross-Pitaevskii-Gleichung (A.10) erhält man die Lösung

$$\psi(\vec{x}) = \sqrt{\frac{m}{4\pi\hbar^2a}}(\mu - V_{ext}(\vec{x})) \quad (\text{A.12})$$

und mit dem harmonischen Fallenpotenzial (A.1) die Dichteverteilung

$$n_0(\vec{x}) = |\psi(\vec{x})|^2 = \frac{m\mu}{4\pi\hbar^2a} \left(1 - \sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \right) . \quad (\text{A.13})$$

Die Breiten des Kondensates (Mitte-Rand) betragen dann

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{2\mu}{m}} \frac{1}{\omega_i} \quad \text{mit } i = 1, 2, 3 \quad (\text{A.14})$$

Das chemische Potenzial μ kann durch die Normierungsbedingung $\int d^3x n_0(\vec{x}) = N_0$ zu

$$\mu = \frac{1}{2} \left(15\hbar^2a\sqrt{m}\bar{\omega}^3N_0 \right)^{2/5} \quad (\text{A.15})$$

berechnet werden.

A.1.3 Quantitative Auswertung der Dichteprofile

Das Dichteprofil eines Bose-Einstein-Kondensates mit thermischer Wolke lautet nun

$$\begin{aligned} n(\vec{x}) &= \frac{m\mu}{4\pi\hbar^2a} \max \left\{ \left(1 - \sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \right), 0 \right\} \\ &+ \frac{1}{\lambda_{dB}^3} g_{3/2} \left(z \exp \left[-\frac{m}{2k_B T} \sum_{i=1}^3 \omega_i^2 x_i^2 \right] \right) , \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

mit der thermischen De-Broglie-Wellenlänge $\lambda_{dB} = \sqrt{2\pi\hbar^2/(mk_B T)}$. Wird die Falle nun plötzlich ausgeschaltet, so entwickelt sich diese Dichte innerhalb einer Flugzeit (TOF) der Dauer t gemäß

$$n(\vec{x}) = \frac{15}{8\pi} \frac{N_0}{\sigma'_1 \sigma'_2 \sigma'_3} \max\left(1 - \sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{\sigma'^2_x}, 0\right) + \frac{1}{\lambda_{dB}^3} \prod_{i=1}^2 \left(\frac{1}{1 + \omega_i}\right) g_{3/2}\left(z \exp\left[-\frac{m}{2k_B T} \sum_{i=1}^3 \frac{\omega_i^2 x_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2}\right]\right) \quad (\text{A.17})$$

Die thermischen Wolken skalieren dann nach $\sigma'_{i,th} = \sigma_{i,th} \sqrt{1 + \omega_i^2 t^2}$. Die Dichteverteilung des Kondensates verhält sich näherungsweise wie eine reskalierte parabolische Verteilung. Für eine 'Zigarren-förmige' Falle mit $\omega_1 \gg \omega_2 = \omega_3 = \omega_r$ erhält man in niedrigster Ordnung des inversen Aspektverhältnisses $\epsilon = \omega_r/\omega_1$ für die Breiten σ'_1 und $\sigma'_2 = \sigma'_3 = \sigma'_r$ nach TOF aus den Breiten des gefangenen Kondensates σ_1 und $\sigma_r = \sigma_2 = \sigma_3$ [171]

$$\sigma'_r = \sigma_r \sqrt{1 + \omega_r^2 t^2} \quad (\text{A.18})$$

$$\sigma'_x = \sigma_x \left(1 + \epsilon^2 \left[(\omega_r t) \arctan(\omega_r t) - \ln \sqrt{1 + \omega_r^2 t^2}\right]\right) \quad (\text{A.19})$$

Auf den Absorptionbildern bei Detektion entlang der x_2 -Achse erhält man die Flächendichte $n_{2d}(x_1, x_3) = \int dx_2 n(\vec{x})$. Da bei der Auswertung der Spinorkondensate alle Komponenten gleichzeitig gefittet werden sollten und die Auswertung der Breiten zweitrangig war, wurde i.d.R. die Spaltensumme des Absorptionbildes gefittet (vgl. Kap. 4.2.1). Dies entspricht $n_{1d}(x_1) = \int dx_2 dx_3 n(\vec{x})$. Für das Dichteprofil (A.17) nach Expansion erhält man durch Ausführung dieser Integrationen:

$$n_{1d}(x) = \frac{15N_0}{16} \left[\max\left\{1 - \frac{x_1^2}{\sigma'^2_1}, 0\right\} \right]^2 + \frac{(k_B T)^3}{(\hbar\bar{\omega})^3 \sqrt{2\pi}\sigma_{th}} g_{5/2}\left(z \exp\left[-\frac{x_1^2}{2\sigma'^2_{th}}\right]\right) \quad (\text{A.20})$$

mit $\sigma_{th} = (1/\omega_1) \sqrt{k_B T(1 + \omega_1^2 t^2)/m}$. Es soll an dieser Stelle gezeigt werden, dass beim Fit anstelle des letzten Termes auch eine Gaußverteilung verwendet werden kann. Da die Teilchenzahlbestimmung praktisch durch Integration des Absorptionbildes erfolgt, macht man hier keinen Fehler. Lediglich die Breite wird leicht unterschätzt, wie nachfolgend gezeigt werden soll. Hierzu wurde an die Funktionen $g_{5/2}(z \exp(-x^2/2))$ für $z = 0.3, 0.5, 0.8$ und 1.0 eine Gaußfunktion $f(x) = f_0 \exp(-x^2/(2\sigma^2))$ gefittet wie in Abbildung A.1 dargestellt. Für die nominale Breite von $\sigma = 1$ erhält man in Abhängigkeit von z folgende Breiten σ'

z	0.3	0.5	0.8	1.0
σ'	0.968	0.942	0.891	0.835

Der Fehler in der Breite ist somit $<17\%$. Für eine genaue Auswertung sollte eine entsprechende Korrektur vorgenommen werden oder Formel (A.20) gefittet werden.

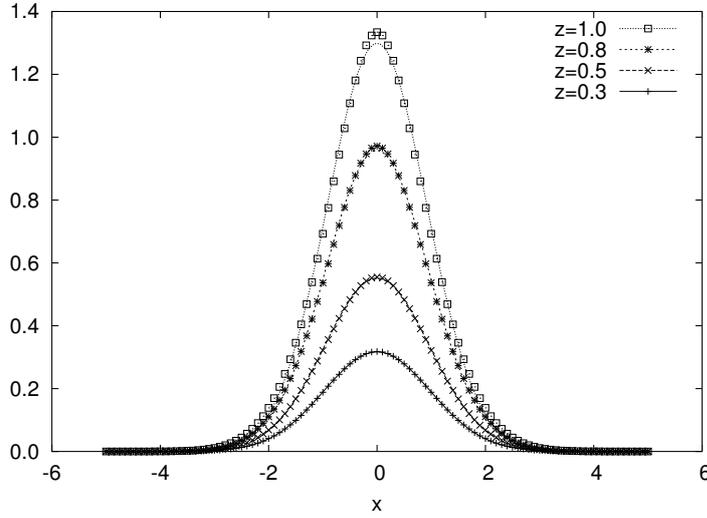


Abbildung A.1: Näherung der Bose-Einstein-Funktion. Hierzu wurde eine Gaußfunktion (Linien) an die Funktion $g_{5/2}(z \exp(-x^2/2))$ (Punkte) für $z = 0.3, 0.5, 0.8$ und 1.0 gefittet. Die resultierenden Breiten zeigen eine Abweichung von $<17\%$ (Werte siehe Text).

A.2 Atom-Licht-Wechselwirkung

A.2.1 Polarisationen

In diesem Kapitel sollen die unterschiedlichen Polarisationsgeometrien zusammengefasst werden. Da Photonen Spin-1-Teilchen sind, kann die Polarisation eines Laserstrahls, der sich in beliebiger Richtung ausbreitet, bzgl. der Basis aus drei Basisvektoren dargestellt werden. Die in der Atomphysik üblicherweise gewählte Basis ist in Abbildung A.2 (links) sowie die zugehörigen Kopplungen der atomaren Niveaus (Mitte) dargestellt. Aus diesen Basisvektoren $\{\sigma^-, \pi^0, \sigma^+\}$ kann unter Verwendung der Drehimpulsalgebra nun lineare Polarisation wie folgt zusammengesetzt werden:

$$\pi^{\alpha, \Theta} = - \left[\frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha} \sin \Theta \right] \sigma^- + [\cos \Theta] \pi^0 + \left[\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\alpha} \sin \Theta \right] \sigma^+ \quad , \quad (\text{A.21})$$

wobei Θ (bzw. α) den Winkel zwischen Polarisationsvektor (E-Feld) und Quantisierungsachse (bzw. x - z -Ebene) bezeichnen. Für die zirkularen Polarisationen lauten die Relationen

$$\sigma^{-, \gamma, \alpha} = \left[e^{i\alpha} \cos^2 \frac{\gamma}{2} \right] \sigma^- + \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \gamma \right] \pi^0 + \left[e^{-i\alpha} \sin^2 \frac{\gamma}{2} \right] \sigma^+ \quad (\text{A.22})$$

$$\sigma^{+, \gamma, \alpha} = \left[e^{i\alpha} \sin^2 \frac{\gamma}{2} \right] \sigma^- - \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \gamma \right] \pi^0 + \left[e^{-i\alpha} \cos^2 \frac{\gamma}{2} \right] \sigma^+ \quad . \quad (\text{A.23})$$

Der Wert für γ (bzw. α) entspricht dem Winkel zwischen Strahlpropagationsrichtung und Quantisierungsachse (bzw. x - z -Ebene). Die Dipolkraft für eine beliebige Polarisation kann über diese Relationen aus den Diagrammen für σ^- , σ^+ und π^0 berechnet werden. Aufgrund der Symmetrie entspricht die Niveaushiftung des Zustandes m_F für σ^- dem Wert des

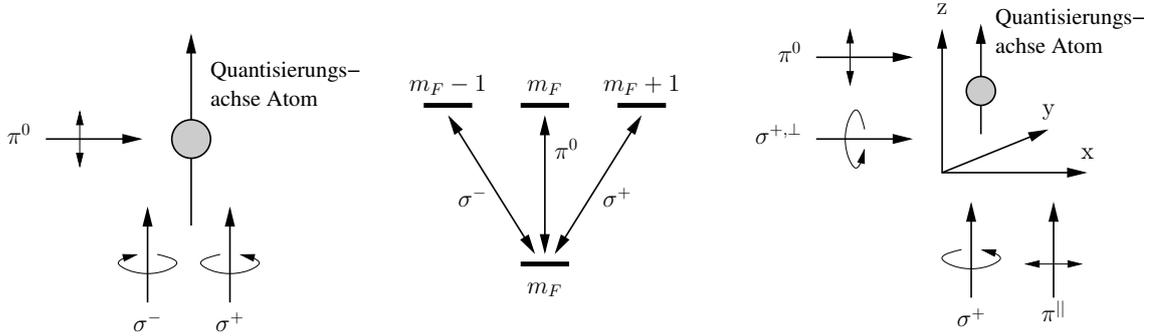


Abbildung A.2: Laserpolarisationen und Kopplungen an die atomaren Niveaus. Links sind die Strahlrichtungen für links-zirkuläre (σ^-), rechts-zirkuläre (σ^+) und lineare Polarisation (π^0) im Vergleich zur atomaren Quantisierungsachse eingezeichnet. Der Doppelpfeil bei linearer Polarisation bezeichnet die Richtung des elektrischen Dipols. In der Mitte sind die Kopplungen dieser drei Polarisationen an die m_F -Niveaus des Atoms dargestellt. Rechts die Geometrien, die bei der Detektion diskutiert werden (siehe Text).

Zustandes $-m_F$ für σ^+ . Daher sind in der Regel nur die beiden Fälle σ^+ , bezeichnet als 'zirkuläre Polarisation', und π^0 — 'lineare Polarisation' angegeben.

Die in Kap. 4.3 diskutierten Geometrien sind in Abbildung A.2 rechts skizziert. Für die Umrechnung der Werte $\sigma^{+,\perp}$ und π^{\parallel} gilt demnach

$$\sigma^{+,\perp} = \frac{1}{2}(\sigma^- + \sigma^+) - \frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 \quad (\text{A.24})$$

$$\pi^{\parallel} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma^- + \sigma^+) \quad . \quad (\text{A.25})$$

A.2.2 Zweiniveau-System mit Dämpfung

Im Folgenden soll ein Zweiniveau-System im Dichtematrixformalismus zusammengefasst werden. Für eine ausführliche Herleitung siehe z.B. [80]. Betrachtet wird das in Abbildung A.3 dargestellte System. Der Grundzustand $|1\rangle$ und angeregte Zustand $|2\rangle$ eines Zweiniveau-Systems werden über ein kohärentes Feld mit Rabi-Frequenz Ω und Verstimmung δ zur Übergangsfrequenz gekoppelt. Der Hamiltonian des Systems lautet

$$H = \hbar\delta|1\rangle\langle 1| + \frac{\hbar\Omega}{2}(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|) \quad . \quad (\text{A.26})$$

Eine Rate γ transferiert Population auf inkohärente Weise vom angeregten zum Grundzustand, z.B. durch spontane Emission. Zusätzlich wird die Kohärenz der beiden Zustände durch eine Rate γ_c bedämpft. Dies geschieht beispielsweise durch eine Laserlinienbreite oder RMS-Rauschen der Übergangsfrequenz, die durch ein Magnetfeld bestimmt wird. Die Bewegungsgleichungen in einem mit der Anregungsfrequenz rotierenden System und 'rotating-wave approximation' lauten:

$$\dot{\varrho}_{11} = \Omega \text{Im } \varrho_{12} + \gamma \varrho_{22} \quad (\text{A.27})$$

$$\dot{\varrho}_{12} = \left(-i\delta - \frac{\gamma + \gamma_c}{2}\right) \varrho_{12} + i\frac{\Omega}{2}(\varrho_{22} - \varrho_{11}) \quad (\text{A.28})$$

