

Charakterisierung der Lichtkurven von
BL-Lac-Objekten als stationäre Prozesse
in unterschiedlichen Wellenlängenbereichen

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades

des Department Physik

der Universität Hamburg

vorgelegt von

Max Anton Kastendieck

aus Hamburg

Hamburg

2018

Gutachter der Dissertation: Prof. Dr. Dieter Horns
Prof. Dr. Stefan Wagner

Gutachterin/Gutachter der Disputation: Prof. Dr. Dieter Horns
Prof. Dr. Marek Kowalski

Datum der Disputation: 22. Oktober 2018

Vorsitzender des Prüfungsausschusses: Dr. Georg Steinbrück

Vorsitzender des Promotionsausschusses: Prof. Dr. Wolfgang Hansen

Dekan des Fachbereichs Physik: Prof. Dr. Heinrich Graener

Zusammenfassung

Die Untersuchung der zeitlichen Variabilität der elektromagnetischen Emission von BL-Lac-Objekten kann Einblicke in ihre innere Struktur liefern, die nicht aus Teleskop-Beobachtungen gewonnen werden können. Offene Fragen, wie die nach der Größe der Emissionsregion oder dem Vorhandensein eines möglichen binären Systems, lassen sich damit untersuchen.

In dieser Arbeit werden optische Lichtkurven der BL-Lac-Objekte PKS 0447-439, PKS 2005-489 sowie Lichtkurven von PKS 2155-304 im optischen, hochenergetischen (HE) und sehr hochenergetischen (SHE) Wellenlängenbereich als Potenzgesetzrauschen charakterisiert. Die spektrale Leistungsdichte (SLD) folgt dabei über mehreren Dekaden einem Potenzgesetz ($f^{-\beta}$ mit $\beta \approx 1 \dots 2$). Die mehrere Jahre langen Lichtkurven stammen von Daten der ROTSE-Teleskope, des *Fermi*-LAT und der H.E.S.S.-Teleskope. Es wird dabei die Strukturfunktion erster Ordnung (SF) und das Lomb-Scargle-Periodogramm (LSP) eingesetzt und ein Verfahren angewendet, das den Einfluss von Beobachtungslücken berücksichtigt. Mit simulierten Lichtkurven und einer Maximum-Likelihood-Methode lassen sich sowohl der Wert für β zuverlässig anpassen, als auch die Unsicherheit auf β und die Anpassungsgüte bestimmen. Zusätzlich wird mit der Multiple-Fragmente-Varianz-Funktion eine neue Methode eingeführt, mit der β genauer bestimmt werden kann als mit den anderen Methoden. Bei PKS 2155-304 sind die angepassten Werte für β ungefähr 1,7 (optisch), 1,2 (HE) und 1,1 (SHE). Sie folgen mit der Photonenenergie E einem Potenzgesetz $\beta \sim E^{-0,018}$. Bei PKS 0447-439 und PKS 2005-489 ergeben sich vergleichbare Werte im optischen Band mit $\beta \approx 1,6$ bzw. $\beta \approx 1,8$.

Als Alternativhypothese wird angenommen, dass die SLD unterhalb einer Frequenz f_{\min} zu einem konstanten Verlauf ($\beta = 0$ für $f < f_{\min}$) übergeht. Dieser Bruch markiert die größte Zeitskala der Variabilität. Die SLD einer mehr als 80 Jahre langen optischen Lichtkurve von PKS 2155-304, bestehend aus ROTSE-Beobachtungen und veröffentlichten Daten, ist mit dieser Hypothese mit $f_{\min} \approx (4 \text{ a})^{-1}$ vereinbar. Damit lässt sich der Durchmesser der Emissionsregion auf ungefähr 4 Lichtjahre einschränken. Wenn die optische Emission mit der Akkretionsscheibe in Verbindung steht, lässt sich bei einer Advektion-dominierten Scheibe der äußere Radius auf $r \approx 4 \dots 7 \times 10^{16}$ cm abschätzen.

Die Lichtkurven werden zudem auf ein log-normales Verhalten hin untersucht. Ein solches deutet auf multiplikative Prozesse bei der Entstehung der Emission hin. Dazu wird die Lichtkurve in Intervalle geteilt und deren Standardabweichungen und mittleren Flüsse auf eine Korrelation hin getestet. Es werden zwei Verfahren eingeführt, die Intervalllänge a priori im Hinblick auf den statistischen Test zu optimieren. Der Test bleibt dabei unvoreingenommen (unbiased). Alle Lichtkurven in dieser Arbeit zeigen ein log-normales Verhalten.

Ein mögliches periodisches Verhalten der Variabilität wird mit der Epoch-Folding-Funktion, der SF und dem LSP untersucht. Dazu wird eine Verbesserung der Anpassung von Potenzgesetzrauschen durch Superposition mit einem harmonischen Signal überprüft. Bei PKS 0447-439 führt dies zu einer signifikanten Verbesserung der Anpassung, was auf eine Periodizität von 385 d und damit auf ein binäres System hinweist.

Abstract

Studying the time variability of the electromagnetic emission of BL Lac objects can provide unique insights to their inner structure on linear scales, which cannot be resolved with telescope observations. Open questions like the size of the emission region or the presence of a possible binary system can be investigated.

In this thesis optical light curves of PKS 0447-439, PKS 2005-489 as well as light curves of PKS 2155-304 in the optical, high energy (HE) and very high energy (VHE) band are characterized through power-law noise processes. The power spectral density (PSD) of such a process follows a power law ($f^{-\beta}$ with $\beta \approx 1 \dots 2$) on time scales from days to years. The data for the light curves covering several years, have been taken with the ROTSE telescopes, the *Fermi*-LAT and the H.E.S.S. telescopes. The first order structure function (SF) and the Lomb Scargle Periodogram (LSP) are used together with a procedure, which takes the influence of observational gaps into account. The use of simulated light curves and a maximum likelihood method allows a reliable fit of β as well as a calculation of the uncertainties on β and the goodness of fit. A new method called the multiple fragments variance function is introduced, which provides more precise estimates of β than the other methods. For PKS 2155-304 the best fit values of β are approximately 1.7 (optical), 1.2 (HE) and 1.1 (VHE). They follow a power law $\beta \sim E^{-0.018}$, where E is the photon energy. For PKS 0447-439 and PKS 2005-489 comparable values are found in the optical band, with $\beta \approx 1,6$ and $\beta \approx 1,8$ respectively.

As an alternative hypothesis, it is assumed, that the PSD has a break at a frequency f_{\min} , with $\beta = 0$ at $f < f_{\min}$. This break marks the longest variability time scale. The PSD of a more than 80 years long optical light curve of PKS 2155-304 is compatible with this hypothesis with $f_{\min} \approx (4 \text{ yrs})^{-1}$. This implies a maximum size of the emission region of about 4 light years. If the optical emission is connected to the accretion disk, its outer radius is constrained to $r \approx 4 - 7 \times 10^{16}$ cm for an advection dominated disk.

The light curves are also analyzed for a log-normal behavior, which would indicate multiplicative processes during the generation of the emission. For this analysis the light curve is rebinned and the standard deviations and the mean values of the fluxes of the bins are tested for a correlation. Two methods for an a priori optimization of the bin size are introduced, which do not add a bias. All the light curves in this thesis show a log-normal behavior.

A possible periodic behavior of the variability is studied with the Epoch Folding Function and the structure function. It is tested, whether the goodness of fit improves by adding a harmonic signal to the power-law noise. For PKS 0447-439, this leads to a significant improvement of the fit, suggesting a periodicity of 385 d and the presence of a binary black hole.

Inhaltsverzeichnis

1	Aktive Galaxien	1
1.1	Die Akkretionsscheibe	6
1.2	Strahlungserzeugende Prozesse im Jet	8
1.3	Die spektrale Energieverteilung	12
1.4	Zeitliche Variabilität der Flüsse	14
1.4.1	Potenzgesetzrauschen	14
1.4.2	Periodizitäten	20
2	Beobachtungsinstrumente	23
2.1	Das ROTSE Teleskop-System	23
2.2	<i>Fermi</i> -LAT	25
2.3	H.E.S.S.	27
3	Variabilität von PKS 2155-304	29
3.1	Optische Lichtkurve	30
3.1.1	Simuliertes Potenzgesetzrauschen	31
3.1.2	Lomb-Scargle-Periodogramm (LSP)	35
3.1.3	Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen mit dem LSP	39
3.1.4	Strukturfunktion (SF)	46
3.1.5	Multiple-Fragmente-Varianz-Funktion (MFVF)	49
3.1.6	Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen mit der SF und der MFVF	52
3.2	Log-normales Verhalten	54
3.2.1	Flusszustandsabhängige Variabilität	62
3.3	Optische Langzeitlichtkurve	67
3.3.1	Maximale Zeitskala der Variabilität	68
3.3.2	Flusszustandsabhängige Variabilität	77
3.4	Periodizitäten	79
3.5	Gammastrahlungsfluss	96
3.5.1	H.E.S.S.-Lichtkurve	96
3.5.2	<i>Fermi</i> -LAT-Lichtkurve	108
3.5.3	Kreuzkorrelation zwischen der H.E.S.S.- und der <i>Fermi</i> - LAT-Lichtkurve	118
4	Variabilität weiterer Blazare	123
4.1	Optische Lichtkurve von PKS 0447-439	123
4.2	Optische Lichtkurve von PKS 2005-489	142

5 Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick	159
A Betreute Bachelorarbeiten	175
A.1 Variabilität der Langzeitlichtkurve von PKS 2005-489	175
A.2 Variabilität der Langzeitlichtkurve von Markarian 421	176
B PKS 2155-304	177
B.1 Bayesscher Ansatz für die Simulation der Unsicherheiten	177
B.2 Zeitliche Abhängigkeit der SLD von PKS 2155-304	179
C Analyseketten für die ROTSE-Lichtkurven	183

Einleitung

Es ist eine weitverbreitete Vorstellung, dass schwarze Löcher dunkle Gebilde sind, die alles in ihrer Umgebung zu verschlingen suchen und still und ohne Lebenszeichen in der Ewigkeit ihr Dasein fristen. Nach derzeitigem Wissen können sie jedoch zusammen mit ihrer unmittelbaren Umgebung leistungsstärkste Emittter von elektromagnetischer Strahlung in unterschiedlichsten Wellenlängenbereichen und kosmischer Strahlung mit den höchsten Energien bilden. Es handelt sich dabei um die massereichsten Vertreter, die sich in den Zentren aktiver Galaxien befinden. Von diesen aktiven galaktischen Kernen zeigen die BL-Lac-Objekte eine besonders ausgeprägte zeitliche Veränderung der Helligkeit. Die Emission stammt hierbei von Prozessen, die sehr nah am Zentralkörper stattfinden. Diese weit entfernten Objekte erscheinen auch mit Teleskopen betrachtet punktförmig. Ihr innerer Aufbau kann also nicht aufgelöst werden. Neben der spektralen Energieverteilung der Emission kann das zeitliche Verhalten der Helligkeit Aufschlüsse auf die innere Struktur geben. Dazu gehören die Größen der Emissionsregion und Akkretionsscheibe sowie die Frage nach einem möglichen binären System.

Diese Arbeit widmet sich der Charakterisierung von Lichtkurven von BL-Lac-Objekten in unterschiedlichen Wellenlängenbereichen als stationäre Prozesse. Diese sind einfaches Potenzgesetzrauschen mit einem normalen und einem log-normalen Verhalten sowie Potenzgesetzrauschen mit einer maximalen Zeitskala der Variabilität und Potenzgesetzrauschen mit einer überlagerten Periodizität. Die Hypothesen werden anhand simulierter Lichtkurven mit gängigen und eigens entwickelten Methoden überprüft. Dabei wird ein großes Gewicht auf statistische Tests gelegt.

In Kapitel 1 wird die Physik aktiver Galaxien beschrieben. Es werden insbesondere die Erzeugung elektromagnetischer Strahlung und die mutmaßlichen Ursachen für die zeitliche Variabilität dieser Strahlung vorgestellt. Die Instrumente, mit denen die Lichtkurven aus dieser Arbeit aufgezeichnet wurden, werden in Kapitel 2 vorgestellt. In Kapitel 3 wird die Analyseketten ausführlich anhand der optischen Lichtkurve des BL-Lac-Objektes PKS 2155-304 beschrieben, die aus Beobachtungen mit dem ROTSE-Teleskop gewonnen wurde. Zunächst wird die Simulation von Potenzgesetzrauschen erklärt. Anschließend wird das Lomb-Scargle-Periodogramm vorgestellt und das Verfahren beschrieben, mit dem die Lichtkurve als Potenzgesetzrauschen charakterisiert wird. Im Anschluss wird das Verfahren analog mit der Strukturfunktion erster Ordnung und der Multiple-Fragmente-Varianz-Funktion beschrieben. Letzteres ist eine eigens in dieser Arbeit entwickelte Methode, die Variabilität auf unterschied-

lichen Zeitskalen zu messen. Die gesamte Analyse wird für ein Potenzgesetzrauschen mit einem log-normalen Verhalten angewendet. Es wird ein zusätzlicher statistischer Test vorgestellt, der ein mögliches log-normales Verhalten anhand der Variabilitätsamplitude in Abhängigkeit vom Flusszustand untersucht. Die ROTSE-Lichtkurve wird mit Daten von anderen optischen Teleskopen vereint, so dass sich eine Lichtkurve mit einer Gesamtlänge von mehr als 80 Jahren ergibt. An dieser Lichtkurve wird eine maximale Zeitskala der Variabilität angepasst. Auch hier wird auf ein mögliches log-normales Verhalten getestet. Anschließend wird die ROTSE-Lichtkurve auf eine mögliche Periodizität hin untersucht. Dazu wird als weitere Methode die Epoch-Folding-Funktion vorgestellt.

Die (sehr) hochenergetischen Gammastrahlungslichtkurven von PKS 2155-304 gemessen mit *Fermi*-LAT und H.E.S.S. werden ebenso als (log-normales) Potenzgesetzrauschen charakterisiert. Es wird eine mögliche Korrelation zwischen den Flüssen beider Lichtkurven untersucht.

In Kapitel 4 werden die Lichtkurven der BL-Lac-Objekte PKS 0447-439 und PKS 2005-489 mit der Analyseketten untersucht, die bei der ROTSE-Lichtkurve von PKS 2155-304 Anwendung fand. Für PKS 0447-439 ergibt sich eine schwach signifikante Detektion einer Periodizität. Es wird die Phase dieser Periodizität angepasst.

In den Analysekapiteln (3 und 4) werden die Ergebnisse zusammengefasst. Eine ausführliche Diskussion der Ergebnisse mit Anregungen für weitere Arbeiten findet sich in Kapitel 5.

Anmerkungen

Der Logarithmus einer Zahl x mit der Basis 10 wird in dieser Arbeit mit $\log x$ dargestellt. Der natürliche Logarithmus entsprechend mit $\ln x$. Die Begriffe „variabel“ und „Variabilität“ beziehen sich in dieser Arbeit auf eine zeitliche Veränderlichkeit.

Die Arbeit ist so geschrieben, dass einzelne Kapitel selektiv gelesen werden können. Das erfordert gelegentliche Wiederholungen von relevanten Inhalten. Insbesondere die verwendeten Analyseverfahren werden an den passenden Stellen erneut zusammengefasst dargestellt.

In dieser Arbeit werden Maximum-Likelihood-Methoden verwendet. Es handelt sich dabei durchweg um den negativen Log-Likelihood-Wert. Ein kleinerer Wert steht dabei für eine größere Wahrscheinlichkeit und eine bessere Anpassung. Wenn von einem besseren Likelihood-Wert geredet wird, ist damit eine größere Wahrscheinlichkeit gemeint.

Kapitel 1

Aktive Galaxien

Die folgende Einführung in die Physik aktiver galaktischer Kerne basiert auf der Darstellung in Krolik (1999, Kapitel 1). Wenn nicht anders angegeben, stammen die Informationen in diesem Abschnitt daraus.

Die Quelle der elektromagnetischen Emission einer Galaxie ist für gewöhnlich das Licht ihrer Sterne. Dieses ist zunächst die Überlagerung der schwarzkörperartigen Spektren der einzelnen Sterne, deren Oberflächentemperaturen nicht mehr als das Zehnfache differieren. Die meisten Sterne liegen dabei in einem mittleren Temperaturbereich, womit sie im Gesamtspektrum dominieren. Die Überlagerung der Sternenemission entspricht deshalb in annähernd einem Schwarzkörperspektrum. Interstellarer Staub absorbiert einen Teil des optischen/ultravioletten Lichtes, wodurch er sich aufheizt und Infrarotstrahlung emittiert. Dieser Effekt, Extinktion genannt, hängt von der Staubdichte ab und kann von Galaxie zu Galaxie sehr unterschiedlich sein. Er ist in Spiralgalaxien stärker als in elliptischen, die allgemein vergleichsweise wenig Staub beinhalten. Das gesamte Spektrum entspricht demnach weitgehend einer Überlagerung eines Schwarzkörperspektrums und der Infrarotemission des aufgeheizten Staubes.

Einige seltene Galaxien haben Eigenschaften, die in einer gewöhnlichen Galaxie nicht vorkommen. Diese können sein:

- Emission in einem breiten Band von Infrarot- bis hin zu Röntgen-, manchmal bis hin zu Gamma-Strahlung
- starke Emissionslinien
- ausgeprägte zeitliche Veränderlichkeit (Variabilität)
- schwach polarisiertes Licht
- Emission von Radiostrahlung

Außerdem ist die Helligkeit oft bis hin zur quasi-Punktförmigkeit¹ auf einen kleinen Raumwinkel konzentriert.

Diese Galaxien werden aktive Galaxien genannt und beinhalten eine zentrale Region, den aktiven galaktischen Kern (Active Galactic Nucleus, AGN), dessen Leuchtkraft die der hunderten Milliarden Sterne der Galaxie um einen Faktor

¹Die Beobachtungen sind mit einer Punktquelle vereinbar.

von bis zu 10^4 übertreffen kann. Die Strahlungsleistung dieser Region reicht von 10^{42} bis 10^{48} erg s^{-1} (eine gewöhnliche Galaxie leistet 10^{44} erg s^{-1}). Die Emission stammt aus einem kleinen Raum, der wahrscheinlich sehr viel kleiner als 1 pc^3 ist. Selbst wenn er möglichst dicht mit Sternen aufgefüllt wäre, könnten sie diese Leistung nicht durch ihre Strahlungsleistung erreichen. Die enorme Energie kann also nicht durch eine thermonukleare Reaktion freigesetzt werden. Ironischer Weise kann dies durch die schwächste fundamentale Wechselwirkung erbracht werden, der Gravitation. Das dafür notwendige Gravitationspotenzial kann nur mit der Existenz eines supermassiven schwarzen Loches erklärt werden. Die Energie wird dabei durch die Akkretion von Materie freigesetzt: Potenzielle Energie der Materie aus der Umgebung des Schwarzen Loches wird in Strahlung umgewandelt. Zudem kann Rotationsenergie des schwarzen Loches abgegeben werden.

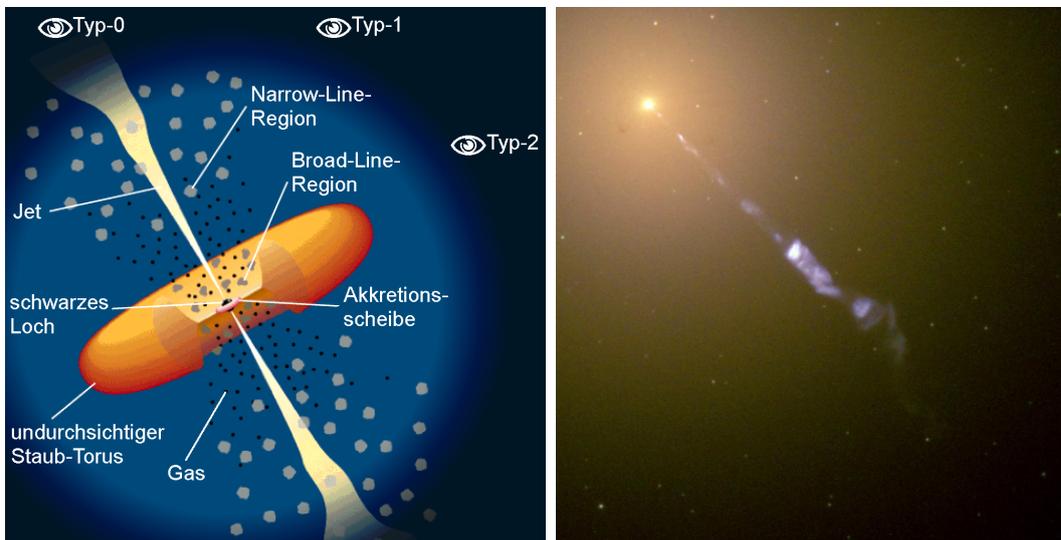


Abbildung 1.1: Links: Aufbau eines AGN (Holt *et al.*, 1992; Urry & Padovani, 1995). Je nach Blickwinkel des Beobachters (Augen-Symbol) sind die einzelnen Komponenten verdeckt oder sichtbar. Daraus ergeben sich drei unterschiedliche Erscheinungsformen, die in die Typen 0, 1, und 2 eingeteilt werden. Rechts: Aufnahme des Zentrums von M87, *NASA and The Hubble Heritage Team (STScI/AURA)*.

Es gibt eine Vielzahl unterschiedlicher Arten von AGN, die nach ihren beobachteten Eigenschaften eingeteilt werden. Nach dem allgemein anerkannten Modell beschrieben in Urry & Padovani (1995), befindet sich im Zentrum eines AGN ein supermassives schwarzes Loch mit einigen Millionen bis Milliarden Sonnenmassen, das Materie akkretiert. Eine schematische Darstellung des Aufbaus befindet sich in Abb. 1.1 links.

Die akkretierte Materie fällt nicht direkt in das schwarze Loch, sondern gelangt in einen Orbit. Magnetorotationsinstabilitäten (siehe unten) erzeugen eine Viskosität der Materie (Boettcher *et al.*, 2012, S. 12), die mit der Drehimpulserhaltung dazu führt, dass die Materie eine Scheibe bildet. Sie rotiert um das schwarze Loch, wobei die Umlaufgeschwindigkeit zum Zentrum hin zunimmt.

Stellt man sich die Scheibe in schmale Ringe zerlegt vor, so gibt es zwischen benachbarten Ringen einen Geschwindigkeitsunterschied. Aufgrund der vorhandenen Viskosität kommt es zu Reibung, wodurch Drehimpuls nach außen getragen und die Materie aufheizt wird. Das thermische Gleichgewicht zwischen abgestrahlter und durch Reibung erzeugter Leistung stellt sich bei Temperaturen um 10^5 K ein. Die enorme Helligkeit führt zu einem nach außen gerichteten Strahlungsdruck, der der Akkretion entgegen wirkt und sie maßgeblich einschränkt. Die Akkretionsscheibe ist von einer Korona aus heißem Gas umgeben, die mit Röntgenstrahlung leuchtet. Dieses Zentrum ist mit einem undurchsichtigen Torus aus Staub umgeben.

Es konnte beobachtet werden, dass senkrecht zur Akkretionsscheibe Materie mit relativistischer Geschwindigkeit die zentrale Region in einem Strahl (Jet) verlässt. In einer Aufnahme der aktiven Galaxie Messier 87 mit dem *Hubble-Space-Telescope* (Abb.1.1 rechts) ist der Jet deutlich zu erkennen. Dieser transportiert Energie, Impuls und Drehimpuls bis zu mehrere Megaparsec weit hinaus ins All (Boettcher *et al.*, 2012, S. 3). Die ausgestoßene Materie emittiert dort ebenso Strahlung.

In unterschiedlicher Distanz zum Zentrum befinden sich Wolken aus Gas und Staub, die durch Strahlung aus dem Zentrum angeregt werden und Linien emittieren. Die zentrumsnah gelegenen Wolken emittieren breitere Linien als die weiter entfernten Wolken. Diese Regionen werden deshalb Narrow- bzw. Broad-Line-Region genannt.

Nach dem Modell beschrieben in Urry & Padovani (1995) handelt es sich bei den unterschiedlichen AGN-Arten um unterschiedliche Erscheinungsformen von mehr oder weniger gleichen Objekten. So ist der Winkel, unter dem der AGN beobachtet wird, entscheidend dafür, welche Eigenschaften zu Tage treten. Die Einteilung in die AGN-Typen 0, 1 und 2 erfolgt in Abhängigkeit des Blickwinkels (siehe Abb. 1.1 links). Einen Überblick von verschiedenen AGN-Arten mit ihrer Typisierung und weiteren Eigenschaften liefert Tabelle 1.1. Die Typ-2-AGN haben nur schmale Emissionslinien, die Typ-1-AGN haben schmale und breite Emissionslinien. Bei den Typ-0-AGN haben die BL-Lac-Objekte keine oder sehr schwache Emissionslinien, während die FSRQ schmale und breite aufweisen. Bei den Typ-0- und Typ-1-AGN ist die Kernregion im optischen sichtbar, was bei den Typ-2-AGN nicht der Fall ist.

Betrachtet man den AGN von der Seite, d.h. im großen Winkel zum Jet, wird er als Typ-2 klassifiziert. Die zentrale Region ist nicht sichtbar, da sie von dem Torus verdeckt wird. Deshalb ist dieser Typ relativ leuchtschwach. Der Torus wird jedoch durch die Strahlung aufgeheizt und emittiert Infrarotstrahlung. Allerdings ist die Narrow-Line-Region sichtbar, weil sie weiter außerhalb liegt, so dass schmale Emissionslinien beobachtet werden. Aus der Linienbreite ergeben sich Relativgeschwindigkeiten der Wolken von etwa 100 km s^{-1} . Zu diesem Typ gehören die radioleisen Seyfert-II-Galaxien und die radiolauten Narrow-Line-Radio-Galaxien. Letztere treten in zwei Gestalten auf, die mit Fanaroff-Riley-Typ -I und -II (FR-I und FR-II) bezeichnet werden. FR-I-Radiogalaxien sind leuchtschwächer und zeichnen sich häufig symmetrischen Radio-Jets aus, deren Intensität mit der Distanz zum Kern abnehmen. FR-II-Radiogalaxien sind leuchtstärker und haben im hohen Maße kollimierte Jets, die zu klar abgegrenz-

Typ	Bezeichnung	Radio	Breitband-Emission	variabel	polarisiert
2	Seyfert-II-Galaxie	leise	ja	nein	einige
2	Narrow-Line-Radio-Galaxy, FR-I und FR-II	laut	nein	nein	nein
1	Seyfert-I-Galaxie	leise	ja	einige	schwach
1	Radio-Quiet-Quasar	leise	ja	schwach	schwach
1	Broad-Line-Radio-Galaxy, nur FR-II	laut	ja	schwach	schwach
1	Steep-Spectrum-Radio-Quasar	laut	ja	einige	schwach
0/1	Flat-Spectrum-Radio-Quasar (FSRQ)	laut	ja	ja	ja
0	BL-Lacertae-Objekt (BL-Lac)	laut	ja	ja	ja

Tabelle 1.1: Eigenschaften der wichtigsten unterschiedlichen AGN-Arten basierend auf Krolik (1999, Tabelle 1.2). FSRQ steht als Sammelbegriff für FSRQ, Optically-Violent-Variable-Quasar (OVV) und Highly-Polarized-Quasar, weil diese Objekte zu ein und derselben Art gezählt werden (z.B. Padovani, 1999). Bei Radio bedeutet „laut“, dass mindestens 0,1% der bolometrischen Leuchtkraft im Radio-Band emittiert wird. Ein „ja“ bei variabel bedeutet, dass die Quelle innerhalb von Jahrzehnten um mindestens eine Größenordnung im Fluss variiert.

ten Radio-Flügeln mit markanten heißen Punkten führen.

Betrachtet man den AGN im größeren Winkel zur Akkretionsscheibe, so wird die zentrale Region sichtbar. In diesem Fall spricht man von einem AGN vom Typ-1. Neben der thermischen Emission des Zentrums beobachtet man zusätzlich die breiten Emissionslinien der Broad-Line-Region. Die Wolken befinden sich näher am Zentrum und bewegen sich, nach der Linienbreite zu urteilen, mit relativen Geschwindigkeiten von 1.000 km s^{-1} zueinander. Zu diesem Typ gehören die radioleisen Seyfert-I-Galaxien und Radio-Quiet-Quasare. Letztere sind wesentlich (Faktor hundert) heller als Seyfert-I-Galaxien. Die radiolauten Typ-1-AGN sind die leuchtschwachen Broad-Line-Radio-Galaxien, die hier nur als FR-Typ II auftreten, und die leuchtstarken Radio-Quasare. Letztere werden in Hinblick auf ihr Radiospektrum in Steep-Spectrum- und die stark variablen und stark polarisierten Flat-Spectrum-Radio-Quasare (FSRQ) unterschieden.

In seltenen Fällen ist die Sichtlinie in etwa parallel zum Jet, so dass der Beobachter direkt in den Jet hinein blickt. Ein solches Objekt wird Typ-0-AGN genannt und zeichnet sich durch eine besonders starke Variabilität und einen größeren Anteil polarisierten Lichtes aus. Einige FSRQ gehören zu diesem Typ, sowie die BL-Lacertae-Objekte (BL-Lac). FSRQs haben ein ähnliches kontinuierliches Spektrum wie die BL-Lac jedoch mit deutlich stärker ausgeprägten Emissionslinien. Bei BL-Lac sind diese von der Emission des Jets überstrahlt.

Die Äquivalenzbreite der Linien ist dadurch kleiner als 5 \AA (Urry & Padovani, 1995). Die Tatsache, dass das Licht polarisiert ist, weist stark auf Synchrotronstrahlung als Ursache hin.

Für Typ-0-AGN hat sich der Begriff Blazar durchgesetzt, eine Wortkombination von BL-Lac-Objekt und OVV-Quasar, einer Unterart der FSRQ. Es ist zudem von dem englischen Verb *to blaze* (lodern, erstrahlen) abgewandelt. Die Wortschöpfung stammt von Ed Spiegel, dem Tischredner der ersten Konferenz, die sich BL-Lac-Objekten widmete. Letztere verdanken ihren Namen dem Prototyp-Objekt BL-Lacertae, das Hoffmeister (1929) aufgrund seiner punktförmigen Erscheinung als einen kurzperiodischen veränderlichen Stern klassifizierte. In den Jahren 1968 und 1969 wurde eine von dieser Quelle stammende Radioemission und eine nicht-thermische Emission im nahinfraroten bis optischen Band entdeckt, sowie eine nicht-periodische Variabilität der Helligkeit auf Zeitskalen von bis zu einigen hundert Tagen festgestellt (Shen, 1970, und darin enthaltene Referenzen). 1974 wurde die Distanz von BL-Lacertae zu $z = 0,07$ bestimmt (Oke & Gunn, 1974), so dass es sich um ein extragalaktisches Objekt und somit um einen AGN handelt. Heute sind BL-Lac-Objekte mit Rotverschiebungen von bis zu $z = 2,47$ bekannt (Liao *et al.*, 2015).

Blazare leuchten in allen Wellenlängenbereichen von Radio bis hin zu sehr hochenergetischer Gammastrahlung. Das Spektrum zeigt bis in den TeV-Bereich eine kontinuierliche Emission. Der Beobachter sieht neben der nicht-thermischen Emission des Jets die Röntgenstrahlung der Korona, die thermische Emission der Akkretionsscheibe und die thermische Emission der Muttergalaxie (Sterne und Staub). Der Beitrag dieser Komponenten zur Emission hängt also vom Wellenlängenbereich ab. So stammt die Gammastrahlung ausschließlich vom Jet, während die optische Emission eine Überlagerung vom Licht des Jets, der Akkretionsscheibe und der Sterne ist. Die strahlungsemitierende Materie im Jet bewegt sich mit relativistischer Geschwindigkeit auf den Beobachter zu. Dadurch wird die intrinsische Leuchtkraft so sehr dopplerverstärkt (siehe S. 9), dass sie die Leuchtkraft einer üblichen Galaxie um einen Faktor von bis zu 10^4 übersteigt. Die Jet-Emission eines BL-Lac-Objektes überstrahlt damit die übrigen Komponenten und auch die Muttergalaxie um ein Vielfaches, so dass die Erscheinungsform im Optischen punktförmig ist.

BL-Lac-Objekte zeigen in allen Wellenlängenbereichen zeitabhängige Schwankungen des Flusses. Im Optischen sind Helligkeitsschwankungen innerhalb einer Nacht auf Zeitskalen bis hin zu 15 min gemessen worden (Paltani *et al.*, 1997). Im sehr hochenergetischen Gammastrahlungsfluss wurden Schwankungen sogar auf Zeitskalen von wenigen Minuten beobachtet (Aharonian *et al.*, 2007). Da die Strahlung bzw. der dominierende Teil davon aus dem Jet emittiert wird, sind die Ursachen für die Schwankungen dort zu suchen. Falls es eine Verbindung von Jet und Akkretionsscheibe gibt, kann auch eine schwankende Akkretionsrate die Variabilität verursachen oder zu ihr beitragen.

1.1 Die Akkretionsscheibe

Die Akkretion von Materie ist der zentrale Motor für die enormen Energiemengen, die in einem AGN frei werden. Auch wenn die Entstehung des Jets noch nicht geklärt ist, ist anzunehmen, dass die Energie für die Beschleunigung der Teilchen im Jet zumindest teilweise aus dieser Quelle stammt. Eine Verbindung zwischen den Eigenschaften der Akkretion (zeitliche Variabilität, räumliche Dimension) und den Prozessen im Jet ist also denkbar. Obwohl der in dieser Arbeit analysierte Strahlungsfluss aus dem Jet stammt, ist die Physik der Akkretion hier interessant. Die Darstellung in diesem Abschnitt folgt Boettcher *et al.* (2012, Kap. 4).

Bei der Akkretion stürzt Materie (Gas) in Richtung Zentralkörper. Dabei entsteht eine Wechselwirkung mit anderer Materie durch viskose Reibung und wird dadurch aufgeheizt. Die Dichte thermischer Photonen erzeugt einen Strahlungsdruck, der der nach innen gerichteten Gravitationskraft und damit der Akkretion entgegenwirkt.

Der Mechanismus, der maßgeblich den Strahlungsdruck auf die Materie ausübt, ist die Thomson-Streuung. Damit Akkretion weiter stattfindet, muss die Kraft auf ein Massenelement durch den Strahlungsdruck kleiner als die Gravitation sein, so dass

$$\frac{L_{\text{Akk}} \sigma_T}{4\pi m_p c r^2} \leq \frac{G M}{r^2} \quad (1.1)$$

gilt. Der Term auf der linken Seite ist die nach außen gerichtete Kraft pro Massenelement aufgrund der Thomson-Streuung, wobei L_{Akk} die Leuchtkraft ist, die durch die Akkretion erzeugt wird. Dabei ist σ_T der Thomson-Wirkungsquerschnitt, m_p die Masse eines Protons und r der Abstand des Massenelements zum Zentrum. Der rechte Term ist die nach innen gerichtete Gravitationskraft pro Massenelement, wobei G die Gravitationskonstante ist. Durch Umstellen erhält man die maximale Leuchtkraft, die Eddington-Leuchtkraft L_{Edd} genannt wird:

$$L_{\text{Akk}} \leq L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi G m_p c}{\sigma_T} M \approx 1,3 \cdot 10^{47} \frac{M}{10^9 M_\odot} \text{ erg s}^{-1} \quad (1.2)$$

Bei einer Akkretionsscheibe hat die akkretierte Materie einen Gesamtdrehimpuls. Die Zentrifugalkraft wirkt der Akkretion zusätzlich entgegen und hebt diese in einer gewissen Nähe zum Zentralkörper auf. Damit Akkretion dennoch stattfinden kann, muss Drehimpuls durch die viskose Reibung nach außen getragen werden. Die molekulare Viskosität infolge der Kollision von Gasmolekülen ist dafür zu klein. Die Viskosität ist stattdessen eine turbulente Viskosität, bei der sehr schwache Magnetfelder eine Instabilität erzeugen, die Magnetorotationsinstabilität genannt wird.

Bei einer effektiven Kühlung durch Abstrahlung bildet sich eine dünne Akkretionsscheibe, bei der die Leuchtkraft proportional zur akkretierten Materie \dot{M} ist:

$$L_{\text{Akk}} = \eta \dot{M} c^2. \quad (1.3)$$

Dabei ist $\eta \approx 0,1$ die Effizienz, mit der die bei der Akkretion freiwerdende Energie in Strahlung umgewandelt wird. Bei der Fusion von Wasserstoff zu Helium ist die Effizienz nur $\eta_{\text{H} \rightarrow \text{HE}} = 0,007$. Die Akkretion ist also eine verhältnismäßig effiziente Energiequelle. Es folgt für die Eddington-Akkretionsrate, die die Obergrenze für \dot{M} darstellt:

$$\dot{M} \leq \dot{M}_{\text{Edd}} = \frac{4\pi G m_p}{\sigma_T c} \frac{M}{\eta} \approx 2,3 \frac{0,1}{\eta} \frac{M}{10^8 M_\odot} \frac{M_\odot}{\text{a}} \quad (1.4)$$

Eine erhöhte Akkretion erzeugt also einen erhöhten Strahlungsdruck, so dass insgesamt \dot{M}_{Edd} nicht überschritten wird. Die meisten Quasare haben eine bolometrische Leuchtkraft mit einer Größenordnung, die die der Eddington-Leuchtkraft entspricht.

Woher die Materie stammt, mit der der AGN gefüttert wird ist nicht geklärt. Gas aus dem interstellaren Medium kommt dafür in Betracht, wobei ungeklärt ist, wie es seinen Drehimpuls verliert, um in Richtung AGN zu gelangen. Ganze Sterne werden von schwarzen Löchern mit mehr als $10^8 M_\odot$ komplett verschlungen, ohne dass eine nennenswerte Strahlungsmenge erzeugt wird. Bei dichten Sternen-Clustern wären direkte Stern-Stern-Kollisionen eine Möglichkeit, die Materie zu liefern. Es müsste dazu etwa eine Kollision pro Jahr stattfinden. Eine solche Häufigkeit erscheint allerdings ungewöhnlich.

Im sogenannten Modell der α -Scheibe wird die Viskosität ν_t der Scheibe durch die oben genannten Turbulenzen erzeugt. Die Größe der turbulenten Bewegung ist dabei durch die Dicke der Scheibe H und die turbulente Geschwindigkeit, die wohl die Schallgeschwindigkeit a_s nicht überschreitet, eingeschränkt, so dass

$$\nu_t = \alpha a_s H \quad \text{mit } \alpha \leq 1$$

(Boettcher *et al.*, 2012, Kap. 4). Bisherige Beobachtungen passen am besten zu Werten für α zwischen 0,1 und 0,4. Die radiale Geschwindigkeit der Materie (in Richtung Zentrum) ist durch

$$v_r \simeq \frac{\nu_t}{r} = \alpha a_s \frac{H}{r} \quad (1.5)$$

gegeben. Die Schallgeschwindigkeit kann für eine dünne Scheibe abgeschätzt werden zu:

$$a_s \simeq \frac{H}{r} \sqrt{\frac{G M_{\text{BH}}}{r}} \quad (1.6)$$

Der Wurzelterm ist dabei die Geschwindigkeit des Kepler-Orbits. Ersetzt man das Verhältnis der Höhe zum Radius durch den Geometrie bestimmenden Parameter $\delta = H/r$, so ergibt sich

$$v_r \simeq \alpha \delta^2 \sqrt{\frac{G M_{\text{BH}}}{r}}. \quad (1.7)$$

Bei einer dicken Scheibe kann die Energie nur ineffektiv abgestrahlt werden, so dass der Großteil mit der Akkretion in Richtung Zentralkörper wandert. In diesem Fall spricht man von einer advektionsdominierten Scheibe.

