Geld und Wirtschaftswachstum — eine Erweiterung des Geldkonzepts im Rahmen der neoklassischen Wachstumstheorie

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors
(Dr.rer.pol.)

des Fachbereiches Wirtschaftswissenschaften
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Dipl.-Volkswirt Sebastian Schubart
Hamburg, Juli 1999

Mitglieder der Promotionskommission

Vorsitzender:	Prof. Dr. W. Maennig
Erstgutachter:	Prof. Dr. V. Timmermann
Zweitgutachter:	Prof. Dr. M. Funke

Das wissenschaftliche Gespräch fand am 08. Dezember 1999 statt

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Verzeichnis der mathematischen Symbole

B = Bestand an Innengeld
b = Realer durchschnittlicher Bestand an Innengeld (B/LP)
C = Gesamtwirtschaftlicher Konsum
c = Konsumquote ($1-s$)
F = $F(K,L)$: Gesamtwirtschaftliche Produktionsfunktion (ohne Geld als Faktor)
f = $f(k)$: Produktionsfunktion in der intensiven Form (ohne Geld als Faktor)
G = $G(K,L,M/P)$: Gesamtwirtschaftliche Produktionsfunktion (mit Geld als Faktor)
g = $g(k,m)$: Produktionsfunktion in der intensiven Form (mit Geld als Faktor)
I = Gesamtwirtschaftliche Investition
i = Zinssatz
K = Gesamtwirtschaftlicher Kapitalstock
k = Kapitalintensität (K/L)
L = Bestand an Effizienzeinheiten Arbeit
M = Nominale (Außen-) Geldmenge
m = Realer durchschnittlicher Bestand an (Außen-) Geld (M/LP)
M^d = Gesamtwirtschaftliche nominale Geldnachfrage
m^d = Reale durchschnittliche Geldnachfrage
N = Nachfrageüberhang auf dem Gütermarkt
n = Wachstumsrate der Effizienzeinheiten der Arbeit
P = Preisniveau
r = Rendite des Kapitals
S = Gesamtwirtschaftliche Ersparnis
s = Sparquote
S_K = Anteil der gesamtwirtschaftlichen Ersparnis, der in Sachkapital fließt
σ = s_K: Physische Sparquote. Sparquote, welche die physische Ersparnis (Investition) bestimmt ($\sigma Y = K$).
t = Zeitindex
U = $U(\cdot)$: Gesamtwirtschaftliche Nutzenfunktion
u = $u(\cdot)$: Monotone Transformation der gesamtwirtschaftlichen Nutzenfunktion
w = Lohn
Y = Gesamtwirtschaftliches Einkommen
y = Durchschnittliches Einkommen (Y/L)
Y^v = Gesamtwirtschaftliches verfügbares Einkommen
y^v = Durchschnittliches verfügbares Einkommen (Y^v/L)
α = Exponent des Kapitals in der Produktionsfunktion
β = Exponent des Geldes in der Produktionsfunktion
δ = Abschreibungsrate des Kapitals
μ = Reale durchschnittliche Veränderung der Geldmenge ($\dot{M}/LP$)
ν = Investitionsfunktion ($\nu(k,i,\pi) = I/K$)

π = Inflationsrate ($\hat{P}$)
ϕ = $\phi(M/P)$: Produktionseffizienzmultiplikator in Abhängigkeit der realen Geldmenge
φ = Parameter der Produktionsfunktion
ρ = Zeitpräferenzrate
θ = Grad der Durchsetzung der Investitionspläne gegenüber den Konsumplänen
ξ = Parameter der Nutzenfunktion
ζ = Anpassungsgeschwindigkeit des Preisniveaus
$E(x)$ = Erwartungswert einer beliebigen Variable x
$\dot{x}$ = Ableitung einer Variable x über die Zeit (dx/dt)
$\hat{x}$ = Wachstumsrate einer Variable x ($\dot{x}/x$)

1 Einleitung

1.1 Geld und Wirtschaftswachstum

Bei der wissenschaftlichen Analyse des Wirtschaftswachstums wird zumeist allein das reale Wachstum betrachtet.[1] Der monetäre Aspekt einer Volkswirtschaft wird dabei nicht in das Modell miteinbezogen. Die Rechtfertigung für eine solche Vorgehensweise begründet sich durch die bekannte Dichotomie, was in diesem Zusammenhang bedeutet, daß realer und monetärer Sektor strikt voneinander getrennt sind, so daß sich Änderungen im realen Sektor einer Volkswirtschaft nicht auf den monetären auswirken und umgekehrt.[2] Diese Vorstellung vom Geld als eines reinen Schleiers, der sich über die Gegebenheiten der realen Wirtschaft legt, sie aber in keiner Weise beeinflußt, wird bis heute von Ökonomen vor allem in der Wachstumstheorie vertreten.[3]

Jedoch besteht offensichtlich schon in einem einfachen Modell, in welchem die Einführung von Geld (und sei es Warengeld) in die Volkswirtschaft betrachtet wird, keine Dichotomie zwischen Güter- und Geldmarkt. Denn durch das Geld wird auf allen Märkten ein effizienterer Umtausch möglich als vor seiner Einführung.[4] Die Allokation der Ressourcen kann reibungslos vonstatten gehen. Somit ist schon ein Zusammenhang geschaffen.

Neben diesem Senken der Transaktionskosten kann noch ein weiterer Grund angeführt werden, warum sich – von einer „primitiven" Volkswirtschaft ausgehend – in jeder Volkswirtschaft im Laufe der Zeit eine Geldwirtschaft entwickelt:[5] Geld stimuliert in seiner Rolle als Finanzaktivum das Wirtschaftswachstum direkt. Wenn Finanzaktiva nicht als Wertaufbewahrungsmittel in einer Volkswirtschaft zur Verfügung stehen, so besteht zwar die Möglichkeit der Akkumulation von Sachaktiva.[6] Das entscheidende Manko der Wertaufbewahrung anhand von Realaktiva ist jedoch die fehlende Möglichkeit des Transfers von Ersparnissen, hin zu jenen Wirtschaftssubjekten, welche die maximale Rendite aus einer Investition erwirtschaften können. Durch die Einführung von Geld in die primitive Wirtschaft ist also eine verbesserte Allokation von Investitionsmitteln möglich. Dies wird in einer Marktwirtschaft durch den Preismechanismus erreicht. In diesem Fall ist der Preis der Finanzaktiva der Zins, der an den Verleiher gezahlt wird. Er sorgt dafür, daß immer nur jenes Wirtschaftssubjekt für die nächste geliehene Geldeinheit in Frage kommt, welches damit die höchste Rendite erwirtschaften und an den Gläubiger weiterleiten kann. Durch die Maximierung der letzten erwirtschafteten Rendite – der Grenzrendite – wird die Gesamtrendite und somit das Wirtschaftswachstum erhöht. So werden durch die Einführung von Geld die ersparten Ressourcen in die ertragreichsten Projekte geleitet.

Im Laufe der Geschichte sorgten Krisen auf dem Geldmarkt immer wieder für starke Ein-

[1]Vgl. R. Barro und X. Sala-i-Martin, *Economic Growth*, New York u.a. 1995, S. 14 ff.

[2]Vgl. H. G. Bieri, „Der Streit um die 'Klassische Dichotomie'", *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, Vol. 99, 1963, S. 172.

[3]Vgl. R. Levine, „Financial Development and Economic Growth: Views and Agenda", *Journal of Economic Literature*, Vol. 35, 1997, S. 688.

[4]Vgl. P. Ireland, „Economic Growth, Financial Evolution, and the Long-Run Behavior of Velocity", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 18, 1994, S. 816.

[5]Vgl. E.-M. Claassen, *Probleme der Geldtheorie*, Berlin 1970, S. 61 ff.

[6]Jedoch kann diese zweite Möglichkeit unter anderem aufgrund von Problemen der Lagerhaltung und der Bewertung nicht der Akkumulation von Finanzaktiva gleichgesetzt werden.

brüche im realen Teil der Wirtschaft.[7] Wird zum Beispiel die extremste Veränderung betrachtet, die auf dem Geldmarkt möglich ist, nämlich die komplette Auflösung des Geldmarktes (zum Beispiel in Zeiten galoppierender Inflation), so beeinflußt diese Veränderung auf dem Geldmarkt sehr deutlich die Effizienz auf dem Gütermarkt.

Es gibt jedoch nach wie vor Autoren, die eine langfristige Neutralität des Geldes vertreten.[8] Das würde bedeuten, daß in Wachstumsmodellen keine Wirkungen des Geldes auf den Gütermarkt oder auf das Wirtschaftswachstum berücksichtigt werden müssen. Da hier jedoch davon ausgegangen wird, daß Geld sehr wohl einen Einfluß auf das Wirtschaftswachstum haben kann und andere Autoren dies auch empirisch belegen,[9] wird im weiteren die Existenz eines solchen Einflusses vorausgesetzt und seine Ausprägung näher untersucht. Als Grundlage dazu dienen neoklassische Wachstumsmodelle, die jedoch in ihrer Mehrheit Geld nicht modellieren (und dadurch implizit als neutral betrachten). Aber auch die wenigen monetären neoklassischen Wachstumsmodelle berücksichtigen Geld meist nur in sehr eingeschränkter Weise und erhalten keine eindeutigen Ergebnisse. Deshalb werden sie in dieser Arbeit durch ein umfassenderes Verständnis von Geld erweitert. Wie das im einzelnen geschehen soll, wird im nächsten Abschnitt vorgestellt.

1.2 Vorgehensweise

In Kapitel 2 wird zunächst das Wachstumsmodell von Solow dargelegt, das die Grundlage der in dieser Arbeit vorgestellten Wachstumsmodelle bildet. Bei diesem Modell ist Geld – wenn angenommen wird, daß es implizit im Modell enthalten ist – vollkommen neutral. Um ein Modell zu entwickeln, in dem Geld nicht neutral ist, wird auf der Basis des Modells von Solow eine explizite Form von Geld eingeführt.

Dabei liegt das Ziel der Untersuchung darin, die Auswirkungen einer expliziten Betrachtung von Geld auf Modellergebnisse der Wachstumstheorie zu untersuchen. Es sollen also nicht die Ursachen des Wachstums untersucht werden, sondern nur die Veränderung die das Wachstum durch Geld erfährt. Daher wird bewußt auf Ansätze der neuen Wachstumstheorie verzichtet, deren wichtigstes Anliegen die Endogenisierung des Wachstumsprozesses ist. Diese Endogenisierung hat eine ganz andere Zielsetzung und liefert daher auch keine relevanten Ergebnisse bezüglich der Einführung von Geld, die nicht von neoklassischen monetären Wachstumsmodellen erbracht werden, welche auf dem Modell von Solow aufbauen.[10]

Durch die einheitliche Untersuchung anhand neoklassischer Wachstumsmodelle kann gezielt

[7] Vgl. R. Gaettens, *Inflationen*, München 1955, S. 15 ff.

[8] Vgl. zum Beispiel R. King und M. Watson, „Testing Long Run Neutrality“, *NBER Working Paper*, No. 4156, Cambridge (MA) 1992, S. 18 f. und I. Moosa, „Testing the Long-Run Neutrality of Money in a Developing Economy: The Case of India“, *Journal of Development Economics*, Vol. 53, 1997, S. 153.

[9] Vgl. zum Beispiel M. Fisher und J. Seater, „Long-Run Neutrality and Superneutrality in an ARIMA Framework“, *American Economic Review*, Vol. 83, 1993, S. 414 f. und V. Chari, L. Jones und R. Manuelli, „The Growth Effects of Monetary Policy“, *Federeal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, Vol. 19, 1995, S. 30.

[10] Vgl. zum Beispiel F. van der Ploeg und G. Alogoskoufis, „Money and Endogenous Growth“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 26, 1994, S. 788 f. und W. Ho, „Imperfect Information, Money, and Economic Growth“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 28, 1996, S. 597 f.

das Augenmerk auf Wachstumseffekte des Geldes gerichtet werden, ohne auf die Diskussion des technischen Fortschrittes eingehen zu müssen.

In einem ersten Schritt wird ein Modell von TOBIN vorgestellt, das Geld explizit betrachtet und deutlich macht, daß es nicht neutral ist. Nicht zufriedenstellend ist bei diesem Modell jedoch, daß zum ersten das Geld einen negativen Effekt auf den Output hat und zum zweiten keine Anpassungsmechanismen definiert werden.

Anhand einer Betrachtung von KEYNES-WICKSELL-Wachstumsmodellen wird aber gezeigt, daß sich auch explizite Modellierung der Anpassungsvorgänge mit dem in dieser Arbeit entwickelten Instrumentarium darstellen lassen und daß die monetären neoklassischen Modelle – über bestimmte Annahmen an die Parameter – als Sonderfälle der KEYNES-WICKSELL-Modelle dargestellt werden können.

Außerdem werden zwei übliche Erweiterungen dieses Modells vorgestellt, welche die negative Auswirkung einer Einführung von Geld auf die gleichgewichtige Kapitalintensität zu mildern suchen:[11] Zum einen wird Geld in die Nutzenfunktion aufgenommen, zum anderen in die Produktionsfunktion. Im Anschluß werden die unterschiedlichen Ansätze und ihre Auswirkungen in einem Überblick nebeneinandergestellt.

In Kapitel 3 wird das umfassendere Verständnis von Geld vorgestellt, das M. FRIEDMAN in seinem Ansatz zur „optimalen Geldmenge“ benutzt und in ein monetäres neoklassisches Wachstumsmodell eingebettet. M. FRIEDMAN stellt in diesem Ansatz dar, wie Geld in verschiedenen Ausprägungen modelliert werden kann. Dabei wird die Behandlung von Kredit in Form von Obligationen als Innengeld definiert und in dieser Ausprägung eingeführt. Dazu wird die besondere Rolle des Geldes von FRIEDMAN in die Notation der neoklassischen Wachstumsmodelle überführt. Das Ergebnis ist ein Wachstumsmodell, das eine erweiterte Form von Geld beinhaltet, die sowohl Außen- als auch Innengeld berücksichtigt, sowie Wirkungen von Geld auf die Produktion und auf den Nutzen modelliert. Aber auch dieses Modell kann in dieser allgemeinen Form nicht eindeutig zeigen, daß sich im Gleichgewicht der Kapitalbestand pro Kopf durch die Einführung von Geld erhöht.

Daher wird in Kapitel 4 das Modell numerisch approximiert. Als Werte für die einzelnen Parameter werden dabei Ergebnisse von unterschiedlichen empirischen Schätzungen in der Literatur verwendet. Speziell für die Parameter, die das Gewicht des Geldes in der Nutzen- und Produktionsfunktion bestimmen, können aus der Literatur jedoch keine Werte gewonnen werden. Die gleichgewichtige Kapitalintensität wird für unterschiedliche Niveaus dieser Parameter numerisch approximiert. Dabei wird deutlich, daß sich die gleichgewichtige Kapitalintensität in diesem Modell durch die Einführung von Geld deutlich erhöht es sei denn für die Parameter in der Nutzen- und Produktionsfunktion werden extrem geringe (und unwahrscheinliche) Parameterwerte angenommen. An diesem Ergebnis ändert sich nichts, wenn in einer Sensitivitätsanalyse anderen Parametern eine gewisse Variationsbreite eingeräumt wird.

In einer Zusammenfassung (Kapitel 5) wird abschließend dargelegt, daß Geld – in der hier vorgestellten Modellierung – nicht neutral ist sondern durch seine Einführung die gleichgewichtige Kapitalintensität einer Volkswirtschaft zunimmt.

[11] Einen guten Überblick über solche Ansätze liefert A. MARTY, „Notes on Money and Economic Growth“, *Journal of Money, Credit, and Banking,* Vol. 1, 1969, S. 252-265.

2 Monetäre neoklassische Wachstumsmodelle

Der Ansatzpunkt für die ersten Versuche, Geld in ein Wachstumsmodell einzubinden, ist das klassische Wachstumsmodell von R. SOLOW.[12] Dieses Modell dient der weiteren Untersuchung als Grundlage und wird deshalb hier kurz vorgestellt.

Die erste Integration des monetären Sektors in ein neoklassisches Wachstumsmodell geht auf J. TOBIN zurück.[13] Dabei wird das Standard-Wachstumsmodell von SOLOW um einen monetären Sektor erweitert. So wird im neoklassischen Modellrahmen eine Alternative zur Investition möglich. Das heißt, daß das modellierte Wirtschaftssubjekt nun nicht nur zwischen Konsum und Sparen entscheiden kann, sondern auch die Form des Sparens.[14] Geld wird hier also auch als ein Substitut gegenüber der Investition in Sachkapital gesehen.

Die beiden anschließend dargestellten Versuche, das TOBINsche Modell zu erweitern, indem die verschiedenen Eigenschaften des Geldes berücksichtigt werden, gehen auf LEVHARI und PATINKIN zurück.[15] Dabei wird das Geld zum einen als Nutzen spendendes Gut und zum anderen als ein Produktionsfaktor betrachtet.

2.1 Das neoklassische Grundmodell

Folgende Annahmen sind für die Modellierung entscheidend: Das Modell berücksichtigt nur die Produktion eines Gutes, welches sowohl Konsumgut als auch Kapitalgut ist. Es kann also entweder konsumiert oder investiert werden. Dabei wird keine Abschreibung auf das Kapital berücksichtigt. Das Modell wird dadurch übersichtlicher und verliert dennoch nicht an Aussagekraft, da sich an der Richtung der Ergebnisse nichts ändert.

Ferner wird kein technischer Fortschritt explizit berücksichtigt.[16] Der sonst durchaus üblichen Einbeziehung von arbeitssparendem (HARROD-neutralem) technischem Fortschritt[17] wird jedoch trotzdem Rechnung getragen: Die Wachstumsrate der Arbeitskräfte kann problemlos eine exogen bestimmte (und es handelt sich in vergleichbaren Modellen immer um **exogenen** technischen Fortschritt) Rate der Effizienzsteigerung der Arbeit mit beinhalten.[18]

Es soll zunächst der Wachstumspfad des Modells an sich betrachtet werden, um dann zu beobachten, wie sich Veränderungen der monetären Parameter auswirken. Im Idealfall soll sogar

[12]In der Literatur wird auch oft der Doppelname SOLOW-SWAN für diese Art der neoklassischen Wachstumsmodelle benutzt, da diese beiden Autoren in demselben Jahr unabhängig voneinander dazu veröffentlichten. Vgl. R. SOLOW, „A Contribution to the Theory of Economic Growth“, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 70, 1956, S. 65-94 und T. SWAN, „Economic Growth and Capital Accumulation“, *Economic Record*, Vol. 32, 1956, S. 334-361.

[13]Vgl. J. TOBIN, „Money and Economic Growth“, *Econometrica*, Vol. 33, 1965, S.671-684 und „The Neutrality of Money in Growth Models: A Comment“, *Economica*, Vol. 34, 1967, S.69-74.

[14]Vgl. J. TOBIN, „A General Equilibrium Approach to Monetary Theory“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 16.

[15]Vgl. D. LEVHARI und D. PATINKIN, „The Role of Money in a Simple Growth Model“, *American Economic Review*, 1968, S. 713-753.

[16]Vgl. R. SOLOW, *Wachstumstheorie — Darstellung und Anwendung*, deutsche Ausgabe Göttingen 1971, S. 41 ff.

[17]Vgl. zum Beispiel H. JOHNSON, „The Neo-Classical One-Sector Growth Model: A Geometrical Exposition and Extension to a Monetary Economy“, *Economica*, Vol. 33, 1966, S. 275.

[18]Vgl. R. SOLOW, „Growth Theory and After“, *Nobel Price Lecture*, Stockholm 8.12.1987.

noch zwischen einem Wachstumspfad mit Geld und einem ohne Geld unterschieden werden. Dies ist gerade bei dem TOBIN-Modell anschaulich zu realisieren, da es eine relativ einfache Erweiterung des Wachstumsmodells von SOLOW ist.

Das folgende neoklassische Wachstumsmodell beruht auf der Annahme, daß alle Märkte über den gesamten Beobachtungszeitraum durch die vollkommen flexibel angenommenen Preise geräumt sind. Das Herzstück dieses Wachstumsmodells ist die Produktionsfunktion. Sie bestimmt die Abhängigkeit der Produktion (und somit auch des Einkommens) Y von den beiden Faktoren Arbeit L und Kapital K:

$$Y = F(L, K)\,.$$

Dabei soll L das Maß für die Arbeitsmenge in Effizienzeinheiten[19] sein (daher auch die Möglichkeit hier HARROD-neutralen technischen Fortschritt inkorporieren zu können).

Dieser Ansatz ist mikroökonomisch, da er sich ursprünglich auf die Produktion eines einzelnen Unternehmens bezieht. Jedoch wird mittels der Aggregationsmethode des *repräsentativen Wirtschaftssubjektes* auf die gesamte Volkswirtschaft geschlossen. Das heißt, daß die gesamte Volkswirtschaft wie ein geschlossen agierendes Wirtschaftssubjekt betrachtet wird. Also gibt es auch für alle Unternehmen eine gemeinsame Produktionsfunktion. Die Produktionstechnik ist substitutional. Dies ist auch der hauptsächliche Unterschied zu der linear-limitationalen Produktion im Modell von HARROD und DOMAR.[20]

Es gelten die INADA-Bedingungen:[21]

1. Die Funktion hat positive erste und negative zweite Ableitungen bezüglich der einzelnen Faktoren:
$$\frac{\partial F(L,K)}{\partial K} > 0\,, \frac{\partial F(L,K)}{\partial L} > 0$$
$$\frac{\partial^2 F(L,K)}{\partial K^2} < 0\,, \frac{\partial^2 F(L,K)}{\partial L^2} < 0$$

2. Die Funktion hat konstante Skalenerträge, das heißt, sie ist homogen vom Grade Eins:
$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)\,\text{für alle}\,\lambda > 0\,.$$

3. Nähern sich die Werte der einzelnen Faktoren Null, gehen die Grenzprodukte gegen Unendlich und bei gegen Unendlich strebenden Werten der Faktoren gehen die Grenzprodukte gegen Null:
$$\lim_{K\to 0} \frac{\partial Y}{\partial K} = \lim_{L\to 0} \frac{\partial Y}{\partial L} = \infty$$
$$\lim_{K\to \infty} \frac{\partial Y}{\partial K} = \lim_{L\to \infty} \frac{\partial Y}{\partial L} = 0$$

[19]Um den Charakter der Arbeitsmenge in Effizienzeinheiten hervorzuheben, könnte sie auch als AL geschrieben werden, wobei A den technischen Fortschritt beziehungsweise die Effizienzsteigerung darstellt und mit einer eigenen Wachstumsrate wächst. Die gesamte Wachstumsrate wäre dann die Summe der einzelnen Wachstumsraten. Diese Darstellungsweise ist jedoch unnötig, wenn angenommen wird, daß L in Effizienzeinheiten gemessen wird.

[20]Vgl. R. HARROD, „An Essay in Dynamic Theory“, *Economic Journal*, Vol. 49, 1939, S. 14-33 und E. DOMAR, „Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment“, *Econometrica*, Vol. 14, 1946, S. 137-147.

[21]Nach K. INADA, „On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalization“, *Review of Economic Studies*, Vol. 30, 1963, S. 119 ff.

Eine andere Darstellung der Produktionsfunktion ist dadurch möglich, daß sie pro effiziente Arbeitseinheiten betrachtet wird.[22]

$$\begin{aligned} \frac{Y}{L} &= F\left(\frac{K}{L}, 1\right), \\ \Rightarrow y &= f(k). \end{aligned} \tag{1}$$

Dabei ist $k = K/L$ die Kapitalintensität in Effizienzeinheiten und $f(k)$ die neue Schreibweise für $F(k, 1)$. Die Ableitung der Funktion $f(k)$ nach der Kapitalintensität k hat dieselben Eigenschaften wie die Ableitung von $F(K, L)$ nach dem Kapitalstock K.[23]

Es ergibt sich also eine Pro-Kopf-Produktionsfunktion, die von der Kapitalintensität abhängig ist. Im weiteren wird gezeigt, wie sich diese Funktion auf lange Frist – bei autonomem Wachstum der Effizienzeinheiten an Arbeit – verhält. Da k als der Quotient von K durch L definiert wurde, ist die Wachstumsrate der Kapitalintensität die Differenz der Wachstumsraten des Kapitalstocks und der Arbeit:

$$\hat{k} = \hat{K} - \hat{L}. \tag{2}$$

Es wird nun angenommen, daß die Wachstumsrate der Arbeit exogen konstant und positiv ist:

$$\hat{L} = n. \tag{3}$$

Ferner stimmen Ersparnis und geplante Investitionen überein. Außerdem sei darauf hingewiesen, daß bei dieser Modellierung nicht zwischen *ex ante* und *ex post* unterschieden wird. Das bedeutet, daß die Pläne der Wirtschaftssubjekte immer in Erfüllung gehen.[24] Daher ist die Zunahme des Kapitalstocks $\dot{K}$ gleich den Investitionen I und gleich der Ersparnis S, die hier ihrerseits linear vom Einkommen Y abhängt:

$$\frac{dK}{dt} \equiv \dot{K} = I = S = sY.$$

Oder etwas übersichtlicher:

$$\dot{K} = sY. \tag{4}$$

Dabei ist die Sparquote s exogen konstant. Das Modell besteht streng genommen also nur aus der Produktionsfunktion (1) mit der erklärenden Variable k, die sich ihrerseits wiederum aus K

[22]Die Möglichkeit, den Faktor $1/L$ in die Produktionsfunktion hineinzumultiplizieren, ist durch die lineare Homogenität gewährleistet.

[23]Für eine Cobb-Douglas Produktionsfunktion ($F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$) sind diese Ableitungen identisch:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(K,L)}{\partial K} &= \frac{df(k)}{dk} \\ \Leftrightarrow \frac{\partial (K^\alpha L^{1-\alpha})}{\partial K} &= \frac{d(k^\alpha)}{dk} \\ \Leftrightarrow \alpha K^{\alpha-1} L^{1-\alpha} &= \alpha k^{\alpha-1} \\ \Leftrightarrow \alpha \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha-1} &= \alpha k^{\alpha-1} \; q.e.d. \end{aligned}$$

[24]Daß dem nicht so sein muß, beziehungsweise ein Unterschied zwischen *ex ante* und *ex post* modelliert werden kann, wird in Abschnitt 2.3 genauer untersucht.

und L zusammensetzt. Das ergibt drei Gleichungen [(1), (3) und (4)] und drei Variablen [Y, K und L]. Das System ist definit.[25]

Um jetzt das Gleichgewicht herzuleiten, müssen diese drei Gleichungen in Gleichung (2) – die aus der Definition von k folgt – eingesetzt werden:

Gleichung (2) läßt sich demnach wie folgt umformen:

$$\begin{aligned} \dot{k} &= \frac{\dot{K}}{L} - nk \\ &= sf(k) - nk\,. \end{aligned} \tag{5}$$

Dabei ist zu beachten, daß die Substitution von $\dot{K}$ durch sY der entscheidende Schritt ist, der später – bei der Einführung von Geld – verändert werden soll. Dieser Substitution liegt die Annahme zugrunde, daß Ersparnis und Investition in Sachkapital in diesem Modell identisch sind.

Diese Gleichung ist schon das formale Endergebnis, anhand dessen alle Aussagen von SOLOW nachvollzogen werden können: Sie besagt, daß sich das *capital deepening* ($\dot{k}$) ergibt, wenn das *capital widening* (nk) von den Investitionen pro Kopf ($sf(k)$) abgezogen wird. Damit die Kapitalausstattung pro Arbeiter steigt, müssen die Investitionen pro Kopf größer sein als die Abnahme der Kapitalintensität durch die Zunahme[26] der Effizienzeinheiten an Arbeit ($sf(k) > nk$). Nur ein Teil der zusätzlichen Investitionen wird dazu aufgewendet, die zusätzlichen Arbeiter mit der gleichen Kapitalmenge auszustatten (*capital widening*). Der Teil, der nicht für das *capital widening* verwendet wird, erhöht die Kapitalintensität insgesamt (*capital deepening*).

Daraus folgt: wenn $sf(k) = nk$ dann ist $\dot{k} = 0$. Wenn sich die Kapitalintensität über die Zeit nicht verändert, so ist zumindest ein Steady State[27] gegeben. Die Wachstumsrate des Kapitals ist dabei genauso hoch wie die der Arbeit n. Wenn also $\dot{k}$ einmal gleich Null ist, so wird sich dieser Wert ohne exogene Schocks nicht mehr verändern.

Um zu zeigen, daß dieser Gleichgewichtspunkt stabil ist, wird Gleichung (5) in Abbildung 1 (S. 8) graphisch dargestellt. Aus dieser Funktionsdarstellung wird deutlich, daß der Wert k^* stabil ist. Denn bei einem höheren Wert für k ist $nk > sf(k)$, was nach Gleichung (5) bedeutet, daß $\dot{k} < 0$. Daher wird k so lange fallen, bis es den Wert k^* mit $\dot{k^*} = sf(k^*) - nk^* = 0$ erreicht. Umgekehrt ist bei einem $k < k^*$ dann $\dot{k} > 0$, was ein Wachstum von k bis zum Erreichen von k^* bedeutet. Der Wert k^* stellt also ein stabiles Gleichgewicht dar.[28]

Dieser dynamische Vorgang ist auch in Abbildung 2 (S. 9) zu erkennen. Da die abhängige Variable hier die Veränderung der unabhängigen ist, bedeutet ein positiver Wert auf der Ordinate eine Vergrößerung der unabhängigen im Zeitablauf, was eine Verschiebung nach rechts zur Folge hat. Ein negativer Wert bewirkt dagegen eine Verringerung; das heißt eine Verschiebung nach

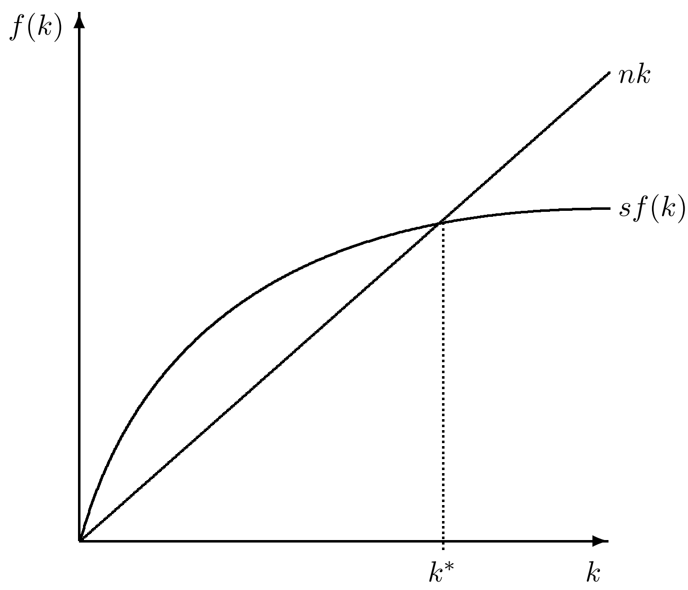
[25] Streng genommen müßten die Variablen, die nur von der Zeit abhängen, als Funktionen derselben geschrieben werden. Deshalb ist die korrekte Schreibweise für L: $L(t) = L(0)e^{nt}$. Um aber die Übersicht zu wahren, soll im weiteren für diese Variablen mit exogen vorgegebener Veränderungsrate kein Zeitindex geschrieben werden.

[26] Dabei spielt es keine Rolle, ob diese Zunahme durch Bevölkerungswachstum oder technischen Fortschritt geschieht.

[27] Zur Defnition, wie der Begriff Steady State in dieser Arbeit verwendet wird, vgl. Anhang A.1 auf S. 83.

[28] Der Vollständigkeit halber sei hier noch erwähnt, daß der Ursprungspunkt auch eine Lösung darstellt. Aber eine sehr unrealistische, da eine Volkswirtschaft ohne jedwedes Kapital schwer vorstellbar ist. Schon bei einem minimalen Kapitalstock wird sich das System zu k^* hin entwickeln.

Abbildung 1: Gleichgewichtige Kapitalintensität



Quelle: R. Solow, „A Contribution to the Theory of Economic Growth“, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 70, 1956, S. 70.

links. Bei einem Schnittpunkt mit der Abszisse, in dem die Funktion von links oben nach rechts unten schneidet (wie das bei Abbildung 2 der Fall ist), handelt es sich also um ein stabiles Gleichgewicht.

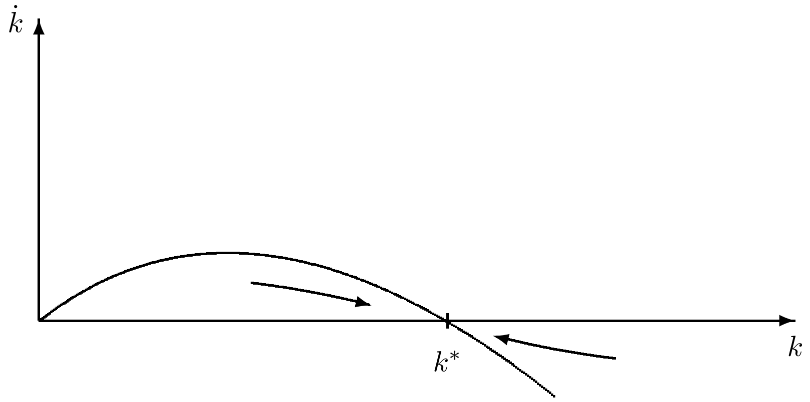
Zusammenfassend sei hier festgestellt, daß sich für ein eindimensionales Wachstumsmodell – mit einer die Inada-Bedingungen erfüllenden Produktionsfunktion – ein stabiler Wachstumspfad ergibt, bei dem die Kapitalintensität einen bestimmten Wert k^* hat. Dieser Wert ist über die Zeit konstant. Die Kapitalintensität hat also einen Gleichgewichtswert, der sich nicht im Ablauf des Wirtschaftswachstums verändert. Deshalb wächst das Kapital mit derselben Wachstumsrate wie die Arbeitsausstattung ($\hat{K} = \hat{L} = n$). Das seinerseits bedeutet wiederum, daß das gesamtwirtschaftliche Einkommen und somit auch der Konsum mit derselben Wachstumsrate wachsen ($\hat{C} = \hat{Y} = n$).[29]

Dieses nicht-monetäre Wachstumsmodell kann zwar so verstanden werden, daß es Geld implizit beinhaltet,[30] aber selbst dann wird eine Veränderung auf dem Geldmarkt keine Veränderungen auf dem Gütermarkt nach sich ziehen. Geld hat offenbar keinen Einfluß auf die realen Wirtschaftsabläufe, ist also neutral. Da aber hier – wie eingangs ausgeführt – davon ausgegangen wird, daß Geld gar nicht neutral sein kann, soll es explizit in das Modell eingeführt werden.

[29] Dieses Ergebnis ist übereinstimmend mit der inzwischen allgemein akzeptierten Tatsache, daß das Wachstum einer Wirtschaft durch die nicht produzierten Faktoren (hier also Arbeit) begrenzt ist. Vgl. dazu N. Stern, „The Determinants of Growth“, *Economic Journal*, Vol. 101, 1991, S. 124.

[30] F. Hahn, „On Money and Growth“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 173.

Abbildung 2: Lokale Stabilität der langfristigen Kapitalintensität



Quelle: W. BRANSON, *Macroeconomic Theory and Policy*, New York 1989, S. 581.

2.2 Erweiterung durch TOBIN

Um die SOLOWsche Modellierung sinnvoll zu erweitern, bei der Geld nur implizit berücksichtigt wird und daher auch vollständig neutral ist, führt nun TOBIN[31] in genau dieses Modell einen expliziten monetären Sektor ein. Dabei wird das Geld nur in seiner Funktion als Wertaufbewahrungsmittel betrachtet. Die Wirtschaftssubjekte halten es als Alternative zum Sachkapital. In den folgenden Abschnitten wird gezeigt, daß sich dabei ein neues Niveau der gleichgewichtigen Kapitalintensität ergibt, das unter dem des SOLOWschen Modells liegt. Geld ist dann nicht mehr neutral, aber es wirkt sich negativ auf die Kapitalintensität und somit auch auf den Output aus.

2.2.1 Der Geldmarkt

Die Einführung des Geldes in dieses Modell geschieht durch die Modellierung einer Regierung, die in jeder Betrachtungsperiode eine bestimmte Menge an Geld druckt und in Form von Transfers in die Wirtschaft einbringt. Die Regierung ist außerdem nicht am Wertschöpfungsprozeß der Wirtschaft beteiligt, sondern hat in diesem Modell die alleinige Aufgabe, Geld zu drucken und in Umlauf zu bringen. Aufgrund dieser Definition des Geldes handelt es sich hier um **Außen**geld: Geld ist eine Forderung an ein Organ außerhalb des privaten Sektors, und stellt somit ein Nettoguthaben für die Privaten dar, die hier die gesamte tätige Wirtschaft repräsentieren.

Diese Darstellung des Geldes mit nur dieser einen Funktion – der Wertaufbewahrung – ist sehr eingeschränkt. Geld ist eine Alternative zum Sachkapital bei der Vermögensanlage. So kann Geld zwar problemlos in das Modell eingebunden werden, aber der Preis der für diese starke Vereinfachung gezahlt wird, zeigt sich weiter unten am Ergebnis des Modells.

Aus der Annahme über die Form des Geldes – nämlich nur das zur Wertaufbewahrung von

[31]Vgl. J. TOBIN, „Money and Economic Growth", *Econometrica*, Vol. 33, 1965, S. 671-684 und J. TOBIN, „The Neutrality of Money in Growth Models: A Comment", *Economica*, Vol. 34, 1967, S. 69-74.

der Zentralbank emittierte Außengeld – wird gefolgert, daß die vom Staat in Umlauf gebrachte Geldmenge das gesamte Angebot darstellt. Die reale Geldmenge pro Kopf ist deshalb beschrieben durch

$$\frac{M}{PL} \equiv m\,. \tag{6}$$

Die Variable M steht dabei für die nominale Geldmenge, die hier exogen vom Staat festgesetzt wird und daher das gesamte nominale Geldangebot ausmacht, P steht für das Preisniveau.

Veränderung der Geldmenge

Wenn in jeder Periode durch den Staat neues Geld in Umlauf gebracht wird, so bedeutet dies, daß sich die nominale Geldmenge kontinuierlich verändert. Um zu zeigen, welche Auswirkungen dies hat, soll zunächst die Veränderung der durchschnittlichen Geldmenge, beziehungsweise der Geldmenge pro Kopf untersucht werden.[32] Dazu wird Gleichung (6) in Wachstumsraten dargestellt:

$$\begin{aligned} \hat{m} &= \hat{M} - \hat{P} - \hat{L} \\ &= \hat{M} - \pi - n\,. \end{aligned} \tag{7}$$

Die Wachstumsrate des Preisniveaus wird also durch $\pi \equiv \hat{P}$ dargestellt.

Um die Differentialgleichung zu erhalten, welche die Änderung der realen Geldmenge pro Kopf beschreibt, wird diese Gleichung mit m multipliziert:

$$\dot{m} \equiv \frac{dm}{dt} = \left(\hat{M} - \pi - n\right) m\,. \tag{8}$$

Diese Gleichung erklärt das Verhalten der realen Geldmenge pro Kopf (m) über die Zeit. Die Veränderung über die Zeit besteht dabei aus drei Größen: Der Zunahme durch neu in Umlauf gebrachtes Geld ($+\hat{M}m$), der Abnahme durch Inflation ($-\pi m$) und der Abnahme durch *money widening* ($-nm$):[33]

$\hat{M}m$ Diese Größe ist die durchschnittliche Zunahme der Geldmenge pro Kopf aufgrund neu in Umlauf gebrachten Geldes. Durch eine Umformung wird besser sichtbar, warum dazu die relative Veränderung der nominalen Geldmenge mit der realen Geldmenge pro Kopf multipliziert wird:

$$\frac{\dot{M}}{M}\frac{M}{PL} = \frac{\dot{M}}{PL}\,.$$

Der Term $\dot{M}/PL$ steht für die durchschnittliche Zunahme der Geldmenge pro Kopf durch neu in den Umlauf gebrachtes Geld, also für die staatlichen Transfers pro Kopf, da in diesem Modell eine Geldmengenzunahme nur auf diese Weise erfolgen kann. Diese staatlichen Transfers pro Kopf werden im weiteren mit μ bezeichnet:

$$\mu \equiv \frac{\dot{M}}{PL} \tag{9}$$

[32] Die durchschnittliche Geldmenge entspricht bei der Betrachtung anhand eines repräsentativen Wirtschaftssubjektes der Geldmenge pro Kopf.

[33] Das *money deepening* ist dabei durch die Größe $\dot{m}$ gegeben.

Um hier – wie auch bei dem Term des *money widening* – eine Analogie zu der Veränderung der Kapitalintensität bei dem Modell von SOLOW zu wahren ($sf(k) = \dot{k} + nk$), kann diese Größe auch als die Investitionen in Geld beschrieben werden (analog zu den Investitionen in Sachkapital $sf(k)$).

πm Die Inflation bedeutet einen Verlust an realem Geldwert bei konstanter nominaler Geldmenge. Deshalb geht die Inflationsrate multipliziert mit der Geldmenge pro Kopf negativ in die Gleichung für die Geldmengenveränderung ein. Diese Größe entspräche einer Abschreibung des Sachkapitals (die per Annahme ausgeschlossen wurde).

nm Dieser Term wurde hier deshalb mit *money widening* bezeichnet, weil er sich genau analog zu dem oben beschriebenen *capital widening* (nk) ergibt. Dadurch wird der wachsenden Bevölkerung Rechnung getragen: Damit die durchschnittliche Geldausstattung pro Kopf konstant bleibt, muß für jedes neu hinzukommende Wirtschaftssubjekt die Geldmenge m bereitgestellt werden. Da diese zusätzliche Aufwendung aus der vorhandenen Geldmenge aufgebracht werden muß, geht auch diese Größe negativ in die Veränderung der Geldmenge ein. Von der Geldmenge jedes Einzelnen m geht deshalb der Anteil n für die neuen Wirtschaftssubjekte ab.[34]

Das *money deepening* (die Veränderung der realen Geldmenge pro Kopf) ergibt sich also aus den Ersparnissen in Geld abzüglich der Abschreibungen durch Inflation und dem *money widening* (Abnahme durch Bevölkerungswachstum).

Um aber den Zusammenhang zwischen dem Wachstum des nominalen Geldangebots und der realen Geldmenge untersuchen zu können, ist die Entwicklung des Preisniveaus von Bedeutung. Deshalb soll im folgenden die Geldnachfrage untersucht werden.