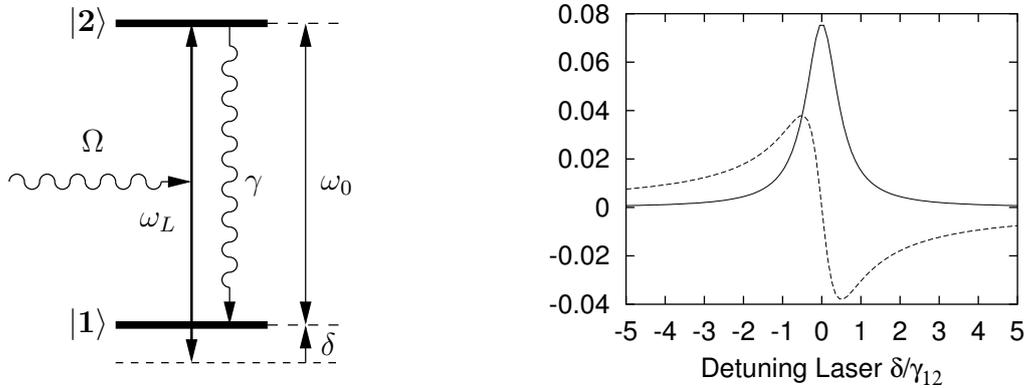


Abbildung A.3: Links: Betrachtetes Zweiniveau-System. Rechts: Refraktion (gestrichelt) und Absorption (durchgezogen) des getriebenen Zweiniveau-Systems als Funktion der Verstimmung für kleine Intensitäten $\Omega \ll \gamma$ (auf der Ordinate willkürliche Einheiten).

$$\dot{\varrho}_{22} = -\Omega \operatorname{Im} \varrho_{12} - \gamma \varrho_{22} \quad . \quad (\text{A.29})$$

Bestimmt man für eine Gesamtpopulation von $\varrho_{11} + \varrho_{22} = 1$ den stationären Zustand, erhält man

$$\varrho_{12} = -\frac{2\delta + i(\gamma + \gamma_c)}{(\gamma + \gamma_c)^2 + 4\delta^2 + 2\left(\frac{\gamma + \gamma_c}{\gamma}\right)\Omega^2} \Omega \quad (\text{A.30})$$

$$\varrho_{22} = \frac{\left(\frac{\gamma + \gamma_c}{\gamma}\right)}{(\gamma + \gamma_c)^2 + 4\delta^2 + 2\left(\frac{\gamma + \gamma_c}{\gamma}\right)\Omega^2} \Omega^2 \quad . \quad (\text{A.31})$$

Für den Grenzfall eines gedämpften Systems ohne Populationstransfer, d.h. $\gamma \rightarrow 0$ bei $\gamma_c > 0$, erhält man aus (A.31) eine Gleichverteilung¹ $\varrho_{11} = \varrho_{22} = 1/2$. Für die Dichteunabhängige lineare Suszeptibilität $\tilde{\chi}_0$, die die Polarisation $\hat{\mathcal{P}}$ (durch induzierten Dipol) des atomaren Samples auf die Laseranregung mit elektrischem Feld $\hat{\mathcal{E}}$ gemäß

$$\hat{\mathcal{P}} = \epsilon_0 \tilde{\chi}_0 \frac{N}{V} \hat{\mathcal{E}} \quad (\text{A.32})$$

beschreibt (N/V ist die atomare Dichte und $\hat{\mathcal{E}}$, $\hat{\mathcal{P}}$ jeweils die Spitzenwerte), erhält man [80]

$$\tilde{\chi}_0 = \frac{6\pi c^3}{\omega^3} \frac{\gamma}{\Omega} \varrho_{12}^* \quad . \quad (\text{A.33})$$

Der Realteil beschreibt die Änderung des Brechungsindex (Refraktion), der Imaginärteil die zugehörige Dämpfung (Absorption). Diese beiden Anteile der Suszeptibilität χ in Abhängigkeit der Verstimmung δ sind in Abbildung A.3 rechts dargestellt.

¹Diese Eigenschaft dient als Vergleich zur Diskussion der Annahme des energetischen Grundzustands bei der Spindynamik (Kap. 2.3.2).

Die Potenzialverschiebung W_{pot} durch das Lichtfeld wird nun durch die Wechselwirkung der induzierten Dipole mit dem Laserfeld erzeugt

$$W_{pot} = \int_V \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{\mathcal{E}}}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\hat{\mathcal{P}}}{\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{\hat{\mathcal{E}}^2}{2} N \operatorname{Re} \tilde{\chi}_0 \quad . \quad (\text{A.34})$$

Der Faktor $1/2$ im Integral berücksichtigt, dass es sich um einen induzierten und nicht statischen Dipol handelt. Die Potenzialänderung pro Atom $U_{pot} = W_{pot}/N$ ist damit unter Verwendung der Relation für die Intensität $I = \epsilon_0 \hat{\mathcal{E}}^2 c/2$ und Einsetzen von (A.30) in (A.33) und (A.34)

$$U_{pot} = \frac{3\pi c^2}{\omega^3} \frac{2\gamma\delta}{\gamma^2 + 4\delta^2 + 2\Omega^2} I \quad . \quad (\text{A.35})$$

Da in dieser Arbeit ausschließlich Phänomene betrachtet werden, bei denen die Verstimmung groß gegen die Rabifrequenz ist, wird der entsprechende Term $\propto 2\Omega^2$ im Nenner vernachlässigt.

Die Photonenenergie eines mit der Intensität I durchleuchteten Volumens V ist $U_{ph} = (InV)/c$, wobei n den Brechungsindex bezeichnet. Über oben berechnetes W_{pot} (A.34) erhält man die Brechungsindexänderung Δn durch die atomaren Dipole als

$$\Delta n = c \frac{U_{pot}}{I} \frac{N}{V} \quad (\text{A.36})$$

und damit die optische Phasenverzögerung entlang der Strecke L

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \int_L dx \Delta n(x) = \omega \frac{N}{A} \frac{U_{pot}}{I} \quad . \quad (\text{A.37})$$

In diesem Ausdruck bezeichnet N/A jetzt die Flächendichte an Atomen.

Die Streurrate entspricht nun der Population des angeregten Zustandes mal der Zerfallsrate und berechnet sich zu

$$\Gamma_{sc} = \gamma \varrho_{22} = \frac{\gamma}{(\gamma + \gamma_c)^2 + 4\delta^2 + 2\Omega^2} \Omega^2 \quad . \quad (\text{A.38})$$

Unter Verwendung der Relation zwischen Rabifrequenz und Intensität

$$\Omega^2 = \frac{6\pi c^2 \gamma}{\hbar \omega^3} I \quad (\text{A.39})$$

erhält man

$$\Gamma_{sc} = \frac{6\pi c^2}{\hbar \omega^3} \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + 4\delta^2} I \quad . \quad (\text{A.40})$$

Die Definition der Sättigungsintensität über

$$I_{sat} = \frac{\hbar \gamma \omega^3}{12\pi c^2} \quad (\text{A.41})$$

führt schließlich zu:

$$\Gamma_{sc} = \frac{\gamma}{2} \frac{I/I_{sat}}{[1 + 4(\delta/\gamma)^2 + (I/I_{sat})]} \quad . \quad (\text{A.42})$$

Für große Verstimmungen $\delta \gg \gamma$ erhält man als Potenzial für große Verstimmungen

$$U_{pot} = \frac{\hbar \Omega^2}{4\delta} \quad . \quad (\text{A.43})$$

Anhang B

Experimentelle Details

B.1 Ablaufsteuerung

Die Steuerung des zeitlichen Ablaufes eines Experimentes zur Bose-Einstein-Kondensation erfordert eine ausgefeilte Computerhard- und software. So müssen Ansteuervorgänge mit einer Genauigkeit von wenigen $10\ \mu\text{s}$ durchgeführt werden und diese Genauigkeit über den gesamten Ablauf eines Experimentzyklusses (typischerweise 60–90 s) eingehalten werden. Dabei werden drei verschiedene Arten von Ausgängen kontrolliert:

1. Digitalausgänge werden z.B. zur Steuerung von Shuttern (mechanische Unterbrechung des Laserstrahls), Akusto-optischen Modulatoren (AOMs — Laser an/aus), Stromschaltern (IGBT, MOSFET), zur Triggerung der CCD-Kamera, etc. benötigt.
2. Analogausgänge dienen zur Einstellung von Frequenz und Intensität eines Laserstrahls (über AOMs), zur Kontrolle des Stroms (Magnetfalle), zur Ansteuerung von MOSFETs, zur Modulation von Frequenzgeneratoren, usw.
3. Zur universellen Ansteuerung der Laborgeräte wird das synchrone Absetzen von GPIB-Befehlen ermöglicht. Da der GPIB-Bus nicht echtzeitfähig ist, erfolgt das nur mit einer Zeitgenauigkeit von $< 50\ \text{ms}$. In der Laborpraxis hat sich diese GPIB-Ansteuerung sehr bewährt. Der einfache Anschluss eines neuen Gerätes und die Befehlseingabe in die Ablaufsteuerung ermöglicht die Implementierung neuer Experimentansteuerelemente in wenigen Minuten ohne Änderung der bestehenden Hard- oder Software. Es ist daher sehr sinnvoll, neu anzuschaffende Laborgeräten nach Möglichkeit mit GPIB-Interface zu kaufen¹.

Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimenten wurden 25 von 31 verfügbaren Digitalkanälen sowie alle acht vorhandenen Analogkanäle genutzt und fünf GPIB-Geräte angesteuert.

Die Implementierung der Software erfolgte in LABVIEW unter Microsoft Windows XP (ehemals auch Microsoft Windows 98), da dieses Programm die Programmierung grafischer Bedienoberflächen sowie die Hardwareansteuerung sehr komfortabel ermöglicht.

¹Diese Aussage gilt vorbehaltlich dem aktuellen Stand der Technik. Die zeitgemäße Technik eines schnellen seriellen Busses (USB und Firewire), wie er im 'consumer'-Bereich sehr erfolgreich eingesetzt wird, hat bis dato im Laborgerätebereich noch nicht Einzug gehalten.

B.1.1 Bedienelemente und Zwischencode

Ein Ausschnitt der Bedienoberfläche ist in Abbildung B.1 dargestellt. Sie kann während des Ablaufs eines Experimentzyklusses verändert werden. Die Änderungen werden dann allerdings erst zu Beginn des nächsten Experimentzyklusses übernommen. Die Möglichkeit der interaktiven Parametereingabe ist sehr wichtig, da ein BEC-Experiment praktisch immer in kontinuierlichen durchlaufenden Zyklen 'gefahren' werden muss, damit z.B. die Temperaturregelung des Kühlkreislaufes eine konstante Temperatur und damit stabile Magnetfallenverhältnisse erreichen kann. Der zeitliche Ablauf erfolgt in dem abgebildeten

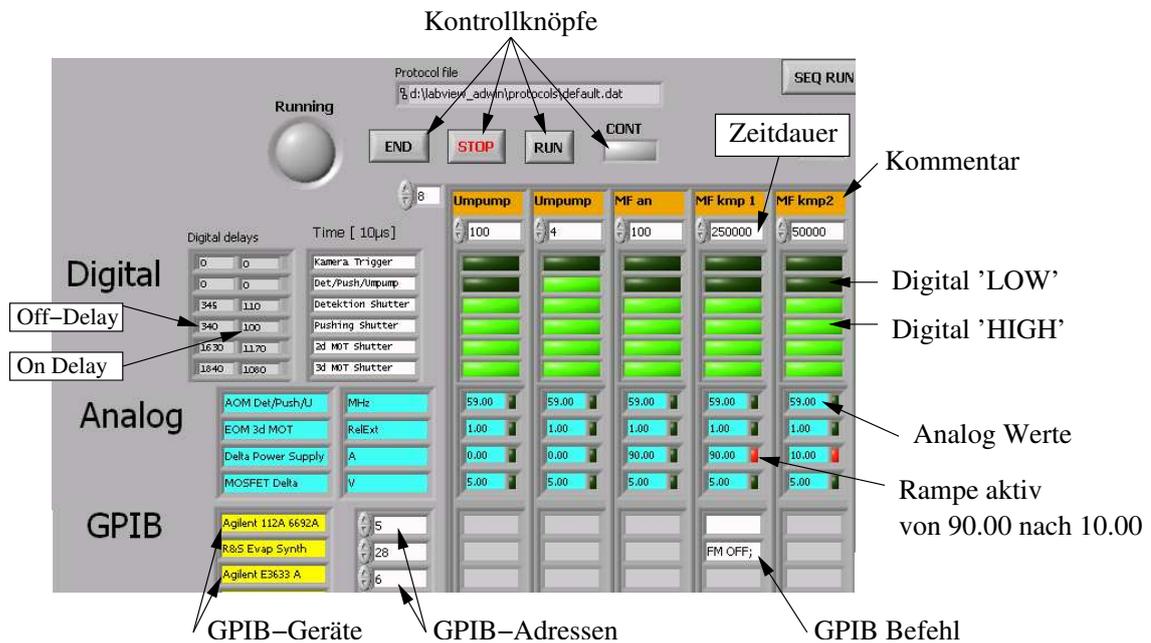


Abbildung B.1: Ausschnitt aus der grafischen Bedienoberfläche. Die Anzahl der hier abgebildeten Kanäle wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit reduziert.

Schema horizontal und die einzelnen Ablaufschritte sind als Spalten dargestellt. Unter dem Kommentar wird oben in jeder Spalte die Zeitdauer dieser Spalte in Einheiten von $10 \mu\text{s}$ eingegeben. Mit den Digitalknöpfen kann gewählt werden, ob während dieses Ablaufschrittes der entsprechende Digitalausgang auf HIGH oder LOW gehen soll. Die Werte für die Analogausgänge werden in den Feldern darunter eingegeben. Die Knöpfe neben den Werten ermöglichen das Aktivieren von Rampen. Bei einer Rampe wird der eingegebene Wert zu Beginn des Ablaufschrittes angenommen und dann während des Ablaufschrittes linear auf den Wert des folgenden Ablaufschrittes gerampt. In den untersten Zeilen können die entsprechenden GPIB-Befehle, die zu Beginn des Ablaufschrittes abgesetzt werden sollen, eingegeben werden.

Zur Erhöhung der Bedienerfreundlichkeit können für jeden Digitalkanal einzeln Verzögerungen (Delays) definiert werden, siehe Abbildung B.2 links. Diese Eigenschaft wird sinnvollerweise bei langsamen verzögernden Elementen, wie z.B. mechanischen Shuttern zum Unterbrechen von Laserstrahlen, eingesetzt. Durch Eingabe der Einschalt- und Ausschaltverzögerung kommt die entsprechende Flanke im Zeitablauf entsprechend früher,

ben werden. In unserem Experiment werden die Dateinamen vom Kamerarechner generiert, um eine einheitliche Nummerierung von CCD-Aufnahmen und Protokolldateien zu erhalten. Als Format für die Protokolldatei wurde ASCII-Text gewählt, sodass die Dateien auf beliebigen Systemen angezeigt und leicht weiterverarbeitet werden können.