1.2 Strahlungserzeugende Prozesse im Jet

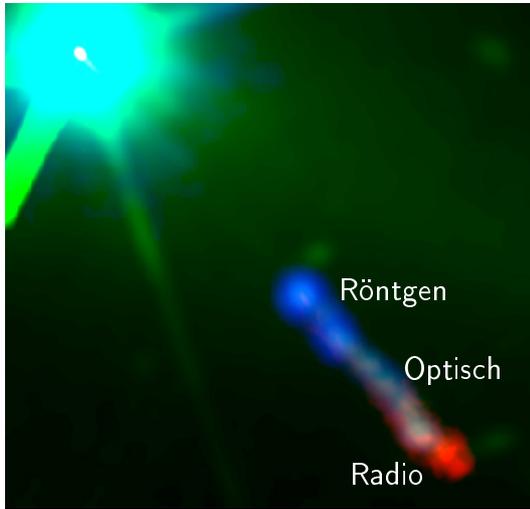


Abbildung 1.2: Falschfarbendarstellung der Emission im Jet von 3C 279. Blau: Röntgenemission gemessen mit *Chandra*, grün: optische Emission gemessen mit dem *Hubble-Space-Telescope*, rot: Radioemission gemessen mit dem VLA (NASA/NRAO, S.Jester, D.E.Harris, H.L.Marshall, K.Meisenheimer, H.-J.Röser, & R.Perley).

Neben der thermischen Strahlung von der heißen Akkretionsscheibe im optischen und dem Torus im Infraroten gibt es weitere Prozesse im Jet, die nicht-thermische Strahlung aussenden. In dieser Arbeit werden ausschließlich BL-Lac im Optischen und im hochenergetischen bis sehr hochenergetischen Gammastrahlungsbereich untersucht. Die Emission im Optischen ist bei diesen Objekten von der Helligkeit des Jets überstrahlt, und Gammastrahlung wird nur im Jet erzeugt.

In Abb. 1.2 ist eine Falschfarbendarstellung der Radio-, optischen und Röntgenemission des Jets des FSRQs 3C 279. Die Röntgenemission ist dabei der Kernregion am nächsten. Weiter entfernt folgt die optische und dann die Radioemission. Die Energie der abgestrahlten Photonen nimmt also mit der Entfernung zum Kern ab.

Die Emission von Gammastrahlung findet sehr nah am Kern (< 1 pc) statt. Das Magnetfeld hat dort eine Flussdichte von 1 G (Boettcher *et al.*, 2012, S. 9,11). Die Tatsache, dass die sehr hochenergetische Gammastrahlung nicht durch Paarproduktion ($\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$) absorbiert wird, macht es erforderlich, dass sich die emittierende Materie mit mehr als 99% der Lichtgeschwindigkeit auf den Beobachter zubewegt.

Die Materie selber ist heiß, d.h. die einzelnen Teilchen haben eine viel größere Geschwindigkeit. Im Bezugssystem, das sich mit dem Strom der Materie bewegt (mitbewegendes Bezugssystem), bewegen sich die Teilchen isotrop mit relativistischen Geschwindigkeiten. Es wird hier also von zwei Geschwindigkeiten gesprochen. Die eine ist die relativistische Geschwindigkeit der einzelnen Teilchen im mitbewegenden Bezugssystem, das andere die ebenso relativistische Geschwindigkeit des Stromes der emittierenden Materie im Bezugssystem des Beobachters. Bewegt sich die emittierende Materie auf den Beobachter zu, kommt es zu einer Verstärkung und relativistischen Blauverschiebung der Strahlung (Boettcher *et al.*, 2012, Kap. 2.2). Mit der Geschwindigkeit $\beta_{\Gamma}c$ ist der Lorentz-

faktor definiert durch:

$$\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_{\Gamma}^2}} \quad (1.8)$$

Die Energie der emittierten Photonen vergrößert sich um den Dopplerfaktor:

$$\delta = \frac{1}{\Gamma (1 - \beta_{\Gamma} \cos \theta)} \quad (1.9)$$

Dabei ist θ der Winkel zwischen Bewegungsrichtung und Sichtlinie des Beobachters. Die Frequenz und damit die Energie eines emittierten Photons wird um diesen Faktor erhöht (blauverschoben). Es kommt zudem zu einer Verstärkung der Leuchtkraft um den Faktor δ^3 bei einem flachen Spektrum. Bei Jet-Emissionen gleicht das Spektrum oft einem Potenzgesetz $\sim \nu^{-\alpha}$. Der Verstärkungsfaktor ist dann $\delta^{3+\alpha}$. Die Verstärkung wird hier Dopplerverstärkung genannt. Durch die relative Geschwindigkeit kann es zu einer scheinbaren Bewegung der emittierenden Materie mit Überlichtgeschwindigkeit kommen (Urry & Padovani, 1995).

Es gibt zwei prominente Modelle für die Strahlungsprozesse im Jet, die im Folgenden beschrieben werden: das leptonische und das hadronische. Beim leptonischen Modell entsteht Strahlung durch relativistische Elektronen und/oder Positronen durch Synchrotronstrahlung und inversen Compton-Effekt (IC). Bei hadronischen Modellen finden Proton-induzierte Kaskaden statt. Abb. 1.3 zeigt eine Darstellung von dem Aufbau eines AGN mit seinen strahlenden Komponenten (Kastendieck, 2009).

Leptonisches Modell: Bei dem leptonischen Modell bewegen sich Elektronen mit relativistischen Geschwindigkeiten im mitbewegenden Bezugssystem. Die relativistischen Elektronen geben bei der Wechselwirkung mit dem Magnetfeld mit einer Flussdichte von 0,1 bis 1 mG Synchrotronstrahlung im Optischen bis Röntgenbereich ab. Die Elektronen haben dabei Lorentzfaktoren von $\gamma \approx 10^7$ bis 10^8 (Boettcher *et al.*, 2012, S. 7,12). Die Bewegung der Elektronen ist im mitbewegenden Bezugssystem isotrop und es wird angenommen, dass das Magnetfeld verworren ist und keine bevorzugte Ausrichtung der Feldlinien hat. Somit ist die Synchrotronstrahlung im mitbewegenden Bezugssystem ebenfalls isotrop (Boettcher *et al.*, 2012, Kap. 8.3.2.1).

Die Elektronen können mit Photonen kollidieren, wobei ein Compton-Effekt im Ruhesystem des Elektrons stattfindet. Dabei gibt es einen Impulsübertrag von dem Photon zum Elektron, so dass das Photon nach der Wechselwirkung eine größere Wellenlänge hat. Im Ruhesystem des AGN und des Beobachters hingegen gibt es einen Impulsübertrag vom Elektron auf das Photon, das danach eine kürzere Wellenlänge hat. Dadurch werden Photonenergien im Gammastrahlungsbereich erreicht. Das Photon kann dabei von der

- optischen, ultravioletten oder Röntgen-Emission der Akkretionsscheibe
- Linien-Emission der Broad- und Narrow-Line-Region
- Infrarot-Emission des Torus

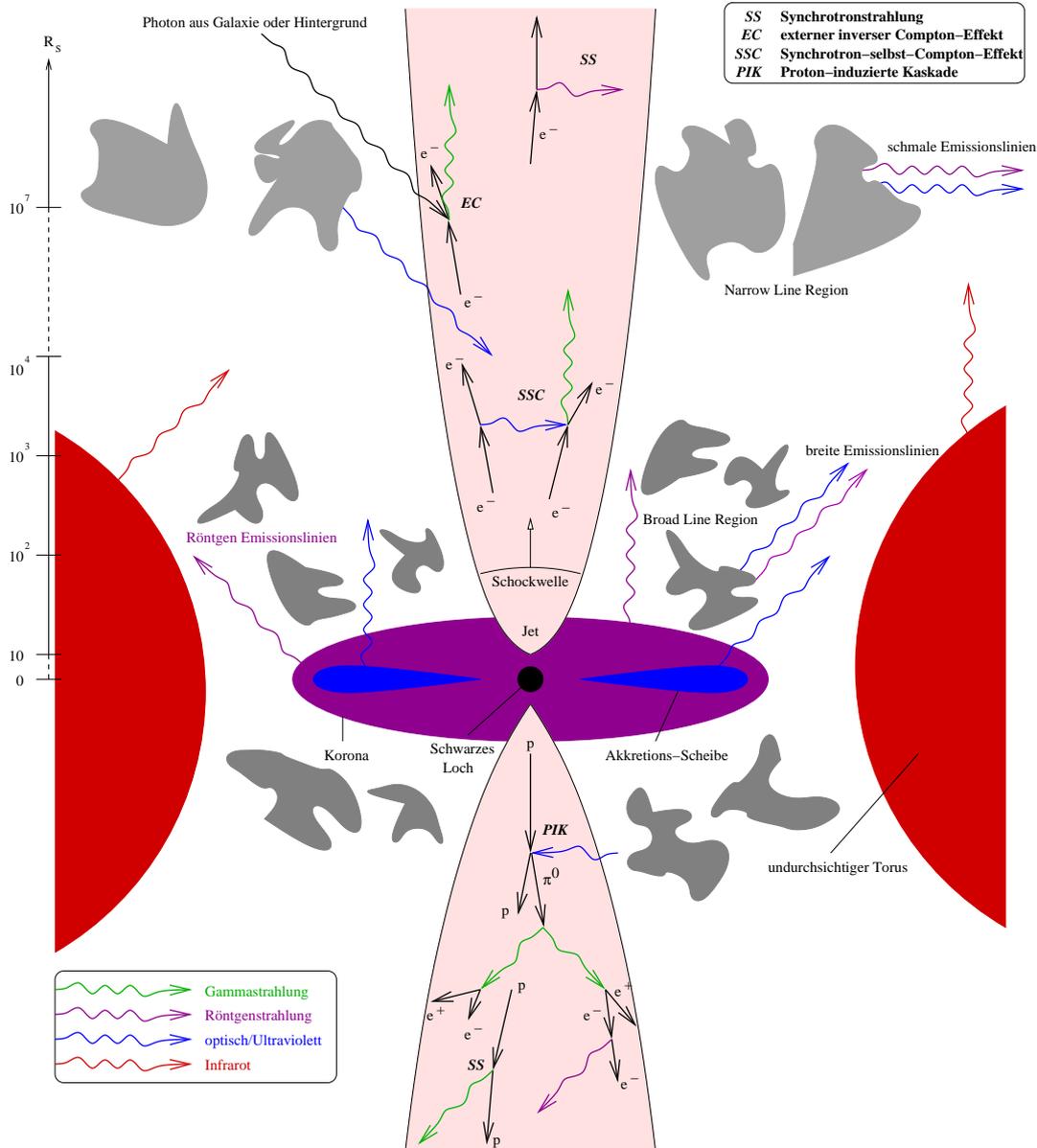


Abbildung 1.3: Die Emissionsregionen eines AGN (Kastendieck, 2009). Auf der vertikalen Achse ist die Entfernungsskala in Schwarzschild-Radien des schwarzen Loches angegeben. Photonen sind durch gewellte Pfeile dargestellt. Die heiße Akkretionsscheibe emittiert ein thermisches Spektrum, das von blauem bis ultraviolettem Licht dominiert ist. Die Korona ist ionisiert und emittiert Röntgen-Linien. Der Torus, aufgeheizt durch das lokale Strahlungsfeld, strahlt Infrarot. Die *Narrow- und Broad-Line-Region* emittieren Linien, die durch relative Bewegung der Wolken in der Überlagerung dopplerverbreitert sind. In den Jets sind die Nicht-Photon-Teilchen durch schwarze Pfeile symbolisiert. Im oberen Jet sind die strahlungserzeugenden Prozesse skizziert, die von relativistischen Elektronen (Positronen) ausgelöst werden. Sie erzeugen Synchrotronstrahlung von Radio bis Röntgen. Durch den inversen Compton-Effekt wird Gammastrahlung erzeugt. Im unteren Jet sind die strahlungserzeugenden Prozesse skizziert, die von primären Protonen ausgelöst werden können. Das sind Kaskaden, die bei der Kollision mit einem Photon ausgelöst werden, und Synchrotronstrahlung.

- kosmischen Hintergrundstrahlung

stammen (Boettcher *et al.*, 2012, Kap. 8.3.2.1), wobei der Prozess dann externer inverser Compton-Effekt (EC) genannt wird.

Das Photon kann jedoch auch ein im Jet produziertes Synchrotronphoton sein, wobei der Prozess dann Synchrotron-selbst-Compton-Effekt (SSC) genannt wird. Hierbei geben die relativistischen Elektronen Synchrotronstrahlung ab und diese Elektronen kollidieren mit diesen Synchrotronphotonen, wobei ein IC stattfindet. Eine größere Anzahl von Elektronen erhöht die Häufigkeit eines IC-Ereignisses. Ebenso erhöht eine größere Anzahl von Synchrotronphotonen diese Häufigkeit. Es gibt also zwei Faktoren, die diese Häufigkeit bestimmen: Erstens die Anzahl der Elektronen und zweitens die Anzahl der Synchrotronphotonen, die ja selber proportional zur Elektronenanzahl ist. Somit wächst die Häufigkeit für IC quadratisch mit der Elektronenanzahl. Es handelt sich daher um einen multiplikativ verstärkenden Prozess. Beim SSC ist also eine variable Elektronenanzahl eine mögliche Erklärung für die Variabilität der elektromagnetischen Emission. Zudem kann eine Korrelation zwischen produzierten IC-Photonen im Gammastrahlungsbereich und Synchrotronphotonen im Optischen bis Röntgenbereich erwartet werden. Tatsächlich konnten solche Korrelationen bei Blazaren beobachtet werden (Boettcher *et al.*, 2012, Kap. 8.3.3): bei PKS 1510-089 zwischen dem Fluss im R-Band (optisch) und hochenergetischer Gammastrahlung (0,1 – 200 GeV), bei Mrk 421 zwischen dem Röntgenfluss und dem Fluss sehr hochenergetischer Gammastrahlung im TeV-Bereich. Das Spektrum der Synchrotronstrahlung ist breit und glatt, so dass beim SSC-Modell das Spektrum der hochenergetischen IC-Strahlung sehr breit und glatt ist.

Hadronisches Modell: Beim hadronischen Modell finden Proton-induzierte Kaskaden statt. Hierbei sind relativistische Protonen für die Strahlungserzeugung ursächlich. Dabei kommt es zu Wechselwirkungen zwischen dem Proton und dem Magnetfeld, wobei Synchrotronstrahlung im Gammastrahlungsbereich abgegeben wird. Ein Proton kann mit der Wechselwirkung mit einem Photon ein neutrales Pion (π^0) erzeugen, das wiederum in zwei Gamma-Photonen zerfällt. Diese wiederum können durch Paarerzeugung relativistische Elektronen hervorbringen. Die relativistischen Elektronen erzeugen ihrerseits wiederum Synchrotronstrahlung.

Welche Teilchen zu welchen Anteilen sich im Jet befinden ist unklar (Boettcher *et al.*, 2012, S. 13-14). Elektronen erzeugen zwar vermutlich die Strahlung im Jet scheiden aber für den Energietransport über die lange Strecke des Jets aus, weil sie zu schnell ihre Energie verlieren. Die Energie wird wohl von Protonen und Poynting-Fluss, d.h. Energietransport mit magnetischen Feldern, transportiert. Es ist aber nicht vollständig verstanden, wie Jets über so eine große Länge kollimiert werden, wie Teilchen in Jets zu TeV-Energien beschleunigt werden und wie die Variabilität der Emissionen zustande kommt.

1.3 Die spektrale Energieverteilung

Die meisten AGN haben ein flaches Spektrum, d.h. von Infrarot bis Röntgen unterscheidet sich die Größe $E^2 dN/dE$ in den Frequenzbändern nur um wenige Vielfache. N ist hier der Photonenfluss mit der Einheit $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ und E die Energie der Photonen. Die Größe

$$E^2 \frac{dN}{dE} = \frac{dN}{dE} h^2 \nu^2 = \frac{dN}{d\nu} h \nu^2 = \nu F_\nu. \quad (1.10)$$

heißt spektrale Energieverteilung (SEV). $F_\nu = \frac{dF}{d\nu}$ ist die spektrale Flussdichte und wird in der Einheit Jansky ($\text{Jy} = 10^{-23} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$) angegeben. F ist die Energieflussdichte. Weiterhin gilt

$$E^2 \frac{dN}{dE} = \nu F_\nu = \nu \frac{dF}{d\nu} = \frac{dF}{d \ln \nu}, \quad (1.11)$$

so dass bei einem flachen Spektrum $\nu F_\nu = \text{const}$ die Energieflussdichte in allen Bändern mit derselben Breite in Log-Frequenz gleich ist. Und wegen $d \ln \lambda = -d \ln \nu$ gilt das auch für alle Bänder mit derselben Breite in Log-Wellenlänge, also

$$E^2 \frac{dN}{dE} = -\frac{dF}{d \ln \lambda}. \quad (1.12)$$

Das bedeutet, dass in einer Dekade Frequenz genau soviel Energie abgestrahlt wird, wie in einer Dekade Wellenlänge. Deshalb wird diese Größe gern verwendet, um ein Spektrum zu beschreiben.

Die in dieser Arbeit untersuchten Objekte sind BL Lac-Objekte. Sie emittieren elektromagnetische Strahlung in allen Wellenlängenbereichen von Radio bis hin zu sehr hochenergetischer Gammastrahlung. Ihre SEV ist glatt und hat zwei Maxima. Das erste liegt im optischen bis Röntgenbereich, das zweite im hoch- bis sehr hochenergetischen Bereich. In Abb. 1.4 ist die SEV des BL Lac-Objektes PKS 2155-304 dargestellt, die von simultanen Beobachtungen in unterschiedlichen Wellenlängenbereichen gebildet wurde. Der Verlauf ist kompatibel mit dem für BL Lac-Objekte charakteristischen Verlauf, bei dem es zwei sog. Höcker (wie bei einem Kamel) gibt, die durch ein scharfes Minimum getrennt sind. Dieser Verlauf kann mit einem SSC Modell beschrieben werden (Aharonian *et al.*, 2009). Dabei werden Elektronenpopulationen in Abhängigkeit vom Lorentzfaktor mit einem Potenzgesetz angenommen:

$$\frac{dn}{d\gamma} \sim \gamma^{-\alpha}$$

Eine solche Verteilung kann durch Schockbeschleunigung im Jet entstehen. Eine ausführliche Darstellung über die SEV bei einem SSC-Modell findet sich in Boettcher *et al.* (2012, Kap. 3.2 & 8.3).

Der Verlauf lässt sich wie folgt nachvollziehen. Die Frequenz ν der Synchrotronstrahlung eines geladenen Teilchens mit der Ladung q , das sich durch ein Magnetfeld bewegt, hängt unter anderem von dem Winkel zwischen Bewegungsrichtung und Ausrichtung des Magnetfeldes mit der magnetischen Flussdichte

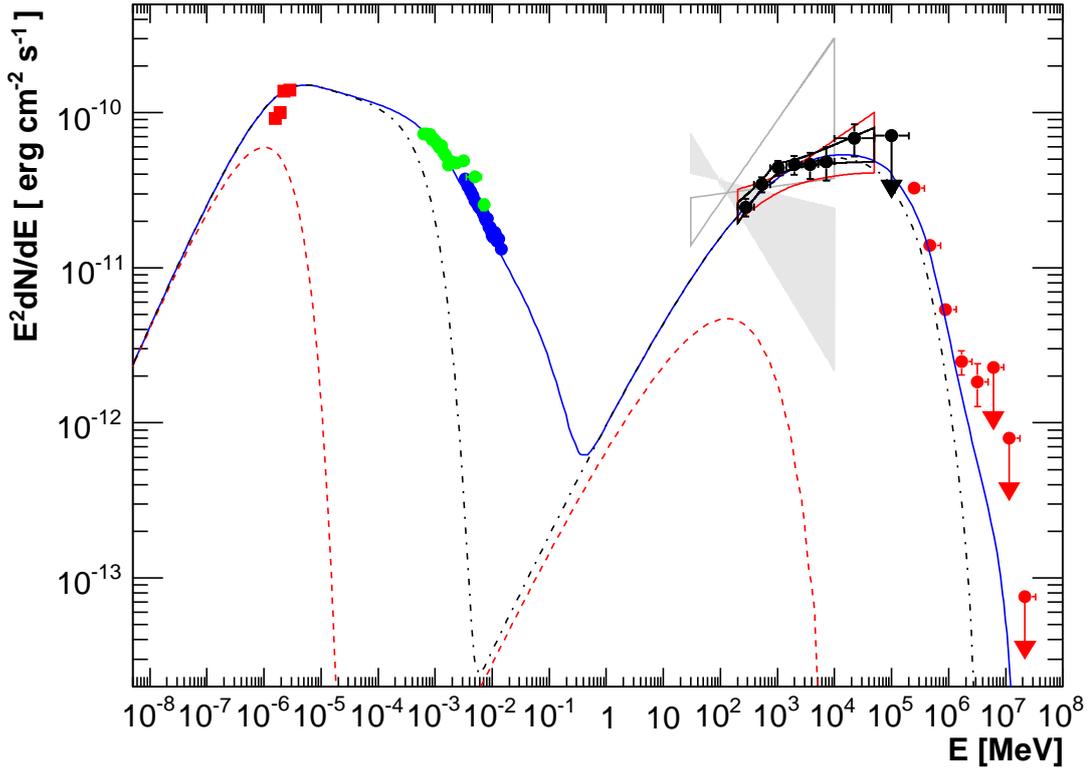


Abbildung 1.4: Spektrale Energieverteilung (SEV) von PKS 2155-304 aus Aharonian *et al.* (2009). Die Flüsse wurden in einer elftägigen Kampagne gemessen, so dass sie als zeitgleich betrachtet werden. Rote Quadrate: Nah-Infrarot und optische Bänder gemessen mit ATOM (Hauser *et al.*, 2004). Grüne Kreise: Röntgenflüsse gemessen mit Swift. Blaue Kreise: Röntgenflüsse gemessen mit RXTE. Rot umrandeter Bereich: Konfidenzbereich der SEV im Gammastrahlungsbereich, gemessen mit *Fermi*-LAT. Schwarz umrandeter Bereich: Konfidenzbereich der SEV von *Fermi*-LAT-Beobachtungen aus einem längeren Zeitraum von 60 Tagen. Schwarze Kreise: *Fermi*-LAT-Flüsse. Rote Kreise: sehr hochenergetische Gammastrahlung, gemessen mit den H.E.S.S.-Teleskopen. Grau umrandeter Bereich und grauer Bereich: Konfidenzbereiche aus älteren Messungen mit dem EGRET-Experiment (Vestrand *et al.*, 1995). Blaue durchgezogene Linie: angepasstes Spektrum für ein SSC-Modell. Gestrichelte rote Linie und punktgestrichelte schwarze Linie: SSC-Modell ohne Elektronen mit Lorentzfaktoren größer als $1,4 \cdot 10^4$ bzw. $2,3 \cdot 10^5$.

B ab. Aufgrund der Isotropie ergibt sich für ein Teilchen eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für ν . Die erzeugte Synchrotronstrahlung hat also ein kontinuierliches Spektrum. Ein geladenes Teilchen mit dem Lorentzfaktor γ , der Masse m und der Kernladungszahl Z gibt die meiste Energie mit Photonen mit der sogenannten kritischen Frequenz

$$\nu_{\text{Sy}} = \frac{3qB}{4\pi mc} \gamma^2 = 4,2 \cdot 10^6 \frac{B}{\text{G}} \gamma^2 Z \frac{m_e}{m} \text{ Hz} \quad (1.13)$$

ab, wobei m_e die Elektronenmasse ist.

Der Synchrotronanteil der SEV ergibt sich aus der Faltung der Wahrscheinlichkeitsverteilung für ν mit der Energieverteilung der Teilchen und ist breit und glatt. Damit ergibt sich der erste Höcker in der SEV.

In der Anpassung des SSC-Modells and die SEV von PKS 2155-304 ist die Elektronenpopulation ein Potenzgesetz mit zwei Bruchstellen und einem Abbruch bei sehr hohen Lorentzfaktoren:

$$\frac{dn}{d\gamma} \sim \gamma^{-\alpha} \text{ mit } \alpha = \begin{cases} 1,3 & \text{für } 1 \leq \gamma < 1,4 \cdot 10^4 \\ 3,2 & \text{für } 1,4 \cdot 10^4 \leq \gamma < 2,3 \cdot 10^5 \\ 4,3 & \text{für } 2,3 \cdot 10^5 \leq \gamma < 10^{6,5} \end{cases} \quad (1.14)$$

Die Beiträge der Elektronenpopulation mit $\gamma < 1,4 \cdot 10^4$ bzw. $\gamma < 2,3 \cdot 10^5$ zur SEV sind als gestrichelte bzw. punktgestrichelte Linie eingezeichnet. Die magnetische Flussdichte wurde mit $B = 0,018 G$ und der Dopplerfaktor der emittierenden Materie mit $\Gamma = 32$ angepasst.

Mit Gleichung (1.13) ist dann die Energie:

$$\epsilon_{\text{Sy}} = \Gamma h \nu_{\text{Sy}} = 32 \cdot 4,2 \cdot 10^6 \cdot 0,018 \gamma^2 h = 1 \cdot 10^{-14} \gamma^2 \text{ MeV} \quad (1.15)$$

D.h. bei monoenergetischen Elektronen mit dem Lorentzfaktor γ hat der Synchrotronanteil der SEV ein Maximum bei dieser Energie.

So haben Elektronen mit $\gamma = 1,4 \cdot 10^4$, was der ersten Bruchstelle in der angepassten Elektronenverteilung entspricht, ihren maximalen Beitrag bei $2 \cdot 10^{-6}$ MeV. Die simulierte SEV (gestrichelte Linie) der Elektronenpopulation bis zur ersten Bruchstelle fällt jenseits dieser Stelle steil ab.

Das gleiche gilt für die integrierte Elektronenpopulation bis zur zweiten Bruchstelle bei $\gamma = 2,3 \cdot 10^5$. Elektronen dieser Energie erzeugen ein Maximum bei $5 \cdot 10^{-4}$ MeV. Jenseits dieses Wertes fällt die simulierte SEV (punktgestrichelte Linie) erwartungsgemäß steil ab.

Die IC-Photonen beim SSC-Modell bilden in der SEV den IC-Anteil als zweiten Höcker. Bei monoenergetischen Elektronen hat der IC-Anteil der SEV ein Maximum an einer Stelle ϵ_{IC} , die im Thomson-Regime in einfacher Relation mit dem Maximum ϵ_{Sy} des Synchrotronanteils steht:

$$\epsilon_{\text{IC}} \approx \gamma^2 \epsilon_{\text{Sy}} \quad (1.16)$$

(Boettcher *et al.*, 2012, Kap. 8.3). Demnach erzeugen Elektronen mit $\gamma = 1,4 \cdot 10^4$ (erste Bruchstelle) ein Maximum im IC-Anteil der SEV bei etwa $2 \cdot 10^8 \epsilon_{\text{Sy}} \approx 400$ MeV, was ebenso in der simulierten SEV (gestrichelte Linie) zu sehen ist.

Bei monoenergetischen Elektronen mit der Energie der zweiten Bruchstelle läge das Maximum des Compton-Anteils bei etwa $3 \cdot 10^7$ MeV. Das ist jedoch außerhalb des Thomson-Regimes. Photonen mit so hohen Energien wurden nicht detektiert und sind auch im simulierten Spektrum unterdrückt. Das liegt an der Abnahme des Klein-Nishima-Wirkungsquerschnitts (Wirkungsquerschnitt des IC) mit der Elektronenenergie bei derartig hohen Energien.

1.4 Zeitliche Variabilität der Flüsse

1.4.1 Potenzgesetzrauschen

Die Helligkeit von Blazaren verändert sich mit der Zeit. Dies kann in allen Wellenlängenbereichen beobachtet werden. Die Lichtkurven haben die Eigenschaft,

dass auf kleineren Zeitskalen kleinere Schwankungen stattfinden als auf größeren. D.h. misst man den Fluss zu unterschiedlichen Zeiten, so findet man bei größeren Zeitabständen im Mittel größere Flussunterschiede als bei kleineren Zeitabständen. Stellt man sich eine solche Lichtkurve in seine harmonischen Komponenten zerlegt vor, wie es bei der Fouriertransformation möglich ist, so haben die Komponenten bei kleineren Frequenzen im Mittel größere Amplituden als die Komponenten bei größeren Frequenzen.

Die Amplituden entsprechen dem Betragsquadrat der Fouriertransformierten \mathcal{F} . Dies folgt bei Blazar-Lichtkurven über mehrere Dekaden einem Potenzgesetz, dass zu größeren Frequenzen f abfällt (Krolik, 1999, Kap. 7.6.4 und 8.1.4):

$$|\mathcal{F}(f)|^2 \sim f^{-\beta} \quad \text{mit } 1 \lesssim \beta \lesssim 2 \quad (1.17)$$

Danach zeigt diese Funktion, wie die Amplituden der harmonischen Komponenten über die Frequenzen verteilt sind. Die Komponenten in einem kleinen Frequenzintervall δf erzeugen einen Beitrag $\delta f |\mathcal{F}(f)|^2$ zur Varianz der Lichtkurve. Bei $|\mathcal{F}(f)|^2$ handelt es sich also um eine spektrale Varianzdichte. Es hat sich jedoch der Begriff spektrale Leistungsdichte (SLD, im Englischen Power Spectral-Density) durchgesetzt. Dieser Begriff ist der Nachrichtentechnik entliehen, wo mit dieser Funktion die abgestrahlte Leistung eines Signals in einem Frequenzintervall betrachtet wird.

Die SLD „folgt“ einem Potenzgesetz. D.h. die einzelnen Werte $|\mathcal{F}(f)|$ sind um $f^{-\beta}$ verteilt. Der Varianz-Beitrag ist demnach bei kleinen Frequenzen, die die Variabilität auf großen Zeitskalen erzeugen, im Mittel größer als bei großen Frequenzen, die die Variabilität auf kleinen Zeitskalen erzeugen. Die Veränderungen sind nach derzeitigem Wissen nicht vorhersagbar, so dass es zu jedem Zeitpunkt ungewiss ist, ob sich die Helligkeit vergrößert oder verkleinert. Es ist also ein wie ein Zufallsprozess oder Rauschen zu behandeln. Ein solcher Prozess wird Potenzgesetzrauschen genannt. Es handelt sich dabei um einen stationären Prozess. Bei einem solchen Prozess sind die statistischen Eigenschaften von der Zeit unabhängig (Scargle, 1982). Das beinhaltet, dass sich β ebenso nicht mit der Zeit verändert.

Potenzgesetzrauschen findet man bei den unterschiedlichsten Systemen. Folgende Beispiele stammen aus Press (1978). So variiert der Ohmsche Widerstand von Kohlewiderständen mit der Zeit innerhalb von einer Millisekunde und entwickelt sich über Wochen bis Monate bis er sich wieder in Richtung seines langzeitlichen Mittelwertes zurückentwickelt. Die SLD folgt hier auf neun Größenordnungen der Frequenz einem Potenzgesetz.

In der Ozeanographie findet man ein vergleichbares Verhalten bei der Strömungsgeschwindigkeit in der Tiefsee auf Zeitskalen von Stunden bis mindestens einige Wochen. Auch hier folgt die SLD auf dem entsprechenden Frequenzbereich einem Potenzgesetz. Ebenso gleicht der tatsächliche Meeresspiegel einem Potenzgesetzrauschen auf Zeitskalen von Tagen bis hin zu mindestens einigen Monaten. Bei diesen Beispielen gibt es zusätzlich den periodischen Einfluss der Gezeiten. In der SLD findet man bei etwa 12 h^{-1} und 24 h^{-1} ein scharfes Maximum. Es handelt sich also um ein Potenzgesetzrauschen, dem ein periodisches Signal überlagert ist.

Beim Strom des Nil in den letzten 2000 Jahren und bei jährlichen Sedimentablagerungen von Gletschern in den letzten einigen tausend Jahren, die vermutlich mit den jährlichen Temperaturen im Frühling zusammenhängen, ist ebenso ein Potenzgesetz in den SLD zu beobachten.

Sogar vom Menschen geschaffene Systeme haben diese Eigenschaft. So folgt die SLD der Lautstärke und der Tonhöhe von Radiosendungen einem Potenzgesetz auf Zeitskalen von Sekunden bis hin zu vielen Minuten. Ein weiteres Beispiel sind Aktienkurse und andere ökonomische Prozesse.

Der Fluss des Sandes in einer Sanduhr gleicht ebenso einem Potenzgesetzrauschen, wodurch sich eine gewisse Analogie zu einem ungleichmäßigen Akkretionsfluss bei AGN herstellen lässt. In der Astronomie gibt es ein derartiges Verhalten (neben der Helligkeit von AGN) bei der Anzahl der Sonnenflecken und bei der Helligkeit weißer Zwerge und der Zentralsterne planetarischer Nebel.

Bei all diesen Beispielen folgt die SLD in einem Frequenzintervall von einigen Größenordnungen einem Potenzgesetz. Misst man die variable Größe dieser Systeme, so sind bei abnehmenden Zeitabständen immer kleinere Unterschiede zwischen den Messwerten zu erwarten. Irgendwann kommt man in einen Bereich, in dem der Fehler der Messung größer ist, als die intrinsische Schwankung der zu messenden Größe. Man kann bei hinreichend kleinen Zeitunterschieden also keine tatsächlichen Schwankungen mehr messen, sondern beobachtet nur noch die dominierenden Schwankungen durch die statistischen Messfehler. Die gemessene SLD folgt dann ab einer gewissen Frequenz einer Konstanten.

Auch in der anderen Richtung gibt es eine Grenze, denn die variable Größe hat natürliche Einschränkungen: Ein Kohlewiderstand ist über viele Jahre stabil und schwankt nur innerhalb von Monaten um einen Mittelwert, der Meeresspiegel ist zumindest durch die befindliche Wassermenge auf der Erde eingeschränkt. Die Lautstärke von Radiosendungen schwankt zwischen Stille und einem zumutbaren Wert. Misst man über eine sehr lange Zeit, so findet man früher oder später ein maximales Schwankungsintervall. Ab einem gewissen Zeitunterschied wachsen die gemessenen Unterschiede im Mittel nicht mehr, egal wie groß man den Zeitabstand wählt. Die SLD folgt also unterhalb einer gewissen Frequenz einer Konstanten, oder sie fällt zu kleineren Frequenzen wieder ab, was eine Periodizität ergeben würde. Man wird also ein Potenzgesetzrauschen immer nur in einem gewissen Frequenzintervall feststellen können. In den meisten der obigen Beispiele sind die gemessenen Zeitreihen jedoch zu kurz, um diese untere Grenze der Frequenz messen zu können – so wie etwa bei dem Beispiel mit dem Meeresspiegel.

Würde die SLD einem Potenzgesetz bis hin zu beliebig kleinen Frequenzen folgen, so würde die Varianz mit der Länge der Zeitreihe immer weiter steigen und demnach divergieren. Die Größen von natürlichen Systemen divergieren nicht. Eine Blazar-Lichtkurve erreicht keine unendlich großen oder negativen Flüsse. Es gibt also eine natürliche Grenze in der absoluten Helligkeitsschwankung, die innerhalb einer gewissen Zeitskala stattfindet, die maximale Zeitskala der Variabilität genannt wird. In dieser Arbeit wird diese Grenze in den Fällen berücksichtigt, bei denen die Länge der Lichtkurve mutmaßlich die maximale Zeitskala der Variabilität übertrifft.

Der Exponent β in (1.17) bestimmt, wie sehr langsame Schwankungen die

schnellen dominieren. Bei einem größeren Wert ist die Zeitreihe glatter als bei einem kleineren Wert, bei dem der Verlauf unruhiger ist. Es haben sich folgende Begriffe durchgesetzt: Bei $\beta \approx 1$ spricht man von Rosa-Rauschen. Der Name mit der Farbe Rosa rührt daher, dass eine Lichtquelle mit einer Spektralverteilung, die einen f^{-1} -Verlauf hat von der Leistung im roten Bereich dominiert ist und rosa erscheint. Synonym wird der Begriff Funkelrauschen (Flicker-Noise) verwendet.

Eine rote Farbe des Lichtes erhält man bei einer Spektralverteilung mit $\beta \approx 2$, bei dem die Leistung noch stärker von kleineren (roten) Frequenzen dominiert werden. Ein Potenzgesetzrauschen mit $\beta \approx 2$ wird deshalb nach einem Vorschlag von E. N. Lorenz rotes Rauschen genannt (Ward & Shapiro, 1961). Ein Synonym ist Brownsches Rauschen, angelehnt an die zufällige Bewegung bei der Brownschen Molekularbewegung, die eine Zufallsbewegung (Random-Walk) ist. Es handelt sich bei rotem Rauschen um einen eindimensionalen Random-Walk.

Ist die Leistung über alle Frequenzen im Mittel gleichmäßig verteilt, so folgt das Spektrum einer Konstanten und man erhält ein weißes Licht. Ein Rauschen mit einem konstanten Verlauf der SLD wird deshalb weißes Rauschen genannt. Bei so einer Zeitreihe sind alle Messwerte unkorreliert. Das tritt z.B. bei statistischen Messfehlern auf.

Dieses Spiel mit den Farben kann man noch fortsetzen: $\beta < 0$ wird z.B. blaues Rauschen genannt. Der Begriff rotes Rauschen wird in der Literatur gelegentlich synonym für jegliches Rauschen mit $\beta \gtrsim 1$ verwendet. Um Verwechslungen vorzubeugen, wird in dieser Arbeit lieber der Begriff Potenzgesetzrauschen verwendet und der Wert für β bei Bedarf angegeben.

Physikalische Ursachen von Potenzgesetzrauschen

Potenzgesetzrauschen ist also ein allgegenwärtiges Phänomen, bei dem die Physik oder die dynamischen Gesetze sehr unterschiedlich sind. Es gibt unterschiedliche Modelle für AGN und insbesondere Blazare, die Potenzgesetzrauschen erklären.

Unabhängig vom physikalischen Modell gilt: Die größte Zeitskala der Variabilität hängt mit der maximalen Größe der Emissionsregion zusammen. Das lässt sich an einem Beispiel erklären: Angenommen, man steht vor einem Berg, von dem eine Lawine abgeht. Aufgrund von Nebel kann man den Berg zwar nicht sehen, jedoch die Lautstärke der Lawine und die Zeit messen, bis die Lawine zu Ruhe kommt. Die Lautstärke sei ein gutes Maß für die Größe der Lawine. Die Messung wiederholt man für sehr viele Lawinen. Dabei stellt sich heraus, dass die lauteste Lawine eine Minute gebraucht hat, um sich voll zu entfalten. Es handelt sich also um die größte Lawine, die den gesamten Berg betrifft. Welche Aussage kann über die Höhe h des Bergs getroffen werden? Die Geschwindigkeit der Lawine sei v . Mit der Geschwindigkeit benötigt die Lawine die Zeit $t > h/v$ um vollständig nieder zugehen. Es ergibt sich $h < vt$. Setzt man einen vernünftigen Wert für v ein, so ergibt sich z.B. mit 300 km/h eine maximale Höhe von 5 km. Aber ganz sicher ist v kleiner als die Lichtgeschwindigkeit c , so dass $h < ct$ ist.