Bestimmung der Geldnachfrage

Die erklärenden Variablen einer einfach gehaltenen Geldnachfragefunktion sind oft das Einkommen und der Zinssatz.[35] Die Nachfrage nach Kassenbeständen pro Kopf wird demnach folgendermaßen geschrieben:

$$\frac{M^d}{PL} \equiv m^d(y, i)\,. \tag{10}$$

Dabei ist M^d die gesamtwirtschaftliche Geldnachfrage, P das Preisniveau und L die Arbeit in Effizienzeinheiten. m^d steht also für die reale Geldnachfrage pro Effizienzeinheit Arbeit. Im weiteren soll m^d auch als durchschnittliche Geldnachfrage, beziehungsweise Geldnachfrage pro Kopf interpretiert werden. Die Abhängigkeit vom Einkommen und Zinssatz ergibt sich aus der Betrachtung von Geld in seiner Wertaufbewahrungsfunktion. Allerdings kann mit dieser Geldnachfragefunktion, die diese Argumente als bestimmende Variablen hat, im Rahmen des SOLOWschen Modells nur schlecht argumentiert werden. Um in die oben vorgestellte Argumentation eingefügt werden zu können, sollte sie von der bisher benutzten Instrumentvariable k und höchstens einer

[34] Gesamtwirtschaftlich ist die Anzahl der neuen Wirtschaftssubjekte pro Periode nL. Das gesamtwirtschaftliche *money widening* ergibt sich deshalb mit nmL oder nM/P.

[35] Vgl. D. PATINKIN, *Money, Interest, and Prices*, New York 1965, S. 221.

weiteren, exogenen Größe abhängen.[36] Deshalb soll die Geldnachfragefunktion jetzt angepaßt werden. Dazu werden die unabhängigen Variablen durch andere – sie erklärende – Variablen ersetzt:

So ist der nominale Zinssatz i gemäß der FISHER-Formel[37]

$$i = r + E(\pi) \tag{11}$$

die Summe aus Realzins r und erwarteter Inflation $E(\pi)$ $[m^d(y,i) \Rightarrow m^d(y,r,E(\pi))]$.[38] Der Realzins ergibt sich aus der ersten Ableitung der Produktionsfunktion und hängt somit allein von der Kapitalintensität ab $[m^d(y,r,E(\pi)) \Rightarrow m^d(y,k,E(\pi))]$.

Das Realeinkommen pro Kopf y ergibt sich gemäß Gleichung (1) auch allein aus der Kapitalintensität $[m^d(y,k,E(\pi)) \Rightarrow m^d(k,E(\pi))]$. Im Gleichgewicht muß ferner die erwartete Inflation mit der tatsächlichen übereinstimmen, woraus folgt, daß die Geldnachfrage auch folgendermaßen beschrieben werden kann:[39]

$$\frac{M^d}{PL} \equiv m^d(k,\pi)\,. \tag{12}$$

Damit ist das Ziel erreicht, daß die Geldnachfragefunktion ausschließlich von der allgemeinen Instrumentvariablen k und von π abhängt. Die Ableitungen nach den Argumenten sind dabei

$$\begin{aligned} {m^d}_k &\equiv \frac{\partial m^d}{\partial k} > 0 \quad \text{und} \\ {m^d}_\pi &\equiv \frac{\partial m^d}{\partial \pi} < 0\,. \end{aligned} \tag{13}$$

Diese Vorzeichen ergeben sich aus folgender intuitiver Erklärung: Die Ableitung nach der Kapitalintensität ist deshalb positiv, weil bei steigender Kapitalintensität der Grenzertrag des Kapitals sinkt, was die alternative Geldhaltung attraktiver macht. Die negative Abhängigkeit der Geldnachfrage von der Inflation liegt darin begründet, daß die Inflation *de facto* Kosten der Geldhaltung darstellt. Wenn die Kosten der Geldhaltung steigen, wird die Nachfrage nach Geld also sinken.

In dem TOBINschen monetären Wachstumsmodell wird jedoch die reale Geldnachfrage praktisch als exogene Größe gehandhabt. Das liegt daran, daß von einem langfristigen Gleichgewicht ausgegangen wird, in welchem sowohl die Kapitalintensität als auch die Inflationsrate einen bestimmten konstanten Wert aufweisen. Dieses Gleichgewicht wird im nächsten Abschnitt näher untersucht.

---

[36] Hier bietet sich die erwartete Inflationsrate $E(\pi)$ an, da die Geldnachfrage bei einer intuitiven Herleitung auf jeden Fall von der erwarteten Inflation abhängen muß.

[37] Vgl. I. FISHER, *The Theory of Interest*, New York 1930, S. 36 ff.

[38] Streng genommen müßte für jede neue Geldnachfragefunktion eine neue Funktionsbezeichnung gefunden werden. Der Einfachheit halber wurden hier alle Funktionen mit m^d bezeichnet, obwohl es mathematisch nicht ganz korrekt ist. Daher werden die neuen Funktionen jeweils in eckige Klammern gesetzt.

[39] Vgl. dazu auch T. BANDYOPADHYAY und S. GATHAK, „Monetary Growth Models: The Role of Money Demand Functions“, in: *Current Issues in Monetary Economics*, Hrsg. T. BANDYOPADHYAY und S. GATHAK, Savage 1990, S. 307.

Eigenschaften eines Gleichgewichts auf dem Geldmarkt

Wenn von einer Gleichgewichtsdefinition ausgegangen wird, die als stabiles Gleichgewicht bezeichnet wird,[40] so verändert sich in einem Gleichgewichtspunkt der reale Geldbestand pro Kopf nicht ($dm/dt = \dot{m} = 0$).[41] Daher ergibt sich aus Gleichung (8):

$$\begin{aligned} 0 &= \hat{M} - \pi - n\,, \\ \Leftrightarrow \pi &= \hat{M} - n\,. \end{aligned} \tag{14}$$

Die Inflation ergibt sich also allein aus der Geldmengenveränderung, da die Rate des Bevölkerungswachstums als exogen konstant angenommen wurde. Voraussetzung dafür ist allerdings die Unveränderlichkeit der realen Geldmenge.[42]

Diese Form der Modellierung entspricht jener bei M. FRIEDMANs Untersuchung zur „Optimalen Geldmenge“.[43] Diese Unveränderlichkeit der realen Geldmenge sei im folgenden am Beispiel einer einmaligen nominalen Geldmengenerhöhung dargestellt.

Wenn sich das nominale Geldangebot erhöht, die reale Geldnachfrage aber unverändert bleibt, weil sich die Eckdaten auf dem Gütermarkt nicht geändert haben,[44] werden die Wirtschaftssubjekte versuchen, zusätzlichen Kassenbestand abzubauen, indem sie ihn für Konsum verwenden. Aber was im Einzelfall so einfach erscheint, wird im Aggregat unmöglich: Wohin soll die zusätzliche Liquidität fließen? Was dem einen Ausgaben sind, bedeutet dem anderen Einnahmen. Beim Versuch Liquidität abzubauen, wird im besten Falle nur erreicht, daß das Geld den Besitzer wechselt. Da die reale Wirtschaft während dieses gemäß Annahme sehr schnell ablaufenden Prozesses als kurzfristig konstant betrachtet wird, ist es gesamtwirtschaftlich nicht möglich, durch die erhöhten Kassenbestände mehr Güter als vorher zu kaufen. Die Wirtschaftssubjekte werden in ihren Versuchen, ihre zusätzliche Liquidität loszuwerden, durch die erhöhte Nachfrage nur die Preise der vorhandenen Güter in die Höhe treiben, und zwar so lange, bis die Preise sich so weit erhöht haben, daß die reale Geldmenge wieder auf genau das Niveau gesunken ist, auf dem sie vor der Geldmengenerhöhung war. Die Anpassung geschieht hier also nicht über eine direkte Veränderung der Kassenbestände. Vielmehr werden die Kassenbestände indirekt angepaßt: Durch den erhöhten Ausgabendruck werden die Preise so lange erhöht, bis der neue Kassenbestand der Nachfrage nach Liquidität aufgrund des erhöhten nominalen Einkommens entspricht.[45]

Diese Betrachtung der realen Geldnachfrage als einer Konstanten vereinfacht zwar die Modellierung, wirft aber erhebliche Fragen auf: Da die staatlichen Transfers und die Inflation in

[40] Vgl. Anhang A.1, S. 83.

[41] Auch diese Annahme geschieht analog zum SOLOWschen Modell, in dem für das Gleichgewicht auf dem Gütermarkt angenommen wird, daß sich die Kapitalintensität nicht mehr verändert ($\dot{k} = 0$).

[42] Wobei die nominale Geldmenge variabel sein kann.

[43] Vgl. M. FRIEDMAN, „The Optimum Quantity of Money“, in: *The Optimum Quantity of Money and other Essays*, Hrsg. M. FRIEDMAN, Chicago 1969, S. 5 f.

[44] Jüngere empirische Untersuchungen bestätigen die Unabhängigkeit des realen Sektors von einmaligen Geldmengenerhöhungen: J. BOSCHEN und L. MILLS, „Tests of Long-Run Neutrality using Permanent and Real Shocks“, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 35, 1995, S. 43.

[45] Das Ergebnis dieses Prozesses ist durchaus vergleichbar mit M. FRIEDMANs Neuformulierung der Quantitätsgleichung. Vgl. M. FRIEDMAN, „The Quantity Theory of Money: A Restatement“, in: *The Optimum Quantity of Money and other Essays*, Hrsg. M. FRIEDMAN, Chicago 1969, S. 51-68.

das verfügbare Einkommen der Wirtschaftssubjekte mit einfließen, müßte eine Veränderung einer dieser Größen sich auch auf die Sparentscheidung auswirken, die wiederum das Niveau an Vermögen und somit auch an realer Geldhaltung bestimmt. Außerdem müßte eine Veränderung in der Inflation gemäß der oben gezeigten Abhängigkeit auch eine Geldnachfrageveränderung mit sich bringen. Da jedoch die neoklassischen monetären Modelle mit dieser starren realen Geldmenge arbeiten, soll sie hier so übernommen werden. Die Betrachtung darf sich im weiteren aber deshalb nur auf den Gleichgewichtspunkt, das heißt den Steady State, beziehen.

Das bedeutet jedoch nicht, daß sich die Geldmenge nicht verändert, was bedeuten würde, daß die Inflationsrate π gleich Null sein müßte. Vielmehr ist ja die Inflationsrate ein Maß für die Veränderung der nominalen Geldmenge M, die durchaus mit einer konstanten Rate π wachsen kann. Auf die reale Größe m wirkt sich das aufgrund der Preisbereinigung (Geldniveau im Nenner) allerdings nicht aus.

Um also die Veränderungen durch einen neu eingeführten Geldmarkt auf den Gütermarkt modellieren zu können, muß zunächst von methodischen Gleichgewichten auf beiden Märkten ausgegangen werden.[46]

Eine exogene, staatliche Geldmengenerhöhung wird nun im Modell von Tobin in Form verteilungsneutraler Transferzahlungen betrachtet. Es handelt sich um Transferzahlungen, die direkt proportional zu der Höhe sind, in der ein Wirtschaftssubjekt bereits Geld hält. Es wird weiterhin angenommen, daß das einzelne Wirtschaftssubjekt trotzdem die empfangenen Transfers als exogen betrachtet, so daß sie nicht seine Entscheidung in bezug auf das erwünschte Niveau der Geldhaltung beeinflussen.[47] Diese Annahme ist notwendig, damit nicht eine nach der Verteilung des neuen Geldes anders alloziierte Geldmenge andere Verhaltensweisen auslöst. Allerdings muß dann davon ausgegangen werden, daß die Wirtschaftssubjekte zumindest kurzfristig homothetische Präferenzen haben (bis die reale Geldmenge unter Umständen auf das alte Niveau zurückgefallen ist), da sonst bei Niveauveränderung auch eine Anteilsverschiebung stattfinden würde.

Es kann und wird aber – wie oben gezeigt – in einem Gleichgewicht eine von Null unterschiedliche Inflationsrate geben. Um die Wirkung dieser als konstant angenommenen nominalen Geldmengenveränderung beobachten zu können, muß auch der Gütermarkt berücksichtigt werden. Dazu kann nicht einfach von der Gleichgewichtsbetrachtung im Solowschen Modell ausgegangen werden. Der entscheidende Unterschied ist jetzt der, daß die Ersparnis nicht mehr allein zur Investition benutzt wird.[48] Tobin verweist hier auf Fisher und Keynes, die Wert auf die Unterscheidung zwischen der reinen Sparentscheidung und der Entscheidung, was mit der Ersparnis anzufangen ist, gelegt haben.[49] Produktive Leistungen, die nicht konsumiert werden, können jetzt zum einen reinvestiert werden oder zum anderen in Geld gehalten werden.

Mit dem hier formulierten Geldmarkt, soll nun der Ansatz von Solow überarbeitet werden

[46]Zur Definition dieses Gleichgewichtsbegriffes vgl. Anhang A.1 auf S. 83.

[47]Vgl. O. Blanchard und S. Fischer, *Lectures on Macroeconomics*, Cambridge MA 1989, S. 190, oder D. Levhari und D. Patinkin, „The Role of Money in a Simple Growth Model“, *American Economic Review*, Vol. 58, 1968, S. 714.

[48]Da im vorliegenden Modell nur ein repräsentatives Wirtschaftssubjekt betrachtet wird, bedeutete die volkswirtschaftliche Gleichung $S = I$ bisher, daß die Ersparnis identisch mit der Investition war.

[49]Vgl. J. Tobin, „Money and Economic Growth“, *Econometrica*, Vol. 33, 1965, S. 671.

und der Effekt der Einführung von Geld auf die gleichgewichtige Kapitalintensität betrachtet werden.

2.2.2 Veränderung der Kapitalintensität

Um den güterwirtschaftlichen Sektor in einer Form zu modellieren, die mit dem SOLOWschen Modell vergleichbar ist,[50] muß die Veränderung des Kapitalstocks über die Zeit betrachtet werden. Dazu wird zunächst das **reale** Einkommen (das heißt die Produktion) betrachtet. Diese kann nur auf Investition und Konsum verteilt werden. Der tatsächliche Output teilt sich also in Kapital- und Konsumgüter auf:

$$Y = \dot{K} + C\,. \tag{15}$$

Die Pro-Kopf-Form, oder „intensive Form“, lautet:

$$f(k) = \frac{\dot{K}}{L} + \frac{C}{L}\,. \tag{16}$$

Da nun Ersparnis und Investition in Sachkapital nicht mehr identisch sind, sondern die Ersparnis auch in Geld fließt, kann hier nicht die Vereinfachung vorgenommen werden $\dot{K} = sY$. Wie läßt sich jedoch das $\dot{K}/L$ weiter vereinfachen? Dazu soll zunächst wieder auf das Wachstum der Kapitalintensität zurückgegriffen werden:

$$\begin{aligned} \hat{k} &= \hat{K} - \hat{L}\,, \\ \Leftrightarrow \dot{k} &= \frac{\dot{K}}{K}\frac{K}{L} - nk\,, \\ \Leftrightarrow \frac{\dot{K}}{L} &= \dot{k} + nk\,. \end{aligned} \tag{17}$$

Somit kann für Gleichung (16) auch folgendes geschrieben werden:

$$f(k) = \dot{k} + nk + \frac{C}{L}\,.$$

Wie sieht es jedoch mit dem Konsum pro effizienter Arbeitseinheit C/L aus? Unter den oben getätigten Annahmen an das Konsumverhalten kann er folgendermaßen dargestellt werden:

$$\frac{C}{L} = \frac{cY^v}{L} = \frac{(1-s)Y^v}{L} = (1-s)y^v\,.$$

Dabei sind c und s jeweils Konsum- beziehungsweise Sparquote. Daher addieren sie sich auch zu Eins auf, da genau jener Anteil am verfügbaren Einkommen, der nicht konsumiert wird, gespart wird. Y^v ist das verfügbare Einkommen. Es ist unterschiedlich vom realen Einkommen, da jetzt noch Geldgrößen eine Rolle spielen. Dazu jedoch später. Zunächst wird (16) unter Berücksichtigung der neuen Schreibweise für den Konsum weiter umgeformt:

$$f(k) = \dot{k} + nk + (1-s)y^v\,. \tag{18}$$

Um jedoch ein vergleichbares Ergebnis zu dem Modell von SOLOW zu erlangen, wird nach $\dot{k}$ aufgelöst:

$$\dot{k} = f(k) - nk - (1-s)y^v\,. \tag{19}$$

[50]Und um überhaupt in diesem Rahmen eine Aussage über das Wachstum der Wirtschaft machen zu können.

Hier zeigt sich, daß zu dem Modell von SOLOW übergegangen werden kann: wenn für das verfügbare Einkommen y^v das Einkommen aus der Produktion $f(k)$ eingesetzt wird (was bei der einfachen realen Betrachtung die einzige Einkommensart ist), ergibt sich hier die bekannte Form von SOLOW aus Gleichung (5).

Bei einer Berücksichtigung von Geld kann nun aber nicht mehr das verfügbare Einkommen mit dem physischen Einkommen gleichgesetzt werden. Neben dem Einkommen aus Sachvermögen spielt jetzt bei der Konsumentscheidung auch das Einkommen aus der Geldhaltung eine Rolle.

Das verfügbare Einkommen ist bei der Berücksichtigung von Geld also das Einkommen aus produktiven Leistungen, modifiziert durch einkommensbeeinflussende Geldmengenveränderungen. Wie bereits definiert, bezeichnet μ die realen Pro-Kopf-Geldtransfers vom Staat an jedes einzelne Wirtschaftssubjekt. Diese verändern das verfügbare Pro-Kopf-Einkommen y^v. Im weiteren wird davon ausgegangen, daß $\mu > 0$.[51]

So wird aus der einfachen Identität des SOLOWschen Modells

$$y^v = y = f(k)$$

nun zunächst

$$y^v = f(k) + \mu\,.$$

Damit jedoch nicht genug. Da der Einkommensgewinn durch die Erhöhung der realen Geldmenge pro Kopf durch staatliche Transfers oder Geldausschüttungen miteinbezogen wird, muß nun auch der Verlust an realer Kasse modelliert werden. Der findet in diesem Modell über die Inflation statt. Das verfügbare Einkommen setzt sich also wie folgt zusammen:[52]

$$\begin{aligned} y^v &= f(k) + \mu - \pi m\,, \\ &= f(k) + (\hat{M} - \pi)m\,. \end{aligned} \tag{20}$$

Der rechte Term von Gleichung (20), $(\hat{M} - \pi)m$, ist die Wachstumsrate der gesamtwirtschaftlichen realen Geldmenge, die mit der realen Geldmenge pro Kopf multipliziert wird. Um die Wachstumsrate der realen Geldmenge pro Kopf zu berücksichtigen, müßte in der Klammer, gemäß Gleichung (14), noch das *money widening* stehen: $(\hat{M} - \pi - n)m = \dot{m}$. Aber da hier davon ausgegangen wird, daß die Wirtschaft sich in einem Gleichgewicht befindet und die reale Geldmenge pro Kopf konstant ist, wurde das *money deepening* – analog zum *capital deepening* im Gleichgewicht – gleich Null gesetzt: $\dot{m} = \dot{k} = 0$.

Im allgemeinen Gleichgewicht, in dem sich gemäß der Annahmen die reale Geldmenge pro Kopf nicht verändert, gilt deshalb:

$$y^v = f(k) + nm \tag{21}$$

Das verfügbare Einkommen ist also das real erwirtschaftete Einkommen plus jenem Anteil der Geldmengenerweiterung, der nicht zu Preisniveauerhöhungen führt (was ja das verfügbare Einkommen wieder schmälern würde): Das *money widening*. Und dieses *money widening* führt

[51] Im gegenteiligen Fall ($\mu < 0$) müßte der Staat über das Einziehen von Geld Steuern erheben. Das ist zwar auch denkbar, soll hier jedoch nicht betrachtet werden.

[52] Dabei ist zu beachten, daß $\mu = \frac{\dot{M}}{PL} = \frac{\dot{M}}{M}\frac{M}{PL} = \hat{M}m$

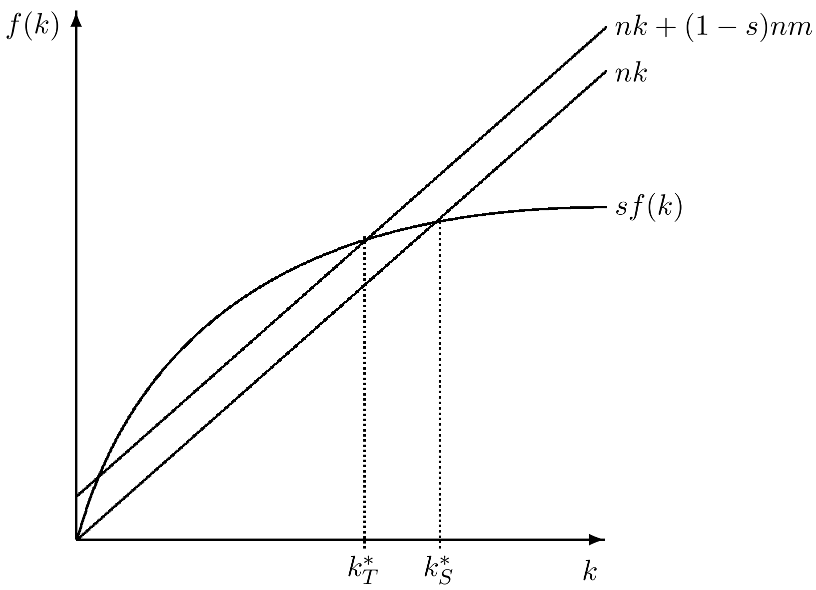
deshalb nicht zu gesteigerter Inflation, weil es von der Volkswirtschaft absorbiert wird, um die zunehmenden Effizienzeinheiten an Arbeit mit Geld auszustatten.

Dies wird nun in die neue Gleichgewichtsbedingung (18) eingesetzt:

$$\begin{aligned} \dot{k} &= f(k) - nk - (1-s)\,[f(k) + nm] \;, \\ &= sf(k) - nk - (1-s)nm\,. \end{aligned} \tag{22}$$

Hiermit ist eine Gleichung erreicht, anhand derer erklärt werden kann, wie sich der Gleichgewichtswert verhält. Die Analogie zu Gleichung (5) ist offensichtlich. Neu ist nur der Term $-(1-s)nm$, der hier für jenen Teil der Ersparnis steht, der in die Geldhaltung fließt um die Kasse konstant zu halten. Er ist das mit der Konsumquote gewichtete *money widening*. Wie wirkt sich dieser jedoch auf den Gleichgewichtswert aus? In dem Diagramm, in dem die unabhängige Variable k an der Abszisse abgetragen wird, stellt er einen konstanten Term dar, der – aufgrund seines Vorzeichens – entweder nk nach oben verschiebt, oder $sf(k)$ nach unten. Um der Anschaulichkeit willen, soll das Erstere in Abbildung 3 dargestellt werden.

Abbildung 3: Gleichgewicht bei TOBIN



Quelle: R. KLUMP, *Geld, Währungssystem und optimales Wachstum*, Tübingen 1993, S. 11.

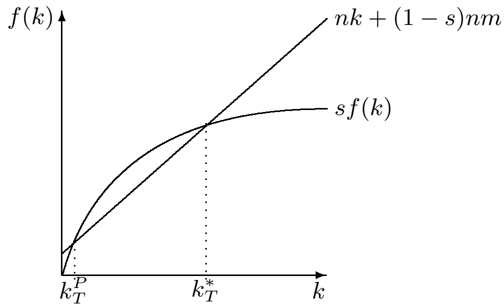
Es ist eindeutig, daß die Kapitalintensität des TOBINschen Modells (k^*_T) niedriger liegt als die des SOLOWschen (k^*_S). Im Gleichgewicht wächst hier also das Kapital auch mit der Wachstumsrate des Bevölkerungswachstums n, allerdings auf einem niedrigeren Niveau: Die Kapitalintensität liegt unter derjenigen einer Wirtschaft ohne die Modellierung von Geld, was heißt, daß durch die explizite Betrachtung von Geld in einer Erweiterung des SOLOWschen Modells keine Neutralität mehr gegeben ist. Dadurch, daß die reale Geldmenge pro Kopf in die Verschiebung der gleichgewichtigen Kapitalintensität mit eingeht, wird letztere nicht nur durch die Einführung des Geldes beeinflußt, sondern hängt direkt von der realen Geldmenge pro Kopf ab.[53]

Allerdings sinkt die gleichgewichtige Kapitalintensität durch das Geld. Dieses Ergebnis ist keineswegs überraschend. Die einzige Neuerung gegenüber dem Modell von SOLOW ist die Einführung von Geld, das bei der Entscheidung wie die Ersparnis angelegt werden soll in Konkurrenz zum Realkapital steht. Es war vorauszusehen, daß dabei weniger Mittel in das Realkapital fließen, wenn ein Teil dieser Mittel für die Geldhaltung abgezweigt wird.

Um dieses und die folgenden Modelle umfassend zu analysieren, soll hier noch eine alternative Darstellungsweise vorgestellt werden, bei der die Erweiterung um den Geldsektor nicht zu einer Verschiebung der nk-Geraden führt, sondern der direkte Einfluß auf die für das Sachkapital relevante Ersparnis untersucht wird. Die Systematik für eine solche Vorgehensweise geht aus einem Ansatz von LEVHARI und PATINKIN hervor.[54] Allerdings wird diese Betrachtung dort erst für Geld als Konsumgut eingeführt. Um die unterschiedlichen Ansätze jedoch vergleichbar zu machen, soll diese alternative Betrachtungsweise hier schon bei dem einfachen Modell von TOBIN vorgestellt werden.

Dabei wird berücksichtigt, daß sich die Ersparnis zwischen Geld und Sachkapital aufteilt. Sie wird in dem um das Geld erweiterten Modell also nicht mehr vollständig in Investitionen umgesetzt. Ein Teil der Ersparnis wird nun dazu verwendet, die gehaltene Geldmenge aufzustocken. Um also den Anteil der Ersparnis zu erhalten, der dem Aufstocken des Kapitals gewidmet wird (auch „physical savings“[55] genannt), muß der Teil der Ersparnis, der zur Geldmengenaufstockung

[53] Es ist jedoch zu beachten, daß die verschobene Gerade ($nk + (1 - s)nm$) die $sf(k)$-Kurve nun an zwei Punkten schneidet:



Dabei ist der Schnittpunkt bei Kapitalintensität k_T^P instabil. Für Kapitalintensitäten darüber wird das System gegen den Punkt k_T^* streben. Problematisch wird es jedoch für Kapitalintensitäten kleiner als k_T^P. Denn hier ergibt sich eine über die Zeit weiter abnehmende Kapitalintensität. Dieser Bereich ist eine „Armutsfalle“. Für Volkswirtschaften mit sehr niedriger Kapitalintensität kann ein solcher Bereich ein Schlüsselproblem darstellen. Hier soll jedoch im weiteren von bereits entwickelten Volkswirtschaften ausgegangen werden, was bedeutet, daß die Volkswirtschaft bei Beginn der Betrachtung die Kapitalintensität von k_S^* hat und sich somit in der unmittelbaren Nachbarschaft des Punktes k_T^* aufhält (und sogar mit einem $k > k_T^*$). Dadurch wird die Möglichkeit ausgeschlossen, daß sich die Volkswirtschaft im Bereich der „Armutsfalle“ befindet.

[54] Vgl. D. LEVHARI und D. PATINKIN, „The Role of Money in a Simple Growth Model“, *American Economic Review*, 1968, S. 716 ff.

[55] Vgl. D. LEVHARI und D. PATINKIN, „The Role of Money in a Simple Growth Model“, *American Economic Review*, Vol. 58, 1968, S. 721.

verwendet wird, abgezogen werden:

$$S_K = S - \left(\frac{\dot{M}}{P}\right). \tag{23}$$

Diese „stoffliche Ersparnis" ist nichts anderes als die Investition, beziehungsweise die Veränderung des Kapitalstocks.[56] Die neue „Sparquote" soll mit $s_K \equiv \sigma$ beschrieben werden. Sie erklärt den Anteil des Einkommens, der zur Aufstockung des Sachkapitals verwendet wird. Es handelt sich also genaugenommen um nichts anderes als eine Investitionsquote, welche die Investitionen als von dem Einkommen linear abhängig betrachtet ($S_K = I = \sigma Y$):[57]

$$\Rightarrow \sigma = \frac{S_K}{Y}.$$

Im folgenden wird die Investitionsquote σ hergeleitet. In Pro-Kopf-Größen wird (23) geschrieben, als:

$$\frac{S_K}{L} = sy^v - \frac{1}{L}\left(\frac{\dot{M}}{P}\right). \tag{24}$$

Die Veränderung der realen Geldmenge läßt sich dabei auch folgendermaßen darstellen:[58]

$$\begin{aligned}\frac{d(M/P)}{dt} \equiv \left(\frac{\dot{M}}{P}\right) &= \frac{M}{P}\left(\widehat{\frac{M}{P}}\right), \\ &= \frac{M}{P}\left(\hat{M} - \pi\right). \end{aligned} \tag{25}$$

Diese Gleichung (25) ist eine äquivalente Umformung des nach der Zeit abgeleiteten realen Geldbestandes. Sie erlaubt die ökonomische Deutung dieser Größe: Die reale Geldmenge verändert sich in diesem Modell nur dann, wenn die Rate der nominalen Geldmengenveränderung von der Inflationsrate abweicht.[59] In (24) eingesetzt ergibt dies:

$$\frac{S_K}{L} = sy^v - m\left(\hat{M} - \pi\right). \tag{26}$$

Auch hier gilt: wenn die reale Geldmenge pro Kopf sich nicht verändert, Gleichung (14): $\pi = \hat{M} - n$. Deshalb kann für Gleichung (26) auch geschrieben werden:

$$\frac{S_K}{L} = sy^v - nm. \tag{27}$$

[56]Nach wie vor wird davon ausgegangen, daß es keine Abschreibungen gibt.

[57]Diese Quote der „stofflichen Ersparnis" σ ist allerdings auch deshalb von der normalen Sparquote s zu unterscheiden, weil sie auf der Basis des erwirtschafteten (das heißt „stofflichen") Einkommens Y und nicht auf Basis des verfügbaren Einkommens Y^v errechnet wird.

[58]Dabei steht die Notation $\dot{()}$ für eine Ableitung nach der Zeit des gesamten Terms in der Klammer, das heißt

$$\dot{()} = \frac{d()}{dt}.$$

Das gleiche gilt für die Wachstumsrate:

$$\hat{()} = \frac{1}{()}\frac{d()}{dt}.$$

[59]Es sei dabei betont, daß es sich hier nicht um Pro-Kopf-Größen handelt. Ansonsten müßte auch wieder das *money widening* berücksichtigt werden.

Das verfügbare Einkommen – Gleichung (21) – wird explizit eingesetzt:

$$\begin{aligned} \frac{S_K}{L} &= s\,[f(k) + nm] - nm\,, \\ &= sf(k) - (1-s)nm\,. \end{aligned} \tag{28}$$

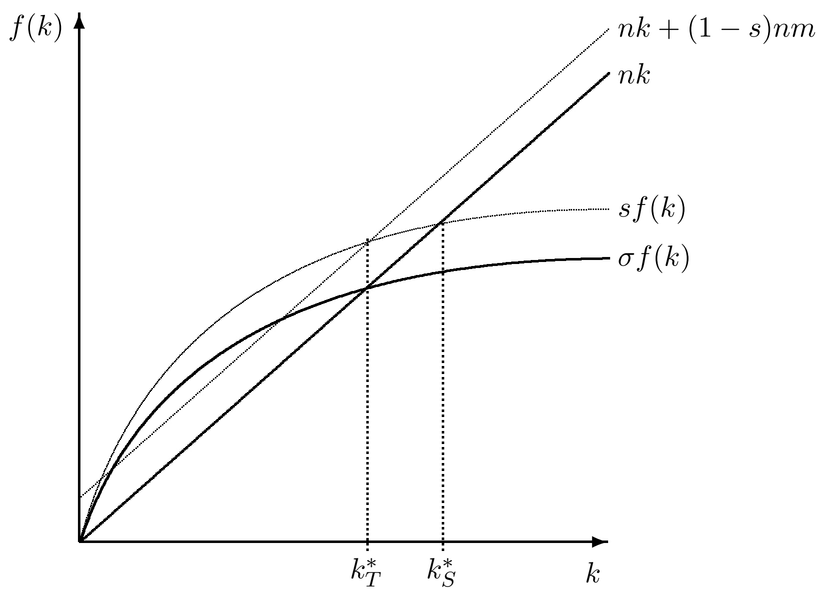
Diese Gleichung für die Investitionen pro Kopf entspricht der Bewegungsgleichung für die Kapitalintensität (22), wenn davon das *capital widening* abgezogen wird. Das liegt daran, daß hier $\dot{K}/L$ betrachtet wird und nicht $\left(\dot{\frac{K}{L}}\right)$. Das heißt, daß die Veränderung der Bevölkerung noch nicht mit in die Betrachtung eingeht.

Um nun zur Investitionsquote zu gelangen, muß dieser Term durch das Einkommen pro Kopf geteilt werden:

$$\begin{aligned} \frac{S_K}{L}\frac{L}{Y} &= s\frac{f(k)}{y} - (1-s)\frac{nm}{y}\,, \\ \Leftrightarrow \sigma &= s - (1-s)\frac{nm}{f(k)}\,. \end{aligned} \tag{29}$$

Es ist offensichtlich, daß diese Investitionsquote geringer als die einfache Sparquote von Solow ist, da ein positiver Term abgezogen wird. Daraus folgt, daß die Akkumulation von Sachkapital bei dem Modell von Tobin geringer ist.

Abbildung 4: Gleichgewicht bei Tobin mit physischer Sparquote



Quelle: D. Levhari und D. Patinkin, „The Role of Money in a Simple Growth Model", *American Economic Review*, Vol. 58, 1968, S. 716.

In das k-$f(k)$-Diagramm einbezogen ergibt sich Abbildung 4. Die Betrachtung der physischen Sparquote ergibt selbstverständlich keine andere gleichgewichtige Kapitalintensität als die

Betrachtung der herkömmlichen Ersparnis, bei der zu dem *capital widening* das *money widening* hinzuaddiert wurde. Auch hier wird wieder deutlich, daß sich die gleichgewichtige Kapitalintensität durch die Einführung von Geld verändert hat und auch direkt davon abhängt. Geld ist also nicht mehr neutral.

Für alle diese Ausführungen wurde jedoch vorausgesetzt, daß die Inflationsrate konstant und exogen ist.[60] Das ist nur möglich, wenn gleichzeitig von einer konstanten Geldmenge pro Kopf ausgegangen wird. Im folgenden soll die Auswirkung einer Lockerung dieser Annahme näher untersucht werden.

Falls die Annahme der konstanten Inflationsrate gelockert wird, ist damit noch eine weitere endogene Variable im Modell enthalten, über welche Anpassungsprozesse laufen werden: π.[61] Dadurch wird auch die oben beschriebene Darstellungsweise unmöglich. Eine komparativ statische Analyse dieses neuen Zusammenhangs ergibt jedoch, daß eine Steigerung der Transferzahlungen pro Kopf (μm) ein Ansteigen der Inflation (π) und gleichzeitig auch der Kapitalintensität mit sich bringt.[62] An dem entscheidenden Ergebnis ändert sich nichts: Im Gleichgewicht ergibt sich eine Kapitalintensität, die unter jener des SOLOWschen Modells liegt. Und das Kapital wächst mit der Rate n. Der neue, positive Zusammenhang von Geldmengen-Erweiterung, Inflation und Kapitalintensität ist auch intuitiv gut nachzuvollziehen: Durch eine Geldmengenerweiterung entsteht *ceteris paribus* ein Angebotsüberhang an Geld, der sich in Inflation auswirkt. Das wiederum macht die Geldhaltung als Alternative zum Sachkapital weniger attraktiv, was den Anteil von Sachkapital im Portfolio ansteigen läßt.[63]

Für die Wirtschaftspolitik ergibt sich also ein interessantes Ergebnis: Durch eine Steigerung der Inflation ist in diesem Modell eine Erhöhung des Sachkapitalniveaus und somit auch des Output zu erreichen. Dieser Effekt wird auch als TOBIN-Effekt bezeichnet.[64]

Die TOBINsche Erweiterung des SOLOWschen Modells führt zwar dazu, daß Geld nicht mehr neutral ist, aber die Richtung der Veränderung ist überraschend. Durch die explizite Einführung von Geld findet nicht nur eine Senkung der gleichgewichtigen Kapitalintensität statt, sondern es wird auch außerdem die Kapitalintensität positiv abhängig von Inflation.

Empirisch ist dieser TOBIN-Effekt sehr schwierig zu greifen, weil die Kausalität nicht klar ist und je nach Größe der Variablen umschlagen kann. So kann zum Beispiel hohes reales Wachstum auch ein Wachstum der Geldmenge hervorrufen.[65] Auch ist denkbar, daß sowohl eine gesteigerte Inflation als auch eine Veränderung des Wachstums eine gemeinsame dritte Ursache haben

[60] Wenn diese Annahme beibehalten wird, so entspricht die Stabilitätsanalyse auch genau jener des oben beschriebenen SOLOW-Modells. Auch hier stellt die „Armutsfalle“ ein Problem dar, aber um den Gleichgewichtspunkt k_T^* herum ist das System auf jeden Fall lokal stabil. Und da die Kurven sowieso nur für die Gleichgewichte definiert sind (Annahme von $\dot{k} = 0$), wird nur die direkte Umgebung von k_T^* betrachtet.

[61] Dabei wird jedoch davon ausgegangen, daß eine einmal eingeführte neue Inflationsquote auch beibehalten wird. Im Gleichgewicht gilt deshalb weiterhin, daß die erwartete gleich der tatsächlichen Inflationsrate ist: $E(\pi) = \pi$.

[62] Für eine genaue Herleitung dieser Zusammenhänge vgl. R. KLUMP, *Geld, Währungssystem und optimales Wachstum*, Tübingen 1993, S. 12-15.

[63] Vgl. dazu auch P. DIAMOND, „National Debt in a Neoclassical Growth Model“, *American Economic Review*, Vol. 55, 1965, S. 1148.

[64] Vgl. A. ORPHANIDES und R. SOLOW, „Money, Inflation and Growth“, Hrsg. B. FRIEDMAN und F. HAHN, *Handbook of Monetary Economics*, Vol. 1, Amsterdam 1990, S. 229 ff.

[65] Vgl. dazu H. WALLICH, „Money and Growth“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 296 f.

können[66] oder sich sogar in einer konjunkturell variablen Wechselbeziehung befinden.[67] Eine andere Möglichkeit ist, daß sich die Richtung der Abhängigkeit mit der Weiterentwicklung der betrachteten Volkswirtschaft umkehren kann.[68] Bei diesen verschiedenen Möglichkeiten eines Zusammenhangs ist es nicht verwunderlich, daß verschiedene Volkswirtschaften mit ähnlichen Wachstumsraten oft sehr unterschiedliche Inflationsniveaus aufzuweisen haben.[69]

Hier soll das Augenmerk aber vor allem auf die Neutralität des Geldes gerichtet sein, beziehungweise auf den Effekt, den eine explizite Betrachtung von Geld in einem SOLOWschen Modell auf die gleichgewichtige Kapitalintensität hat. Denn diese sinkt gemäß des TOBINschen Ansatzes wie aufgezeigt durch die Einführung von Geld.

2.2.3 Kritik am TOBINschen Modell

Einer der wichtigsten Kritikpunkte an diesem Modell betrifft das Sparverhalten. In einem Modell, welches das Augenmerk vor allem auf genau diesen Mechanismus gerichtet hat, wird eine lineare Sparfunktion kaum den Anforderungen gerecht, da sie stark vereinfachend ist. Denkbar wären auch Sparquoten, die sich zum Beispiel mit der Zeit, der wirtschaftlichen Entwicklung oder der Verteilung des Einkommens verändern. So kann auch argumentiert werden, daß die Sparquote mit steigendem Einkommen größer wird.[70] Bei der Berücksichtigung dieser Tatsache ist zu beachten, daß dieser Effekt dem der Erhöhung des Kapitalstocks durch eine Geldmengenerweiterung entgegenwirkt: Mit einer Erhöhung der Kapitalintensität geht nun ein Sinken der Sparquote einher. Das negiert den ursprünglichen TOBIN-Effekt zumindest zum Teil. Und wenn dabei auch noch berücksichtigt wird, daß eine erhöhte Inflation sich negativ auf das gesamte Sparverhalten auswirken kann, so bleibt der Gesamteffekt einer Geldmengenerweiterung auf die Kapitalintensität offen.[71]

Allerdings ist dem entgegenzuhalten, daß bei einer Betrachtung allein der unmittelbaren Nachbarschaft des Steady State eine lineare Sparfunktion „nicht unplausibel“[72] ist.[73]

Einen kurzen Kommentar verdient hier auch die Betrachtung des Staates: Wenn im Sinne HAHNs angenommen wird, daß das SOLOWsche Modell schon Geld beinhaltet (nur nicht explizit erwähnt),[74] dann ist die Erweiterung TOBINs nur das Hinzufügen eines staatlichen Sektors, der durch die Geldvergabe zunächst Ersparnis an sich zieht, um sie dann zu verteilen. Das auf diese Weise neu erhaltene Einkommen der Wirtschaftssubjekte wird aber nicht wieder ganz der

[66]Vgl. N. ROUBINI und X. SALA-I-MARTIN, „A Growth Model of Inflation, Tax Evasion, and Financial Repression“, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 35, 1995, S. 298.

[67]Vgl. M. BRUNO, „Inflation and Growth in an Integrated Approach“, *NBER Working Paper*, No. 4422, Cambridge MA 1993, S. 29 ff.

[68]Vgl. P. IRELAND, „Money and Growth: An Alternative Approach“, *American Economic Review*, Vol. 84, 1994, S. 62 f.

[69]Vgl.J. KLAUS, *Preisniveau und Wirtschaftswachstum*, Tübingen 1969, S. 2.

[70]Vgl. P. SAMUELSON, *Economics*, New York 1973, S. 209.

[71]Vgl. A. ORPHANIDES und R. SOLOW, „Money, Inflation and Growth“, Hrsg. B. FRIEDMAN und F. HAHN, *Handbook of Monetary Economics*, Vol. 1, Amsterdam 1990, S. 232.

[72]F. HAHN, „On Money and Growth“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 174.

[73]So ist der Erklärungswert des TOBINschen Modells für einige besondere Fälle sehr hoch. Vgl. zum Beispiel B. BENTAL und Z. ECKSTEIN, „On the Fit of a Neoclassical Monetary Model in High Inflation: Israel 1972-1990“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 29, 1997, S. 748.

[74]Vgl. F. HAHN, „On Money and Growth“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 172.

Ersparnis zugeführt, sondern vielmehr – wie jedes Einkommen – zum Teil konsumiert und zum Teil gespart. Der Gesamteffekt einer Senkung der Ersparnis ist dann nicht weiter verwunderlich.

Grundsätzliche Kritik wird auch an der Kombination einer „deutlich keynesianisch inspirierten Geldnachfragefunktion“[75] in einem neoklassischen Wachstumsmodell geübt. Das mag an TOBINs „dream of marrying the classical thesis with the Keynesian antithesis“[76] liegen, führt aber hier dazu, daß die Geldnachfrage zwar theoretisch Motive der Geldhaltung berücksichtigt und Geld als Alternative zur Sachkapitalbildung eingeführt wird, aber keine positiven Effekte betrachtet werden, die sich aus dieser Geldhaltung für das Wachstum ergeben könnten. Es werden durch das Geld weder Kosten gesenkt, noch wird der Nutzen explizit berücksichtigt, den das Geld haben könnte.