Aus den Bedienelementen wird vor jedem Zyklus ein sogenannter Zwischencode erzeugt, in dem Delays und Rampen aufgelöst sind. Dieser Zwischencode wird dann in Echtzeit an die Hardware ausgegeben. Hier wurden zwei verschiedene Varianten implementiert, die in den nachfolgenden Abschnitten vorgestellt werden.

B.1.2 Hardwareinterface mit PC-Einsteckkarten

Die Implementierung mit PC-Einsteckkarten ist in Abbildung B.4 skizziert. Es kamen

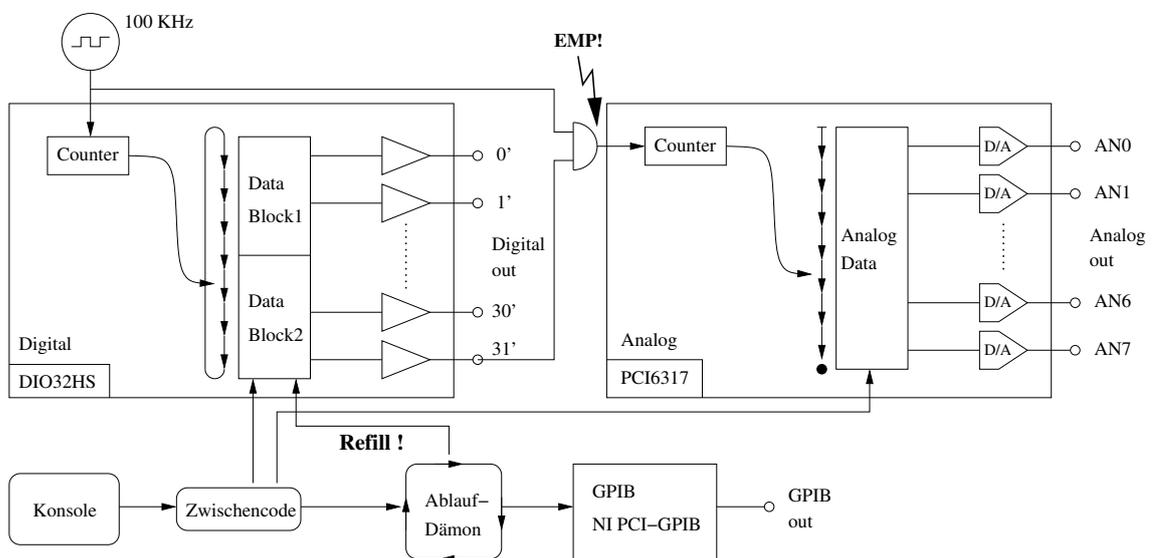


Abbildung B.4: Experimentansteuerung mit PC-Einsteckkarten. Der aus den Eingabedaten (Konsole) erzeugte Zwischencode wird in die Puffer der Digital- und Analogkarte geschrieben. Während des Ablaufs füllt ein Dämon den Puffer der Digitalkarte nach und setzt synchron die GPIB-Befehle ab. Die Analogkarte wird über einen Digitalausgang *nur* bei Änderung der Analogwerte getriggert, um Speicherplatz zu sparen. Nähere Erklärung siehe Text.

hier eine Karte mit 32 Digitalausgängen (National Instruments DIO32HS), eine Karte mit acht Analogausgängen (NI PCI6713) sowie eine GPIB-Interface-Karte (NI PCI-GPIB) zum Einsatz. Das System wird mit einer Taktfrequenz von 100 kHz ($\hat{=}$ $10 \mu\text{s}$ Zykluszeit) betrieben. Die Digitalkarte gibt nun alle $10 \mu\text{s}$ einen neuen Wert aus dem Puffer auf die Ausgänge. Im Gegensatz zum Zwischencode, wo pro Zeile noch Ausgabedauer und -werte stehen, muss hier die Ausgabedauer auf $10 \mu\text{s}$ Schritte verteilt werden, d.h. eine konstante Ausgabe von 1 s Dauer (eine Zwischencodezeile) wird in 10^5 identische Pufferzeilen umgerechnet! Da für Ablaufzyklen von vielen Sekunden hier sehr große Pufferbereiche nötig wären, wird ein Puffer aus zwei Blöcken verwendet, die periodisch abgearbeitet werden. Während des Zyklusses beobachtet ein sogenannter 'Ablaufdämon' den Ausgabefortschritt

und füllt einen abgearbeiteten Pufferblock durch Umrechnung des Zwischencodes jeweils nach. Die typischerweise verwendeten Puffergrößen betragen 32768 Bytes. Da für die Analogkanäle der Datenaufwand ungleich höher ist (Faktor 16 pro Kanal) und mit dem verwendeten Rechner (P3 mit 800 MHz) das Nachfüllen in Echtzeit nicht möglich war², wird hier ein anderer Weg gegangen: die Analogkarte wird über einen Digitalausgang getriggert, der immer einen Triggerpuls liefert, wenn ein neuer Analogwerte-Satz an die Ausgänge gegeben werden soll. Somit kommt man i.d.R. mit Puffergrößen von <1 MByte aus, was, da die NI-Karten PC-Hauptspeicherbereiche mitverwenden, kein Problem darstellt. Eine weitere Aufgabe des Ablaufdämons besteht darin, während des Ablaufes die entsprechenden GPIB-Befehle abzusetzen. Dies geschieht mit einer Zeitgenauigkeit von <50 ms, wobei typischerweise — je nach GPIB-Endgerät — durchaus Antwortzeiten von 10 ms erreicht werden.

Diese realisierte Lösung zeichnet sich dadurch aus, dass sie sehr kostengünstig ist. Dafür müssen jedoch Nachteile in Kauf genommen werden. Zum einen erfordert das 'Puffer-Nachfüllen' doch eine ständig verfügbare Rechenleistung, sodass andere Prozesse auf dem Steuerrechner nach Möglichkeit zu vermeiden sind. Abhilfe könnte hier eine Triggerung der Digitalkarte durch einen Pulsgenerator schaffen, der in der Lage ist, entsprechende Pulssequenzen zu erzeugen und dann nur bei Werteänderung triggert. Eine derartige Lösung wurde an der Uni Hannover implementiert [172], jedoch ist nach unserem Wissen keine geeignete kommerzielle Hardwarelösung verfügbar. Ein durchaus größeres Problem ist die schlechte elektromagnetische Verträglichkeit der Lösung. Beim schnellen Schalten der hohen Magnetfallenströme (112 A in 40 μ s) gab es ein Übersprechen des elektromagnetischen Pulses (EMP) auf den Trigger der Analogkarte (siehe Abbildung), wodurch die Synchronisation der Digital- und Analogausgänge aus dem Takt geriet und den jeweiligen Experimentzyklus nachhaltig störte. Durch sorgfältige Leitungsführung und Erdungsleitungen konnte diese Störung durch Übersprechen zwar auf erträgliche wenige Prozent der Experimentzyklen beschränkt, aber nie vollständig beseitigt werden. Verbesserungen würde hier u.U. eine geeignetere Computerhardware bringen wie z.B. ein geschirmter Industrie-PC im 19"-Einschub, was der im Folgenden vorgestellten Lösung recht nahe kommt.

B.1.3 Hardwareinterface über ADWin System

Im Rahmen des Wiederaufbaus des Experimentes nach dem Umzug in das neue Institutsgebäude wurde die Ansteuerung auf ein ADWin-System (ADWin-Pro T10) in Zusammenarbeit mit Christian Ospelkaus umgestellt. Das System in einem 19"-Einschub besteht aus einem digitalen Signalprozessor-(DSP)-System, das zur Echtzeitverarbeitung von digitalen und analogen Ein- und Ausgabedaten optimiert ist. Die Ansteuerung erfolgt wie in Abbildung B.5 gezeigt. Der Zwischencode sowie ein einfaches DSP-Programm ('in ADBasic') werden über einen TCP/IP-Kanal (via Ethernet mit 100 MBit/s) in das ADWin-System geladen. Den Zyklus arbeitet nun der DSP ab und gibt die entsprechenden Werte auf die Digital- und Analogausgänge. Die verwendete Zeiteinheit beträgt 10 μ s, könnte aber je nach Optimierung des DSP-Codes auf 1–3 μ s gesenkt werden. Die Software wurde auf 64 Digital- und 16 Analogkanäle ausgelegt. Die Zeitgenauigkeit der Ablaufschritte untereinander beträgt hier ± 100 ns, wobei die Synchronität der Kanäle pro Ablaufschritt

²Im Rahmen einer einfachen Implementierung.

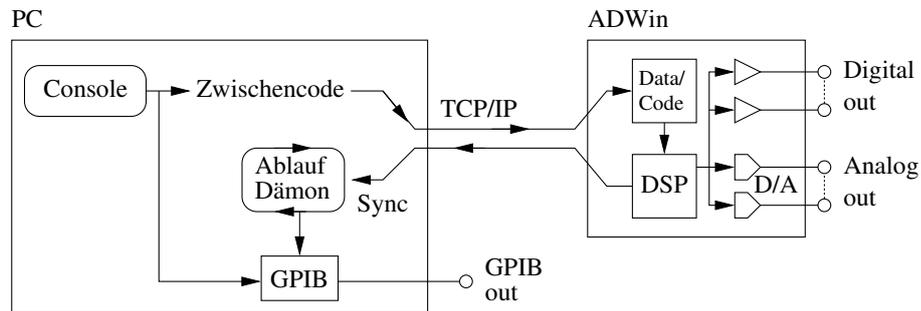


Abbildung B.5: Experimentansteuerung über ein ADWin-System. Der aus den Eingabedaten (Konsole) erzeugte Zwischencode wird über eine TCP/IP-Verbindung in das ADWin-System übertragen und dort in Echtzeit mit einem Digitalen Signal Prozessor (DSP) auf die Digital- und Analog-Ausgänge gegeben. Ein Ablaufdämon im PC sorgt für eine synchrone Ausgabe der GPIB-Befehle.

wesentlich genauer (wenige ns) ist. Die GPIB-Ansteuerung wurde nach wie vor über den PC realisiert. Ein Ablaufdämon fragt regelmäßig die lokale Zeit des ADWin-Systems ab und synchronisiert das Absetzen der GPIB-Befehle, was auch mit einer Zeitgenauigkeit < 50 ms möglich ist.

Die bisherigen Erfahrungen mit dem ADWin-System sind sehr positiv. Neben der EMV-gerechten Realisierung der Hardware ist vor allem die Ansteuerung über Ethernetkabel sehr komfortabel und flexibel und ermöglicht sogar eine einfache galvanische Trennung des Experimentes vom PC-System.

B.1.4 Magnetfeldkontrolle bei Spinorkondensaten

Der Stromkreis für die Helmholtzspulen der Magnetfalle ist in Abbildung B.6 dargestellt. Das stromsteuerbare Netzteil wird hierbei über Schalter (IGBTs) und einen steuerbaren

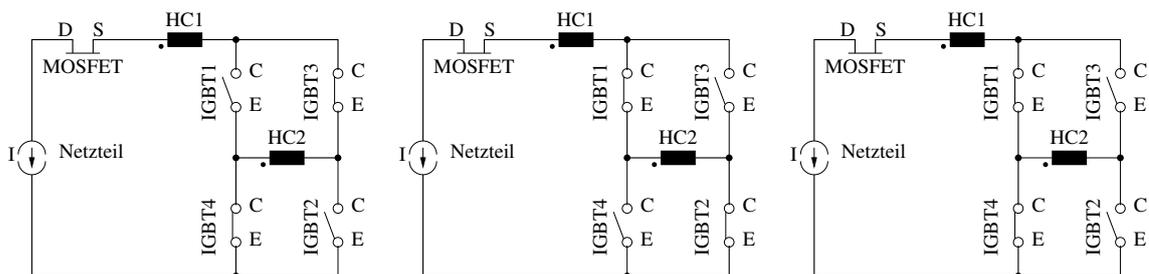


Abbildung B.6: Stromkreis für die Helmholtzspulen der Magnetfalle. Dargestellt sind drei Schaltkonfigurationen: Antihelmholtz (links), Helmholtz (Mitte) und Gradient (rechts).

Widerstand (MOSFET) an die Spulen angeschlossen, die dann die gewünschten Felder in Antihelmholtz-, Helmholtz- und Gradienten-Konfiguration erzeugen können. Die jeweiligen Schalterstellungen sind auf den Diagrammen eingezeichnet. Im Folgenden sollen die Schalter (IGBTs), die MOSFET-Bank und exemplarische Ansteuerbeispiele präsentiert werden

Stromschalter Als Stromschalter werden isolierte Bipolartransistoren (IGBT — 'Isolated Gate Bipolar Transistor') des Typs CM200HA-24H von Mitsubishi verwendet. Ihnen parallel werden Varistoren B40K320 von Epcos geschaltet, die die Abschaltspannung auf einen Wert von etwa 700 V begrenzen und die IGBTs schützen³. Das Schaltbild sowie eine

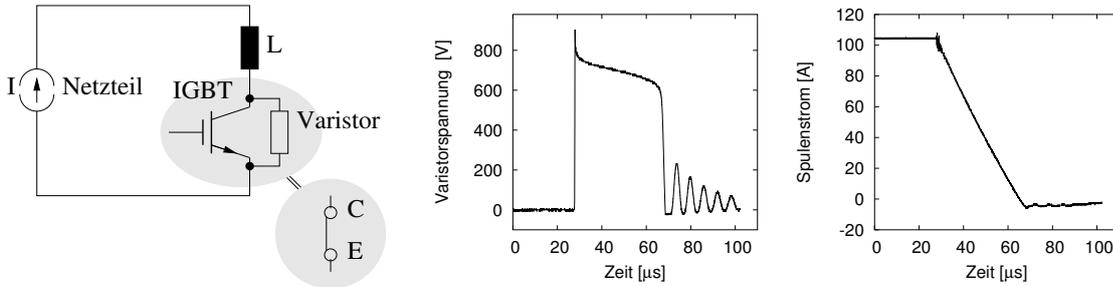


Abbildung B.7: Schalten der Ströme mit IGBTs. Links das Prinzipschaltbild. In der Mitte ist die Stromkurve und rechts die Varistorspannung während eines Abschaltvorganges dargestellt.

typische Abschaltkurve für die Gradientenspulen der Magnetfalle sind in Abbildung B.7 gezeigt. Während des Abschaltvorganges liegen für 40 µs am Varistor 700 V an und der Strom geht nahezu linear von 100 A auf 0 A zurück. Die Induktivität der Gradientenspulen kann aus $U = L\dot{I}$ zu $L \approx 0.3$ mH bestimmt werden. Man sieht in der Spannung ein Nachschwingen, das auch mit Oszillationen im Strom verbunden ist. Um die Spinausrichtung zu erhalten, ist daher während des Abschaltens der Gradientenspulen ein Führungsfeld anzulegen⁴.