Für eine beliebige Emissionsregion lässt sich das folgendermaßen abstrahieren: Man stelle sich eine Emissionsregion als ein Volumen vor, in dem sich Elemente befinden, die zur Emission beitragen können. Ist die Emission der einzelnen Elemente nicht gekoppelt, so gleicht sich bei vielen Elementen die Variabilität in der Summe aus. Ist die Emission dieser Elemente gekoppelt, so dass die Emission eines Elementes ein anderes anregen kann, zu emittieren, so kann die Summe der Emissionen eine Variabilität haben. Die größtmögliche Emission findet dann statt, wenn alle Elemente emittieren. Die kleinstmögliche, wenn kein Element emittiert. Die Kopplung kann maximal mit Lichtgeschwindigkeit stattfinden. Die Zeit, die benötigt wird, damit die Emissionsregion sich von absoluter Ruhe bis zur totalen Emission entwickelt, sei τ_{\max} . Das ist die Zeitskala, in der die maximale Variabilität stattfindet. In dieser Zeit kann die Information durch die Kopplung maximal eine Strecke von $d < c\tau_{\max}$ zurückgelegt haben. Das Volumen ist daher auf einen Durchmesser d beschränkt. Wäre das Volumen größer, würde man auch eine Variabilität auf einer größeren Zeitskala als τ_{\max} messen. Die Größe einer beliebigen Emissionsregion lässt sich demnach grundsätzlich mit τ_{\max} einschränken. – unabhängig davon, wie sie geartet ist.

Für die Akkretionsscheibe gibt es unterschiedliche Erklärungsversuche für die Entstehung von Potenzgesetzrauschen. So könnten Turbulenzen dazu führen, dass der Akkretion in einem selbstorganisierten kritikalischen Prozess abläuft, bei dem die Akkretion lawinenartig stattfindet, wobei kleinere Lawinen häufiger und größere Lawinen seltener sind. Der Zeitpunkt des Auslösens einer Lawine ist nicht vorhersehbar, und daher als zufällig anzusehen. Kawaguchi *et al.* (1998) simulierten ein solches Modell und konnten zeigen, dass sich größere und kleinere Lawinen zu einem Potenzgesetzrauschen überlagern. Die größtmögliche Lawine betrifft die gesamte Akkretionsscheibe und markiert die größtmögliche Schwankung und damit die größte Zeitskala der Variabilität.

Das Modell von Lyubarskii (1997) basiert auf Fluktuationen des Viskositätsparameters α (siehe S. 7). Die Fluktuationen sind auf verschiedenen Radien in der Akkretionsscheibe unabhängig voneinander und finden auf einer lokalen Viskositäts-Zeitskala statt, die eine Funktion des Radius ist. Das führt dazu, dass langsame Schwankungen in der Akkretion bei großen Radien stattfinden. Bei kleineren Radien sind die Schwankungen schneller. Die Schwankungen überlagern sich, so dass die Akkretion beim inneren Radius der Scheibe einem Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1 - 2$ entspricht.

Eine maximale Zeitskala der Variabilität $\tau_{\max} = 1/f_{\min}$ ergibt sich aus dem äußeren Radius der Akkretionsscheibe r_d und der radialen Akkretionsgeschwindigkeit v_r zu

$$\tau_{\max} = \frac{r_d}{v_r}. \quad (1.18)$$

Nach dieser Zeit ist Materie vom äußeren Radius bis zum Zentrum gewandert, und verlässt quasi die Scheibe. Damit sind Korrelationen jenseits dieser Zeitskala

ausgeschlossen. Bei einer α -Scheibe ergibt sich mit Gleichung 1.7

$$\tau_{\max} \simeq \frac{1}{\delta^2} \frac{r_d^{3/2}}{\alpha \sqrt{GM_{\text{BH}}}} \quad (1.19)$$

$$\Rightarrow r_d \simeq \left(\delta^2 \tau_{\max} \alpha \sqrt{GM_{\text{BH}}} \right)^{2/3} \quad (1.20)$$

$$\Rightarrow r_d \simeq 4 \times 10^{16} \delta^{4/3} \left(\frac{\alpha}{0.3} \right)^{2/3} \left(\frac{\tau_{\max}}{1000 \text{ d}} \right)^{2/3} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^8 M_{\odot}} \right)^{1/3} \text{ cm} \quad (1.21)$$

Bei einer dünnen Scheibe ist

$$\delta \ll 1 \quad (1.22)$$

$$(1.23)$$

so dass

$$\Rightarrow r_d \ll 4 \times 10^{16} \left(\frac{\alpha}{0.3} \right)^{2/3} \left(\frac{\tau_{\max}}{1000 \text{ d}} \right)^{2/3} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^8 M_{\odot}} \right)^{1/3} \text{ cm} \quad (1.24)$$

Bei einer advektionsdominierten Scheibe ist

$$\tau_{\max} \simeq \frac{r_d^{3/2}}{\alpha \sqrt{GM_{\text{BH}}}} \quad (1.25)$$

(Lyubarskii, 1997, Gleichung 22 und dazugehörige Referenzen) , so dass analog

$$\Rightarrow r_d \simeq 4 \times 10^{16} \left(\frac{\alpha}{0.3} \right)^{2/3} \left(\frac{\tau_{\max}}{1000 \text{ d}} \right)^{2/3} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^8 M_{\odot}} \right)^{1/3} \text{ cm} \quad (1.26)$$

hergeleitet werden kann.

Eine Studie von McHardy *et al.* (2006) hat gezeigt, dass bei Seyfert-Galaxien bei der Zeitskala (reziproke Frequenz) τ_{Knick} die SLD von $\beta \approx 1$ zu $\beta \approx 2$ übergeht. Es wurde ein Zusammenhang zwischen τ_{Knick} , der bolometrischen Leuchtkraft L_B und der Masse des schwarzen Loches M festgestellt. Wird für die Leuchtkraft die Akkretionsrate \dot{m}_E in der Einheit der Eddington-Akkretionsrate eingesetzt, so ergibt sich

$$\frac{\tau_{\text{Knick}}}{1 \text{ d}} \simeq 0.7 \left(\frac{M}{10^8 M_{\odot}} \right)^{1.12} \dot{m}_E^{-0.98}. \quad (1.27)$$

Malzac (2014) entwickelte ein Emissions-Modell basierend auf Jet-internen Schocks, die durch Geschwindigkeitsschwankungen der Materie im Jet hervorgerufen werden. Die spektrale Energieverteilung (SEV) lässt sich damit modellieren. Die Geschwindigkeitsschwankungen werden vermutlich durch die Variabilität der Akkretion verursacht und gleichen einem Potenzgesetzrauschen mit $\beta \approx 1$. Dies hat Auswirkungen auf die Variabilität der Flüsse, die selbst ein Potenzgesetzrauschen darstellen. Bei dem binären schwarzen Loch GX 339-4 konnte damit die SEV erklärt werden (Drappeau *et al.*, 2015). Dabei wurde für die SLD der Geschwindigkeitsvariationen die SLD der Röntgenlichtkurve angenommen, die am besten die variable Akkretion widerspiegelt. Dies ist ein Hinweis auf eine Verbindung zwischen Akkretion und Jet-Emission.

1.4.2 Periodizitäten

Bei AGN wird ein mögliches periodisches Verhalten erwartet, weil die Akkretionsscheibe und mutmaßlich der Jet einen Gesamtdrehimpuls haben. Periodische Helligkeitsschwankungen könnten durch spiralförmige Bewegung der Materie im Jet entstehen. Dadurch verändert sich der Winkel zwischen Sichtlinie des Beobachters und der Bewegungsrichtung der emittierenden Materie periodisch, was zu einer periodischen Veränderung der Dopplerverstärkung und damit der Helligkeit führt.

Durch die auf den Beobachter gerichtete Bewegung der emittierenden Materie mit dem Lorentzfaktor Γ scheinen zeitliche Veränderungen der Materie für den Beobachter schneller abzulaufen. Eine Veränderung im Ruhesystem der Materie in dem Zeitraum T scheint im Ruhesystem des Beobachters in einem kürzeren Zeitraum T_{Obs} stattzufinden. Die Expansion des Universums hat einen gegensätzlichen Einfluss, so dass sich mit der kosmischen Rotverschiebung z

$$T_{\text{Obs}} = \frac{1+z}{\Gamma} T \quad (1.28)$$

ergibt.

Rieger (2004, 2007) erläutert vier Mechanismen, die eine solche Jet-Dynamik erzeugen. Sie sind in Abb. 1.5 dargestellt. Ein Mechanismus ist:

A: So könnte der Jet selbst rotieren. Die beobachteten Veränderungen sind durch die relativistische Bewegung der Materie in Richtung Beobachter nach (1.28) verkürzt, was in beobachtete Perioden von $P \lesssim 10$ d resultiert.

Wechselwirkungen mit einem weiteren kleineren (sekundären) schwarzen Lochs, das sich einem Orbit um das zentrale schwarze Loch befindet, sind ebenso denkbar. Letzteres könnte durch das frühere Verschmelzen zweier Galaxien dorthin gelangt sein. Damit sind drei weitere Mechanismen möglich:

B: Die gravitative Anziehung des sekundären schwarzen Loches könnte die Materie im Jet ablenken, was nach (1.28) zu verkürzten beobachteten Periodizitäten von $P \gtrsim 10$ d führte.

C: Die Wechselwirkung mit dem sekundären schwarzen Loch könnte eine Jet-Präzession erzeugen, die eine beobachtete Periode von $P \gtrsim 100$ d oder eher $P \gtrsim 1$ a hervorrufen würde.

D: Das sekundäre schwarze Loch könnte die Akkretionsscheibe z.B. durch eine Durchquerung beeinflussen. Der Einfluss würde sich periodisch zweimal pro Orbit wiederholen, wodurch eine Periode von einigen Jahren entstünde. Einen periodischen Einfluss auf die Emission im Jet setzt allerdings eine Verbindung von Akkretionsscheibe und Jet voraus.

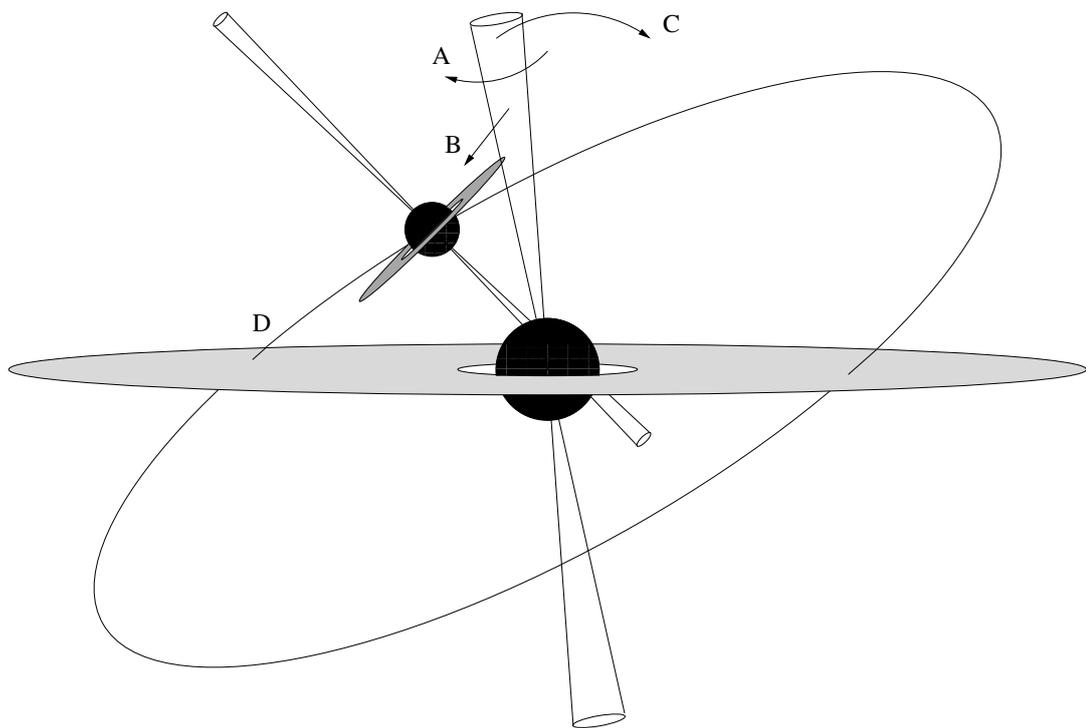


Abbildung 1.5: Mögliche Ursachen für Periodizitäten. A: interne Rotation des Jets ($P \lesssim 10$ d). B: Anziehung des Jets durch ein sekundäres schwarzes Loch ($P \gtrsim 10$ d). C: Präzession des Jets ($P \gtrsim 100$ d). D: Beeinflussung (eventuell Durchquerung) der Akkretionsscheibe durch das sekundäre schwarze Loch ($P \approx$ einige Jahre).

Kapitel 2

Beobachtungsinstrumente

2.1 Das ROTSE Teleskop-System

Dieser Abschnitt beinhaltet die gekürzte und überarbeitete Darstellung aus Kastendieck (2009, Kap. 2). Die Informationen in diesem Abschnitt stammen aus Akerlof *et al.* (2003) und Yost *et al.* (2006).

Das *Robotic-Optical-Transient-Search-Experiment-III* (ROTSE-III, im Folgenden ROTSE) ist ein Teleskopsystem bestehend aus vier optischen Teleskopen, die auf der Erde so verteilt sind, dass ein Himmelsobjekt nahezu jederzeit beobachtet werden kann. Die Standorte sind Fort Davis in den USA, Bakirlitepe in der Türkei, in Coonabarabran in Australien und in Khomas in Namibia. Derzeit ist nur noch das Teleskop in der Türkei in Betrieb.

Die ROTSE-Teleskope sind zwischen 2001 und 2003 in Betrieb genommen worden, um sehr schnelle Folgebeobachtungen von detektierten Gammastrahlungsausbrüchen zu beobachten sowie den Himmel nach veränderlichen Objekten und kurzlebigen astronomischen Ereignissen, sogenannten „Transients“ zu durchmustern.

Die Teleskope sind vom Typ Ritchey-Chrétien, was ein modifiziertes Cassegrainteleskop ist. Die Optik ist in Abbildung 2.1 dargestellt. In dem Teleskop sind zwei Spiegel so angeordnet, dass einfallendes Licht von einem parabolischen Hauptspiegel (Durchmesser 450 mm) auf einen planen Fangspiegel reflektiert wird. Dieser fokussiert das Bild auf den Detektor, der sich 75 mm vor dem Hauptspiegel befindet. Das Bild wird durch vier Linsen zwischen Fangspiegel und Sensor entzerrt. Die gesamte Brennweite des Teleskops ist damit 850 mm.

Der vom Sensor ausgelesene Teil des Gesichtsfeldes beträgt $1,85^\circ \times 1,85^\circ$. Mit dem Öffnungsverhältnis $850/450 = 1,89$ verfügt ROTSE über eine sogenannte schnelle Optik, d.h. im Verhältnis zu anderen Teleskopen ist die benötigte Belichtungszeit für eine Beobachtung kurz. Das Bild wird auf einen rückwärtig belichteten Marconi *Charge-Coupled-Devices*-Sensor (CCD-Sensor) mit 2048×2048 Bildpunkten fokussiert. Die Bildpunkte haben eine Größe von $13,5 \mu\text{m}$.

Die Optik stellt einen Breitbandfilter dar, der Licht mit Wellenlängen von etwa 400 bis 900 nm passieren lässt. Weitere Filter sind nicht vorhanden. Bei einer Belichtungszeit von 60 s können in dunklen Nächten Objekte bis zu einer scheinbaren Helligkeit von etwa 19 mag beobachtet werden. Die Anzahl der be-

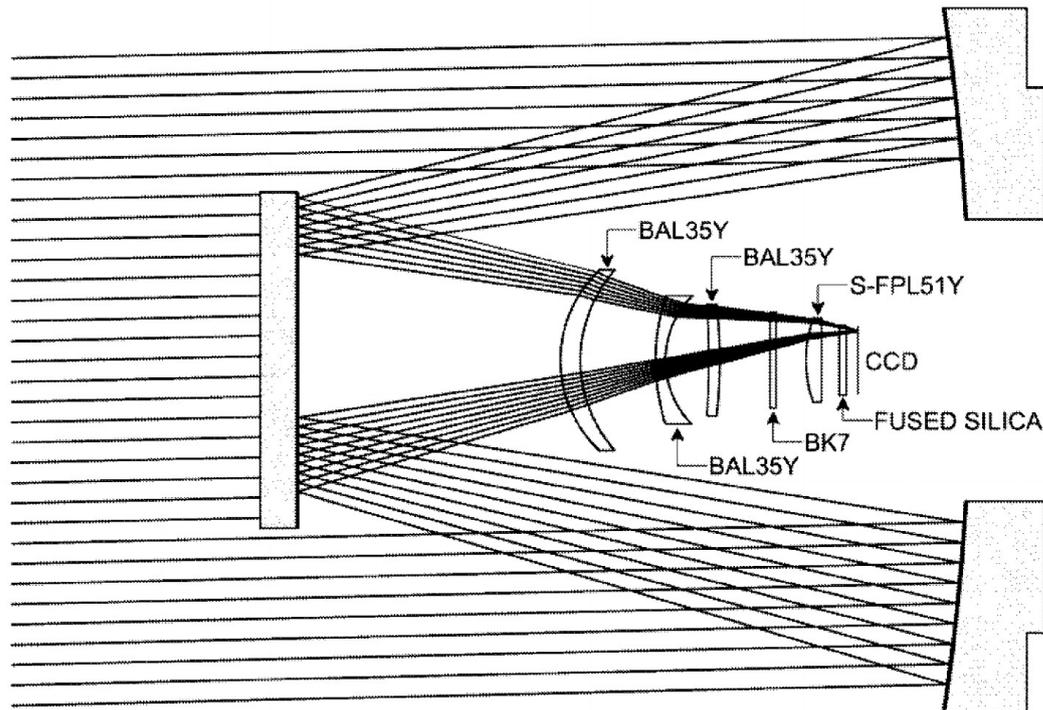


Abbildung 2.1: Schematischer Aufbau der Ritchey-Chrétien Optik von ROTSE-III aus Akerlof *et al.* (2003). Die Strahlen stellen Licht von einer Quelle dar, die am Rand des Gesichtsfeldes liegt. BAL 35Y und S-FPL51Y sind Bezeichnungen für Gläser der OHARA GmbH. BK7 bezeichnet ein Glas der Schott AG. Fused Silica ist Quarzglas.

obachteten Objekte auf einer Aufnahme liegt in der Größenordnung von 10.000. Die Spiegelposition wird mit einem Schrittmotor auf einer Strecke von 1 mm automatisch fokussiert. Die Position des Fangspiegels wird im Bedarfsfall ebenfalls korrigiert.

Damit das Teleskop vor Umwelteinflüssen geschützt ist, befindet es sich in einem Stahlgehäuse mit einem Durchmesser von 229 cm und einer Höhe von 219 cm (siehe dazu Abbildung 2.2, links). Damit passt das Gerät durch die Tür eines Containers, so dass der Transport zu den vier Standorten mit herkömmlichen Mitteln vonstatten gehen konnte. Das Gehäuse besitzt eine aufklappbare Abdeckung aus Aluminium, die mit einem elektrischen Motor geöffnet werden kann.

Für die schnelle Beobachtung der optischen Emission von Gammastrahlungsausbrüchen ist das Teleskop auf einer sehr schnell schwenkbaren äquatorialen Montierung aufgehängt. Dadurch kann es innerhalb von vier Sekunden aus senkrechter Stellung in jede Position ausgerichtet werden.

ROTSE führt regelmäßige Beobachtungen variabler Objekte durch. Neben variablen Sternen sind dies aktive galaktische Kerne. Letztere werden von der H.E.S.S.-Kollaboration (Hinton & the HESS Collaboration, 2004) mit ROTSE-IIIc in Namibia beobachtet. Es steht dort auf dem Gelände der H.E.S.S. Teleskope auf einer Höhe von etwa 1.800 m. Die Position ist $23^{\circ}16'18''$ S, $16^{\circ}30'00''$ O.

Insgesamt wurden 66 AGNs und AGN-Kandidaten zwischen 2003 und 2010



Abbildung 2.2: Das ROTSE-Teleskop. Links: Gehäuse mit geöffneter Abdeckung (Dieter Horns, persönliche Kommunikation). Rechts: Das Teleskop im inneren des Gehäuses (<http://www.rotse.net/>).

regelmäßig beobachtet. Jede Nacht wurden etwa zehn Aufnahmen von jedem dieser Objekte (falls sichtbar) gemacht. Die Belichtungszeit beträgt in der Regel 20 oder 60 Sekunden.

Das Datennahmesystem berechnet eine relative Photometrie. Weil ROTSE einen Breitbandfilter besitzt, wird die R-Band-Helligkeit eines Objektes an den Katalogwerten der R-Band-Helligkeiten von nicht-veränderlichen Sternen kalibriert. Dabei wird angenommen, dass das Objekt ein Sternenspektrum hat. Das trifft bei Blazaren nicht zu, so dass es einen systematischen Fehler auf die R-Band-Magnitude gibt. Der Fehler muss berücksichtigt werden, wenn z.B. die Helligkeiten mit denen anderer Instrumente verglichen werden. Für eine detaillierte Beschreibung der Datennahme siehe Akerlof *et al.* (2003) und Yost *et al.* (2006).

2.2 *Fermi*-LAT

Die Darstellung in diesem Abschnitt folgt Atwood *et al.* (2009).

Am 11. Juni 2008 brachte eine Delta-II-Rakete das *Gamma-ray-Large-Area-Space-Telescope* (GLAST) auf eine erdnahe Umlaufbahn in 565 km Höhe (Greiner, 2010). Anschließend wurde es in *Fermi-Gamma-ray-Space-Telescope* umbenannt. An Bord befindet sich das *Fermi-Large-Area-Telescope* (*Fermi*-LAT). Dabei handelt es sich um einen bildgebenden Gammastrahlungs-Detektor, mit dem Gammastrahlung zwischen weniger 20 MeV und mehr als 500 GeV detektiert werden kann.

Der Detektor ist ein sogenannter Paarumwandlungs-Detektor, dessen Funktionsweise auf der Paarerzeugung von Elektron-Positron-Paaren durch ein hochenergetisches Gammaphoton basiert. Der Aufbau ist in Abb. 2.3 dargestellt und besteht aus einem Teilchenspurdetektor und einem Kalorimeter, die jeweils aus einer Anordnung von vier mal vier (insgesamt 16) Modulen bestehen. Jedes Teilchenspurdetektor-Modul setzt sich aus einer schichtweisen Anordnung von 18 übereinander liegenden Ebenen zusammen. Eine Ebene besteht aus zwei Schichten eines Siliziumdetektors. Die Ebenen sind durch Wolframfolien be-

deckt, die die Paarerzeugung auslösen.

Der Detektor ist von einem mehrteiligen Antikoinzidenz-Detektor abgedeckt, der einfallende kosmische Strahlung detektiert und somit eine Selektion von Gamma-Ereignissen ermöglicht. Durch die Spurverfolgung des Elektrons und Positrons kann die ursprüngliche Richtung des Gamma-photons rekonstruiert werden.

Unter dem Teilchenspurdetektor befindet sich das Kalorimeter. Jedes Kalorimetermodul besteht aus 96 Cäsiumiodid-Kristallen. Beim Durchgang des Elektron-Positron-Paares findet Szintillation statt, die mit Photodioden gemessen wird, womit die Energie des Elektrons und des Positrons gemessen wird. Daraus lässt sich die Energie des Gammaphotons rekonstruieren.

Der gesamte Aufbau misst $1,8\text{ m} \times 1,8\text{ m} \times 0,72\text{ m}$. Bei Photonenenergien von 1 GeV misst das Gesichtsfeld $2,4$ Steradian, was etwa 20% des gesamten Himmels abdeckt. Damit kann mit *Fermi-LAT* in weniger als sechs Stunden jede Region des Himmels für etwa 30 min beobachtet werden.

Für die Analyse werden die Photonen aus der betreffenden Region betrachtet und mit einer Maximum-Likelihood-Methode den möglichen Quellen zugeordnet. Dazu wird die Software *Fermi-Science-Tools* von der Nasa auf der Webseite des *Fermi-Science-Support-Centers* (<https://fermi.gsfc.nasa.gov/ssc/>) zur Verfügung gestellt. Darüber sind ebenso die Daten der detektierten Photonen zugänglich.

Um den Fluss einer oder mehrerer variabler Quellen zu messen, wird jeweils eine Annahme über das Spektrum gemacht und Parameter wie Flussnormierung und spektrale Indizes frei gelassen. Alle anderen Parameter z.B. von Quellen, die als konstant definiert werden, werden auf Katalogwerte gesetzt. Die besten Werte werden mit der Maximum-Likelihood-Methode angepasst, wobei die Eigenschaften des Detektors wie Punktantwortfunktion und effektive Fläche berücksichtigt werden. Bei diesen von allen möglichen Parameterwerten werden die gemessenen Richtungen und Energien der Photonen mit größter Wahrscheinlichkeit erzeugt. Es gibt also eine dreidimensionale Wahrscheinlichkeitsdichte (zwei Dimensionen für die Richtung und eine für die Energie), die durch die Überlagerung aller hypothetischer Quellen modelliert wird. Neben Punktquellen werden auch die beiden diffusen Quellen: diffuser galaktischer Hintergrund und isotrope Emission berücksichtigt.

Um eine Lichtkurve für eine Quelle zu erzeugen werden alle Photonen in

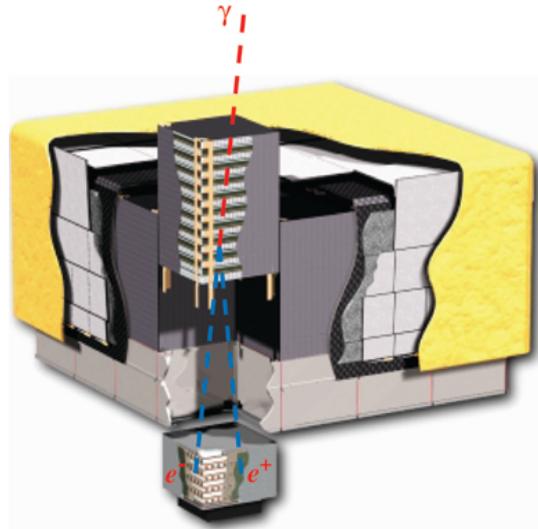


Abbildung 2.3: Aufbau des *Fermi-LAT* aus Atwood *et al.* (2009). Das einfallende Gamma-Photon (rote gestrichelte Linie) erzeugt an der Wolframfolie ein Elektron-Positronpaar, dessen Trajektorien (blau gestrichelte Linie) mit den Siliziumdetektorschichten gemessen werden. Im Kalorimeter werden die Energien gemessen.

Intervallen mit derselben Länge berücksichtigt. Die Länge liegt je nach Flussniveau bei Blazaren in der Größenordnung von einigen 10 d. Für jedes Intervall werden die freien Parameter angepasst. Aus dem angepassten Spektrum mit der dazugehörigen angepassten Normierung ergibt sich der Fluss für das jeweilige Intervall. Der Fehler auf den Fluss ergibt sich aus der Poissonstatistik.

2.3 H.E.S.S.



Abbildung 2.4: Zwei der vier H.E.S.S. Teleskope aus der ersten Phase (van Eldik & Hofmann, 2008).

Dieser Abschnitt folgt van Eldik & Hofmann (2008). Das *High-Energy-Stereoscopic-System* H.E.S.S.– benannt nach Viktor Hess, dem Entdecker der kosmischen Strahlung – ist eine Anordnung von Spiegelteleskopen in Khomas, Namibia. H.E.S.S. bestand in seiner sogenannten ersten Phase für acht Jahre aus vier identischen Teleskopen, wie sie auf dem Foto in Abb. 2.4 zu sehen sind¹.

Mit H.E.S.S. wird die Cherenkov-Emission von elektromagnetischen Kaskaden beobachtet, die durch kosmische Strahlung und sehr hochenergetische Gammastrahlung (im TeV-Bereich) aus dem All in der Erdatmosphäre in etwa 10 km Höhe erzeugt werden. Die Kaskaden werden Luftschauer genannt. Das Prinzip der Detektion ist in Abb. 2.5 dargestellt.

Damit Cherenkov-Strahlung entsteht, muss ein geladenes Teilchen schneller als die Lichtgeschwindigkeit in Luft (bei 10 km Höhe) sein. Das ist bei einem Elektron ab einer Energie von etwa 35 MeV der Fall. Damit ist die prinzipielle Untergrenze für die zur Detektion notwendige Energie des primären Teilchens definiert. Ein mit H.E.S.S. gemessener Luftschauer kann aus vielen tausend

¹Mit der Erweiterung um ein wesentlich größeres Teleskop begann die zweite Phase. In dieser Arbeit werden nur Lichtkurven analysiert, die in der ersten Phase aufgenommen wurden. Deshalb wird hier nur das System der ersten Phase beschrieben.

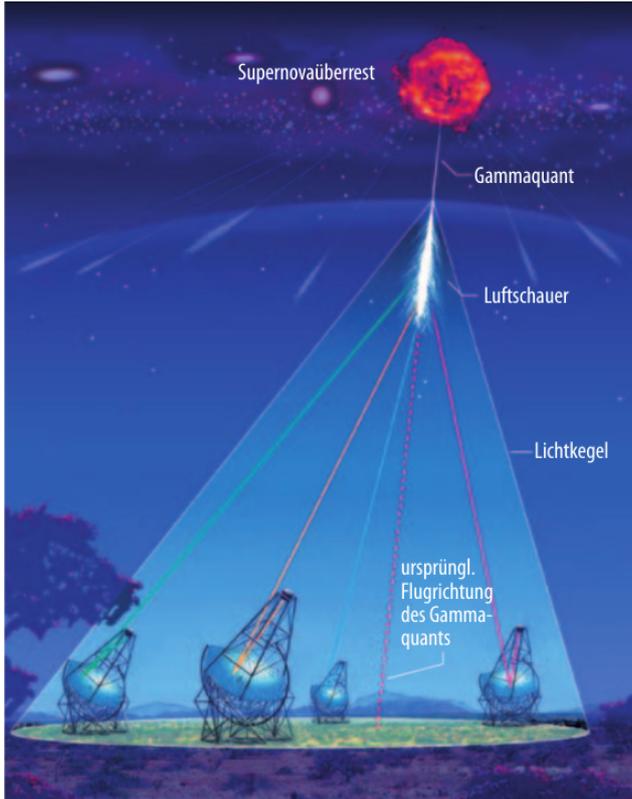


Abbildung 2.5: Detektion von kosmischer Gammastrahlung mit H.E.S.S. (van Eldik & Hofmann, 2008). Ein Gammaphoton von einer kosmischen Quelle (hier ein Supernovaüberrest) löst eine elektromagnetische Kaskade (Luftschauer) in der Atmosphäre aus. Elektrisch geladene Teilchen (Elektronen, Positronen) erzeugen Cherenkov-Licht, das in einem Kegel abgestrahlt wird. Die H.E.S.S.-Teleskope registrieren diese Emission und rekonstruieren die Richtung und Energie des kosmischen Gammaphotons.

Teilchen bestehen. Die Anzahl ist dabei proportional zur Energie des Primärteilchens. Mit der Intensität der Cherenkovstrahlung wird die Energie des Primärteilchens rekonstruiert.

Ein primäres Gammaphoton mit einer Energie von etwa 180 GeV, das ungefähr aus dem Zenit (Zenitwinkel ca. 20°) kommt, strahlt Cherenkov-Strahlung in einem Kegel ab, der auf dem Erdboden einen Durchmesser von etwa 120 m hat. Ein Kreis mit diesem Durchmesser hat eine Fläche von etwa 50.000 m^2 , was die Nachweisfläche von H.E.S.S. ergibt. Bei einer Energie von 1 TeV ist die Nachweisfläche mit etwa 200.000 m^2 wesentlich größer (Aharonian *et al.*, 2006, Fig. 13a).

Bei einem 1 TeV-Luftschauer treffen etwa 100 Photonen pro Quadratmeter auf den Boden. Ein H.E.S.S.-Teleskop hat daher einen großen Spiegel mit einer Fläche von jeweils 107 m^2 und eine Kamera bestehend aus 960 Photomultipliern. Etwa 1.000 Cherenkov-Photonen müssen gemessen werden, um ein verwertbares Bild des Luftschauers zu erhalten. Dies bestimmt die untere Energieschwelle von detektierbaren Primärteilchen zu etwa 100 GeV. Das Gesichtsfeld beträgt 5°

Werden die Teleskope auf einen größeren Winkel von ungefähr 45° zum Zenit ausgerichtet, ist auch die Distanz zu möglichen Luftschauern größer. Damit wird ein größerer Bereich betrachtet, in dem Schauer auftreten können, und der Durchmesser des Cherenkov-Kegels ist am Boden größer, was die Nachweisfläche erhöht. Allerdings werden durch die größere Distanz weniger Photonen registriert. Die Wahrscheinlichkeit, für eine Schauerrekonstruktion sinkt deshalb für Gammaphotonen mit kleiner werdender Energie, was sich negativ auf die Nachweisfläche auswirkt. Deshalb ergibt ein so großer Zenithwinkel erst bei Energien von mehr als ca. 500 GeV eine Vergrößerung der Nachweisfläche.

Kapitel 3

Variabilität von PKS 2155-304

PKS 2155-304 ist ein Bl-Lacertae-Objekt in der Südhemisphäre bei einer Rektaszension von $21^{\text{h}}58^{\text{m}}52,0^{\text{s}}$ und einer Deklination von $-30^{\circ}13'32''$ (Julianische Standardepoeche J2000) (NED¹). Das optische Spektrum dieser variablen Quelle ist glatt und hat einen zeitlich variierenden Farbindex von $B - V \approx 0,28 \dots 0,36$ mag (Miller & McAlister, 1983). Aufgrund des Fehlens von Linien im Spektrum ist die Rotverschiebung von $z = 0.116$ anhand rot-verschobener Spektrallinien anderer Galaxien gemessen worden, die in der räumlichen Nähe zu PKS 2155-304 liegen (Falomo *et al.*, 1993). Mit einer scheinbaren Helligkeit von $m_V \approx 14^{\text{mag}}$ ist es eines der hellsten seiner Art.

Der größte Anteil von optischem Licht stammt aus einer zentralen Region (Kern) der elliptischen Galaxie. Falomo *et al.* (1991) separierten die Helligkeitsanteile von Kern und der restlichen Galaxie anhand eines gemessenen Helligkeitsprofils. Dazu wurde angenommen, dass die Oberflächenhelligkeit eine Überlagerung von einer Punktquelle und eines De-Vaucouleurs-Profiles ist, das die Oberflächenhelligkeit einer elliptischen Galaxie beschreibt. Die angenommene Oberflächenhelligkeit wurde mit der Punktabbildungsfunktion des verwendeten Instrumentes gefaltet und an das gemessene Profil angepasst. Unter der Annahme einer flachen Kosmologie mit $H_0 = 50$ und $q_0 = 0$ errechneten sie die absolute Helligkeit der Galaxie ohne Kern zu $-24,2^{\text{mag}}$ im Gunn-i-Filter², was im R-Band $M_R = -24,4^{\text{mag}}$ entspricht (Falomo, 1996). Durch bodengestützte Beobachtungen im Nah-Infrarot konnten Kotilainen *et al.* (1998) die scheinbare Helligkeit ohne den Beitrag des Kerns zu $m_H = 12,4^{\text{mag}}$ ermitteln. Die absolute Helligkeit mit derselben Kosmologie ergab $M_H = -26,9^{\text{mag}}$. Mit dem Farbindex $R - H = M_R - M_H = 2,5$ ergibt sich eine scheinbare Helligkeit der Galaxie ohne

¹Die NASA/IPAC Extragalactic Database (NED) betrieben durch das Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, unter Vertrag mit der National Aeronautics and Space Administration.

²In der Astronomie finden bei der Photometrie unterschiedliche Filter Anwendung, die eine definierte Durchlässigkeit für Licht in Abhängigkeit von der Wellenlänge haben. Für eine Zusammenfassung siehe z.B. Bessell (2005) oder auch <https://www.astro.umd.edu/~ssm/ASTR620/mags.html>. Es gibt verschiedene Systeme von Filtern, wie das häufig verwendete Johnson-Cousins-System, dessen Filter von Ultraviolett bis Nah-Infrarot mit den Buchstaben U,B,V,R und I bezeichnet werden. Das Gunn-Thuan-System mit den Filterbezeichnungen u,g,r,i und z wird u.a. vom Sloan-Digital-Sky-Survey (SDSS) <http://www.sdss.org/> verwendet.

Kern zu $m_R = 14,9^{\text{mag}}$.

Der optische Fluss von PKS 2155-304 schwankt von Nacht zu Nacht zwischen 2% (Smith *et al.*, 1992) und 10% (Heidt *et al.*, 1997). Die kleinste Zeitskala, auf der Helligkeitsschwankungen im optischen aufgelöst werden konnte, ist $t_{\text{min}} < 15$ min; die Variabilität auf einer Zeitskala bis zu etwa 10 d ist mit Potenzgesetzrauschen mit einem Index $\beta = 2,4$ vereinbar (Paltani *et al.*, 1997). Ein ähnliches Verhalten wurde im Röntgenbereich beobachtet. Die Variabilität auf einer Zeitskala von Minuten bis hin zu etwa 1 d wurde anhand 14 Lichtkurven mit einem Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,7 \dots 3,5$ charakterisiert (Gaur *et al.*, 2010).

Im July/August 2006 war PKS 2155-304 für einige Tage in einem sehr hohen Flusszustand von Gammastrahlung sehr hoher Energie (>100 GeV) (Aharonian *et al.*, 2007). Der nächtliche mittlere Fluss war >10 mal höher als in den Jahren von 2005 bis 2007 (Abramowski *et al.*, 2010). Für einige Minuten war der Fluss sogar ungefähr 100 mal größer als im üblichen Zustand, der hier Ruhezustand genannt wird. Dabei wurden schnelle Flussänderungen auf Zeitskalen bis runter zu drei Minuten gemessen. Die Variabilität während dieses Hochzustandes konnte als Potenzgesetzrauschen mit $\beta \approx 2$ charakterisiert werden. Die Häufigkeitsverteilung der beobachteten Flüsse (Flusszustandsverteilung) war während des Ruhezustands nicht normalverteilt, sondern in der Art verzerrt, dass hohe Flüsse seltener vorkamen als niedrige. Die Verteilung der logarithmierten Flüsse war dagegen zu einer Normalverteilung kompatibel. Man sagt dazu: die Flüsse sind log-normalverteilt oder die Flusszustandsverteilung folgt einer Log-Normalverteilung. Die Flusszustandsverteilung des gesamten Datensatzes 2005 bis 2007, also der Ruhezustand plus dem Hochzustand glich einer Überlagerung zweier Log-Normalverteilungen (Abramowski *et al.*, 2010, Abb. 3).

In diesem Kapitel wird die Variabilität des Flusses von PKS 2155-304 im R-Band auf folgende Aspekte hin untersucht:

- Potenzgesetzrauschen (Abschnitt 3.1)
- log-normales Verhalten (Abschnitt 3.2)
- Potenzgesetzrauschen mit einer maximalen Zeitskala der Variabilität (Abschnitt 3.3)
- Periodizitäten (Abschnitt 3.4)

Die dazu verwendeten Analyseketten werden im Folgenden anhand der R-Band-Lichtkurve ausführlich erklärt. Die Anwendung auf weitere Lichtkurven (anderer Instrumente oder Quellen) sind kompakter dargestellt.