Es ist also nicht verwunderlich, daß die Geldhaltung einen negativen Effekt auf den Gleichgewichtswert hat, wenn die möglichen positiven Effekte im Modell nicht untersucht werden.

In Abschnitt 2.4 wird gezeigt, daß der negative Effekt der expliziten Einführung von Geld bei TOBIN davon abhängt, daß die möglichen positiven Auswirkungen des Geldes nicht beachtet wurden.

Zunächst soll aber einem der wichtigsten Kritikpunkte an dem Modell von TOBIN nachgegangen werden, nämlich daß von einem Gleichgewicht ausgegangen wird und Anpassungen und Übergänge einfach vorausgesetzt werden. Ganz besonders die vollständige Elastizität der Preise in einem Modell mit einem deutlichen Schwerpunkt auf der Betrachtung von Geld und die nur implizit bestimmte Investition in einem Wachstumsmodell stoßen auf Kritik aus dem KEYNESianischen Lager. Diese Kritiker sollen im folgenden Abschnitt (2.3) zu Wort kommen. Und erst wenn abschließend deutlich gemacht wurde, daß auch bei expliziten Ausarbeitungen verschiedener Anpassungsvorgänge sich für die lange Frist nichts an dem neoklassischen Modell verändert, soll im übernächsten Abschnitt (2.4) auf die positiven Aspekte der Geldhaltung eingegangen werden.

2.3 Die KEYNES-WICKSELL-Modelle

Neben den um Geld erweiterten Wachstumsmodellen der neoklassischen Konstruktion entwickelte sich parallel eine andere Theorie, die der Unzufriedenheit mit den Anpassungsmechanismen der neoklassischen Modelle entspringt. So werden vor allem zwei Punkte als verbesserungswürdig angesehen:

1. Die Investitionen ergeben sich bei den Neoklassikern praktisch nur als Restgröße aus dem physischen Einkommen abzüglich des Konsums. Das soll in der neuen Modellierung besser gehandhabt werden, indem eine explizite Investitionsfunktion eingeführt wird.

2. In den neoklassischen Modellen wird implizit eine Quantitätsgleichung angenommen: wenn die Geldmenge sich verändert, werden sich *ceteris paribus* die Preise genau gleich entwickeln.[77] Wird in den neoklassischen Wachstumsmodellen mit Geld eine einmalige Störung

[75] Vgl. R. KLUMP, *Geld, Währungssystem und Optimales Wachstum*, Tübingen 1993, S. 9.

[76] W. NORDHAUS, „Government Policy to Promote Economic Growth“, in *Money, Macroeconomics, and Economic Policy: Essays in Honor of James Tobin*, Hrsg. W. C. BRAINARD et al., Cambridge Ma. 1991, S. 330.

[77] Aus Gleichung (14) geht zwar hervor, daß in der langen Frist die Bevölkerungsentwicklung berücksichtigt

der Geldmenge betrachtet, so passen sich alle Preise sofort an diese neue Geldmenge an und befinden sich in einem neuen Gleichgewicht. Da sich Preise in der Realität jedoch nicht sofort anpassen,[78] soll hier eine neue Modellierungsform eingeführt werden: Damit die Preise sich jetzt ändern, muß zunächst ein Ungleichgewicht bestehen, das den Veränderungsimpuls und somit eine Anpassung über die Zeit auslöst.

Die Bezeichnung KEYNES-WICKSELL-Modelle geht dabei wohl auf STEIN zurück,[79] der einen entscheidenden Beitrag zur Entwicklung dieser Modellfamilie geleistet hat.[80]

2.3.1 Die Investitionsfunktion

Es wird nun eine Investitionsfunktion definiert, die von drei Variablen abhängt:

k Die Investitionstätigkeit wird sich nach der bereits bestehenden Kapitalintensität richten. Je nachdem, wie gut die Arbeiter schon mit Kapital ausgestattet sind, wird es lohnend sein, weiter in eine größere Ausstattung an Kapital zu investieren.

i Das Investitionsvolumen wird auch davon abhängen, wie hoch der Nominalzinssatz ist, da davon ausgegangen werden kann, daß zumindest ein Teil der Investitionen über Fremdkapital finanziert wird.

π Mit derselben Begründung muß hier auch die Inflationsrate in die Berechnung mit eingehen: wenn die Investitionen über Fremdkapital finanziert werden, so wird eine reale Größe (das neue Sachkapital) mit einer nominalen (der Finanzierungskredit) in Verbindung gesetzt. Deshalb muß auch die Inflation berücksichtigt werden.

Die Investitionsfunktion sei deshalb definiert als:

$$\frac{I}{K} \equiv \nu(k, i, \pi)\,. \tag{30}$$

Dabei ist es wichtig anzumerken, daß die Investitionsfunktion hier die Dimension einer Wachstumsrate hat. Um dies zu erreichen, wurde die Investition durch den Kapitalstock geteilt. Anstelle der sich *ex post* ergebenden Wachstumsrate $\hat{K} = \dot{K}/K$ ist also I/K die *ex ante* gewünschte Wachstumsrate.[81]

Diese Investitionsquote ν darf nicht mit der Quote der physischen Ersparnis σ verwechselt werden. Die Quote der physischen Ersparnis wird mit dem Einkommen multipliziert, um die

werden muß (*money widening*), aber wenn die Veränderungen in einer genügend kurzen Frist betrachtet werden, beziehungsweise die Geldmengenveränderungen genügend groß sind, dann geht n gegen Null und es gilt $\pi = \hat{M}$.

[78] Vgl. dazu zum Beispiel P. CAGAN, „The Non-Neutrality of Money in the Long Run“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 225.

[79] Vgl. S. FISCHER, „Keynes-Wicksell and Neoclassical Models of Money and Growth“, *American Economic Review*, Vol. 62, 1972, S. 880.

[80] Vgl. J. STEIN, „Money and Capacity Growth“, *Journal of Political Economy*, Vol. 74, 1966, S. 451-465; J. STEIN, „ ‘Neoclassical’ and ‘Keynes- Wicksell’ Monetary Growth Models“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 153- 171; J. STEIN, „Monetary Growth Theory in Perspective“, *American Economic Review*, Vol. 60, 1970, S. 85-106 sowie J. STEIN, *Money and Capacity Growth*, New York 1971.

[81] Weil I die *ex ante* gewünschte Veränderung des Kapitalstocks ist.

tatsächliche Ersparnis (und somit auch Investition) zu erhalten ($\sigma Y = S$). Die Investitionsquote multipliziert mit dem Kapitalstock ergibt die geplante Investition ($\nu K = I$).

Durch die Einführung dieser expliziten Investitionsfunktion (geplante Investitionsquote mal Kapitalstock) können und werden Ungleichgewichte entstehen, bei denen der Gütermarkt nicht geräumt ist.[82] Denn das physische Einkommen Y besteht aus den beiden Komponenten Konsum und Investition – Gleichung (15):

$$Y = I + C \, .$$

In diesem Modell werden jedoch alle drei Größen unabhängig voneinander (durch explizite Funktionen) bestimmt.[83]

Bei dem Modell von Solow diente Gleichung (15) dazu, die Investition zu bestimmen, da das Einkommen und der Konsum durch Funktionsgleichungen vorgegeben waren. Nun ist aber auch die Investition durch eine eigene Funktionsgleichung bestimmt. Gleichung (15) kann also durchaus, wenn die Werte nicht zufällig übereinstimmen, zu einer Ungleichung werden. Um aber bei der Form einer Gleichung zu bleiben, muß eine neue Variable eingeführt werden, welche die Differenz auffängt und sich somit endogen ergibt:[84]

$$\begin{aligned} N + Y &= I + C \, , \\ N + F(K, L) &= \nu(k, i, \pi) K + c Y^v \, . \end{aligned} \tag{31}$$

Dabei ist N diese endogene Variable. Sie fängt *quasi* den Unterschied zwischen der Summe aus geplanter Investition I plus geplantem Konsum C im Vergleich zum realisierten Einkommen Y auf. Wenn die Summe aus gewünschten Größen (Investition und Konsum) von der realisierten Größe (Einkommen) abweicht, so gibt es einen Überhang. N steht somit für den Überhang auf dem Gütermarkt und gibt den Unterschied zwischen Plan und Realisation wieder. Bei $N > 0$ handelt es sich um einen Nachfrageüberhang, bei $N < 0$ um einen Angebotsüberhang.

2.3.2 Die Preisanpassung

Wie oben bereits angemerkt, wird auch die Preisanpassung nicht mehr so reibungslos verlaufen wie in den neoklassischen Modellen. In der Literatur zu den Keynes-Wicksell-Modellen gibt es allerdings sehr unterschiedliche Ansätze, über welche Mechanismen die Preisanpassung erfolgt. In einem sind sich jedoch die Vertreter aller Ansätze einig: es handelt sich immer um eine

[82] Diese Bezeichnung eines Ungleichgewichtes bezieht sich nur darauf, daß das System sich nicht in einem Zustand eines theoretischen Gleichgewichtes – gemäß der Definition in Anhang A.1 – befindet. Dabei kann es sich sehr wohl um eine Situation handeln, die über längere Zeiträume hinweg unverändert bleibt.

[83] Für den Konsum wurde bisher mehr oder weniger stillschweigend angenommen, daß $C = cY^v$; wobei c ein fester Parameter ist, der sich mit s zu Eins addiert ($c + s = 1$), und die Konsumfunktion somit eine lineare Funktion des verfügbaren Einkommens ist.

[84] Dabei ist zu beachten, daß sowohl die Konsum- als auch die Investitionsfunktion die gewünschten, beziehungsweise geplanten Werte repräsentieren. Bisher war die Betonung dieser Feinheit nicht vonnöten, weil in den neoklassischen Modellen immer Planerfüllung gegeben war. Hier ist es möglich, daß die gewünschten Niveaus nicht erreicht werden.

adaptive Anpassung. Deshalb sei die Inflationsrate folgendermaßen definiert:[85]

$$\pi \equiv \zeta \left[\frac{M}{P} - \frac{M^d(k,\pi)}{P} \right] . \tag{32}$$

Weil bei diesem Modell insgesamt nur von zwei Märkten – Gütermarkt und Geldmarkt – ausgegangen wird; beziehungsweise angenommen wird, daß der dritte Markt – der Kapitalmarkt – im Gleichgewicht ist, bedeutet dies, daß die Summe der beiden Überschußnachfragen identisch gleich Null sein muß (WALRAS' Gesetz). Also kann analog zu dem Überhang auf dem Geldmarkt die Preisanpassung auch anhand des negativen Überhangs auf dem Gütermarkt modelliert werden. Die Gleichheitsbedingung sieht wie folgt aus:

$$\frac{M}{P} - \frac{M^d(k,\pi)}{P} \equiv I - S + \frac{M}{P}(\hat{M} - \pi) . \tag{33}$$

Auf der rechten Seite steht der Überhang auf dem Gütermarkt. Um von der obigen Definition (31) zu dieser Definition des Überhangs zu gelangen, muß nur geringfügig umgeformt werden:

$$\begin{aligned} N + Y &= I + C , \\ \Leftrightarrow N &= I - (Y - C) . \end{aligned}$$

Dabei steht der Term $(Y - C)$ für die gewünschte physische Ersparnis, weil sich beide Größen nur auf den Gütermarkt beziehen und die Veränderungen durch Geld nicht berücksichtigt werden. Die gewünschte physische Ersparnis ergibt sich, wenn von der gewünschten gesamten Ersparnis S jener Teil abgezogen wird, der benötigt wird, um die Kasse auf das gewünschte Niveau zu bringen:

$$Y - C = S - \frac{M}{P}(\hat{M} - \pi) .$$

Der Überhang auf dem Gütermarkt ergibt sich also dadurch, daß die gewünschte Investition (die auch gemäß Definition (30) als $I = \sigma K$ geschrieben werden kann) von der gewünschten physischen Ersparnis $(S - (\hat{M} - \pi)M/P)$ abweicht.

Die Preisanpassung kann demzufolge auch allgemein geschrieben werden:

$$\pi = \zeta N = \zeta \left[I - (Y - C) \right] . \tag{34}$$

2.3.3 Modellierung

Da sich das verfügbare Einkommen hier analog zu der Modellierung von TOBIN ergibt, würde eine Auflösung nach $\dot{k}$ auch wieder Gleichung (22) ergeben:

$$\dot{k} = sf(k) - nk - (1 - s)nm .$$

Dabei wurde jedoch nicht berücksichtigt, daß voraussichtlich weder die Investitionspläne realisiert werden können, noch es eine von Null unterschiedliche Inflationsrate gibt, wenn die Märkte im Gleichgewicht sein sollten. Daher kann nun leider nicht mehr auf die anschauliche Methode

[85]Dabei gilt, daß $M^d(\cdot) = LPm^d(\cdot)$.

der Grafik aus dem SOLOW-Modell zurückgegriffen werden. Deshalb soll in einem ersten Schritt beschrieben werden, wie das Problem der Ungleichgewichte behandelt wird.

Wie wird der Überhang auf dem Gütermarkt gehandhabt? Wenn ein solcher Überhang besteht, können entweder die Konsumpläne oder die Investitionspläne nicht erfüllt werden. Weil es unwahrscheinlich ist, daß sich die eine Interessengruppe auf Kosten der anderen völlig durchsetzt, kann davon ausgegangen werden, daß sich die Lösung irgendwo zwischen den beiden Extremen ergeben wird: weder werden alle Teile der Konsumpläne erfüllt, noch alle der Investitionspläne. Um das zu modellieren, soll hier eine Linearkombination benutzt werden. Investitionen ergeben sich *ex post* deshalb aus einem gewichteten Durchschnitt aus Investitionsnachfrage und gewünschter Ersparnis:[86]

$$\dot{K} = \theta I + (1-\theta)\left[S - \frac{M}{P}(\hat{M} - \pi)\right] . \tag{35}$$

Der Faktor zur Gewichtung θ liegt zwischen Null und Eins. Je größer θ, desto eher setzen sich die Investitionspläne durch und umgekehrt: je kleiner θ, desto eher setzen sich die Konsumpläne durch.

Um nun eine Aussage bezüglich der Reaktion des Steady-State-Wertes von k zu bekommen, muß das System auf zwei Differentialgleichungen reduziert werden, anhand derer eine Auflösung nach $\partial k/\partial \hat{M}$ möglich ist:[87]

$$\frac{\partial k^*}{\partial \hat{M}} = \frac{(1-s)n\left[\frac{1}{\zeta} + \frac{M_\pi^d(k^*,\pi^*)}{P}\right] - \frac{\theta}{\zeta}}{A} .$$

Dabei stehen die Werte mit Sternchen (k^* und π^*) für die „Optima“, das heißt jene Werte, die sich im Steady State ergeben.

Oder mit einer etwas anderen Notation:[88]

$$\frac{\partial k^*}{\partial \hat{M}} = \frac{(1-s)n\left[\frac{1}{\zeta} + Lm_\pi^d(k^*,\pi^*)\right] - \frac{\theta}{\zeta}}{A} . \tag{36}$$

Da A in jedem Fall negativ ist, hängt das Vorzeichen dieser Ableitung allein vom Zähler ab. Aber der Wert des Zählers ist keineswegs eindeutig. Das Vorzeichen ergibt sich in Abhängigkeit von den Werten der Parameter ζ und θ. Das bedeutet, daß die Reaktion des Niveaus der gleichgewichtigen Kapitalintensität auf eine Veränderung der Geldmengenerweiterung davon abhängt, wie schnell die Preisanpassung als Reaktion auf Ungleichgewichte geschieht und wie stark die Investitionspläne auf Kosten der Konsumpläne durchgesetzt werden können.

Dabei bedeutet ein hoher Wert für jede der beiden Größen, daß die Reaktion positiv ist, unabhängig davon, welches Niveau dann der jeweils andere Wert hat. Das soll im folgenden kurz dargelegt werden:

[86] Wobei die gewünschte Ersparnis sich als Restgröße des gewünschten Konsums ergibt.

[87] Für die Herleitung vgl. Anhang A.3.

[88] Um diese Gleichung übersichtlich zu halten, beziehungsweise mit der hier sonst üblichen intensiven Form in Einklang zu bringen, wurde die Vereinfachung $m_\pi^d(\cdot) = M_\pi^d(\cdot)/(LP)$ eingesetzt.

Anpassungsgeschwindigkeit

Je größer der Wert der Preisanpassungsgeschwindigkeit ζ ist, desto stärker reagiert das Preisniveau auf ein Ungleichgewicht. Falls nun ζ genügend groß sein sollte, damit[89]

$$\zeta > -\frac{1}{Lm_\pi^d(k^*, \pi^*)} \tag{37}$$

gilt, wird in Gleichung (36) der Term in der rechteckigen Klammer $[\frac{1}{\zeta} + Lm_\pi^d(k^*, \pi^*)]$ auf jeden Fall negativ sein. Da davon nochmals ein negativer Term abgezogen wird, ist das Vorzeichen des Zählers negativ, was durch den negativen Nenner für den gesamten Bruch ein positives Vorzeichen ergibt.

Investitionsrealisierung

Je eher die Investoren in der Lage sind, ihre Investitionspläne auf Kosten der Konsumpläne durchzusetzen, desto höher ist der Parameter θ. Falls nun θ genügend groß sein sollte, damit

$$\theta > (1 - s)g \tag{38}$$

gilt, wird der negative zweite Term $-\theta/\zeta$ in jedem Fall genügend groß sein, um einen eventuell positiven ersten Term zu kompensieren. Auch hier resultiert also insgesamt ein positives Vorzeichen.

Die Reaktion der Kapitalintensität auf eine Veränderung der Geschwindigkeit der Geldmengenerweiterung ist hier also nicht sicher. Falls die Anpassungsgeschwindigkeit der Preise und/oder die Investitionsrealisierung genügend groß sind, besteht jedoch ein positiver Zusammenhang. Für diese Voraussetzungen gibt es also auch im KEYNES-WICKSELL-Modell einen TOBIN-Effekt.[90]

Zusammenfassung

Da außer den Reaktionsgleichungen nichts wirklich neu an diesem Modell ist, muß auch ein langfristiger Steady State einen Wert für die „gleichgewichtige" Kapitalintensität k^* aufweisen, der dem des TOBIN-Modells entspricht.[91] Allerdings ist es dabei etwas problematisch, ein langfristiges Gleichgewicht mit Inflationsrate zu modellieren. Denn das würde bedeuten, daß sich ein Dauerzustand ergäbe, bei dem immer wieder die Pläne nicht erfüllt wären. Es ist fraglich, ob sich ein solcher Zustand halten kann, allein schon deshalb, weil die Wirtschaftssubjekte sicher irgendwann dazu übergehen würden, ihre Pläne anzupassen. Allerdings könnte ein solcher

[89] Dabei ist zu beachten, daß die Ableitung der Geldnachfrage nach der Inflation m_π^d, das heißt die Reaktion der Geldnachfrage auf eine Inflationserhöhung, negativ ist, der Term auf der rechten Seite der Ungleichung also ein positives Vorzeichen hat.

[90] Vgl. dazu auch S. FISCHER, „Capital Accumulation on the Transition Path in a Monetary Optimizing Model", *Econometrica*, Vol. 47, 1979, S. 1433.

[91] Vgl. H. ROSE, „Unemployment in a Theory of Growth", *International Economic Review*, Vol. 7, 1966, S. 266. Für ein vergleichbares Modell mit endogenem Wachstum wird noch die Rate des technischen Fortschritts hinzuaddiert: K.-I. WATANABE, „An Endogenous Growth Model with Endogenous Money Supply. Integration of Post-Keynesian Models", *Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review*, Vol. 50, 1997, S. 113 f.

Zustand durch asymmetrische Information begründet werden.[92] Alternativ kann über langsame Anpassungsraten des Nominallohnes ein Ungleichgewicht modelliert werden.[93] Dabei wird der langfristige Zustand gleich dem neoklassischen Ansatz gesetzt, und es werden nur die kurzfristigen Anpassungsmechanismen beschrieben. TOBIN selbst läßt die Frage „Why is there inflation without aggregate excess demand?“[94] offen, läßt aber keinen Zweifel daran, daß diese Inflation ohne Nachfrageüberhang durchaus der Normalfall ist. Es kann also festgehalten werden, daß der neoklassische Ansatz für die lange Frist nicht umstritten ist.[95] Deshalb soll auch im weiteren vom neoklassischen Ansatz ausgegangen werden. Es wird also angenommen, daß die Preisanpassung zu einem neuen Gleichgewicht führt. Dabei wird im Sinne M. FRIEDMANs davon ausgegangen, daß die Preisanpassung in etwa gemäß dem in Abschnitt 2.2.1 (S. 13) beschriebenen Mechanismus geschieht.

Interessanterweise ergibt sich für den Parameter der Realisierung der Investitionspläne (θ) für einen Wert von Null ein Effekt, der vergleichbar mit den neoklassischen Wachstumsmodellen ist: die Investitionen passen sich völlig an. Das heißt also, daß die neoklassischen Wachstumsmodelle implizit die Annahme $\theta = 0$ gemacht haben und somit ein spezieller Fall der KEYNES-WICKSELL-Modelle sind. Sie brauchen deshalb die geplanten Investitionen überhaupt nicht mehr miteinzubeziehen, da sich *ex post* die Konsumpläne durchsetzen werden und die Investitionen sich automatisch anpassen. Bei den weiteren Ausführungen wird auch θ gleich Null gesetzt, da dies praktisch ein *worst case scenario* darstellt: Die Investitionen werden im Falle eines Konfliktes völlig durch den Konsum verdrängt. Wenn $\theta > 0$ wäre, würde sich deshalb eine Veränderung des Geldmarktes weniger stark auf die gleichgewichtige Kapitalintensität auswirken, bei $\theta = 1$ sogar überhaupt nicht. Der Effekt für das langfristige Gleichgewicht wäre eine höhere Kapitalintensität aufgrund höherer Investitionen (und geringeren Konsums). Deshalb wird der Allgemeingültigkeit des Ergebnisses kein Abbruch getan, wenn mit $\theta = 0$ immer vom *worst case* ausgegangen wird.

Im nächsten Abschnitt wird deshalb wieder zu dem rein neoklassischen Modell übergegangen, wobei der Ansatz von TOBIN nun um positive Wirkungen des Geldes erweitert wird.

2.4 Erweiterung durch LEVHARI und PATINKIN

Wie oben angemerkt, liegt eines der Probleme des TOBIN-Modells darin, daß dort der mögliche positive Einfluß des Geldes auf die Volkswirtschaft nicht berücksichtigt wird. Um nun zu zeigen, daß Geld nicht nur nicht neutral ist, sondern auch positiv auf die gleichgewichtige Kapitalintensität wirken kann, sollen nun weitere Einflüsse des Geldes auf die Wirtschaft in die Betrachtung mit aufgenommen werden. Wo kann jedoch dieser positive Effekt des Geldes auf den Wirtschaftsablauf sinnvollerweise in das Modell einbezogen werden? Um diese Frage zu beantworten, müssen die Funktionen des Geldes im Modell umgesetzt werden.

[92] Vgl. dazu N. BOSE und R. COTHREN, „Asymmetric Information and Loan Contracts in a Neoclassical Growth Model“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 29, 1997, S. 423 ff.

[93] Vgl. zum Beispiel H. ROSE, „Unemployment in a Theory of Growth“, *International Economic Review*, Vol. 7, 1966, S. 260-282.

[94] J. TOBIN, „Inflation and Unemployment“, *American Economic Review*, Vol. 62, 1972, S. 9.

[95] Vgl. dazu auch R. BARRO, „New Classical and Keynesians, or the Good Guys and the Bad Guys“, *NBER Working Paper*, No. 2982, Cambridge MA 1989.

Die dabei relevanten Funktionen sind die konstitutiven[96] Geldfunktionen, namentlich die des Geldes als Zahlungsmittel und als Wertaufbewahrungsmittel[97].

Diese Funktionen können jedoch nicht direkt modelliert werden, sondern nur über indirekte Wirkungen, welche durch die unterschiedlichen Funktionen bedingt werden. PATINKIN beschreibt zwei Möglichkeiten die Funktionen des Geldes über Umwege zu berücksichtigen:[98] Durch die Betrachtung, worauf sich die Geldfunktionen besonders auswirken, kann Geld als analog zu einem **Konsumgut** oder als ein **Produktionsfaktor** eingeführt werden. So kann sich Geld im ersteren Fall positiv auf das Nutzenniveau und im zweiteren positiv auf die Produktion auswirken.[99]

Im folgenden werden beide Fälle dargestellt, wobei die Modellierung in Anlehnung an eine Arbeit von LEVHARI und PATINKIN geschieht,[100] die beide Ansätze beinhaltet, sie jedoch nicht rigoros ausformuliert. Hier wird eine einheitliche Form für beide Ansätze benutzt, wodurch Vergleichbarkeit und deutlichere Ergebnisse bewirkt werden.

2.4.1 Geld als Konsumgut

Die Frage, ob Geld einen unmittelbaren Nutzen stiftet, und wie ein solcher operationalisiert werden kann, ist nicht neu.[101] Wenn jedoch davon ausgegangen wird, daß Geld Sicherheit, Bequemlichkeit und Liquidität ermöglicht, dann muß es einen direkten Nutzen haben.[102]

Eine der Formen, den positiven Effekten des Geldes Rechnung zu tragen, ist also die Berücksichtigung eines direkten Nutzens, der von der Geldhaltung gestiftet wird. Diese Betrachtungsweise ist äquivalent zu einer Einführung von Geld zu Transaktionszwecken.[103] Dabei ist jedoch zu beachten, daß hier das Geld, um Nutzen zu spenden, nicht konsumiert wird.[104] Die Geldhaltung spendet einen *quasi-* konsumtiven Nutzen, das heißt einen Nutzen, der substitutiv zu dem Nutzen aus Konsum ist, ohne daß das Geld dabei aufgebraucht wird. Der Nutzen des Geldes wird hier also nicht im Sinne MARSHALLS verstanden, der einen Nutzen erst dann sieht, wenn das Geld ausgegeben wird (mittelbarer Nutzen des Geldes).[105]

[96]Vgl. dazu J. G. KOOPMANS, „Zum Problem des ‚Neutralen' Geldes", *Beiträge zur Geldtheorie*, Hrsg. F. A. VON HAYEK, Wien 1933, S. 246 ff.

[97]Das Überbrücken der Zeit zwischen Kauf und Verkauf ist zum Beispiel für M. FRIEDMAN die wichtigste Funktion des Geldes. Vgl. M. FRIEDMAN, „Post-War Trends in Monetary Theory and Policy", *National Banking Review*, Vol. 2, 1964, zitiert in D. PIERCE und D. SHAW, *Monetary Economics: Theories, Evidence and Policy*, London 1974, S. 36.

[98]Vgl. D. PATINKIN, *Money, Interest, and Prices*, New York 1965, S. 78 ff. und 146 ff.

[99]Diese beiden Arten der Auswirkung von Geld werden in ähnlicher Form auch von M. FRIEDMAN betrachtet. Vgl. dazu M. FRIEDMAN, „The Optimum Quantity of Money", in: *The Optimum Quantity of Money and other Essays*, Hrsg. M. FRIEDMAN, Chicago 1969, S. 18 und Abschnitt 3.2.1.

[100]Vgl. D. LEVHARI und D. PATINKIN, „The Role of Money in a Simple Growth Model", *American Economic Review*, Vol. 58, 1968, S. 713-753.

[101]Vgl. zum Beispiel E.-M. CLAASSEN, *Probleme der Geldtheorie*, Berlin 1970, S.85-114.

[102]Vgl. E.-M. CLAASSEN, *Grundlagen der Geldtheorie*, 2. Aufl., Berlin 1980, S. 94.

[103]Es kann gezeigt werden, daß zwischen Nutzenfunktion und Liquiditätskosten eine Dualität besteht, wie sie aus der Mikroökonomie bekannt ist. Vgl. dazu R. FEENSTRA, „Functional Equivalence Between Liquidity Costs and the Utility for Money", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 17, 1986, S. 273.

[104]Korrekterweise dürfte deshalb das Geld hier nicht als ein Konsum**gut** bezeichnet werden, aber es ist in der Literatur so gebräuchlich und wurde deshalb übernommen.

[105]Vgl. A. MARSHALL, *Principles of Economics*, London 1920, S. 95 f.

So wäre ein denkbarer Ansatz etwa der, daß Geld – um die Funktion als Wertaufbewahrungsmittel darzustellen – im Sinne des BAUMOLschen Lagerhaltungsansatzes modelliert wird.[106] Das geschieht unter der Annahme, daß die Kasse immer zum Anfang einer beobachteten Periode gebildet werden muß, um für die Ausgaben während derselben aufzukommen.[107] Grundlage eines solchen Modells ist dabei die sogenannte *cash in advance constraint*, die auf CLOWER zurückgeht.[108] Dieser Ansatz erzwingt zwar die Geldhaltung in einer Volkswirtschaft, modelliert aber wieder keine wirklich positiven Wirkungen des Geldes. Denn das Geld wird dabei als Mittel zur intertemporalen Substitution gehalten und nicht um seiner selbst willen. Die alleinige Funktion ist die, Kaufkraft von einer Periode in die nächste zu transferieren. Somit spendet nicht das Geld selber einen Nutzen, sondern es steht für den Nutzen, den die Güter spenden, die mit diesem Geld gekauft werden.

Um deshalb den direkten Nutzen der Geldhaltung in das Modell zu integrieren, wird im weiteren davon ausgegangen, daß das Niveau an Geldhaltung in die Nutzenfunktion mit eingeht. Das kann durch zwei Argumente untermauert werden:

1. Wenn von einer unvollständigen Voraussicht der Wirtschaftssubjekte ausgegangen wird, läßt sich ein direkter Nutzen der Geldhaltung aus Sicherheitsgründen gegenüber Ungewißheiten der Ausgabenstruktur in der Planungsperiode ableiten.

2. Durch die Senkung der Transaktionskosten entsteht in jedem Fall ein kollektiver Wohlfahrtsgewinn.[109]

Bei der Erweiterung des TOBINschen Modells um den Gesichtspunkt des Geldnutzens ist deshalb zusammenfassend folgendes zu beachten: Die Haltung von Geld spendet einen Nutzen, der substitutiv zum Nutzen aus Konsum ist.

Durch die Einführung von Geld in die Volkswirtschaft ist ein höherer Konsum möglich. Der Nutzen des Geldes kann also in diesem – durch sein Vorhandensein ermöglichten – Mehrkonsum gemessen werden.

Was bedeutet aber ein Nutzen aus der Geldhaltung, der dem Nutzen aus Konsum genau entspricht? Einerseits wird der Konsum sinken, da der Nutzen aus der Geldhaltung jenen Teil des Konsums obsolet macht, der zum Erhalt genau dieser Nutzenmenge getätigt würde. Auf der anderen Seite bedeutet dieser nun nicht mehr notwendige Konsum praktisch ein höheres verfügbares Einkommen. Der Nutzen der Geldhaltung geht also in das verfügbare Einkommen mit ein, da durch die Geldhaltung *quasi* zusätzlicher Konsum ermöglicht wird.

Deshalb soll im weiteren der Nutzen des Geldes einerseits zum verfügbaren Einkommen hinzugezählt, aber andererseits vom Konsum subtrahiert werden.

[106] Vgl. W. BAUMOL, „The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach“, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 4, 1952, S. 545-556.

[107] Oder Ausgaben, die über die Vorsichtskasse hinausgehen, werden mit pekuniären Sanktionen versehen. Vgl. dazu zum Beispiel E. WHALEN, „A Rationalization of the Precautionary Demand for Cash“, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 80, 19, S. 314 ff.

[108] Vgl. R. CLOWER, „A Reconsideration of the Microfoundations of Monetary Theory“, *Western Economic Journal*, Vol. 6, 1967, S. 1-8.

[109] Vgl. E.-M. CLAASSEN, *Grundlagen der Geldtheorie*, 2. Aufl., Berlin 1980, S. 91.

Die Einführung eines Nutzens des Geldes ist mit konzeptionellen Schwierigkeiten verbunden. So müßte zunächst mit einer explizit ausformulierten Nutzenfunktion gearbeitet werden, die vom Prinzip des nur ordinal meßbaren Nutzens abweichen würde, der sich in dieser Form jeder einfachen Darstellung entzieht. Diese Schwierigkeit läßt sich umgehen, wenn der Grenznutzen des Geldes über seine Grenzkosten bewertet wird. Denn gemäß der Annahmen beinhaltet das vorliegende Modell nur perfekt funktionierende Märkte. Das heißt, daß auch auf dem Geldmarkt der Grenzertrag gleich den Grenzkosten des Geldes sein muß.

Wie hoch sind jedoch die Grenzkosten der Geldhaltung? Sie setzen sich aus zwei Komponenten zusammen:

- Zum einen bedeutet das Ausbleiben eines Ertrages bei der Geldhaltung **Opportunitätskosten**. Alternativ zu der Geldhaltung ist auch die Investition in Sachkapital möglich, die eine Rendite von $r = f'(k)$ abwerfen würde.

- Zum anderen ergeben sich Kosten der Geldhaltung dadurch, daß das gehaltene Geld an Wert verliert. Diese Kosten durch **Geldentwertung** können direkt über die Inflationsrate (π) gemessen werden.

Das verfügbare Einkommen muß also um den Nutzen des Geldes erweitert werden. Dies geschieht dadurch, daß die Kosten des Geldes pro Kopf [$\hat{=}\ (r + \pi)m$] hinzuaddiert werden.[110] Für das verfügbare Einkommen ergibt sich also:

$$y^v = f(k) + (\hat{M} - \pi)m + (r + \pi)m\,. \tag{39}$$

Um das Ergebnis später mit dem einfachen Modell von Tobin vergleichbar zu machen, soll diese Gleichung weiter vereinfacht werden zu:[111]

$$y^v = f(k) + (n + r + \pi)m\,. \tag{40}$$

Außerdem muß der Nutzen des Geldes vom Konsum abgezogen werden. Die Gleichgewichtsbedingung des realen Sektors[112] – Gleichung (18) – wird deshalb zu:

$$f(k) = \dot{k} + nk + (1 - s)y^v - (r + \pi)m\,.$$

Wenn nun die um den Nutzen des Geldes erweiterte Gleichung (40) für das verfügbare Einkommen eingesetzt wird, ergibt sich die neue Gleichgewichtsbedingung:

$$\dot{k} = sf(k) - nk - (1 - s)nm + s(r + \pi)m\,. \tag{41}$$

[110] Um vom Grenzwert zu einem gesamten Wert zu kommen, wird angenommen, daß die Nutzenfunktion bezüglich des Geldes annähernd linear ist. Daher kann der Grenzwert mit der Geldmenge multipliziert werden, um den Nutzen aus Geld zu erhalten.

[111] Auch hier ist allerdings die Annahme notwendig, daß die erwartete mit der tatsächlichen Inflation übereinstimmt (nur dann ist $\hat{M} - \pi = n$). Da aber weiterhin nur der Gleichgewichtsfall betrachtet wird, ist diese Bedingung erfüllt. Vgl. D. Levhari und D. Patinkin, „The Role of Money in a Simple Growth Model", *American Economic Review*, Vol. 58, 1968, S. 718.

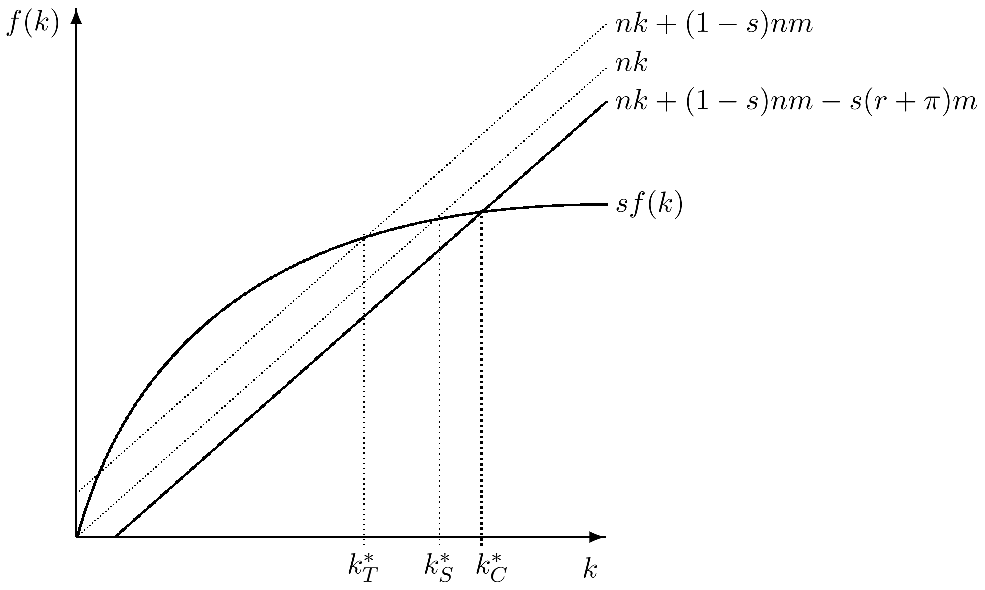
[112] Diese Gleichgewichtsbedingung besagt, daß alle Güter, in die investiert, beziehungsweise die konsumiert werden, auch produziert worden sein müssen. Diese Annahme bedeutet, daß *ex ante* gleich *ex post* ist. Die geplanten Konsum- und Investitionsmengen werden in genau dieser Höhe produziert.

Wird dieses Ergebnis nun der entsprechenden Gleichung von TOBIN gegenübergestellt, so ist leicht zu erkennen, daß die gleichgewichtige Kapitalintensität in dieser Modellierung höher liegen muß, da sich der Nutzen der Geldhaltung positiv auf das Wachstum der Kapitalintensität auswirkt. Unter der Bedingung eines Steady State ($\dot{k} = 0$) ergibt sich deshalb:

$$sf(k) = nk + (1-s)nm - s(r+\pi)m\,. \tag{42}$$

In das bekannte k-$f(k)$-Diagramm eingetragen, kann dieses Gleichgewicht für die Kapitalintensität in Abbildung 5 betrachtet werden.

Abbildung 5: Gleichgewicht mit Geld als Konsumgut



Dabei ist deutlich, daß die Kapitalintensität in dem Modell mit Geld als Konsumgut auf jeden Fall höher liegen muß als bei dem TOBIN-Modell, da sich die Gerade durch den Term $s(r+\pi)m$ nach unten verschiebt, was einen neuen Schnittpunkt ergibt, der ganz sicher rechts von k_T^* liegt. Ob die neue Kapitalintensität k_C^* nun aber größer ist als die des SOLOW-Modells, ganz ohne die Betrachtung von Geld k_S^*, das wird davon abhängen, ob $s(r+\pi) > (1-s)n$ ist oder nicht.

Je größer also hier die **Sparquote**[113], desto eher kann davon ausgegangen werden, daß die gleichgewichtige Kapitalintensität höher ist als diejenige des SOLOW-Modells mit derselben Sparquote. Das heißt also, daß sich hier die positive Wirkung der Sparquote auf die gleichgewichtige Kapitalintensität noch vergrößert.[114]

Auf der anderen Seite wird sich eine Vergrößerung der **Wachstumsrate der Arbeit**[115] negativ auf diese Ungleichung auswirken. Wenn also die Arbeit schnell genug wächst, wirkt sich

[113]Wobei allerdings beachtet werden muß, daß die Sparquote nur einen Wert zwischen Null und Eins einnehmen kann.

[114]Je größer die Sparquote, desto weiter verschiebt sich die neue nk-Gerade nach rechts.

[115]Selbstverständlich handelt es sich hier um Effizienzeinheiten an Arbeit. Theoretisch könnte ein hohes n auch

die Einführung von Geld negativ auf die gleichgewichtige Kapitalintensität aus. Das liegt daran, daß durch das Wachstum an Arbeit nun neben dem *capital widening* auch ein *money widening* nötig ist. Auch die neuen Arbeitskräfte müssen mit Geld ausgestattet werden, was einen Teil der Ersparnis „auffrißt", der dann nicht mehr investiert werden kann.

Zuletzt ist noch anzumerken, daß sich sowohl die Rendite als auch die Inflation positiv auf die gleichgewichtige Kapitalintensität auswirken. Das ist nicht erstaunlich, weil bei einem Ansteigen jedes dieser beiden Werte, von der Geldhaltung in die Haltung von Sachkapital umgeschichtet wird. An diesem Modell wird es besonders anschaulich, weil die Summe dieser beiden Terme dem Grenznutzen gleichgesetzt wurde. Wenn zum Beispiel die Rendite steigt, dann muß für ein Gleichgewicht auch der Grenznutzen steigen. Das geschieht, indem Kasse abgebaut wird, was – aufgrund der Annahme fallenden Grenznutzens – den Grenznutzen ansteigen läßt.

Um die schon bei Tobin (Abschnitt 2.2) vorgeführte zweite Darstellung auch hier herzuleiten, muß die Investitionsquote hergeleitet werden. Aber durch die Substitution von Geldnutzen gegen Konsum wird die Betrachtung der Ersparnis nicht einfacher. Selbst bei Beibehaltung der Sparquote s als Konstante spielt das – durch den Nutzen der Geldhaltung *quasi* endogene – verfügbare Einkommen eine wichtige Rolle. Durch verschiedene Geldhaltungsniveaus kann auch kurzfristig das verfügbare Einkommen variiert werden, was sich auch auf die Ersparnis auswirkt.