Stromkontrolle über MOSFET Zum schnellen aber dennoch 'weichen' Schalten von Magnetfeldern wird eine MOSFET-Bank eingesetzt. Diese diente ursprünglich auch zur Steuerung der Stromaufteilung zwischen Gradienten- und Helmholtzspulen in Serienschaltung; hier wurde aber auf zwei Stromkreise umgestellt.

Die realisierte MOSFET-Bank besteht aus 100 parallel geschalteten MOSFET-Transistoren (IRFI640G von International Rectifier). Zum effektiven Abtransport der Verlustleistung wurden diese auf eine wassergekühlte Grundplatte aus Kupfer montiert. Das Schaltbild ist in Abbildung B.8 links dargestellt. Den verwendeten Drainwiderständen kommt hierbei eine wichtige Bedeutung zu. Entgegen der bekannten Eigenschaft der Parallelschaltung von MOSFETs in Schaltanwendungen (Abschnürbereich), wo sich durch die Temperaturabhängigkeit der Kennlinien die Verlustleistung gleichmäßig verteilt, ist im linearen Bereich der Kennlinie die Temperaturabhängigkeit entgegengesetzt und führt zu ungünstigen Konsequenzen! Werden parallelgeschaltete MOSFET als steuerbarer Widerstand betrieben, so tritt sogenanntes 'hot spotting' auf. Eine Erwärmung eines Transistors führt bei gleichbleibender Gatespannung zu einem Anstieg des Drainstromes und damit zu einer Umverteilung der Gesamtverlustleistung zulasten dieses Transistors, der sich dann

³Nach Datenblatt halten sie das etwa 10^5 Zyklen durch, was mehreren Jahren Experimentlaufzeit entspricht.

⁴Am Ende des Umladevorgangs in die Dipolfalle durch Dekompression der Magnetfalle erzeugen die Helmholtzspulen ohnehin ein Offsetfeld von 50 G.

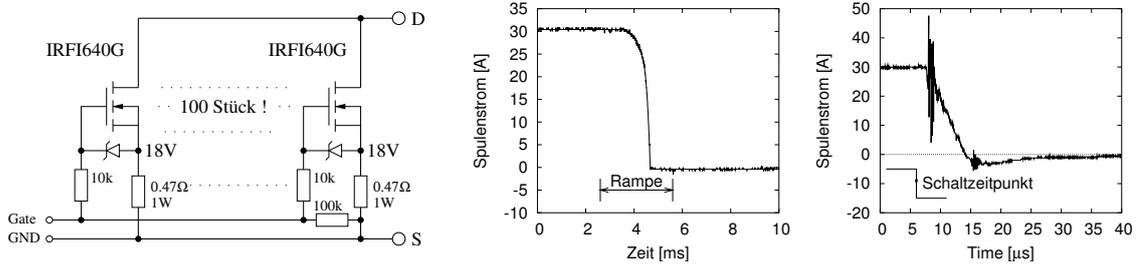


Abbildung B.8: Zur MOSFET-Bank. Links das Prinzip der Parallelschaltung mit Drainwiderständen. In der Mitte die Stromkurve beim 'weichen' Ausschalten der Helmholtzspule. Während des eingezeichneten Zeitintervalls wird die Gatespannung linear von 5 V auf 0 V abgesenkt. Rechts zum Vergleich ein Schaltvorgang mit IGBT.

noch stärker erwärmt, einen 'hot spot' im System ausbildet und der Zerstörungsgefahr durch Überhitzung ausgesetzt ist. Mit Drainwiderständen kann die Kennlinie nun abgeflacht und damit die Aufteilung der Verlustleistung homogenisiert werden. Leider geht das dann auf Kosten des 'on'-Widerstandes im durchgeschalteten Zustand, der damit ansteigt. Mit dem 'on'-Widerstand des verwendeten MOSFETs von $0.18\ \Omega$ erhält man einen 'on'-Widerstand der Bank von $R_{on} \approx 6.5\ \text{m}\Omega$, was einer Verlustleistung von $65\ \text{W} @ 100\ \text{A}$ im durchgeschalteten Zustand entspricht.

Das weiche Schalten der Helmholtzspulen mit der MOSFET-Bank ist in Abbildung B.8 Mitte in Form einer Stromabschaltkurve dargestellt. Während des eingezeichneten Intervalls wurde die Gatespannung ausgehend von 5 V innerhalb von 3 ms auf 0 V gerammt. Es wird einmal die Kennlinie der MOSFET-Bank durchfahren und es treten keine Überschwinger auf, im Gegensatz zum Schaltvorgang mit einem IGBT (rechts dargestellt), der starke Überschwinger produziert und damit die Spinausrichtung des untersuchten atomaren Ensembles nicht erhält!

B.2 Dipolfalle

Die im Rahmen der Diplomarbeit von Sebastian van Staa [105] aufgebaute Dipolfalle ist in Abbildung B.9 skizziert. Der Fallenlaser (Mephisto-1000 von Spectra Physics) stellt eine Leistung von bis zu 500 mW nach der Glasfaser bei einer Wellenlänge von $\lambda = 1064\ \text{nm}$ zur Verfügung. Die Intensität kann dabei durch einen AOM in der Intensität gesteuert werden. Das Faserende wird nun mit den zwei Achromaten $f = 260\ \text{mm}$ auf Faserseite (Melles Griot 01LA238/077) und $f = 250\ \text{mm}$ (Thorlabs LAC376B) auf die Atomwolke innerhalb der Glaszelle abgebildet. Ein Polarisationswürfel gewährleistet eine lineare Polarisation. Durch eine Zylinderlinse mit $f = 300\ \text{mm}$ (Melles Griot 01LCP019/076) wird der horizontale gegenüber dem vertikalen Fokus um ca. 4 mm verschoben. Diese Fallengeometrie hat ein steiles Potenzial in senkrechter Richtung, um die Atome gegen die Gravitation halten zu können, während die anderen Fallenfrequenzen moderater ausfallen. Dieser Aufbau wurde nötig, da eine zylindersymmetrische Falle, die gegen die Gravitation halten kann, die Dichte des Ensembles so stark erhöht, dass die Dreikörper-Verluste im Vergleich zur Spindynamik zu groß werden [70]. Der Fallenstrahl ist über zwei Feingewinde-Messschrauben (Mitutoyo mit $0.5\ \mu\text{m}$ Auflösung $\hat{=}$ etwa $3\ \mu\text{m}/\text{Skt.}$ am Ort der Atome) in

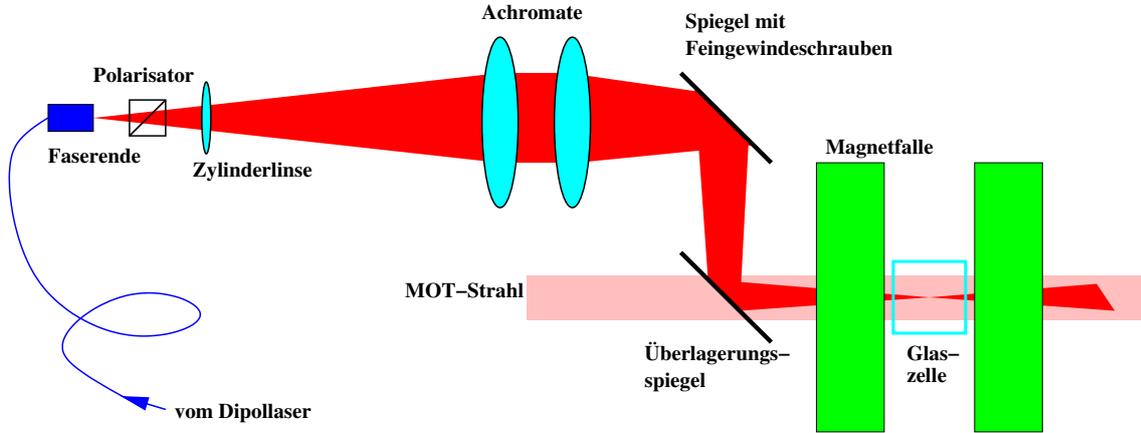


Abbildung B.9: Schematischer Aufbau der Dipolfalle (nicht maßstabsgetreu). Erklärungen siehe Text.

y- und z-Richtung justierbar. Die x-Achse sowie die Position der Zylinderlinse sind über normale Feingewindeschrauben mit $5\mu\text{m}/\text{Skt.}$ einstellbar. Die Grundjustageprozedur wird in [70] beschrieben. Die Überlagerung mit dem MOT-Strahl erfolgt durch einen Kanten Spiegel, der für 780 nm durchlässig und für 1064 nm reflektierend ist.

In diesem Kapitel wird nun eine Messung ausgewertet, bei der das Intensitätsprofil der Dipolfalle mit der CCD-Kamera aufgenommen wurde. Um eine realistische Situation darzustellen, wurde eine mit der im Experiment verwendeten Glaszelle baugleiche Zelle in den Strahlengang gestellt und die Kamera dann in x-Richtung verfahren, wie auf Abbildung B.10 dargestellt. Zur Auswertung der Bilder wird die Intensitätsverteilung gemäß

$$I(x, y, z) = I_0(x) \exp\left(-\frac{2y^2}{w_y(x)^2} - \frac{2z^2}{w_z(x)^2}\right) \quad (\text{B.1})$$

angesetzt. Die Werte w_y und w_z bezeichnen den Abstand zur Strahlachse, bei dem der Intensitätswert auf $1/e^2$ abgefallen ist ($1/e^2$ -Strahlradius oder 'waist'). Aufgrund der Fokussierung sind $w_y(x)$ und $w_z(x)$ Funktionen der Position x entlang der Strahlrichtung. Die Energieerhaltung ergibt bei einer Strahlleistung von P_0

$$I(x, y, z) = \frac{2P_0}{\pi w_y(x) w_z(x)} \exp\left(-\frac{2y^2}{w_y(x)^2} - \frac{2z^2}{w_z(x)^2}\right) \quad (\text{B.2})$$

Die Strahlradien verhalten sich gemäß der Propagation für Gaußstrahlen [173]

$$w_y(x) = \hat{w}_y \sqrt{1 + \left(\frac{M_y^2 \lambda (x - x_y)}{\pi \hat{w}_y^2}\right)^2} \quad (\text{B.3})$$

$$w_z(x) = \hat{w}_z \sqrt{1 + \left(\frac{M_z^2 \lambda (x - x_z)}{\pi \hat{w}_z^2}\right)^2}, \quad (\text{B.4})$$

wobei \hat{w}_y , \hat{w}_z die minimalen Strahlradien im Fokus und x_y , x_z die Fokuspositionen bezeichnen. Die M^2 -Werte tragen der Abweichung vom Beugungslimit Rechnung.

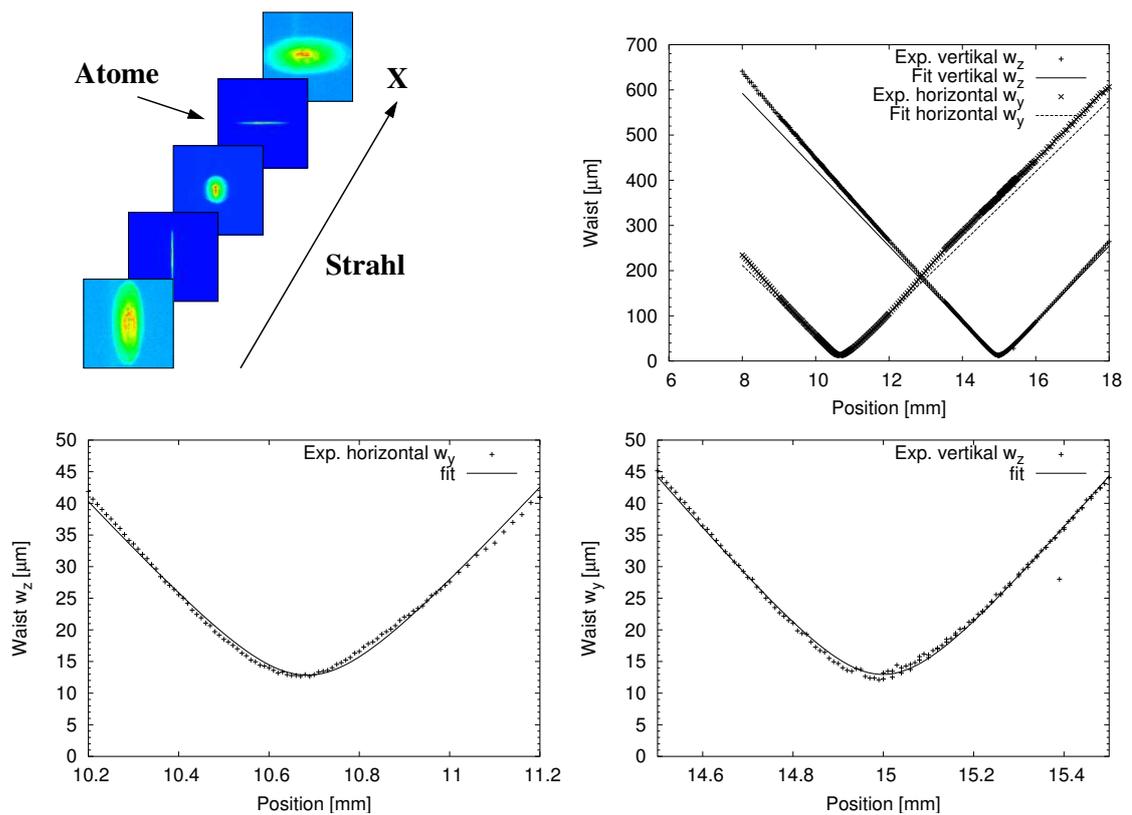


Abbildung B.10: Bestimmung des Dipolfallenpotenzials. Es wurden entlang der Strahlrichtung Intensitätsverteilungen mit der CCD-Kamera aufgenommen. Die Spalten- und Zeilensummen wurden mit Gaußprofilen angefitet und die entsprechenden Waists in den Diagrammen dargestellt. Der Fit mit der Gaußstrahlpropagationsformel (vgl. Text) zeigt, dass der reale Strahldurchmesser etwa einen Faktor vier oberhalb dem durch das Beugungslimit erwarteten liegt. Werte siehe Text.