3.1 Optische Lichtkurve

PKS 2155-304 wurde sieben Jahre lang mit dem ROTSE-III-Teleskop beobachtet. Insgesamt wurden 12.946 Aufnahmen gemacht. Davon erfüllen 6.310 die Qualitätskriterien des Datennahmesystems (Rykoff & Smith, 2003), die in Kastendieck (2009) festgelegt werden. Die daraus erstellte Lichtkurve ist in Abb. 3.1

gezeigt. Dabei ist der konstante Flussbeitrag der restlichen Galaxie abgezogen. In einigen Nächten gibt es >20 Aufnahmen von der Quelle. Der kleinste zeitliche Abstand zwischen zwei Messungen ist 7 s. Aufgrund von jahreszeitlich bedingter Sichtbarkeit bei Nacht und Wetterbedingungen gibt es teils periodische Beobachtungslücken. Die größte ist 127 d lang.

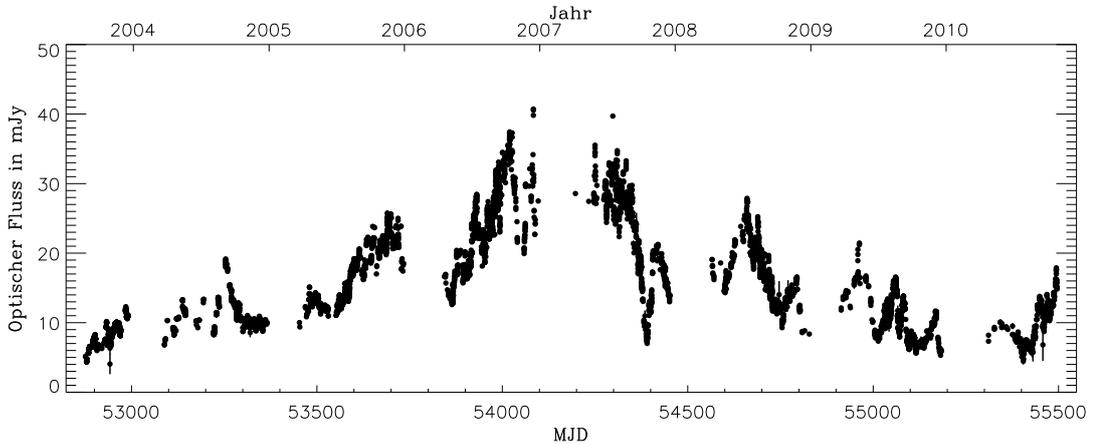


Abbildung 3.1: Optische R -Band-Lichtkurve der Kernregion von PKS 2155-304.

Die Helligkeit von PKS 2155-304 variiert offensichtlich mit der Zeit. Der Fluss steigt von ungefähr 5 mJy auf etwa 40 mJy. Im Jahr 2007 fällt er innerhalb weniger Monate wieder auf etwa 7 mJy. Die großen Veränderungen des Flusses sind von kleineren überlagert, wobei erstere tendenziell auf großen Zeitskalen stattfinden und letztere auf kleinen. Dieses Verhalten ist für Potenzgesetzrauschen charakteristisch.

Eine Lichtkurve bestehend aus ROTSE-Daten, die nur bis Ende 2008 reichen, wurde in Kastendieck (2009) auf Potenzgesetzrauschen hin untersucht. Es wurde $\beta = 2.029 \pm 0.052_{\text{statistisch}} \pm 0.034_{\text{systematisch}}$ bestimmt, wobei der statistische Fehler um etwa eine Größenordnung unterschätzt wurde (siehe unten).

Um die Lichtkurve als Potenzgesetzrauschen zu charakterisieren, ist im Idealfall die spektrale Leistungsdichte (SLD, siehe Abschnitt 1.4.1) zu berechnen. Die SLD lässt sich in diesem Fall jedoch nur näherungsweise berechnen, denn eine diskrete Fourier-Transformation ist aufgrund der unregelmäßigen Abtastung nicht möglich. Dazu wird in dieser Arbeit eine verbreitete Methode, das Lomb-Scargle-Periodogramm, verwendet. Eine andere verbreitete und hier verwendete Methode ist die Strukturfunktion erster Ordnung. Sie berechnet nicht die SLD, sondern schlüsselt in der Zeitdomäne auf, wie viel Variabilität auf den unterschiedlichen Zeitskalen stattfindet. Eine in dieser Arbeit eigens entwickelte Methode, die Multiple-Fragmente-Varianz-Funktion genannt wird, ist ebenso für diesen Zweck geeignet. Im Folgenden werden die Methoden vorgestellt und ihre Eigenschaften an simuliertem Potenzgesetzrauschen untersucht.

3.1.1 Simuliertes Potenzgesetzrauschen

Zur Simulation von Potenzgesetzrauschen (siehe Abschnitt 1.4.1) wird die Methode von Timmer & Koenig (1995) verwendet. Dabei wird die Fouriertransfor-

mierte unter der Bedingung simuliert, dass ihr Betragsquadrat (also die spektrale Leistungsdichte, SLD) einem Potenzgesetz folgt. Real- und Imaginärteil der Fourierkomponenten sind dabei unabhängig voneinander normalverteilt. Anschließend wird eine inverse diskrete Fouriertransformation durchgeführt. Die einzelnen Schritte sind:

- Wähle einen Exponenten β für die SLD $f^{-\beta}$.
- Wähle eine gerade Anzahl N der zu simulierenden Datenpunkte.
- Für jede Frequenz

$$f_i \in \left\{ \frac{1}{N}, \frac{2}{N}, \dots, \frac{N/2}{N} \right\}$$

ziehe zwei um null normalverteilte Zufallszahlen mit der Varianz $f_i^{-\beta}$, geschrieben als $\mathcal{N}_1(0, f_i^{-\beta})$ und $\mathcal{N}_2(0, f_i^{-\beta})$. Diese Zahlen sind der Real- und Imaginärteil der Fourierkomponente zu f_i . Das Betragsquadrat der Komponente ist dann

$$\begin{aligned} & \mathcal{N}_1(0, f_i^{-\beta})^2 + \mathcal{N}_2(0, f_i^{-\beta})^2 \\ &= \left[f_i^{-\beta/2} \mathcal{N}_1(0, 1) \right]^2 + \left[f_i^{-\beta/2} \mathcal{N}_2(0, 1) \right]^2 \\ &= f_i^{-\beta} [\mathcal{N}_1(0, 1)^2 + \mathcal{N}_2(0, 1)^2]. \end{aligned}$$

Das Betragsquadrat ist also um $f^{-\beta}$ verteilt, was dem geforderten Verlauf eines Potenzgesetzes mit dem Exponenten $-\beta$ entspricht. Die Verteilung ist eine Chi-Quadrat-Verteilung χ^2_2 mit zwei Freiheitsgraden. Das Betragsquadrat der Fouriertransformierten ist die SLD.

- Bei einer geraden Anzahl von Datenpunkten ist die Komponente für die Nyquistfrequenz $f_{\text{Nyq}} = \frac{1}{2}$ stets real.
- Eine inverse diskrete Fouriertransformation ergibt eine Zeitreihe von Potenzgesetzrauschen. Damit die Datenpunkte in der Zeitdomäne real sind, müssen die Komponenten der negativen Frequenzen $-f_i$ gleich den komplex konjugierten Komponenten der positiven Frequenzen sein.

Die nullte Fourierkomponente, die einen konstanten Beitrag zur Zeitreihe bestimmt, wird hier stets auf null gesetzt³. Potenzgesetzrauschen hat eine fraktale Eigenschaft, so dass die Einheiten von Zeit und Fluss frei gewählt werden können.

Diese Methode liefert eine Lichtkurve, die reinem Potenzgesetzrauschen entspricht, eine gleichmäßige Abtastung und keine Messunsicherheiten besitzt. Es ist jedoch eine Lichtkurve mit denselben Eigenschaften wie die ROTSE-Lichtkurve zu simulieren, so als wäre sie anstelle von PKS 2155-304 beobachtet worden.

³Ein konstanter Beitrag wird später bei der Normierung hinzugefügt. Dies kann jedoch erst nach Berücksichtigung der Abtastung erfolgen.

Diese Eigenschaften sind zunächst die Abtastung, die bei der tatsächlichen Beobachtung von PKS 2155-304 erfolgte. Weitere Eigenschaften sind die statistischen Merkmale wie der mittlere Fluss und die Flussvarianz. Des Weiteren sind realistische Messunsicherheiten hinzuzufügen.

Die Abtastung der realen Lichtkurve wird also auf die simulierte Lichtkurve übertragen: Die Zeiten in der simulierten Lichtkurve werden so verschoben, dass sie die reale Lichtkurve überlappt. Anschließend wird für jede reale Beobachtung der simulierte Datenpunkt ausgewählt, der ihr zeitlich am nächsten ist. Für jeden realen Beobachtungszeitpunkt gibt es also genau einen simulierten Fluss. Alle so gefundenen Paare ergeben die simulierten Beobachtungen, die damit die simulierte Lichtkurve ergeben.

Die simulierte Lichtkurve wird im Hinblick auf Varianz und Mittelwert auf die Merkmale der PKS 2155-304-Daten normiert: Die simulierten Flüsse der Lichtkurve werden so skaliert, dass sie die gleiche Varianz wie die echten Flüsse haben. Dazu werden erstere mit $S_{\text{real}}/S_{\text{sim}}$ multipliziert, wobei S_{real}^2 und S_{sim}^2 die Varianzen der realen bzw. simulierten Flüsse sind. Zu den simulierten Flüssen wird eine Konstante addiert, so dass ihr Mittelwert dem der echten Flüsse entspricht. Dafür werden zu den simulierten Flüssen $\bar{X}_{\text{real}} - \bar{X}_{\text{sim}}$ addiert, wobei \bar{X}_{real} und \bar{X}_{sim} die Mittelwerte der realen bzw. simulierten Flüsse sind.

Die Lichtkurve wird mit Messunsicherheiten versehen. Dazu wird zu jedem Fluss eine normalverteilte Zufallszahl addiert, wobei die Standardabweichung dem zu erwartenden Messfehler entspricht. Dieser ist eine Funktion des Flusses. Die hier verwendete Funktion wurde in Kastendieck (2009, Gleichung 4.16) anhand $\mathcal{O}(100)$ aufeinander folgenden Beobachtungen von $\mathcal{O}(1.000)$ Fixsternen parametrisiert. Sie folgt einem Potenzgesetz mit

$$\frac{\sigma_{\text{ROTSE}}(\Phi)}{\text{mJy}} = 0.0764 \left(\frac{\Phi}{10 \text{ mJy}} \right)^{1.302} + 0.0564, \quad (3.1)$$

wobei σ_{ROTSE} der zu erwartende Messfehler und Φ der Fluss ist.

Beim Simulieren der Lichtkurven müssen noch zwei Sachverhalte berücksichtigt werden. Erstens: Variationen, die auf Zeitskalen stattfinden, die größer als die Länge der Lichtkurve sind, erzeugen Langzeittrends. Dieser Effekt wird in deshalb *red-noise leak* genannt (Uttley *et al.*, 2002). Um dies zu berücksichtigen, sollte eine simulierte Lichtkurve mehr als zehnmals so lang wie die Länge T_{tot} der PKS 2155-304-Lichtkurve sein. Dazu wird bei der Simulation der SLD die kleinste Frequenz kleiner als $(10 T_{\text{tot}})^{-1}$ gewählt. Erst beim Übertragen der Abtastung erhält sie die Länge der PKS 2155-304-Lichtkurve.

Zweitens: Die zeitliche Auflösung der Lichtkurve ist auf die Zeiten zwischen den Beobachtungen beschränkt. Wie in Uttley *et al.* (2002) beschrieben, scheinen deshalb Variationen, die eigentlich auf kleineren Zeitskalen stattfinden, auf größeren Zeitskalen jenseits des Auflösungsvermögens stattzufinden. Dies wird Alias-Effekt genannt. Zur Veranschaulichung ist in Abb. 3.2 eine Zeitreihe in Form einer einfachen Sinusfunktion dargestellt. Zusätzlich ist die gleiche Sinusfunktion überlagert mit einer Sinusfunktion höherer Frequenz abgebildet. In diesem Beispiel gibt es bei beiden Zeitreihen drei Messungen (kleine Kreisscheiben). Die Abtastung entspricht der halben Periode des niederfrequenten Sinus. Die gemessene Varianz ist bei der Überlagerung größer, als bei der einfachen

Sinusfunktion. Der höherfrequente Anteil kann nicht aufgelöst werden, so dass die gesamte gemessene Amplitude scheinbar von dem niederfrequenten Sinus herrührt⁴. Im Hinblick auf die SLD werden die unaufgelösten Amplituden bei größeren Frequenzen jenseits der Auflösung auf kleinere Frequenzen aufgeschlagen. Dadurch ist die gemessene SLD weniger steil als die intrinsische.

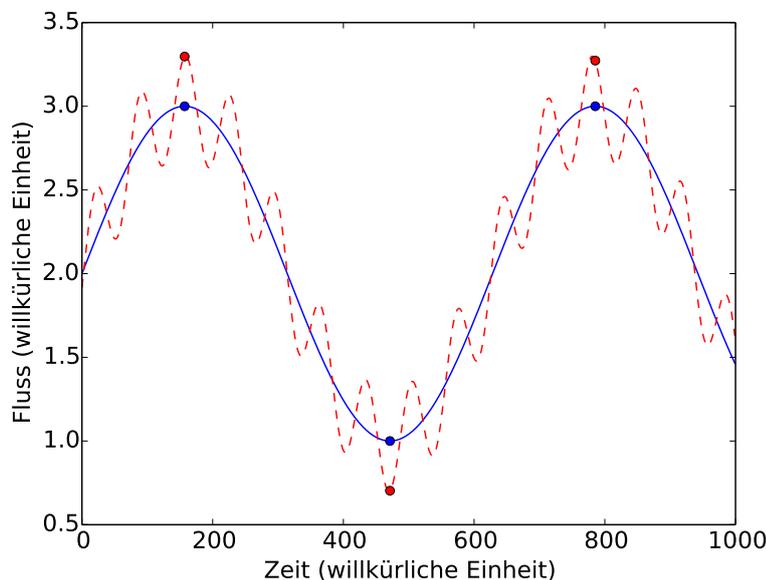


Abbildung 3.2: Punktmessungen von einem Sinus (durchgezogene blaue Linie) und einer Überlagerung von demselben Sinus und einem mit größerer Frequenz (gestrichelte rote Linie). Bei der Überlagerung ist die gemessene Amplitude größer als bei dem einfachen Sinus.

Bei der Simulation von Lichtkurven ist die größte simulierte und damit beitragende Frequenz die Nyquistfrequenz f_{Nyq} . Das bedeutet, dass die Amplituden auf größeren Frequenzen nicht vorhanden sind und somit ihr Alias-Effekt in der simulierten Lichtkurve nicht auftritt. Dies verhält sich wie ein Tiefpassfilter, als ob die SLD bei Frequenzen oberhalb der Nyquistfrequenz gleich null ist. Die Leistung P_{Alias} der fehlenden Amplituden entspricht dem Integral der intrinsischen SLD oberhalb f_{Nyq} . Ein gemessener Flusswert entspricht dem mittleren Fluss während der Belichtungszeit ΔT_{bin} , die bei ROTSE etwa 1 min ist. Variationen auf kleineren Zeitskalen, d.h. auf größeren Frequenzen als $(2\Delta T_{\text{bin}})^{-1}$ sind demnach unaufgelöst. Der Alias-Effekt dieser größeren Frequenzen ist daher nicht vorhanden. Es reicht also, die SLD bis zu dieser Grenze zu integrieren, so dass

$$P_{\text{Alias}} = \int_{f_{\text{Nyq}}}^{(2\Delta T_{\text{bin}})^{-1}} P(f) df \quad (3.2)$$

ist. Um Alias-Effekte zu berücksichtigen, reicht es daher aus, wenn $f_{\text{Nyq}} = (2\Delta T_{\text{bin}})^{-1}$ ist. Ist das nicht möglich, weil es z.B. die Rechenkapazitäten übersteigt, müssen die fehlenden Alias-Effekte abgeschätzt werden. Uttley *et al.*

⁴ Auch bei zufälligen Phasen der Anteile erhöht sich im Mittel die gemessene Varianz bei der Überlagerung.

(2002) machen die Näherung, dass die durch den Alias-Effekt erzeugte Leistung gleichmäßig über alle Frequenzen zwischen T_{tot}^{-1} und f_{Nyq} verteilt wird, wobei T_{tot} die Gesamtlänge der Lichtkurve ist. Der Alias-Effekt entspricht also einem konstanten Beitrag

$$P_C = \frac{P_{\text{Alias}}}{f_{\text{Nyq}} - T_{\text{tot}}^{-1}} = \frac{1}{f_{\text{Nyq}} - T_{\text{tot}}^{-1}} \int_{f_{\text{Nyq}}}^{(2\Delta T_{\text{bin}})^{-1}} P(f) df \quad (3.3)$$

zur SLD. Demnach kompensiert dieser Beitrag den bei der Simulation unberücksichtigten Alias-Effekt.

In Abb. 3.3 ist der Verlauf der intrinsischen und der simulierten SLD, die bei f_{Nyq} abbricht, für $\beta = 1$ und $\beta = 2$ dargestellt. Zudem ist die korrigierte SLD abgebildet, zu der P_C addiert ist. In dieser Arbeit wird im konkreten Anwendungsfall das Verhältnis von P_C zur SLD diskutiert.

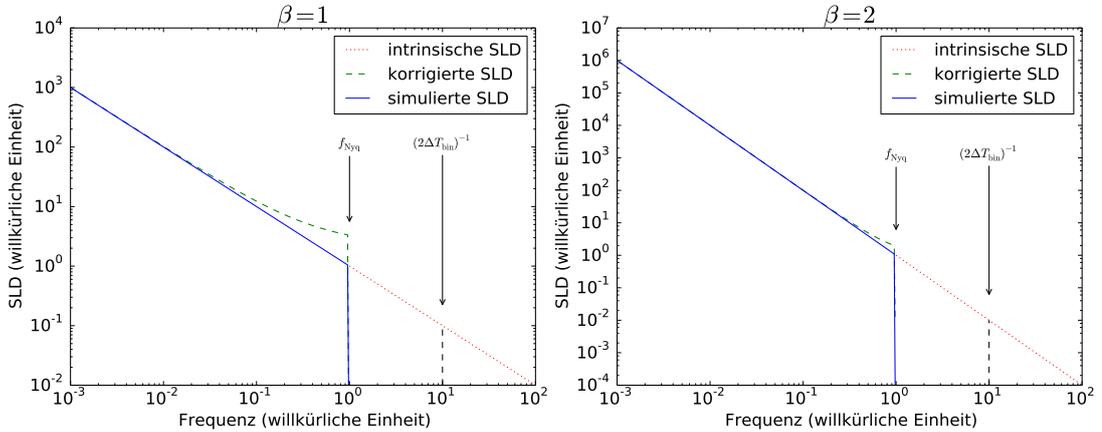


Abbildung 3.3: Der Alias-Effekt in der SLD für $\beta = 1$ (links) und $\beta = 2$ (rechts). Die simulierte SLD (blaue durchgezogene Kurve) bricht bei der Nyquistfrequenz ab. Die korrigierte SLD (grüne gestrichelte Kurve) hat den Beitrag entsprechend dem Integral der intrinsischen SLD (rote gepunktete Kurve) von f_{Nyq} bis $(2\Delta T_{\text{bin}})^{-1}$. Die Korrektur ist bei $\beta = 1$ größer als bei $\beta = 2$.

3.1.2 Lomb-Scargle-Periodogramm (LSP)

Eine verbreitete Methode, die SLD von unregelmäßig abgetasteten Zeitreihen näherungsweise zu berechnen, ist das Lomb-Scargle-Periodogramm (LSP) (Lomb, 1976; Scargle, 1982). Es ist eine Anpassung der Amplituden von harmonischen Komponenten. Sei (a_i) eine Zeitreihe mit den Zeiten (t_i) , so ist ihr Lomb-Scargle-Periodogramm definiert durch:

$$\mathcal{LSP}(\omega) = \frac{1}{2\sigma^2} \left\{ \frac{\left[\sum_j (a_j - \bar{a}) \cos \omega (t_j - \epsilon) \right]^2}{\sum_j \cos^2 \omega (t_j - \epsilon)} + \frac{\left[\sum_j (a_j - \bar{a}) \sin \omega (t_j - \epsilon) \right]^2}{\sum_j \sin^2 \omega (t_j - \epsilon)} \right\} \quad (3.4)$$

Dabei ist σ^2 die Varianz der Lichtkurve, auf die normiert wird, \bar{a} ist der Mittelwert der Messwerte. Die Zeitverschiebung

$$\epsilon = \frac{1}{2\omega} \tan^{-1} \frac{\sum_j \sin 2\omega t_j}{\sum_j \cos 2\omega t_j}$$

sorgt für die Invarianz von $\mathcal{LSP}(\omega)$ gegenüber einer Verschiebung der (t_i) um eine Konstante (Press & Rybicki, 1989). Damit wird eine Invarianz des LSP gegenüber der Phase der harmonischen Komponente mit der Frequenz ω erreicht.

Das LSP der PKS 2155-304-Lichtkurve ist in Abb. 3.4 in doppellogarithmischer Skala aufgetragen⁵. Die Frequenzen sind in logarithmisch gleichmäßigen Abständen mit 30 Werten pro Dekade gewählt. Der Graph steigt zu kleineren Frequenzen hin an. In der doppellogarithmischen Darstellung folgt er etwa einer Geraden mit einer Steigung von etwa eins, was einem Potenzgesetz $\sim f^{-1}$ entspricht. An einigen Stellen wie bei etwa $0,07 \text{ d}^{-1}$ und $0,003 \text{ d}^{-1}$ gibt es lokale Höchstwerte, was auf Periodizitäten in der Lichtkurve hindeutet. Es wäre jedoch voreilig, dieses Ergebnis als Verlauf der tatsächlichen SLD anzunehmen, ohne das LSP auf Zuverlässigkeit und störende Einflüsse zu prüfen.

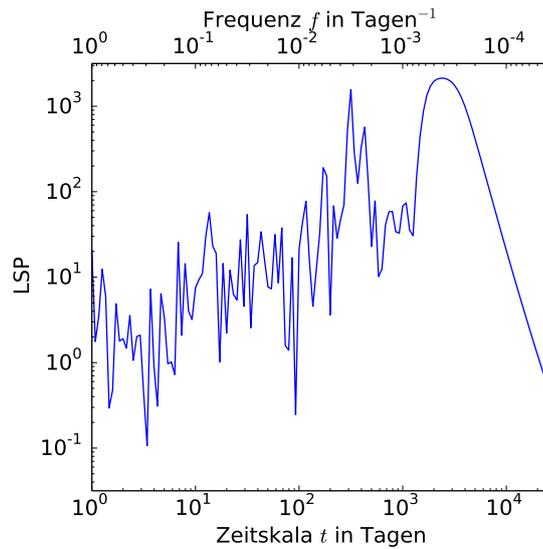


Abbildung 3.4: Lomb-Scargle-Periodogram der ROTSE-Lichtkurve der Kernregion von PKS 2155-304.

Um dies zu tun und den Alias-Effekt zu untersuchen, werden Lichtkurven mit bekannter intrinsischer SLD simuliert und ihr LSP berechnet. Zunächst wird eine regelmäßige Abtastung mit einem Intervall von 1 d verwendet. Es wird Potenzgesetze-Rauschen mit $\beta = 1$ ($1/f$ -Rauschen) simuliert. Es wird nur Variabilität bis zur Nyquistfrequenz $(2 \text{ d})^{-1}$ simuliert. Auf größeren Frequenzen findet keine Variabilität statt, so dass kein Alias-Effekt entsteht.

Es werden 4.000 Lichtkurven simuliert und jeweils das LSP berechnet, so dass 4.000 simulierte LSP mit wahren $\beta = 1$ entstehen. Die Funktionswerte $\mathcal{LSP}(f)$ an einer Stelle f werden in jeweils einem Histogramm zusammengefasst. Dieses zeigt, wie häufig ein bestimmter Wert an dieser Stelle auftritt, wenn das wahre $\beta = 1$ ist. Für jede Frequenz ergibt sich so ein Histogramm der simulierten LSP-Werte. Alle Frequenzen zusammengenommen ergeben ein zweidimensionales Histogramm, das in Abb. 3.5 oben links in blauer Farbskala dargestellt ist. Dieses entspricht der Häufigkeitsverteilung (im Folgenden

⁵Das LSP in dieser Arbeit wird gegen die Zeit (statt Frequenz) aufgetragen. Deshalb verläuft die Frequenz auf der Abszissenachse von großen zu kleinen Werten. Damit fällt der Vergleich mit der Strukturfunktion und der Multiple-Fragmente-Varianz-Funktion leichter, die ebenfalls gegen die Zeit aufgetragen werden.

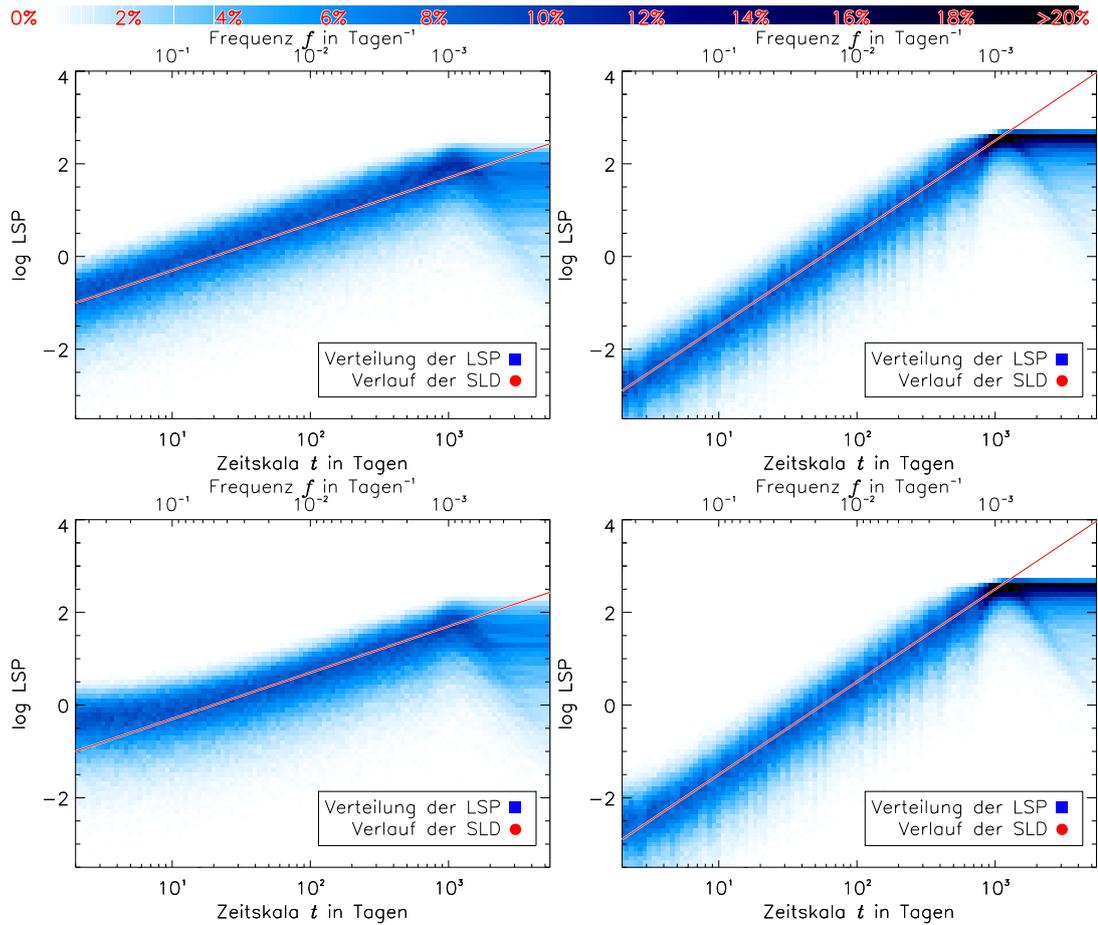


Abbildung 3.5: Zweidimensionale Häufigkeitsverteilungen (blaue Farbskala) der LSP-Werte von simulierten Lichtkurven mit gleichmäßiger Abtastung. Für jede Frequenz ist die Häufigkeit auf 100% normiert. Die rote Linie hat eine Steigung, die dem Verlauf der intrinsischen SLD (links $\beta = 1$, rechts $\beta = 2$) gleicht. Bei den beiden oberen Verteilungen gibt es keinen Alias-Effekt, hingegen schon bei den beiden unteren.

Verteilung) der gemessenen LSP-Werte. Die rote Gerade zeigt den Verlauf f^{-1} der intrinsischen SLD. Es ergibt sich, dass die Verteilung die gleiche Steigung hat. Bei $f \lesssim (1.000 \text{ d})^{-1}$ flacht sie ab und fächert sich auf, was auf die Länge der Lichtkurven von 1.024 d zurückzuführen ist. Es ist zwar Variabilität auf kleineren Frequenzen simuliert, die Langzeittrends erzeugt, aber das LSP kann offensichtlich unterhalb einer gewissen Frequenz, die etwa der reziproken Länge entspricht, die Variabilität nicht den einzelnen Frequenzen zuordnen.

Analog wird eine Verteilung für LSP-Werte von $1/f^2$ -Rauschen ($\beta = 2$) simuliert (Abb. 3.5 oben rechts). Auch hier ergibt sich, dass der Verlauf der Verteilung die gleiche Steigung wie die intrinsischen SLD hat. Ansonsten hat sie die Eigenschaften der Verteilung für $\beta = 1$. Zusätzlich hat sie schmalbandige Strukturen, sie ist bei etwa $(1.000 \text{ d})^{-1}$ schmaler, wie auch bei ungefähr $2/(1.000 \text{ d})$, $3/(1.000 \text{ d})$ usw. - vermutlich ganzzahlige Vielfache der reziproken Länge von $(1.024 \text{ d})^{-1}$.

Mit der Nyquistfrequenz auf $(0,02 \text{ d})^{-1}$, wird auch Variabilität auf größeren

Frequenzen simuliert. Damit simulierte Verteilungen der LSP-Werte für $\beta = 1$ und $\beta = 2$ sind in Abb. 3.5 unten links bzw. rechts dargestellt. Es gibt einen Alias-Effekt, der einen zusätzlichen Beitrag zur Variabilität liefert, wie bei großen Frequenzen erkennbar ist. Der Verlauf der Verteilung ist dadurch bei $\beta = 1$ auf mindestens einer Frequenz-Dekade deutlich flacher. Der kleinste Wert des LSP bei $(2\text{ d})^{-1}$ wird etwa verdreifacht. Bei $\beta = 2$ ist dieser Faktor nur etwa 1,5. Dies hat bei dem steileren Anstieg nur auf einem Frequenzbereich von etwa 0,3 Dekaden Auswirkungen.

Analog werden solche Häufigkeitsverteilungen erzeugt, wobei anstatt einer gleichmäßigen Abtastung die der PKS 2155-304-Lichtkurve verwendet wird. In Abb. 3.6 sind die Verteilungen der LSP-Werte von Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1$ (links) und $\beta = 2$ (rechts) dargestellt. Bei den oberen Verteilungen ist die Nyquistfrequenz bei der Simulation $0,5\text{ d}^{-1}$. Ein Alias-Effekt von Amplituden auf größeren Frequenzen ist daher nicht vorhanden.

Die Verteilungen haben eine kleinere Steigung, als die intrinsische SLD, was bei $\beta = 2$ deutlicher ist als bei $\beta = 1$. Die Steigung der Verteilung bei $\beta = 2$ ist kaum größer, als bei $\beta = 1$, sie ist jedoch insgesamt schmaler. Es gibt zahlreiche schmalbandige Strukturen in Form von lokalen Minima und Maxima, die bei $\beta = 2$ ausgeprägter sind. Dies ist bei $f \approx 1\text{ d}^{-1}$ und $f \approx (350\text{ d})^{-1}$ besonders stark ausgeprägt, was vermutlich mit täglichen bzw. jährlich wiederkehrenden Beobachtungslücken zusammenhängt. Die schwächer ausgeprägten Strukturen resultieren vermutlich aus nicht-periodischen Beobachtungslücken. Diese systematischen Effekte werden im Folgenden Abtasteffekte genannt.

Für die Verteilungen in der Mitte wird bis zu $f_{\text{Nyq}} = 50\text{ d}^{-1}$ simuliert, so dass ein Alias-Effekt vorhanden ist. Zwischen den Verteilungen ohne (oben) und mit Alias-Effekten (Mitte) gibt es jedoch keine deutlichen Unterschiede. Die Abtasteffekte dominieren offenbar.

Bei den beiden unteren Verteilungen ist die Nyquistfrequenz ebenfalls $f_{\text{Nyq}} = 50\text{ d}^{-1}$. Zusätzlich sind die Lichtkurven mit simulierten Messfehlern von ROTSE versehen. Auch dies bewirkt keine deutliche Veränderung, weil die Fehler sehr klein (einige Prozent der Flusses) sind.

Es ist hiermit dargestellt, dass Abtasteffekte das LSP abflachen sowie lokale Minima und Maxima erzeugen können, die nicht in der tatsächlichen SLD existieren. Bei gleichmäßig abgetasteten Potenzgesetzrauschen entspricht die Steigung der LSP-Verteilung auf einem breiten Frequenzbereich der Steigung der intrinsischen SLD. Bei unregelmäßiger Abtastung ist die Verteilung durch Abtasteffekte verzerrt, so dass sie, zumindest bei $\beta \approx 2$, eine kleinere Steigung als die SLD hat. β lässt sich also nicht unmittelbar aus dem LSP bestimmen. Die sich durch Abtasteffekte ergebenden lokalen Maxima beruhen nicht auf einer tatsächlich vorhandenen Periodizität. Es ist also bei einer unregelmäßig abgetasteten Lichtkurve schwierig zu entscheiden, ob ein lokales Maximum im LSP auf einer Periodizität oder auf Abtasteffekten beruht. Für die Messung von β und die Bewertung lokaler Maxima müssen also die Abtasteffekte berücksichtigt werden. Dazu wird in dieser Arbeit eine Vorwärtsfaltungsmethode mit simulierten Lichtkurven angewendet.

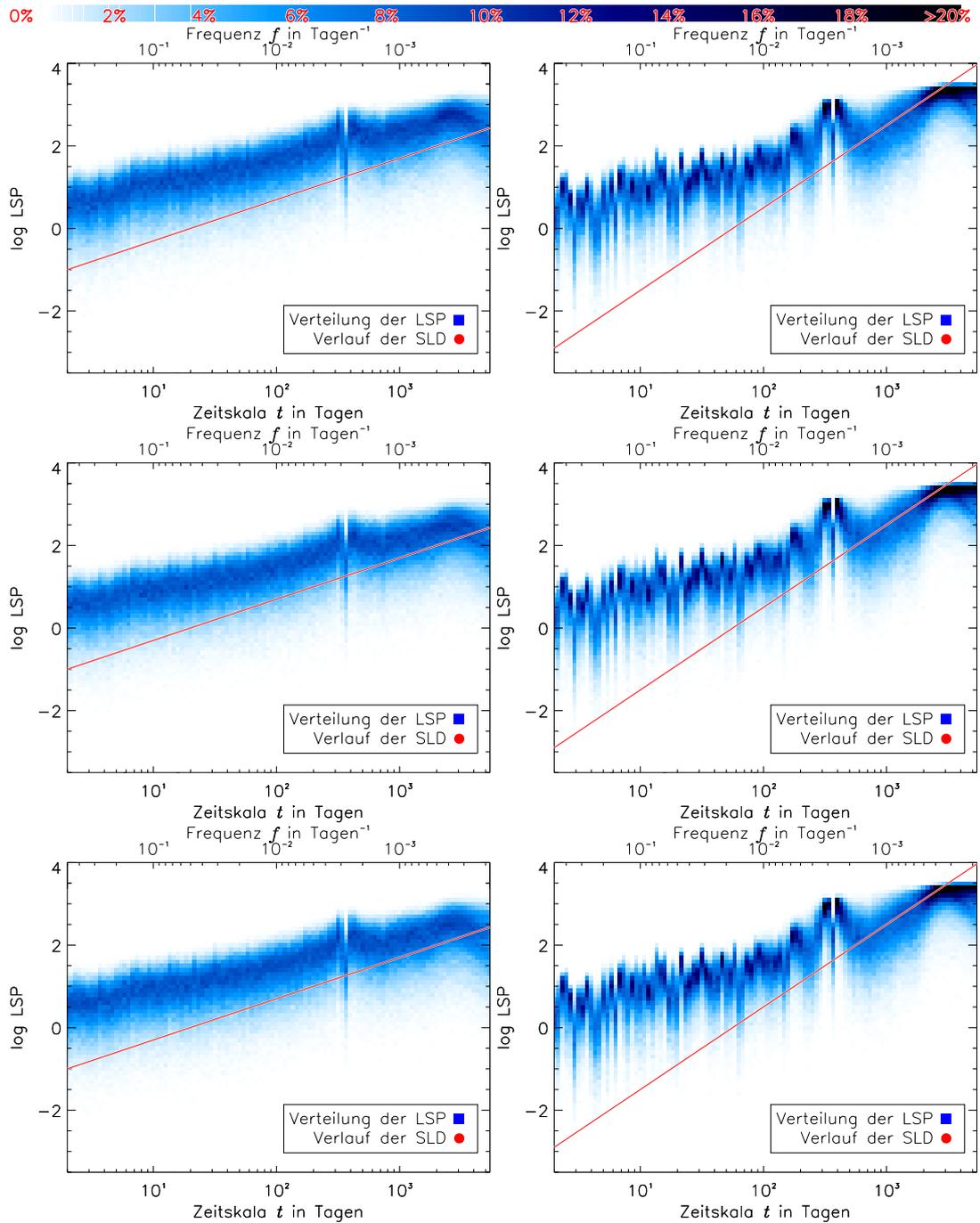


Abbildung 3.6: Zweidimensionale Häufigkeitsverteilungen (blaue Farbskala) der LSP-Werte von simulierten Lichtkurven mit ungleichmäßiger Abtastung. Die rote Kurve zeigt das Potenzgesetz, dem die tatsächliche SLD folgt. Links sind Verteilungen für $\beta = 1$, rechts für $\beta = 2$ dargestellt. Oben: kein Alias-Effekt, Mitte: mit Alias-Effekt, unten: mit Alias-Effekt und Messfehlern.

3.1.3 Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen mit dem LSP

Um die Lichtkurve als Potenzgesetzrauschen zu charakterisieren, wird eine Anpassungsmethode verwendet, die aus folgenden Schritten besteht. Bis zu Schritt 3

ist sie analog zur sogenannten PSRESP-Methode von Uttley *et al.* (2002). Statt einer χ^2 -Anpassung wird hier eine Methode der größten Mutmaßlichkeit (Maximum-Likelihood-Methode) benutzt. Diese wurde zuerst in Kastendieck (2009) dargestellt. Die Schritte werden nachfolgend erklärt, wobei in *kursiv* die konkrete Anwendung auf die PKS 2155-304-Lichtkurve beschrieben wird.

1. **Hypothese definieren:** Als Hypothese wird festgelegt: Die intrinsische Variabilität der Lichtkurve ist Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten β , der ein anzupassender Parameter ist. Die Menge der möglichen Parameterwerte wird festgelegt.

Für die ROTSE-Lichtkurve von PKS 2155-304 wird $\beta \in \{0,5; 0,6; \dots; 3,0\}$ festgelegt.

2. **Simulation von Lichtkurven:** Für jeden anzupassenden Parameter werden $N \approx \mathcal{O}(> 1.000)$ Lichtkurven simuliert⁶. Für die Simulation wird die Methode von Timmer & Koenig (1995) verwendet und mit Eigenschaften der realen Lichtkurve versehen (siehe Abschnitt 3.1.1).