Wie sieht also die Quote der „stofflichen Ersparnis" – die Investitionsquote – σ_C aus? Dazu soll zunächst auf die Gleichung (26) zurückgegriffen werden ($\frac{S_K}{L} = sy^v - m\left(\hat{M} - \pi\right)$), wobei nun für das verfügbare Einkommen y^v der aktuelle Term – Gleichung (40) – eingesetzt wird:

$$\begin{aligned}\frac{S_K}{L} &= s\left[f(k) + m(\hat{M} + r)\right] - m\left(\hat{M} - \pi\right)\,, \\ &= sf(k) + sm(\hat{M} + r) - m(\hat{M} - \pi)\,, \\ &= sf(k) - (1-s)m\hat{M} + m(sr + \pi)\,. \qquad (43)\end{aligned}$$

Um nun zu σ_C zu gelangen, wird S_K/L durch y geteilt:

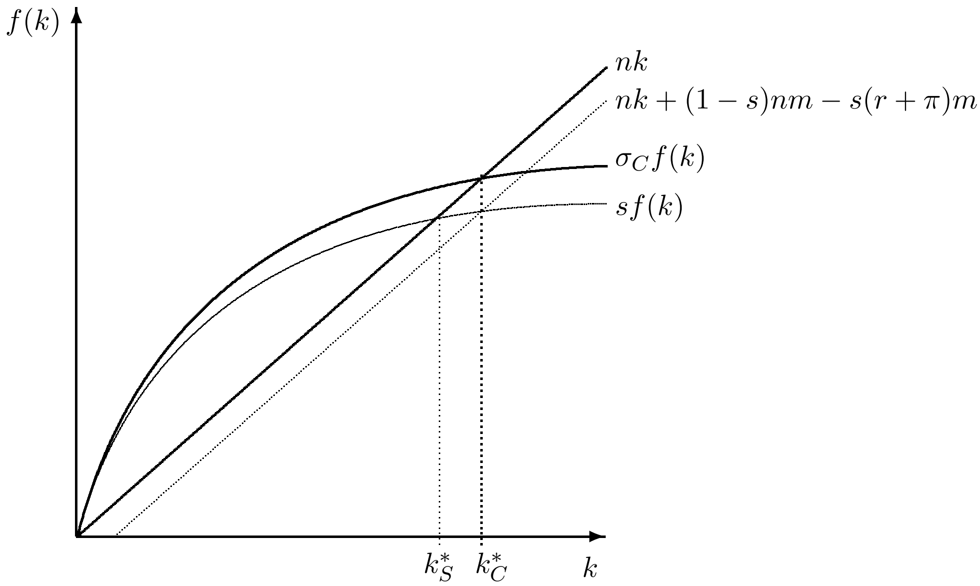
$$\begin{aligned}\frac{S_K}{L}\frac{L}{Y} &= s - \frac{m}{y}(1-s)\hat{M} + \frac{m}{y}(sr + \pi)\,, \\ \Rightarrow \sigma_C &= s + \frac{m}{f(k)}\left[sr + \pi - (1-s)\hat{M}\right]\,. \qquad (44)\end{aligned}$$

Die Investitionsquote hängt hier also von der Kapitalintensität k und der Inflationsrate π ab: $\sigma_C \equiv \sigma_C(k, \pi)$.[116] Ob diese Quote nun aber größer oder kleiner als die Sparquote bei Solow ist, das wird durch den Term in der eckigen Klammer bestimmt. Der Term hat kein eindeutiges Vorzeichen, da nicht festzustellen ist, unter welchen Bedingungen $sr + \pi$ größer oder kleiner ist als $(1-s)\hat{M}$. Die graphische Darstellung dieses Zusammenhangs ist in Abbildung 6 (S. 35) zu sehen. Dabei wurde angenommen, daß $\sigma_C > s$.

durch einen ausgeprägten technischen Fortschritt verursacht werden. Das macht formal jedoch keinen Unterschied zu einem erhöhten n durch größeres Bevölkerungswachstum. Im weiteren soll von diesem zweiten Fall ausgegangen werden.

[116]Ferner kommen in der Gleichung drei weitere Größen vor: s, m und $\hat{M}$. Aber alle drei Größen wurden im Gleichgewicht konstant gesetzt. Selbst wenn kein Gleichgewichtspunkt gegeben ist, bleibt dennoch s konstant und die beiden Geldmengengrößen m und $\hat{M}$ werden durch ihren direkten Zusammenhang mit π in $\sigma(k, \pi)$ eingehen.

Abbildung 6: Physische Sparquote bei Geld als Konsumgut



Aus Gleichung (44) ergibt sich, unter welchen Voraussetzungen ein solcher Verlauf besonders wahrscheinlich ist: Je größer s, r und π und je kleiner $\hat{M}$, desto größer σ_C. Diese Beobachtung entspricht jener aus der Graphik mit der Verschiebung der nk-Geraden (Abbildung 5, S. 33). Auch ein positiver Effekt der staatlichen Geldmengenausweitungsquote $\hat{M}$ entspricht aufgrund des Zusammenhangs von Gleichung (14) entweder einem positiven Effekt der Inflation π oder einem negativen Effekt des Bevölkerungswachstums n.

Selbst wenn sich ein σ_C ergibt, das kleiner als s ist, und somit auch ein k_C^*, das kleiner als k_S^* mit entsprechend kleinerem Output ist, so bleibt es trotzdem möglich, daß durch den direkten Nutzen des Geldes k_C^* ein höheres Nutzenniveau erreicht wird.

Obwohl bei beiden Darstellungsformen das gleichgewichtige Kapitalintensitätsniveau auf den ersten Blick positiv auf den Zins zu reagieren scheint, ist eine eindeutige Aussage über das Vorzeichen von $\partial k/\partial \pi$ nicht möglich. Denn bei einer Veränderung der Inflationsrate wird sich auch die Geldnachfrage verändern. Mit steigender Kapitalintensität wird sie steigen, mit steigender Inflation fallen.[117] Diese veränderte Geldnachfrage bedeutet ein Ungleichgewicht auf dem Geldmarkt und wird für weitere Preisanpassungen sorgen. Welcher Effekt sich insgesamt ergibt, hängt dabei unter anderem von der Stärke der Reagibilität der Geldnachfrage auf Kapitalintensität und Inflation, sowie von dem Preisanpassungsmechanismus auf dem Geldmarkt ab.[118] Eine genaue Aussage läßt sich dabei nicht machen. Jedoch ist wahrscheinlich, daß in diesem Modell der TOBIN-Effekt auch bei Berücksichtigung der Veränderung der Geldnachfrage gegeben ist, weil eine erhöhte Inflation eine geringere Geldnachfrage bedeuten würde, was sich durch eine

[117]Vgl. Gleichung (13) auf S. 12.

[118]Bisher konnte von Anpassungsmechanismen abstrahiert werden, da diese Gleichungssysteme nur für ein Gleichgewicht definiert waren. Deshalb brauchte die Form, die der Preisanpassungsmechanismus auf dem Geldmarkt hat, nicht näher spezifiziert zu werden.

Bewegung der Ersparnis vom Geld zum Kapital wiederum positiv auf die Kapitalintensität auswirken müßte. Diese Aussage kann zwar nicht mit der Rigorosität einer formalen Herleitung begründet werden, ohne sehr einschränkende Annahmen über den Geldmarkt zu machen,[119] aber eine intuitive Begründung soll hier genügen.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß auch bei dieser Betrachtung das Geld nicht neutral ist. Dem negativen Einfluß der expliziten Betrachtung von Geld wirkt jetzt der Nutzen, welcher der Geldhaltung beigemessen wird, entgegen. Ob der Gesamteffekt dabei positiv wird, bleibt jedoch offen.

Demgegenüber wird bei einem Modell von SIDRAUSKI,[120] welches ebenfalls Geld als Konsumgut berücksichtigt (allerdings baut es im Gegensatz zu den hier benutzten Modellen auf einem Ansatz der überlappenden Generationen à la RAMSEY[121] auf), in der langfristigen Betrachtung Superneutralität[122] hergeleitet. Das bedeutet, daß sich die Gleichgewichtswerte aller Größen des realen Sektors weder durch eine Veränderung der Preise, noch durch eine Veränderung der Preissteigerungsrate beeinflussen lassen. Dieses Ergebnis ist allerdings darin begründet, daß die Bestimmung des Bestandes an Realkapital allein von der Arbeit und der Zeitpräferenzrate definiert wurde.[123]

Insgesamt läßt sich also für die Berücksichtigung von Geld als Konsumgut keine genaue Aussage über die Richtung der Auswirkung des Geldes auf die gleichgewichtige Kapitalintensität machen. Unter ganz bestimmten Bedingungen ($s(r + \pi) = n(1 - s)$) ist es sogar möglich, daß das Geld aus dem Ergebnis verschwindet und somit neutral ist.

2.4.2 Geld als Produktionsfaktor

Eine zweite Möglichkeit, das Geld in ein Modell von Wirtschaftswachstum zu integrieren, ist die direkte Betrachtung des Geldes als eines Produktionsfaktors. Und so wie bei der Betrachtung des Geldes als Konsumgut dieses in die Nutzenfunktion integriert wurde,[124] so wird es jetzt – bei der Betrachtung als Produktionsfaktor – in die Produktionsfunktion aufgenommen. Eine kritische Würdigung dieser Vorgehensweise von S. FISHER kommt auch hier zu dem Schluß, daß die direkte Integration des Geldes in die Produktionsfunktion äquivalent dazu ist, einzelne Eigenschaften des Geldes explizit zu modellieren.[125]

Eine Modellierung dieses Ansatzes stammt von D. LEVHARI und D. PATINKIN,[126] auf die sich auch die vorliegende Untersuchung stützt. Dabei wird die Kassenhaltung in die Produkti-

[119]Vgl. D. LEVHARI und D. PATINKIN, „The Role of Money in a Simple Growth Model“, *American Economic Review*, Vol. 58, 1968, S. 734 ff.

[120]Vgl. M. SIDRAUSKI, „Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy“, *American Economic Review*, Vol. 57, 1967, S. 534-544.

[121]Vgl. F. RAMSEY, „A Mathematical Theory of Saving“, *Economic Journal*, Vol. 38, 1928, S. 543-559.

[122]Superneutralität ist das Nichtvorhandensein eines TOBIN-Effektes. Allerdings schließt sie auch das Gegenteil des TOBIN-Effektes aus: eine negative Reaktion der Kapitalintensität auf Inflation.

[123]Vgl. M. SIDRAUSKI, „Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy“, *American Economic Review*, Vol. 57, 1967, S. 537 und 543.

[124]Zumindest wurde es theoretisch in die Nutzenfunktion aufgenommen. Die praktische Umsetzung geschah über die Grenzkosten des Geldes.

[125]Vgl. S. FISCHER, „Money and the Production Function“, *Economic Inquiry*, Vol. 12, 1974, S. 517-533.

[126]D. LEVHARI und D. PATINKIN, „The Role of Money in a Simple Growth Model“, *American Economic Review*, Vol. 58, 1968, S. 713-753.

onsfunktion aufgenommen. Diese Methode kann dadurch gerechtfertigt werden, daß sonst (wenn kein Geld in den Produktionsprozeß einbezogen wird) ein höherer Faktoreinsatz notwendig ist, um genau jene Vielfalt der „double coincidences“[127] bereitzustellen, die Tauschhandel überhaupt möglich macht.

Es wird auch weiterhin von der Annahme des repräsentativen Wirtschaftssubjektes ausgegangen, welches sein Sacheinkommen über eine Produktionsfunktion erwirtschaftet.

Die neue Produktionsfunktion sieht also folgendermaßen aus:[128]

$$Y = G(L, K, M/P)\,.$$

Wobei für den neuen Produktionsfaktor Geld gilt, daß:

$$\frac{\partial Y}{\partial \frac{M}{P}} > 0 \text{ und } \frac{\partial^2 Y}{\partial \left(\frac{M}{P}\right)^2} < 0\,.$$

In der intensiven Form wird die Produktionsfunktion wie folgt geschrieben:[129]

$$y = g(k, m)\,. \tag{45}$$

Für das verfügbare Einkommen gilt also wieder – wie bei der Modellierung Tobins – Gleichung (20), jedoch mit der neuen Produktionsfunktion, da sonst nichts Neues angenommen wurde,

$$y^v = g(k, m) + \mu - \pi m\,. \tag{46}$$

Dabei ist wiederum $y = g(\cdot)$ das Einkommen, dieses Mal jedoch aus dem gesamten Vermögen. Denn auch die Geldhaltung, die zuvor nicht zum produktiven Vermögen hinzugerechnet werden konnte, ist nun ein Teil der Produktionsfunktion. Weiterhin sind auch μ die Transfers des Staates, über die das Geld in die Volkswirtschaft gelangt, und πm der Wertverlust des Geldvermögens durch Inflation.[130]

Um auf eine Gleichung zu kommen, die zu den vorangehenden Modellierungen in Beziehung gesetzt werden kann, muß wieder die Form erreicht werden, in der die Ableitung des Kapitals pro Kopf nach der Zeit auf der einen Seite des Gleichheitszeichens steht. Hierfür kann die durch eine neue Produktionsfunktion leicht veränderte Gleichung (19) herangezogen werden:[131]

$$\dot{k} = g(k, m) - nk - (1 - s)y^v\,. \tag{47}$$

In diese Gleichung wurde der explizite Term für das verfügbare Einkommen pro Kopf y^v aus Gleichung (46) eingesetzt:

$$\dot{k} \;=\; g(k, m) - nk - (1 - s)\left[g(k, m) + \hat{M}m - \pi m\right]\,, \tag{48}$$

[127] Vgl. D. Levhari und D. Patinkin, „The Role of Money in a Simple Growth Model“, *American Economic Review*, Vol.58, 1968, S. 738.

[128] Zur Möglichkeit einer solchen Erweiterung der gesamtwirtschaftlichen Produktionsfunktion vgl. R. Feenstra und J. Markusen, „Accounting for Growth with new Inputs“, *NBER Working Paper*, No.4114, Cambridge (MA) 1992.

[129] Selbstverständlich muß dafür die Bedingung gelten, daß die Produktionsfunktion in allen drei Parametern linear homogen ist.

[130] Alle diese Angaben sind wie immer in effizienten Arbeitseinheiten gemacht.

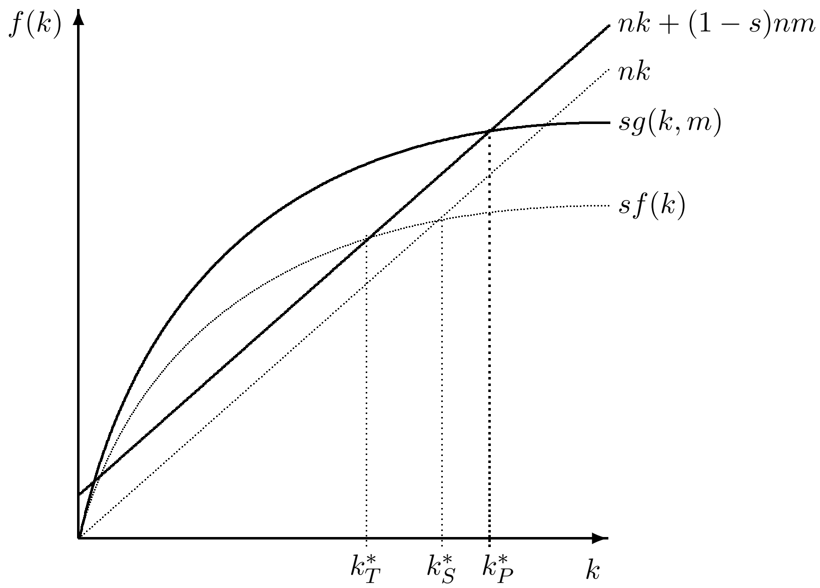
[131] Die Herleitung ergibt sich völlig analog zu Gleichung (19) auf S. 15.

$$= \quad g(k,m) - (1-s)g(k,m) - nk - (1-s)(\hat{M} - \pi)m\,,$$

$$= \quad sg(k,m) - (1-s)nm - nk\,. \tag{49}$$

Mit Gleichung (49) ist erneut der Punkt erreicht, an dem dieses Modell mit den vorangehenden verglichen werden könnte, was aber doch nicht möglich ist, da die Produktionsfunktion – der Kern der SOLOWschen Wachstumstheorie – eine andere ist, was in Abbildung 7 deutlich wird.

Abbildung 7: Geld in der Produktionsfunktion



Alles weitere entspricht hingegen genau dem Ergebnis von TOBIN aus Abschnitt 2.2.[132] Also läßt sich anhand von Gleichung (49) wenigstens sagen, daß wenn $g(k,m) > f(k)$, dann ist $k_P^* > k_T^*$.

Aber ob $k_P^* > k_S^*$, muß hier offen bleiben, da dies nicht nur von der Form der neuen Produktionsfunktion abhängt, sondern auch durch das Geldniveau pro Kopf variiert werden kann. Dabei ist entscheidend, in welcher Form die Produktionsfunktion von der Kassenhaltung pro Kopf abhängt.

Auch für diese Modellversion soll wieder das zweite Diagramm benutzt werden, um den Gleichgewichtspunkt herzuleiten. Über die Bestimmung der Ersparnis in Sachkapital ist hier keine eindeutige Lösung zu finden: Um wieder die Form von (22) zu erreichen, soll eine physische Sparquote σ_P eingefügt werden, so daß gilt:

$$\dot{k} = \sigma_P g(k,m) - nk\,. \tag{50}$$

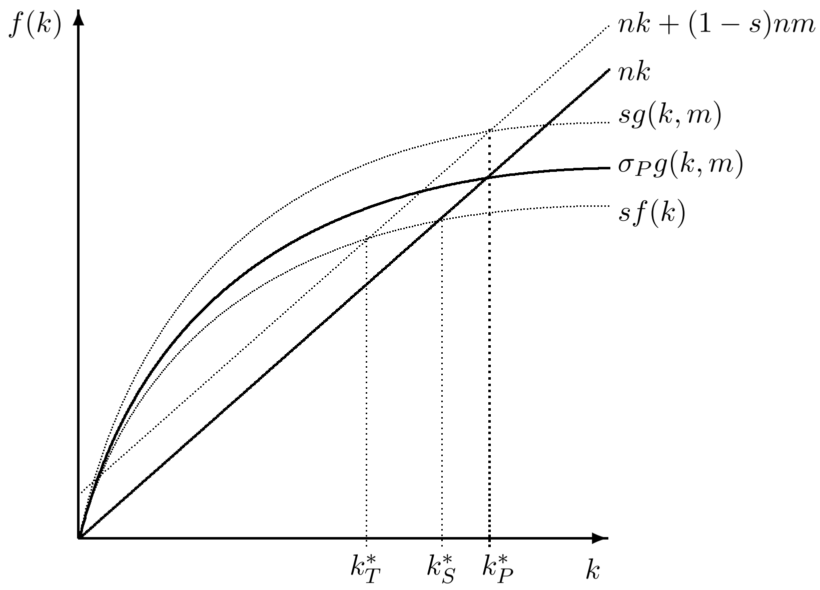
Damit dies möglich ist, muß die Definition der physischen Sparquote analog zu Gleichung (29) wie folgt lauten:

$$\sigma_P \equiv s - (1-s)\frac{nm}{g(k,m)}\,. \tag{51}$$

[132]Vgl. Gleichung (22) auf Seite 17.

Hieraus wird wiederum ersichtlich, daß bei positivem Bevölkerungswachstum die Investitionsquote geringer ist als die reine Sparquote bei Solow. Allerdings muß noch der zweite Teil der Sparquote hinzuaddiert werden, ohne den das reale Geldvermögen nicht konstant gehalten werden kann. Trotz dieser geringeren physischen Sparquote kann sich eine höhere gleichgewichtige Kapitalintensität als bei Solow ergeben.

Abbildung 8: Physische Sparquote bei Geld in der Produktionsfunktion



Aus Abbildung 8 geht hervor, daß durch den höheren Verlauf der neuen Produktionsfunktion sich nun auch bei einer physischen Sparquote $\sigma_P < s$ eine neue gleichgewichtige Kapitalintensität ergibt, für die gilt, daß $k_P^* > k_S^*$. Die Bedingungen dafür sind dieselben, wie bei Abbildung 7 (S. 38).

Wie sieht es aber mit dem Tobin-Effekt aus? Reagiert die Volkswirtschaft in dieser Modellierung wieder auf eine höhere Inflation mit gesteigertem Wachstum? Um darüber eine Aussage treffen zu können, muß dieses System so aufgelöst werden, daß dabei die Ableitung $dk/d\pi$ isoliert wird. Dabei kann jedoch lediglich festgestellt werden, daß über das Vorzeichen dieser Ableitung keine Aussage möglich ist. Eine genaue Herleitung findet sich in Anhang A.2 (S. 85).

Ein weiteres Problem besteht darin, daß es für die dynamische Betrachtung eines vergleichbaren Modells bei G. Calvo keine eindeutige Lösung gibt.[133] Allerdings läßt sich dieses Problem beheben, wenn die Annahme der perfekten Voraussicht aufgehoben wird.

Das Ergebnis dieser Betrachtung von Geld als Produktionsgut ist ganz analog zu jener mit Geld als Konsumgut zu sehen: es läßt sich keine genaue Aussage über die Richtung der Auswirkung des Geldes auf die gleichgewichtige Kapitalintensität machen.[134]

[133] G. A. Calvo, „On Models of Money and Perfect Foresight", *International Economic Review*, Vol. 20, 1979, S. 83 f.

[134] Unter ganz bestimmten Bedingungen ($g(k,m) = f(k) + (1-s)nm/s$) verschwindet das Geld sogar aus dem

2.5 Zusammenfassung

Es wurden also zu der einfachen Erweiterung, die das SOLOW-Modell durch TOBIN erfährt, zwei etwas umfassendere Modellierungen hinzugefügt. Um die Resultate zu verdeutlichen, sollen sie hier noch einmal gegenübergestellt werden. Dazu werden die Gleichungen (5), (22), (41) und (49) herangezogen:

- SOLOW:
  $\dot{k} = sf(k) - nk$,
- Geld als Anlagemittel:
  $\dot{k} = sf(k) - nk - (1-s)nm$,
- Geld als Konsumgut:
  $\dot{k} = sf(k) - nk - (1-s)nm + s(r+\pi)m$ und
- Geld als Produktionsfaktor:
  $\dot{k} = sg(k,m) - nk - (1-s)nm$.

Im Steady State ($\dot{k} = 0$) ergibt sich also folgendes:

- SOLOW:
  $sf(k) = nk$,
- Geld als Anlagemittel:
  $sf(k) = nk + (1-s)nm$,
- Geld als Konsumgut:
  $sf(k) = nk + (1-s)nm - s(r+\pi)m$ und
- Geld als Produktionsfaktor:
  $sg(k,m) = nk + (1-s)nm$.

Bei dem Vergleich wird deutlich, daß bei allen drei Erweiterungen des SOLOWschen Ansatzes die reale Geldmenge pro Kopf ein bestimmender Faktor für die Veränderung und das Niveau der Kapitalintensität ist. Die Neutralität des SOLOWschen Modells ist also aufgehoben. Allerdings ergibt die explizite Einführung von Geld für die Kapitalintensität Effekte in unterschiedlichen Richtungen, die in ihrer Summe nicht immer eindeutig sind.

Ergebnis, und entspricht somit dem Ergebnis des SOLOWschen Modells: $nk = sf(k) = \sigma_P g(k,m)$. Das heißt, daß:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_P}{s} &= \frac{f(k)}{g(k,m)} \\ \Leftrightarrow 1 - \frac{(1-s)nm}{sg(k,m)} &= \frac{f(k)}{g(k,m)} \\ \Leftrightarrow g(k,m) &= f(k) + \frac{(1-s)nm}{s} \, . \end{aligned}$$

Diese unterschiedlichen Effekte folgen aus den unterschiedlichen Annahmen: Von SOLOW zu TOBIN (Geld als Anlagemittel) gibt es eindeutig eine Abnahme der gleichgewichtigen Kapitalintensität. Bei der Berücksichtigung von Geld als Konsumgut ergibt sich auf jeden Fall eine höhere Kapitalintensität als bei TOBIN, bei $s(r+\pi) > (1-s)n$ sogar eine größere als bei SOLOW. Wird Geld als Produktionsfaktor angesehen, so stellt sich unter der Annahme, daß $g(k,m) > f(k)$ ist, eine höhere Kapitalintensität als bei TOBIN ein. Das Verhältnis zu SOLOW muß aber offen bleiben.[135]

Interessant ist auch der Vergleich der unterschiedlichen Investitionsquoten – Gleichungen (29), (44) und (51):

- SOLOW:
  $\sigma_S = s$,
- Geld als Anlagemittel:
  $\sigma = s - (1-s)\frac{nm}{f(k)}$,
- Geld als Konsumgut:
  $\sigma_C = s + \frac{m}{f(k)}\left[sr + \pi - (1-s)\hat{M}\right]$ und
- Geld als Produktionsfaktor:
  $\sigma_P = s - (1-s)\frac{nm}{g(k,m)}$.

Bei SOLOW ist die Investitionsquote noch identisch mit der Sparquote s. Bei TOBIN ist sie offensichtlich geringer. Bei dem Modell mit Geld als Konsumgut kann aufgrund der Unsicherheit über das Vorzeichen der eckigen Klammer nichts Genaues ausgesagt werden. Bei dem Modell mit Geld als Produktionsgut ist die Investitionsquote ebenfalls geringer – allerdings wird sie hier mit einer anderen Produktionsfunktion multipliziert um die Investition zu erhalten. Diese andere Produktionsfunktion hat mit aller Wahrscheinlichkeit einen größeren Outputwert, da das Geld an der Produktion beteiligt ist. Deshalb ist auch in diesem Falle über das neue Niveau der Investitionen keine exakte Aussage möglich.

Um einen graphischen Überblick zu verschaffen, soll mit Abbildung 9 (S. 42) ein Balkendiagramm eingeführt werden, welches die verschiedenen Konsum- und Sparniveaus darstellt.[136]

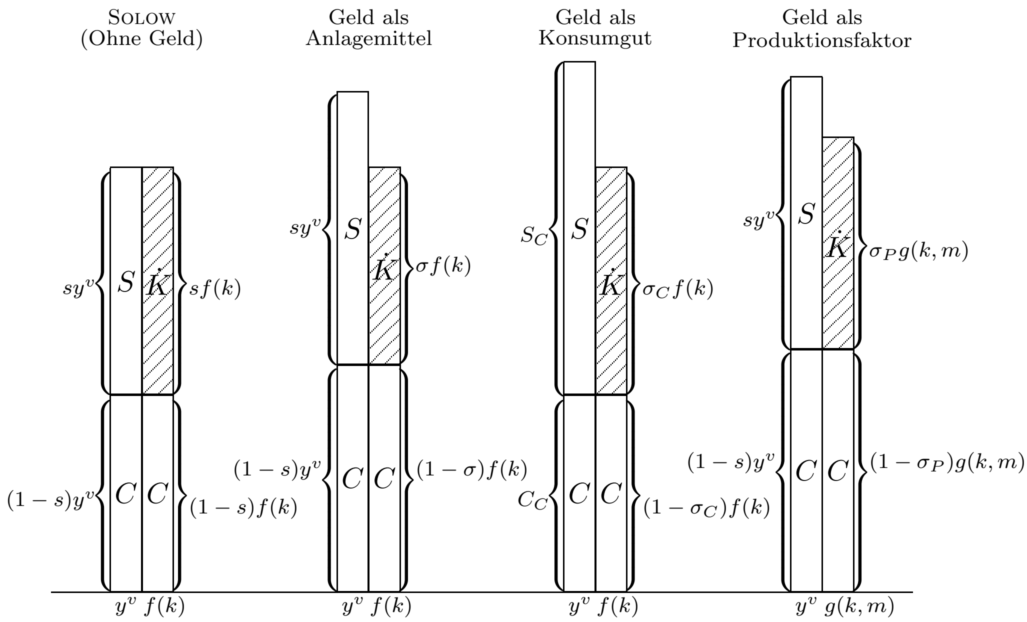
Die linke Säule steht dabei jeweils für das verfügbare Einkommen und die rechte für das physisch erwirtschaftete Einkommen. Hier wird deutlich, wie sich in diesen Modellen die Investitionen $\dot{K}$ als Restgröße ergeben: anhand des verfügbaren Einkommens wird die Konsumentscheidung gefällt (linker unterer Kasten), diese Entscheidung wird auf das physische Einkommen übertragen (rechter unterer Kasten) und was dann noch von dem produzierten Einkommen übrig bleibt, wird investiert (rechter oberer, schraffierter Kasten).

[135] Falls angenommen wird, daß $g(k,m) > f(k) + (1-s)nm/s$, kann auch hier von einem Gleichgewichtswert der Kapitalintensität über dem Niveau des Modells ohne Geld ausgegangen werden.

[136] Die Abkürzungen S_C und C_C bei dem Diagramm für Geld als Konsumgut stehen für folgende Terme:

$$\begin{aligned} S_C &= sy^v + (r+\pi)m \text{ und} \\ C_C &= (1-s)y^v - (r+\pi)m\,. \end{aligned}$$

Abbildung 9: Investition bei verschiedenen Modellannahmen



Daraus wird wieder deutlich, daß das TOBINsche Modell gegenüber dem SOLOWschen den Nachteil hat, daß die Investitionen ($\dot{K}$) geringer sind, weil ein Teil der Ersparnis dazu benutzt wird, die Kassenbestände aufzubauen, beziehungsweise zu erhalten, was bei dem Modell ohne Geld nicht vonnöten war. Der schraffierte Teil des physischen Einkommens nimmt also ab.

Sobald das Geld nun als Konsumgut betrachtet wird, kann der Konsum gesenkt werden, ohne daß der Nutzen der einzelnen Wirtschaftssubjekte sinkt. Daher wird ein größerer Anteil des Einkommens gespart. Ob das jedoch dafür reicht, daß die Investitionen so hoch wie oder höher als bei dem ursprünglichen Modell ohne Geld sind, muß offen bleiben. In dem oben dargestellten Beispiel wird der negative Effekt des TOBIN-Geldes genau kompensiert. Bei einer Betrachtung von Geld als Konsumgut ergibt sich eine Investition ($\dot{K}$), die genauso groß ist, wie die im Modell von SOLOW.

Bei der Berücksichtigung von Geld als Produktionsgut ergibt sich ein Bild, das dem Modell von TOBIN entspricht. Mit dem entscheidenden Unterschied, daß beide Einkommensformen – durch besagte Berücksichtigung des Geldes in der Produktionsfunktion – nun höher sind. Dadurch sind alle Anteile größer. Ob aber wiederum die Investitionen über dem Niveau von SOLOW liegen, muß auch hier offen bleiben. Bei diesem Beispiel wurde davon ausgegangen, daß die Investition leicht unter dem Niveau von SOLOW liegt.

Die Schwäche des SOLOWschen Modells, nämlich die, daß Geld neutral ist, wird also bei dem Modell von TOBIN aufgehoben. Geld ist jetzt nicht mehr neutral. Die explizite Betrachtung desselben wirkt sich negativ auf die gleichgewichtige Kapitalintensität aus. Das wird von verschiedenen Autoren wiederum als nicht zufriedenstellend empfunden, weshalb weitere Versuche unternommen wurden, das Geld umfassender zu modellieren und so einen positiven Effekt von Geld auf die gleichgewichtige Kapitalintensität zu erhalten. Sowohl der Ansatz von Geld als Konsumgut als auch der von Geld als Produktionsfaktor lassen die gleichgewichtige Kapitalintensität gegenüber der von TOBIN ansteigen. Ob dabei das Niveau der gleichgewichtigen Kapitalintensität bei SOLOW übertroffen wird, bleibt offen. Im folgenden soll deshalb untersucht werden, ob bei der gleichzeitigen Betrachtung von Geld sowohl als Konsumgut wie auch als Produktionsfaktor das SOLOWsche Niveau eindeutig übertroffen wird.

Dabei wird außerdem eine weitere Form des Geldes eingeführt, nämlich neben dem Außengeld auch Innengeld. Dieses wird die positiven Auswirkungen des Geldes auf das gleichgewichtige Niveau der Kapitalintensität noch Verstärken.

3 Erweitertes Geldkonzept im neoklassischen Wachstumsmodell

Im vorhergehenden Abschnitt wurde das neoklassische Wachstumsmodell von SOLOW vorgestellt. Obwohl bei dem Modell die Möglichkeit besteht, daß Geld implizit enthalten ist, bleibt es dennoch in jedem Fall neutral. Wenn das Modell nach TOBINs Vorstellung um eine explizite Form des Geldes erweitert wird, so ist das Geld zwar nicht mehr neutral, wirkt sich jedoch negativ auf das gleichgewichtige Niveau der Kapitalintensität aus. Dieses Ergebnis widerspricht dem, was von einem Wachstumsmodell erwartet werden kann, bei dem Geld eingeführt wird. Die Ursache liegt darin begründet, daß Geld nur als Substitut zum Kapitalgut modelliert wurde, nicht aber seine positiven (wachstumsfördernden) Wirkungen berücksichtigt werden.

Diese positiven Eigenschaften des Geldes treten im weiteren dadurch besonders deutlich hervor, daß das Geld nicht nur gleichzeitig als Konsumgut und Produktionsfaktor modelliert wird, sondern auch neben der Form von Außengeld nun außerdem als Innengeld betrachtet wird.

3.1 Innen- und Außengeld

Um die sonst zumeist auf Außengeld beschränkten Untersuchungen zu erweitern, soll hier auch das Innengeld betrachtet werden. Die Wahl dieser Vorgehensweise wird durch empirische Arbeiten gestützt, denen zufolge Innengeld nicht neutral ist und vom Außengeld in einer Neutralitätsuntersuchung unterschieden werden sollte: „...the distinction between inside and outside money may matter for evaluating neutrality propositions.“[137]

Um im weiteren Innengeld zu betrachten, sollte es zunächst unter anderem in seiner Abgrenzung zum Außengeld definiert werden:

Unter **Außengeld** werden die Aktiva einer Volkswirtschaft verstanden, denen bei ihrer Schaffung keine Passiva privater Wirtschaftssubjekte in gleicher Höhe gegenüberstehen. Dieses ist unter anderem bei dem von der Notenbank gedruckten Papiergeld oder bei vom Staat geprägten Münzen der Fall. Außengeld basiert also auf Verbindlichkeiten des Außensektors, das heißt der Zentralbank oder auch des Auslandes, gegenüber privaten Wirtschaftssubjekten. Diese Form des Geldes entspricht dem, was in den meisten monetären Wachstumsmodellen – so auch bei den bisherigen Betrachtungen – als Geld (beziehungsweise Papiergeld) bezeichnet wird.

Innengeld hingegen entsteht einerseits durch die aktive Schaffung von Geschäftsbankengeld; es ist auf dem Wege der Kreditvergabe innerhalb des privaten Sektors entstandenes Buchgeld. Diese Geldart kann andererseits aber auch – ohne die Mitwirkung von Geschäftsbanken – mittels Forderungen und Kreditbeziehungen zwischen privaten Nichtbanken geschaffen werden. Die Innengeldschöpfung ist dadurch gekennzeichnet, daß die Einlagen den jeweiligen Krediten entsprechen und jeder privaten Forderung eine private Verbindlichkeit gegenübersteht. Die Schaffung von Innengeld impliziert daher eine entsprechende Zunahme der Verschuldung des privaten Sektors.

Der Unterschied zwischen Innen- und Außengeld besteht demzufolge in der verschiedenarti-

[137] P. JEFFERSON, „On the Neutrality of Inside and Outside Money“, *Economica*, Vol. 64, 1997, S. 584.

gen Entstehungsform dieser beiden Geldarten. Daher wird hier nochmals ausführlich auf diese Entstehungsformen eingegangen.

3.1.1 Außengeldschaffung

Die Schaffung von Außengeld geschieht vor allem über folgende Mechanismen:

1. Typisch für die Schaffung von Außengeld ist die **Offenmarktpolitik**. Die Zentralbank finanziert hierbei den Kauf staatlicher Wertpapiere am offenen Markt mit selbstgeschaffenem Geld in Form von Sichtguthaben auf ihren Konten oder direkt mit Bargeld. Die Wirtschaftssubjekte substituieren in diesem Fall lediglich das Finanzaktivum Wertpapier gegen das von der Zentralbank ausgegebene Geld.

2. Eine weitere Entstehungsform des Außengeldes ist der Erwerb von **Gütern** seitens des Außensektors. Werden Güter aus dem privaten Sektor gekauft, kann der Kaufpreis entweder mit den selbst geschaffenen Banknoten und Münzen oder aber mit einer Gutschrift auf einem Zentralbankkonto entrichtet werden. Auf diese Weise kommt es zur Ausweitung des Bargeldumlaufs oder zur Erhöhung der Sichtguthaben bei der Zentralbank und in beiden Fällen zur Vergrößerung der Zentralbankgeldmenge.

Der Charakter des Außengeldes wird also deutlich dadurch bestimmt, daß der Forderung, die jede Form von Geld darstellt, keine Verbindlichkeit innerhalb des privaten inländischen Sektors gegenübersteht.[138]

3.1.2 Innengeldschaffung

Zur Erläuterung des Innengeldkonzeptes muß erst der Begriff der **Finanzintermediäre** erklärt werden, weil über diese die Schaffung des Innengeldes stattfindet:
Die Entwicklung der Geldwirtschaft führte im Bereich der Kreditvermittlung zur Entstehung von wirtschaftlichen Einheiten, deren primäre Funktion darin besteht zwischen Sparern und Investoren zu vermitteln: einerseits Geldanlagemöglichkeiten für Sparer und andererseits Finanzierungsmöglichkeiten für Investoren zu schaffen. Diese wirtschaftlichen Einheiten werden Finanzintermediäre genannt; sie stellen das Bindeglied zwischen letztem Gläubiger und letztem Schuldner in einer Kreditbeziehung dar und sind in der Lage, Gewinn aus diesem Vermittlungsgeschäft zu ziehen.

Dabei wird im weiteren nur auf Zahlungsmittel schöpfende, monetäre Finanzintermediäre eingegangen, da die nicht Zahlungsmittel schöpfenden hier nicht von Interesse sind: Monetäre Finanzintermediäre werden hier unter dem Begriff Geschäftsbanken zusammengefaßt. Es handelt sich unter anderem um Privatbanken in Form von Einzelunternehmen, Personen- und Aktiengesellschaften sowie Sparkassen. Sie sind in der Lage Aktiva (zum Beispiel Wechsel, Schuldscheine und andere Wertpapiere) zu erwerben und mit auf sich selbst gezogenen Forderungstiteln zu

[138] In der folgenden Modellierung wird bei der Betrachtung des Außensektors nicht explizit zwischen Staat und Zentralbank unterschieden. Diese beiden Institutionen werden, wenn nicht anders erwähnt, vereinfacht als nur ein wirtschaftlicher Akteur dargestellt.

bezahlen. In der Regel sind diese Forderungstitel anerkannte Zahlungsmittel, wie zum Beispiel Sichtdepositen. So findet in diesem Bereich der Geldschöpfungsprozeß statt.

Um die Funktion des Kreditvermittlers bei der Innengeldschöpfung klar darzustellen, wird hier eine direkte Kreditbeziehung einer intermediären Kreditbeziehung gegenübergestellt. Bei einem direkten Kreditverhältnis verschuldet sich etwa ein Investor bei einem Sparer, indem er Forderungstitel auf sich selbst zieht, die dann der Sparer hält. Im Gegenzug gibt der Sparer dem Investor einen Teil seines Vermögens. Das Resultat ist eine direkte Kreditbeziehung zwischen Überschuß- und Defiziteinheit.

Bei einer indirekten Kreditbeziehung wird eine Geschäftsbank als Intermediär zwischengeschaltet. Die Geschäftsbank kauft privatwirtschaftliche Schuldtitel, welche sie in Form von Sichteinlagen bezahlt. Hierbei besorgt die Bank sich die Mittel von Geldbesitzern, indem sie ihnen Forderungstitel anbietet, die sie auf sich selbst zieht. Die Gläubiger haben in diesem Prozeß lediglich indirekte Forderungen an die Schuldner, denn in ihrem Portfolio befinden sich nur Forderungsansprüche gegen die Geschäftsbanken. Im Gegenzug haben sich die Investoren primär bei den Banken verschuldet.[139] Die Geschäftsbank ist einerseits Schuldner gegenüber den Gläubigern und andererseits Gläubiger gegenüber den Schuldnern. Gesamtwirtschaftlich werden jedoch meist nur der letzte Schuldner (die Investoren) und der letzte Gläubiger (die Sparer) betrachtet, so daß der Finanzintermediär keiner der beiden Kategorien zugerechnet werden kann. Den Forderungen der Geld sparenden Wirtschaftssubjekte gegen die Geschäftsbanken stehen volkswirtschaftlich die Schulden der Kredit nehmenden Wirtschaftssubjekte bei den Geschäftsbanken gegenüber.

Es könnte argumentiert werden, daß Innengeld auch hier nicht in die Betrachtungen von eines Wachstumsmodells einbezogen werden solle, weil es in seinem Nettoeffekt kein Vermögen in den Händen privater Wirtschaftssubjekte darstelle und deshalb auch netto keine Auswirkung auf die volkswirtschaftlichen Abläufe haben könne. Es wird aber im weiteren gezeigt, daß dieses Argument nicht aufrechterhalten werden kann. Vielmehr stellt Innengeld einen Teil des Vermögens dar, an dem sich ein Wirtschaftssubjekt orientiert, wenn es seine Entscheidungen fällt. Dazu muß jedoch gezeigt werden, daß das Innengeld Vermögenscharakter besitzt.

3.1.3 Vermögenscharakter des Innengeldes

Nach der Argumentation von Gurley und Shaw stellt Innengeld kein Vermögen dar, weil jeder Forderung eine gleich hohe Verbindlichkeit innerhalb desselben (privaten) Sektors gegenübersteht.[140] Einerseits wird der Geldbesitzer seine Nachfrage zwar ausweiten je mehr Finanzvermögen (Forderungen) er hält; andererseits wird der Besitzer der Verbindlichkeiten aber um so weniger nachfragen je mehr Schulden er hat. Der expansive Vermögenseffekt und der kontraktive Verschuldungseffekt würden sich demnach genau kompensieren.

Diese Argumentation wurde von Pesek und Saving angegriffen.[141] Sie machten darauf aufmerksam, daß zwar die Summe der Gläubiger und Schuldner durch die Vermittlung der Bank keine Nettovermögensveränderung erfahre, daß aber die Rolle der Banken dabei unberücksichtigt

[139] E.-M. Claassen, *Grundlagen der Geldtheorie,* Berlin 1980, S. 80 f.

[140] Vgl. J. Gurley und E. Shaw, *Money in a Theory of Finance*, Washington (DC) 1960, S. 72 ff.

[141] B. Pesek und T. Saving, *Money, Wealth, and Economic Theory*, New York 1967.

bleibe:

Die Begründung, inwiefern Innengeld doch Vermögen darstellt, kann durch eine Betrachtung der Finanzintermediäre deutlich gemacht werden. Um zu untersuchen, unter welchen Umständen Innengeld ein Nettovermögen darstellt, wird in einem ersten Schritt unterstellt, daß Sichtguthaben von privaten Wirtschaftssubjekten bei einer Geschäftsbank nicht verzinst werden. Dies ist weltweit bei den meisten Banken üblich, da sich für die Nichtbanken durch das Halten dieser Sichteinlagen ein nichtpekuniärer Nutzen in Form von beispielsweise Zahlungssicherheit und Bequemlichkeit ergibt, der den Zinsverlust kompensiert: „... [An] income is earned by a banking enterprise which can finance interest bearing loans by interest free borrowing made possible by the utility yielded to its depositors by the holding of money.“[142]

Es wird Innengeld geschaffen, indem die Bank dem Schuldner einen Kredit gewährt (auf den dieser einen Zins zahlen muß) und gleichzeitig von dem Gläubiger einen Kredit zinsfrei erhält. Wenn Gläubiger und Schuldner gegeneinander aufgerechnet werden, bleibt das Gesamtvermögen unverändert: der Schuldner erhält die finanziellen Mittel, die der Gläubiger der Bank zur Verfügung gestellt hat.

Bei der Bank findet durch die Zinsdifferenz allerdings ein Einkommenszuwachs statt, aus dem ein Vermögenszuwachs resultiert. Ist die Bank Eigentum privater Wirtschaftssubjekte, wie es im heutigen Mischgeldsystem üblich ist, kommt dieser Vermögenszuwachs dem privaten Sektor zugute. Buchgeld ist also Vermögensbestandteil, so lange eine positive Differenz zwischen Kreditzinsen und Buchgeldzinsen besteht und die Zinsüberschüsse zum Vermögenszuwachs der Geschäftsbanken und damit der privaten Wirtschaftssubjekte führen.