Die Spaltensummen (bzw. Zeilensummen) jedes CCD-Bildes wurden mit einer Gaußverteilung gefittet und daraus $w_z(x)$ (bzw. $w_y(x)$) bestimmt. Diese Werte wurden dann mit Formeln (B.3) und (B.4) gefittet wie auf Abbildung B.10 dargestellt. Für die variierten Parameter erhält man $\hat{w}_y = 12.9(1) \mu\text{m}$, $x_y = 10.685(2) \text{mm}$, $M_y^2 = 2.99(3)$ bzw. $\hat{w}_z = 13.0(2) \mu\text{m}$, $x_z = 14.999(1) \text{mm}$ und $M_z^2 = 3.24(3)$. Der horizontale Strahlradius am Ort der Atome ist somit $w_y(x_z) = 340 \mu\text{m}$.

Die Fallenfrequenzen werden nun durch Einsetzen von (B.2) in die Formel für das Dipolpotenzial (5.1) und Vergleich der harmonischen Näherung mit dem Potenzial eines harmonischen Oszillators $U = m\omega^2 y^2/2$ berechnet zu:

$$\omega_y^2 = \frac{3\pi c^2}{2m\omega_0^3} \left(\frac{\gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\gamma}{\omega_0 + \omega} \right) \frac{8P_0}{\pi w_y(x_z)^3 \hat{w}_z} \quad (\text{B.5})$$

$$\omega_z^2 = \frac{3\pi c^2}{2m\omega_0^3} \left(\frac{\gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\gamma}{\omega_0 + \omega} \right) \frac{8P_0}{\pi w_y(x_z) \hat{w}_z^3} . \quad (\text{B.6})$$

Die axiale Fallenfrequenz ω_x wird analog durch die harmonische Näherung von (B.2) entlang der Strahlrichtung und auf der Strahlachse bestimmt:

$$\frac{d^2 I}{dx^2} \Big|_{\substack{x_z \\ y=0 \\ z=0}} = -\frac{2P_0}{\pi} \left(-\frac{2}{w_y^3 w_z} \left(\frac{\partial w_y}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{w_y^2 w_z} \frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{1}{w_z^2 w_y} \frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} \right) . \quad (\text{B.7})$$

Für die realisierte Geometrie trägt nur der letzte Term signifikant bei⁵ und man erhält mit (B.4)

$$\omega_x^2 = \frac{3\pi c^2}{2m\omega_0^3} \left(\frac{\gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\gamma}{\omega_0 + \omega} \right) \frac{2P_0}{\pi w_y w_z^2} \frac{M_z^4 \lambda^2}{\pi^2 \hat{w}_z^3} . \quad (\text{B.8})$$

Durch Einsetzen der Parameter ($\omega_0 = 2\pi \times 3.81 \times 10^{14} \text{Hz} \hat{=} 780\text{--}795 \text{nm}$, $\gamma = 2\pi \times 6 \times 10^6 \text{1/s}$, $\omega = 2\pi \times 2.82 \times 10^{14} \text{Hz} \hat{=} \lambda = 1064 \text{nm}$) erhält man für die typischerweise verwendete Leistung $P_0 = 130 \text{mW}$ die Fallenfrequenzen $\omega_x = 2\pi \times 17.5 \text{Hz}$, $\omega_y = 2\pi \times 15.9 \text{Hz}$ und $\omega_z = 2\pi \times 416 \text{Hz}$.

Der Vergleich mit den über Anregung von Oszillationen eines gefangenen atomaren Ensembles gemessenen Fallenfrequenzen von $\omega_x = 2\pi \times (21.1 \pm 0.1) \text{Hz}$ und $\omega_z = 2\pi \times (891 \pm 6) \text{Hz}$ [70] ergibt **keine** Übereinstimmung. Die dritte Fallenfrequenz wurde in [70] indirekt über die Messung der Dreikörper-Verlustrate zu $\omega_y = 2\pi \times (155 \pm 21)$ bestimmt und weicht um einen noch größeren Faktor ab.

Die Messung weist zudem einen Faktor drei über dem Beugungslimit auf, der auf Linsenfehler, das Modenprofil des Faserendes und die für die Messung in den Strahlengang gestellte Glaszelle zurückzuführen ist. Im Gegensatz zu den zwei Glaswänden im Strahlengang hier, hat im Experiment selber nur eine Glaswand Einfluss auf das Strahlprofil. Die Bestimmung der Fallenfrequenzen mit Atomen in der Dipolfalle ist dem hier beschriebenen Verfahren daher in jedem Fall vorzuziehen!

⁵Die anderen sind mehrere Größenordnungen kleiner.

Anhang C

Zeitabhängige Interferenzen bei der Detektion

Bei dem verwendeten Detektionsaufbau und der eingesetzten Kamera (Photometrics Sensys mit Kodak KAF-1401E CCD-Chip) treten von Schuss zu Schuss räumlich variierende Interferenzmuster auf. In Abbildung C.1 ist dies anhand von Absorptions- und zugehörigem Referenzbild ohne Atome (vgl. Kapitel 4.1.1) dargestellt. Anhand der eingezeichneten

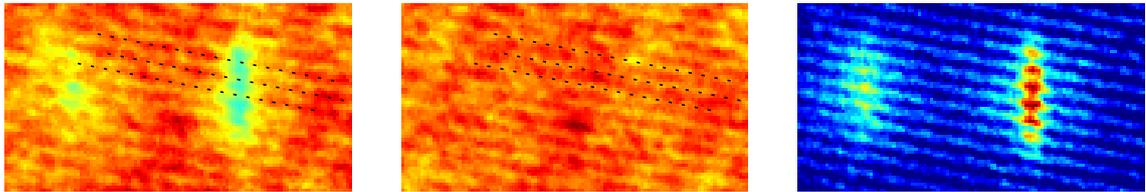


Abbildung C.1: Absorptionsbild (links) und zugehöriges Referenzbild (Mitte). Die Interferenzmuster sind deutlich gegeneinander verschoben, wie durch Vergleich mit den Pixelreferenzlinien zu erkennen ist. Im errechneten Teilchenzahlbild (rechts) bleiben diese Interferenzen deutlich sichtbar.

Referenzlinien ist deutlich zu erkennen, dass die Interferenzringe der beiden Bilder um eine Phase von etwa π gegeneinander verschoben sind. Diese Bilder wurden als Extrembeispiel zur Diskussion ausgesucht. In der Praxis ist die Phase von Bildsatz zu Bildsatz zufällig und über das Intervall $[0..2\pi]$ gleichmäßig verteilt. Die Tiefe der Ringe beträgt etwa 5%. Berechnet man nun die Teilchenzahl nach Formel (4.4) so erhält man diese Ringe auch im Endbild als Überlagerung von Rauschen zur realen Teilchenzahl. Ein zusätzliches Problem dabei ist, dass lokal $I_{ref} > I_{abs}$ auftritt und zu negativen Teilchenzahlen führt. Die Ursache dieser schwankenden Interferenzen konnte nicht geklärt werden. Sie ist auf jeden Fall Kamera-abhängig und tritt bei einfachen CCD-Kameras im Experiment nicht auf. U.U. ist der mechanische Shutter oder eine Ungenauigkeit des Auslesevorgangs dafür verantwortlich. Die Beeinträchtigung durch dieses Fehlverhalten ist signifikant, kann jedoch durch das hier beschriebene Verfahren deutlich abgemindert werden. Die Ideen hierzu stammen von Martin Zinner aus Hannover [174].

Das Ziel besteht darin, zu einem Absorptionsbild A ein geeignetes Referenzbild R zu erzeugen. Dazu wird eine Basis aus N Referenzbildern R_1, \dots, R_N generiert und das Ab-

sorptionsbild auf den durch die Basis definierten Unterraum projiziert, wie im Folgenden dargestellt werden soll.

Zunächst wird ein Skalarprodukt als Summe über das Produkt der Pixelwerte eines durch die Eckpunkte $[ymin, xmin]$ und $[ymax, xmax]$ aufgespannten Gebietes definiert:

$$(A, B) := \sum_{y=ymin}^{ymax} \sum_{x=xmin}^{xmax} A[y, x] B[y, x] \quad . \quad (C.1)$$

Die N Basisvektoren B_1, \dots, B_N werden nun aus den R_1, \dots, R_N nach dem Schmitt-Ortho-normierungsverfahren wie folgt berechnet ($j=1, \dots, N$):

$$B_1 = \frac{1}{\sqrt{(R_1, R_1)}} \cdot R_1 \quad (C.2)$$

$$B_2 = \frac{1}{\sqrt{(C_2, C_2)}} \cdot C_2 \quad \text{mit} \quad C_2 = R_2 - (R_2, B_1) \cdot B_1 \quad (C.3)$$

\vdots

$$B_j = \frac{1}{\sqrt{(C_j, C_j)}} \cdot C_j \quad \text{mit} \quad C_j = R_j - \sum_{1 \leq i < j} (R_j, B_i) \cdot B_i \quad . \quad (C.4)$$

Das Referenzbild R zum Absorptionsbild A wird nun aus diesem durch Projektion

$$R' = \sum_{i=1}^N (A, B_i) \cdot B_i \quad (C.5)$$

und anschließender Normierung gemäß

$$R = \frac{\|A\|}{\|R'\|} \cdot R' \quad (C.6)$$

gewonnen. Die Norm $\|\cdot\|$ bezieht sich jetzt auf die Summe der Pixelwerte, da diese proportional der Laserintensität (mal Belichtungszeit) sind. Der positive Nebeneffekt besteht darin, dass Intensitätsfluktuationen des Detektionslasers zwischen Absorptions- und Referenzbild mitkompensiert werden. Zur Normierung muss jedoch ein Bereich gewählt werden, der keine Atome enthält; ein derartiger Bereich ist in Abbildung C.2 skizziert. Die Norm ist damit über

$$\|A\| = \sum_{x,y \in \text{Rahmen}} A[y, x] = \sum_{y=ymin}^{ymax} \sum_{x=xmin}^{xmax} A[y, x] - \sum_{y=cymax}^{cymax} \sum_{x=cxmin}^{cxmax} A[y, x] \quad (C.7)$$

gegeben. Es soll an dieser Stelle erwähnt werden, dass die Atome bei der Projektion keine Rolle spielen, solange der Bereich der Absorption klein gegen den betrachteten Bildausschnitt ist. Man könnte alternativ auch ein Skalarprodukt auf dem in Abbildung C.2 angegebenen Bereich definieren. In der Praxis hat das jedoch zu keinerlei Verbesserung geführt.

Das Ergebnis ist anhand einer Beispielmessung in Abbildung C.3 dargestellt. Es ist deutlich sichtbar, dass das Rauschen auf den Teilchenzahlen signifikant reduziert wird,

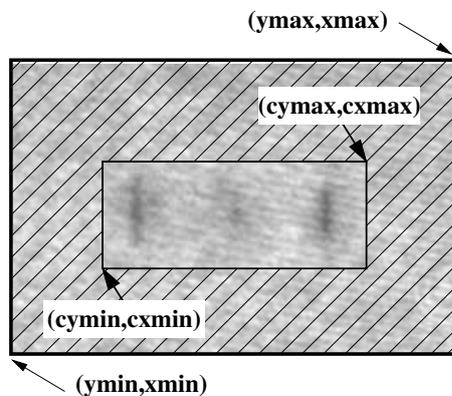


Abbildung C.2: Bildbereich zur Definition der Norm.

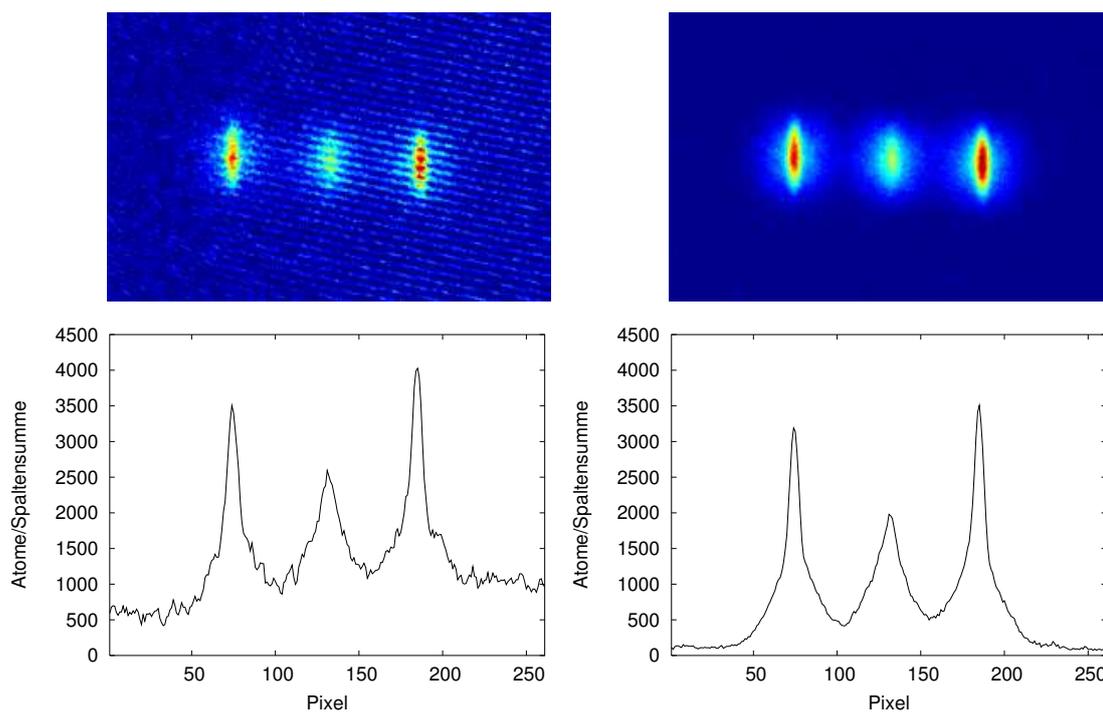


Abbildung C.3: Beispielbilder zur Kompensation der Interferenzmuster. Links ohne Kompensation, rechts mit einem aus 30 Basisvektoren berechneten Referenzbild. Die thermischen Wolken sind deutlicher erkennbar. Die aufsummierten Spalten zeigen rechts ein wesentlich geringeres Rauschen und einen niedrigeren Untergrund, der eine vernünftige Auswertung der thermischen Wolken erst möglich macht.

was dazu führt, dass wesentlich geringere Teilchenzahlen detektiert werden können. Eine sinnvolle quantitative Auswertung der thermischen Wolken ist somit erst durch diese Eliminierung der zeitabhängigen Interferenzen möglich!