Es werden 4.000 Lichtkurven mit einer Länge von $2^{15} \text{ d} = 32.768 \text{ d}$ simuliert⁷. Die Nyquistfrequenz ist 50 d^{-1} , der Abstand zwischen benachbarten simulierten Datenpunkten ist damit $0.01 \text{ d} \approx 14 \text{ min}$. Das ist größer als die ROTSE-typische Belichtungszeit von $20 \text{ s} - 1 \text{ min}$. Es wird deshalb unten der fehlende Alias-Effekt abgeschätzt.

3. **Berechnung simulierter LSP:** Für jede simulierte Lichtkurve wird das LSP berechnet. Somit erhält man für jeden Parameterwert von β jeweils N simulierte LSP. Diese dienen zur Anpassung des LSP der realen Lichtkurve.
4. **Häufigkeitsverteilung simulierter LSP-Werte erstellen:** Für ein β werden für jede Frequenz f_i die N Funktionswerte in jeweils einem Histogramm zusammengefasst. In diesem kann abgelesen werden, mit welcher Häufigkeit ein bestimmter Funktionswert $\mathcal{LSP}(f_i)$ bei simulierten Lichtkurven mit diesem β auftritt. Diese Histogramme werden normiert und als Wahrscheinlichkeitsverteilungen betrachtet. Dies wird für alle β getan, so dass man für jeden Wert von β einen solchen Satz von Wahrscheinlichkeitsverteilungen erhält.
5. **Maximum-Likelihood-Anpassung:** Die Anpassung des Parameters β an das reale LSP wird mithilfe einer Maximum-Likelihood-Methode erreicht. Für einen Wert für β wird für jede Frequenz f_i die Wahrscheinlichkeit $p_i(\beta)$ nachgesehen, $\mathcal{LSP}(f_i)$ zu messen. Es wird nun die Wahrschein-

⁶ $\mathcal{O}(n)$ steht für eine Größenordnung n . $\mathcal{O}(> 1.000)$ steht also für die eine Größenordnung von mehr als 1.000.

⁷Es wird eine Potenz der Basis 2 verwendet, weil diese bei der verwendeten Methode der schnellen Fourier-Transformation am effizientesten ist (<http://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/generated/numpy.fft.fft.html>).

lichkeit in Form eines negativen Log-Likelihood-Wertes

$$L(\beta) = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln p_i(\beta) \quad (3.5)$$

berechnet, das gemessene LSP zu erhalten, wenn die Hypothese wahr ist und die Steigung der tatsächlichen SLD β ist. Der Faktor $\frac{1}{N}$ dient als Normalisierung⁸.

Dies wird für alle Werte von β berechnet. Der Wert von β , bei dem L den kleinsten Wert L_{\min} annimmt, also die größte Wahrscheinlichkeit ergibt, wird als der am besten passende Wert β_{best} angesehen. Es gilt also $L_{\min} = L(\beta_{\text{best}})$.

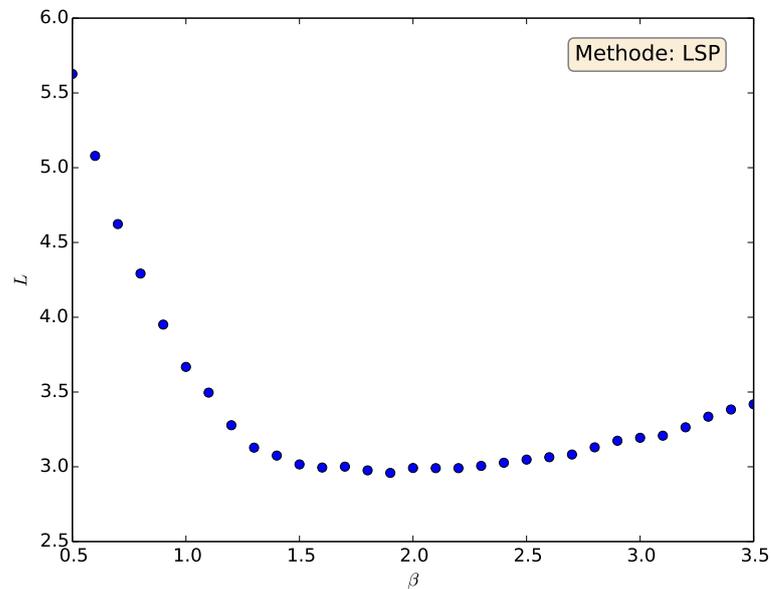


Abbildung 3.7: Likelihood-Werte $L(\beta)$ für die simulierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen für das LSP.

Die Anpassung erfolgt auf dem Frequenzbereich $f = \frac{1}{2T_{\text{tot}}} \dots \frac{1}{2d}$, wobei T_{tot} die Länge der Lichtkurve ist. Die Log-Likelihoodwerte $L(\beta)$ sind in Abb. 3.7 aufgetragen. Der Verlauf fällt zunächst steil ab und hat dann ein breites Minimum in einem Bereich zwischen $\beta \approx 1,5 \dots 2,5$. Dort dominieren kleine, vermutlich statistische Schwankungen, was die Genauigkeit der Anpassung mit dem LSP in diesem Bereich vermutlich beeinträchtigt. Der kleinste und damit die größte Wahrscheinlichkeit angegebende Wert liegt an der Stelle $\beta_{\text{best}} = 1,9$.

Die am besten passende Häufigkeitsverteilung simulierter LSP (mit $\beta = \beta_{\text{best}}$) ist zusammen mit dem LSP der PKS 2155-304-Lichtkurve in Abb. 3.8 dargestellt. Der Verlauf und die schmalbandigen Strukturen der Verteilung stimmen augenscheinlich gut mit dem LSP der überein. Es gibt nur wenige

⁸Dies ist für die Analyse unbedeutend und wird nur zur Darstellung gemacht. Dadurch ist L der mittlere Beitrag eines Summanden $\ln p_i(\beta)$. Somit lassen sich Ergebnisse von Analysen grob vergleichen, bei denen N unterschiedlich ist.

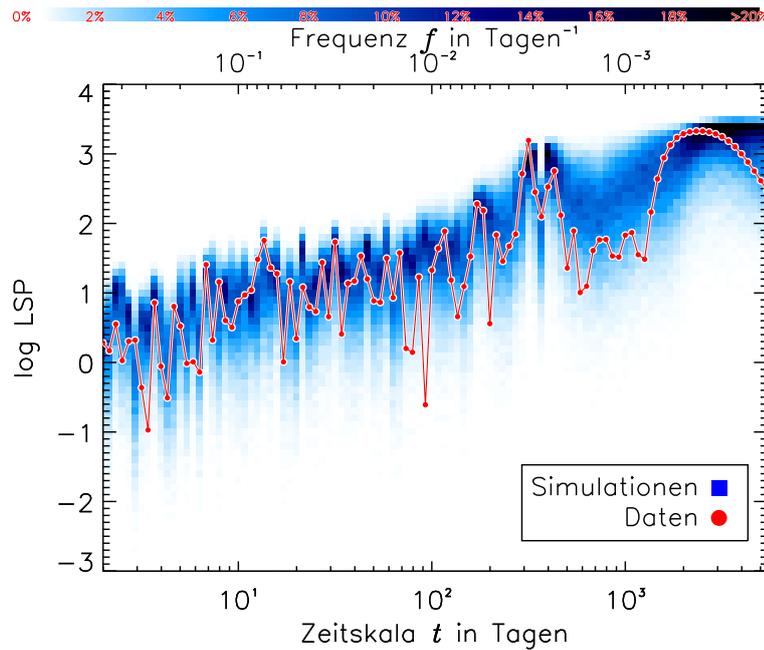


Abbildung 3.8: Häufigkeitsverteilung von simulierten LSP ($\beta = 1,9$) in blauer Farbskala, die im Hinblick auf die Maximum-Likelihood-Methode am besten zum LSP (rote Linie) der PKS 2155-304-Lichtkurve passt.

(etwa drei von hundert) Stellen, an denen das LSP aus der Verteilung in einen Bereich hinausragt, bei denen die Wahrscheinlichkeit kleiner als 1% ist.

6. **Unsicherheit der Anpassung abschätzen:** Die Unsicherheit auf β_{best} ist noch unbekannt. Um sie zu ermitteln, wird die hier verwendete Anpassungsmethode mit simulierten Lichtkurven ausprobiert. Dazu wird Schritt 5 für simulierte Lichtkurven gemacht, deren wahrer Wert β bekannt ist. Es wird als wahrer Wert $\beta_{\text{wahr}} = \beta_{\text{best}}$ des gemessenen LSP festgelegt. Es werden $\mathcal{O}(> 1.000)$ β_{wahr} -Lichtkurven simuliert, deren LSP berechnet und die besten Werte für β geschätzt. Man erhält also 4.000 simulierte Werte für β_{best} und dazugehörige Werte für L_{min} . Die Verteilung der β -Werte ähnelt etwa einer asymmetrischen Normalverteilung um β_{best} und spiegelt die Ungenauigkeit der Anpassungsmethode wider. Zunächst wird die Verteilung linear interpoliert. Dann werden zwei Grenzen ermittelt, die sowohl linksseitig als auch rechtsseitig jeweils 16% von der Verteilung abtrennen, so dass in der Mitte noch 68% verbleiben. Die beiden Grenzen werden als 1σ -Messunsicherheiten betrachtet.

Es werden 4.000 Lichtkurven mit $\beta = 1,9$ simuliert und deren LSP mit der Maximum-Likelihood-Methode in Schritt 5 angepasst. Die Verteilung ist in Abb. 3.9 dargestellt. Sie ist asymmetrisch und läuft zu größeren Werten langsamer aus, was mit der asymmetrischen Likelihoodfunktion (Abb. 3.7) erklärbar ist. Das 68%-Intervall ist durch die roten Linien eingegrenzt, die die 1σ -Unsicherheiten darstellen. Mit den Unsicherheiten ergibt sich $\beta_{\text{best}} = 1,9_{-0,44}^{+0,70}$.

Die Verteilung ist nicht so glatt, wie es bei einer Anzahl von 4.000 Werten zu erwarten ist. Stattdessen hat sie in einigen Fällen sehr große Unterschiede bei benachbarten Werten von β . Es ist davon auszugehen, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilungen dieser benachbarten Werte von β ähnlich sind und deshalb eine ähnliche Anzahl simulierter Lichtkurven beiden Werten zugeordnet würden. Tatsächlich sind die beiden intrinsischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen nahezu identisch. Wieso es dennoch zu diesem systematischen Effekt kommt, kann vermutlich wie folgt erklärt werden. Aufgrund der endlichen Anzahl simulierter Lichtkurven bei der Erzeugung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen ist eine von beiden etwas mehr von Ausreißern betroffen. Diese liefert in den meisten Fällen eine schlechtere Anpassung (größerer Likelihood-Wert), als ihr Nachbar, weil die Wahrscheinlichkeitsverteilung im Mittel ein wenig breiter und damit die Wahrscheinlichkeitsdichte kleiner ist. Durch die Korrelation benachbarter LSP-Werte findet kein Unterdrücken dieses Effektes im Sinne großer Statistik statt, sondern eine Verstärkung. So haben selbst marginale Unterschiede einen systematischen Effekt. Wenn dieser Effekt zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen benachbarter Werte von β unterscheidbar macht, weil er die intrinsischen Unterschiede dominiert, so ist das Auflösungsvermögen der Methode bezüglich β erreicht. Dieser Effekt wird in dieser Arbeit untersucht, indem zwei Häufigkeitsverteilungen mit demselben Wert für β simuliert werden. Eine der beiden wird in den meisten Fällen von simulierten Lichtkurven bevorzugt – und das unabhängig von dem wahren β der simulierten Lichtkurven.

Weil nur diskrete Werte von β angepasst werden, gibt es einen zusätzlichen Beitrag zur Unsicherheit. So ist es anzunehmen, dass der tatsächlich am besten passende Wert zwischen 1,85 und 1,95 liegt. Somit ergibt sich eine zusätzliche Unsicherheit aus einer Gleichverteilung zwischen diesen beiden Werten: $\rho(\beta) = \frac{1}{0,1}$, wenn $1,85 < \beta < 1,95$, sonst 0. Der Mittelwert ist 1,9 und die Varianz ist $\frac{(0,1)^2}{12}$, was einer Standardabweichung von $\frac{0,1}{\sqrt{12}} = 0,0289$ entspricht⁹.

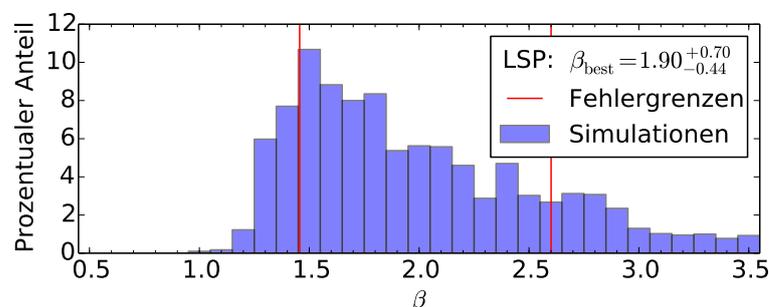


Abbildung 3.9: Verteilung geschätzter β_{best} -Werte für simulierte LSP mit wahrem $\beta = 1,9$. Die Roten Linien markieren die 1σ -Unsicherheiten.

⁹Dieser Beitrag wird bei allen Ergebnissen von dem statistischen Fehler aus den Simulationen dominiert.

7. **Güte der Anpassung ermitteln:** Nun ist noch zu prüfen, ob die Hypothese mit der echten Lichtkurve vereinbar ist. Angenommen, sie stimmt, so sollten die in Schritt 6 berechneten $\mathcal{O}(>1.000)$ L_{\min} -Werte vereinbar mit dem L_{\min} -Wert der echten Lichtkurve sein. Sie dienen als Teststatistik, um die Güte der Anpassung zu bestimmen. Es wird der Anteil simulierter L_{\min} -Werte bestimmt, die unter dem L_{\min} -Wert der echten liegen. Damit wird der Anteil der simulierten LSP bestimmt, bei denen die Wahrscheinlichkeit beim Anpassungstest größer als beim echten LSP ist. Dieser Anteil wird als Quantil q bezeichnet.

Liegt der gemessene Wert am Rand der Verteilung, so ist das entsprechend unwahrscheinlich, wenn die Hypothese wahr ist. Haben beispielsweise $q = 99\%$ der simulierten Lichtkurven einen kleineren L_{\min} -Wert als die gemessene Lichtkurve, so ist die Hypothese mit entsprechender Wahrscheinlichkeit abzulehnen.

Für PKS 2155-304 ist die Verteilung der simulierten L_{\min} -Werte in Abb. 3.10 dargestellt. $q = 80,22\%$ der simulierten Werte sind kleiner. Demnach passen die dazugehörigen Lichtkurven besser zur Hypothese als die PKS 2155-304-Lichtkurve. Sie ist mit dieser Wahrscheinlichkeit nicht mit Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,9$ kompatibel. Allerdings ist dieser Wert zu gering, um die Hypothese abzulehnen, weil fast 20% der simulierten Lichtkurven einen noch größeren L_{\min} -Wert haben¹⁰.

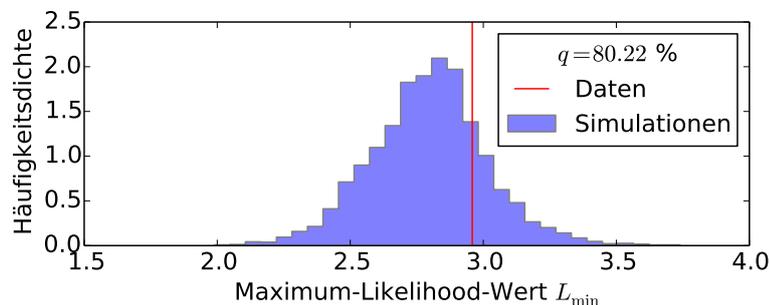


Abbildung 3.10: Häufigkeitsverteilungsdichte der L_{\min} -Werte von 4.000 simulierten $\beta = 1,9$ -Lichtkurven. Die senkrechte Linie markiert den L_{\min} -Wert für die PKS 2155-304-Lichtkurve.

Abschließend wird noch der Alias-Effekt diskutiert. Die Nyquistfrequenz der Simulationen ist um mehr als eine Größenordnung kleiner als die reziproke Belichtungszeit von ROTSE. Es gibt also eine Bandlücke, in der keine Variabilität simuliert wird. Der dadurch nicht berücksichtigte Alias-Effekt P_C lässt sich mit Formel 3.3 abschätzen. P_C kann wie ein weißes Rauschen behandelt werden, das dem Potenzgesetzrauschen überlagert wird. Er wird mit der intrinsischen SLD

¹⁰Ab welchem Wert für q die Hypothese abzulehnen ist, ist nicht klar entscheidbar. In der Statistik wird in einigen Fällen eine Hypothese bei $q > 95\%$ als signifikant, bei $q > 99\%$ als sehr signifikant und bei $q > 99.9\%$ als hoch signifikant abgelehnt. Eine solche Einteilung ist willkürlich. In den Naturwissenschaften und besonders in der Physik werden deutlich höhere Werte benötigt, um Wissenschaftler zu überzeugen, dass eine Hypothese verworfen werden kann.

$P(f)$ an der Stelle der größten Frequenz $f_0 = (2d)^{-1}$ verglichen, die bei der Charakterisierung der SLD mit einbezogen wird. D.h. von allen Frequenzen, die in die Maximum-Likelihood-Methode einfließen, ist f_0 die größte. $P(f)$ ist bei Potenzgesetzrauschen dort am kleinsten. Der Quotient

$$\frac{P_C}{P(f_0)} = \frac{1}{P(f_0) (f_{\text{Nyq}} - T_{\text{tot}}^{-1})} \int_{f_{\text{Nyq}}}^{(2\Delta T_{\text{bin}})^{-1}} P(f) df \quad (3.6)$$

ist also ein Maß dafür, wie der fehlende Alias-Effekt im Verhältnis zur kleinsten Variabilität bei der größten Frequenz steht, die noch bei der Analyse aufgelöst wird. Bei Potenzgesetzrauschen gilt $P(f) = c f^{-\beta}$, wobei c ein Normierungsfaktor ist, der die Varianz der gesamten Lichtkurve bestimmt. Damit ist $P(f_0) = c f_0^{-\beta}$, so dass sich c aus der Gleichung kürzen lässt und es gilt:

$$\frac{P_C}{P(f_0)} = \frac{1}{f_0^{-\beta} (f_{\text{Nyq}} - T_{\text{tot}}^{-1})} \int_{f_{\text{Nyq}}}^{(2\Delta T_{\text{bin}})^{-1}} f^{-\beta} df \quad (3.7)$$

Für $\beta \neq 1$ ergibt sich

$$\frac{P_C}{P(f_0)} = \frac{f_{\text{Nyq}}^{-\beta+1} - (2\Delta T_{\text{bin}})^{\beta-1}}{f_0^{-\beta} (f_{\text{Nyq}} - T_{\text{tot}}^{-1}) (\beta - 1)}. \quad (3.8)$$

Mit dieser Gleichung kann der Einfluss des Alias-Effektes abgeschätzt werden, der sich bei der Schließung der Bandlücke zwischen f_{Nyq} und $2\Delta T_{\text{bin}}$ ergeben würde. Für die Anpassung wurde $f_{\text{Nyq}} = 50 \text{ d}^{-1}$ gewählt. Die Belichtungszeit bei ROTSE beträgt etwa $\Delta T_{\text{bin}} \approx \frac{1}{2} \text{ min} \approx 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ d}$ und die Länge der Lichtkurve $T_{\text{tot}} \approx 2.700 \text{ d}$. Die Anpassung der SLD betrachtet nur Frequenzen bis $f_0 = \frac{1}{2} \text{ d}^{-1}$ und ergibt $\beta_{\text{best}} = 1,9$. Damit ergibt sich für das Verhältnis

$$\frac{P_C}{P(f_0)} < 2 \cdot 10^{-4}. \quad (3.9)$$

Der bei der Simulation nicht berücksichtigte Alias-Effekt wird also durch die Variabilität auf der größten einfließenden Frequenz (oder der kleinsten einfließenden Zeitskala) dominiert und ist vernachlässigbar.

Somit ergibt die Analyse mit dem LSP zusammengefasst: Angenommen die PKS 2155-304 Lichtkurve entspricht Potenzgesetzrauschen, so ist der Exponent $\beta = 1,9_{-0,44}^{+0,70}$. Diese Hypothese ist mit 80,22% abzulehnen, was in Standardabweichungen ausgedrückt $0,85\sigma$ entspricht. Sie ist damit als kompatibel zu betrachten.

Diese Analyse kann analog mithilfe der Strukturfunktion (SF, siehe Abschnitt 3.1.4) und der Multiple-Fragmente-Varianz-Funktion (MFVF, siehe Abschnitt 3.1.5) durchgeführt werden. Es werden dieselben Schritte gemacht, wobei anstatt des LSP stets das SF bzw. das MFVF berechnet wird. Im Folgenden werden diese Methoden vorgestellt.

3.1.4 Strukturfunktion (SF)

Die Strukturfunktion erster Ordnung (SF) (Simonetti *et al.*, 1985) eignet sich, um eine Repräsentation der SLD in der Zeit-Domäne zu berechnen und kann auch auf unregelmäßig abgetastete Zeitreihen angewandt werden. Die Zeitreihe wird dazu mit einer um τ zeitverschobenen Kopie ihrer selbst verglichen. Dabei wird die mittlere quadratische Abweichung zwischen den Flüssen übereinander liegender Datenpunkte der Kopie und des Originals berechnet.

Sei T die Menge aller in der Lichtkurve vorkommender Messzeiten und $a(t_i)$ der gemessene Fluss zu den Messzeiten $t_i \in T$, so ist die SF definiert durch

$$\mathcal{SF}(\tau) = \frac{1}{n} \sum_{t_i} [a(t_i + \tau) - a(t_i)]^2, \quad (3.10)$$

wobei n die Anzahl der Summanden ist. Sie ist aber nur für Werte von τ definiert, bei denen Datenpunkte zeitlich übereinander liegen, also für die Werte aus der Menge aller existierenden Zeitdifferenzen der Datenpunkte, d.h.

$$\tau \in \{|t_i - t_j| : t_i, t_j \in T\}. \quad (3.11)$$

Bei unregelmäßiger Abtastung kann es Abstände τ geben, die nur einmalig in der Lichtkurve auftauchen, so dass $n = 1$ ist – bei PKS 2155-304 ist wohl jeder Abstand τ einmalig. Um eine gute Statistik zu erreichen, sind die SF-Werte daher über Intervalle von τ zu mitteln. Hier sind in logarithmischer Zeitskala Intervalle von 1/30 Dekaden gewählt. Damit wird eine gute Statistik (große Werte für n) erreicht. Zugleich sind die Intervalle klein genug, um Strukturen mittlerer Bandbreite aufzulösen. Diese können z.B. durch Periodizitäten erzeugt werden, denn die SF ist ein Maß dafür, wie ähnlich die Lichtkurve sich selbst bei einem Zeitabstand τ ist. Ist eine Periodizität mit der Periode P vorhanden, so gibt es eine Ähnlichkeit bei $\tau = m \cdot P$, $m \in \mathbb{N}$, so dass die SF an diesen Stellen lokale Minima hat, wenn sie nicht von anderen Effekten (z.B. Abtasteffekten) dominiert werden. Eine Analyse auf Periodizitäten findet sich in Abschnitt 3.4. Die SF-Werte werden am Ende noch durch die Varianz der Lichtkurve dividiert, so dass sich eine auf die Varianz normalisierte SF ergibt.

Bei Potenzgesetzrauschen finden auf größeren Zeitskalen größere Schwankungen statt. Deshalb wächst $\mathcal{SF}(\tau)$ tendenziell mit τ . Mit größerem β ist diese Eigenschaft ausgeprägter, so dass eine Korrelation zwischen β und der Steigung in doppellogarithmische Darstellung der SF erwartet wird. Hughes *et al.* (1992) geben die Steigung mit $\mathcal{SF}(\tau) \sim \tau^{\beta-1}$ für $\beta \approx 1 \dots 2$ an.

Es ist zu erwarten, dass sich Abtast- und Alias-Effekte in der SF widerspiegeln. Um dies zu untersuchen werden gleichmäßig und ungleichmäßig abgetastete Lichtkurven mit $\beta \in \{1, 2\}$ und mit bzw. ohne Alias-Effekten simuliert und ihre SF berechnet¹¹. Analog zu Abschnitt 3.1.2 werden die berechneten

¹¹Zur Erinnerung: Ohne Alias-Effekt heißt, dass die Nyquistfrequenz bei der Simulation $f_{\text{Nyq}} = (2 \text{ d})^{-1}$ ist. Es wird keine Variabilität bei größeren Frequenzen als f_{Nyq} simuliert. Mit Alias-Effekt heißt, dass $f_{\text{Nyq}} = (0,02 \text{ d})^{-1}$ gesetzt wird. Dadurch wird auch Variabilität bei größeren Frequenzen simuliert, die durch einen Alias-Effekt die gemessene Variabilität auf kleineren Frequenzen erhöhen können. Natürlich fehlen auch hier noch Beiträge von Frequenzen größer als $(0,02 \text{ d})^{-1}$. Es werden jedoch zwei Dekaden in der Frequenz mehr berücksichtigt, was ausreicht, um den Alias-Effekt hier sichtbar zu machen.

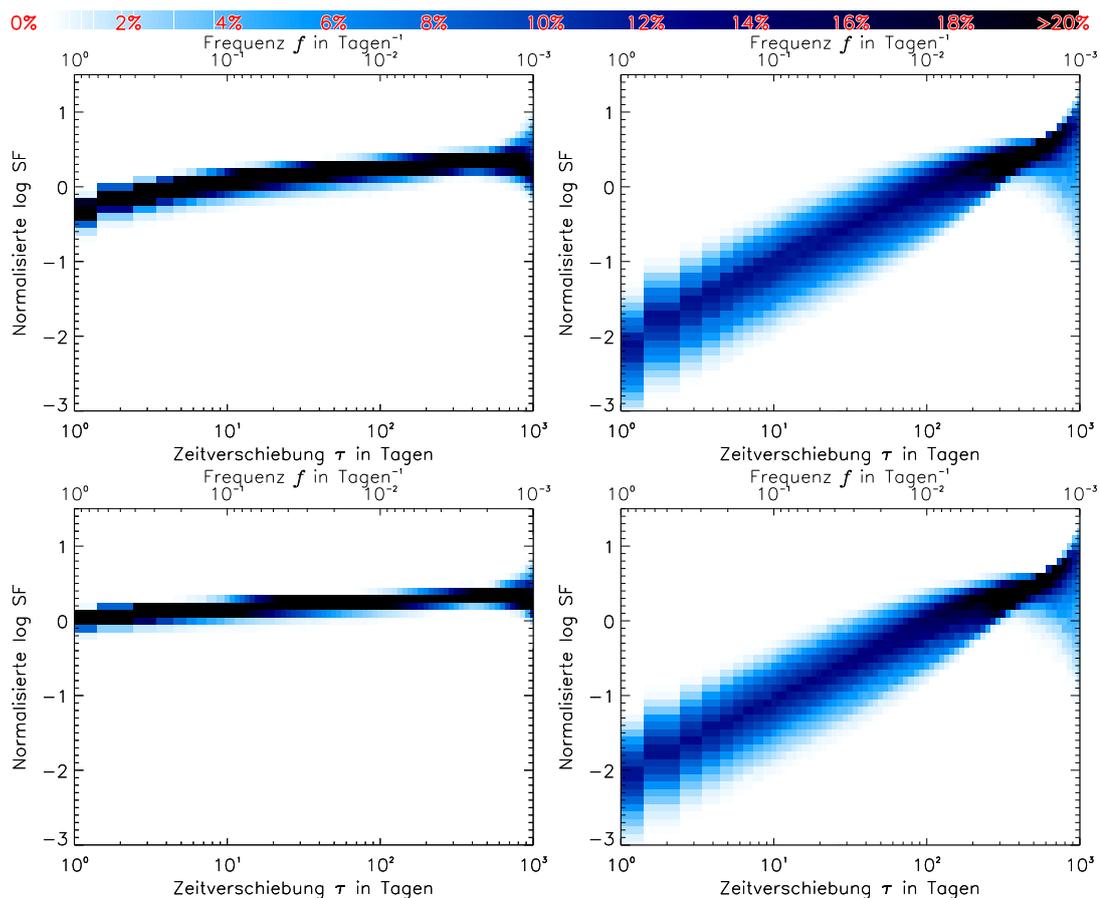


Abbildung 3.11: Zweidimensionale Häufigkeitsverteilung der SF von gleichmäßig abgetasteten Lichtkurven mit $\beta = 1$ (links) und $\beta = 2$ (rechts), oben ohne und unten mit Alias-Effekt.

SF zu zweidimensionalen Häufigkeitsverteilungen zusammengefasst. Diese sind für eine gleichmäßige Abtastung in Abb. 3.11 dargestellt. Die SF haben einen wachsenden Trend, bei $\beta = 2$ mit $\sim \tau^{-1}$ deutlich stärker als bei $\beta = 1$ mit $\sim \tau^{0,3}$, der mit größeren Zeitskalen abflacht. Der Alias-Effekt erzeugt bei den kleinen Zeitskalen einen sichtbaren zusätzlichen Beitrag. Im Vergleich zu dem Fall ohne Alias-Effekt ist $\mathcal{SF}(\tau = 1 \text{ d})$ bei $\beta = 1$ etwa verdoppelt, wodurch sich die Steigung auf etwa 0,1 verringert. Bei $\beta = 2$ ist der Wert etwa um $\frac{1}{4}$ erhöht, was die Steigung kaum beeinflusst.

Die Strukturfunktion ist aufgrund der gleichmäßigen Abtastung nur für ganze Vielfache des Abtastintervalls von 1 d definiert, weshalb bei $\tau \lesssim 10 \text{ d}$ die Intervalle 1 d breit sind (und nicht $\frac{1}{30}$ Dekaden).

Für Simulationen mit der Abtastung der PKS 2155-304-Lichtkurve sind die zweidimensionalen Häufigkeitsverteilungen in Abb. 3.12 dargestellt. Die Verläufe entsprechen denen im Falle der gleichmäßig abgetasteten Lichtkurven. Es gibt jedoch schwache schmalbandige Strukturen. Die Auflösung der Strukturfunktion ist bei kleinen Zeitskalen $\lesssim 10 \text{ d}$ größer als bei der gleichmäßigen Abtastung, weil hier in den Lichtkurven viel kleinere Abstände zwischen den Datenpunkten existieren.

In den oberen Verteilungen ohne Alias-Effekt ($f_{\text{Nyq}} = (2 \text{ d})^{-1}$) gibt es eine

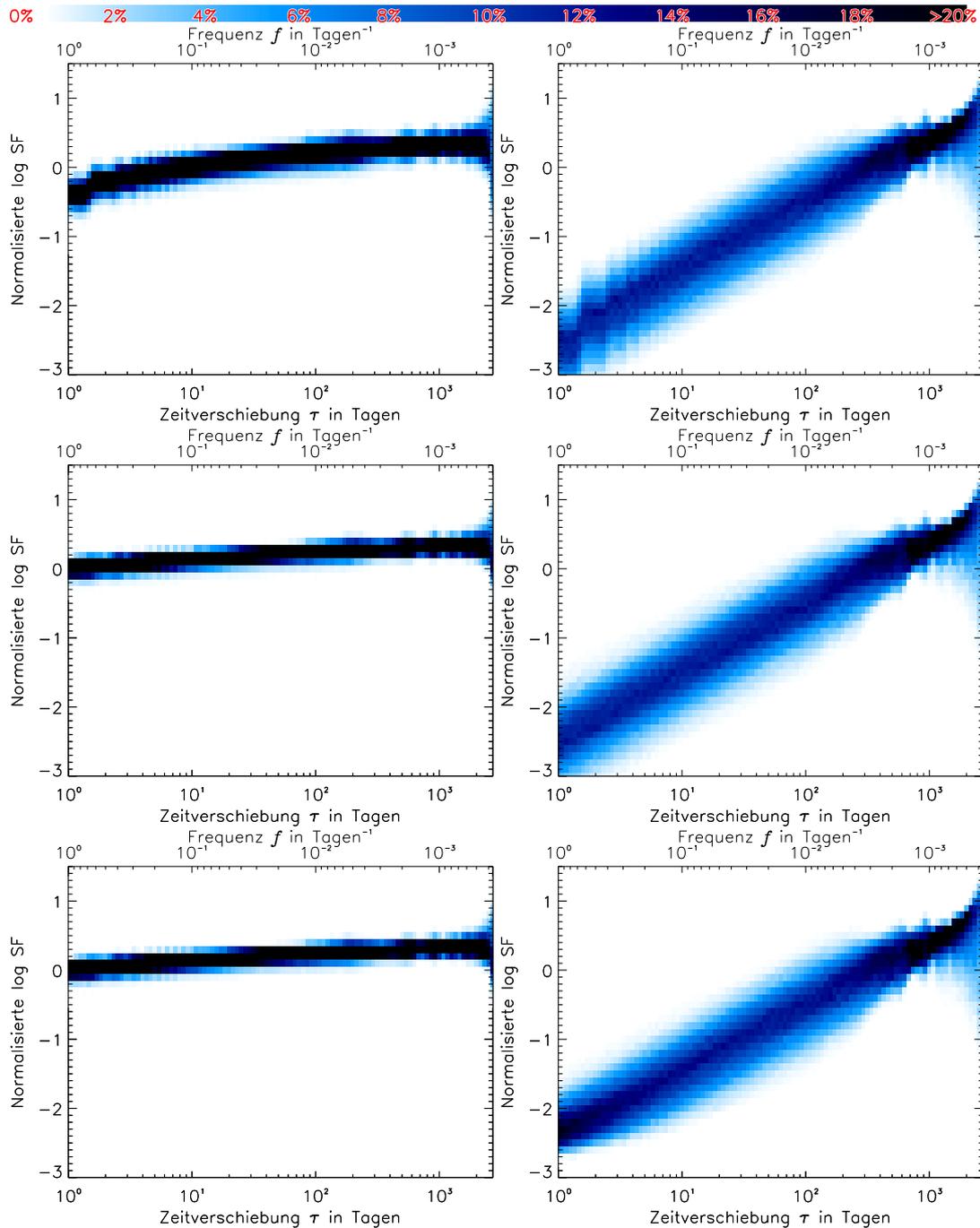


Abbildung 3.12: Zweidimensionale Häufigkeitsverteilung der SF mit der ungleichmäßigen Abtastung der PKS 2155-304-Lichtkurve: Links für $\beta = 1$, rechts für $\beta = 2$, oben kein Alias-Effekt, in der Mitte mit Alias-Effekt und unten mit Alias-Effekt sowie simulierten Messfehlern. Letzere erzeugen eine Mindestvariabilität, die sich bei kleinen Zeitskalen bemerkbar macht, indem sie die SF dort zu größeren Werten hin verschiebt.

Stufenartige Struktur bei < 1 d. Das rührt daher, dass die simulierte Lichtkurve vor dem Übertragen der Abtastung der echten Lichtkurve (siehe Abschnitt 3.1.1) ein Abtastintervall von 1 d hat und somit eine Unterabtastung vorliegt. Dadurch hat die Lichtkurve eine Treppenstruktur, die sich in der SF widerspie-

gelt. Dies kann durch eine Interpolation der Flüsse während des Hinzufügens der Abtastung vermieden werden. Oder aber die Nyquistfrequenz wird hinreichend groß gewählt, so dass keine Unterabtastung auftritt oder zumindest deren Effekt vernachlässigbar ist.

In den mittleren und unteren Verteilungen ist $f_{\text{Nyq}} = 50 \text{ d}^{-1}$, so dass hier keine Unterabtastung und ein Alias-Effekt auftritt. Dieser ist hier etwa so groß wie bei der gleichmäßigen Abtastung. In den beiden unteren Verteilungen wurde der Messfehler von ROTSE simuliert. Das führt zu einem zusätzlichen Beitrag von instrumentellem weißen Rauschen, der sich auf alle Zeitskalen gleichmäßig verteilt. Der Messfehler von ROTSE ist jedoch so klein, dass er sich nur bei kleinen Zeitskalen auf die SF auswirkt, da hier die intrinsische Variabilität klein ist. Die Verteilung wird dadurch bei etwa 1 d schmaler - sehr kleine SF-Werte $\lesssim 10^{-2.7}$ treten nicht auf, weil das instrumentelle Rauschen eine Mindestvariabilität erzeugt.

Es ergibt sich, dass sowohl Abtast- als auch Alias-Effekte systematische Einflüsse auf die Strukturfunktion haben. Der Alias-Effekt beeinflusst die Steigung der SF stärker als beim LSP. Die Abtasteffekte erzeugen schmalbandige Strukturen, die eine Suche nach möglichen Periodizitäten erschweren können. Im Gegensatz zum LSP beeinflusst die Abtastung die Steigung jedoch kaum. Diese Effekte müssen berücksichtigt oder diskutiert werden, um die Ergebnisse der SF zu bewerten.

3.1.5 Multiple-Fragmente-Varianz-Funktion (MFVF)

Die Multiple-Fragmente-Varianz-Funktion (MFVF) ist eine in dieser Arbeit eigens entwickelte Methode, die aufschlüsselt, wie sich die Varianz einer Zeitreihe auf die Zeitskalen verteilt. Die zugrunde liegende Idee ist: Wenn bei Potenzgesetzrauschen große Schwankungen auf großen Zeitskalen stattfinden, dann ist die Varianz eines Fragmentes einer solchen Lichtkurve mit seiner Länge korreliert. Für Fragmente unterschiedlicher Länge werden also die Varianzen berechnet und gegen die Länge aufgetragen. Mit größerem β wird eine größere Steigung dieser Kurve erwartet.

Die MFVF ist für unregelmäßig abgetastete Zeitreihen berechenbar. Sie wird nach folgendem Schema rekursiv berechnet:

1. Berechne und notiere die Varianz und die Länge der Lichtkurve.
2. Teile die Lichtkurve in ihrer Mitte in zwei Fragmente.
3. Für jedes Fragment fahre bei Schritt 1 fort, wenn es mindestens aus N_{min} Datenpunkten besteht. Es wird jeweils als Lichtkurve betrachtet.

N_{min} ist eine frei wählbare Zahl, die in dieser Arbeit zehn ist, wenn nicht anders angegeben. Durch dieses Verfahren werden viele Fragmente unterschiedlicher Länge gebildet. Die Länge der beiden Fragmente aus Schritt 2 sind nicht notwendigerweise gleich lang – die Länge ist die Zeitdifferenz zwischen dem letzten und ersten Datenpunkt. Für jedes Fragment ist die Varianz bekannt. Trägt man nun die Varianzen gegen die Längen auf, erhält man eine Darstellung davon, wie

viel die Lichtkurve in einem gewissen Zeitraum schwankt. Die Werte für gleiche Fragmentlängen werden zusammengefasst und gemittelt, um einen guten Schätzwert für die Varianz auf dieser Zeitskala zu erhalten. Die Werte werden abschließend durch die Varianz der Lichtkurve dividiert. Somit sind sie auf die Varianz der Lichtkurve normalisiert. Daher ist der Wert des größten Zeitintervalls, das die gesamte Lichtkurve beinhaltet, immer eins. Der Python-Quellcode für die MFVF ist auf <https://sourceforge.net/projects/mfvf/> verfügbar.