In dieser Argumentation entsteht der Gewinn, welcher das Vermögen impliziert, dadurch, daß die Haltung von Buchgeld bei den Gläubigern nichtpekuniäre Erträge erbringt. Durch sie wird es möglich, daß der Gläubiger der Bank in einem Girokonto das Geld überläßt, ohne Ertragseinbußen durch sehr geringe oder gar keine Zinszahlungen zu haben, da er aus der Liquidität (des verliehenen Betrags) einen Nutzen zieht, der dem Ertrag einer anderen Anlage ebenbürtig ist. Die Bank kann somit die Zinsdifferenz gegenüber einem von ihr gewährten Kredit einbehalten und erwirtschaftet so einen Gewinn,[143] mit dem der Vermögenscharakter von Innengeld gerechtfertigt wird.

3.2 Das Friedman-Konzept des Geldes

Wie oben beschrieben, wurde in den neoklassischen Wachstumsmodellen durch die Einführung von Geld eine alternative Anlageform zum Sachkapital geschaffen, was die Sachkapitalbildung verringerte. Um das Geld detaillierter zu betrachten, soll nun neben dem Außengeld auch das Innengeld explizit eingeführt werden. Ein Beispiel dafür liefert der Ansatz von M. Friedman

[142] Vgl. H. Johnson, „Inside Money, Outside Money, Income, Wealth and Welfare in Monetary Theory“, *Journal of Money, Credit and Banking*, 1969, Vol. 1, S. 35.

[143] Alternativ kann die Bank einen Teil dieses Zinsgewinns an den Kreditgeber abgeben, das wird allerdings nichts an der Betrachtung ändern, weil dann der Kreditgeber den Betrag seines Girokontos so lange erhöhen wird, bis der Grenznutzen (diesmal) plus Zinsertrag wieder gleich dem Ertrag seines restliches Portfolios ist. Für die Bank bedeutet das ein höheres Niveau an Buchgeld, was eine Ausweitung der Kreditvergabe ermöglicht. Dem Verlust durch die Schmälerung der Zinsdifferenz steht nun ein größeres Volumen entgegen, das den Verlust zumindest zum Teil kompensiert.

zur optimalen Geldmenge.[144] In diesem Beitrag geht es zwar nicht um Wachstumsmodelle, jedoch weist M. FRIEDMANs Betrachtung des Geldes nicht nur eine praktikable Modellierung des Innengeldes auf, sondern hat Parallelen zur Betrachtung von Geld sowohl als Konsumgut wie auch als Produktionsfaktor.

Die Klassifizierung der Vermögensformen geschieht bei M. FRIEDMAN folgendermaßen:

1. **Außengeld** (Geld)
   Das Außengeld wird hier im Sinne des FRIEDMANschen Begriffes „Geld“ verstanden, ist also nur die liquideste Form des Vermögens, jedoch nicht die einzige, die einen Nutzen stiftet.

2. **Innengeld** (Kredit)
   Das Innengeld entspricht in diesem Zusammenhang den FRIEDMANschen „Bonds“. Bei diesen Obligationen ergibt sich in einer makroökonomischen Betrachtung nun aber das für Innengeld typische Problem der Aggregation. Werden die Gläubiger gegen die Schuldner aufgerechnet, so ergibt sich ein Nettovermögen von Null. Es soll hier aber analog zu der Argumentation von PESEK und SAVING in Abschnitt 3.1.3 angenommen werden, daß auch Innengeld Vermögenscharakter besitzt.

3. **Sachkapital**
   Das Sachkapital wird in dieser Betrachtung analog zu den üblichen neoklassischen Modellen behandelt. Eigentumsrechte werden im Unterschied zu der Modellierung von M. FRIEDMAN nicht berücksichtigt.

In seinem Modell maximiert M. FRIEDMAN implizit die Wohlfahrt.[145] Um jedoch bei einer Modellierung zu bleiben, die analog zu den neoklassischen Wachstumsmodellen ist, soll hier nur der Effekt betrachtet werden, den Geld auf die gleichgewichtige Kapitalintensität k^* hat. Dabei wird nach wie vor davon ausgegangen, daß eine hohe Kapitalintensität auch ein höheres Produktionsniveau und somit auch eine höhere Wohlfahrt impliziert.

Weiterhin sollen alle Annahmen der neoklassischen Wachstumsmodelle beibehalten werden. Entscheidend ist dabei wieder die gesamtwirtschaftliche Produktionsfunktion, die hier eine große Lücke gegenüber dem Modell von M. FRIEDMAN schließt, weil sich dieser nicht über die Modellierung des Gütersektors äußert, beziehungsweise diesen Sektor als unveränderlich betrachtet.

Eine ganz entscheidende Neuerung, die aufgrund der Betrachtung M. FRIEDMANs als Erweiterung für die neoklassischen Wachstumsmodelle angesehen werden kann, ist die Berücksichtigung der Kassenhaltung als intertemporales Substitutionsmittel, um Einkommen und somit auch Konsum über die Perioden hin zu transferieren. Die Wertaufbewahrungsfunktion wird dadurch besser erklärt. Denn nur durch die heutige Ersparnis wird es möglich, daß in allen zukünftigen Perioden eine bestimmte Kassenhaltung immer wieder einen Ertrag abwirft. Das Wirtschaftssubjekt muß also ein Optimierungskalkül eingehen, bei dem der heutige Konsum gegen zukünftigen

[144] Vgl. M. FRIEDMAN, „The Optimum Quantity of Money“, in: *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*, Chicago 1969, S. 1-50.
[145] Implizit deshalb, weil bei M. FRIEDMAN nie ausdrücklich die Rede von einem Maximierungsproblem ist.

Konsum abgegrenzt wird. Dabei wird – wie bei jeder intertemporalen Betrachtung – eine subjektive Zeitpräferenzrate ρ angenommen, mit welcher der zukünftige Konsum abgezinst werden muß. So wird es möglich, den heutigen mit dem morgigen Konsum zu vergleichen.

Diese **Zeitpräferenzrate** läßt sich auf verschiedene Arten begründen, die nicht immer dem Idealbild des vollständig rational handelnden Wirtschaftssubjektes entsprechen. Aber eine solche Zeitpräferenzrate läßt sich empirisch nachweisen.[146] Darum soll sie auch hier aus dem Modell heraus erklärt werden. Dazu dient die oben gemachte Annahme, daß die beobachteten Wirtschaftssubjekte nur mit einem *quasi* unendlichen Zeithorizont wirtschaften. So kann auch der Fall gesetzt werden, daß sie zwar sterblich und sich dessen auch bewußt sind, sie aber auch die Wohlfahrt ihrer Nachfahren berücksichtigen. Es ist dabei allerdings ohne weiteres denkbar, daß deren Nutzenniveau um so unwichtiger für das heute agierende Wirtschaftssubjekt wird, je weiter diese Nachkommen in der Zukunft leben. So kann eine langfristig positive Zeitpräferenzrate begründet werden.

Eine andere Erklärung ergibt sich aus der allgemein-menschlichen Eigenschaft, den heutigen Konsum dem morgigen allein deshalb vorzuziehen, weil der morgige Konsum zeitlich noch so weit entfernt ist, daß er heute als nicht so wichtig eingeschätzt wird. Das gilt auch innerhalb der eigenen Lebensspanne. Dadurch ergibt sich eine stetige, positive Zeitpräferenzrate. Diese Argumentation ist der Begründung einer Zeitpräferenzrate aus der unvollkommenen Voraussicht heraus recht nahe: Weil das Wirtschaftssubjekt keine Sicherheit haben kann, wie seine zukünftigen Lebensverhältnisse sein werden, und vor allem nicht den Zeitpunkt kennt, an dem es sterben wird, ist ein heute getätigter Konsum deshalb einem morgigen überlegen, weil der morgige die Gefahr birgt, daß er unter Umständen gar nicht stattfinden kann.

Zunächst soll hier analog zu M. Friedman vorgegangen werden, wobei die neuen, neoklassischen Variablen jeweils die etwas umständlicheren Bezeichnungen Friedmans ersetzen werden. Dabei werden als erstes die drei Vermögensformen betrachtet, um die es bei diesem Ansatz geht.

3.2.1 Außengeld (Geld)

Eine sehr wichtige Unterscheidung trifft M. Friedman zwischen den Ertragsformen der Geldhaltung. Er unterteilt sie in pekuniäre und nicht pekuniäre.[147] Das entspricht genau den neoklassischen Wachstumsmodellen, die versuchen, Geldhaltung in volkswirtschaftliche Modelle einzubinden. Dabei korrespondieren die pekuniären Erträge mit der Modellierung des Geldes als Faktor in der Produktionsfunktion und die nicht pekuniären Erträge mit der Modellierung als ein Teil der Nutzenfunktion. Im weiteren soll deshalb – abweichend von M. Friedman – die aus obiger Argumentation bekannte Notation benutzt werden. Dadurch wird auch ein späteres Einfügen von Veränderungen im realen Sektor erleichtert.

Demnach ist der Nutzen von Geld $U(M/P)$ und die Produktionsfunktion $F(M/P)$. Die Ableitungen U' und F' sind – gemäß den obigen Annahmen – zunächst positiv. Da sie jedoch fallend sind, können sie für genügend große M/P auch negativ werden. Wichtig ist hier die

[146] Vgl. M. Friedman, „The Optimum Quantity of Money“, in: *The Optimum Quantity of Money and other Essays*, Hrsg. M. Friedman, Chicago 1969, S. 21 f.

[147] Vgl. M. Friedman, „The Optimum Quantity of Money“, in: *The Optimum Quantity of Money and other Essays*, Hrsg. M. Friedman, Chicago 1969, S. 18.

Annahme, daß sich der Grenznutzen in Geldeinheiten darstellen läßt.[148]

Im Gleichgewicht ohne eine Geldmengenveränderung werden die Wirtschaftssubjekte nach M. Friedman die Geldmenge so lange vergrößern, bis $U' + F' = 0$, das heißt, bis der Grenzertrag des Geldes auf Null gesunken ist.[149] Durch die Annahme der Konkavität der Ertrags- und Nutzenfunktionen ist damit ein Ertragsmaximum erreicht. Die Wirtschaftssubjekte haben dadurch den maximalen Ertrag aus der Geldhaltung.

Wird aber nun die Zeitpräferenzrate berücksichtigt, dann müssen im Gleichgewicht die Grenzerträge gleich den Grenzkosten sein:

$$U' + F' = \rho \,. \tag{52}$$

Daraus folgt, daß das Wirtschaftssubjekt so lange und so viel des gegenwärtigen Einkommens sparen wird, bis die Grenzerträge aus der Kassenhaltung $(U' + F')$ gleich den Grenzkosten ρ sind. Die Zeitpräferenzrate ist hier deshalb ein Kostenfaktor, weil das zukünftige Vermögen damit *quasi* abgezinst wird.[150]

Gemäß M. Friedman ist das inhärente Problem dabei, daß die Kassenhaltung jetzt suboptimal ist, wenn die gesamte Wohlfahrt über die Zeit betrachtet wird. Es wäre optimal, wenn ein Einkommensmaximum aus der Kassenhaltung erzielt würde, bei dem die Grenzerträge auf Null gefallen sind. Durch die Abdiskontierung der Zukunft wird hier jedoch eine Präferenz des heutigen Konsums über den morgigen eingeführt, die eben zu einer suboptimalen Ersparnis führt. Durch das „irrationale“ Verhalten der Wirtschaftssubjekte kann das wünschenswerte Optimum eines maximalen Ertrages für alle Perioden nicht mehr erreicht werden.[151]

Wie sieht dieses Maximum jedoch bei veränderlicher Geldmenge aus?

1. **Einmalige Geldmengenerhöhung**
   Nach einem einmaligen Schock, der die Geldmenge erhöht, verringert sich die reale Geldmenge durch kurzfristig gestiegene Nachfrage wieder, bis sich die reale Geldmenge durch steigende Preise auf dem alten Niveau einpendelt. Für die Grenzbedingungen ergibt sich langfristig daraus kein Unterschied.

2. **Kontinuierliche Geldmengenerhöhung**
   Durch diese Dynamik verändert sich auch der Steady State. Die Kassenhaltung verliert durch die nun eintretende Inflation kontinuierlich an Wert. In die Gleichgewichtsbedingung

[148] Diese beiden Annahmen sind sicherlich umstritten, aber da M. Friedman nicht genau zwischen Grenznutzen und Grenzertrag des Geldes unterscheidet, ist ein fließender Übergang zwischen Nutzen und Ertrag der Geldhaltung durchaus in seinem Sinne. Auch wurde schon bei der Betrachtung des Modells mit Geld als Konsumgut (Abschnitt 2.4.1) der Grenznutzen des Geldes durch die Grenzkosten desselben dargestellt.

[149] Mit „Grenzertrag des Geldes“ ist hier der gesamte Ausdruck $U' + F'$ gemeint. Diese Vereinfachung wird aus den folgenden zwei Gründen an dieser Stelle gemacht und auch später beibehalten:

1. Der Grenznutzen läßt sich – gemäß obiger Annahme – wie der Grenzertrag in Geldeinheiten messen.
2. Nutzen und Ertrag lassen sich nicht immer ganz sauber trennen. Der Term $U' + F'$ wird auch im weiteren zunächst zusammen verwendet.

[150] Deshalb kann die Zeitpräferenzrate ρ auch als ein negativer Zins auf Vermögen angesehen werden.

[151] Bei diesem „wünschenswerten Optimum“ handelt es sich um die normative Annahme, daß ein größeres Vermögen auch einen besseren Zustand bedeutet.

geht dabei mit ein, daß es in zukünftigen Perioden immer Kosten geben wird, um die Kasse auf dem gewünschten Niveau zu halten. Je größer die Kassenhaltung ist, desto größer sind diese Kosten. Die Gleichgewichtsbedingung für die Kassenhaltung (52) muß also um diese zusätzlichen Kosten der Geldmenge erweitert werden, die der erwarteten Inflationsrate entsprechen. Im Steady State kann davon ausgegangen werden, daß die erwartete gleich der tatsächlichen Inflationsrate ist:

$$U' + F' = \rho + \pi \,. \tag{53}$$

3. **Kontinuierliche Geldmengensenkung**
   Die kontinuierliche Geldmengensenkung ergibt einen negativen Wert für die Inflation (und auch die erwartete Inflation). Für den nach M. FRIEDMAN beschriebenen Optimalwert gilt $-\pi = \rho$,[152] so daß für den Grenzertrag der Geldhaltung wiederum gilt:

$$U' + F' = 0 \,.$$

3.2.2 Innengeld (Kredit)

Neben dem Geld bringt auch die Haltung von Wertpapieren einen **Nutzen**. Der Nutzen ergibt sich als:

$$U = U(M/P, B/P) \,.$$

Die Obligationen werden in der Recheneinheit Geld ausgegeben und sind deshalb auch nominale Größen. Die Ableitungen ergeben sich entsprechend:[153]

$$\begin{aligned} &U_1 > 0 \quad \text{und} \quad U_{11} < 0 \text{ , sowie} \\ &U_2 > 0 \quad \text{und} \quad U_{22} < 0 \end{aligned} \tag{54}$$

Bisher wurden gesamtwirtschaftliche Größen aufgeführt. Um aber die Bedingungen des Modellrahmens aus Kapitel 2 zu erfüllen, soll im weiteren zur intensiven Form übergegangen werden. Dabei ergibt sich jedoch das Problem einer linear homogenen Nutzenfunktion. Denn falls gelten sollte, daß

$$\frac{U(M/P, B/P)}{L} = U(m, b)$$

mit $b = B/(PL)$, müßte die Nutzenfunktion linear homogen sein. Das hieße jedoch, daß bei einer Verdoppelung der realen Niveaus an Geld und Obligationen sich auch der Nutzen verdoppeln würde. Das impliziert wiederum nicht nur Nichtsättigung, sondern auch nicht-abnehmende Grenznutzen, falls gleichzeitig die andere Unabhängige der Nutzenfunktion erhöht wird. Was für

[152] Die Optimalität dieser FRIEDMANschen Geldmengenregel hängt unter anderem von Annahmen für die Nutzenfunktion ab. Vgl. C. MULLIGAN und X. SALA-I-MARTIN, „The Optimum Quantity of Money: Theory and Evidence“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 29, 1997, S. 712 f.

[153] Im weiteren steht ein Index j für eine Ableitung nach dem j-ten Element der Funktion. Zum Beispiel

$$U_2 \equiv \frac{\partial U(M/P, B/P)}{\partial (B/P)} \,.$$

eine Produktionsfunktion noch relativ einfach gerechtfertigt werden kann, daß nämlich bei einer Verdoppelung der Inputfaktoren einfach eine zweite Produktionsstätte gebaut wird,[154] ist für einen Konsumenten nicht möglich. Es ist hingegen davon auszugehen, daß eine Verdoppelung des Gesamtvermögens – auch bei gleichbleibenden Relationen der einzelnen Vermögenskomponenten – ein neues Nutzenniveau ergibt, welches weniger als das Doppelte des alten Niveaus beträgt.

Deshalb muß (um die gewohnte intensive Schreibweise zu erreichen), eine monotone Transformation der Nutzenfunktion U definiert werden, so daß gilt:

$$u(m,b) \equiv \frac{U(M/P, B/P)}{L}\,, \tag{55}$$

wobei $u(m,b)$ eine monotone Transformation von U ist.

Nun zu den **pekuniären Erträgen** der Obligationen, die durch deren Zins gegeben sind. Daher gilt weiterhin, daß $F = F(M/P)$; davon unabhängig beläuft sich das Einkommen aus Obligationen auf iB/P. Allerdings besteht ein ganz entscheidender Unterschied zu der Betrachtung des Außengeldes: bei den Obligationen handelt es sich um Innengeld. Der Ertrag, den sie auf der einen Seite den Haltern bringen, muß auf der anderen Seite von jenen bezahlt werden, die sie ausgegeben haben. Die entsprechende Argumentation von Gurley und Shaw wurde dazu benutzt, dem Innengeld einen Vermögenscharakter abzusprechen. Aber wie schon oben dargestellt, erbringt das Innengeld auch nichtpekuniäre Erträge. Diese dienten Pesek und Saving dazu, Innengeld doch als eine Vermögensform anzusehen. Deshalb soll in der weiteren Behandlung des Innengeldes in der Form auf die Diskussion über den Vermögenscharakter desselben durch die Annahme eingegangen werden, daß sich die pekuniären Erträge gesamtwirtschaftlich saldieren, aber die nichtpekuniären Erträge in die Betrachtung mit eingehen.[155] Bei der Betrachtung der Grenzerträge muß allerdings der Grenzertrag des Innengeldes mit berücksichtigt werden, weil dieser bei der Haltung – beziehungsweise dem Kauf – der Obligationen für den Gläubiger ein realer Ertrag ist.

Die Gleichgewichtsbedingung bei dieser Betrachtung mit Innengeld muß nun also nicht nur die Grenzerträge von Außengeld – wie in Gleichung (53) –, sondern auch die von Innengeld gleich den Grenzkosten setzen. Dabei sind die Grenzerträge sowohl nichtpekuniärer Art ($u_m(m,b)$ und $u_b(m,b)$), als auch pekuniärer ($f_m(m)$ und i). Die Grenzkosten ergeben sich durch die Zeitpräferenzrate ρ und die erwartete Inflation, die hier wieder gleich der tatsächlichen π gesetzt wird. Die doppelte Gleichgewichtsbedingung lautet also:

$$u_m(m,b) + f_m(m) = u_b(m,b) + i = \rho + \pi\,. \tag{56}$$

3.2.3 Sachkapital

Bisher wurde die Argumentation noch ganz in der Nähe des Modells der „optimalen Geldmenge“ vollzogen, da vor allem der Geldmarkt betrachtet wurde, der bei M. Friedman sehr ausführlich

[154] Für diese einfache Argumentation sollen die Fixkosten vernachlässigt werden. Alternativ kann angenommen werden, daß die Abschreibungen der Fixkosten in den Faktorpreisen enthalten sind.

[155] Der Vermögenscharakter des Innengeldes hat jedoch keinen direkten Einfluß auf den Konsum, da dieser hier nur vom verfügbaren Einkommen und nicht vom Vermögen abhängt. Vgl. dazu A. Marty, „Inside Money, Outside Money, and the Wealth Effect“, *Journal of Money, Credit, and Banking,* Vol. 1, 1969, S. 101 f.

modelliert wird. An der Stelle allerdings, an der auf den Gütermarkt übergegangen wird, weil „reproducible capital“[156] in das Modell eingeführt wird, behilft sich M. FRIEDMAN mit der Betrachtung von Anteilsscheinen, die für das Sachkapital stehen und nun mit den anderen beiden Anlageformen – Geld und Obligationen – konkurrieren müssen. Der Gütermarkt wird weiterhin nicht explizit betrachtet.

Da hier aber gerade auf den Gütermarkt Bezug genommen werden soll (damit die neoklassischen Wachstumsmodelle mit dem FRIEDMANschen Ansatz angereichert werden können), muß nun stärker von der Modellierungsweise M. FRIEDMANs abgewichen werden.

Die Produktionsfunktion hängt vom Kapital, der Arbeit und dem realen Bestand an Geld ab: $G(K, L, M/P)$, in der intensiven Form:

$$y = g(k, m)\,.$$

Hier wurde jedoch im Gegensatz zu der Nutzenfunktion angenommen, daß lineare Homogenität gegeben ist.

M. FRIEDMAN modelliert eine Finanzierung des Sachkapitals durch Obligationen und durch Anteilsscheine. Wenn die Anteilsscheine nun nicht modelliert werden, könnte den Obligationen ein allzu wichtiger Anteil an der wirtschaftlichen Entwicklung zufallen. Da die weitere Modellierung aber von nur einem Sektor ausgeht, wird ein repräsentatives Wirtschaftssubjekt angenommen, so daß die Eigentumsrechte keine Rolle spielen. Hier wird der Markt der Eigentumsrechte am produzierenden Kapital nicht betrachtet.

Daraus ergibt sich, wenn eine SOLOWsche Produktionsfunktion zugrunde gelegt wird, der entscheidende Unterschied zu der einfachen Erweiterung durch TOBIN analog zu den Modellen in Kapitel 2 in dem verfügbaren Einkommen. Zunächst wird hier noch die Gleichgewichtsbedingung für die verschiedenen Vermögensformen im Sinne M. FRIEDMANs aufgezeigt:

$$u_m(m, b) + g_m(k, m) - \pi = u_b(m, b) + i - \pi = g_k(k, m)\,. \tag{57}$$

Diese Bedingung ergibt sich aus einer Umformung von Gleichung (56). Dazu wird die Inflationsrate abgezogen, so daß die Zeitpräferenzrate rechts isoliert ist. Dabei gilt, daß der Grenzertrag des Kapitals im Gleichgewicht gleich der Zeitpräferenzrate sein muß $g_k(k, m) = \rho$. Es wird jedoch davon abgesehen, dies im weiteren jedesmal explizit aufzuführen.

3.3 Spezifizierung des monetären neoklassischen Ansatzes

3.3.1 Analoge Modellierung

Wie bereits erwähnt, findet die Aufnahme des FRIEDMANschen Geldes in ein monetäres neoklassisches Wachstumsmodell über das verfügbare Einkommen statt. Weil in den Ausführungen M. FRIEDMANs das Geld in seiner ungeschmälerten Bedeutung für die Wirtschaft betrachtet wird, beinhaltet eine Modellierung, welche diesem Verständnis von Geld Rechnung tragen soll, dabei alle Ansätze aus Kapitel 2: Geld ist eine weitere Vermögensform in einem neoklassischen Wachstumsmodell, wobei es nun gleichzeitig Produktionsfaktor und Konsumgut ist. Darüber

[156] Vgl. M. FRIEDMAN, „The Optimum Quantity of Money“, in: *The Optimum Quantity of Money and other Essays*, Hrsg. M. FRIEDMAN, Chicago 1969, S. 34 ff.

hinaus wird das Innengeld betrachtet, das auch einen Nutzen stiftet und demnach auch substitutiv zu Konsumgütern wirken kann. In der Betrachtung des verfügbaren Einkommens müssen deshalb sowohl die Nutzenaspekte der verschiedenen Vermögensformen berücksichtigt werden als auch die Produktionswirkungen der Geldhaltung. Das verfügbare Einkommen besteht also aus folgenden Elementen:

- **Sacheinkommen**
  Das Sacheinkommen ergibt sich durch den Einsatz von Arbeit, Kapital und Geld. Es wird hier durch die neoklassische Produktionsfunktion betrachtet: $g(k, m)$.

- **Staatliche Transfers**
  Die staatlichen Transfers finden in der Form von realen Geldmengenerweiterungen statt. Es wird also die Kasse der Wirtschaftssubjekte erhöht: $\hat{M}m = \mu$.

- **Konsumeffekte des Außengeldes**
  Auch hier soll wieder der zum Konsum substitutive Nutzen aus der Geldhaltung über die Grenzkosten der Geldhaltung definiert werden: $(r + \pi)m$.

- **Konsumeffekte der Obligationen**
  Der Nutzen aus der Haltung von Obligationen ist substitutiv zum Nutzen aus der Geldhaltung und dem Nutzen aus Konsum. Auch er wird über die Grenzkosten definiert. Dabei kann argumentiert werden, daß sowohl die Opportunitätskosten (der Ertrag einer alternativen Anlage) als auch der Inflationsverlust des Innengeldes sich herauskürzen, da diese Kosten gleichzeitig einen Gewinn für den Emittenten der Obligationen bedeuten. Aber die Tatsache, daß der Käufer der Obligationen sie trotz dieser Kosten hält, spricht ja für einen Grenznutzen genau in der Höhe der Grenzkosten. Daher kann der Nutzen der Obligationen auch mit $(r + \pi)b$ approximiert werden.

- **Vermögensverlust durch Inflation**
  Sowohl der reale Bestand an Außengeld als auch der an Innengeld verlieren durch die Preiserhöhung an Wert. Allerdings bedeutet der Wertverlust der einen Seite bei den Obligationen auf der anderen Seite einen Gewinn: Die Emittenten der Obligationen werden ihre Schuld durch die Inflation sinken sehen. Daher muß nur der Wertverlust des Außengeldes mit in das verfügbare Einkommen eingehen: $-\pi m$.

Das verfügbare Einkommen pro Kopf y^v lautet also wie folgt:

$$y^v = g(k, m) + \hat{M}m + (r + \pi)(m + b) - \pi m\,.$$

In das verfügbare Einkommen geht Geld nun sowohl als Produktionsfaktor (die erweiterte Produktionsfunktion) wie auch als Konsumgut (die Opportunitätskosten als Nutzen des Geldes) ein. Außerdem gehen hier die Obligationen mit ein, allerdings nur mit ihrem Nutzen. Weder der Ertrag noch der Wertverlust haben einen Nettoeffekt auf das Einkommen.

3.3.2 Modellierungsprobleme

Diese analog zu Kapitel 2 gehaltene Darstellungsform ist allerdings für das erweiterte Modell nicht mehr ausreichend: Die Opportunitätsgrenzkosten des Geldes – sowohl des Außen- als auch des Innengeldes – können nicht mehr einfach durch die Rendite r dargestellt werden. Denn bei der Haltung von Geld verzichtet das Wirtschaftssubjekt zwar auf eine Rendite, die eine Sachinvestition in derselben Höhe bringen würde, gleichzeitig bringt in diesem Modell aber auch die Geldhaltung einen Ertrag. Für die letzte gehaltene Geldeinheit gilt also, daß die Grenzkosten sich als Differenz zwischen der entgangenen Rendite und dem Grenzertrag aus der Geldhaltung ergeben. Deshalb muß beim Außengeld die Differenz $r-g_m$, oder g_k-g_m als Opportunitätskosten eingesetzt werden. Für das Innengeld gilt, daß auch der Grenzertrag eingesetzt werden muß. Denn, obwohl sich gesamtwirtschaftlich der Ertrag herauskürzt, wird bei der Anlageentscheidung nur abgewogen, welche Einkommen durch die nächste angelegte Vermögenseinheit erwirtschaftet werden können. Dabei spielt es keine Rolle, ob sie auf der anderen Seite gleichzeitig Kosten darstellen. Gerade dieser Grenzertrag des Innengeldes ist, wie in Abschnitt 3.1.3 beschrieben, eine Meßzahl für den Grenznutzen. Für das Innengeld ergibt sich also g_k-i als Opportunitätskosten.

Bei den einfachen Erweiterungen des TOBINschen Modells war dies noch kein Problem, weil entweder das Geld nur in der Produktionsfunktion auftauchte und so der Nutzen des Geldes nicht berücksichtigt wurde, oder nur sein Nutzen berücksichtigt werden mußte und deshalb nicht in der Produktionsfunktion auftauchte.

Das verfügbare Einkommen muß also folgendermaßen zusammengesetzt werden:

$$y^v = g(k,m) + nm + (g_k - g_m + \pi)m + (g_k - i + \pi)b\,. \tag{58}$$

Um das Modell zu Ende zu führen, soll das verfügbare Einkommen in die Bewegungsgleichung der Kapitalintensität eingesetzt werden. Dabei muß – analog zur Herleitung von Gleichung (41) – der Nutzen des Geldes in der Gleichgewichtsbedingung des realen Sektors vom Konsum abgezogen werden, da er substitutiv zum Nutzen aus dem Konsum von Sachgütern wirkt:

$$g(k,m) = \dot{k} + nk + (1-s)y^v - (g_k - g_m + \pi)m - (g_k - i + \pi)b\,.$$

Zur Bewegungsgleichung der Kapitalintensität umgeformt und durch das Einsetzen des verfügbaren Einkommens (58) ergibt sich:

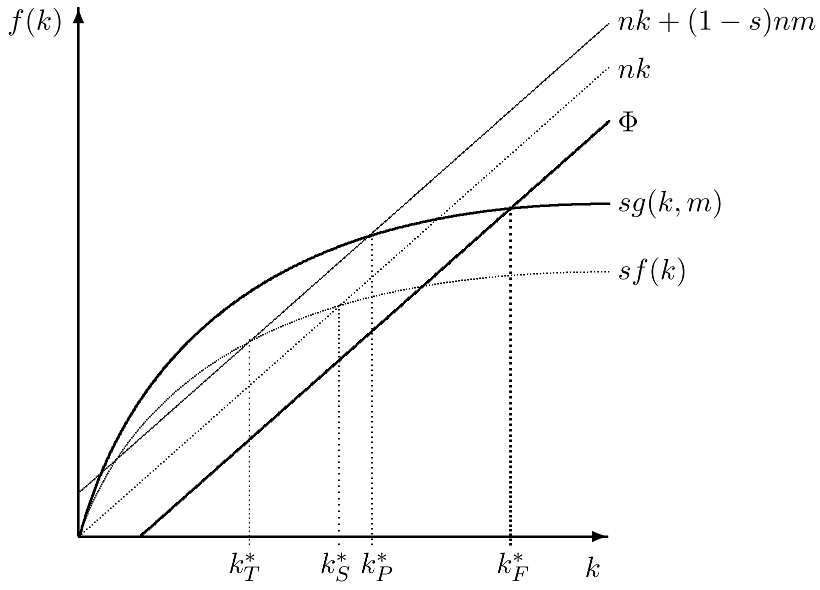
$$\begin{aligned}\dot{k} &= g(k,m) - nk - (1-s)y^v + (g_k - g_m + \pi)m + (g_k - i + \pi)b\,,\\ &= sg(k,m) - nk - (1-s)nm\\ &\quad + s(g_k - g_m + \pi)m + s(g_k - i + \pi)b\,.\end{aligned} \tag{59}$$

Im Gleichgewicht ($\dot{k} = 0$) ist also

$$sg(k,m) = nk + (1-s)nm - s(g_k - g_m + \pi)m - s(g_k - i + \pi)b\,. \tag{60}$$

In das $k-f(k)$-Diagramm eingezeichnet, ergibt sich eine Graphik (Abbildung 10 auf S. 56), die derjenigen ganz ähnlich ist, in der Geld als Konsumgut betrachtet wird, da die Gerade durch den Nutzen des Geldes nach rechts verschoben wird.

Abbildung 10: Gleichgewicht mit FRIEDMAN-Geld



Neu ist jedoch die Gerade

$$\Phi \equiv nk + (1-s)nm - s(g_k - g_m + \pi)m - s(g_k - i + \pi)b\,,$$

welche die Verschiebung der nk-Geraden einerseits um den dem Außengeld, aber auch um den dem Innengeld beigemessenen Nutzen berücksichtigt. Diese Verschiebung und die Produktionsfunktion, die – wie bei der Betrachtung von Geld als Produktionsfaktor – weiter oben liegt, wirken dem negativen Effekt des einfachen TOBIN-Modells entgegen.

An dieser Betrachtung des Gleichgewichtes ließe sich aussetzen, daß sich die Gleichung nicht einfach in diese Graphik einbeziehen läßt, da die beiden neuen Faktoren, die die nk-Gerade – wie soeben festgestellt – verschieben würden, nun ihrerseits abhängig von der Kapitalintensität k sind. Denn es wird bei der Produktionsfunktion davon ausgegangen, daß beide Ableitungen der Produktionsfunktion noch von der Kapitalintensität abhängig sind:[157]

$$g_m \equiv g_m(k,m) \text{ und } g_k \equiv g_k(k,m)\,.$$

Somit entspräche der Verlauf von Φ nicht der Form einer Geraden. Da aber auch hier wieder das Gleichgewicht als Ausgangspunkt betrachtet wird, kann Φ in der direkten Umgebung als eine Gerade betrachtet werden. Daher ist auch eine einfache Verschiebung möglich.

Es ergibt sich hier noch ein weiteres Problem: bei der Anlageentscheidung des Wirtschaftssubjektes muß durch das Optimierungskalkül bei den Erträgen des Vermögens gelten, daß:

$$g_k = g_m - \pi = i - \pi\,.$$

[157]Vgl. dazu auch Anhang A.2.

Denn nur wenn diese Gleichung gegeben ist, bleibt das Wirtschaftssubjekt indifferent gegenüber den verschiedenen Anlageformen. Diese erweiterte FISHER-Formel ist demnach die Gleichgewichtsbedingung auf dem Kapitalmarkt. Sie bedeutet jedoch, daß der Grenznutzen beider Geldformen verschwindet. Eine einfache Umformung ergibt:

$$g_k - g_m + \pi = g_k - i + \pi = 0\,.$$

Die Grenzkosten beider Geldformen müssen also gleich Null sein, was gleichzeitig bedeutet, daß sich das verfügbare Einkommen auf die einfache TOBINsche Form reduziert:[158]

$$y^v = g(k, m) + nm\,.$$

Bei dieser Gleichung für das verfügbare Einkommen ist der Nutzen beider Formen des Geldes völlig herausgefallen.[159]

Eine Berücksichtigung des Geldes in seinen beiden hier möglichen Ausprägungsformen bedarf also weiterführender Argumentation. Das soll im folgenden Abschnitt durch die Berücksichtigung von Argumenten M. FRIEDMANS geschehen.

[158]Vgl. Gleichung (20), S. 16.

[159]Eine Betrachtung für den Nutzen des Geldes, wenn er über die Summe der Kosten definiert werden soll, hat also den gesamten Nutzen, beziehungsweise die Summe aller Grenzkosten bis zu dem Gleichgewichtspunkt zu beinhalten. Es muß also ein Integral gebildet werden, bei dem die Grenzerträge über die Geldmenge integriert werden. Diese Vorgehensweise findet sich im Prinzip (allerdings ohne Innengeld und ohne Geld in der Produktionsfunktion) in R. DORNBUSCH und J. FRENKEL, „Inflation and Growth: Alternative Approaches", *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 5, 1973, S. 148 ff.

Eine Darstellung für das Außengeld wäre also:

$$\int_0^{m^*} g_k(k, m) - g_m(k, m) + \pi dm$$

und für das Innengeld:

$$\int_0^{b^*} g_k(k, m) - i + \pi db\,.$$

Anhand dieses Integrals ließe sich feststellen, wie hoch der gesamte Nutzen von Null bis zu dem Punkt optimaler Haltung von Innen- und Außengeld ist (m^* und b^*). Eine weitere Umformung ergibt:

$$\int_0^{m^*} g_k(k, m)dm - g(k, m^*) + m^*\pi$$

und

$$\int_0^{b^*} g_k(k, m)db - b^*(i + \pi)\,.$$

Voraussetzung ist jedoch, daß der Nominalzins auf die Obligationen fix ist. Außerdem ergibt sich die erhebliche Schwierigkeit, die Rendite – also das nach der Kapitalintensität abgeleitete verfügbare Einkommen – über die verschiedenen Geldformen zu integrieren. Wenn der Nominalzins der Obligationen als endogen betrachtet wird, muß er auch über die Obligationen integriert werden.

Ferner ergibt sich bei dieser Betrachtung des gesamten Nutzens das Problem, daß die Wirtschaftssubjekte Konsumenten- und Produzentenrente abgeschöpft haben. Derartiges wäre nur bei vollständiger Produktdifferenzierung von Seiten der Vermögenshalter möglich. Aber wie das bei einer Vermögensform wie Außengeld vollbracht werden soll, bleibt unklar. Eine solche Vorgehensweise ist also impraktikabel.

3.4 Integration des FRIEDMAN-Geldes in das neoklassische Wachstumsmodell

Um trotz der im vorangehenden Abschnitt beschriebenen Probleme auf den konsumgleichen Nutzen des Geldes zu kommen, ohne daß dieser sich im Gleichgewicht herauskürzt, soll M. FRIEDMANs Verständnis von Geld näher betrachtet werden. Dort beschränkt sich die Gleichgewichtsbedingung auf dem Kapitalmarkt nicht einfach darauf, daß die Grenzerträge gleich sein müssen. Zu den Grenzerträgen wird auch der Grenznutzen hinzugezählt. Die Gleichgewichtsbedingung lautet nun also:[160]

$$g_k = g_m - \pi + u_m = i - \pi + u_b\,. \tag{61}$$

Der Grenznutzen geht explizit mit in die Gleichgewichtsbedingung ein. Wird weiter nach dem Grenznutzen aufgelöst, ergibt sich:

$$u_m \quad = \quad g_k - g_m + \pi \quad \text{und} \tag{62}$$

$$u_b \quad = \quad g_k - i + \pi\,. \tag{63}$$

Werden diese Werte in die Gleichgewichtsbedingung des wachsenden Gütermarktes (60) eingesetzt, so ergibt sich:

$$sg(k,m) = nk + (1-s)nm - su_m m - su_b b\,. \tag{64}$$

Diese Gleichung entspricht außerdem eher dem Ansatz, den Nutzen der verschiedenen Geldformen im verfügbaren Einkommen zu berücksichtigen. Der Nutzen wird dann nicht mehr durch die Kosten dargestellt, sondern direkt eingesetzt. Dabei wird jedoch die Form der Ableitung – die Form des Grenznutzens – multipliziert mit dem Argument beibehalten, weil dadurch eine separate Betrachtung der einzelnen Komponenten der Nutzenfunktion ermöglicht wird.

Nun soll nur noch überlegt werden, warum u_m und u_b größer Null sind: Analog zur „optimalen Geldmenge“ von M. FRIEDMAN kann argumentiert werden, daß die Inflationsrate so angepaßt werden soll, daß sie genau einer Deflation in der Höhe der Rendite entspricht:[161]

$$-\pi = g_k\,. \tag{65}$$

Für die Grenzerträge und den Grenznutzen der beiden Geldformen hieße es, daß sie sich zu Null aufaddieren müssen:[162]

$$u_m + g_m = u_b + i = 0 \tag{66}$$

Weil nicht anzunehmen ist, daß sowohl der Grenzertrag als auch der Grenznutzen für beispielsweise Außengeld genau bei derselben Geldmenge gleich Null sind, wird sich die Summe gleich Null dadurch ergeben, daß ein Element größer und das andere kleiner Null ist. Der Grenznutzen verschwindet im Gleichgewicht also nicht, jedoch besteht nun die Möglichkeit, daß er negativ ist.

[160] Hier nur eine kürzere Schreibweise von Gleichung (57), S. 53.

[161] M. FRIEDMAN, „The Optimum Quantity of Money“, in: *The Optimum Quantity of Money and other Essays*, Hrsg. M. FRIEDMAN, Chicago 1969, S. 45 f.

[162] Genau dies ist der Grundgedanke von M. FRIEDMANs Argumentation, da ein Grenzertrag von Null bedeutet, daß sich der gesamte Ertrag in einem Maximum befindet.

Allerdings ist diese Empfehlung von M. FRIEDMAN an die Entscheidungsträger der Geldpolitik bezüglich der Anpassung der Inflation an die Rendite – Gleichung (65) – bislang nicht befolgt worden. Und es scheint auch nicht wahrscheinlich, daß sich das in nächster Zukunft ändern wird. Also ist für eine normale Volkswirtschaft durchaus gültig, daß die negative Inflationsrate nicht genau gleich der Rendite des Kapitals sein wird ($-\pi \neq g_k$). Was kann daraus jedoch für den Grenznutzen des Außen- und Innengeldes geschlossen werden?

Da angenommen wird, daß die Inflationsrate positiv ist ($\pi > 0$), kann für das Außengeld davon ausgegangen werden, daß aufgrund von Gleichung (61) $g_m + u_m > g_k$. Da ferner mit Sicherheit angenommen werden darf, daß die Rendite auf das Kapital nicht unter Null sinken kann, weil spätestens bei $g_k = 0$ keine Anlagen mehr in Sachkapital flössen, ist die Summe der Grenzerträge aus Geld in jedem Fall größer als Null. Daher ist anzunehmen, daß die beiden einzelnen Komponenten jeweils auch größer als Null sind. Von Bedeutung ist das in der vorliegenden Untersuchung vor allem für den Grenznutzen. Dafür spricht auch die sonst weithin übliche Annahme der Nichtsättigung. Im weiteren soll also angenommen werden, daß

$$u_m = g_k - g_m + \pi > 0 \,. \tag{67}$$

Analog wird für das Innengeld argumentiert: Unter der Annahme einer positiven Inflationsrate bedeutet Gleichung (61), daß $i + u_b > g_k$. Auch hier wird davon ausgegangen, daß deshalb ebenfalls $u_b > 0$, was wiederum für die Annahme der Nichtsättigung genügt. Das heißt also für das Innengeld:

$$u_b = g_k - i + \pi > 0 \,. \tag{68}$$

Gleichung (64) kann nun unter der Voraussetzung interpretiert werden, daß die beiden Grenznutzen in jedem Fall größer als Null sind. Durch die Berücksichtigung von Geld als Konsumgut im k-$f(k)$-Diagramm wird sich die nk-Gerade nun also nach rechts verschieben. Diese Tatsache – zusammen mit der veränderten Produktionsfunktion – wird zu einem höheren Niveau der Kapitalintensität im Steady State führen, wie es in Abbildung 10 (S. 56) dargestellt ist, allerdings unter der Bedingung, daß

$$s(u_m m + u_b b) > (1 - s)nm \,. \tag{69}$$

Wie schon bei der Argumentation im Abschnitt 2.4.1, wo das Geld als Konsumgut eingeführt wurde (S. 33), gilt auch hier, daß je größer die **Sparquote** ist, desto eher befindet sich die gleichgewichtige Kapitalintensität über jener eines Modells, in dem Geld keinen direkten Nutzen stiftet. Das heißt also, daß sich die positive Wirkung der Sparquote auf die gleichgewichtige Kapitalintensität vergrößert. Geld verstärkt die Wirkung der Ersparnis. Durch die Einführung von Innengeld wird dieser Effekt noch deutlicher, und zwar um genau $u_b b$.