Die Konvergenz der Basiserzeugung ist in Abbildung C.4 für einen Referenzbildsatz von 100 Bildern dargestellt. Zu jedem Referenzbild R_j ist die relative Vektorlänge

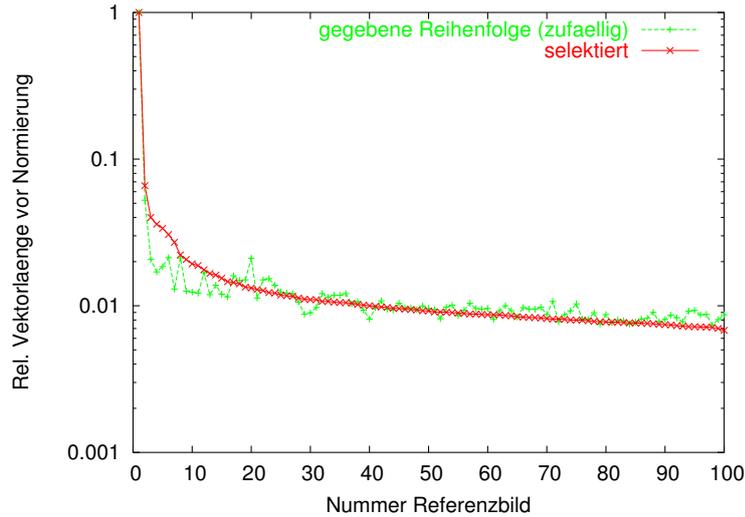


Abbildung C.4: Konvergenz der Basiserzeugung. Aufgetragen ist jeweils die relative Vektorlänge, die nach Projektion auf die bereits bestehende Basis und Subtraktion noch übrig bleibt für eine gegebene, d.h. zufällige, Referenzbildfolge und für selektierte Referenzbilder.

$$\sqrt{\frac{(C_j, C_j)}{(R_j, R_j)}} \quad \text{mit} \quad C_j = R_j - \sum_{1 \leq i < j} (R_j, B_i) \cdot B_i \quad , \quad (\text{C.8})$$

die nach Projektion auf die bestehende Basis $\{B_1, \dots, B_{j-1}\}$ und Subtraktion übrigbleibt, aufgetragen. In einem Fall wurde die natürlich gegebene Referenzbildfolge ausgewertet, im anderen aus den noch nicht verrechneten Bildern jeweils das zu der bisherigen Basis 'orthogonalste' (mit größtem ' C_j/R_j ') ausgesucht. Auf dem Diagramm ist zu erkennen, dass aus 30 Bildern eine vernünftige Basis generiert werden kann. Will man weniger Referenzbilder (z.B. 10) verwenden, so ist eine Selektion aus einem größeren Bildsatz (z.B. 100) sinnvoll.

Es hat sich gezeigt, dass die Basis für jeden Bildsatz neu aus einem Teil der zugehörigen Referenzbilder erzeugt werden sollte. Verwendet man einen anderen Referenzbildsatz, so ist die Kompensation nicht mehr optimal gegeben. Selbst bei Bildserien von mehreren 100 Bildern, sollte alle 100-300 Bilder ein neuer Basissatz generiert werden. Dies ist ein Hinweis darauf, dass zusätzlich zu den Schuss-zu-Schuss-Fluktuationen der Interferenzen auch auf der Zeitskala von mehreren Stunden eine Drift des Interferenzbildes stattfindet.

In Abbildung C.5 ist die Reduktion des Rauschens in der Teilchenzahlbestimmung durch das beschriebene Verfahren verdeutlicht. Hierzu wurden drei Datensätze einmal mit dem 'Standardverfahren' und zum Vergleich mit diesen Verfahren unter Verwendung von 30 Basisvektoren ausgewertet. Man sieht, dass die Schwankungen in der Teilchenzahl um

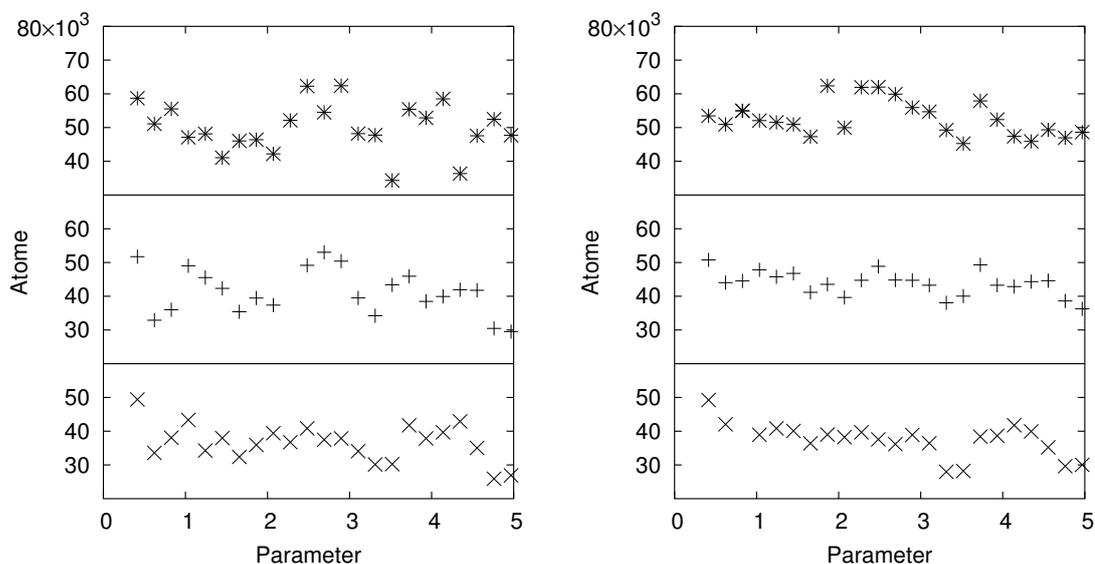


Abbildung C.5: Rauschen durch zeitabhängige Interferenzen. Links zum Vergleich drei Datensätze mit 'Standardauswertung', rechts die gleichen Bilder mit dem beschriebenen Verfahren (30 Basisvektoren) ausgewertet. Man sieht eine deutliche Reduktion des Rauschens ungefähr um den Faktor zwei.

einen Faktor zwei reduziert werden. Die verbleibenden Schwankungen sind vor allem auch auf andere fluktuierende experimentelle Parameter zurückzuführen.

Literaturverzeichnis

- [1] Satyendra Bose. Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. *Z. Phys.*, 26(3):178, 1924.
- [2] A. Einstein. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung. *Sitzungber. Preuss. Akad. Wiss.*, 1925:3, January 1925.
- [3] Richard D. Eppers, John V. Dugan, and Raymond W. Palmer. The ground state properties of spin-aligned atomic hydrogen, deuterium, and tritium. *J. Chem. Phys.*, 62(2):313, 1975.
- [4] William C. Stwalley and L. H. Nosanow. Possible 'new' quantum systems. *Phys. Rev. Lett.*, 36(15):910, April 1976.
- [5] Richard A. Cline, David A. Smith, Thomas J. Greytak, and Daniel Kleppner. Magnetic confinement of spin-polarized atomic hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 45(26):2117, December 1980.
- [6] Isaac F. Silvera and J. T. M. Walraven. Stabilization of atomic hydrogen at low temperature. *Phys. Rev. Lett.*, 44(3):164, January 1980.
- [7] R. Sprik, J. T. M. Walraven, and Isaac F. Silvera. Compression experiments with spin-polarized atomic hydrogen. *Phys. Rev. B*, 32(9):5668, November 1985.
- [8] Dale G. Fried, Thomas C. Killian, Lorenz Willmann, David Landhuis, Stephen C. Moss, Daniel Kleppner, and Thomas J. Greytak. Bose-Einstein condensation of atomic hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 81(18):3811, November 1998.
- [9] Steven Chu. The manipulation of neutral particles. *Rev. Mod. Phys.*, 70(3):685, July 1998.
- [10] Claude N. Cohen-Tannoudji. Manipulating atoms with photons. *Rev. Mod. Phys.*, 70(3):707, July 1998.
- [11] William D. Phillips. Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 70(3):721, July 1998.
- [12] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, 269(0):198, July 1995.

-
- [13] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet. Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 75(9):1687, August 1995. *ibid.* **79**, 1170 (1997).
- [14] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 75(22):3969, November 1995.
- [15] E. A. Cornell and C. E. Wieman. Nobel lectures in physics 2001. *Rev. Mod. Phys.*, 74(3):875, July 2002.
- [16] W. Ketterle. Nobel lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser. *Rev. Mod. Phys.*, 74:1131–1151, 2002.
- [17] B. DeMarco and D. S. Jin. Onset of Fermi degeneracy in a trapped atomic gas. *Science*, 285(5434):1703, September 1999.
- [18] L. V. Butov, C. W. Lai, A. L. Ivanov, A. C. Gossard, and D. S. Chemla. Towards Bose-Einstein condensation of excitons in potential traps. *Nature*, 417:47, May 2002.
- [19] L.V. Butov, A.C. Gossard, and D.S. Chemla. Macroscopically ordered state in an exciton system. *Nature*, 418:751, 2002.
- [20] David E. Pritchard. Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 51(15):1336, October 1983.
- [21] Wolfgang Petrich, Michael H. Anderson, Jason R. Ensher, and Eric A. Cornell. Stable, tightly confining magnetic trap for evaporative cooling of neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 74(17):3352, April 1995.
- [22] W. Hänsel, P. Hommelhoff, T. W. Hänsch, and J. Reichel. Bose-Einstein condensation on a microelectronic chip. *Nature*, 413(6855):498, October 2001.
- [23] H. Ott, J. Fortagh, G. Schlotterbeck, A. Grossmann, and C. Zimmermann. Bose-Einstein condensation in a surface microtrap. *Phys. Rev. Lett.*, 87(23):230401, 2001.
- [24] M. D. Barrett, J. A. Sauer, and M. S. Chapman. All-optical formation of an atomic Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 87(1):010404, July 2001.
- [25] D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H.-J. Miesner, J. Stenger, and W. Ketterle. Optical confinement of a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 80(10):2027, March 1998.
- [26] Markus Greiner, Olaf Mandel, Tilman Esslinger, Theodor W. Hänsch, and Immanuel Bloch. Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms. *Nature*, 415:39, January 2002.
- [27] Markus Greiner, Olaf Mandel, Theodor W. Hänsch, and Immanuel Bloch. Collapse and revival of the matter wave field of a Bose-Einstein condensate. *Nature*, 419(6902):51, September 2002.

- [28] J. R. Ensher, D. S. Jin, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Bose-Einstein condensation in a dilute gas: Measurement of energy and ground-state occupation. *Phys. Rev. Lett.*, 77(25):4984, December 1996.
- [29] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, and W. Ketterle. Bose-Einstein condensation in a tightly confining dc magnetic trap. *Phys. Rev. Lett.*, 77(3):416, July 1996.
- [30] F. Gerbier, J. H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect. Critical temperature of a trapped, weakly interacting Bose gas. *Phys. Rev. Lett.*, 92:030405, 2004.
- [31] M. R. Andrews, D. M. Kurn, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, C. G. Townsend, S. Inouye, and W. Ketterle. Propagation of sound in a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 79(4):553, July 1997. *ibid.* **80**, 2967 (1998).
- [32] K. Bongs, S. Burger, G. Birkel, K. Sengstock, W. Ertmer, K. Rzażewski, A. Sanpera, and M. Lewenstein. Coherent evolution of bouncing Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 83(18):3577, November 1999.
- [33] L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, M. Trippenbach, Y. Band, P. S. Julienne, J. E. Simsarian, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips. Four-wave mixing with matter waves. *Nature*, 398(6724):218, March 1999.
- [34] Dominik Schneble, Yoshio Torii, Micah Boyd, Erik W. Streed, David E. Pritchard, and Wolfgang Ketterle. The onset of matter-wave amplification in a superradiant Bose-Einstein condensate. *Science*, 300:475, April 2003.
- [35] D. S. Jin, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a dilute gas. *Phys. Rev. Lett.*, 77(3):420, July 1996.
- [36] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, and W. Ketterle. Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a magnetic trap. *Phys. Rev. Lett.*, 77(6):988, August 1996.
- [37] S. Burger, K. Bongs, S. Dettmer, W. Ertmer, K. Sengstock, A. Sanpera, G. V. Shlyapnikov, and M. Lewenstein. Dark solitons in Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 83(25):5198, December 1999.
- [38] J. Denschlag, J. E. Simsarian, D. L. Feder, Charles W. Clark, L. A. Collins, J. Cubizolles, L. Deng, E. W. Hagley, K. Helmerson, W. P. Reinhardt, S. L. Rolston, B. I. Schneider, and W. D. Phillips. Generating solitons by phase engineering of a Bose-Einstein condensate. *Science*, 287:97, January 2000.
- [39] B. P. Anderson, P. C. Haljan, C. A. Regal, D. L. Feder, L. A. Collins, C. W. Clark, and E. A. Cornell. Watching dark solitons decay into vortex rings in a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 86(14):2926, April 2001.