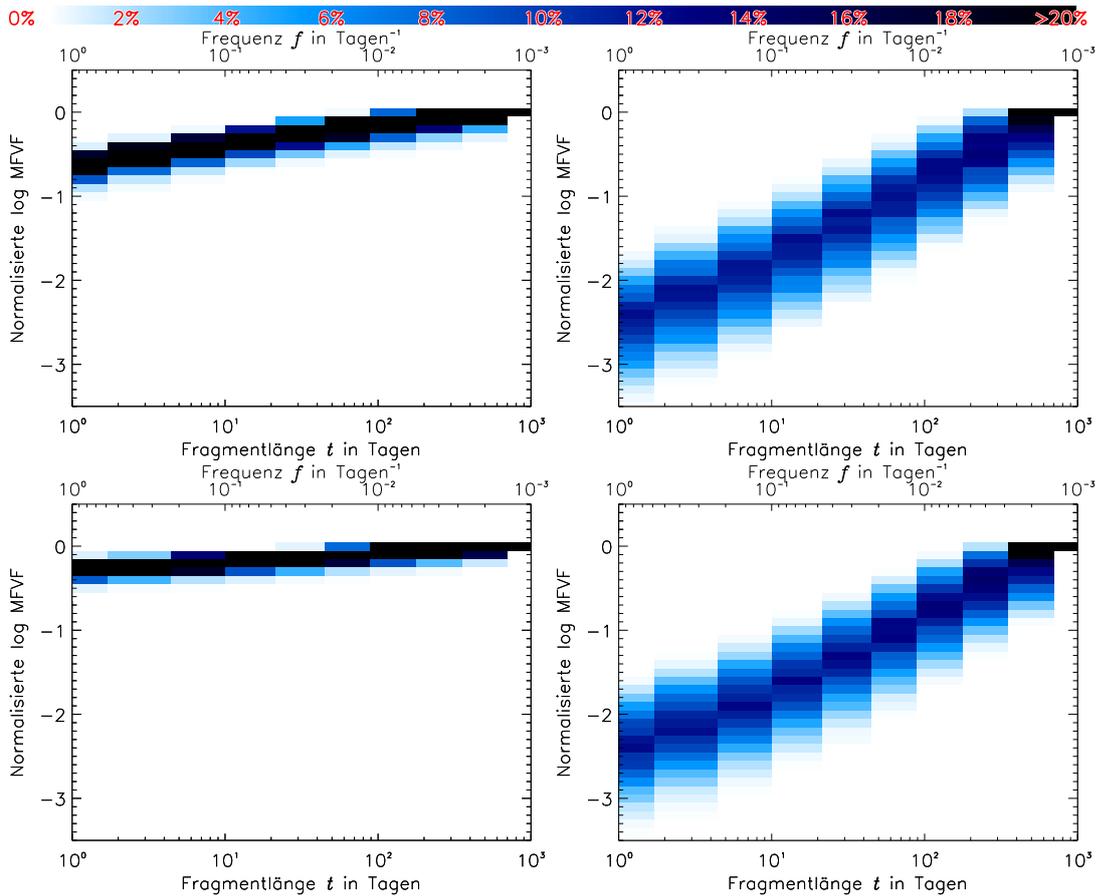


Abbildung 3.13: Darstellung analog zu Abb. 3.11 für die MFVF (gleichmäßige Abtastung). Links: $\beta = 1$, rechts: $\beta = 2$, oben: kein Alias-Effekt, unten: mit Alias Effekt.

Analog zum LSP und der SF wird auch die MFVF mit simuliertem Potenzgesetzrauschen untersucht. Dazu sind in Abb. 3.13 zweidimensionale Häufigkeitsverteilungen von MFVF-Werten simulierter gleichmäßig abgetasteter Lichtkurven dargestellt. Es ist $\beta = 1$ und $\beta = 2$ simuliert mit bzw. ohne Alias-Effekt. Die Länge der Lichtkurven ist 1024 d mit einem Abtastintervall von 1 d. Durch sukzessive Halbierung der Fragmente bis hin zu $N_{\min} = 2$ Datenpunkten ergibt die MFVF zehn Datenpunkte¹². Die Verteilungen bei $\beta = 1$ sind schmäler als bei $\beta = 2$. Die Varianz steigt monoton mit der Fragmentlänge t mit einer mittleren Steigung (in doppellogarithmischer Darstellung) von etwa 0,2 bei

¹² $N_{\min} = 2$ erscheint als zu klein, um einen auch nur ansatzweise stabilen Schätzwert für die Varianz zu erhalten. Es gibt hier aber viele (in diesem Fall 512) Fragmente mit zwei Datenpunkten, deren Varianzen gemittelt werden, wodurch sich wieder eine gewisse Stabilität des Schätzwertes einstellt.

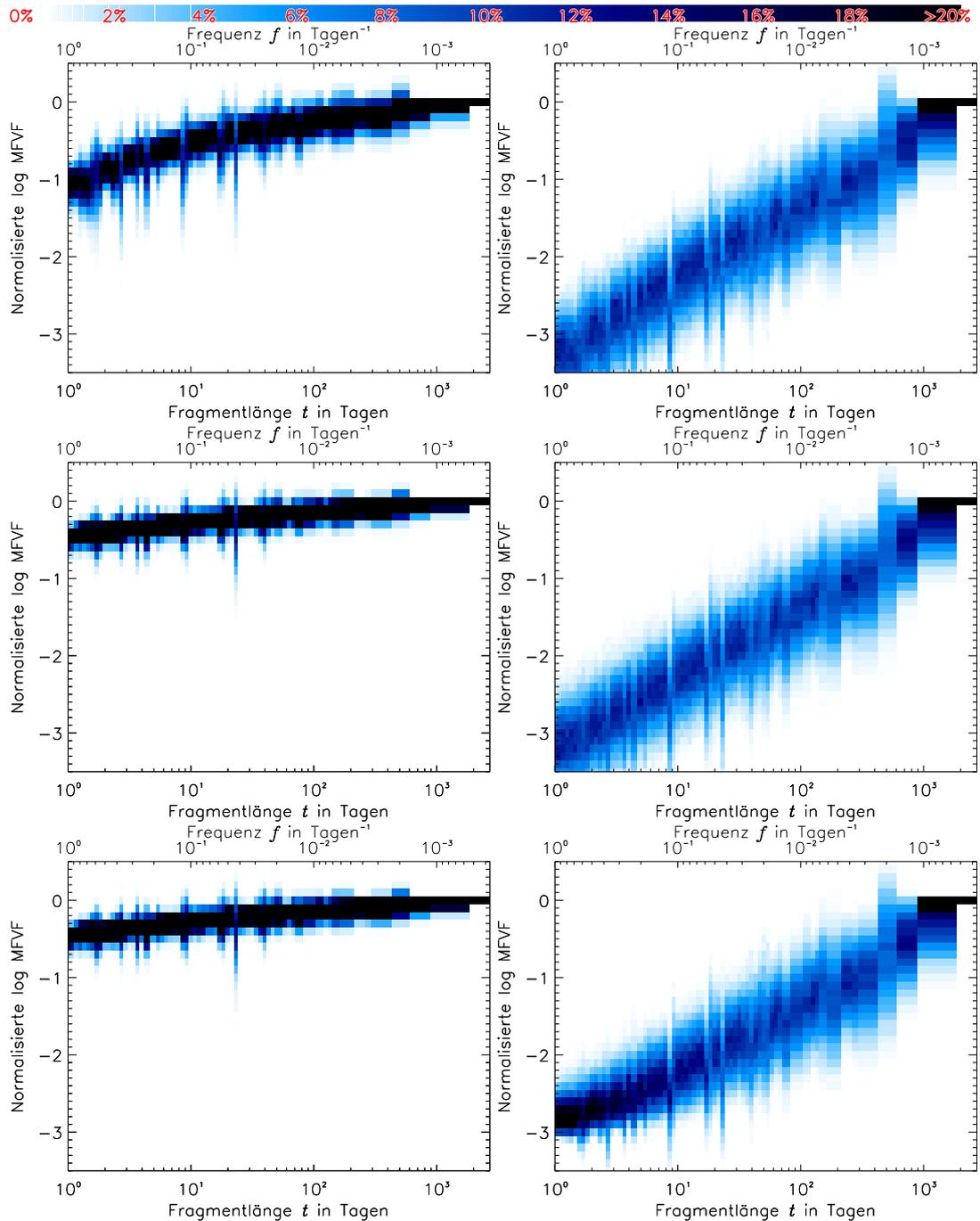


Abbildung 3.14: Darstellung analog zu Abb. 3.12 für die MFVF (ungleichmäßige Abtastung wie bei der PKS 2155-304-Lichtkurve). Links: $\beta = 1$, rechts: $\beta = 2$, oben: kein Alias-Effekt, Mitte: mit Alias Effekt, unten: mit Alias Effekt und simulierten Messfehlern. Auch hier erzeugt das instrumentelle Rauschen eine Mindestvariabilität, die die Varianz auf allen Zeitskalen erhöht, was sich bei kleinen Zeitskalen bemerkbar macht.

$\beta = 1$ und etwa 0,8 bei $\beta = 2$. In dem Fall, bei denen Varianzen auf Zeitskalen $\lesssim 1$ d simuliert werden, gibt es einen Alias-Effekt, der eine zusätzliche Varianz erzeugt. Bei 1 d ist der Beitrag für $\beta = 1$ so groß, dass die MFVF an dieser Stelle etwa verdoppelt ist, für $\beta = 2$ ist die MFVF etwa um $\frac{1}{4}$ erhöht. Durch

den Alias-Effekt verringert sich die Steigung bei $\beta = 1$ auf etwa 0,1.

In Abb. 3.14 sind entsprechende Verteilungen für simulierte Lichtkurven mit der ungleichmäßigen Abtastung der PKS 2155-304 Lichtkurve dargestellt. Bei $\beta = 1$ ohne Alias-Effekt ist der Verlauf gekrümmt. Die Steigung ist bei allen Verteilungen etwas größer als bei der gleichmäßigen Abtastung. Die Ungleichmäßige Abtastung erzeugt schmalbandige Strukturen, die im Vergleich zur SF vermehrt und stärker ausgeprägt auftreten. Der Alias-Effekt verdreifacht die MFVF bei 1 d für $\beta = 1$, bei $\beta = 2$ hingegen ist er von anderen Strukturen der MFVF dominiert. Das Hinzufügen des Messfehlers wirkt sich wie bei der SF bei $\beta = 2$ bei kleinen Zeitskalen $\lesssim 10$ d aus. Dort wird die Verteilung nach oben gebogen, weil das instrumentelle Rauschen eine Mindestvariabilität erzeugt, die das intrinsische Potenzgesetzrauschen dort dominiert.

Abtast- und Alias-Effekte beeinflussen die Steigung des MFVF. Sie müssen also bei der Anpassung von β berücksichtigt oder diskutiert werden.

3.1.6 Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen mit der SF und der MFVF

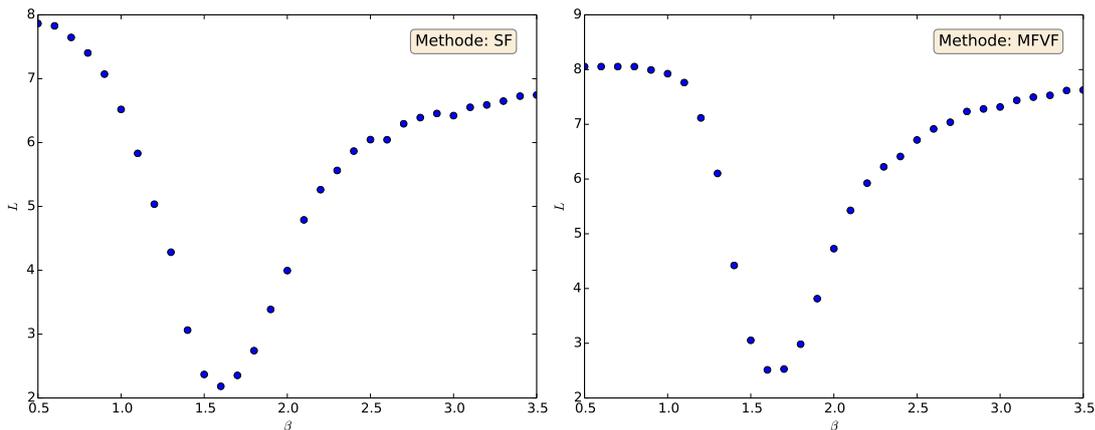


Abbildung 3.15: Likelihood-Werte $L(\beta)$ für die simulierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die SF (links) und die MFVF (rechts).

Die PKS 2155-304-Lichtkurve wird Analog zu Abschnitt 3.1.3 analysiert, wobei statt dem LSP die SF bzw. die MFVF verwendet wird. Die Likelihoodwerte für die simulierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit den unterschiedlichen Werten für β sind für beide Methoden in Abb. 3.15 aufgetragen. Sie hat in beiden Fällen ein Minimum, das ein zu größeren Werten β langsamer ansteigt als zu kleineren. Das LSP in Abschnitt 3.1.3 ist wesentlich asymmetrischer und steigt nur langsam mit höheren Werten von β an. Die MFVF und die SF versprechen also hier kleinere und weniger asymmetrische Fehler auf β_{best} zu liefern als das LSP. Bei beiden Methoden liegt L_{min} bei $\beta_{\text{best,SF}} = \beta_{\text{best,MFVF}} = 1,6$.

Die entsprechenden Häufigkeitsverteilungen simulierter SF und der MFVF zusammen mit der SF und der MFVF der PKS 2155-304-Lichtkurve sind in Abb. 3.16 dargestellt. Die SF von PKS 2155-304 passt gut in die simulierte Häufigkeitsverteilung. Auffällige Strukturen sind Oszillationen bei >100 d. Bei

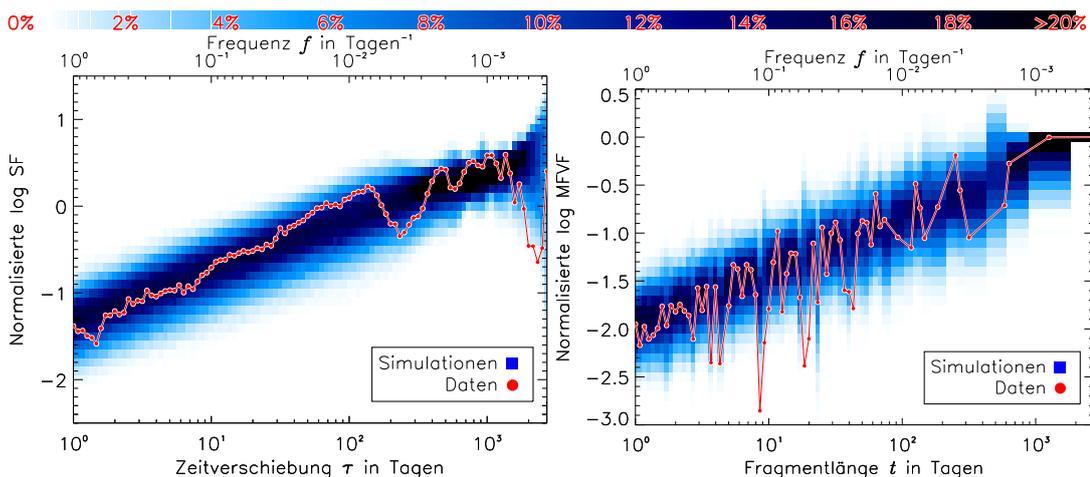


Abbildung 3.16: Am besten passende Häufigkeitsverteilung ($\beta = 1,6$) von simulierten SF (links) und MFVF (rechts) in blauer Farbskala. Die roten Linien stellen die SF bzw. MFVF der PKS 2155-304-Lichtkurve dar.

etwa 250 d befindet sich ein Minimum (siehe Abschnitt 3.4 für eine Untersuchung auf Periodizitäten). Die MFVF hat wie die Häufigkeitsverteilung einen in doppellogarithmischer Skala linearen Trend und passt augenscheinlich auch bei den schmalbandigen Strukturen.

Die Abschätzung der Unsicherheit auf β mit simulierten $\beta = 1,6$ -Lichtkurven liefert die Unsicherheiten $\beta_{\text{best,SF}} = 1,6 \pm 0,14$ und $\beta_{\text{best,MFVF}} = 1,6 \pm 0,12$. Die Histogramme dazu sind in Abb. 3.17 abgebildet. Die Unsicherheiten bei der MFVF sind etwas kleiner als bei der SF.

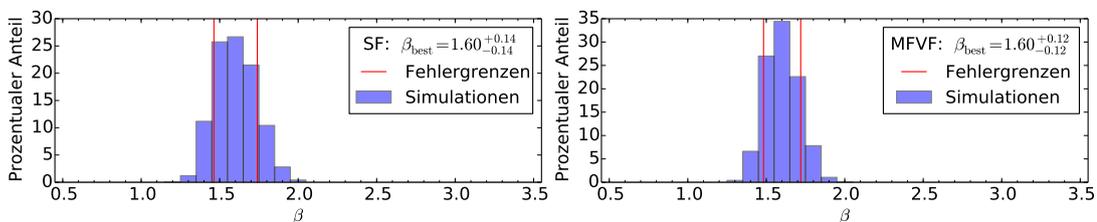


Abbildung 3.17: Verteilung geschätzter β_{best} -Werte für simulierte SF und MFVF mit wahren $\beta = 1,6$. Die roten Linien markieren die 1σ -Unsicherheiten.

Die Güte der Anpassung (bestimmt mit den L_{min} -Werten simulierter Lichtkurven als Teststatistik) ergibt die Quantile $q_{\text{SF}} = 93,6\%$ und $q_{\text{MFVF}} = 100\%$ für die SF bzw. die MFVF. Die Verteilungen sind in Abb. 3.18 abgebildet. Mit der SF ist die Hypothese demnach mit $93,6\%$ abzulehnen. Das entspricht in Standardabweichungen ausgedrückt $1,52\sigma$. Bei der MFVF ist zu beachten, dass nur 4.000 MFVF simuliert wurden. Demnach ist die Wahrscheinlichkeit für die Ablehnung konservativ mit der Obergrenze $1 - \frac{1}{4.000} = 99,975\%$ anzugeben, was $3,48\sigma$ entspricht.

Der Alias-Effekt im Verhältnis zur kleinsten Variabilität auf der kleinsten Zeitskala, die hier in die Charakterisierung eingeht, wird mit Formel 3.8 berechnet ($f_{\text{Nyq}} = 50 \text{ d}^{-1}$). Die kleinste Zeitskala von einem Tag entspricht der

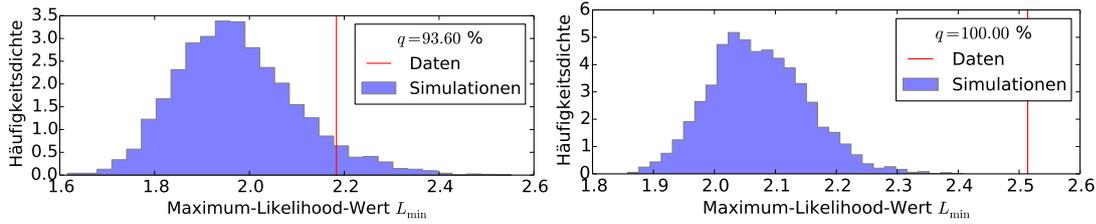


Abbildung 3.18: Häufigkeitsverteilungsdichte der L_{\min} -Werte von 4.000 simulierten $\beta = 1,6$ -Lichtkurven für die SF links und die MFVF rechts. Die senkrechte Linie markiert jeweils den L_{\min} -Wert für die PKS 2155-304-Lichtkurve.

Frequenz $f_0 = \frac{1}{2} \text{ d}^{-1}$. Damit ergibt sich für $\beta = 1,6$

$$\frac{P_C}{P(f_0)} \approx 9 \cdot 10^{-4}.$$

Der Alias-Effekt ist also für den analysierten Frequenzbereich vernachlässigbar.

Zusammenfassung

Die ROTSE-Lichtkurve von PKS 2155-304 ist nicht mit einem einfachen Potenzgesetzrauschen vereinbar. Auch wenn das LSP, die SF und das MFVF den simulierten Verteilungen zu folgen scheinen, zeigt der statistische Test beim MFVF die Unvereinbarkeit mit der Hypothese. Mit der MFVF ist sie mit $3,48 \sigma$ auszuschließen – mit dem LSP und der SF mit $0,85 \sigma$ bzw. $1,52 \sigma$. Die genaueste Anpassung von Potenzgesetzrauschen ist durch die MFVF mit $\beta = 1,6 \pm 0,12$ gegeben. Wegen der Ablehnung der Hypothese kann dieses Ergebnis nur für eine annähernde Beschreibung der SLD stehen.

Die Häufigkeitsverteilungen der einzelnen Methoden sind unterschiedlich stark von Abtast- und Alias-Effekten betroffen. Daraus lässt sich jedoch nicht notwendigerweise auf die Verwertbarkeit der Methoden in der dargestellten Analyse schließen. Die Abtasteffekte sind nicht eliminierbar, jedoch werden sie bei der Simulation von Lichtkurven vollständig berücksichtigt. Die SF scheint am wenigsten von Abtasteffekten betroffen zu sein. Dennoch liefert die MFVF eine höhere Genauigkeit. Die ungenaueste Methode ist das LSP. Die Steigung der Häufigkeitsverteilung simulierter LSP ist wenig von β abhängig, stattdessen wird die Verteilung mit zunehmenden β schmaler, d.h. die Streuung der LSP-Werte wird kleiner. Deshalb ist es zu erwarten, dass es eine verhältnismäßig hohe Ungenauigkeit bei der Anpassung von β gibt.

Bei den Simulationen wird ein möglichst großer Frequenzbereich bis zu einer Nyquistfrequenz von 50 d^{-1} berücksichtigt. Der nicht berücksichtigte Alias-Effekt von größeren Frequenzen kann für den analysierten Frequenzbereich $\leq \frac{1}{2} \text{ d}^{-1}$ vernachlässigt werden.

3.2 Log-normales Verhalten

In Abb. 3.19 ist die Flusszustandsverteilung der PKS 2155-304-Lichtkurve dargestellt. Dazu wird ein Histogramm sämtlicher gemessener Flüsse erstellt, sowie

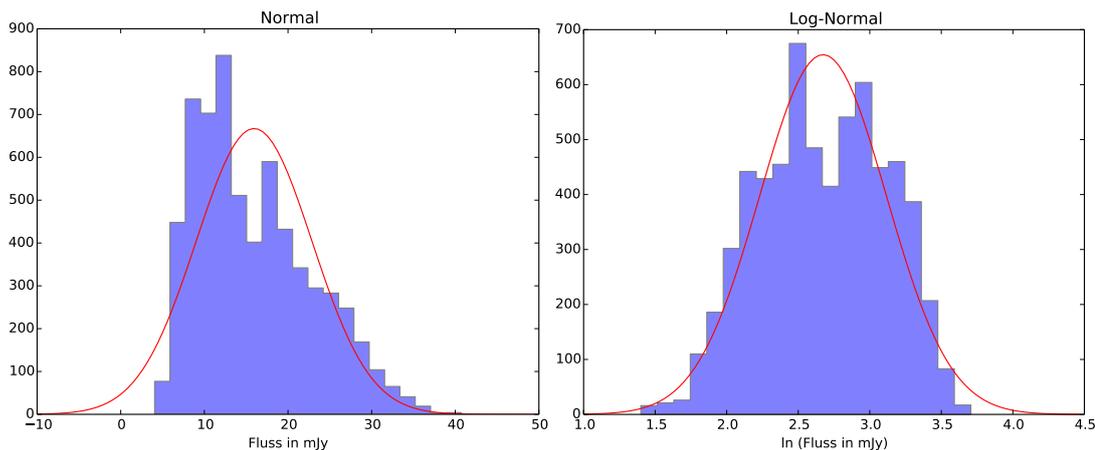


Abbildung 3.19: Flusszustandsverteilung der PKS 2155-304-Lichtkurve. Links: Histogramm der gemessenen Flüsse, rechts: Histogramm der Logarithmen der gemessenen Flüsse. Die Normalverteilungen, die die Verteilungen am besten beschreiben, sind als rote Kurven dargestellt.

ein Histogramm der Logarithmen der Flüsse. Zusätzlich sind die Normalverteilungen dargestellt, deren Varianzen und Mittelwerte aus den Verteilungen berechnet wurde. In linearer Skala fällt die Verteilung bei kleinen Flüssen unter 8 mJy steil ab. Dieses Abfallen ist nicht auf die limitierende Magnitude von ROTSE zurückzuführen, denn die limitierende Magnitude liegt bei Flüssen kleiner als 1 mJy.

Anscheinend wird die Verteilung der Logarithmen besser durch eine Normalverteilung beschrieben als die Verteilung der Flüsse. Ein solches Verhalten, bei dem die Logarithmen der tatsächlichen Flüsse einer Normalverteilung folgen, wird log-normales Verhalten genannt (z.B. Sachs, 1999, S. 173). Es ist daher zu vermuten, dass dies für die PKS 2155-304-Lichtkurve zutrifft.

Ein log-normales Verhalten lässt sich auf ein multiplikatives Zusammenwirken von (zufälligen) Prozessen zurückführen. Die sich so gegenseitig verstärkende Wirkung äußert sich bei einer Zeitreihe dadurch, dass die zu erwartende Variabilitätsamplitude proportional zum Fluss ist. D.h., je höher der Fluss ist, desto stärker variiert er. Für die Logarithmen der Flüsse verschwindet diese Korrelation. Eine derartige Zeitreihe wird log-normale Zeitreihe genannt. Eine Zeitreihe mit normalverteilten Flusszuständen und bei der die Variabilität und der Flusszustand unkorreliert sind, wird hier normale Zeitreihe genannt.

Eine log-normale Zeitreihe A_i lässt sich in eine normale Zeitreihe a_i transformieren, indem der intrinsische Fluss logarithmiert wird, d.h.

$$a_i = \ln A_i \quad (3.12)$$

$$\Rightarrow e^{a_i} = A_i \quad (3.13)$$

(z.B. Sachs, 1999, S. 174). Es lässt sich also Potenzgesetzrauschen mit log-normalem Verhalten simulieren, indem normales Potenzgesetzrauschen simuliert und anschließend die Exponentialfunktion auf die Flüsse angewendet wird. Es gelten nach Sachs (1999) folgende Zusammenhänge zwischen dem Mittelwert M und Varianz V einer unendlich langen log-normalen Zeitreihe und dem Mittelwert μ und der Varianz σ^2 der zugrunde liegenden normalen Zeitreihe (für

die Lesbarkeit einheitenlos):

$$M = e^{\mu + \sigma^2/2} \quad (3.14)$$

$$V = (e^{\sigma^2} - 1) e^{2\mu + \sigma^2} \quad (3.15)$$

$$\Rightarrow V = M^2 (e^{\sigma^2} - 1) \quad (3.16)$$

Umformen ergibt

$$\sigma^2 = \ln \left(\frac{V}{M^2} + 1 \right) \quad (3.17)$$

und

$$\mu = \ln M - \frac{\sigma^2}{2} \quad (3.18)$$

$$\Rightarrow \mu = \ln M - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{V}{M^2} + 1 \right) \quad (3.19)$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{1}{2} \left[\ln M^2 - \ln \left(\frac{V}{M^2} + 1 \right) \right] \quad (3.20)$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{1}{2} \ln \frac{M^2}{V/M^2 + 1} \quad (3.21)$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{1}{2} \ln \frac{M^4}{V + M^2}. \quad (3.22)$$

In Abschnitt 3.1 wird die PKS 2155-304-Lichtkurve auf die Hypothese getestet, dass sie eine Zeitreihe von normalem Potenzgesetzrauschen ist. Als Alternativhypothese wird hier angenommen, dass die Lichtkurve eine log-normale Zeitreihe ist, wobei ihr Logarithmus $\ln A_i = a_i$ normales Potenzgesetzrauschen ist. Diese log-normale Zeitreihe wird im Folgenden log-normales Potenzgesetzrauschen genannt.

Für das weitere Vorgehen ist log-normales Potenzgesetzrauschen zu simulieren, das dieselbe Abtastung, dieselbe Varianz und denselben Mittelwert wie die PKS 2155-304-Lichtkurve hat. Dazu wird zunächst normales Potenzgesetzrauschen (siehe Abschnitt 3.1.1) simuliert. D.h., es wird die Methode von Timmer & Koenig (1995) verwendet, um normales Potenzgesetzrauschen zu erhalten. Dann wird die Abtastung der PKS 2155-304-Lichtkurve übertragen. Diese normale Zeitreihe wird auf die Varianz und den Mittelwert auf die Werte aus Gleichung 3.17 bzw. 3.22 skaliert. Auf die simulierten Flüsse wird die Exponentialfunktion angewendet, bevor schließlich die Messfehler hinzugefügt werden.

Da eine simulierte Lichtkurve eine endliche Länge und zudem eine unregelmäßige Abtastung hat, entspricht ihr Mittelwert und ihre Varianz nur mit einer gewissen Genauigkeit den theoretischen Werten M und V aus Gleichung (3.14) bzw. (3.15). Die Unsicherheiten hängt zudem von β ab: Eine Simulation von jeweils 4.000 solcher Lichtkurven mit $\beta = 0,5, 1,0, 1,5$ und $2,0$ zeigt, wie die Werte von Standardabweichung und Mittelwert der Lichtkurven verteilt

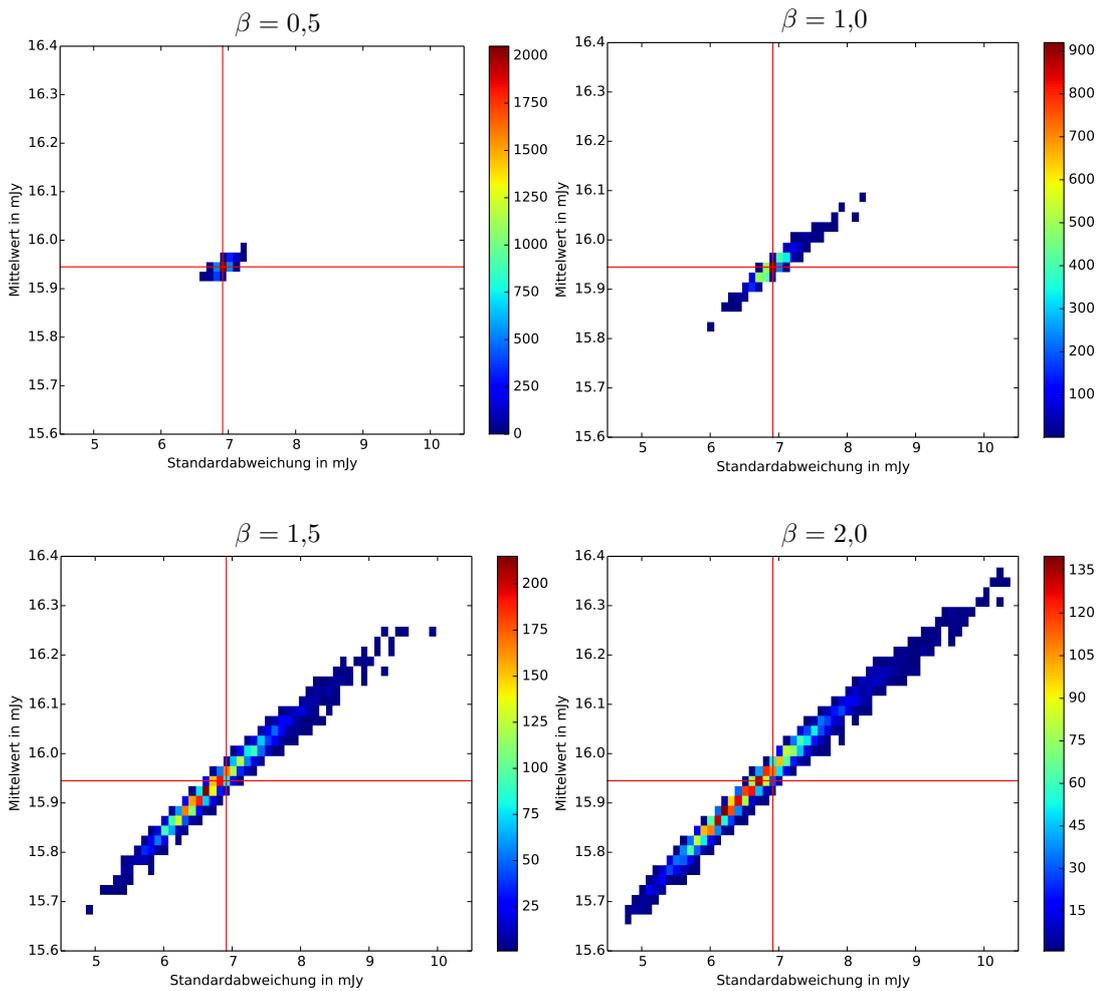


Abbildung 3.20: Zweidimensionale Häufigkeitsverteilung der Mittelwerte und Standardabweichungen von simuliertem log-normalem Potenzgesetzrauschen ohne Anwendung des Korrekturfaktors (siehe Text). Die Sollwerte der PKS 2155-304-Lichtkurve sind mit dem roten Kreuz markiert.

sind. Dies ist in Abb. 3.20 als zweidimensionale Häufigkeitsverteilungen dargestellt. Die Werte sind um die theoretischen Werte M und V einer unendlich langen gleichmäßig abgetasteten Lichtkurve verteilt. Das liegt daran, dass eine lückenhafte endliche Lichtkurve, nur die Variabilität in begrenzten Zeiträumen darstellt, in denen die Flüsse untereinander korreliert sind. So ist der mittlere Fluss von Lichtkurve zu Lichtkurve unterschiedlich. Da die Variabilitätsamplitude mit dem Flusszustand korreliert ist (siehe Gleichung 3.16), gibt es einen linearen Zusammenhang zwischen der Standardabweichung einer Lichtkurve und ihrem Mittelwert. Dies spiegelt sich in den Verteilungen der Werte wider. Bei größerem β ist die Verteilung ausgedehnter. Das liegt daran, dass hierbei die Datenpunkte der Lichtkurve stärker untereinander korreliert sind, als bei kleinem β . Bei letzterem ändert sich der Flusszustand schneller, so dass in einem kleinen Zeitraum mehr unterschiedliche Flusszustände erreicht werden. So werden die Schwankungen der Mittelwerte der Lichtkurven eher ausgeglichen als bei größerem β .

Für $\beta = 0,5$ weicht die Standardabweichung um bis zu 4% von dem Sollwert ab. Der Mittelwert schwankt mit einer maximalen Abweichung von 0,2%. Mit größerem β werden die Abweichungen größer, so ergeben sich für $\beta = 1,0$ maximale Abweichungen von 19% von der Soll-Standardabweichung und 0,8% vom Soll-Mittelwert. Für $\beta = 1,5$ sind die maximalen Abweichungen 44% bzw. 2%, für $\beta = 2,0$ sind die Abweichungen 67% bzw. 3%.

Eine Abweichung vom Mittelwert wirkt sich im Mittel auf die simulierten Fehler aus, die ja eine Funktion des Flusses sind. Eine Abweichung der Standardabweichung führt dazu, dass die mittleren Fehler nicht im selben Verhältnis zur Variabilität stehen, wie bei der echten Lichtkurve. Um diese Abweichungen zu eliminieren, wird angenommen, dass sie sich ausreichend korrigieren lassen, indem die Standardabweichung und der Mittelwert der normalen Zeitreihe mit jeweils einem Korrekturfaktor k und l multipliziert werden. Es wird also eine normale Lichtkurve mit $\mu' = k\mu$ und $\sigma' = l\sigma$ simuliert (Die Werte für μ und σ stammen aus den Gleichungen 3.22 und 3.17). Ihr Exponent, also die log-normale Lichtkurve, hat dann einen Mittelwert M_{sim} und eine Varianz V_{sim} , die von k und l abhängen. Wie die Abhängigkeit genau aussieht, ist unbekannt. Die Korrekturfaktoren werden deshalb für jede simulierte Lichtkurve durch ausprobieren angepasst, so dass die Abweichung

$$D(k, l) = [M_{\text{sim}}(k, l) - M_{\text{soll}}]^2 + [V_{\text{sim}}(k, l) - V_{\text{soll}}]^2 \quad (3.23)$$

minimiert wird, wobei M_{soll} und V_{soll} die Soll-Werte für Mittelwert und Varianz der log-normalen Lichtkurve sind.

Dazu wird das Nelder-Mead-Verfahren (Nelder & Mead, 1965) verwendet, das in `scipy.optimize.fmin` (Jones *et al.*, 2001–) implementiert ist. Dieses Optimierungsverfahren kommt ohne die Ableitung der zu minimierenden Funktion aus. Es findet eine schrittweise Annäherung an das Minimum statt. Im hier vorliegenden zweidimensionalen Fall werden drei Anfangspunkte im Parameterraum gewählt, die ein Dreieck aufspannen. Dieses Dreieck wird in jedem Schritt vergrößert, verkleinert oder um eine Seite gespiegelt, so dass es sich um einen optimalen Wert zusammenzieht, um dort schließlich zu konvergieren.

Als Anfangswerte werden beide Korrekturfaktoren auf eins gesetzt. Die Anwendung der optimierten Korrekturfaktoren reduzieren die Abweichungen der Standardabweichung und des Mittelwertes von den theoretischen Werten in allen Fällen auf weniger als 0,02%. Derart kleine Abweichungen der Standardabweichungen können vernachlässigt werden, weil sie eine Größenordnung kleiner als der Beitrag der Messfehler zur Standardabweichung sind. Auch die Abweichung vom Mittelwert ist vernachlässigbar, weil sich die simulierten Messfehler (Gleichung 3.1) bei einer so kleinen Flussdifferenz nur um einige Promille ändern.

Die Korrekturfaktoren ändern nichts daran, dass die Zeitreihe vor der Anwendung der Exponentialfunktion ein normales Verhalten hat. Eine Korrektur danach hätte eine Verzerrung der Lichtkurve zu Folge, so dass der Logarithmus der Lichtkurve nicht mehr normal verteilt wäre – sie wäre damit nicht log-normal.