Auf der anderen Seite wird sich auch hier eine Vergrößerung der **Wachstumsrate der Arbeit** negativ auf diese Ungleichung auswirken. Wenn die Arbeit schnell genug wächst, wirkt sich die Einführung von Geld negativ auf die gleichgewichtige Kapitalintensität aus.[163]

Je größer die Innengeldmenge pro Kopf b ist, desto eher wird die Ungleichung gelten. Allerdings wird diese Innengeldmenge b mit ihrem Grenznutzen bewertet, der negativ von ihr abhängig ist, jedoch nicht mit einer Steigung von mehr als minus Eins. Daher dämpft er zwar

[163] Für eine Begründung vgl. S. 33.

den Effekt, kompensiert ihn aber nicht ganz. Es ist jedoch wahrscheinlich, daß eine immer größere Menge an Innengeld den Grenznutzen derselben so weit senken wird, daß eine weitere Steigerung sich kaum noch auf die Ungleichung auswirkt.

Für das Außengeld gilt dieselbe Betrachtung, nur mit dem Unterschied, daß Außengeld zusätzlich in die Produktionsfunktion mit eingeht. Eine Vergrößerung der Außengeldmenge pro Kopf wird also zunächst auch die $sg(k,m)$-Kurve nach oben verlagern, was den positiven Effekt der Rechtsverschiebung der nk-Kurve noch verstärkt, allerdings mit einer abnehmenden Rate.

Nun soll auch hier die in Kapitel 2 eingeführte zweite Darstellungsweise anhand der Herleitung der **Investitionsquote** vorgestellt werden. Dazu wird zunächst auf Gleichung (27) zurückgegriffen ($\frac{S_K}{L} = sy^v - nm$), wobei für das verfügbare Einkommen y^v der aktuelle Term – Gleichung (58) – eingesetzt wird:

$$\frac{S_K}{L} = s\left[g(k,m) + nm + (g_k - g_m + \pi)m + (g_k - i + \pi)b\right] - nm$$

oder mit der kürzeren Schreibweise – wenn die Grenznutzen explizit geschrieben werden:

$$\begin{aligned}\frac{S_K}{L} &= s\left[g(k,m) + nm + u_m m + u_b b\right] - nm\,, \\ &= s\left[g(k,m) + u_m m + u_b b\right] - (1-s)nm\,.\end{aligned}$$

Um zu der Investitionsquote zu gelangen, muß durch y $(= g(k,m) = Y/L)$ geteilt werden:

$$\sigma_F = s + s\,(u_m m + u_b b) - (1-s)\frac{nm}{g(k,m)}\,. \tag{70}$$

Ob diese Quote größer oder kleiner als die Sparquote bei Solow ist, hängt davon ab, ob der mit der Sparquote multiplizierte Nutzen beider Geldformen $(su_m m + su_b b)$ größer oder kleiner als der Verlust ist, der durch die Einführung des Staates bei Tobin erzeugt wurde. Dies ist um so eher der Fall, je höher der Gesamtnutzen aus der Existenz von Innengeld ist. Bei dem Außengeld ist es etwas komplizierter, weil es auch positiv auf den Verlust durch den Staat wirkt.[164] In jedem Fall wird die Investitionsquote hier mit einem Einkommen multipliziert, das höher ist als bei Solow, da die Geldmenge als Produktionsfaktor mitberücksichtigt wird. Selbst wenn also gelten sollte, daß $(u_m m + u_b b) < (1-s)nm/g(k,m)$, kann die Kapitalintensität im Steady State höher als bei Solow sein. Abbildung 11 (S. 61) beschreibt diesen Fall.

Um aber diese Form der Graphik mit Abbildung 10 (S. 56) vergleichen zu können, soll in Abbildung 12 (S. 62) nochmals davon ausgegangen werden, daß $(u_m m + u_b b) > (1-s)nm/g(k,m)$ und zwar genau mit denselben Werten wie in Abbildung 10.

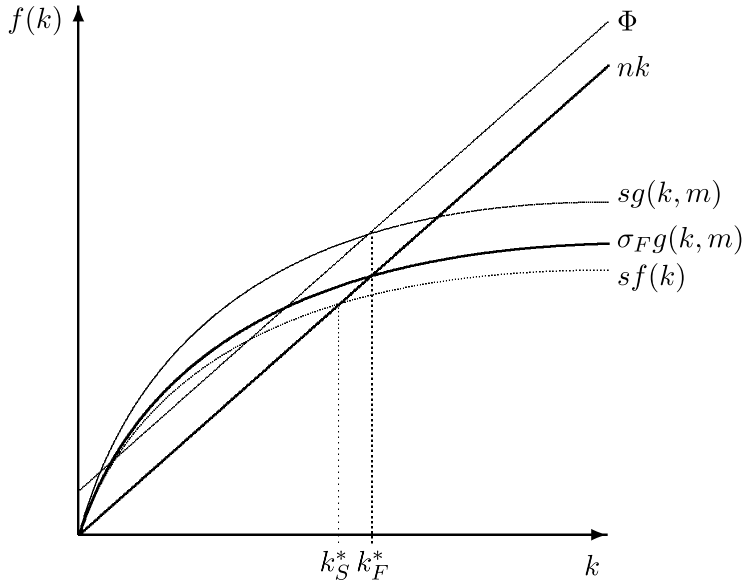
3.5 Zusammenfassung

Insgesamt läßt sich sagen, daß es durch die Berücksichtigung des Friedman-Geldes besser möglich wird, die Funktionen des Geldes in einer wachsenden Wirtschaft zu beschreiben. Deshalb erzielt diese weitergehende Betrachtung auch ein Ergebnis, in dem Geld nur unter sehr

[164] Da die einzelnen Faktoren in der Produktionsfunktion abnehmende Grenzerträge haben, gilt

$$\lim_{m\to\infty} m/g(k,m) = \infty\,.$$

Abbildung 11: Physische Sparquote mit FRIEDMAN-Geld (1. Fall)



restriktiven bis willkürlichen Annahmen neutral ist;[165] unter plausiblen Annahmen würde es offensichtlich positiv auf das Wirtschaftswachstum wirken. Ob es allerdings in der Lage ist, den negativen Effekt des bei TOBIN eingeführten Staates auszugleichen, bleibt nach wie vor ungeklärt. Wenn allerdings davon ausgegangen werden kann, daß Geld auf jeden Fall eine Steigerung der gleichgewichtigen Kapitalintensität bewirkt, was für eine Betrachtung ohne Innengeld heißt, daß $su_m m > (1-s)nm$, dann bewirkt die Einführung von Innengeld in jedem Fall eine weitere Erhöhung der Kapitalintensität.[166]

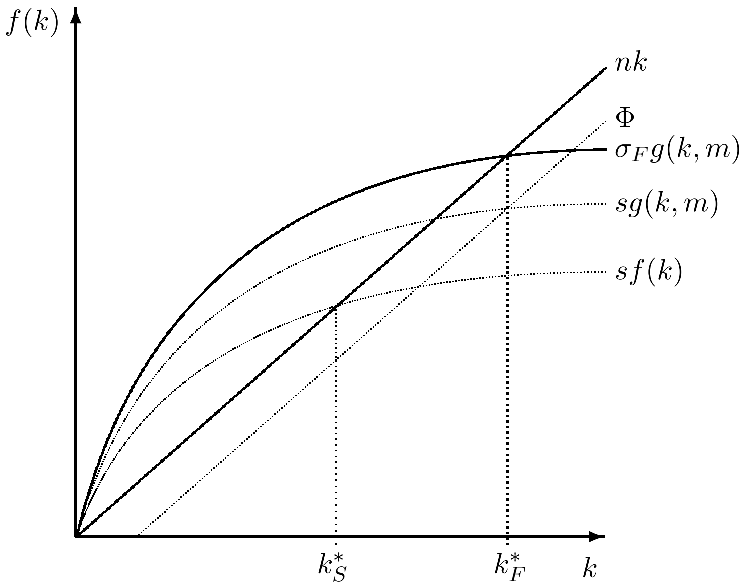
Um jedoch zu einer deutlicheren Aussage im Hinblick auf den Gesamteffekt zu kommen, sollen im folgenden Kapitel für die bisher allgemein gehaltenen Parameter konkrete Werte eingesetzt werden.

[165] Auch hier ist das Geld nur dann neutral, wenn

$$\sigma_F g(k^*, m) = sf(k^*)\,.$$

[166] Und zwar dadurch, daß der Term $su_b b$ die Φ-Gerade nach unten verschiebt und somit k_F^* nach rechts.

Abbildung 12: Physische Sparquote mit FRIEDMAN-Geld (2. Fall)



4 Numerische Approximation eines neoklassischen Wachstumsmodells mit erweitertem Geldkonzept

In der gezielt allgemein gehaltenen Behandlung der monetären neoklassischen Wachstumsmodelle im letzten Abschnitt ist zwar festgestellt worden, daß Geld nur unter außergewöhnlich restriktiven Annahmen neutral sein kann, aber es konnte keine eindeutige Aussage bezüglich der Wirkungsrichtung von Geld gemacht werden. Deshalb soll hier untersucht werden, wie sich Geld bei bestimmten numerischen Werten der Parameter und explizit formulierten Funktionen auf die durchschnittliche Kapitalintensität auswirkt.

4.1 Parameter

Um das im vorangehenden Kapitel hergeleitete Wachstumsmodell numerisch analysieren zu können, müssen die bisher immer offen gehaltenen Parameter festgelegt werden. Die empirischen Untersuchungen, die es zu verschiedenen wachstumstheoretischen Ansätzen gibt, werden dazu verwendet, zu sinnvollen Parameterwerten zu gelangen.

4.1.1 Sparquote

Entscheidend für dieses Modell ist zunächst die Sparquote, da sie den Anteil des Einkommens bestimmt, der zur Akkumulation von Sachmitteln bereitsteht und der außerdem zum Aufbau der Kassenhaltung benutzt wird. Schätzungen für diesen Parameter belaufen sich in der Regel auf einen Wert zwischen 10% und 20%. Für die US-amerikanische Volkswirtschaft gelten dabei etwas niedrigere Werte als für andere OECD-Staaten. So wird bei Simulationen der US-amerikanischen Wirtschaft von einer Sparquote von 12% ausgegangen,[167] während für die anderen OECD-Staaten ein Wert von 15 % angenommen wird.[168] Im weiteren soll – wenn nicht anders erwähnt – für die Sparquote der Wert 0,15 angenommen werden.

4.1.2 Wachstum der effizienten Arbeitseinheiten

Die in diesem Modell exogen vorgegebene Größe des Wachstums der effizienten Arbeitseinheiten n beinhaltet sowohl das Bevölkerungswachstum als auch den technischen Fortschritt. Daher ist sie schwierig zu fassen. Eine mögliche Vereinfachung ergibt sich jedoch daraus, daß diese Größe im vorliegenden Modell die einzige Quelle des langfristigen Wachstums darstellt. Dadurch kann das gesamtwirtschaftliche Wachstum aus verschiedenen Schätzungen als Näherungswert für das Wachstum der effizienten Arbeitseinheiten herangezogen werden.

Für Volkswirtschaften ausgewählter OECD-Staaten (Frankreich, Deutschland, Japan, Niederlande, Großbritannien und USA) läßt sich für den Zeitabschnitt von 1870 bis 1984 eine Wachstumsrate von 2,9% ermitteln.[169] Einzelne Autoren gehen aber davon aus, daß dieser Zeitabschnitt

[167] R. Sato, „Fiscal Policy in a Neo-Classical Growth Model: An Analysis of Time Required for Equilibrating Adjustment“, *Review of Economic Studies*, Vol. 30, 1963, S. 23.

[168] A. Atkinson, „The Timescale of Economic Models: How Long is the Long Run?“, *Review of Economic Studies*, Vol. 36, 1969, S. 141 f.

[169] Errechnet aus A. Maddison, „Growth and Slowdown in Advanced Capitalist Economies: Techniques of Quantitative Assessment“, *Journal of Economic Literature,* Vol. 25, 1987, S. 682, Tabelle A-1.

eine Phase der Anpassung mit beinhaltet, in der die Volkswirtschaften zunächst aufgrund zu niedriger Kapitalintensitäten mit $\dot{k} > 0$ die gleichgewichtige Kapitalintensität erreichen mußten und daher in dieser Anpassungszeit auch ein gesamtwirtschaftliches Wachstum von größer als n hatten, um dann in einem zweiten Zeitabschnitt das Gleichgewicht zu erreichen und mit n weiterzuwachsen.[170] Demnach besteht in dieser empirisch festgestellten Größe ein unbestimmter Anteil daraus, daß die verschiedenen Volkswirtschaften zunächst mit höherem Wachstum das langfristige Gleichgewicht erreichen mußten. Dadurch kommen sie auf eine gleichgewichtige Wachstumsrate von 2%.[171] Im weiteren sollen deshalb diese beiden Möglichkeiten (2% und 2,9%) untersucht werden. Zunächst wird jedoch von ersterer ausgegangen.

4.1.3 Abschreibungsrate des Kapitals

Wenn für die einzelnen Parameter des Wachstumsmodells explizite Werte eingesetzt werden, darf die Abschreibung des Kapitals nicht mehr vernachlässigt werden. Zwar bedeutete die bisherige Vorgehensweise ohne eine explizite Berücksichtigung derselben keinen systematischen Unterschied der Ergebnisse, wenn jedoch mit bestimmbaren Größen gerechnet wird, darf sie nicht fehlen, damit die errechneten Werte für die gleichgewichtige Kapitalintensität nicht verfälscht werden.

Die Abschreibung findet ihre Einarbeitung in das Modell bei dem Errechnen der tatsächlichen Investitionen: der Gleichheit zwischen Ersparnis und Investitionen. Gleichung (4) ($\dot{K} = sY$) wird dadurch zu

$$\dot{K} = sY - \delta K\,.$$

Somit wird die Gleichgewichtsbedingung des SOLOW-Modells ($sf(k) = nk$) zu

$$sf(k) = (n + \delta)k$$

und die des erweiterten Modells aus dem vorhergehenden Kapitel – Gleichung(60) – zu

$$\begin{aligned} sg(k,m) &= (n+\delta)k + (1-s)nm \\ &\quad -s(g_k - g_m + \pi)m - s(g_k - i + \pi)b\,, \\ &= (n+\delta)k + (1-s)nm - su_m m - su_b b\,. \end{aligned} \tag{71}$$

Es hat sich also nur die Steigung der nk-Geraden – jetzt $(n + \delta)k$-Gerade – vergrößert. Denn der Verschleiß des Kapitals ist auch ein Effekt, der zum *capital widening* hinzukommt, was zur Folge haben wird, daß die gleichgewichtige Kapitalintensität (k^*) sehr viel geringer sein wird.

[170] Zum Beispiel S. ORTIGUEIRA und M. SANTOS, „On the Speed of Convergence in Endogenous Growth Models“, *American Economic Review*, Vol. 87, 1997, S. 384 f. sowie J. HELLIWELL, P. STURM und G. SALOU, „International Comparison of the Sources of Productivity Slowdown 1973-1982“, *European Economic Review,* Vol. 28, 1985, S. 157 ff.

[171] Vgl. S. ORTIGUEIRA und M. SANTOS, „On the Speed of Convergence in Endogenous Growth Models“, *American Economic Review*, Vol. 87, 1997, S. 393, sowie L. JONES und R. MANUELLI, „Growth and the Effects of Inflation“, *NBER Working Paper*, No. 4523, Cambridge (MA) 1993, S. 24.

Eine Schätzung der Kapitalabschreibungsraten verschiedener Länder findet sich in einer Untersuchung von MADDISON: Der Schnitt über alle einzelnen Abschreibungsraten beläuft sich auf 11,4%.[172] Mit diesem Wert soll im weiteren gearbeitet werden.

4.2 Funktionszusammenhänge

Es müssen aber nicht nur die Werte der einzelnen Parameter bekannt sein, sondern auch die beiden – bis dato offen gelassenen – Funktionszusammenhänge eindeutig definiert werden. Es handelt sich dabei um die Nutzen- und die Produktionsfunktion.

4.2.1 Nutzenfunktion

Bisher wurde die Nutzenfunktion immer nur mit den beiden Argumenten des Außen- und des Innengeldes dargestellt $u(m, b)$. Jedoch muß zumindest der Konsum[173] auch als nutzenspendend betrachtet werden. Es wird aber angenommen, daß die einzelnen Komponenten des Nutzens voneinander unabhängig sind.[174] Für die Ausformulierung der Nutzenfunktion bedeutet dies eine additive Verbindung der einzelnen Elemente:[175]

$$u_{gesamt}(c, m, b) = u_1(c) + u_2(m) + u_3(b)\,.$$

Bei der Ableitung der Nutzenfunktion nach dem Außen- und dem Innengeld fällt deshalb der Anteil $u_1(c)$ heraus. Die Nutzenfunktion kann für diese Untersuchung, die nur die einzelnen Ableitungen der Nutzenfunktion betrachtet, ohne Verlust an Allgemeingültigkeit als $u(m, b)$ geschrieben werden.

Eine Nutzenfunktion, die in eine quantitative Modellierung mit einbezogen werden soll, bereitet große Probleme. Eine explizite Definition der Nutzenfunktion bedeutet eine kardinale Meßbarkeit des Nutzens. Um dies zu operationalisieren, soll wiederum an M. FRIEDMANs Verständnis von Geld angeknüpft werden. In seinem Ansatz zur optimalen Geldmenge wird bei der Behandlung von Geld davon ausgegangen, daß der Nutzen in Geldeinheiten meßbar ist.[176]

In der Literatur wird in jüngerer Zeit häufig die quadratische Nutzenfunktion angewandt.[177] Weil diese Form der Nutzenfunktion jedoch stark kritisiert wird,[178] soll die logarithmische Form

[172] A. MADDISON, „Growth and Slowdown in Advanced Capitalist Economies: Techniques of Quantitative Assessment“, *Journal of Economic Literature,* Vol. 25,1987, S. 659, Tabelle 7.

[173] Wenn nicht auch noch andere Größen, wie zum Beispiel der Kapitalstock einzubeziehen sind.

[174] Vgl. dazu zum Beispiel N. MANKIW, J. ROTEMBERG und L. SUMMERS, „Intertemporal Substitution in Macroeconomics“, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 100, 1985, S. 225 ff.

[175] Die tiefgestellten Indizes stehen hier nicht für eine Ableitung, sondern machen nur deutlich, daß es sich um Komponenten der gesamten Nutzenfunktion handelt.

[176] Vgl. M. FRIEDMAN, „The Optimum Quantity of Money“, in: *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*, Chicago 1969, S. 18 ff.

[177] Vgl. zum Beispiel R. LUCAS, „On the Mechanics of Economic Development“, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22, 1988, S. 7 oder L. JONES und R. MANUELLI, „A Convex Model of Equilibrium Growth: Theory and Policy Implications“, *Journal of Political Economy*, Vol. 98, 1990, S. 1014.

[178] Vgl. zum Beispiel O. BLANCHARD und N. MANKIW, „Beyond Certainty Equivalence“, *American Economic Review*, Vol. 78, 1988, S. 173 ff. oder P. LABADIE, „Stochastic Inflation and the Equity Premium“, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 24, 1989, S. 277 ff.

verwendet werden.[179] Da es sich bei der Nutzenfunktion $u(m, b)$ um eine bereits monoton transformierte Funktion handelt, läßt diese Darstellung genug Optionen für die ursprüngliche Nutzenfunktion $U(M/P, B/P)$ offen.[180] Die Nutzenfunktion sieht also wie folgt aus:

$$u(m, b) = \xi \ln m + \xi \ln b \,. \tag{72}$$

Die beiden Geldformen haben dasselbe Gewicht ξ, weil es für den Nutzen, den eine Geldeinheit spendet, irrelevant ist, ob es sich dabei um Innen- oder um Außengeld handelt.

4.2.2 Produktionsfunktion

In diversen Schätzungen gerade zur neoklassischen Wachstumstheorie[181] wird als Technologie eine COBB-DOUGLAS-Produktionsfunktion mit konstanten Skalenerträgen zugrundegelegt:

$$F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$$

oder in der intensiven Form:

$$f(k) = k^\alpha \,.$$

Dabei wird der Koeffizient α – die Produktionselastizität des Kapitals – auf Werte von 0,25 bis 0,39 geschätzt.[182] Dementsprechend werden auch in unterschiedlichen Ansätzen Werte für die Produktionselastizität angenommen, die von 0,25[183] bis 0,4[184] reichen. Größtenteils wird jedoch von Werten um 0,33 ausgegangen.[185] Deshalb wird im weiteren auch der letztgenannte Wert benutzt.

Um nun diese Produktionsfunktion so zu erweitern, daß auch das Geld berücksichtigt wird, gibt es prinzipiell zwei Möglichkeiten: additiv oder multiplikativ. Beide Formen der Erweiterung haben Vor- und Nachteile, die im folgenden besprochen werden sollen.

Multiplikative Erweiterung der Produktionsfunktion

Geld wird in die Produktionsfunktion in der Form eingeführt, wie es bei der neuen Wachstumstheorie in der Regel mit dem Humankapital geschieht:[186]

$$G(K, L, M/P) \;=\; K^\alpha L^{1-\alpha-\beta}(M/P)^\beta \,,$$

[179] Vgl. zum Beispiel W. EVANS und K. VISCUSI, „Estimation of State-Dependent Utility Functions Using Survey Data“, *Review of Economics and Statistics*, Vol. 73, 1991, S. 98 oder R. HUFNAGEL, „Wieviele Parameter braucht eine Engelkurve?“, *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Vol. 213, 1994, S. 567.

[180] Unter anderem auch die Möglichkeit einer quadratischen Nutzenfunktion.

[181] Vgl. zum Beispiel A. ATKINSON, „The Timescale of Economic Models: How Long is the Long Run?“, *Review of Economic Studies*, Vol. 36, 1969, S. 145 oder N. MANKIW, D. ROMER und D. WEIL, „A Contribution to the Empirics of Economic Growth“, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107, 1992, S. 409.

[182] A. MADDISON, „Growth and Slowdown in Advanced Capitalist Economies: Techniques of Quantitative Assessment“, *Journal of Economic Literature,* Vol. 25, 1987, S. 660, Tabelle 8.

[183] R. LUCAS, „On the Mechanics of Economic Development“, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22, 1988, S. 11.

[184] S. ORTIGUEIRA und M. SANTOS, „On the Speed of Convergence in Endogenous Growth Models“, *American Economic Review*, Vol. 87, 1997, S. 392.

[185] Vgl. zum Beispiel R. KING und S. REBELO, „Public Policy and Economic Growth: Developing Neoclassical Implications“, *Journal of Political Economy*, Vol. 98, 1990, S. S130 oder N. MANKIW, D. ROMER und D. WEIL, „A Contribution to the Empirics of Economic Growth“, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107, 1992, S. 410.

[186] Vgl. R. BARRO und X. SALA-I-MARTIN, *Economic Growth*, New York 1995, S. 101 f.

$$\Leftrightarrow g(k,m) \quad = \quad k^\alpha m^\beta\,, \tag{73}$$

wobei gilt, daß $\alpha + \beta < 1$. Eine solche Erweiterung ermöglicht es, die Produktionselastizität des Kapitals weiterhin durch die Potenz α auszudrücken. Ein Nachteil ist jedoch, daß die Exponenten des Kapitals und der Arbeit abnehmen müssen, damit die Summe der nun drei Exponenten – beziehungsweise Produktionselastizitäten – gleich Eins bleibt, da die Linearhomogenität für die Darstellungsweise in der intensiven Form gegeben sein muß. Es ist schwer zu schätzen, in welchem Maße die anderen beiden Exponenten abnehmen müssen, damit $\beta > 0$ sein kann.

Ein weiteres Problem erwächst daraus, daß mit einer solchen Technologie keine Produktion gänzlich ohne Geld möglich wäre. Bei einem Wert von $M = 0$ verschwindet die gesamte Produktionsfunktion. Und da untersucht werden soll, wie sich Geld auf eine Wirtschaft auswirkt, die zunächst auch ohne dieses auskam, kann eine solche Produktionsfunktion nicht benutzt werden.

Additive Erweiterung der Produktionsfunktion

Eine andere Form der Erweiterung der Produktionsfunktion ist die additive:

$$\begin{aligned} G(K,L,M/P) &= K^\alpha L^{1-\alpha} + \varphi \frac{M}{P}\,, \\ \Leftrightarrow g(k,m) &= k^\alpha + \varphi m\,. \end{aligned} \tag{74}$$

Diese Betrachtungsweise löst beide Probleme der multiplikativen Verbindung: Die Exponenten von Kapital und Arbeit brauchen erstens nicht verändert zu werden, um dem des Geldes Platz zu machen, und diese Produktionsfunktion kann zweitens auch mit einem Geldwert von Null bestehen. Sie wird durch $M = 0$ zur COBB-DOUGLAS-Produktionsfunktion.

Allerdings ergibt sich dafür die Schwierigkeit einer veränderten Produktionselastizität:

$$\begin{aligned} \frac{k}{g(k,m)} \frac{\partial g(k,m)}{\partial k} &= \frac{k}{k^\alpha + \varphi m} \alpha k^{\alpha-1}\,, \\ &= \alpha \frac{k^\alpha}{k^\alpha + \varphi m}\,. \end{aligned} \tag{75}$$

Dies bedeutet eine Verringerung der Elastizität. Die Verringerung ist mit dem Gewicht des Geldes in der Produktionsfunktion positiv korreliert. Eine Abnahme der Elastizität ist jedoch implizit auch bei der multiplikativen Erweiterung der Produktionsfunktion notwendig, da dort die Produktionselastizität des Kapitals α wahrscheinlich sinken muß (wenn nicht die Einführung von Geld vollständig zu Lasten der Produktivitätselastizität der effizienten Arbeitseinheiten geht), damit sich nicht mehr zwei, sondern drei Exponenten zu Eins aufaddieren.

Ein schwerwiegendes Problem stellt dabei allerdings die unkonventionelle Form der Produktionsfunktion dar, die ohne weitere Begründung nur ein *ad hoc*-Gebilde bleibt, das schwer zu erklären ist.

Allgemeine Effizienzsteigerung der Produktion durch Geld

Deshalb soll hier eine dritte Form modelliert werden, wie Geld in der Produktionsfunktion berücksichtigt werden kann. Der Einfluß von Geld wird dabei allgemeiner gehalten. Geld wirkt jetzt über einen Effizienzparameter ϕ produktionssteigernd, der seinerseits vom Geld abhängig ist: $\phi(m)$. Die genaue Art der Abhängigkeit ϕ's von m soll im nächsten Abschnitt erklärt werden, wenn auch die Wahl der Größenordnung von m geklärt wird.

Die Produktionsfunktion sieht nun wie folgt aus:

$$G(K, L, M/P) = \phi(M/P) K^{\alpha} L^{1-\alpha} ,$$

$$\Leftrightarrow g(k, m) = \phi(m) k^{\alpha} . \tag{76}$$

Diese Erweiterung ist zwar auch multiplikativ, jedoch wirkt hier nicht die reale Geldmenge positiv auf den Output, sondern ein vom Geld abhängiger Parameter.

Dabei ist die Funktion $\phi(M/P) = L\phi(m)$ linear homogen in M/P, beziehungsweise in m.

4.2.3 Wahl der Geldeinheiten

Bei all diesen Funktionen ist nicht eindeutig, in welchen Einheiten Geld gemessen werden soll. Wenn Geld in solchermaßen direkter Form in die Nutzen- und Produktionsfunktion mit eingeht, ist es entscheidend, welche Größenordnung es hat.[187] Durch den Preisdeflator wird es zwar in eine reale Größe umgewandelt, aber über die Größenordnung ist dabei noch nichts ausgesagt.[188]

Da aber hier analysiert werden soll, ob die Einführung von Geld einen grundsätzlichen Effekt auf die gleichgewichtige Kapitalintensität hat und in welche Richtung dieser Effekt geht, ist die genaue Größe des Geldes nicht das primäre Ziel der Untersuchung. Geld soll hier also in der Form einer Dummy- Variablen betrachtet werden, die binäre Eigenschaften hat. Die einzigen Werte, die m zugeordnet werden können, sind also 0 oder 1:

$$m = \begin{cases} 0 & : \text{ Wirtschaft ohne Geld} \\ 1 & : \text{ Wirtschaft mit Geld} \end{cases}$$

Der Effizienzparameter $\phi(m)$ in der Produktionsfunktion soll deshalb im weiteren vereinfacht dargestellt werden. Er wird definiert als $\phi \equiv (1 + \varphi)$, damit φ die reine Effizienzsteigerung gegenüber einer Wirtschaft ohne Geld erfaßt. Da jedoch nicht klar ist, um was für einen Faktor die Einführung von Geld die Effizienz der Produktion steigert, wird der genaue Wert von φ für $m = 1$ zunächst offen gelassen (für $m = 0$ ist $\varphi = 0$).

Nach dieser Festlegung der Parameter und Funktionen soll im folgenden Abschnitt gezeigt werden, was diese konkreten Werte für das vorliegende Modell bedeuten.

4.3 Auswertung

Um zu zeigen, daß die gleichgewichtige Kapitalintensität bei dem erweiterten Modell höher liegt als in dem Modell von Solow, sollen nun zunächst die expliziten Funktionen in die Gleichge-

[187] So kann zum Beispiel das Preisniveau beliebig gewählt werden, was zur Folge hat, daß auch die reale Geldmenge nur eine Definitionssache ist. Nach einer Umstellung der Einheiten von DM zu Euro wäre die Auswirkung des Geldes in der Produktionsfunktion nur noch etwa halb so groß wie vor der Umstellung.

[188] Die Frage nach der Größenordnung des Geldes wird untersucht in S. Fischer, „Money and the Production Function“, *Economic Inquiry*, Vol. 12, 1974, S. 532.

wichtsbedingung (71) eingesetzt werden:

$$\begin{aligned} s\left[(1+\varphi)k^{\alpha}\right] &= (n+\delta)k + (1-s)nm - s\xi\frac{1}{m}m - s\xi\frac{1}{b}b\,, \\ &= (n+\delta)k + (1-s)nm - 2s\xi\,. \end{aligned}$$

Nun werden die oben bestimmten Werte für vier der sechs Parameter ($\alpha = 0,33; s = 0,15; n = 0,02; \delta = 0,114$) übernommen:

$$0,15(1+\varphi)k^{0,33} = 0,12k + 0,017m - 0,3\xi\,. \tag{77}$$

Die beiden Parameter φ und ξ sind weiterhin nicht bestimmt. Doch selbst wenn sie bestimmt wären, ließe sich aufgrund der Potenz von k in der Produktionsfunktion – in Form einer nicht ganzen Zahl – die Gleichgewichtsbedingung (77) nicht nach k auflösen. Deshalb kann hier auch nicht ohne weiteres die Funktion $k(m)$ abgeleitet werden.

Es ist allerdings möglich, mit dem Newton-Verfahren eine numerische Lösung für k zu approximieren. Dazu müssen jedoch die Parameter φ und ξ gegeben sein. Da nun keine möglichen Parameterwerte vorgegeben sind, sollen sie zunächst mit Eins belegt werden ($\varphi = \xi = 1$).[189] Bei einem Startwert von 1,1833 für k[190] ist nach 4 Iterationen ein bis auf sechs Stellen exakter Wert gefunden worden: 6,19986.[191] Der vergleichbare Wert für das Solowsche Modell liegt unter gleichen Annahmen über die Parameter bei 1,18335, im Tobinschen Modell bei 0,988138. Das um Innengeld erweiterte Modell hat in dieser Konstellation demnach eine mehr als fünf mal so hohe Kapitalintensität als das reine Solow-Modell.

Bei diesem sehr deutlichen Ergebnis spielen die Annahmen über die Parameter, welche das Gewicht der Geldmenge in der Nutzenfunktion (ξ) und die Effizienzsteigerung durch Geld in der Produktionsfunktion (φ) bestimmen, zweifellos eine Rolle. Um nun einen größeren Zahlenbereich zu untersuchen, werden unterschiedliche Werte für diese Parameter gewählt. Zunächst wird dabei für beide Parameter der Wertebereich von 0,1 bis 1,0 untersucht. Dazu durchlaufen sie jeweils diesen Bereich in Intervallen von 0,1. Das Ergebnis wird in Tabelle 1 (S. 70) vorgestellt.[192]

Eindeutig nimmt die gleichgewichtige Kapitalintensität mit größer werdenden Parametern auch zu. Für Werte der Parameter φ und ξ größer gleich 0,1 ist also auf jeden Fall eine deutliche Steigerung der gleichgewichtigen Kapitalintensität durch die Einführung von Geld in eine Volkswirtschaft zu erwarten. Durch die explizite Modellierung der positiven Wirkungen von Innen- und Außengeld, wird der negative Tobin-Effekt also mehr als kompensiert.

[189] Dies ist eine sehr starke Vereinfachung, die später wieder aufgehoben werden soll.

[190] Als Startwert wurde hier der Gleichgewichtswert des Solowschen Modells gewählt.

[191] Der genaue *Mathematica*-Befehl dafür lautet:

```
alpha=0.33; s=0.15; n=0.02; delta=0.114; m=1; phi=1; xi=1;
FindRoot[s(1+phi)k^alpha == (n+delta)k + (1-s)n m - 2 xi s, {k,1.1833}].
```

[192] Der entsprechende *Mathematica*-Befehl lautet:

```
ClearAll[k, alpha, s, n, delta, phi, xi, m]
alpha=0.33; s=0.15; n=0.02; delta=0.114; m=1;
N[Table[
FindRoot[s(1+phi)k^alpha == (n+delta)k+(1-s)nm-2 xi s,{k,1.1833}],
{phi,0.1,1,0.1},{xi,0.1,1,0.1}],3]
```

Dabei durchläuft ξ für jeden neuen 0,1-Schritt von φ alle Werte von 0,1 bis 1. Es handelt sich also um eine Doppelschleife.

Tabelle 1: Gleichgewichtige Kapitalintensität für verschiedene Werte von φ und ξ

$\varphi \setminus \xi$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,1	1,51	1,82	2,12	2,42	2,70	2,98	3,26	3,53	3,80	4,07
0,2	1,70	2,01	2,32	2,61	2,90	3,19	3,46	3,74	4,01	4,28
0,3	1,89	2,21	2,52	2,82	3,11	3,39	3,68	3,95	4,23	4,50
0,4	2,10	2,42	2,73	3,03	3,32	3,61	3,89	4,18	4,45	4,73
0,5	2,31	2,63	2,94	3,24	3,54	3,83	4,12	4,40	4,68	4,96
0,6	2,53	2,85	3,16	3,47	3,77	4,06	4,35	4,64	4,92	5,20
0,7	2,76	3,08	3,39	3,70	4,00	4,29	4,59	4,87	5,16	5,44
0,8	2,99	3,31	3,63	3,94	4,24	4,53	4,83	5,12	5,40	5,69
0,9	3,23	3,55	3,87	4,18	4,48	4,78	5,08	5,37	5,66	5,94
1,0	3,47	3,80	4,12	4,43	4,73	5,03	5,33	5,62	5,91	6,20

Aber für immer kleiner werdende Parameter φ und ξ wird auch die gleichgewichtige Kapitalintensität geringer. Darum ist das Ergebnis nicht mehr überall positiv, wenn das Untersuchungsgebiet um eine Zehnerpotenz verkleinert wird. Tabelle 2 zeigt die Werte für die gleichgewichtige Kapitalintensität, wenn die φ- und ξ-Werte von 0 bis 0,1 (in Schrittgrößen von 0,01) variiert werden.

Tabelle 2: Gleichgewichtige Kapitalintensität bei φ und ξ kleiner 0,1

$\varphi \setminus \xi$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
0,00	**0,99**	**1,02**	**1,06**	**1,09**	**1,13**	**1,16**	1,19	1,23	1,26	1,29	1,33
0,01	**1,01**	**1,04**	**1,08**	**1,11**	**1,14**	**1,18**	1,21	1,25	1,28	1,31	1,34
0,02	**1,02**	**1,06**	**1,09**	**1,13**	**1,16**	1,20	1,23	1,26	1,30	1,33	1,36
0,03	**1,04**	**1,08**	**1,11**	**1,15**	**1,18**	1,21	1,25	1,28	1,31	1,35	1,38
0,04	**1,06**	**1,10**	**1,13**	**1,16**	1,20	1,23	1,27	1,30	1,33	1,36	1,40
0,05	**1,08**	**1,11**	**1,15**	**1,18**	1,22	1,25	1,28	1,32	1,35	1,38	1,42
0,06	**1,10**	**1,13**	**1,17**	1,20	1,23	1,27	1,30	1,34	1,37	1,40	1,43
0,07	**1,11**	**1,15**	1,18	1,22	1,25	1,29	1,32	1,35	1,39	1,42	1,45
0,08	**1,13**	**1,17**	1,20	1,24	1,27	1,31	1,34	1,37	1,40	1,44	1,47
0,09	**1,15**	1,19	1,22	1,26	1,29	1,32	1,36	1,39	1,42	1,46	1,49
0,10	**1,17**	1,21	1,24	1,27	1,31	1,34	1,38	1,41	1,44	1,47	1,51

Diejenigen der gleichgewichtigen Kapitalintensitäten, die geringer sind als die bei Solow, sind fett gesetzt. In diesem Wertebereich für die Parameter φ und ξ ist also die Grenze zur negativen Wirkung von Geld gegeben. Wenn beide Parameter gleich Null sind, ist das Ergebnis einer gleichgewichtigen Kapitalintensität von 0,988138 genau jenes, das sich aus dem reinen Tobin-Modell ergibt, denn über die Parameter φ und ξ werden die positiven Wirkungen von Geld bewertet. Nur wenn diese Parameter beide annähernd Null sind, kann eine negative Wirkung von Geld auf die gleichgewichtige Kapitalintensität beobachtet werden. Das heißt also, daß sich unter dieser Konstellation nur bei einem Produktivitätsgewinn durch Geld (φ) von wenigen Prozent und gleichzeitig einem genauso kleinen Gewicht des Geldes in der Nutzenfunktion (ξ) eine niedrigere gleichgewichtige Kapitalintensität ergibt als in dem Modell ohne Geld.

Eher ist jedoch anzunehmen, daß sich allein der Produktivitätsgewinn durch die Einführung von Geld auf zwei-, wenn nicht sogar dreistellige Prozentziffern beläuft. Tabelle 3 zeigt, wie sich die gleichgewichtige Kapitalintensität bei Produktivitätsgewinnen zwischen 10% und 100% entwickelt.[193]

Tabelle 3: Gleichgewichtige Kapitalintensität für relativ hohe Produktivitätsgewinne

$\varphi \diagdown \xi$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
0,10	**1,17**	1,21	1,24	1,27	1,31	1,34	1,38	1,41	1,44	1,47	1,51
0,11	1,19	1,22	1,26	1,29	1,33	1,36	1,39	1,43	1,46	1,49	1,53
0,12	1,21	1,24	1,28	1,31	1,35	1,38	1,41	1,45	1,48	1,51	1,54
0,15	1,26	1,30	1,33	1,37	1,40	1,44	1,47	1,50	1,54	1,57	1,60
0,20	1,36	1,39	1,43	1,46	1,50	1,53	1,56	1,60	1,63	1,66	1,70
0,30	1,56	1,59	1,63	1,66	1,69	1,73	1,76	1,79	1,83	1,86	1,89
0,50	1,98	2,01	2,04	2,08	2,11	2,15	2,18	2,21	2,24	2,28	2,31
1,00	3,14	3,17	3,21	3,24	3,27	3,31	3,34	3,37	3,41	3,44	3,47

Aus Tabelle 3 geht hervor, daß schon ab einem Produktivitätsgewinn durch Geld von nur 11% die gleichgewichtige Kapitalintensität von Solow überschritten wird. Selbst ohne die Berücksichtigung eines möglichen Nutzens des Geldes (bei $\xi = 0$) wird schon durch diesen geringen Produktivitätsgewinn der negative Effekt des Tobin-Modells überkompensiert. Weil aber davon auszugehen ist, daß der Produktivitätsgewinn durch die Einführung von Geld weit über diesem Wert liegt, ist somit gezeigt, daß diese Form der Einführung von Geld in das Solowsche Modell eine eindeutige Wirkung von Geld auf den realen Teil der Volkswirtschaft modelliert, wobei der Wert der gleichgewichtigen Kapitalintensität steigt.

Auswirkung des Innengeldes

Weiter soll untersucht werden, welcher Anteil der positiven Auswirkung auf die gleichgewichtige Kapitalintensität auf die Berücksichtigung des Innengeldes zurückzuführen ist.

Dazu soll ein Vergleich der Ergebnisse angestellt werden, indem zum einen das oben vorgestellte Modell mit Innengeld betrachtet wird und zum anderen aus diesem Modell nur das Innengeld herausgenommen wird.[194]

Bei der hier verwendeten Nutzenfunktion[195] hat das Innengeld dasselbe Gewicht wie das Außengeld: den Parameter ξ. Da die Nutzenfunktion logarithmisch ist, verschwindet bei der

[193] Für φ bedeutet das Werte von 0,1 bis 1.

[194] Im Gegensatz zum Vergleich von einem Modell mit beiden Geldformen und einem Modell ganz ohne Geldbetrachtung.

[195] Das Innengeld hat in diesem Modell nur über den von ihm gespendeten Nutzen einen Einfluß auf den Realteil der Volkswirtschaft.

Linearisierung die Variable:

$$\frac{\partial(\xi \ln m + \xi \ln b)}{\partial b} b = \frac{\xi}{b} b = \xi \,.$$

Diese Linearisierung wird sowohl für das Außengeld als auch für das Innengeld vorgenommen, so daß der Nutzeneffekt $(u_m m + u_b b)$ in diesem Modell mit 2ξ beziffert werden kann. Wenn das Innengeld nicht betrachtet wird, halbiert sich dieser Effekt auf ξ.

Zu einer Gegenüberstellung eines Modells mit und eines ohne Innengeld, bedarf es also keiner weiteren Tabellen. Es reicht, wenn Tabelle 2 auf Seite 70 betrachtet wird. Dabei muß für die Betrachtung eines Modells ohne Innengeld der Wert des Parameters in der Nutzenfunktion ξ als doppelt so hoch angenommen werden, damit dieselben Ergebnisse bezüglich der gleichgewichtigen Kapitalintensität erzielt werden können. Der Bereich, für den die gleichgewichtige Kapitalintensität bei dem Modell mit Geld kleiner ist als beim SOLOWschen Modell, wird sich dadurch verdoppeln, allerdings nur für sehr geringe Werte von φ – der Effizienzsteigerung der Produktion durch die Einführung von Geld. Für höhere Werte von φ erzielt das um Geld erweiterte Modell ohnehin eine höhere gleichgewichtige Kapitalintensität als das SOLOWsche, wie anhand von Tabelle 3 (Seite 71) festgestellt werden kann.