-
- [40] L. Khaykovich, F. Schreck, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, L. D. Carr, Y. Castin, and C. Salomon. Formation of a matter-wave bright soliton. *Science*, 296(5571):1290, May 2002.
- [41] M. R. Matthews, B. P. Anderson, P. C. Haljan, D. S. Hall, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Vortices in a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 83(13):2498, September 1999.
- [42] B. P. Anderson, P. C. Haljan, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Vortex precession in Bose-Einstein condensates: Observations with filled and empty cores. *Phys. Rev. Lett.*, 85(14):2857, October 2000.
- [43] K. W. Madison, F. Chevy, W. Wohlleben, and J. Dalibard. Vortex formation in a stirred Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 84(5):806, January 2000.
- [44] J. R. Abo-Shaeer, C. Raman, J. M. Vogels, and W. Ketterle. Observation of vortex lattices in Bose-Einstein condensates. *Science*, 292(5516):476, April 2001.
- [45] P. C. Haljan, I. Coddington, P. Engels, and E. A. Cornell. Driving Bose-Einstein-condensate vorticity with a rotating normal cloud. *Phys. Rev. Lett.*, 87(21):210403, November 2001.
- [46] P. Engels, I. Coddington, P. C. Haljan, V. Schweikhard, and E. A. Cornell. Observation of long-lived vortex aggregates in rapidly rotating Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 90(17):170405, 2003.
- [47] D. S. Jin, M. R. Matthews, J. R. Ensher, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Temperature-dependent damping and frequency shifts in collective excitations of a dilute Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 78(5):764, February 1997.
- [48] D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven. Phase-fluctuating 3d Bose-Einstein condensates in elongated traps. *Phys. Rev. Lett.*, 87:050404, 2001.
- [49] S. Dettmer, D. Hellweg, P. Ryytty, J.J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D.S. Petrov, H. Kreuzmann G.V. Shlyapnikov, L. Santos, and M. Lewenstein. Observation of phase fluctuations in Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 87:160406, 2001.
- [50] S. J. J. M. F. Kokkelmans, H. M. J. Vissers, and B. J. Verhaar. Formation of a Bose condensate of stable molecules via a Feshbach resonance. *Phys. Rev. A*, 63:031601(R), February 2001.
- [51] J. Cubizolles, T. Bourdel, S.J.J.M.F. Kokkelmans, G.V. Shlyapnikov, and C. Salomon. Production of long-lived ultracold Li_2 molecules from a fermi gas. *Phys. Rev. Lett.*, 91(24):240401, 2003.
- [52] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, G. Hendl, S. Riedl, C. Chin, J. Hecker-Denschlag, and R. Grimm. Bose-Einstein condensation of molecules. *Science*, 2003.
- [53] M.W. Zwierlein, C.A. Stan, C.H. Schunck, S.M.F. Raupach, S. Gupta, Z. Hadzibabic, and W. Ketterle. Observation of Bose-Einstein condensation of molecules. *Phys. Rev. Lett.*, 91:250404, 2003.

- [54] D. S. Hall, M. R. Matthews, J. R. Ensher, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Dynamics of component separation in a binary mixture of Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 81(8):1539, August 1998.
- [55] D. S. Hall, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Measurements of relative phase in two-component Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 81(8):1543, August 1998.
- [56] J. M. McGuirk, H. J. Lewandowski, D. M. Harber, T. Nikuni, J. E. Williams, and E. A. Cornell. Spatial resolution of spin waves in an ultracold gas. *Phys. Rev. Lett.*, 89(9):090402, August 2002.
- [57] J.M. McGuirk, D.M. Harber, H.J. Lewandowski, and E.A. Cornell. Normal-superfluid interaction dynamics in a spinor Bose gas. *Phys. Rev. Lett.*, 91:150402, 2003.
- [58] H.J. Lewandowski, J.M. McGuirk, D.M. Harber, and E.A. Cornell. Decoherence-driven cooling of a degenerate spinor Bose gas. *Phys. Rev. Lett.*, 91:240404, 2003.
- [59] T. Ohmi and K. Machida. Bose-Einstein condensation with internal degrees of freedom in alkali atom gases. *J. Phys. Soc. Jap.*, 67(6):1822–1825, 1998.
- [60] Tin-Lun Ho. Spinor Bose condensates in optical traps. *Phys. Rev. Lett.*, 81(4):742, July 1998.
- [61] Wenxian Zhang, Su Yi, and Li You. Mean field ground state of a spin-1 condensate in a magnetic field. *New Journal of Physics*, 5:77.1–77.12, 2003.
- [62] J. Stenger, S. Inouye, D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, and W. Ketterle. Spin domains in ground-state Bose-Einstein condensates. *Nature*, 396:345, November 1999.
- [63] H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, and W. Ketterle. Observation of metastable states in spinor Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 82(11):2228, March 1999.
- [64] D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger, and W. Ketterle. Quantum tunneling across spin domains in a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 83(4):661, July 1999.
- [65] M.-S. Chang, C.D. Hamley, M.D. Barrett, J.A. Sauer, K.M. Fortier, W. Zhang, L. You, and M.S. Chapman. Observation of spinor dynamics in optically trapped ^{87}Rb Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 92(4):140403, 2004.
- [66] Nille N. Klausen, John L. Bohn, and Chris H. Greene. Nature of spinor Bose-Einstein condensates in rubidium. *Phys. Rev. A*, 64:053602, October 2001.
- [67] C. J. Myatt, E. A. Burt, R. W. Ghrist, E. A. Cornell, and C. E. Wieman. Production of two overlapping Bose-Einstein condensates by sympathetic cooling. *Phys. Rev. Lett.*, 78(4):586, January 1997.

- [68] P. S. Julienne, F. H. Mies, E. Tiesinga, and C. J. Williams. Collisional stability of double Bose condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 78(10):1880, March 1997.
- [69] H. Schmaljohann, M. Erhard, J. Kronjäger, M. Kottke, S. van Staa, L. Cacciapuoti, J.J. Arlt, K. Bongs, and K. Sengstock. Dynamics of $F=2$ spinor Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 92(4):040402, 2004.
- [70] Holger Schmaljohann. *Spindynamik in Bose-Einstein Kondensaten*. Dissertation, Universität Hamburg, 2004.
- [71] C. V. Ciobanu, S.-K. Yip, and Tin-Lun Ho. Phase diagrams of $F=2$ spinor Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 61:033607, February 2000.
- [72] Masahito Ueda and Masato Koashi. Theory of spin-2 Bose-Einstein condensates: Spin correlations, magnetic response, and excitation spectra. *Phys. Rev. A*, 65:063602, May 2002.
- [73] Artur Widera, Olaf Mandel, Markus Greiner, Susanne Kreim, Theodor W. Hänsch, and Immanuel Bloch. Entanglement interferometry for precision measurement of atomic scattering properties. *Phys. Rev. Lett.*, 92:160406, 2004.
- [74] Stefano Giovanazzi, Axel Görlitz, and Tilman Pfau. Tuning the dipolar interaction in quantum gases. *Phys. Rev. Lett.*, 89(13):130401, 2002.
- [75] S. Yi, L. You, and H. Pu. Quantum phases of dipolar spinor condensates. *cond-mat/0405494*, 2004.
- [76] W. Ketterle, D. S. Durfee, and D. M. Stamper-Kurn. Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates. In M. Inguscio, S. Stringari, and C. E. Wieman, editors, *Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi*, page 67. IOS Press, 1999.
- [77] E. G. M. van Kempen, S. J. J. M. F. Kokkelmans, D. J. Heinzen, and B. J. Verhaar. Interisotope determination of ultracold rubidium interactions from three high-precision experiments. *Phys. Rev. Lett.*, 88(9):093201, March 2002.
- [78] M. Koashi and M. Ueda. Exact eigenstates and magnetic response of spin-1 and spin-2 Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 84:1066, 2000.
- [79] Wolfgang Ketterle. Spinor condensates and light scattering from Bose-Einstein condensates. *cond-mat/0005001*, 2000.
- [80] Marlan O. Scully and M. Suhail Zubairy. *Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1997.
- [81] C.K. Law, H. Pu, and N.P. Bigelow. Quantum spin mixing in spinor Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 81(24):5257, Dec 1998.
- [82] H. Pu, C. K. Law, S. Raghavan, J. H. Eberly, and N. P. Bigelow. Spin-mixing dynamics of a spinor Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. A*, 60(2):1463, Aug 1999.

- [83] Tin-Lun Ho and V. B. Shenoy. Binary mixtures of Bose condensates of alkali atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 77(16):3276, October 1996.
- [84] E. A. Burt, R. W. Ghrist, C. J. Myatt, M. J. Holland, E. A. Cornell, and C. E. Wieman. Coherence, correlations, and collisions: What one learns about Bose-Einstein condensates from their decay. *Phys. Rev. Lett.*, 79(3):337, July 1997.
- [85] Tomoya Isoshima, Kazushige Machida, and Tetsuo Ohmi. Spin-domain formation in spinor Bose-Einstein condensation. *Phys. Rev. A*, 60(6):4857, December 1999.
- [86] P. Meystre and M. Sargent III. *Elements of quantum optics*. Springer, 1998.
- [87] Die hier vorliegenden Daten wurden in den letzten Tagen vor dem Umzug des Experiments aus der Hamburger Innenstadt ins neue Institutsgebäude in Hamburg-Bahrenfeld gewonnen. Bei Einreichung der Dissertation waren die für eine entsprechende Messung notwendigen Funktionalitäten des Experiments noch nicht wiederhergestellt.
- [88] H.J. Metcalf and P. van der Straten. *Laser cooling and trapping*. Springer, 1999.
- [89] J. Nellessen, J. Werner, and W. Ertmer. Magneto-optical compression of a monoenergetic sodium atomic beam. *Opt. Commun.*, 78:300, 1990.
- [90] E. Riis, D.S. Weiss, K.A. Moler, and S. Chu. Atom funnel for the production of a slow, high-density atomic beam. *Phys. Rev. Lett.*, 64:1658, 1990.
- [91] K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller, and J. T. M. Walraven. Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms. *Phys. Rev. A*, 58(5):3891, November 1998.
- [92] J. Schoser, A. Batär, V. Schweikhard, A. Grabowski, Y.B. Ovchinnikov, and T. Pfau. Intense source of cold Rb atoms from a pure two-dimensional magneto-optical trap. *Phys. Rev. A*, 66:023410–1, 2002.
- [93] N. Poli, R.J. Brecha, G. Roati, and G. Modugno. Cooling atoms in an optical trap by selective parametric excitations. *Phys. Rev. A*, 65:021401, 2002.
- [94] M. Kottke. *Magnetfallen und Signaturen der Eindimensionalität von Bose-Einstein Kondensaten*. Dissertation, Universität Hannover, 2004.
- [95] Lene Vestergaard Hau, B. D. Busch, Chien Liu, Zachary Dutton, Michael M. Burns, and J. A. Golovchenko. Near-resonant spatial images of confined Bose-Einstein condensates in a 4-Dee magnetic bottle. *Phys. Rev. A*, 58(1):R54, July 1998.
- [96] T. Bergeman, Gidon Erez, and Harold Metcalf. Magnetostatic trapping fields for neutral atoms. *Phys. Rev. A*, 35(4):1535, February 1987.
- [97] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, and W. Ketterle. Output coupler for Bose-Einstein condensed atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 78(4):582, January 1997.

- [98] N.V. Vitanov, T. Halfmann, B.W. Shore, and K. Bergmann. Laser-induced population transfer by adiabatic passage techniques. *Annu. Rev. Phys. Chem.*, 52:763, 2001.
- [99] M. R. Matthews, D. S. Hall, D. S. Jin, J. R. Ensher, C. E. Wieman, E. A. Cornell, F. Dalfovo, C. Minniti, and S. Stringari. Dynamical response of a Bose-Einstein condensate to a discontinuous change in internal state. *Phys. Rev. Lett.*, 81(2):243, July 1998.
- [100] Christopher C. Gerry and J.H. Eberly. Dynamics of a raman coupled model interacting with two quantized cavity fields. *Phys. Rev. A*, 42(11):6805, 1990.
- [101] M. Prevedelli, T. Freearde, and T.W. Hänsch. Phase locking of grating-tuned diode lasers. *Appl. Phys. B*, 60:S241–S248, 1995.
- [102] Jochen Kronjäger. Dissertation, Universität Hamburg, unveröffentlicht.
- [103] M. R. Matthews, B. P. Anderson, P. C. Haljan, D. S. Hall, M. J. Holland, J. E. Williams, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Watching a superfluid untwist itself: Recurrence of Rabi oscillations in a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 83(17):3358, October 1999.
- [104] K. Toyoda, Y. Takahashi, and T Yabuzaki. Magnetic resonance imaging of Bose-Einstein condensates. *Appl. Phys. B*, 74:115, 2002.
- [105] Sebastian van Staa. Entwicklung und Realisierung einer optischen Dipolfalle für ^{87}Rb Bose-Einstein Kondensate. Diplomarbeit, Universität Hamburg, 2003.
- [106] Rodney Loudon. *The Quantum Theory of Light*. Oxford University Press, 2001.
- [107] Frits Zernike. How I discovered phase contrast. In *Nobel Lectures, Physics 1942–1962*. Elsevier Publishing Company, Amsterdam, 1964.
- [108] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y.B. Ovchinnikov. Optical dipole traps for neutral atoms. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, 42:95, 2000.
- [109] Claude Cohen-Tannoudji and Jacques Dupont-Roc. Experimental study of Zeeman light shifts in weak magnetic fields. *Phys. Rev. A*, 5(2):968, 1972.
- [110] K.L. Corwin, S.J.M. Kuppens, D. Cho, and C.E. Wieman. Spin-polarized atoms in a circularly polarized optical dipole trap. *Phys. Rev. Lett.*, 83(7):1311, 1999.
- [111] Iacopo Carusotto and Erich J. Mueller. Imaging of spinor gases. *cond-mat/0310687*, 2003.
- [112] H.G. Dehmelt. Modulation of a light beam by precessing absorbing atoms. *Phys. Rev.*, 105(6):1924, 1957.
- [113] D. Budker, D.F. Kimball, S.M. Rochester, V.V. Yashchuk, and M. Zolotarev. Sensitive magnetometry based on nonlinear magneto-optical rotation. *Phys. Rev. A*, 62:0430403, 2000.