Die Charakterisierung der SLD wird mit solchen simulierten log-normalen Lichtkurven durchgeführt. Dies geschieht analog zu den Abschnitten 3.1.3 bis

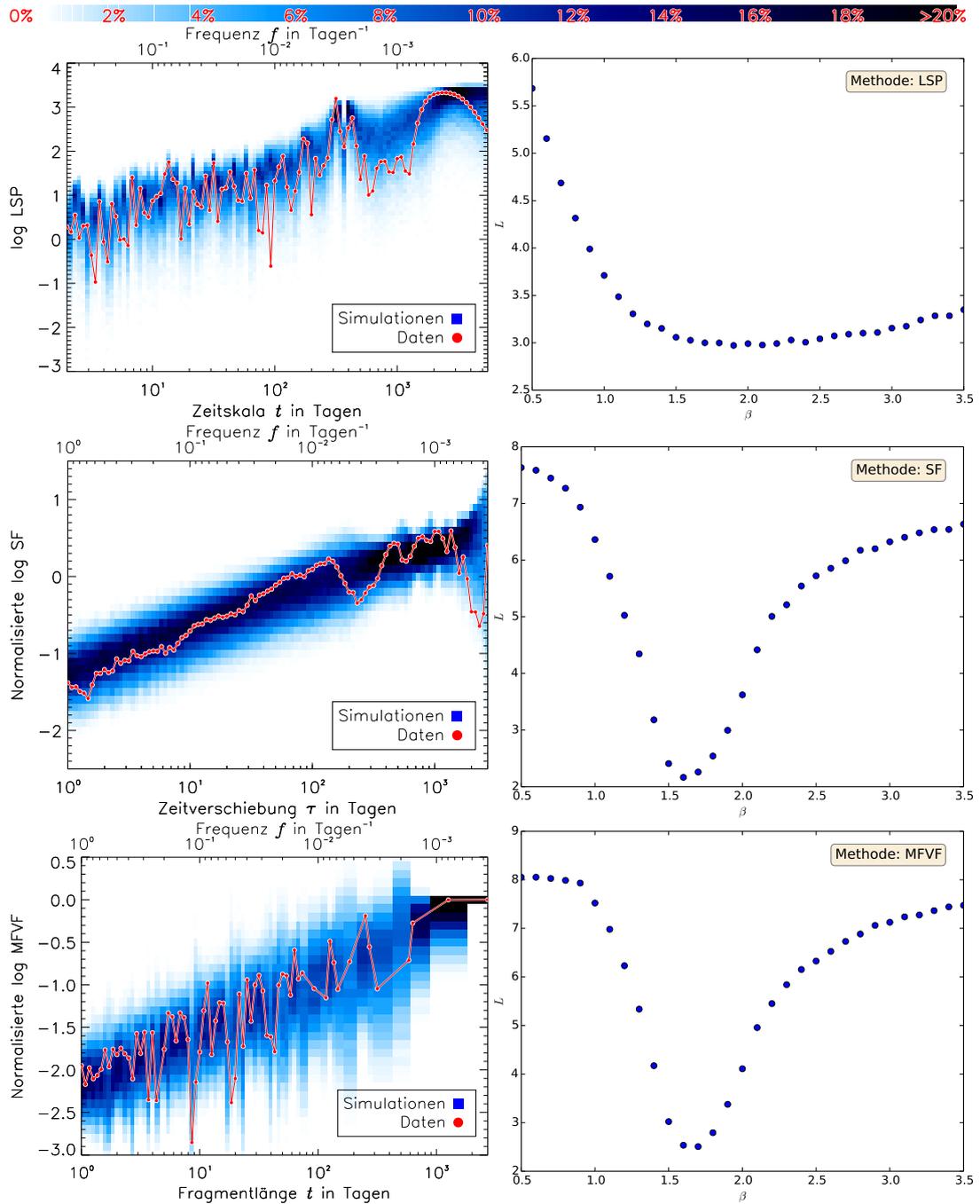


Abbildung 3.21: Links: Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Blaue Farbskala) der LSP, SF und MFVF von simuliertem log-normalem Potenzgesetzrauschen, die die entsprechenden Ergebnisse der PKS 2155-304-Lichtkurve (rote Linie) am besten beschreiben. Rechts: Log-Likelihood-Funktion $L(\beta)$ für das LSP, SF bzw. MFVF der PKS 2155-304-Lichtkurve.

3.1.6. Zusammengefasst heißt das: Es werden für die Werte für $\beta = 0,5, 0,6, \dots, 3,0$ jeweils 4.000 log-normale Lichtkurven simuliert und deren LSP, SF und MFVF berechnet. Für jeden Wert von β ergibt sich damit ein Satz von 4.000 simulierten LSP, 4.000 SF und 4.000 MFVF. Die simulierten Ergebnisse werden zu zweidimensionalen Häufigkeitsverteilungen zusammengefasst, die als Wahr-

scheinlichkeitsverteilungen verwendet werden. Das ergibt für das LSP-, die SF- und die MFVF eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für jeden Wert von β . Die LSP, SF und MFVF der PKS 2155-304-Lichtkurve werden an die entsprechenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit einer Maximum-Likelihood-Methode angepasst. Damit ergibt sich jeweils eine am besten passende Wahrscheinlichkeitsverteilung und damit jeweils der am besten passender Wert für β .

Die am besten passenden Verteilungen sind in Abb. 3.21 links von oben nach unten dargestellt. Die Werte von PKS 2155-304 sind augenscheinlich mit den Verteilungen vereinbar. Letztere gleichen denen von normalem Potenzgesetzrauschen (Abb. 3.8 und 3.16). Einen deutlichen Unterschied gibt es bei der MFVF: im log-normalen Fall ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung durchweg breiter, so dass die extremen Werte der PKS 2155-304-MFVF vermutlich besser zur Verteilung passen als im normalen Fall. Die Likelihoodwerte in Abhängigkeit von β sind auf der rechten Seite aufgetragen. Bei der SF und der MFVF hat der Verlauf ein schärferes Maximum als bei dem LSP. Das absolute Maximum der Methoden liegt bei 1,9, 1,6 bzw. 1,7. Die Likelihoodfunktion beim LSP ist nicht glatt, sondern hat kleine Schwankungen, die im Bereich des Minimums zwischen $\beta \approx 1,5 \dots 2,0$ dominieren. Es ist daher davon auszugehen, dass das LSP ein deutlich ungenaueres Ergebnis als die SF und die MFVF liefert.

Es bleibt die Unsicherheiten auf die Ergebnisse für β abzuschätzen. Wie in Abschnitt 3.1.3 in Schritt 6 beschrieben, wird für jede Methode die Anpassung mit simulierten Lichtkurven getestet, deren wahrer Wert für β gleich dem Ergebnis für die echte Lichtkurve entspricht. Die Verteilung um den wahren Wert entspricht der Unsicherheit der Methode. Dies ist in Abb. 3.22 links dargestellt. Das LSP hat die größte Ungenauigkeit auf β mit $^{+0,75}_{-0,43}$. Die großen Schwankungen zwischen benachbarter Balken im Histogramm deutet darauf hin, dass die Abstände von den β -Werten jenseits des Auflösungsvermögens der Methode liegt. Hier dominieren statistische Effekte der simulierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen die intrinsischen Unterschiede. Die Verteilungen der SF und der MFVF sind glatt und liefern eine Unsicherheit von $^{+0,13}_{-0,14}$ bzw. $^{+0,13}_{-0,12}$. Die MFVF liefert also ein etwas genaueres Ergebnis als die SF. In Anhang B.1 wird eine alternative Methode für Berechnung der Messfehler gezeigt, die konsistente Ergebnisse liefert.

Schließlich wird die Güte der Anpassung abgeschätzt, um die Hypothese zu testen. Wie in Abschnitt 3.1.3 in Schritt 7 beschrieben, werden für jede Methode die Maximum-Likelihood-Werte L_{\min} von simulierten Lichtkurven als Teststatistik verwendet, um sie mit L_{\min} von PKS 2155-304 zu vergleichen. Die Teststatistik ist in Abb. 3.22 rechts abgebildet. Der Wert der PKS 2155-304-Lichtkurve liegt bei allen Methoden soweit in der Verteilung, dass die Hypothese mit 80,83% (LSP), 84,62% (SF) bzw. 84,28% (MFVF) ausgeschlossen werden kann. In Standardabweichungen ausgedrückt entspricht das 0,9 bis 1,0 σ . Die Lichtkurve von PKS 2155-304 ist also nach diesem Test mit einem log-normalen Verhalten kompatibel. Die Ergebnisse sind zusammen mit den Ergebnissen für normales Verhalten in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

Als eine weitere alternative Hypothese werden in Anhang B.2 die jährlichen Datensätze der Lichtkurve unabhängig voneinander als Potenzgesetzrauschen charakterisiert. Damit wird eine Zeitabhängigkeit von β in Betracht gezogen,

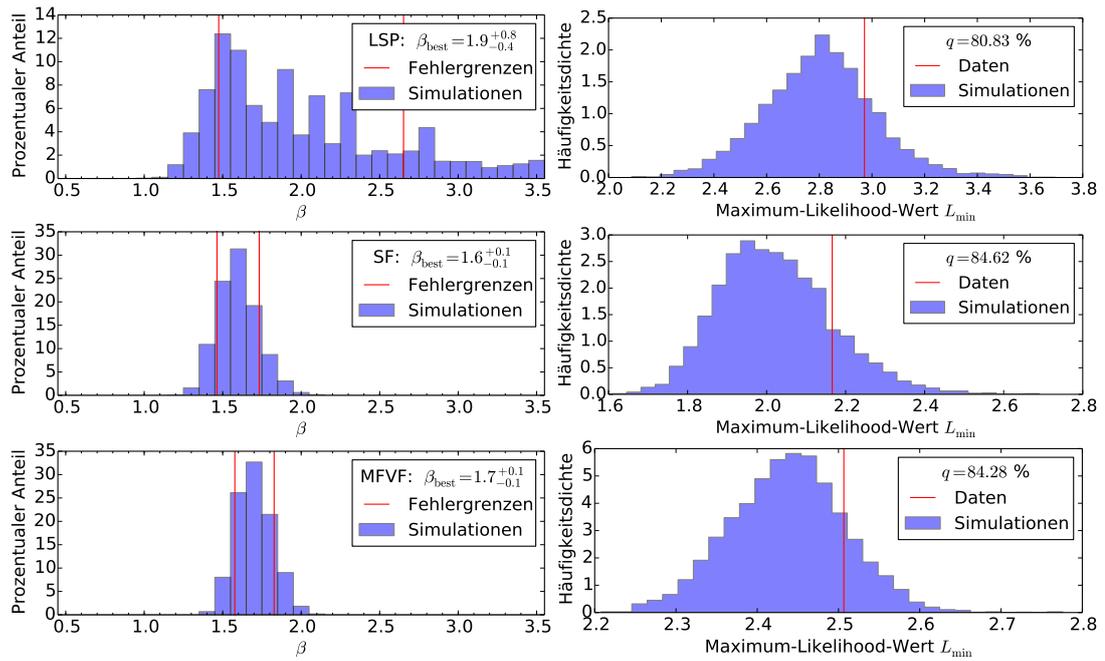


Abbildung 3.22: Links: Verteilung simulierter Ergebnisse der Anpassungsmethoden für β für log-normales Potenzgesetzrauschen. Die Grenzen (senkrechte rote Linien) bei denen linksseitig bzw. rechtsseitig 15,9% der Verteilung liegen, ergeben die 1σ -Fehlergrenzen für das Ergebnis von β . Rechts: Verteilung der Maximum-Likelihood-Werte simulierter log-normaler Lichtkurven für das LSP, die SF und MFVF. Der Maximum-Likelihood-Wert der PKS 2155-304-Lichtkurve liegt jeweils an der Stelle der senkrechten blauen Linie.

womit es sich um einen nicht-stationären Prozess handeln würde. Die Werte β für die einzelnen Jahre sind mit einem konstanten Wert von 1,88 kompatibel. Dies ist etwas größer als der Wert für die gesamte Lichtkurve. Das ist ein Hinweis auf einen etwas steileren Verlauf der SLD auf Zeitskalen kleiner als ein Jahr.

Methode	H_{norm}		H_{logn}	
	β_{best}	q	β_{best}	q
LSP	$1,9^{+0,70}_{-0,44}$	80,22%	$1,9^{+0,75}_{-0,43}$	80,83%
SF	$1,6 \pm 0,14$	93,6%	$1,6^{+0,13}_{-0,14}$	84,62%
MF	$1,6 \pm 0,12$	99,975%	$1,7^{+0,13}_{-0,12}$	84,28%

Tabelle 3.1: Ergebnisse der Anpassung von normalem und log-normalem Potenzgesetzrauschen an die PKS 2155-304-Lichtkurve.

Der größte Unterschied in der statistischen Signifikanz liegt dabei bei der MFVF, die hier am sensibelsten auf ein normales bzw. log-normales Verhalten ist. Normales Potenzgesetzrauschen ist anhand der MFVF auszuschließen, während ein log-normales Verhalten kompatibel ist. An zweiter Stelle folgt die SF, mit derer log-normales Verhalten präferiert wird, normales Verhalten aber nicht auszuschließen ist. Mit dem LSP ist hingegen keine der beiden Hypothesen zu

bevorzugen. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung des MFVF ist bei log-normalem Verhalten breiter. Es könnte also sein, dass der Test allein deswegen toleranter gegenüber jeglicher Lichtkurve ist. Angenommen die PKS 2155-304-Lichtkurve habe ein normales Verhalten, die intrinsische SLD weiche jedoch in irgendeiner Form von normalem Potenzgesetzrauschen ab (z.B. Potenzgesetz mit einem Knick), so dass die Anpassung schlecht ist. Die Hypothese, sie sei normales Potenzgesetzrauschen, würde also korrekterweise verworfen. Die Alternativhypothese, sie sei log-normales Potenzgesetzrauschen, würde aber möglicherweise nicht verworfen, da z.B. die MFVF-Verteilung aufgrund ihrer größeren Breite toleranter ist. Im Ergebnis würde ein log-normales Verhalten präferiert, obwohl ein normales Verhalten vorläge. Es ist daher angebracht, die mutmaßliche log-Normalität mit einem weiteren Test zu verifizieren. Dies wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

3.2.1 Flusszustandsabhängige Variabilität

In den vorhergehenden Abschnitten wurde die PKS 2155-304-Lichtkurve mit einem normalen bzw. log-normalen Potenzgesetzrauschen charakterisiert. Der am besten passende Wert für β wurde für beide Hypothesen ermittelt. Damit kann ein weiterer Test durchgeführt werden, um zwischen einem normalen und log-normalen Verhalten zu unterscheiden. Er zielt auf die Eigenschaft ab, dass es bei Log-Normalität eine Korrelation zwischen dem Flusszustand und der Variabilität gibt. Dazu wird eine Lichtkurve in Intervalle der (zunächst frei gewählten) Größe von 50 d zerteilt. Für jedes Intervall wird der mittlere Fluss und die Standardabweichung berechnet. Diese Werte werden auf eine lineare Korrelation hin untersucht, indem der Pearsonsche Korrelationskoeffizient berechnet wird. Es werden dabei nur Intervalle verwendet, die mindestens 20 Datenpunkte beinhalten, um robuste Werte für den mittleren Fluss und die Standardabweichung zu erhalten.

Es werden zwei Hypothesen untersucht:

$H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$: Die PKS 2155-304-Lichtkurve ist **normales** Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,6$.

$H_{\text{logn}}^{\beta=1,7}$: Die PKS 2155-304-Lichtkurve ist **log-normales** Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,7$.

Die Werte für β sind die genauesten Ergebnisse aus den vorherigen Anpassungen.

Um die Verwertbarkeit des Korrelationskoeffizienten zu untersuchen, wird er zunächst für 4.000 simulierte Lichtkurven von $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$ berechnet. Es ist keine Korrelation zu erwarten, so dass diese Werte um null verteilt sein sollten. Dasselbe wird für die 4.000 Lichtkurven von $H_{\text{logn}}^{\beta=1,7}$ berechnet. Für diesen Fall ist zu erwarten, dass die simulierten Korrelationskoeffizienten um einen Wert größer null verteilt sind.

In Abb. 3.23 links sind die jeweiligen Histogramme beider Verteilungen dargestellt. Sie repräsentieren die Häufigkeitsverteilung der Korrelationskoeffizienten unter der Annahme, dass $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$ bzw. $H_{\text{logn}}^{\beta=1,7}$ zutrifft. Damit lassen sie sich

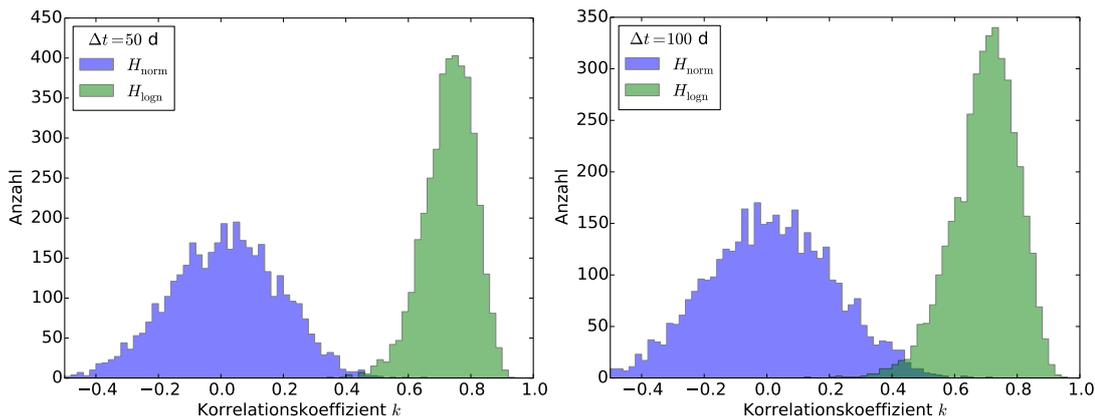


Abbildung 3.23: Verteilungen der Korrelationskoeffizienten simulierter Lichtkurven mit normalem (blau) und log-normalem (grün) Verhalten. Links wurde für die Intervalle, deren Standardabweichungen und Flüsse auf eine Korrelation untersucht werden, eine Länge von 50 d verwendet, rechts dagegen 100 d.

als Teststatistiken verwenden, um anhand des Wertes beide Hypothesen zu testen. Die Werte für den normalen Fall sind um null verteilt. Die Werte für den log-normalen Fall sind um etwa 0,7 verteilt. Es gibt einen Bereich bei etwa 0,4, bei dem sich beide Verteilungen überlappen. Eine Lichtkurve, für die eine der beiden Hypothesen gilt und deren Korrelationskoeffizient dort liegt, ließe sich anhand dieses Tests nicht oder nur uneindeutig zwischen den beiden Hypothesen unterscheiden.

Dieselbe Berechnung mit einer anderen Intervallgröße von 100 d ergibt zwei Histogramme, die sich mit einer größeren Fläche überlappen. Der Test erscheint mit dieser Einstellung also ungeeigneter, um für die PKS 2155-304-Lichtkurve eine Entscheidung zu fällen. Schließlich ist die Wahrscheinlichkeit, dass ihr Korrelationskoeffizient in den Bereich der Überlappung fällt größer als bei der Intervallgröße von 50 d.

Der Hypothesentest lässt sich also offensichtlich auf seine Eindeutigkeit optimieren, indem die optimale Intervallgröße gefunden wird. Diese wird hier durch ausprobieren gefunden, bevor der Korrelationskoeffizient für die PKS 2155-304-Lichtkurve berechnet wird. Erst nachdem der Test optimiert ist, wird er auf die echten Daten angewendet.

Es wird also die Einstellung für die Intervallgröße gesucht, bei der die beiden Verteilungen möglichst weit separiert sind. Dazu wird in gewisser Weise analog zum Kolmogorov-Smirnov-Test (Massey Jr, 1951) vorgegangen: Von beiden Verteilungen werden die kumulativen Verteilungen F_1 und F_2 berechnet, die beide Funktionen des Korrelationskoeffizienten k sind. Als Maß für die Separiertheit wird die größte Differenz zwischen F_1 und F_2 berechnet, also

$$\|F_2(k) - F_1(k)\| = \sup_k |F_2(k) - F_1(k)|. \quad (3.24)$$

Dieses Maß wird für die Intervallgrößen 2, 3, ..., 300 d berechnet. D.h. für den normalen und den log-normalen Fall werden für die 4.000 simulierten Lichtkurven mit der jeweiligen Intervallgröße die Verteilungen F_1 und F_2 berechnet.

Die Intervallgröße, die $\|F_2(k) - F_1(k)\|$ maximiert gilt als die mutmaßlich beste Einstellung und wird schlussendlich für den eigentlichen Hypothesentest verwendet.

Eine weitere Vorgehensweise zielt darauf ab, einen möglichst eindeutigen Likelihood-Quotienten zu erhalten. Seien $f_1(k), f_2(k)$ die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen der beiden Hypothesen $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$ und $H_{\text{logn}}^{\beta=1,7}$ für den Korrelationskoeffizienten k . Eine Lichtkurve mit einem Korrelationskoeffizienten k_0 sei a priori mit gleicher Wahrscheinlichkeit eine Realisation einer der beiden Hypothesen. Trifft $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$ auf die Lichtkurve zu, so ist die Wahrscheinlichkeit k_0 in einem infinitesimalen Intervall $k_0 + \delta k$ zu messen gleich $f_1(k_0) \delta k$. Entsprechendes gilt für das Zutreffen von $H_{\text{logn}}^{\beta=1,7}$, also $f_2(k_0) \delta k$. Der Likelihood-Quotient ist das Verhältnis dieser beiden Wahrscheinlichkeiten

$$Q(k_0) = \frac{f_1(k_0) \delta k}{f_2(k_0) \delta k} = \frac{f_1(k_0)}{f_2(k_0)}. \quad (3.25)$$

Da $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$ und $H_{\text{logn}}^{\beta=1,7}$ a priori (vor der Messung von k) als gleich wahrscheinlich angenommen werden, gibt $Q(k_0)$ nach der Messung an, um wie viel wahrscheinlicher $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$ gegenüber $H_{\text{logn}}^{\beta=1,7}$ zutrifft, wenn k_0 gemessen wird. Für $f_1(k_0) \gg f_2(k_0)$ nimmt Q große Werte $Q \rightarrow \infty$ an, für $f_1(k_0) \ll f_2(k_0)$ ist Q klein $Q \rightarrow 0$. Der Test soll derart optimiert werden, dass Q erwartungsgemäß einen möglichst extremen, also möglichst kleinen oder großen Wert annimmt. Denn dann ließe sich erwartungsgemäß eine möglichst eindeutige Entscheidung zwischen $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$ und $H_{\text{logn}}^{\beta=1,7}$ treffen.

Es gilt $\ln Q \rightarrow -\infty$ für $Q \rightarrow 0$ und $\ln Q \rightarrow \infty$ für $Q \rightarrow \infty$. Der Ausdruck $|\ln Q|$ wird also sowohl bei kleinen als auch bei großen Werten von Q groß. Außerdem ist er invariant gegenüber der Vertauschung von f_1 und f_2 . Der Test wird also so optimiert, dass

$$|\ln Q(k_0)| = |\ln f_1(k_0) - \ln f_2(k_0)| \quad (3.26)$$

in der Erwartung möglichst groß wird. Der Ausdruck $|\ln Q(k_0)|$ wird hier Ausprägtheit des Likelihood-Quotienten genannt. A priori trifft ja entweder $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$ oder $H_{\text{logn}}^{\beta=1,7}$ mit gleicher Wahrscheinlichkeit zu. Die apriori Wahrscheinlichkeitsdichte für k ist also

$$f_{1\vee 2}(k) = \frac{f_1(k) + f_2(k)}{2} \quad (3.27)$$

Der Erwartungswert von $|\ln Q(k)|$ ist dann a priori

$$\langle |\ln Q(k)| \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |\ln Q(k)| f_{1\vee 2}(k) dk. \quad (3.28)$$

Es wird nun die Einstellung für die Intervallgröße Δt gesucht, die $\langle |\ln Q(k)| \rangle$ maximiert. Die Wahrscheinlichkeitsdichten f_1 und f_2 sind in Form von Histogrammen der Korrelationskoeffizienten P_1 und P_2 für jede Intervallgröße aus Simulationen bekannt, so dass sich das Integral einfach numerisch als Summe berechnen lässt mit

$$\langle |\ln Q(k)| \rangle = \sum_{i=0}^n |\ln Q(k_i)| P_{1\vee 2}(k_i), \quad (3.29)$$

wobei

$$P_{1\vee 2}(k_i) = \frac{P_1(k_i) + P_2(k_i)}{2} \quad (3.30)$$

ist und

$$|\ln Q(k_i)| = |\ln P_1(k_i) - \ln P_2(k_i)| \quad (3.31)$$

gesetzt wird. Aufgrund der begrenzten Anzahl simulierter Werte für k , bilden die simulierten Histogramme die Verteilungen f_1 und f_2 nur mit eingeschränkter Genauigkeit ab. Das führt insbesondere dazu, dass $P_1(k)$ und $P_2(k)$ Werte von null annehmen, was den Ausdruck $|\ln Q(k)|$ divergieren lässt. Dabei wird hier angenommen, dass f_1 bzw. f_2 an solchen Stellen nicht null, sondern nur sehr klein ist. Weil nur 4.000 Lichtkurven für beide Hypothesen simuliert sind, wird bei der Berechnung ein Mindestwert für die Wahrscheinlichkeit P_1 bzw. P_2 von $1/4.000$ angenommen.

Wie bei dem Kolmogorov-Smirnov-Verfahren (KS-Verfahren) werden hier ebenso alle Intervallgrößen $2, 3, \dots, 300$ d ausprobiert, um die optimale zu finden, die schlussendlich für den Test verwendet wird. Beide Verfahren zum Scharfstellen des Tests zielen auf das Optimieren zweier unterschiedlicher aber sicher gekoppelter Aspekte hin. Das KS-Verfahren zielt auf eine möglichst kleine Überlappung beider Verteilungen hin. Dadurch lässt sich erwartungsgemäß im Hinblick auf p -Werte eine möglichst eindeutige Entscheidung für eine der beiden Hypothesen treffen. Die Maximierung des Erwartungswertes der Ausgeprägtheit des Likelihood-Quotienten optimiert auf eine möglichst eindeutige Entscheidung im Hinblick auf den Likelihood-Quotienten. Beide Verfahren werden hier verwendet. Es werden also bis zu zwei mutmaßlich optimale Intervallgrößen gefunden.

Die Ergebnisse für die beiden Verfahren sind in Abb. 3.24 aufgetragen. Bei dem KS-Verfahren gibt es bei den Intervallgrößen 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 18, 20, 30 und 31 Tagen keine Überlappung, d.h. $\|F_2(k) - F_1(k)\| = 1$. Es liefert also noch keine eindeutige Entscheidung. Die Optimierung des Likelihood-Quotienten ergibt ein Maximum bei einer Intervallgröße von $\Delta t = 9$ d mit einem Erwartungswert von $\langle |\ln Q| \rangle = 5,62$, d.h. erwartungsgemäß wird der Test eine der beiden Hypothesen als 276 mal wahrscheinlicher bewerten. $\Delta t = 9$ d ist zudem eine der Intervalleinstellungen, bei der es keine Überlappung der Verteilungen gibt. Sie gilt deshalb als vielversprechendste Einstellung, mit der fortgeföhren wird, um den Korrelationskoeffizienten der PKS 2155-304-Lichtkurve mit beiden simulierten Verteilungen zu vergleichen und ihre Kompatibilität mit beiden Hypothesen zu testen.

Es sei daran erinnert, dass bei der $\langle |\ln Q| \rangle$ -Optimierung die Wahrscheinlichkeit für alle Werte auf mindesten $1/4.000$ gesetzt wurde, um die Konvergenz von $\langle |\ln Q| \rangle$ zu garantieren. Das führt dazu, dass unter den Einstellungen, bei denen es keine Überlappung gibt, diejenige optimal erscheint, bei der die Verteilungen möglichst schmal und hoch sind.

Es ist wichtig, dass beide Verteilungen für den endgültigen Hypothesentest aus jeweils einem neuen Satz simulierter Lichtkurven erzeugt werden, damit der Test unvoreingenommen ist. Statistische Schwankungen haben einen Einfluss

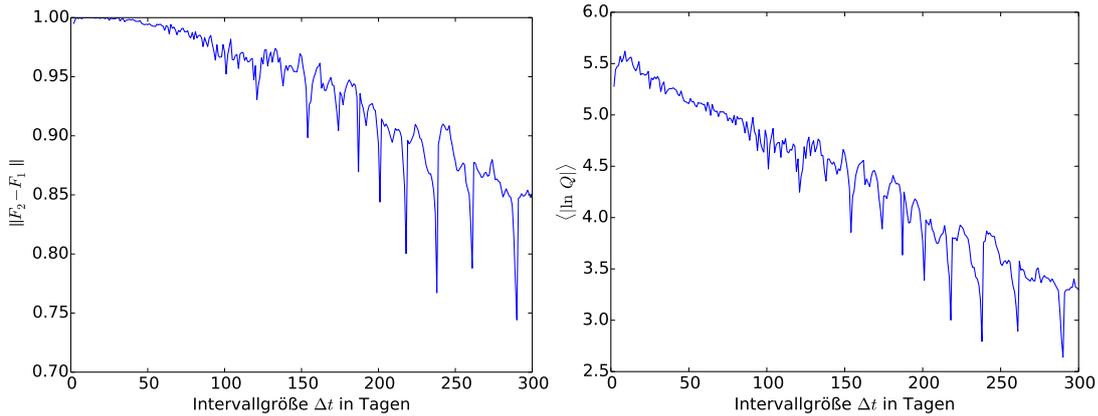


Abbildung 3.24: Optimierung der Intervallgröße Δt . Links: Separiertheit der Verteilungen gemessen mit dem KS-Verfahren in Abhängigkeit von Δt . Rechts: Erwartung der Ausprägtheit des Likelihood-Quotienten in Abhängigkeit von Δt .

auf die mutmaßlich optimale Intervallgröße. Der Hypothesentest muss davon jedoch unabhängig sein¹³.

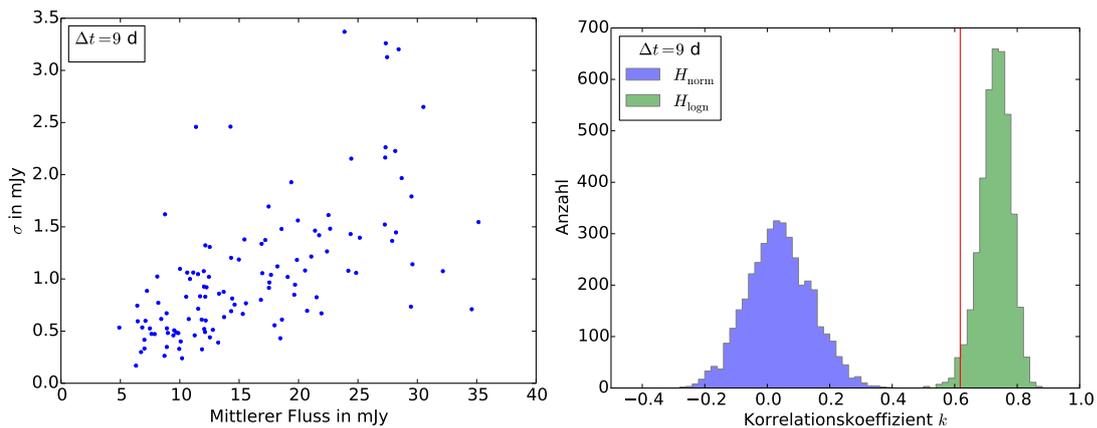


Abbildung 3.25: Links: Standardabweichungen gegen Mittelwerte der Flüsse von 9 d-Intervallen der PKS 2155-304-Lichtkurve. Rechts: Verteilung der Korrelationskoeffizienten von simulierten normalen (linkes blaues Histogramm) und log-normalen (rechtes grünes Histogramm) Lichtkurven. Der Wert für die PKS 2155-304-Lichtkurve (rote senkrechte Linie) passt offenbar eher zu einem log-normalen Verhalten als zu einem normalen.

Mit der Intervallgröße $\Delta t = 9$ d wird nun die Varianzabhängigkeit des Fluss-

¹³Dies lässt sich am folgenden Beispiel nachvollziehen: Angenommen für zwei unterschiedliche Intervallgrößen gäbe es keinen tatsächlichen Unterschied für die Verteilungen. Also wären tatsächlichen Wahrscheinlichkeitsdichten für den Korrelationskoeffizienten in beiden Fällen gleich. Es wäre also egal, welche Intervallgröße für den Test verwendet wird. Beim Ermitteln der mutmaßlich optimalen Intervallgröße würde sich für diejenige entscheiden, bei der die Verteilungen beider Hypothesen zufälligerweise etwas mehr separiert oder für den Likelihood-Quotienten vielversprechender sind. Würde man diese Verteilungen nun für den Hypothesentest verwenden, so hätte man im Vergleich zur anderen eine bessere Chance zwischen den beiden Hypothesen eine Entscheidung zu treffen. Man hätte sich damit im Vorwege die Verteilung ausgesucht, die ein vielversprechenderes Ergebnis liefert, obwohl die intrinsische Wahrscheinlichkeitsdichte für beide Intervallgrößen gleich ist.

zustandes auf die beschriebene Weise für die PKS 2155-304-Lichtkurve untersucht. Die Standardabweichungen und die mittleren Flüsse sind in Abb. 3.25 links gegeneinander aufgetragen und sind korreliert. Der Korrelationskoeffizient ist 0,62. Die Verteilungen simulierter Korrelationskoeffizienten für beide Hypothesen ist in Abb. 3.25 rechts dargestellt. Die Verteilungen sind (wie bereits berechnet) separiert. Der Wert für PKS 2155-304 liegt außerhalb der Verteilung der simulierten Werte für $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$. Diese Hypothese kann demnach mit mehr als $1 - 1/4.000 = 99,975\%$ ausgeschlossen werden. In Standardabweichungen ausgedrückt entspricht das $3,48\sigma$. Stattdessen liegt der Wert in der Verteilung für $H_{\text{logn}}^{\beta=1,7}$. Der linksseitige p-Wert ist nur 2,32%, so dass diese Hypothese mit $1,99\sigma$ ausgeschlossen ist. Für den Likelihood-Quotienten lässt sich abschätzen, dass $H_{\text{logn}}^{\beta=1,7}$ mindestens um das 60-fache wahrscheinlicher ist als $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$.

Dieser Test untermauert die Ergebnisse der Analysen mit der SF und der MFVF, die ebenfalls ein log-normales Verhalten vorziehen. Ein reines log-normales Verhalten ist jedoch unwahrscheinlich. Der Korrelationskoeffizient ist dafür zu niedrig. Eine Möglichkeit ist, dass es sich um eine Überlagerung von log-normalen und normalen Flussanteilen handelt. D.h. zur Lichtemission tragen sich multiplikativ verstärkende Prozesse und additiv verstärkende Prozesse bei.

3.3 Optische Langzeitlichtkurve

In diesem Abschnitt wird die Charakterisierung einer 77 Jahre langen Lichtkurve von PKS 2155-304 als Potenzgesetzrauschen beschrieben. Dabei wird angenommen, dass eine maximale Zeitskala der Variabilität existiert. Jenseits dieser Zeitskala ist die Variabilität unkorreliert. Beobachtungen, die in größeren Zeitabständen als diese Zeitskala stattfinden, entsprechen weißem Rauschen. Neben dem Parameter β , der das Potenzgesetzrauschen beschreibt, wird diese Zeitskala angepasst. Dieser Teil der Arbeit wurde bereits in Kastendieck *et al.* (2011) veröffentlicht. Die Analyseketten wird in dieser Arbeit mit kleinen Veränderungen der Analyseparameter wiederholt. Zudem wird hier auch ein mögliches log-normales Verhalten berücksichtigt. Die Ergebnisse sind mit den veröffentlichten konsistent.

In der Vergangenheit wurde PKS 2155-304 auch mit anderen optischen Te-

Zeitraum	Anzahl der Datenpunkte	Referenz
1934 - 1940	61	1
1979 - 1995	134	2 bis 13
1980 - 2007	1 721	14 bis 16
1998 - 1999	12	17

Tabelle 3.2: Verwendete Datensätze aus anderen Veröffentlichungen. Referenzen: (1) Griffiths *et al.* (1979); (2) Griffiths *et al.* (1979), (3) Miller & McAlister (1983), (4) Brindle *et al.* (1986), (5) Hamuy & Maza (1987), (6) Pica *et al.* (1988), (7) Treves *et al.* (1989), (8) Mead *et al.* (1990), (9) Smith & Sitko (1991), (10) Carini & Miller (1992), (11) Smith *et al.* (1992), (12) Jannuzi *et al.* (1993) und (13) Urry *et al.* (1993) zusammengefasst in Zhang & Xie (1996); (14) Campbell (2004), (15) Courvoisier *et al.* (1995) und (16) Pesce *et al.* (1997) zusammengefasst in Osterman *et al.* (2007); (17) Tommasi *et al.* (2001).

leskopen neben ROTSE beobachtet. Fünf Datensätze werden mit den ROTSE-Daten zu einer langen Lichtkurve vereint. Davon stammen vier Datensätze aus Veröffentlichungen, zusammengefasst in Tabelle 3.2. Ein weiterer Datensatz stammt von dem *All-Sky-Automated-Survey*-Projekt (ASAS)¹⁴ (Pojmanski, 2002), das seit 1997 kontinuierlich etwa 10^7 Sterne heller als 14^{mag} beobachtete. Dieser Datensatz besteht aus 397 Beobachtungen zwischen dem 25. November 2000 und dem 28. Oktober 2008. Diese Beobachtungen wurden mit dem ASAS-3-Teleskop gemacht, das von 2000 bis 2009 bei Las Campanas in Chile in Betrieb war. Es besteht aus einem Linsensystem mit Brennweite von $f = 200$ mm und einem Öffnungsverhältnis von $2,8/200$ und einer AP-10-CCD-Kamera von *Apogee-Inc.* mit 2048×2048 Bildpunkten. Das Gesichtsfeld ist $8.5^\circ \times 8.5^\circ$, die Belichtungszeit ist in der Regel 180 s.

Es ergibt sich eine Lichtkurve mit einer Gesamtlänge von 77 Jahren, die jedoch eine Lücke zwischen den Jahren 1940 und 1978 hat. Die Lichtkurve, im Folgenden die Langzeitlichtkurve genannt, ist in Abb. 3.26 dargestellt. Die Daten der anderen Instrumente sind teilweise nicht (wie bei ROTSE) im R-Band, sondern im V-Band aufgenommen. Die Helligkeiten werden deshalb in das R-Band umgerechnet. Dazu wird eine Konstante addiert, die aus Beobachtungen von PKS 2155-304 mit dem ATOM-Teleskop (Aharonian *et al.*, 2009) gewonnen wird. Dieses Instrument ist mit Filtern im I-, R-, V- und B-Band ausgestattet und liefert simultane Beobachtungen in den entsprechenden Bändern. Eine etwa 500 d langen Lichtkurve des ATOM-Teleskops von PKS 2155-304 wird verwendet, um die mittlere Differenz von gleichzeitigen Beobachtungen im R- und V-Band zu ermitteln. Mit diesem Wert werden die V-Band-Lichtkurven in R-Band-Lichtkurven umgerechnet.

Es zeigt sich dabei, dass auch zeitgleiche Beobachtungen von ROTSE und ATOM im R-Band voneinander abweichen. Das liegt daran, dass ROTSE einen Breitbandfilter verwendet und zunächst keine R-Band-Helligkeit misst. Die R-Band-Helligkeit wird erst anhand von Sternen kalibriert, deren R-Band-Helligkeit bekannt sind. Das setzt voraus, dass das beobachtete Objekt ein sternähnliches Spektrum hat. Nun weicht das optische Spektrum von PKS 2155-304 von dem eines Sterns ab, so dass es eine systematische Abweichung der gemessenen Helligkeit von der tatsächlichen im R-Band gibt. Diese Abweichung wird ebenso mit zeitgleichen R-Band-Beobachtungen von ATOM, das einen entsprechenden Filter besitzt, korrigiert. Dazu wird die mittlere Abweichung zwischen der R-Band-Lichtkurve von ATOM und der ROTSE-Lichtkurve berechnet. Es ergibt sich, dass die R-Band Magnitude von ROTSE für PKS 2155-304 korrigiert werden kann, indem $0,22^{\text{mag}}$ abgezogen wird.