Jedoch bewirkt die Betrachtung von Innengeld, daß sich, wenn Geld einen Nutzen stiftet ($\xi > 0$), die gleichgewichtige Kapitalintensität erhöht. Als Beispiel sei hier nur der Fall für einen Wert von 1 sowohl für ξ als auch für φ explizit angeführt: bei einer Modellierung ohne Innengeld ergibt sich ein Wert von 4,73167[196] gegenüber dem oben bereits vorgestellten Wert von 6,19986 bei einer Betrachtung mit Innengeld. In diesem Fall bewirkt das Innengeld demnach eine Steigerung der Kapitalintensität von über 30%.[197] Die Berücksichtigung von Innengeld hat in diesem Modell also eine eindeutig positive Wirkung auf die Kapitalintensität.

4.4 Sensitivitätsanalyse

Um die Sensitivität des Ergebnisses bezüglich der Variation einzelner Parameter zu überprüfen, sollen Richtung und Form der Abhängigkeit der gleichgewichtigen Kapitalintensität von diesen Parametern untersucht werden. Dabei werden sowohl die Parameter der Wachstumsrate der effizienten Arbeitseinheiten n und die Sparquote s als auch die Variable des Außengeldes m, die bisher *quasi* auch als Parameter behandelt wurde, variiert, um ihren Einfluß auf die gleichgewichtige Kapitalintensität einerseits beim SOLOWschen und andererseits beim erweiterten monetären Modell darzustellen.

4.4.1 Variation der Wachstumsrate n

In einem ersten Schritt soll die Annahme für die Größe der Wachstumsrate der effizienten Arbeitseinheiten verändert werden. Neben dem bisher benutzten Wert von 2% wurde oben auch der Wert von 2,9% vorgeschlagen. Mit diesem neuen Wert für die Wachstumsrate der effizienten

[196] Errechnet anhand einer NEWTONschen Approximation mit den oben genannten Parameterwerten.

[197] Für größere Werte von ξ steigt diese Zahl sogar noch, während sie für kleinere Werte fällt. Aber noch bei einem ξ von 0,1 beläuft sich die Steigerung der gleichgewichtigen Kapitalintensität durch das Innengeld auf 11% (1,51 zu 1,34).

Arbeitseinheiten n soll eine neue Serie von Approximationen der gleichgewichtigen Kapitalintensität in Abhängigkeit der beiden Paramter in der Nutzen- und Produktionsfunktion durchgeführt werden.

Über eine NEWTONsche Approximation wurde für das reine SOLOW-Modell der Wert von 1,07393 ermittelt, der deutlich unter jenem für das Modell mit einer Wachstumsrate der effizienten Arbeitseinheiten von 2% (der lag bei 1,18335) liegt. Das hat seine Ursache darin, daß bei gleicher Investitionsquote nun ein größerer Teil der Investition für das *capital widening* aufgewendet werden muß.

Um zu sehen, wie sich diese erhöhte Wachstumsrate der effizienten Arbeitseinheiten auf das erweiterte monetäre Wachstumsmodell auswirkt, wurde unter dieser neuen Konstellation wieder eine Reihe von Approximationen für die gleichgewichtige Kapitalintensität errechnet, wobei die beiden Parameter in der Nutzen- und Produktionsfunktion ξ und φ variiert wurden. Für einen besseren Überblick wurden die Werte von φ (ab 0,15) mit wachsenden Intervallängen dargestellt. Das Ergebnis ist in Tabelle 4 abzulesen.

Tabelle 4: Gleichgewichtige Kapitalintensität bei n=2,9%

φ \ ξ	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
0,00	**0,80**	**0,84**	**0,87**	**0,91**	**0,94**	**0,97**	**1,00**	**1,04**	**1,07**	1,10	1,13
0,01	**0,82**	**0,85**	**0,89**	**0,92**	**0,96**	**0,99**	**1,02**	**1,05**	1,08	1,11	1,15
0,02	**0,84**	**0,87**	**0,91**	**0,94**	**0,97**	**1,00**	**1,04**	**1,07**	1,10	1,13	1,16
0,03	**0,85**	**0,89**	**0,92**	**0,96**	**0,99**	**1,02**	**1,05**	1,08	1,12	1,15	1,18
0,04	**0,87**	**0,90**	**0,94**	**0,97**	**1,00**	**1,04**	**1,07**	1,10	1,13	1,16	1,19
0,05	**0,89**	**0,92**	**0,95**	**0,99**	**1,02**	**1,05**	1,08	1,12	1,15	1,18	1,21
0,06	**0,90**	**0,94**	**0,97**	**1,00**	**1,04**	**1,07**	1,10	1,13	1,16	1,20	1,23
0,07	**0,92**	**0,95**	**0,99**	**1,02**	**1,05**	1,09	1,12	1,15	1,18	1,21	1,24
0,08	**0,94**	**0,97**	**1,00**	**1,04**	**1,07**	1,10	1,13	1,17	1,20	1,23	1,26
0,09	**0,95**	**0,99**	**1,02**	**1,05**	1,09	1,12	1,15	1,18	1,21	1,25	1,28
0,10	**0,97**	**1,00**	**1,04**	**1,07**	1,10	1,14	1,17	1,20	1,23	1,26	1,29
0,11	**0,99**	**1,02**	**1,05**	1,09	1,12	1,15	1,18	1,22	1,25	1,28	1,31
0,12	**1,00**	**1,04**	**1,07**	1,10	1,14	1,17	1,20	1,23	1,27	1,30	1,33
0,13	**1,02**	**1,06**	1,09	1,12	1,15	1,19	1,22	1,25	1,28	1,31	1,34
0,14	**1,04**	**1,07**	1,11	1,14	1,17	1,20	1,24	1,27	1,30	1,33	1,36
0,15	**1,06**	1,09	1,12	1,16	1,19	1,22	1,25	1,28	1,32	1,35	1,38
0,20	1,14	1,18	1,21	1,24	1,28	1,31	1,34	1,37	1,40	1,43	1,47
0,30	1,32	1,36	1,39	1,42	1,45	1,49	1,52	1,55	1,58	1,61	1,64
0,50	1,70	1,74	1,77	1,80	1,83	1,87	1,90	1,93	1,96	1,99	2,02
1,00	2,76	2,79	2,83	2,86	2,89	2,92	2,95	2,98	3,02	3,05	3,08

Gerade auch im Vergleich zu Tabelle 2 (S. 70) ist zu erkennen, daß sich der Bereich jener Werte vergrößert hat, bei denen die gleichgewichtige Kapitalintensität des erweiterten Modells mit Innen- und Außengeld geringer ist als die des SOLOWschen Modells. Es ist zwar immer noch so, daß bei vernünftigen Annahmen an ξ und φ das Modell mit Geld einen höheren Gleichgewichtswert für die Kapitalintensität hat als das SOLOWsche, aber die Differenz ist nicht mehr ganz so deutlich.

Die Ursache dafür liegt in der Tatsache, daß es in dem monetären Modell neben dem *capital widening* auch das *money widening* gibt, das bei einer Erhöhung der Wachstumsrate der effizienten Arbeitseinheiten ebenfalls wächst. Deshalb müssen nicht nur mehr Ressourcen für die Ausstattung der neuen Effizienzeinheiten Arbeit mit Kapital aufgewendet werden, sondern auch für die Ausstattung derselben mit Geld. Die durch das größere n schneller wachsende Volkswirtschaft kann es sich nicht leisten, eine solch hohe Kapitalintensität aufrecht zu erhalten.

Bei diesen Werten für das Wachstum der effizienten Arbeitseinheiten bleibt zwar die gleichgewichtige Kapitalintensität bei dem Modell mit Innen- und Außengeld über jener des SOLOWschen Modells, aber die Differenz hat sich verringert. Deshalb ist es auch interessant zu beobachten, wie sich der Unterschied dieser beiden Modelle entwickelt, wenn die Wachstumsrate der effizienten Arbeitseinheiten gänzlich variabel betrachtet wird. Die gleichgewichtige Kapitalintensität wird deshalb nun sowohl für das SOLOWsche Modell, als auch für das Modell mit Innen- und Außengeld in Abhängigkeit von der Wachstumsrate der effizienten Arbeitseinheiten definiert:

$$k \equiv k(n)\,.$$

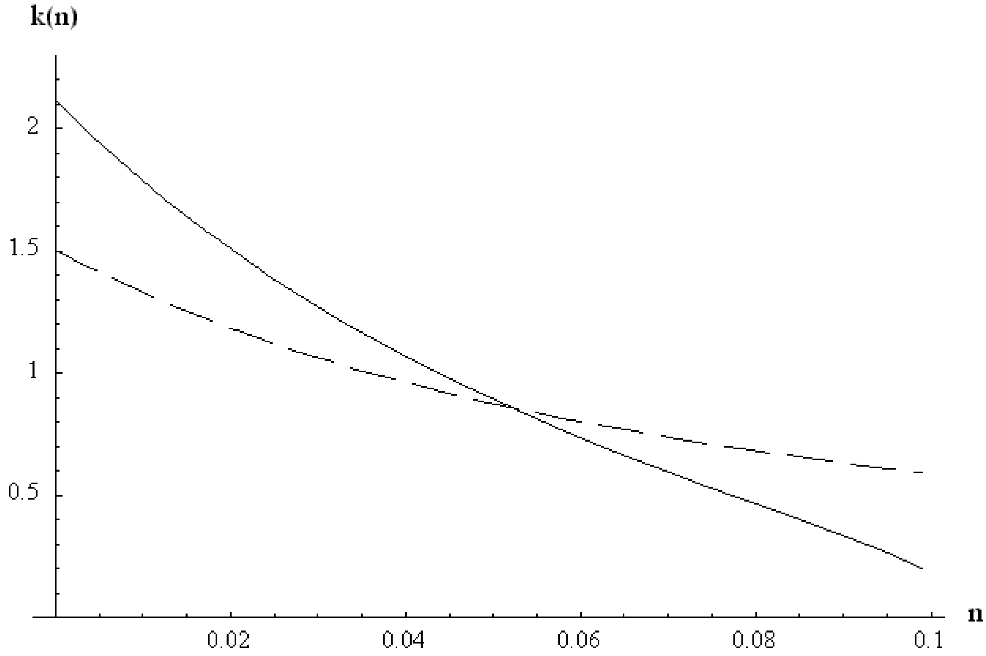
Weil eine Umformung wieder nicht anhand der allgemein gehaltenen Gleichgewichtsbedingung (71) möglich ist – k kann nicht isoliert werden –, muß der Zusammenhang zwischen n und k über ein numerisches Verfahren interpoliert werden. Dazu müssen in einzelnen Approximationen mehreren Werten des Wachstums der effizienten Arbeitseinheiten die entsprechenden Werte der gleichgewichtigen Kapitalintensität zugeordnet werden. Die beiden Parameter φ und ξ werden dabei gleich 0,1 gesetzt.[198] Im Anschluß daran kann anhand dieser Wertepaare eine Funktion interpoliert werden, die den ungefähren Zusammenhang der Variablen wiedergibt. Diese Funktion kann dann auch graphisch dargestellt werden. Die entsprechenden *Mathematica*-Befehle werden im Anhang A.4 detailliert aufgeführt (S. 89). Hier sei nur die sich ergebende Grafik in Abbildung 13 (S. 75) vorgestellt.

Die gleichgewichtige Kapitalintensität bei SOLOW ist gestrichelt abgetragen. Sie weist beim Wachstumsmodell mit Innen- und Außengeld einen stärkeren negativen Zusammenhang mit der Wachstumsrate der effizienten Arbeitseinheiten auf: sie fällt schneller als beim SOLOWschen Modell. Diese Eigenschaft entspricht den Erwartungen unter Berücksichtigung des zusätzlichen *money widening*. Der Punkt, an dem sich die beiden in Abbildung 13 dargestellten Funktionen schneiden, hängt allerdings auch von den Annahmen über die Parameter ab. So ist die Aussage, daß die gleichgewichtige Kapitalintensität für einen Wert des Wachstums der effizienten Arbeitseinheiten n von 8% bei SOLOW höher ist als bei dem Modell mit Außen- und Innengeld, davon abhängig, daß für die Parameter der Nutzen- und Produktionsfunktion ξ und φ geringe Werte von nur 0,1 angenommen wurden. Schon bei der Annahme, daß einer dieser beiden Parameter den Wert von 0,2 hat, verschiebt sich der Schnittpunkt der beiden Kurven in einen Bereich von n, der zwischen 0,08 und 0,1 liegt.

Das positive Ergebnis einer Erhöhung der gleichgewichtigen Kapitalintensität durch die Einführung des erweiterten Geldkonzepts in das Modell von SOLOW kann also nur durch außerordentlich hohe Wachstumsraten der effizienten Arbeitseinheiten relativiert werden. Jedoch kann

[198] Dadurch entfernt sich der Wert der gleichgewichtigen Kapitalintensität des Modells mit dem erweiterten Geldverständnis nicht allzu weit von dem durch das SOLOWsche Modell vorgegebenen Wert.

Abbildung 13: Gleichgewichtige Kapitalintensität in Abhängigkeit von der Wachstumsrate n



festgestellt werden, daß der Vorteil der um Innengeld erweiterten Volkswirtschaft um so geringer ist, je größer das Wachstum der effizienten Arbeitseinheiten und damit auch des Kapitalstocks im Gleichgewicht ist.

4.4.2 Variation der Sparquote s

Ein weiterer Parameter, für welchen in der Literatur sehr unterschiedliche Werte gefunden werden, ist die Sparquote s. So wurde oben schon angemerkt, daß für die USA ein geringerer Wert als für Europa angenommen wird. Um aber die Untersuchung der Variation der Sparquote vergleichbar zu jener der Wachstumsrate der effizienten Arbeitseinheiten zu halten, soll hier zunächst auch von einer Erhöhung der Sparquote ausgegangen werden. Dazu wird für die Sparquote der Wert von 0,2 – das heißt 20% – angenommen.

Im SOLOWschen Modell ergibt diese Annahme einen Gleichgewichtswert der Kapitalintensität von 1,81798. Um einen Vergleich zu dem Wachstumsmodell mit dem erweiterten Geldkonzept herstellen zu können, wurde wieder nach bekanntem Konzept eine Tabelle erstellt, bei der die Parameter der Nutzen- und Produktionsfunktion ξ und φ variiert werden.

Tabelle 5 (S. 76) zeigt deutlich, besonders im Vergleich zu Tabelle 2 (S. 70), daß hier der Bereich geringer geworden ist, in dem das Modell mit dem erweiterten Geldkonzept eine geringere Kapitalintensität aufweist als das Modell von SOLOW. Eine Erhöhung der Sparquote verstärkt also den positven Effekt, den die Einführung von Innen- und Außengeld in das Modell von SOLOW hat.

Auch bei der Variation der Sparquote ergeben sich also systematische Unterschiede zwischen dem Modell von SOLOW und jenem mit erweitertem Geldkonzept in der Veränderung der gleichgewichtigen Kapitalintensität. Für eine nähere Untersuchung soll die Sparquote im

Tabelle 5: Gleichgewichtige Kapitalintensität bei s=20%

$\varphi \diagdown \xi$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
0,00	**1,64**	**1,68**	**1,73**	**1,77**	1,82	1,86	1,91	1,95	1,99	2,04	2,08
0,01	**1,66**	**1,71**	**1,76**	**1,80**	1,85	1,89	1,93	1,98	2,02	2,06	2,11
0,02	**1,69**	**1,74**	**1,78**	1,83	1,87	1,92	1,96	2,00	2,05	2,09	2,13
0,03	**1,72**	**1,76**	**1,81**	1,86	1,90	1,94	1,99	2,03	2,08	2,12	2,16
0,04	**1,75**	**1,79**	1,84	1,88	1,93	1,97	2,02	2,06	2,10	2,15	2,19
0,05	**1,77**	1,82	1,87	1,91	1,96	2,00	2,04	2,09	2,13	2,17	2,22
0,06	**1,80**	1,85	1,89	1,94	1,98	2,03	2,07	2,12	2,16	2,20	2,25
0,07	**1,83**	1,88	1,92	1,97	2,01	2,06	2,10	2,14	2,19	2,23	2,27
0,08	1,86	1,90	1,95	1,99	2,04	2,08	2,13	2,17	2,22	2,26	2,30
0,09	1,89	1,93	1,98	2,02	2,07	2,11	2,16	2,20	2,24	2,29	2,33
0,10	1,91	1,96	2,01	2,05	2,10	2,14	2,18	2,23	2,27	2,32	2,36
0,11	1,94	1,99	2,03	2,08	2,12	2,17	2,21	2,26	2,30	2,34	2,39
0,12	1,97	2,02	2,06	2,11	2,15	2,20	2,24	2,29	2,33	2,37	2,42
0,13	2,00	2,05	2,09	2,14	2,18	2,23	2,27	2,31	2,36	2,40	2,44
0,14	2,03	2,08	2,12	2,17	2,21	2,26	2,30	2,34	2,39	2,43	2,47
0,15	2,06	2,10	2,15	2,19	2,24	2,28	2,33	2,37	2,42	2,46	2,50
0,20	2.21	2.25	2.30	2.34	2.39	2.43	2.48	2.52	2.56	2.61	2.65
0,30	2.51	2.55	2.60	2.64	2.69	2.73	2.78	2.82	2.87	2.91	2.95
0,50	3.15	3.20	3.24	3.29	3.33	3.37	3.42	3.46	3.51	3.55	3.59
1,00	4.94	4.98	5.03	5.07	5.12	5.16	5.20	5.25	5.29	5.34	5.38

weiteren variabel betrachtet und die gleichgewichtige Kapitalintensität in Abhängigkeit von der Sparquote definiert werden:

$$k \equiv k(s)\,.$$

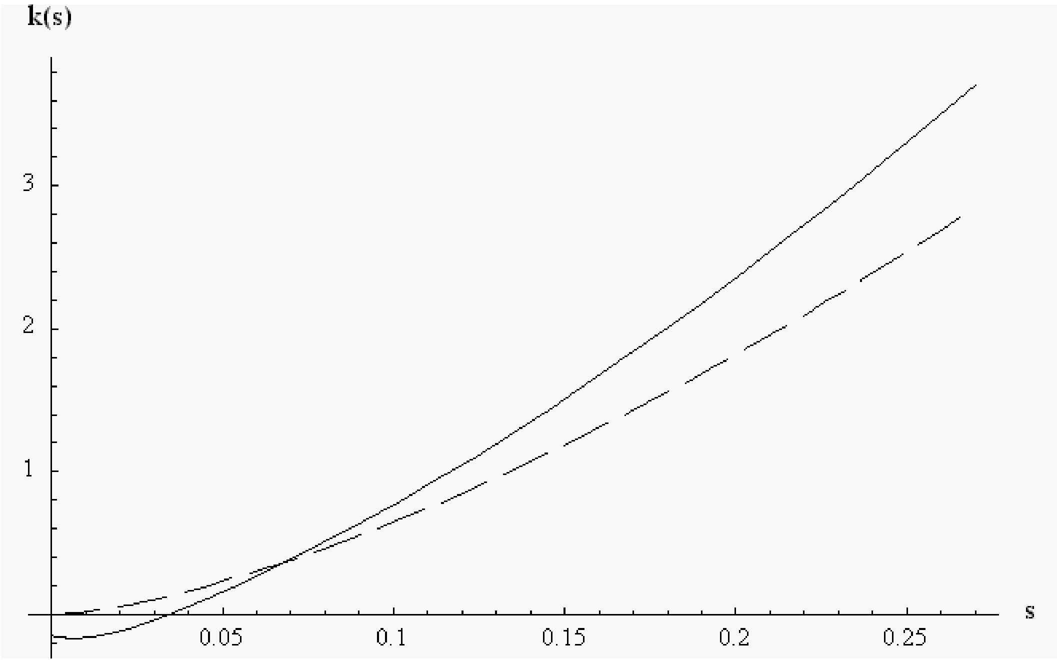
Der Zusammenhang zwischen s und k wird über ein numerisches Verfahren interpoliert. Die beiden Parameter φ und ξ werden dabei gleich 0,1 gesetzt.[199] Die entsprechenden *Mathematica*-Befehle finden sich im Anhang A.4 (S. 91).

Das Ergebnis zeigt Abbildung 14 (S. 77), auf der die gleichgewichtige Kapitalintensität des Solowschen Modells wieder durch eine gestrichelte Linie dargestellt ist.

Für steigende Werte der Sparquote erzielt das Modell mit Innen- und Außengeld gleichgewichtige Kapitalintensitäten, die sich zunehmend von jenen des Solowschen Modells entfernen. Das liegt daran, daß die Sparquote in diesem Modell bestimmt, welcher Anteil des verfügbaren Einkommens konsumiert wird. Je größer die Sparquote, desto geringer der Anteil des verfügbaren Einkommens, der dem Konsum zugeleitet wird. Da sich in diesem Modell der Konsum außerdem aus dem konsumgleichen Nutzen der Geldhaltung ergibt, der seinerseits durch eine Veränderung der Sparquote nicht berührt wird, verschiebt sich das Gewicht beim Konsum zugunsten des Nutzens aus der Geldhaltung. Je mehr also die Sparquote ansteigt, desto wichtiger wird für den

[199] Analog zu der Untersuchung für n als Variable.

Abbildung 14: Gleichgewichtige Kapitalintensität in Abhängigkeit von der Sparquote s



Konsum jener Anteil, der allein aus der Haltung von Geld gewonnen wird.

Interessant ist aber auch, daß für sehr kleine Sparquoten ($s < 0,07$) die gleichgewichtige Kapitalintensität bei SOLOW höher ist als in dem Modell mit erweitertem Geldkonzept. In diesem Bereich spielt der Nutzen der Geldhaltung kaum noch eine Rolle im Konsum, so daß die negative Wirkung des Geldes aus dem TOBIN-Modell nicht kompensiert werden kann. Solch geringe Sparquoten (von weniger als 7%) sind jedoch sehr unwahrscheinlich.

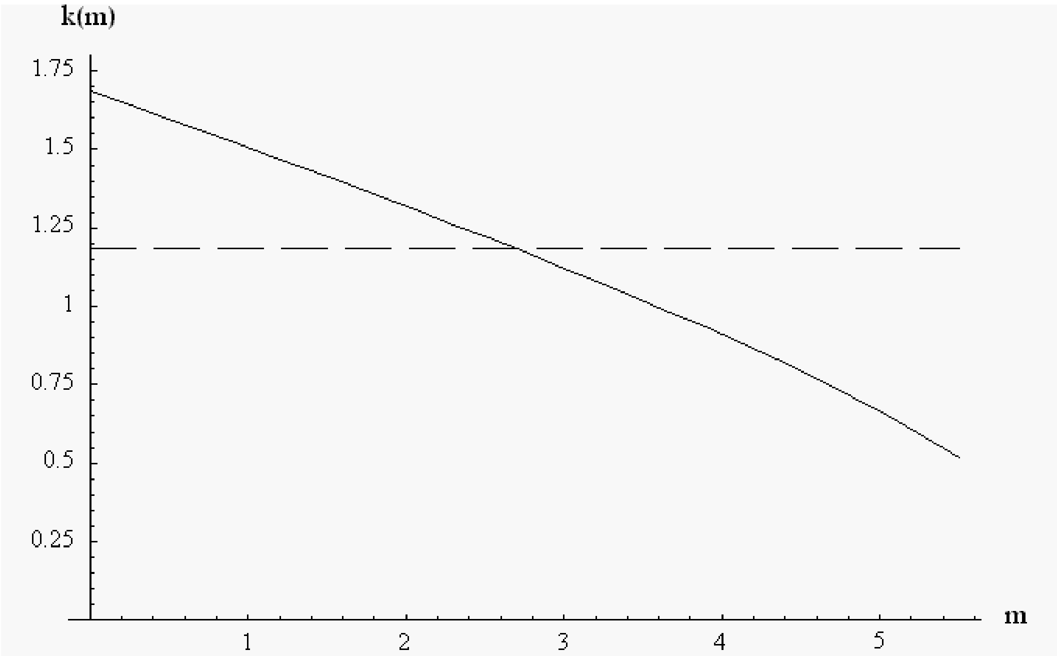
Insgesamt wird deutlich, daß die Einführung von Geld in erweiterter Form sich dahingehend auswirkt, daß der positive Effekt der Ersparnis noch verstärkt wird.

4.4.3 Variation der Außengeldmenge m

Abschließend soll noch angeführt werden, wie sich die gleichgewichtige Kapitalintensität verhält, wenn die Annahme, daß die durchschnittliche Geldmenge m eine Dummy-Variable ist, aufgehoben wird. Dazu werden die beiden Parameter φ und ξ gleich 0,1 gesetzt und auch n sowie s erhalten ihre ursprünglichen Werte von 2% und 15% zurück. Anhand des NEWTONschen Verfahrens werden dann für unterschiedliche Werte der durchschnittlichen Geldmenge m die entsprechenden Ergebnisse für die gleichgewichtige Kapitalintensität k^* approximiert. Im Anschluß wird anhand dieser Zuordnungen von m-k-Wertepaaren eine Funktion $k(m)$ interpoliert.

Für die Außengeldmenge m werden dabei nur Werte von 0 bis 5,5 für Approximationen von k benutzt, da eine negative Geldmenge gesamtwirtschaftlich nicht sinnvoll ist und für größere Geldmengen ($m > 5,7$) Schwierigkeiten bei der Konvergenz auf einen Wert für k entstehen. Dafür wird andererseits, um die Genauigkeit der Approximation zu erhöhen, eine Schrittweite von 0,1 für m gewählt, wobei jeweils ein neuer Wert für k approximiert wird. Die entsprechenden *Mathematica*-Befehle werden im Anhang A.4 beschrieben (S. 91). Abbildung 15 (S. 78) stellt das Ergebnis dar.

Abbildung 15: Gleichgewichtige Kapitalintensität in Abhängigkeit von der durchschnittlichen Geldmenge m



Wieder ist das SOLOWsche Modell durch eine gestrichelte Linie gekennzeichnet, die in der Höhe von 1,18335 horizontal verläuft, weil bei SOLOW das Gleichgewicht nicht durch Variationen in der Geldmenge beeinflußt wird.

Für das um Innen- und Außengeld erweiterte Modell wird deutlich, daß der Zusammenhang zwischen Geld und der gleichgewichtigen Kapitalintensität negativ ist. Das heißt, daß die gleichgewichtige Kapitalintensität mit zunehmender Geldmenge abnimmt. Wenn die Geldmenge groß genug ist, kann die gleichgewichtige Kapitalintensität auch unter das Niveau des SOLOWschen Modells sinken. Eine Ursache dafür ist die Art, wie Geld in dieses Modell integriert wird. Über den Parameter φ geht nur ein, ob überhaupt Geld modelliert wird; die Größenordnung spielt dann keine Rolle mehr. Über das *money widening* aus dem TOBINschen Modell wirkt eine steigende Geldmenge jedoch negativ auf die gleichgewichtige Kapitalintensität.

Darüber hinaus ist es aufgrund der nach wie vor offenen Frage nach den Einheiten der Geldmenge m schwierig, einen klar definierten Zusammenhang zu postulieren. Außerdem sorgen größere Werte für die Parameter der Nutzen- und Produktionsfunktion ξ und φ erneut für eine deutliche Rechtsverschiebung des Schnittpunktes. Das Ergebnis soll deshalb nur dazu dienen, die negative Richtung des Zusammenhangs festzustellen.

Für das zugrunde gelegte Modell bedeutet dies, daß Geld unter normalen Umständen zwar grundsätzlich positiv auf die gleichgewichtige Kapitalintensität wirkt, aber ein Zuviel an Geld diesem positiven Effekt entgegenwirkt.

4.5 Zusammenfassung

Nach einer numerischen Untersuchung des Wachstumsmodells von Solow, in das Innen- und Außengeld eingeführt wurde, ist es nun nicht mehr offen, ob Geld einen positiven Einfluß auf die gleichgewichtige Kapitalintensität ausübt. Auch wenn jeder andere Parameter in diesem Modell variiert wird, letztendlich hängt die Frage allein von der Größenordnung der Parameter in der Nutzen- und Produktionsfunktion ξ und φ ab. Selbst wenn nur davon ausgegangen wird, daß das Geld die Effizienz der Produktion um 20% steigert – dabei handelt es sich um eine sehr vorsichtige Schätzung – ist die Wirkung des Geldes auf die gleichgewichtige Kapitalintensität in jedem Fall positiv.

Geld ist in dieser Betrachtung also nicht nur nicht neutral, sondern hat eine eindeutig positive Auswirkung auf die Volkswirtschaft. Denn anhand des Niveaus der Kapitalintensität wird im Solowschen Modell und seinen Nachfolgemodellen die Güte eines Gleichgewichtszustandes gemessen.

Als wesentliches Ergebnis ist auch herauszustellen, daß sich eine hohe Wachstumsrate der effizienten Arbeitseinheiten bei einer Volkswirtschaft mit Geld stärker negativ auf die gleichgewichtige Kapitalintensität auswirkt als bei einer vergleichbaren Volkswirtschaft ohne Geld. Durch die Einführung von Geld wird die Volkswirtschaft zwar leistungsfähiger, reagiert in diesem Modell aber auch sensitiver auf Bevölkerungs- oder Technologieentwicklungen.

Weiterhin wirkt sich eine Veränderung der Sparquote in diesem Modell stärker auf die gleichgewichtige Kapitalintensität aus als bei einem Modell ohne Geld. Offensichtlich unterstützt das Geld hier die positive Wirkung der Ersparnis.

5 Schlußbetrachtung

Das einfache Modell von SOLOW darf nicht als ein Modell für die reine Tauschwirtschaft betrachtet werden, da unter anderem angenommen wird, daß die Markträumung reibungslos vonstatten geht, was ohne Geld kaum denkbar ist.[200] Trotzdem wird bei der Modellierung jede mögliche Auswirkung von Geld gänzlich außer acht gelassen, Geld also als vollkommen neutral angesehen. Doch schon wenn Geld nicht als „Schleier“ betrachtet wird, sondern als „Schmiermittel“,[201] muß es eine Auswirkung auf den realen Sektor haben. Geld und dessen Auswirkung sollte daher auch im Modell sichtbar werden.

Aus diesem Anspruch heraus erweitert TOBIN das SOLOWsche Modell um eine explizite Berücksichtigung des Geldes. Er nutzt dabei den Vorteil der neoklassischen Modelle, die durch ihre straffe, unkomplizierte Betrachtungsweise gut nachzuvollziehende Ergebnisse liefern. Seinem Ziel, „to improve the theoretical foundations of macro models, to fit them into the main corpus of neoclassical economics, and to clarify the roles of monetary [...] policies“[202], wird durch seine Formulierung eines um den Geldmarkt erweiterten SOLOWschen Modells in jedem Fall Rechnung getragen. Allerdings ergibt sich dabei der umstrittene TOBIN-Effekt, der die Möglichkeit einer Wachstumssteigerung durch steigende Inflation aufzeigt. Dies widerspricht den empirischen Fakten.[203] TOBIN zeigt, daß Geld in seinem Wachstumsmodell nicht neutral ist, aber die Auswirkung des Geldes auf die gleichgewichtige Kapitalintensität ist negativ. Durch die explizite Berücksichtigung von Geld wird also ein langfristiges Gleichgewicht erreicht, bei dem der Kapitalstock geringer ist als in dem Modell ohne Geld, da die effizienten Arbeitseinheiten in diesem Modell exogen vorgegeben sind. Das hieße, daß durch die Einführung von Geld eine Volkswirtschaft weniger leistungsfähig geworden wäre.

Dieses Ergebnis beruht darauf, daß TOBIN das Geld nur so modelliert, daß es dem Staat dazu dient, den privaten Wirtschaftssubjekten Kaufkraft zu entziehen. Die möglichen positiven Eigenschaften des Geldes werden gänzlich außer acht gelassen.

Aus einer eingehenden Betrachtung der KEYNES-WICKSELL-Modelle wird deutlich, daß die Ergebnisse TOBINs nicht von Annahmen für die Anpassungsmechanismen von Preisen und Investitionen abhängen. Daher ist es verständlich, daß die meisten Versuche einer Weiterentwicklung des TOBINschen Ansatzes in die Richtung gehen, die positiven Aspekte des Geldes explizit in das Modell einzubeziehen.

Die einfachen Erweiterungen des TOBINschen Modells, in welchen das Geld entweder mit in die Nutzenfunktion oder in die Produktionsfunktion aufgenommen wird, bringen jedoch kei-

[200] Vgl. F. HAHN, „On Money and Growth“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 172.

[201] Vgl. J. NIEHANS, *The Theory of Money*, Baltimore 1978, S. 8.

[202] W. BREIT und R. SPENCER, *Lifes of the Laureates: Seven Nobel Economists*, Cambridge MA 1986, S. 119.

[203] Die Stärke dieses Widerspruchs geht aus der großen Zahl der Autoren hervor, die einen negativen Zusammenhang zwischen Inflation und Wirtschaftswachstum aufzeigen: R. BARRO, „Economic Growth in a Cross Section of Countries“, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 106, 1991, S. 437, S. FISCHER, „The Role of Macroeconomic Factors in Growth“, *NBER Working Paper*, No. 4565, Cambridge (MA) 1993, G. MCCANDLESS und W. WEBER, „Some Monetary Facts“, *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, Vol. 19, 1995, S. 9 f., M. DOTSEY und P. Ireland, „The Welfare Cost of Inflation in General Equilibrium“, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 37, 1996, S. 29 ff. sowie J. ANDRÉS und I. HERNANDO, „Does Inflation Harm Economic Growth? Evidence for the OECD“, *NBER Working Paper*, No. 6062, Cambridge (MA) 1997, S. 25 f.

ne grundsätzlichen Veränderungen. Es bleibt offen, ob sich Geld positiv oder negativ auf die gleichgewichtige Kapitalintensität auswirkt.

Deshalb wurde hier ein umfassenderes Geldkonzept in ein monetäres neoklassisches Wachstumsmodell integriert. Dabei wird sowohl den beiden Auprägungen von Geld als Konsumgut und als Produktionsfaktor gleichzeitig Rechnung getragen, als auch neben dem Außengeld das Innengeld betrachtet. Das Ergebnis ist ein Modell, das prinzipiell einzelnen Ausführungen der monetären neoklassischen Wachstumsmodelle ähnelt, jedoch bei der Betrachtung von Geld entscheidende Erweiterungen aufweist: Es wird nicht nur explizit zwischen Innen- und Außengeld unterschieden, sondern bei beiden Geldformen werden auch ihre unterschiedlichen Wirkungen auf die Wirtschaft berücksichtigt.

Durch dieses erweiterte Geldkonzept werden die teilweise etwas oberflächlich wirkenden monetären neoklassischen Wachstumsmodelle plausibler. Für das Geld ist es jetzt gerechtfertigt festzustellen, es sei im KEYNESschen Sinne „one of the operative factors“[204] des Modells.

Allerdings ist es auch in diesem Modell ohne weitere Spezifikationen nicht möglich, zweifelsfrei festzustellen, ob durch die Einführung von Geld die gleichgewichtige Kapitalintensität steigt oder sinkt. Die Wahrscheinlichkeit, daß die gleichgewichtige Kapitalintensität höher ist als bei SOLOW, ist in diesem Modell zwar größer als bei allen anderen betrachteten Wachstumsmodellen, aber es müssen nach wie vor bestimmte Bedingungen erfüllt sein, bei denen ohne konkrete Parameter nicht festzustellen ist, ob sie eingehalten werden.

Weil es für diese Fragestellung kaum möglich sein dürfte, eine empirische Untersuchung vorzunehmen[205] und das System nicht eindeutig gelöst werden kann, wird eine numerische Approximation vorgenommen. Dabei werden für die einzelnen Parameter Werte benutzt, die aus empirischen Arbeiten der letzten dreißig Jahre gewonnen wurden.

Es ergibt sich, daß die Einführung von Innen- und Außengeld in diesem erweiterten Konzept eine eindeutige Erhöhung der gleichgewichtigen Kapitalintensität gegenüber dem Modell von SOLOW bewirkt. Ausnahmen davon ergäben sich nur, wenn das Geld die Effizienz der Produktion um weniger als 10 bis 15% steigerte und gleichzeitig der Nutzen aus der Existenz des Geldes nahezu Null wäre.

Eine interessante Rolle fällt dabei der Sparquote zu: je größer sie ist, desto höher ist die gleichgewichtige Kapitalintensität im Vergleich zu einem Modell, in dem Geld keinen direkten Nutzen stiftet, das heißt also, daß sich hier die positive Wirkung der Sparquote auf die gleichgewichtige Kapitalintensität vergrößert. Geld verstärkt die Wirkung der Ersparnis und dieser Effekt wird durch die Einführung von Innengeld nochmals verstärkt.

Die Frage, ob ein neoklassisches monetäres Wachstumsmodell so definiert werden kann, daß Geld nicht nur „nicht neutral“ ist, sondern daß durch die Einführung von Innen- und Außengeld in die Volkswirtschaft die gleichgewichtige Kapitalintensität eindeutig erhöht wird, kann also unter plausiblen Annahmen positiv beantwortet werden.

---

[204]Vgl. J. C. ECKALBAR, „Understanding Chapter 2 of the *General Theory* in Light of the “Essential and Peculiar” Nature of Money“, *Journal of Post Keynesian Economics*, Vol. 20, 1997, S. 124.

[205]Für eine solche empirische Untersuchung müßte eine entwickelte Volkswirtschaft betrachtet werden, die von einer Tausch- zu einer Geldwirtschaft übergegangen ist.

A Anhang

A.1 Gleichgewichtsbegriff

Der Begriff „Gleichgewicht“ ist einer jener Termini, die in volkswirtschaftlichen Texten oft benutzt werden. Durch diese Familiarisierung wird der Begriff häufig unterschiedlich verwendet. Dabei ist es keine Selbstverständlichkeit, daß jeder von derselben Form von „Gleichgewicht“ spricht. Um Unklarheiten zu vermeiden, soll kurz dargestellt werden, für welche Zustände diese Bezeichnung in dieser Arbeit verwendet wird.

Allein in der Volkswirtschaftslehre können mindestens acht Aspekte der Gleichgewichtsidee unterschieden werden: Konsistenz, Planerfüllung, erfüllte Erwartungen, Zufriedenheit, Optimalität, Ausgleich von Kräften, Zustand der Ruhe und Reproduzierbarkeit.[206]

Im folgenden soll deshalb der Begriff des Gleichgewichtes, so wie er in dieser Arbeit verwendet wird, auf drei verschiedenen Ebenen definiert werden.[207]

Ein Gleichgewicht kann ganz allgemein als ein Zustand verstanden werden, in dem das komplexe System der volkswirtschaftlichen Größen ausgewogen ist. Das heißt, daß ein System sich dann im Gleichgewicht befindet, wenn sich alle interdependenten Größen eben dieses Systems in einer Konstellation befinden, in der keine Spannungen sichtbar werden, die zu unmittelbaren Umschichtungen der Elemente führen könnten. Dieses Gleichgewicht liegt vor allem im Urteil des Betrachters. Es ist außerdem in einem komplexen System mit vielen Variablen eine große Anzahl solcher Gleichgewichtszustände denkbar. Der **theoretische Gleichgewichtsbegriff** ist also kaum allgemein anzuwenden.

Etwas enger wird der Begriff, wenn eine Beharrungstendenz miteinbezogen wird. Dieser Zustand ist empirisch auch besser faßbar, da solche Gleichgewichte über einen Zeitraum hinweg erhalten bleiben. Für diesen Fall könnte von einem **stabilen Gleichgewicht** gesprochen werden. Dabei ergibt sich aber das Problem, daß diese Bezeichnung falsch verstanden werden könnte. Mit der Stabilität eines Systems oder eines Gleichgewichtes wird zumeist jene Eigenschaft beschrieben, die ein System nach einem exogenen Schock wieder zurück zu einem Gleichgewichtspunkt bringt. Um diese Eigenschaft der Stabilität eines Gleichgewichtes handelt es sich hier aber nicht, sondern nur um einen Zustand, der allein aufgrund seiner Beharrungstendenz als Gleichgewicht bezeichnet wird.[208] Deshalb ist in dieser Arbeit, um Fehldeutungen zu vermeiden, in Anlehnung an den angelsächsischen Sprachgebrauch von einem **Steady State** die Rede, immer wenn ein solcher Zustand mit Beharrungstendenz beschrieben wird. Wichtig ist dabei, daß es sich nicht um einen Steady State im HARRODschen Sinne handelt, da in den hier behandelten Modellen die Bevölkerung im Steady State immer wächst. Es ist damit vielmehr ein Zustand definiert, in dem sich die Variablen mit einer bestimmten, konstanten Rate verändern.

Als dritter und engster Begriff für Gleichgewicht sei hier noch der **methodische Gleichgewichtsbegriff** erwähnt. Dieser Gleichgewichtsbegriff ist der Mechanik entnommen und bezieht sich auf die Balance zweier gegenläufiger Größen. Ein Beispiel ist der klassische Fall eines Marktes: Ein Markt befindet sich genau dann im Gleichgewicht, wenn Angebots- und Nachfragepläne übereinstimmen. Analog kann hier auch der Begriff Markträumung benutzt werden.

[206] Vgl. U. MEYER, *Neue Makroökonomik*, Berlin 1983, S. 6f.

[207] Die Argumentation erfolgt dabei in Anlehnung an die Gleichgewichtskonzepte von K. ROTHSCHILD, *Einführung in die Ungleichgewichtstheorie*, Berlin 1981, S. 3ff.

[208] Über das Verhalten des Systems außerhalb dieses Gleichgewichtes wird dabei noch nichts ausgesagt.

Es wird aber in dieser Arbeit grundsätzlich an keiner Stelle, wie es sonst durchaus üblich ist, ein Zustand als Gleichgewicht bezeichnet, nur weil er aus objektiver Sicht als wünschenswert eingestuft wird. Üblicherweise ist, wo nicht näher spezifiziert wird, mit Gleichgewicht immer das methodische Gleichgewicht gemeint.