- [114] D. Budker, W. Gawlik, D.F. Kimball, S.M. Rochester, V.V. Yashchuk, and A. Weis. Resonant nonlinear magneto-optical effects in atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 74:1153, 2002.
- [115] T. Isayama, Y. Takahashi, N. Tanaka, K. Toyoda, K. Ishikawa, and T. Yabuzaki. Observation of Larmor spin precession of laser-cooled Rb atoms via paramagnetic Faraday rotation. *Phys. Rev. A*, 59(6):4836, 1999.
- [116] Y. Takahashi, K. Honda, N. Tanaka, K. Toyoda, K. Ishikawa, and T. Yabuzaki. Quantum nondemolition measurement of spin via the paramagnetic Faraday rotation. *Phys. Rev. A*, 60(6):4974, 1999.
- [117] Elena Cerboneschi, Carlo Menchini, and Ennio Arimondo. Monte Carlo simulations of Bose-Einstein condensation of trapped atoms. *Phys. Rev. A*, 62:013606, June 2000.
- [118] J. T. M. Walraven and Isaac F. Silvera. Density, magnetization, compression, and thermal leakage of low-temperature atomic hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 44(3):168, January 1980.
- [119] R. Sprik and J. T. M. Walraven. Compression of spin-polarized hydrogen to high density. *Phys. Rev. Lett.*, 51(6):479, August 1983. *ibid.* **51**, 942 (1983).
- [120] P. W. H. Pinkse, A. Mosk, M. Weidemüller, M. W. Reynolds, T. W. Hijmans, and J. T. M. Walraven. Adiabatically changing the phase-space density of a trapped Bose gas. *Phys. Rev. Lett.*, 78(6):990, February 1997.
- [121] D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger, and W. Ketterle. Reversible formation of a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 81(11):2194, September 1998.
- [122] C. W. Gardiner and P. Zoller. Quantum kinetic theory. V. Quantum kinetic master equation for mutual interaction of condensate and noncondensate. *Phys. Rev. A*, 61:033601, February 2000.
- [123] S. A. Morgan, M. Rusch, D. A. W. Hutchinson, and K. Burnett. Quantitative test of thermal field theory for Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 91:250403, 2003.
- [124] K. Góral, M. Gajda, and K. Rzążewski. Thermodynamics of an interacting trapped Bose-Einstein gas in the classical field approximation. *Phys. Rev. A*, 66:051602, 2002.
- [125] B. Jackson and E. Zaremba. Modeling Bose-Einstein condensed gases at finite temperatures with N-body simulations. *Phys. Rev. A*, 66:033606, 2002.
- [126] J. Söding, D. Guéry-Odelin, P. Desbiolles, F. Chevy, H. Inamori, and J. Dalibard. Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate. *Appl. Phys. B*, 69(4):257, October 1999.

- [127] D. Jaksch, C. W. Gardiner, K. M. Gheri, and P. Zoller. Quantum kinetic theory. IV. intensity and amplitude fluctuations of a Bose-Einstein condensate at finite temperature including trap loss. *Phys. Rev. A*, 58(2):1450, August 1998.
- [128] H. Feshbach. *Theoretical Nuclear Physics*. Wiley, New York, 1992.
- [129] A.J. Moerdijk, B.J. Verhaar, and A. Axelsson. Resonances in ultracold collisions of ^6Li , ^7Li , and ^{23}Na . *Phys. Rev. A*, 51(6):4852, 1995.
- [130] Ph. Courteille, R. S. Freeland, D. J. Heinzen, F. A. van Abeelen, and B. J. Verhaar. Observation of a Feshbach resonance in cold atom scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 81(1):69, July 1998.
- [131] J. L. Roberts, N. R. Claussen, James P. Burke, Jr., Chris H. Greene, E. A. Cornell, and C. E. Wieman. Resonant magnetic field control of elastic scattering of cold ^{85}Rb . *Phys. Rev. Lett.*, 81(23):5109, December 1998.
- [132] Vladan Vuletić, Andrew J. Kerman, Cheng Chin, and Steven Chu. Observation of low-field feshbach resonances in collisions of cesium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 82(7):1406, February 1999.
- [133] T. Loftus, C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin. Resonant control of elastic collisions in an optically trapped Fermi gas of atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 88(17):173201, April 2002.
- [134] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle. Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate. *Nature*, 392(0):151, March 1998.
- [135] J. Stenger, S. Inouye, M. R. Andrews, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle. Strongly enhanced inelastic collisions in a Bose-Einstein condensate near Feshbach resonances. *Phys. Rev. Lett.*, 82(12):2422, March 1999.
- [136] A. Marte, T. Volz, J. Schuster, S. Dürr, G. Rempe, E. G. M. van Kempen, and B. J. Verhaar. Feshbach resonances in rubidium 87: Precision measurement and analysis. *Phys. Rev. Lett.*, 89(28):283202, December 2002.
- [137] N.R. Claussen, S.J.J.M.F. Kokkelmans, S.T. Thompson, E.A. Donley, E. Hodby, and C.E. Wieman. Very-high-precision bound-state spectroscopy near a ^{85}Rb Feshbach resonance. *Phys. Rev. A*, 67:060701(R), 2003.
- [138] Thomas Volz, Stephan Dürr, Sebastian Ernst, Andreas Marte, and Gerhard Rempe. Characterization of elastic scattering near a feshbach resonance in rubidium 87. *cond-mat/0305180*, 2003.
- [139] Tino Weber, Jens Herbig, Michael Mark, Hanns-Christoph Nägerl, and Rudolf Grimm. Three-body recombination at large scattering lengths in an ultracold atomic gas. *physics/0304052*, 2003.

-
- [140] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell, and C. E. Wieman. Stable ^{85}Rb Bose-Einstein condensates with widely tunable interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 85(9):1795, August 2000.
- [141] Elizabeth A. Donley, Neil R. Claussen, Simon L. Cornish, Jacob L. Roberts, Eric A. Cornell, and Carl E. Wieman. Dynamics of collapsing and exploding Bose-Einstein condensates. *Nature*, 412(6844):295, July 2001.
- [142] Tino Weber, Jens Herbig, Michael Mark, Hanns-Christoph Nägerl, and Rudolf Grimm. Bose-Einstein condensation of cesium. *Science*, 299:232, January 2003.
- [143] Elizabeth A. Donley, Neil R. Claussen, Sarah T. Thompson, and Carl E. Wieman. Atom-molecule coherence in a Bose-Einstein condensate. *Nature*, 417:529, May 2002.
- [144] J. Herbig, T. Kraemer, M. Mark, T. Weber, C. Chin, H.-C. Nägerl, and R. Grimm. Preparation of a pure molecular quantum gas. *Science*, 301:1510, 2003.
- [145] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, G. Hendl, C. Chin, J. Hecker-Denschlag, and R. Grimm. Pure gas of optically trapped molecules created from fermionic atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 91(24):240202, 2003.
- [146] Stephan Dürr, Thomas Volz, Andreas Marte, and Gerhard Rempe. Observation of molecules produced from a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 92(2):020406, 2004.
- [147] Paul S. Julienne, Eite Tiesinga, and Thorsten Köhler. Making cold molecules by time-dependent Feshbach resonances. *cond-mat/0312492*, 2003.
- [148] M. Theis, C. Thalhammer, K. Winkler, M. Hellwig, G. Ruff, R. Grimm, and J. Hecker-Denschlag. Tuning the scattering length with an optically induced Feshbach resonance. *cond-mat/0404514*, 2004.
- [149] N. R. Newbury, C. J. Myatt, and C. E. Wieman. S-wave elastic collisions between cold ground-state ^{87}Rb atoms. *Phys. Rev. A*, 51(4):R2680, April 1995.
- [150] E. Tiemann. Private Mitteilung, 2004.
- [151] E. G. M. van Kempen and B. J. Verhaar. Private Mitteilung.
- [152] G. Breit and I.I. Rabi. Measurement of nuclear spin. *Phys. Rev.*, page 2082, 1931.
- [153] Theo Mayer-Kuckuk. *Atomphysik*. Teubner, 1997.
- [154] E. Arimondo, M. Inguscio, and P. Violino. Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 49(1):31, 1977.
- [155] A. Sørensen, L.-M. Duan, J.I. Cirac, and P. Zoller. Many-particle entanglement with Bose-Einstein condensates. *Nature*, 409:63, 2001.
- [156] L.-M. Duan, J. I. Cirac, and P. Zoller. Quantum entanglement in spinor Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 65:033619, February 2002.

-
- [157] M. Zhang, Kristian Helmerson, and L. You. Entanglement and spin squeezing of Bose-Einstein-condensed atoms. *Phys. Rev. A*, 68:043622, 2003.
- [158] XuBo Zou, K. Pahlke, and W. Mathis. Quantum entanglement of many atoms in spinor Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 69(053608):2004, 2004.
- [159] J.P. Burke, P.S. Julienne, C.J. Williams, Y.B. Band, and M. Trippenbach. Four-wave mixing in BEC systems with multiple spin states. *cond-mat/0404499*, 2004.
- [160] Th. Busch and J. R. Anglin. Dark-bright solitons in inhomogeneous Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 87(1):010401, July 2001.
- [161] Han Pu, Weiping Zhang, and Pierre Meystre. Ferromagnetism in a lattice of Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 87:140405, 2001.
- [162] Weiping Zhang, Han Pu, Chris Search, and Pierre Meystre. Spin waves in a Bose-Einstein-condensed atomic spin chain. *Phys. Rev. Lett.*, 88(6):060401, 2002.
- [163] Kevin Gross, Chris P. Search, Han Pu, Weiping Zhang, and Pierre Meystre. Magnetism in a lattice of spinor Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 66:033603, 2002.
- [164] P.W. Anderson and G. Toulouse. Phase slippage without vortex cores: Vortex textures in superfluid ^3He . *Phys. Rev. Lett.*, 38:508, 1977.
- [165] N.D. Mermin and T.-L. Ho. Circulation and angular momentum in the a phase of superfluid Helium-3. *Phys. Rev. Lett.*, 36:594, 1976.
- [166] A. E. Leanhardt, A. Görlitz, A. P. Chikkatur, D. Kielpinski, Y. Shin, D. E. Pritchard, and W. Ketterle. Imprinting vortices in a Bose-Einstein condensate using topological phases. *Phys. Rev. Lett.*, 89(19):190403, November 2002.
- [167] A. E. Leanhardt, Y. Shin, A. P. Chikkatur, D. Kielpinski, W. Ketterle, and D. E. Pritchard. Bose-Einstein condensates near a microfabricated surface. *Phys. Rev. Lett.*, 90(10):100404, March 2003.
- [168] M. Möttönen, N. Matsumoto, M. Nakahra, and T. Ohmi. Continuous creation of a vortex in a Bose-Einstein condensate with hyperfine spin $F=2$. *J. Phys.: Condens. Matter*, 49:13481, 2002.
- [169] C.J. Pethick and H. Smith. *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*. Cambridge University Press, 2002.
- [170] L. Pitaevskii and S. Stringari. *Bose-Einstein condensation*. Oxford University Press, 2003.
- [171] Y. Castin and R. Dum. Bose-Einstein condensates in time-dependent traps. *Phys. Rev. Lett.*, 77(27):5315, December 1996.
- [172] Jan Arlt. Private Mitteilung, 2004. Hier wurde der Pulsgenerator durch einen externen Einplatinencomputer von Martin Zinner realisiert.

- [173] Haiyin Sun. Thin lens equation for a real laser beam with weak lens aperture truncation. *Opt. Eng.*, 37:2906, 1998.
- [174] Martin Zinner, 2003. Private Mitteilung.

Publikationsliste

Im Rahmen dieser Arbeit sind folgende Publikationen entstanden:

1. H. Schmaljohann, M. Erhard, J. Kronjäger, M. Kottke, S. van Staa, L. Cacciapuoti, J.J. Arlt, K. Bongs and K. Sengstock, *Dynamics of $F=2$ Spinor Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. 92, 040402 (2004).
2. M. Erhard, H. Schmaljohann, J. Kronjäger, K. Bongs and K. Sengstock, *Measurement of a Mixed-Spin-Channel Feshbach Resonance in Rubidium 87*, Phys. Rev. A 69, 032705 (2004).
3. H. Schmaljohann, M. Erhard, J. Kronjäger, M. Kottke, S. van Staa, J.J. Arlt, K. Bongs and K. Sengstock, *Magnetism in Ultracold Quantum Gases*, angenommen zur Veröffentlichung in Las. Phys. (2004)
4. H. Schmaljohann, M. Erhard, J. Kronjäger, M. Kottke, S. van Staa, J.J. Arlt, K. Bongs and K. Sengstock, *Spin Evolution in Ultracold Quantum Gases*, angenommen zur Veröffentlichung in J. Mod. Opt. (2004)
5. M. Erhard, H. Schmaljohann, J. Kronjäger, K. Bongs and K. Sengstock, *Bose-Einstein condensation at constant temperature*, Phys. Rev. A 70, 031602(R) (2004)

Danksagung

Diese Dissertation wäre nicht ohne die tatkräftige Unterstützung anderer entstanden, denen von ganzem Herzen mein Dank gilt:

- Prof. Dr. Klaus Sengstock für die Möglichkeit, auf dem Gebiet der Bose-Einstein-Kondensation meine Dissertation anfertigen zu können. Seine unermüdliche und uneingeschränkte Begeisterung gegenüber Fortschritten und neuesten Ergebnissen aus dem Labor, sein Optimismus, seine ausdauernde Diskussionsfähigkeit und die fortwährende Unterstützung auch bei Meinungsverschiedenheiten haben wesentlichen Anteil am erfolgreichen Abschluss dieser Arbeit.
- Prof. Dr. Daniela Pfannkuche für die Übernahme des Zweitgutachtens.
- Dr. Kai Bongs für die zahlreichen Diskussionen und sein ebenfalls ausdauerndes Interesse an den neuesten Ergebnissen im Labor.
- Holger Schmaljohann für die freundschaftliche und effektive Zusammenarbeit beim Aufbau des Experiments. Die oft kontrovers geführten Diskussionen haben das Experiment stets konstruktiv weitergebracht. Nicht zu vergessen sind die vielen Nachschichten, die neben öfteren Fortschritten des Experiments jedenfalls fast immer die Wirtschaft angekurbelt haben.
- Jochen Kronjäger für die gute Zusammenarbeit und Diskussionen nicht nur physikalischer Art und den weiteren Mitgliedern des BEC-Teams: Markus Kottke aus Hannover für den geduldigen und sorgfältigen Aufbau der Magnetfalle, Sebastian van Staa, Christoph Becker und Thomas Garl.
- Silke Ospelkaus-Schwarzer und Christian Ospelkaus für den physikalischen und nicht-physikalischen Zeitvertreib und Zusammenhalt in der Gruppe.
- Allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Arbeitsgruppe 'ultrakalte Quantengase und Spektroskopie' und allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts für Laser-Physik für die Hilfsbereitschaft und angenehme Arbeitsatmosphäre.
- Frank Jonas und seinem Team von der (ehemaligen) Museumswerkstatt in der Jungiusstraße für die kompetente Beratung in mechanischen Fragen und prompte, geduldige und trotz der etwas betagteren Maschinen sehr akurate Umsetzung der vielen Wünsche und Pläne in konkrete Objekte. Von der stets angenehmen und engagierten Zusammenarbeit hat das Experiment, vor allem während seiner 'ersten Tage' in Hamburg, sehr profitiert.
- Allen Kolleginnen und Kollegen während meiner Zeit in Hannover für das tolle Arbeitsklima und auch die vielen Aktionen abseits der kalten Atome.
- Nicht zuletzt möchte ich meinen Freunden und meiner Familie danken — ohne ihre stete Unterstützung, ihr Verständnis und ihre Geduld wäre diese Arbeit undenkbar gewesen!