A.2 TOBIN-Effekt bei dem Modell mit Geld als Produktionsfaktor

Da bei dieser Betrachtung das Geldvermögen in die Produktionsfunktion mit eingeht, wird es auch wie ein Produktionsfaktor behandelt: Der Preis des Geldes ergibt sich aus dem Grenzproduktivitätsprinzip. Die Wertgrenzproduktivitäten von Geld und Sachkapital müssen genau gleich sein, da sonst durch eine reine Umschichtung der Kapitalstruktur eine Erhöhung des Outputwertes möglich wäre:

$$P_k g_k(k,m) = P_m g_m(k,m) \quad . \tag{A-1}$$

Da hier nun die Preise gleich Eins definiert wurden, kann diese Bedingung auch wie folgt geschrieben werden:

$$g_k(k,m) = g_m(k,m) \quad . \tag{A-2}$$

Unberücksichtigt blieb dabei jedoch der erwartete Gewinn durch einen Preisverfall,[209] der zu dem Ertrag aus der letzten Geldeinheit hinzuaddiert werden muß:

$$g_k(k,m) = g_m(k,m) - \pi \quad . \tag{A-3}$$

Selbst wenn anstatt der allgemeinen Form der Produktionsfunktion eine COBB-DOUGLAS-Produktionsfunktion verwendet wird, läßt sich diese Gleichung doch nicht nach m in Abhängigkeit von k und π lösen.[210] Deshalb wird hier die implizite Funktion ψ gebildet:

$$\psi(m,k,\pi) \equiv g_k(k,m) - g_m(k,m) + \pi = 0 \quad . \tag{A-4}$$

Dabei werden die üblichen Annahmen einer neoklassischen Produktionsfunktion gemacht: die Kreuzableitungen sind gleich und positiv ($g_{km} = g_{mk} > 0$) und die zweiten Ableitungen negativ ($g_{kk} < 0$ und $g_{mm} < 0$). Daraus folgt, daß:

$$\begin{aligned} \psi_m &= g_{km} - g_{mm} > 0 \quad , \\ \psi_k &= g_{kk} - g_{mk} < 0 \quad \text{und} \\ \psi_\pi &= 1 \quad . \end{aligned} \tag{A-5}$$

Durch die Ableitung der impliziten Form kann das Vorzeichen des Zusammenhangs zwischen den einzelnen Variablen bestimmt werden:

$$\frac{\partial m}{\partial k} = -\frac{\psi_k}{\psi_m} > 0 \quad , \tag{A-6}$$

$$\frac{\partial m}{\partial \pi} = -\frac{\psi_\pi}{\psi_m} < 0 \quad \text{und} \tag{A-7}$$

$$\frac{\partial k}{\partial \pi} = -\frac{\psi_\pi}{\psi_k} > 0 \quad . \tag{A-8}$$

(A-9)

[209] Gerade dieser Schritt macht wieder deutlich, wie stark die Analyse von der Tatsache abhängt, daß sie komparativ statisch ist. Es wird nur ein infinitesimal kleiner Bereich um den gewählten Gleichgewichtspunkt betrachtet. Das löst den augenscheinlichen Widerspruch, daß die Preise gleich Eins gesetzt wurden und trotzdem der Preisverfall berücksichtigt wurde. Es wird also nur die Richtung ausgehend vom ursprünglichen Gleichgewicht angezeigt.

[210] Vgl. D. LEVHARI und D. PATINKIN, „The Role of Money in a Simple Growth Model“, *American Economic Review*, 1968, S. 739.

Hiermit wäre schon das Ziel erreicht, die Abhängigkeitsrichtung der Kapitalintensität k von der Inflationsrate π zeigen zu können. Jedoch ist dabei bisher nur die Produktionsseite betrachtet worden. Aber auch ein veränderter Konsum wird sich auf die gleichgewichtige Kapitalintensität k auswirken. Dazu soll nochmals auf das verfügbare Einkommen aus Gleichung (46) zurückgegriffen werden, wobei allerdings für die Inflationsrate π die Bedingung der gleichen Grenzproduktivitäten (A-3) eingesetzt wird:

$$y^v = g(k,m) + \mu - m(g_k - g_m) \quad . \tag{A-10}$$

Hier kann das verfügbare Einkommen unabhängig von der Inflation beschrieben werden.

Für eine Lösung des Modells reicht Gleichung (A-10) nicht aus. Es muß vielmehr das Investitionsverhalten aus Gleichung (48) simultan mit der Bedingung der gleichen Grenzproduktivitäten (A-3) betrachtet werden. Dazu wird zunächst die Gleichgewichtsbedingung für das Investitionsverhalten hergeleitet; das heißt $\dot{k} = 0$. Aus Gleichung (48) folgt:

$$g(k,m) - nk - (1-s)\left[g(k,m) + \mu - \pi m\right] = 0 \quad . \tag{A-11}$$

Eine Differentiation nach π ergibt nun für diese beiden Gleichungen (A-3) und (A-11):

$$[sg_k - n]\frac{dk}{d\pi} + [sg_m - (1-s)n]\frac{dm}{d\pi} = 0 \quad \text{und} \tag{A-12}$$

$$[g_{mk} - g_{kk}]\frac{dk}{d\pi} + [g_{mm} - g_{km}]\frac{dm}{d\pi} = 1 \quad . \tag{A-13}$$

Durch Lösen mit Hilfe der CRAMERschen Regel ergibt sich:

$$\frac{dk}{d\pi} = \frac{(1-s)n - sg_m}{\Lambda} \quad \text{und} \tag{A-14}$$

$$\frac{dm}{d\pi} = \frac{sg_k - n}{\Lambda} \quad , \tag{A-15}$$

wobei:

$$\Lambda \equiv [sg_k - n]\,[g_{mm} - g_{km}] - [sg_m - (1-s)n]\,[g_{mk} - g_{kk}] \quad . \tag{A-16}$$

Damit wurde das formale Ziel erreicht. Leider ist jedoch nicht klar, welche Vorzeichen die beiden Zähler haben ($(1-s)n - sg_m$ und $sg_k - n$), geschweige denn die Determinante Λ. Also handelt es sich hier um kein eindeutiges Ergebnis. Selbst mit sehr einschränkenden zusätzlichen Annahmen sind nur Ergebnisse zu erzielen, die höchstens etwas über die Relation und ganz begrenzt auch über die Richtungen der einzelnen Veränderungen aussagen.[211]

[211] Vgl. D. LEVHARI und D. PATINKIN, „The Role of Money in a Simple Growth Model“, *American Economic Review*, Vol. 58, 1968, S.741ff.

A.3 Reaktion der Kapitalintensität bei KEYNES-WICKSELL-Modellen

Das System[212] besteht aus folgenden Gleichungen:[213]
Gütermarkt

$$S = sY^v \quad , \tag{A-17}$$

$$Y^v = Y + \frac{M}{P}(\hat{M} - \pi) \quad , \tag{A-18}$$

$$\frac{I}{K} = \nu(k, i, \pi) \tag{A-19}$$

$$\text{und} \quad \dot{K} = \theta I + (1 - \theta)\left[S - \frac{M}{P}(\hat{M} - \pi)\right] \quad . \tag{A-20}$$

Geldmarkt

$$\frac{M}{P} - \frac{M^d(k, \pi)}{P} = I - S + \frac{M}{P}(\hat{M} - \pi) \quad \text{und} \tag{A-21}$$

$$\pi = \zeta\left[\frac{M}{P} - \frac{M^d(k, \pi)}{P}\right] \quad . \tag{A-22}$$

Um zu erfahren, wie sich die Kapitalintensität in Abhängigkeit von der Inflationsrate verhält, muß das System nach den beiden Differentialgleichungen bezüglich k und π aufgelöst werden. Zunächst zu k: Wird (A-21) nach I aufgelöst, so ergibt das:

$$I = \frac{M}{P}(1 - \hat{M} - \pi) - \frac{M^d(k, \pi)}{P} + S \quad ,$$

in (A-20) eingesetzt dann:

$$\dot{K} = \theta\left[\frac{M}{P} - \frac{M^d(k, \pi)}{P}\right] + S - \frac{M}{P}(\hat{M} - \pi) \quad .$$

Wird diesesErgebnis nun in die Wachstumszerlegung von k ($\hat{k} = \hat{K} - n$) für $\dot{K}$ eingesetzt, so ergibt dies:

$$\hat{k} = \theta\left[\frac{M}{PK} - \frac{M^d(k, \pi)}{PK}\right] + \frac{S}{K} - \frac{M}{PK}(\hat{M} - \pi) - n \quad .$$

Unter Berücksichtigung von (A-17) und (A-18), das heißt $S = s[Y + (\hat{M} - \pi)M/P]$, und der aus (A-22) folgenden Tatsache, daß $M/P = \pi/\zeta + M^d(k, \pi)/P$, ergibt sich deshalb:

$$\hat{k} = \theta\frac{\pi}{\zeta} + s\frac{f(k)}{k} - (1 - s)\left[\frac{\pi}{\zeta} + \frac{M^d(k, \pi)}{P}\right](\hat{M} - \pi) - n \quad . \tag{A-23}$$

Damit ist die Differentialgleichung von k gegeben. Nun zu der zweiten Differentialgleichung: Wird (A-22) nach der Zeit abgeleitet, ergibt sich:

$$\dot{\pi} = \zeta\left[\frac{M}{P}(\hat{M} - \pi - \hat{K}) - \frac{M^d_k(k, \pi)}{P}\dot{k} - \frac{M^d_\pi(k, \pi)}{P}\dot{\pi}\right] \quad .$$

[212] Die Argumentation ist mit leichten Variationen angelehnt an das Modell von R. RAMANATHAN, *Introduction to the Theory of Economic Growth*, Berlin u.a., 1982, S. 173ff.
[213] Vgl. dazu Abschnitt 2.3 ab Seite 23.

Wird nun nach π aufgelöst und wieder für $M/P = \pi/\zeta + M^d(k,\pi)/P$ eingesetzt, so ergibt sich die zweite Differentialgleichung:

$$\dot{\pi} = \frac{\pi + \zeta M^d(k,\pi)/P}{1 + \zeta M^d_\pi(k,\pi)/P}\left[\hat{M} - \pi - n\left(\frac{\pi + \zeta \frac{M^d(k,\pi)}{P}\frac{K}{M/P}\frac{\partial(M/P)}{\partial K}}{\pi + \zeta M^d(k,\pi)/P}\right)\hat{k}\right] \quad . \tag{A-24}$$

Der Steady State ergibt sich, wenn sowohl $\dot{k}$ als auch $\dot{\pi}$ gleich Null sind. Daher ergeben sich folgende Gleichgewichtsbedingungen:[214]

$$\pi^* = \hat{M} - n \quad \text{und} \tag{A-25}$$

$$0 = \frac{\theta}{\zeta}(\hat{M} - n) + sa(k^*) - (1-s)n\left[\frac{\hat{M} - n}{\zeta} + \frac{M^d(k^*,\pi^*)}{P}\right] - n \quad . \tag{A-26}$$

Dabei steht $a(k)$ für $f(k)/k$.

In diesem Gleichgewicht ergibt sich also:

$$\frac{\partial k^*}{\partial \hat{M}} = \frac{(1-s)n\left[\frac{1}{\zeta} + \frac{M^d_\pi(k^*,\pi^*)}{P}\right] - \frac{\theta}{\zeta}}{-sa'(k^*) - (1-s)n\frac{M^d_k(k^*,\pi^*)}{P}} \quad . \tag{A-27}$$

Da der Nenner aufgrund von $a'(k) < 0$ und $M^d_k(k^*,\pi^*)/P > 0$ auf jeden Fall positiv ist, soll hier (mit $0 < A \equiv -sa'(k^*) - (1-s)nM^d_k(k^*,\pi^*)/P$) vereinfachend geschrieben werden:

$$\frac{\partial k^*}{\partial \hat{M}} = \frac{(1-s)n\left[\frac{1}{\zeta} + \frac{M^d_\pi(k^*,\pi^*)}{P}\right] - \frac{\theta}{\zeta}}{A} \quad . \tag{A-28}$$

Für eine Diskussion des Vorzeichens des Zählers wird hier auf den entsprechenden Text in Abschnitt 2.3.3 (S. 27) verwiesen.

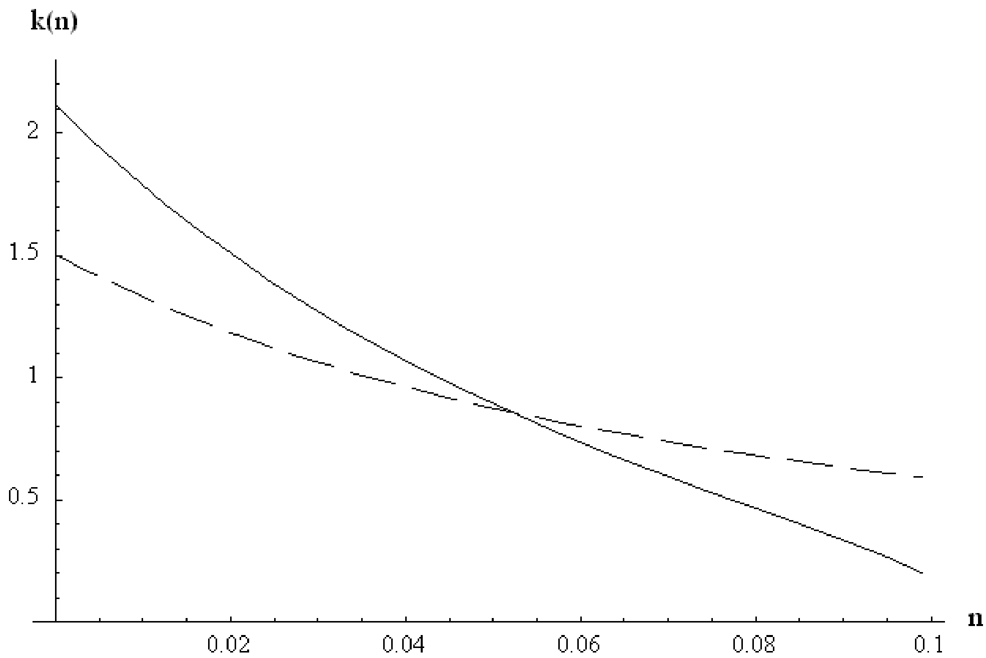
[214]Die Gleichgewichtswerte sind mit einem Stern (π^* und k^*) gekennzeichnet.

A.4 Simulationsrechnungen

Interpolation einer Funktion $k(n)$

```
ClearAll [k, alpha, s, n, delta, phi, xi, m]
alpha= .33; phi= .1; xi= .1; s= .15; m=1; delta= .114;

InterpolatingPolynomial[Table[{n,
  Replace[k,FindRoot[s k^alpha == (n + delta) k,{k,11}]]},
{n, 0, .1, .005}], n]

Evaluate[InterpolatingPolynomial[Table[{n,
  Replace[k, FindRoot[s (1 + phi) k^alpha == (n + delta) k + (1 - s) n m - 2 s xi,
      {k,11}]]}, {n, 0, .1, .005}], n]]

Plot[{%%,%}, {n, 0, .099}, DefaultFont -> {‘‘TimesNewRomanPS‘‘, 16},
  PlotStyle - {{Dashing[{0.05, 0.02}]}, {}},PlotRange -> {0, 2.3},
      AxesLabel -> {FontForm[‘‘n‘‘, {‘‘TimesNewRomanPS‘‘, 18}],
FontForm[‘‘k(n)‘‘, {‘‘TimesNewRomanPS‘‘, 18}]}]

1.50623 + (-18.6947 + (186. + (-1662.23 +
        (13800.6 + (-108067. + (804853. + (-5.73184 × 10^6 + (3.91794 × 10^7 + (-2.57771 × 10^8 +
                  (1.63605 × 10^9 + (-1.00356 × 10^10 +
                      (5.9588 × 10^10 + (-3.42955 × 10^11 + (1.91617 × 10^12 +
                              (-1.04255 × 10^13 + (5.59105 × 10^13 +
                              (-3.11015 × 10^14 +
                              (2.10734 × 10^15 +
                              (-2.15788 × 10^16 +
                              3.09671 × 10^17 (-0.095 + n)) (-0.09 + n))
                              (-0.085 + n)) (-0.08 + n))
                              (-0.075 + n)) (-0.07 + n))
                            (-0.065 + n)) (-0.06 + n))
                      (-0.055 + n)) (-0.05 + n))
                  (-0.045 + n)) (-0.04 + n)) (-0.035 +
              n)) (-0.03 + n)) (-0.025 + n)) (-0.02 + n)) (-0.015 + n))
      (-0.01 + n))
     (-0.005 + n))
  n
```

$$
\begin{aligned}
&2.11698 + \\
&(-34.8654 + (316.839 + (-2778.46 + (22740.1 + (-203106. + (2.29309 \times 10^{6} + (-3.94653 \times 10^{7} + \\
&(8.20379 \times 10^{8} + (-1.73968 \times 10^{10} + (3.41422 \times 10^{11} + \\
&(-6.19827 \times 10^{12}\ (1.02794 \times 10^{14} + (-1.5878 \times 10^{15} + \\
&(2.25086 \times 10^{16} + (-3.04814 \times 10^{17} + \\
&(3.65228 \times 10^{18} + (-1.00467 \times 10^{20} + \\
&(8.01152 \times 10^{21} + \\
&(-7.22676 \times 10^{23} + \\
&2.50262 \times 10^{25}\ (-0.095 + n)) \\
&(-0.09 + n)) \\
&(-0.085 + n))\ (-0.08 + n)) \\
&(-0.075 + n))\ (-0.07 + n)) \\
&(-0.065 + n))\ (-0.06 + n)) \\
&(-0.055 + n))\ (-0.05 + n)) \\
&(-0.045 + n))\ (-0.04 + n))\ (-0.035 + \\
&n))\ (-0.03 + n))\ (-0.025 + n))\ (-0.02 + n))\ (-0.015 + n)) \\
&(-0.01 + n)) \\
&(-0.005 + n)) \\
&n
\end{aligned}
$$

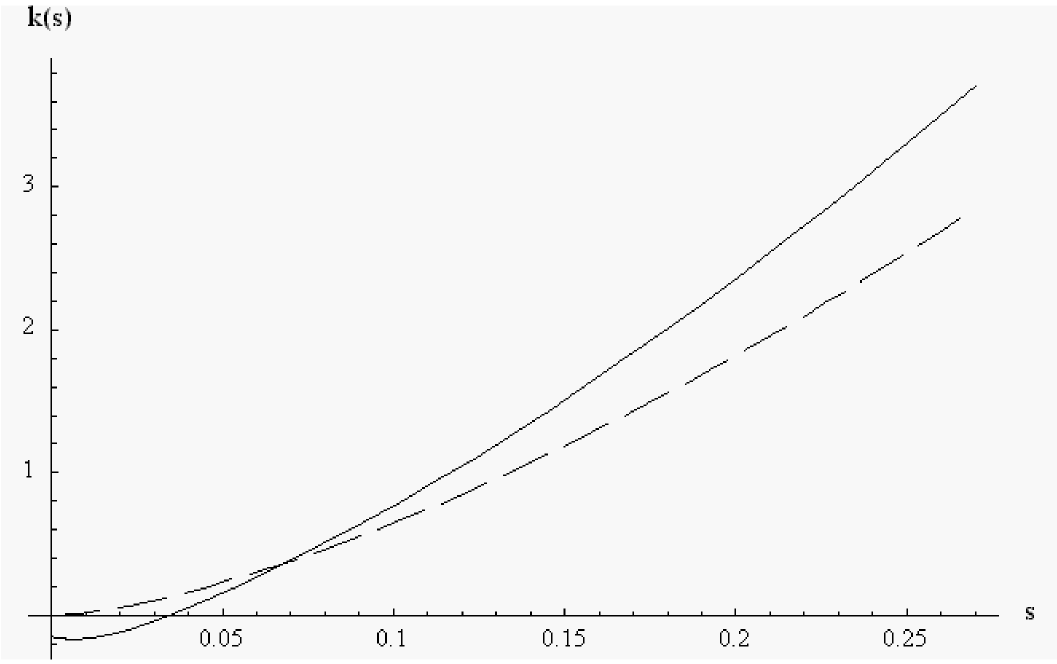


Interpolation einer Funktion $k(s)$

```
ClearAll [k, alpha, s, n, delta, phi, xi, m]
alpha= .33; phi= .1 ; xi= .1; n= .02; m=1; delta= .114;
 InterpolatingPolynomial[Table[{s,
 Replace[k, FindRoot[s k^alpha == (n + delta) k,{k, 11}]]},
{s, 0, 1, .05}], s] Evaluate[InterpolatingPolynomial[Table[{s,
 Replace[k, FindRoot[s (1+phi) k^alpha == (n + delta) k + (1 - s) n m - 2 s xi,
   {k,11}]]},{s,0,1,0.05}],s]]
Plot[%%,%}, {s, 0, .27}, DefaultFont -> {``TimesNewRomanPS``, 16},
 PlotStyle -> {{Dashing[{0.05, 0.02}]},{}},PlotRange -> {-.3, 3.9},
  AxesLabel -> {FontForm[``s``, {``TimesNewRomanPS``, 18}],
FontForm[``k(s)``,{``TimesNewRomanPS``,18}]}]
```

```
(4.59222 + (37.373 +
     (-88.1021 + (284.358 + (-872.775 + (2419.63 + (-6026.47 + (13585.6 + (-28101.3 +
                     (54331.3 + (-100365. +
                          (180924. + (-322573. + (569386. + (-985535. +
                                (1.65139 × 10^6 + (-2.65625 × 10^6 +
                                (4.10792 × 10^6 +
                                (-6.20505 × 10^6 +
                                9.43591 × 10^6
                                (-0.95 + s))
                                (-0.9 + s))
                                (-0.85 + s))
                                (-0.8 + s))
                                (-0.75 + s)) (-0.7 + s))
                                (-0.65 + s)) (-0.6 + s))
                           (-0.55 + s)) (-0.5 + s))
                    (-0.45 + s)) (-0.4 +
                   s)) (-0.35 + s)) (-0.3 + s)) (-0.25 + s)) (-0.2 + s))
        (-0.15 + s))
      (-0.1 + s))
   (-0.05 + s))
 s
```

$$
\begin{aligned}
&-0.149254 + (6.07356 + (61.7844 + \\
&\quad (-242.424 + (1109.56 + (-4425.51 + (15108.3 + (-44631.8 + (115712. + (-266695. + \\
&\qquad (552508. + (-1.03841 \times 10^6 + \\
&\qquad\quad (1.78441 \times 10^6 + (-2.8224 \times 10^6 + \\
&\qquad\qquad (4.13457 \times 10^6 + (-5.65009 \times 10^6 + \\
&\qquad\qquad (7.28828 \times 10^6 + \\
&\qquad\qquad (-9.08933 \times 10^6 + \\
&\qquad\qquad (1.14763 \times 10^7 + \\
&\qquad\qquad (-1.56619 \times 10^7 + \\
&\qquad\qquad 2.41325 \times 10^7 (-0.95 + s)) (-0.9 + s)) \\
&\qquad\qquad (-0.85 + s)) (-0.8 + s)) \\
&\qquad\qquad (-0.75 + s)) (-0.7 + s)) \\
&\qquad\qquad (-0.65 + s)) (-0.6 + s)) \\
&\qquad\quad (-0.55 + s)) (-0.5 + s)) \\
&\qquad (-0.45 + s)) (-0.4 + \\
&\qquad s)) (-0.35 + s)) (-0.3 + s)) (-0.25 + s)) (-0.2 + s)) \\
&\quad (-0.15 + s)) \\
&\quad (-0.1 + s)) \\
&\quad (-0.05 + s)) \\
&\; s
\end{aligned}
$$

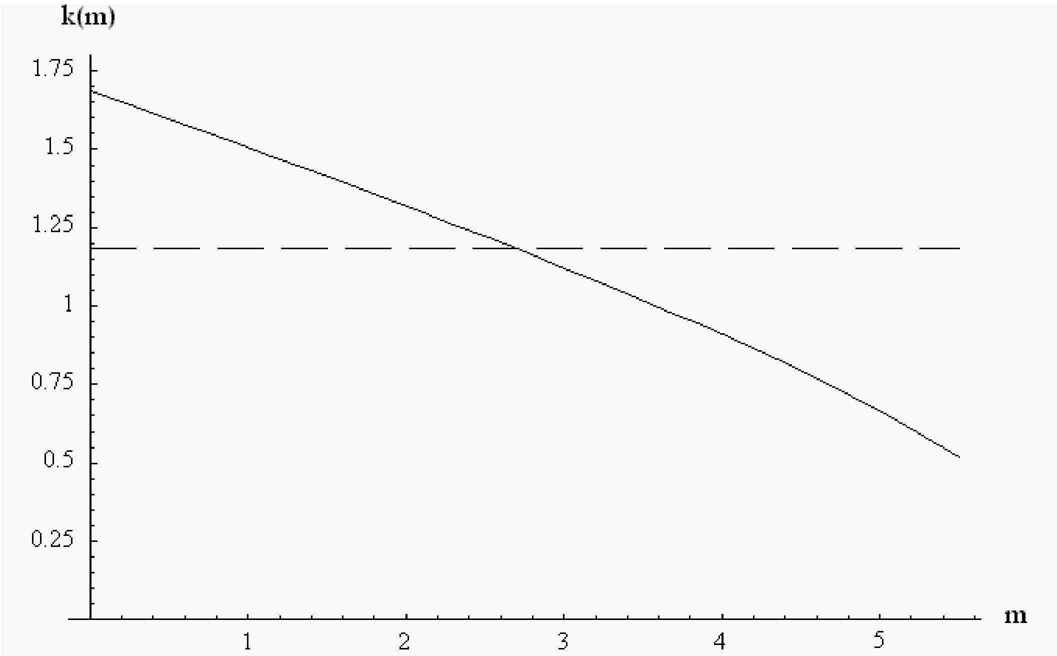


Interpolation einer Funktion $k(m)$

```
ClearAll[k, alpha, s, n, delta, phi, xi, m]
alpha= .33; phi= .1; xi= .1; s= .15; n= .02; delta= .114;
InterpolatingPolynomial[Table[{m, Replace[k,
FindRoot[s (1 + phi) k^alpha == (n + delta) k + (1-s) n m - 2 s xi, {k, 13}]]},
{m, 0, 5.5, .1}],m]
Plot[{1.18335, %}, {m, 0, 5.5}, PlotRange -> {0, 1.8}, DefaultFont -> {``TimesNewRomanPS``,16},
 PlotStyle -> {{Dashing[{0.05, 0.02}]}, {}},
  AxesLabel -> {FontForm[``m``, {``TimesNewRomanPS``, 18}],
FontForm[``k(m)``, {``TimesNewRomanPS``,18}]}]
```

```
1.68722 + (-0.177989 + (-0.00258228 + (-0.000233376 + (-0.0000263378 + (-3.36904 × 10^-6 +
            (-4.69006 × 10^-7 + (-6.96106 × 10^-8 + (-1.08334 × 10^-8 + (-1.86563 × 10^-9 +
                     (-1.06607 × 10^-10 +
                       (-4.34104 × 10^-10 + (6.38597 × 10^-10 + (-9.50758 × 10^-10 +
                              (1.19301 × 10^-9 + (-1.28938 × 10^-9 +
                              (1.19336 × 10^-9 +
                              (-9.34937 × 10^-10 +
                              (5.94418 × 10^-10 +
                              (-2.54502 × 10^-10 +
                              (-3.80169 × 10^-11 + (2.77075 × 10^-10 +
                              (-4.75824 × 10^-10 + (6.42055 × 10^-10 +
                              (-7.68362 × 10^-10 + (8.38718 × 10^-10 +
                              (-8.4164 × 10^-10 + (7.7929 × 10^-10 +
                              (-6.67936 × 10^-10 + (5.31678 × 10^-10 +
                              (-3.94275 × 10^-10 + (2.7315 × 10^-10 +
                              (-1.77205 × 10^-10 + (1.07848 × 10^-10 +
                              (-6.16534 × 10^-11 + (3.31295 × 10^-11 +
                              (-1.67355 × 10^-11 + (7.94452 × 10^-12 +
                              (-3.54189 × 10^-12 + (1.4827 × 10^-12 +
                              (-5.83916 × 10^-13 + (2.1808 × 10^-13 +
                              (-7.89996 × 10^-14 + (2.91475 × 10^-14 +
                              (-1.17843 × 10^-14 + (5.48562 × 10^-15 +
                              (-2.86156 × 10^-15 + (1.5568 × 10^-15 +
                              (-8.34524 × 10^-16 + (4.28624 × 10^-16 +
                              (-2.08961 × 10^-16 + (9.71978 × 10^-17 +
                              (-4.59143 × 10^-17 + (2.94419 × 10^-17 +
                              (-3.57171 × 10^-17 +5.84867 × 10^-17 (-5.4 + m))
                              (-5.3 + m)) (-5.2 + m)) (-5.1 + m)) (-5. + m))
                              (-4.9 + m)) (-4.8 + m)) (-4.7 + m)) (-4.6 +
                              m)) (-4.5 + m)) (-4.4 + m)) (-4.3 + m))
```

```
                              (-4.2 + m)) (-4.1 + m)) (-4. + m)) (-3.9 + m))
                              (-3.8 + m)) (-3.7 + m)) (-3.6 + m)) (-3.5 +
                              m)) (-3.4 + m)) (-3.3 + m)) (-3.2 + m))
                              (-3.1 + m)) (-3. + m)) (-2.9 + m)) (-2.8 + m))
                              (-2.7 + m)) (-2.6 + m)) (-2.5 + m)) (-2.4 +
                              m)) (-2.3 + m)) (-2.2 + m)) (-2.1 + m))
                              (-2. + m)) (-1.9 + m)) (-1.8 + m)) (-1.7 + m))
                              (-1.6 + m)) (-1.5 + m)) (-1.4 + m))
                              (-1.3 + m)) (-1.2 + m))
                          (-1.1 + m)) (-1. + m))
                      (-0.9 + m)) (-0.8 + m)) (-0.7+
                   m)) (-0.6 + m)) (-0.5 + m)) (-0.4 + m)) (-0.3 + m))
      (-0.2 + m))
    (-0.1 + m))
  m
```



Literatur

J. ANDRÉS und I. HERNANDO, „Does Inflation Harm Economic Growth? Evidence for the OECD", *NBER Working Paper*, No. 6062, Cambridge (MA) 1997.

A. ATKINSON, „The Timescale of Economic Models: How Long is the Long Run?", *Review of Economic Studies*, Vol. 36, 1969, S. 137-152.

T. BANDYOPADHYAY und S. GATHAK, „Monetary Growth Models: The Role of Money Demand Functions", in: *Current Issues in Monetary Economics*, Hrsg. T. BANDYOPADHYAY und S. GATHAK, Savage 1990, S. 302-315.

R. J. BARRO, „Economic Growth in a Cross Section of Countries", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 106, 1991, S. 407-443.

R. J. BARRO, „New Classical and Keynesians, or the Good Guys and the Bad Guys", *NBER Working Paper*, No. 2982, Cambridge (MA) 1989.

R. J. BARRO und X. X. SALA-I-MARTIN, *Economic Growth*, New York 1995.

W. BAUMOL, „The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 4, 1952, S. 545-556.

B. BENTAL und Z. ECKSTEIN, „On the Fit of a Neoclassical Monetary Model in High Inflation: Israel 1972-1990", *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 29, 1997, S. 725-752.

H. G. BIERI, „Der Streit um die 'klassische Dichotomie'", *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, Vol. 99, 1963, S. 172-181.

O. J. BLANCHARD und S. FISCHER, *Lectures on Macroeconomics*, Cambridge (MA) 1989.

O. J. BLANCHARD und N. G. MANKIW, „Beyond Certainty Equivalence", *American Economic Review*, Vol. 78, 1988, S. 173-177.

J. F. BOSCHEN und L. O. MILLS, „Tests of Long-Run Neutrality Using Permanent and Real Shocks", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 35, 1995, S. 25-44.

N. BOSE und R. COTHREN, „Asymmetric Information and Loan Contracts in a Neoclassical Growth Model", *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 29, 1997, S. 423-439.

W. H. BRANSON, *Macroeconomic Theory and Policy*, 3rd Edition, New York 1989.

W. BREIT und R. W. SPENCER, *Lifes of the Laureates: Seven Nobel Economists*, Cambridge (MA) 1986.

M. BRUNO, „Inflation and Growth in an Integrated Approach", *NBER Working Paper*, No. 4422, Cambridge (MA) 1993.

P. CAGAN „The Non-Neutrality of Money in the Long Run", *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 207-227.

G. A. CALVO, „On Models of Money and Perfect Foresight“, *International Economic Review*, Vol. 20, 1979, S. 83-103.

V. V. CHARI, L. E. JONES und R. E. MANUELLI, „The Growth Effects of Monetary Policy“, *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, Vol. 19, No. 4, 1995, S. 18-32.

E.-M. CLAASSEN, *Probleme der Geldtheorie*, Berlin 1970.

E.-M. CLAASSEN, *Grundlagen der Geldtheorie*, 2. Aufl., Berlin 1980.

R. CLOWER, „A Reconsideration of the Microfoundations of Monetary Theory“, *Western Economic Journal*, Vol. 6, 1967, S. 1-8.

P. A. DIAMOND, „National Debt in a Neoclassical Growth Model“, *American Economic Review*, Vol. 55, 1965, S. 1126-1150.

E. D. DOMAR, „Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment“, *Econometrica*, Vol. 14, 1946, S. 137-147.

R. DORNBUSCH und J. A. FRENKEL, „Inflation and Growth: Alternative Approaches“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 5, 1973, S. 141-156.

M. DOTSEY und P. IRELAND, „The Welfare Cost of Inflation in General Equilibrium“, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 37, 1996, S. 29-47.

J. C. ECKALBAR, „Understanding Chapter 2 of the *General Theory* in Light of the ‘Essential and Peculiar’ Nature of Money“, *Journal of Post Keynesian Economics*, Vol. 20, 1997, S. 123-134.

W. N. EVANS und W. K. VISCUSI, „Estimation of State-Dependent Utility Functions Using Survey Data“, *Review of Economics and Statistics*, Vol. 73, 1991, S. 94-104.

R. C. FEENSTRA, „Functional Equivalence Between Liquidity Costs and the Utility for Money“, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 17, 1986, S. 271-291.

R. C. FEENSTRA und J. R. MARKUSEN, „Accounting for Growth With New Inputs“, *NBER Working Paper*, No. 4114, Cambridge (MA) 1992.

S. FISCHER, „Keynes-Wicksell and Neoclassical Models of Money and Growth“, *American Economic Review*, Vol. 62, 1972, S. 880-890.

S. FISCHER, „Money and the Production Function“, *Economic Inquiry*, Vol. 12, 1974, S. 517-533.

S. FISCHER, „Capital Accumulation on the Transition Path in a Monetary Optimizing Model“, *Econometrica*, Vol. 47, 1979, S. 1433-1439.

S. FISCHER, „The Role of Macroeconomic Factors in Growth“, *NBER Working Paper*, No. 4565, Cambridge (MA) 1993.

I. FISHER, *The Theory of Interest*, New York 1930.

M. E. FISHER und J. J. SEATER, „Long-Run Neutrality and Superneutrality in an ARIMA Framework“, *American Economic Review*, Vol. 83, 1993, S. 402-415.

M. FRIEDMAN, „Post-War Trends in Monetary Theory and Policy“, *National Banking Review*, Vol. 2, 1964.

M. FRIEDMAN, „The Optimum Quantity of Money“, in: *The Optimum Quantity of Money and other Essays*, Hrsg. M. FRIEDMAN, Chicago 1969, S.1-50.

M. FRIEDMAN, „The Quantity Theory of Money: A Restatement“, in: *The Optimum Quantity of Money and other Essays*, Hrsg. M. FRIEDMAN, Chicago 1969, S. 51-68.

W. FUHRMANN, *Geld und Kredit*, München 1986.

R. GAETTENS, *Inflationen*, München 1955.

J. G. GURLEY und E. S. SHAW, *Money in a Theory of Finance*, Washington (DC) 1960.

F. HAHN, „On Money and Growth“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 172-187.

R. F. HARROD, „An Essay in Dynamic Theory“, *Economic Journal*, Vol. 49, 1939, S. 14-33.

J. F. HELLIWELL, P. H. STURM und G. SALOU, „International Comparison of the Sources of Productivity Slowdown 1973-1982“, *European Economic Review,* Vol. 28, 1985, S. 157-191.

W.-M. HO, „Imperfect Information, Money, and Economic Growth“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 28, 1996, S. 578-603.

R. HUFNAGEL, „Wieviele Parameter braucht eine Engelkurve?“, *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Vol. 213, 1994, S. 561-571.

K. INADA, „On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalization“, *Review of Economic Studies*, Vol. 30, 1963, S. 119-127.

P. N. IRELAND, „Economic Growth, Financial Evolution, and the Long-Run Behavior of Velocity“, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 18, 1994, S. 815-848.

P. N. IRELAND, „Money and Growth: An Alternative Approach“, *American Economic Review*, Vol. 84, 1994, S. 47-65.

P. N. JEFFERSON, „On the Neutrality of Inside and Outside Money“, *Economica*, Vol. 64, 1997, S. 567-586.

H. G. JOHNSON, „The Neo-Classical One-Sector Growth Model: A Geometrical Exposition and Extension to a Monetary Economy“, *Economica*, Vol. 33, 1966, S. 265-287.

H. G. JOHNSON, „Inside Money, Outside Money, Income, Wealth, and Welfare In Monetary Theory“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 30-45.

L. E. Jones und R. E . Manuelli, „A Convex Model of Equilibrium Growth: Theory and Policy Implications“, *Journal of Political Economy*, Vol. 98, 1990, S. 1008-1038.

L. E. Jones und R. E . Manuelli, „Growth and the Effects of Inflation“, *NBER Working Paper*, No. 4523, Cambridge (MA) 1993.

R. G. King und M. W. Watson, „Testing Long Run Neutrality“, *NBER Working Paper*, No. 4156, Cambridge (MA) 1992.

R. G. King und S. Rebelo, „Public Policy and Economic Growth: Developing Neoclassical Implications“, *Journal of Political Economy*, Vol. 98, 1990, S. S126-S150.

J. Klaus, *Preisniveau und Wirtschaftswachstum*, Tübingen 1969.

R. Klump, *Geld, Währungssystem und optimales Wachstum*, Tübingen 1993.

J. G. Koopmans, „Zum Problem des ‘neutralen’ Geldes“, in: *Beiträge zur Geldtheorie*, Hrsg. F. A. von Hayek, Wien 1933, S. 246-359.

P. Labadie, „Stochastic Inflation and the Equity Premium“, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 24, 1989, S. 277-298.

D. Levhari und D. Patinkin, „The Role of Money in a Simple Growth Model“, *American Economic Review*, Vol. 58, 1968, S. 713-753.

R. Levine, „Financial Development and Economic Growth: Views and Agenda“, *Journal of Economic Literature*, Vol. 35, 1997, S. 688-726.

R. E. Lucas, „On the Mechanics of Economic Development“, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22, 1988, S. 3-42.

A. Maddison, „Growth and Slowdown in Advanced Capitalist Economies: Techniques of Quantitative Assessment“, *Journal of Economic Literature,* Vol. 25, 1987, S. 649-698.

N. G. Mankiw, J. J. Rotemberg und L. H. Summers, „Intertemporal Substitution in Macroeconomics“, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 100, 1985, S. 225-251.

N. G. Mankiw, D. Romer und D. N. Weil, „A Contribution to the Empirics of Economic Growth“, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107, 1992, S. 407-437.

A. Marshall, *Principles of Economics*, London 1920.

A. L. Marty, „Inside Money, Outside Money, and the Wealth Effect“, *Journal of Money, Credit, and Banking,* Vol. 1, 1969, S. 101-111.

A. L. Marty, „Notes on Money and Economic Growth“, *Journal of Money, Credit, and Banking,* Vol. 1, 1969, S. 252-265.

G. T. McCandless und W. E. Weber, „Some Monetary Facts“, *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, Vol. 19, No. 3, 1995, S. 2-11.

U. Meyer, *Neue Makroökonomik*, Berlin 1983.

I. A. Moosa, „Testing the Long-Run Neutrality of Money in a Developing Economy: The Case of India“, *Journal of Development Economics*, Vol. 53, 1997, S. 139-155.

C. B. Mulligan und X. X. Sala-i-Martin, „The Optimum Quantity of Money: Theory and Evidence“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 29, 1997, S. 687-715.

K. Nagatani, „A Monetary Growth Model with Variable Employment“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 188-206.

J. Niehans, *The Theory of Money*, Baltimore 1978.

W. D. Nordhaus, „Government Policy to Promote Economic Growth“, in: *Money, Macroeconomics, and Economic Policy: Essays in Honor of James Tobin*, Hrsg. W. C. Brainard et al., Cambridge (MA) 1991.

A. Orphanides und R. M. Solow, „Money, Inflation and Growth“, in: *Handbook of Monetary Economics*, Hrsg. B. Friedman und F. Hahn, Vol. 1, Amsterdam 1990, S. 223-261.

S. Ortigueira und M. S. Santos, „On the Speed of Convergence in Endogenous Growth Models“, *American Economic Review*, Vol. 87, 1997, S. 383-399.

D. Patinkin, *Money, Interest, and Prices*, New York 1965.

B. Pesek und T. R. Saving, *Money, Wealth, and Economic Theory*, New York 1967.

D. G. Pierce und D. M. Shaw, *Monetary Economics: Theories, Evidence and Policy*, London 1974.

F. van der Ploeg und G. S. Alogoskoufis, „Money and Endogenous Growth“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 26, 1994, S. 771-791.

R. Ramanathan, *Introduction to the Theory of Economic Growth*, Berlin 1982.

F. Ramsey, „A Mathematical Theory of Saving“, *Economic Journal*, Vol. 38, 1928, S. 543-559.

H. Rose, „Unemployment in a Theory of Growth“, *International Economic Review*, Vol. 7, 1966, S. 260-282.

K. W. Rothschild, *Einführung in die Ungleichgewichtstheorie*, Berlin 1981.

N. Roubini und X. X. Sala-i-Martin, „A Growth Model of Inflation, Tax Evasion, and Financial Repression“, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 35, 1995, S. 275-301.

P. Samuelson, *Economics*, 9th Edition, New York 1973.

R. Sato, „Fiscal Policy in a Neo-Classical Growth Model: An Analysis of Time Required for Equilibrating Adjustment“, *Review of Economic Studies*, Vol. 30, 1963, S. 16-23.

M. Sidrauski, „Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy“, *American Economic Review*, Vol. 57, 1967, S. 534-544.

R. M. Solow, „A Contribution to the Theory of Economic Growth“, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 70, 1956, S. 65-94.

R. M. Solow, *Wachstumstheorie — Darstellung und Anwendung*, deutsche Ausgabe Göttingen 1971.

R. M. Solow, „Growth Theory and After“, *Nobel Price Lecture*, Stockholm, 8.12.1987.

J. L. Stein, „Money and Capacity Growth“, *Journal of Political Economy*, Vol. 74, 1966, S. 451-465.

J. L. Stein, „ 'Neoclassical' and 'Keynes-Wicksell' Monetary Growth Models“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 153-171.

J. L. Stein, „Monetary Growth Theory in Perspective“, *American Economic Review*, Vol. 60, 1970, S. 85-106.

J. L. Stein, *Money and Capacity Growth*, New York 1971.

N. Stern, „The Determinants of Growth“, *Economic Journal*, Vol. 101, 1991, S. 122-133.

T. Swan, „Economic Growth and Capital Accumulation“, *Economic Record*, Vol. 32, 1956, S. 334-361.

J. Tobin, „Money and Economic Growth“, *Econometrica*, Vol. 33, 1965, S. 671-684.

J. Tobin, „The Neutrality of Money in Growth Models: A Comment“, *Economica*, Vol. 34, 1967, S. 69-74.

J. Tobin, „A General Equilibrium Approach to Monetary Theory“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 15-29.

J. Tobin, „Inflation and Unemployment“, *American Economic Review*, Vol. 62, 1972, S. 1-18.

E. L. Whalen, „A Rationalization of the Precautionary Demand for Cash“, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 80, 1965, S. 314-324.

H. C. Wallich, „Money and Growth“, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 1, 1969, S. 281-302.

K.-I. Watanabe, „An Endogenous Growth Model with Endogenous Money Supply. Integration of Post-Keynesian Models“, *Banca Nazionale del Lavoro, Quarterly Review*, Vol. 50, 1997, S. 89-120.