3.3.1 Maximale Zeitskala der Variabilität

Die Langzeitlichtkurve zeigt über den gesamten Zeitraum eine zeitliche Variabilität. Die größten Schwankungen finden augenscheinlich innerhalb eines Jahres statt, wie z.B. beim Anstieg in 2006 und dem darauf folgenden Abfall in 2007. Es kann also vermutet werden, dass auf größeren Zeitskalen jenseits ei-

¹⁴<http://www.astrouw.edu.pl/asas/>

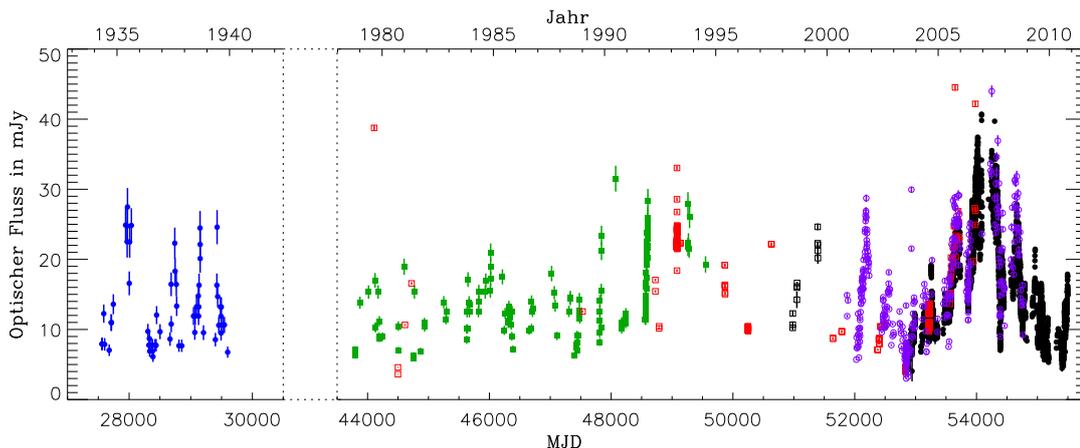


Abbildung 3.26: Optische Langzeitlichtkurve der Kernregion von PKS 2155-304 im R -Band. Es sind Beobachtungen von ROTSE und archivierte Daten anderer Instrumente zusammengetragen worden (schwarze gefüllte Kreise: ROTSE; violette Kreise: ASAS; rote Quadrate: Osterman *et al.* (2007); grüne gefüllte Quadrate: Zhang & Xie (1996); blaue gefüllte Kreise: Griffiths *et al.* (1979); schwarze Quadrate: Tommasi *et al.* (2001)).

ner maximalen Zeitskala τ_{\max} keine vergrößerte Variabilität stattfindet. Diese selbst-ähnliche Eigenschaft von Potenzgesetzrauschen (größere Schwankungen auf größeren Zeitskalen) verschwindet ab dieser Zeitskala. Ein solches Verhalten ist notwendig, weil andernfalls die Varianz mit der Zeitskala divergieren würde, d.h. der Fluss würde notwendigerweise mit der Zeit ins Unendliche gehen. Es wird angenommen, dass jenseits von τ_{\max} keine Korrelation zwischen den Flüssen mehr besteht, als ob das Gedächtnis des Systems nur eine gewisse Zeit zurückreicht. Ab dieser Zeitskala τ_{\max} ist die Variabilität mit weißem Rauschen vergleichbar. D.h. eine Lichtkurve, die aus Beobachtungen besteht, die in größeren Zeitabständen als τ_{\max} stattfinden, ist weißes Rauschen.

Die SLD hat daher unterhalb einer entsprechenden Frequenz einen konstanten Verlauf. Es muss also einen Übergang von $f^{-\beta}$ zu $f^0 = \text{const}$ geben. Hier wird als Hypothese angenommen:

$H_{\text{br,norm}}$ Die SLD der PKS 2155-304-Lichtkurve folgt einem Potenzgesetz mit einem direkten Übergang (Knick / Bruchstelle) in der SLD an der Stelle f_{\min} , so dass $\mathcal{SLD}(f) \sim f^{-\beta}$ falls $f > f_{\min}$, $\mathcal{SLD}(f) \sim f^0 = \text{const}$ sonst. Die Lichtkurve hat ein normales Verhalten.

$H_{\text{br,logn}}$ Wie $H_{\text{knick,norm}}$, jedoch mit einem log-normalen Verhalten¹⁵.

In diesen Hypothesen wird die SLD nun neben β durch einen weiteren Parameter f_{\min} beschrieben.

Die Anpassung erfolgt analog zu Abschnitt 3.1.3 mit dem LSP, der SF und der MFVF. Da es nun zwei freie Parameter gibt, muss die Methode erweitert werden. Die Schritte 1 bis 5 werden analog statt mit einem Parameter β mit zwei Parametern β, f_{\min} gemacht:

¹⁵In Kastendieck *et al.* (2011) wird lediglich ein normales Verhalten angepasst.

1. Sowohl für β als auch für f_{\min} werden die möglichen Werte festgelegt¹⁶: $\beta = 0,8, 1,0, \dots, 3,6$ und $\log(f_{\min}d^{-1}) = -5,4, -5,2, \dots, -2,2$. Es wird also ein Abknicken der SLD bei Frequenzen zwischen $(160 \text{ d})^{-1}$ und $(690 \text{ Jahre})^{-1}$ in Betracht gezogen¹⁷.
2. Nun werden für jedes mögliche Paar von β und f_{\min} 4.000 Lichtkurven simuliert¹⁸. Die Simulation geschieht analog zu Abschnitt 3.1.1, wobei als Verlauf der intrinsischen SLD kein reines Potenzgesetz angenommen wird, sondern ein Potenzgesetz, das unterhalb f_{\min} zu einem konstanten Verlauf umbricht. Anschließend wird die Abtastung der gemessenen Lichtkurve hinzugefügt. Beim Hinzufügen der Fehler wird darauf geachtet, für welches Instrument ein jeweiliger Datenpunkt simuliert ist. Der Messfehler für diesen Datenpunkt wird dem Instrument entsprechend simuliert. Für ROTSE wird Formel 3.1 verwendet. Für die anderen Instrumente werden die Fehler aus den Daten parametrisiert. Dazu wird jeweils ein Potenzgesetz der Art

$$\sigma_{\text{Messfehler}}^2 = a \cdot \Phi^b + c \quad (3.32)$$

angepasst. Dabei ist Φ der Fluss und $\sigma_{\text{Messfehler}}$ der Messfehler. Die Anpassung von a , b , und c geschieht mit der Methode der kleinsten quadratischen Abweichung an die im Datensatz angegebenen Messfehler und Flüsse¹⁹.

3. Für jedes Parameterpaar werden für die simulierten Lichtkurven die SF, die MFVF und das LSP berechnet. Für die SF und die MFVF werden die berechneten Werte in 30 Intervalle pro Dekade zusammengefasst. Und das LSP wird mit einer Abtastung von 30 Intervallen pro Dekade berechnet²⁰.
4. Für jedes Parameterpaar werden die simulierten SF, MFVF und LSP jeweils zu einer zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsverteilung zusammengefasst.
5. Die Anpassung erfolgt nun auf Grundlage der Wahrscheinlichkeitsverteilungen für jede Methode (SF, MFVF, LSP) separat mit einer Maximum-Likelihood-Methode, wobei die Log-Likelihood-Funktion nun eine zweidimensionale Funktion von β und f_{\min} ist.

SF: In Abb. 3.27 (a) ist die SF der Langzeitlichtkurve zusammen mit der am besten passenden simulierten Verteilung dargestellt. Bei kleinen Zeitskalen

¹⁶Der Parameterraum in Kastendieck *et al.* (2011) ist $\beta = 0,2, 0,4, \dots, 7,2$ und $\log(f_{\min}d^{-1}) = -4,8, -4,6, \dots, -2,2$.

¹⁷Die PKS 2155-304-Lichtkurve ist zwar nur 77 Jahre lang, aber eine simulierte Lichtkurve ist, bevor sie die Abtastung der PKS 2155-304-Lichtkurve erhält, etwa zehnmal so lang, um Langzeittrends zu berücksichtigen. Es ist also denkbar, dass ein Knick in der SLD bei $f_{\min} = (690, \text{Jahre})^{-1}$ einen Einfluss auf die endgültige simulierte Lichtkurve hat.

¹⁸In Kastendieck *et al.* (2011) werden 5.000 Lichtkurven pro Parameterpaar simuliert.

¹⁹In Kastendieck *et al.* (2011) wird der Fehler der ASAS-Lichtkurve mit einem Potenzgesetz $\sigma_{\text{Messfehler}} = a \cdot \Phi^b$ angepasst. Die in den anderen veröffentlichten Daten angegebenen Fehler werden direkt übernommen.

²⁰In (Kastendieck *et al.*, 2011) sind es jeweils 100 pro Dekade.

$\lesssim 10$ d schwankt sie um ein etwa gleichbleibendes Niveau, was auf ein weißes Rauschen durch die Messfehler zurückzuführen ist. Die angegebenen Messfehler in den archivierten Daten sind (teilweise) geschätzte Werte. Es ist daher möglich, dass die simulierten Messfehler von den tatsächlichen abweichen, und damit einen systematischen Fehler auf die simulierten SF und auf die Anpassung der SLD erzeugen. Um dies zu minimieren, wird die Likelihood-Funktion nur für Werte von $\tau > 20$ d berechnet. Wie an der SF zu sehen ist, dominiert ab dieser Zeitskala die intrinsische Variabilität den mutmaßlichen Beitrag der Messfehler. Kleine systematische Abweichungen bei der Simulation der Messfehler sind damit vernachlässigbar.

Die simulierten Verteilungen stammen von Strukturfunktionen von $H_{\text{br,norm}}$ -Lichtkurven (links) und $H_{\text{br,logn}}$ -Lichtkurven (rechts) mit dem am besten passenden Parameterpaar:

$$\beta_{\text{best}} = 1,6 \quad \text{und} \quad \log(f_{\text{min,best}}/d^{-1}) = -3,4.$$

Trifft eine der Hypothesen zu, so liegt der Knick in der SLD mit größter Wahrscheinlichkeit bei einer Frequenz von etwa $(2.500 \text{ d})^{-1}$. Die Wahrscheinlichkeitsdichten steigen linear an und gehen bei etwa 500 d sanft in einen konstanten Verlauf über. Das geschieht etwa eine halbe Dekade vor dem intrinsischen Umbruch. Es gibt schmalbandige Strukturen aufgrund der unregelmäßigen Abtastung. Die Verteilung ist bei $\tau > 1.000$ d für $H_{\text{br,logn}}$ deutlich breiter als für $H_{\text{br,norm}}$.

Die zweidimensionale Log-Likelihood-Funktion ist in Abb. 3.27 (b) dargestellt. Ihr Profil ähnelt einem Gebirgsgrat, der einen gekrümmten Verlauf hat, so dass ein größerer Wert von β durch einen größeren Wert von f_{min} ausgeglichen wird, also ein steilerer Verlauf der SLD durch ein früheres Abknicken. Es gibt für den Likelihoodwert daher einen gewissen Grad an Entartung²¹. Es ist zu erwarten, dass sich dies in den Unsicherheiten auf die Parameterwerte widerspiegelt.

Die Berechnung der Unsicherheiten für die zwei Parameter erfolgt hier ebenfalls durch Ausprobieren der Anpassungsmethode mit simulierten Lichtkurven. Die Berechnung der Unsicherheiten in Schritt 6 (siehe Abschnitt 3.1.3) bedarf dafür einer Veränderung. Es werden 4.000 Lichtkurven mit den Parametern $\beta = \beta_{\text{best}}$ und $f_{\text{min}} = f_{\text{min,best}}$ simuliert²², die hier das Eingangsparameterpaar genannt werden. Für jede simulierte Lichtkurve werden die Parameter angepasst. Daraus ergibt sich nun eine zweidimensionale Verteilung von insgesamt 4.000 simulierten gemessenen Wertepaaren β_{best} und $f_{\text{min,best}}$. Stellt man diese Verteilung grafisch dar, erhält man ein Abbild der Unsicherheit der Anpassung in Abhängigkeit des Eingangsparameterpaares. Man kann sagen, dass hiermit die Punktantwort der Anpassungsmethode ermittelt wird. Dies ist in Abb. 3.27 (c) dargestellt. Das Bild ist nicht radial-symmetrisch, sondern hat einen sichelförmigen Verlauf, der konsistent mit der oben beschriebenen Entartung der besten Likelihood-Werte ist. Um die Unsicherheiten auf die beiden Pa-

²¹Hier ist damit gemeint, dass die Likelihoodwerte für verschiedene Konfigurationen von β und f_{min} sehr nah am besten Likelihoodwert liegen.

²²In Kastendieck *et al.* (2011) sind es 5.000.

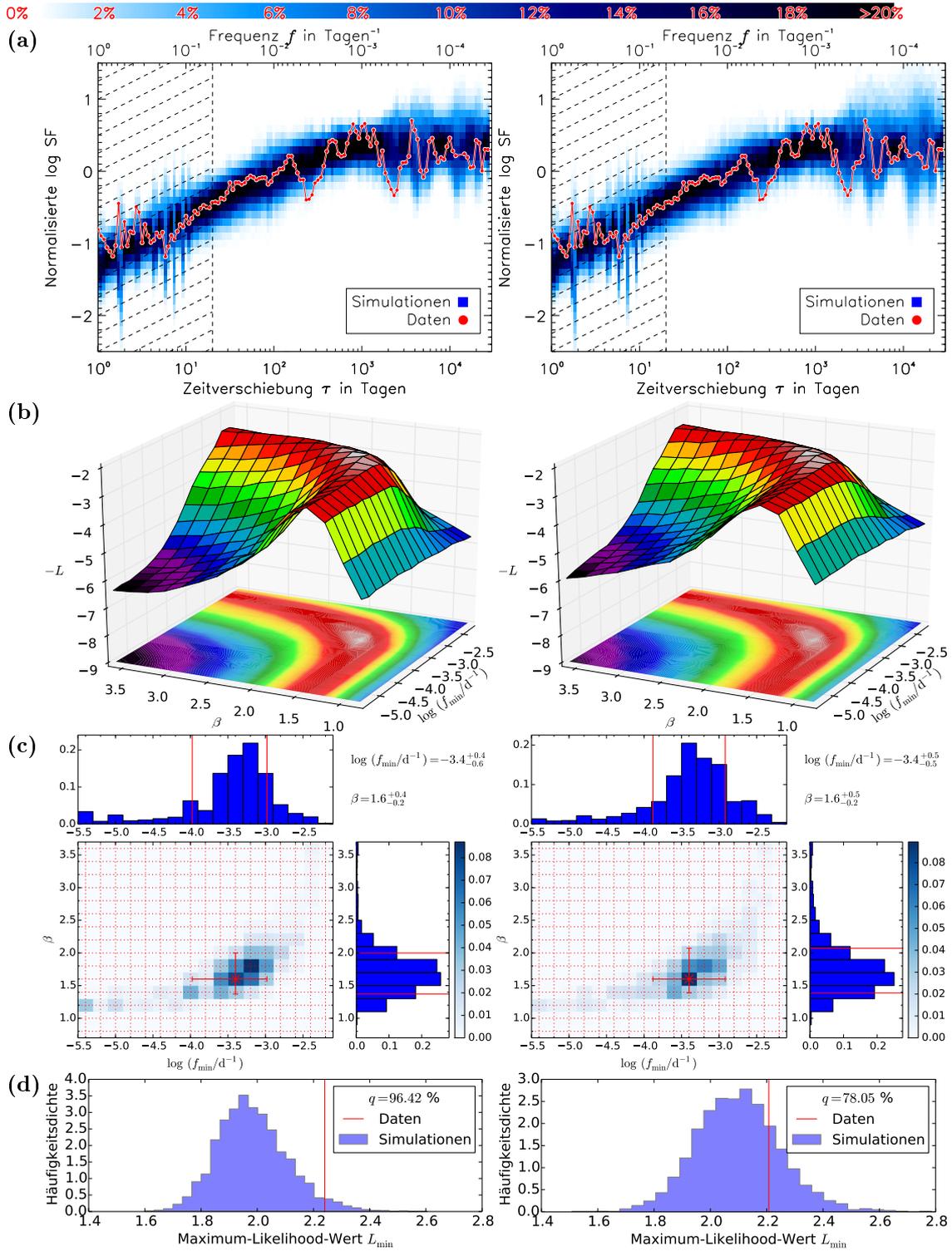


Abbildung 3.27: Ergebnisse der Analyse mit der SF für die Langzeitlichtkurve von PKS 2155-304, links für $H_{br, norm}$, rechts für $H_{br, log}$. (a): SF (rot) und Wahrscheinlichkeitsverteilung simulierter SF mit $\beta = \beta_{best}$ (blau). (b): Likelihoodwerte in Abhängigkeit von β und f_{\min} . (c): Punktantwort der Anpassung bei $\beta = \beta_{best}$, $f_{\min} = f_{\min, best}$. (d): Güte der Anpassung mit simulierten Maximum-Likelihoodwerten.

parameter einzeln zu quantifizieren, werden die Randverteilungen der Parameterwerte berechnet. D.h. die zweidimensionalen Verteilungen werden über β in-

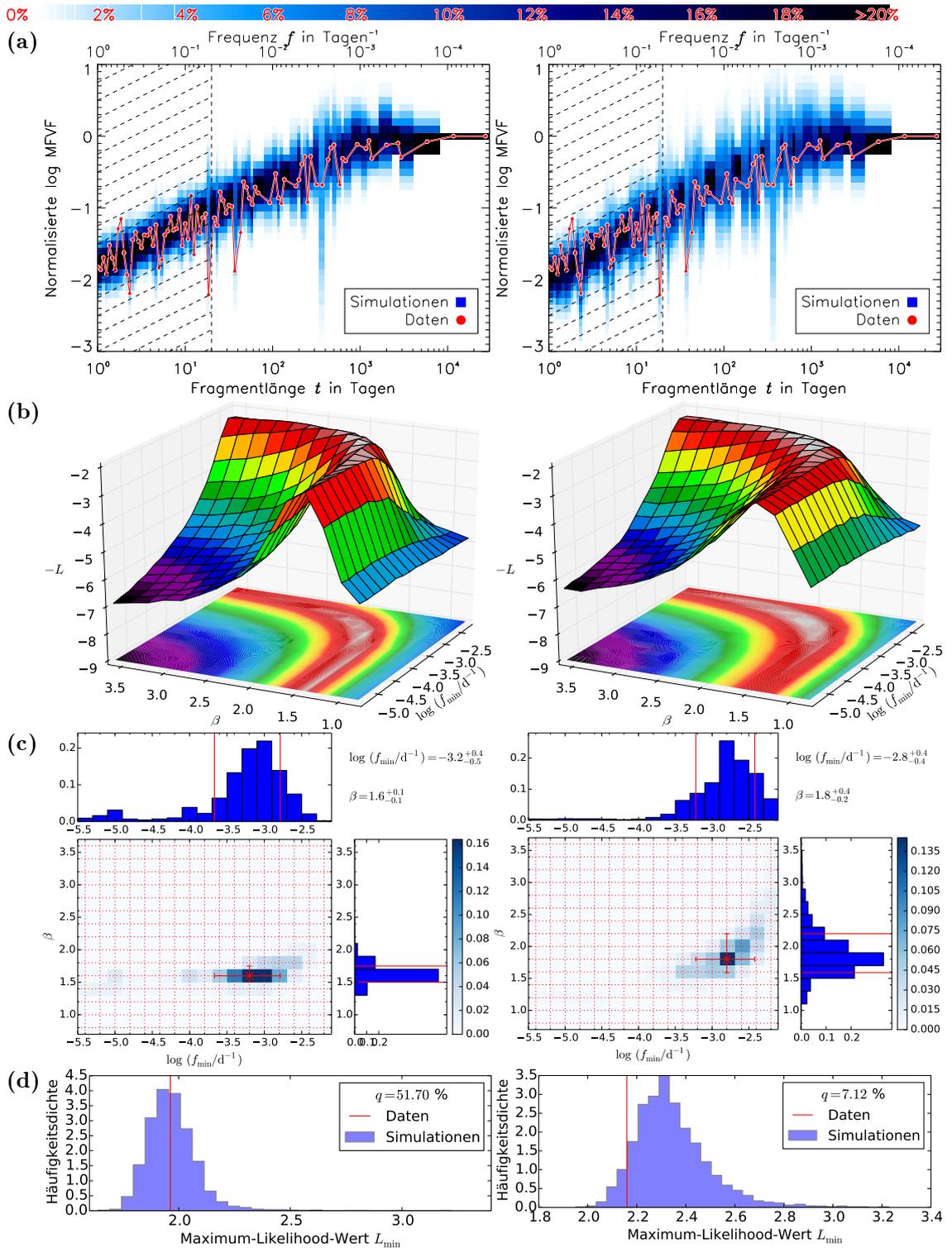


Abbildung 3.28: Darstellung der Ergebnisse für die MFVF analog zu Abb. 3.27.

tegiert, um die Randverteilung für f_{\min} zu erhalten und umgekehrt. Aus den Randverteilungen von β und f_{\min} werden die Unsicherheiten auf diese Parameter abgeschätzt, indem von beiden Seiten das 16%-Quantil ermittelt wird. Die beiden Grenzen definieren die 1σ -Umgebung. Es ergibt sich mit den Unsicher-

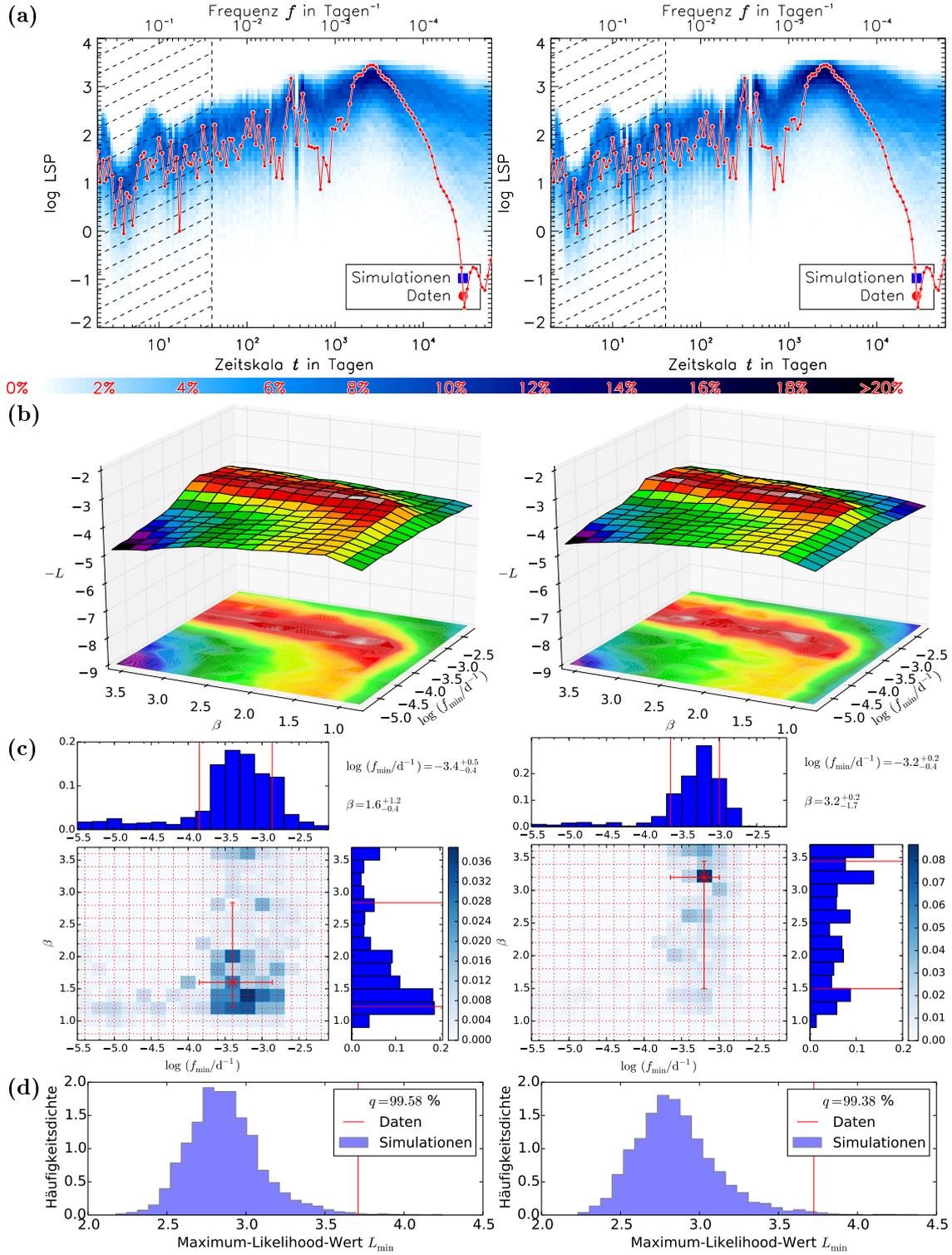


Abbildung 3.29: Darstellung der Ergebnisse für das LSP analog zu Abb. 3.27.

heiten für $H_{\text{br,norm}}$:

$$\beta_{\text{best}} = 1,6^{+0,4}_{-0,2} \quad \text{und} \quad \log(f_{\text{min,best}}/\text{d}^{-1}) = -3,4^{+0,4}_{-0,6}.$$

Für $H_{\text{br,logn}}$ sind die Unsicherheiten vergleichbar:

$$\beta_{\text{best}} = 1,6^{+0,5}_{-0,2} \quad \text{und} \quad \log(f_{\text{min,best}}/\text{d}^{-1}) = -3,4 \pm 0,5.$$

Es bleibt noch die Güte der Anpassung zu ermitteln, um die Hypothese zu testen. Auch hier wird der Maximum-Likelihood-Wert der Langzeitlichtkurve mit den Maximum-Likelihood-Werten simulierter Lichtkurven verglichen, deren Eingangsparameter β_{best} und $f_{\text{min,best}}$ sind. Die Verteilung dieser simulierten Werte mit dem gemessenen Wert der Langzeitlichtkurve ist in Abb. 3.27 (d) dargestellt. Es ergibt sich für $H_{\text{br,norm}}$, dass 96,42% der simulierten Lichtkurven einen kleineren (besseren) Maximum-Likelihood-Wert haben, als die Langzeitlichtkurve. Mit entsprechender Wahrscheinlichkeit ist $H_{\text{br,norm}}$ auszuschließen. Das entspricht $1,80\sigma$ in Standardabweichungen ausgedrückt. Bei $H_{\text{br,logn}}$ ist die entsprechende Ausschluss-Wahrscheinlichkeit mit 78,05% (entspricht $0,77\sigma$) kleiner.

MFVF: Die gesamte Analyse wird analog mit der MFVF anstelle der SF wiederholt. Die entsprechenden Darstellungen finden sich in Abb. 3.28. Die am besten passenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen (a) folgen bei normalem und log-normalem Potenzgesetzrauschen einem linear steigenden Trend, der bei etwa 1.000 d abknickt und nicht weiter steigt. Es gibt zahlreiche schmalbandige Strukturen, wo die Breite der Verteilung lokal vergrößert ist. Für $H_{\text{br,logn}}$ ist die Verteilung insgesamt breiter als für $H_{\text{br,norm}}$. Die MFVF der Langzeitlichtkurve passt augenscheinlich zu beiden Verteilungen. Die am besten passenden Parameter sind

$$\beta_{\text{best}} = 1,6 \quad \text{und} \quad \log(f_{\text{min,best}}/d^{-1}) = -3,2 \quad \text{für} \quad H_{\text{br,norm}}$$

bzw.

$$\beta_{\text{best}} = 1,8 \quad \text{und} \quad \log(f_{\text{min,best}}/d^{-1}) = -2,8 \quad \text{für} \quad H_{\text{br,logn}}.$$

Die zweidimensionale Likelihood-Funktion (b) gleicht auch hier in beiden Fällen einem gekrümmten Gebirgsgrat. Die Funktion ist glatt, d.h. es gibt nur ein Maximum. Die zweidimensionale Verteilung simulierter Ergebnisse für die Bestimmung der Unsicherheiten (c) ist auch hier sichelförmig um die Eingangsparameter verteilt. Mit den 1σ -Unsicherheiten aus den Randverteilungen ergibt sich:

$$\beta_{\text{best}} = 1,6 \pm 0,1 \quad \text{und} \quad \log(f_{\text{min,best}}/d^{-1}) = -3,2_{-0,5}^{+0,4} \quad \text{für} \quad H_{\text{br,norm}}$$

bzw.

$$\beta_{\text{best}} = 1,8_{-0,2}^{+0,4} \quad \text{und} \quad \log(f_{\text{min,best}}/d^{-1}) = -2,8 \pm 0,4 \quad \text{für} \quad H_{\text{br,logn}}.$$

Die Güte der Anpassung (d) schließt keine der beiden Hypothesen aus. Bei $H_{\text{br,norm}}$ haben 51,7% der simulierten Lichtkurven einen kleineren (besseren) Maximum-Likelihood-Wert. Der Wert liegt also in der Mitte der Verteilung, so dass es keinen Anlass gibt, die Hypothese zu verwerfen. Bei $H_{\text{br,logn}}$ sind nur 7,12% ($1,46\sigma$) der simulierten Werte kleiner. Ein solch guter Wert ist also entsprechend unwahrscheinlich. Das könnte daran liegen, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung der MFVF-Werte bei $H_{\text{br,logn}}$ breiter ist als bei $H_{\text{br,norm}}$ ²³.

²³Angenommen $H_{\text{br,norm}}$ trifft zu, so würde die MFVF von PKS 2155-304 auch zur Verteilung von $H_{\text{br,logn}}$ passen. Ihre Werte wären im Mittel jedoch weniger breit gestreut, wodurch sich ein zu guter Likelihood-Wert ergäbe. Sie passte also besser zu $H_{\text{br,logn}}$, als von einer $H_{\text{br,logn}}$ -Lichtkurve zu erwarten wäre.

LSP: Das LSP wird im Frequenzbereich $f = \frac{1}{2T} \dots \frac{1}{2 \cdot 20d}$ angepasst, wobei T die Gesamtlänge der Langzeitlichtkurve ist. Die entsprechenden Darstellungen finden sich in Abb. 3.29. Die am besten passenden Parameterwerte liegen mit

$$\beta_{\text{best}} = 1,6 \quad \text{und} \quad \log(f_{\text{min,best}}/d^{-1}) = -3,4 \quad \text{für} \quad H_{\text{br,norm}}$$

bzw.

$$\beta_{\text{best}} = 3,2 \quad \text{und} \quad \log(f_{\text{min,best}}/d^{-1}) = -3,2 \quad \text{für} \quad H_{\text{br,logn}}$$

für β weit auseinander. Dennoch lassen sich die entsprechenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen (a) augenscheinlich kaum auseinander halten. Offenbar ist das LSP gegenüber einer Veränderung von β in diesem Wertebereich nahezu invariant. Das LSP der Langzeitlichtkurve liegt bei $f < 10^{-4} d^{-1}$ unterhalb der Wahrscheinlichkeitsverteilung. Zuvor hat es ein Maximum bei $f \approx 1/2.500 d^{-1}$, bei dem es am oberen Rand der Verteilung verläuft. Dort sind die Abweichungen am größten.

Die Likelihood-Funktionen (b) ist für beide Hypothesen weniger glatt, als bei der SF oder MFVF. Es gibt mehrere lokale Maxima entlang eines Grats, der sich ab $\beta \approx 1,5$ bis mindestens $\beta = 3,6$ parallel zur β -Achse verläuft. In diesem Bereich gleicht die Likelihood-Funktion einer flachen Ebene, die von statistischen Schwankungen dominiert wird, was erklären kann, dass die β_{best} -Werte für beide Hypothesen so weit auseinanderliegen.

Die simulierten Ergebnisse für die Parameter (c) sind bei $H_{\text{br,norm}}$ um den Eingangsparameter sichelförmig verteilt. Bei $H_{\text{br,logn}}$ ist die Verteilung parallel zur β -Achse und läuft bei $\beta \approx 1,5$ zu kleineren Werten von f_{min} schwach aus. Mit den Unsicherheiten aus den Randverteilungen ergibt sich

$$\beta_{\text{best}} = 1,6_{-0,4}^{+1,2} \quad \text{und} \quad \log(f_{\text{min,best}}/d^{-1}) = -3,4_{-0,4}^{+0,5} \quad \text{für} \quad H_{\text{br,norm}}$$

bzw.

$$\beta_{\text{best}} = 3,2_{-1,7}^{+0,2} \quad \text{und} \quad \log(f_{\text{min,best}}/d^{-1}) = -3,2_{-0,4}^{+0,2} \quad \text{für} \quad H_{\text{br,logn}}.$$

Der β -Wert für $H_{\text{br,logn}}$ liegt am Rand des simulierten Parameterraumes, so dass das Ergebnis als eine untere 1σ -Grenze von $\beta_{\text{best}} > 1,5$ betrachtet werden muss.

Die Güte der Anpassung (d) ist für beide Hypothesen schlecht – offenbar durch die Abweichung des LSP von den Simulationen bei kleinen Frequenzen. So haben die simulierten Lichtkurven in 99,58% ($2,64\sigma$) bzw. 99,38% ($2,50\sigma$) der Fälle bessere Likelihood-Werte. Weder normales, noch log-normales Potenzgesetzrauschen scheinen die Variabilität der Langzeitlichtkurve gut zu beschreiben.

Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Ergebnisse der drei Methoden sind in Tab 3.3 zusammengefasst. Die am besten passenden Parameter sind für alle Methoden bei beiden Hypothesen miteinander vereinbar. Die Unsicherheiten auf β sind bei der MFVF am kleinsten, gefolgt von der SF. Das LSP liefert zwar eine Genauigkeit auf f_{min} , die mit den anderen Methoden vergleichbar ist, jedoch wird β ungenauer bestimmt.

Methode	$H_{\text{br,norm}}$			$H_{\text{br,logn}}$		
	β_{best}	$\log(f_{\text{min,best}}/d^{-1})$	q	β_{best}	$\log(f_{\text{min,best}}/d^{-1})$	q
SF	$1,6_{-0,2}^{+0,4}$	$-3,4_{-0,6}^{+0,4}$	96,42%	$1,6_{-0,2}^{+0,5}$	$-3,4 \pm 0,5$	78,05%
MFVF	$1,6 \pm 0,1$	$-3,2_{-0,5}^{+0,4}$	51,7%	$1,8_{-0,2}^{+0,4}$	$-2,8 \pm 0,4$	7,12%
LSP	$1,6_{-0,4}^{+1,2}$	$-3,4_{-0,4}^{+0,5}$	99,58%	$> 1,5^*$	$-3,2_{-0,4}^{+0,2}$	99,38%

Tabelle 3.3: Ergebnisse der Anpassung von normalem und log-normalem Potenzgesetzrauschen an die Langzeitlichtkurve von PKS 2155-304. *: Untere 1σ -Grenze, die sich aus dem nah am Rand des simulierten Parameterbereichs liegenden Ergebnisses $3,2_{-1,7}^{+0,2}$ ergibt.

Die Ergebnisse der Parameter sind mit denen in Kastendieck *et al.* (2011) vereinbar. Es gibt allerdings einen Unterschied in der Güte der Anpassung für das LSP. In Kastendieck *et al.* (2011) ist der q -Wert ($= 1 - p$ -Wert) mit 96% besser als in dieser Arbeit mit 99,58%. Das liegt daran, dass in dieser Arbeit ein größerer Frequenzbereich angepasst wurde. Hier wird das LSP ab $\frac{1}{2T}$ angepasst, in Kastendieck *et al.* (2011) erst ab $\frac{1}{T}$ (T ist die Gesamtlänge der Langzeitlichtkurve). Die Abweichung des LSP von PKS 2155-304 und der Wahrscheinlichkeitsverteilung bei diesen kleinen Frequenzen führt hier zu einer deutlichen Verschlechterung der Anpassungsgüte. Nach der Güte der Anpassungen bei der SF, ist log-normales Potenzgesetzrauschen gegenüber normalem zu bevorzugen. Nach der MFVF ist jedoch normales Verhalten etwas wahrscheinlicher.

Die schlechte Anpassungsgüte beim LSP weist darauf hin, dass die intrinsische SLD nicht mit den Hypothesen übereinstimmt. So könnte z.B. ein weiterer Knick in der SLD oder ein gekrümmter Verlauf der SLD eine bessere Anpassung liefern. Alternativ könnte eine mögliche Periodizität von 2.500 d die Abweichung im LSP an dieser Stelle erklären. Auch in der SF gibt es ein Minimum bei dieser Zeitskala, was ebenso eine solche Periodizität andeutet. In den Jahren 2010, 2003 ist der Flusszustand im Vergleich zu den anderen Jahren sehr klein. Auch 1996 ist der Fluss bei den wenigen Beobachtungen in diesem Jahr eher gering. Das passt zu einer Periodizität von $2,500 \approx 7$ Jahren. In dem Zeitraum davor ist so ein Verhalten nicht zu sehen. Ein derartig periodisches Verhalten könnte nur zeitweilig in den letzten zwei Jahrzehnten auftreten. In dem Fall wäre die SLD nicht stationär.

3.3.2 Flusszustandsabhängige Variabilität

Die Charakterisierung der SLD in Abschnitt 3.3.1 ergibt eine leichte Präferenz für ein log-normales Verhalten gegenüber einem normalen Verhalten. Um dies explizit zu unterscheiden, wird analog zu Abschnitt 3.2.1 eine Abhängigkeit zwischen der Variabilitätsamplitude und dem Flusszustand untersucht. Dazu werden die zwei Hypothesen H_{norm} und H_{logn} getestet:

H_{norm} : Die Langzeitlichtkurve ist **normales** Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,6$ und einem Übergang zu weißem Rauschen. Die SLD folgt bei $f_{\text{min}} \leq 10^{-3,2} d^{-1}$ einer Konstanten.

H_{logn} : Die Langzeitlichtkurve ist **log-normales** Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,8$ und einem Übergang zu weißem Rauschen. Die SLD folgt bei $f_{\text{min}} \leq 10^{-2,8} \text{ d}^{-1}$ einer Konstanten.

Die Parameterwerte entsprechen den Werten, die mit der genauesten Methode (MFVF) im vorherigen Abschnitt 3.3.1 angepasst wurden.

Das dazu verwendete Verfahren wird hier kurz zusammengefasst. Es werden jeweils 4.000 Lichtkurven simuliert, die H_{norm} bzw. H_{logn} entsprechen. Eine Lichtkurve wird in Intervalle der Länge Δt geteilt. Für jedes Intervall wird der Mittelwert und die Standardabweichung der Flüsse berechnet. Anhand dieser Werte wird der Pearsonsche Korrelationskoeffizient berechnet, um die bei einem log-normalen Verhalten erwartete Korrelation der Mittelwerte und Standardabweichungen zu messen. Dies wird für jede simulierte Lichtkurve getan, so dass sich damit 4.000 simulierte Korrelationskoeffizienten k für H_{norm} und ebensoviele für H_{logn} ergeben. Die Verteilungen $F_1(k)$ bzw. $F_2(k)$ dieser Werte dienen als Test-Statistik für den Korrelationskoeffizienten k_0 der Langzeitlichtkurve. Bevor der Test Anwendung findet, wird der vielversprechendste Wert für die Intervalllänge Δt ermittelt. Die beiden Verteilungen sollen sich möglichst wenig überlappen. Dazu wird in Anlehnung an den Kolmogorov-Smirnov-Test $\|F_2 - F_1\|$ gegen Δt aufgetragen. Alternativ wird der Wert Δt ermittelt, bei dem der Erwartungswert für den Likelihood-Quotienten Q möglichst ausgeprägt (möglichst klein oder möglichst groß) ist. Dazu wird $\langle |\ln Q| \rangle$ gegen Δt aufgetragen. Die Maximalstellen werden als vielversprechendste Werte für Δt betrachtet.

Die zu maximierenden Größen $\|F_2 - F_1\|$ und $\langle |\ln Q| \rangle$ sind in Abb. 3.30 gegen Δt aufgetragen. In der Langzeitlichtkurve gibt es in den frühen Jahren nur wenige Beobachtungen pro Jahr. Um auch diese zu berücksichtigen, wird die Mindestzahl der Beobachtungen in einem Intervall auf fünf herabgesetzt und die Intervallgröße auf mindestens 150 d gesetzt. Es werden also für die beiden Ansätze Werte für $\Delta t = 150, 151, \dots, 300 \text{ d}$ berechnet. Die beiden Kurven haben einen Verlauf, der mit Δt abfällt. Der maximale Wert findet sich sowohl bei dem Kolmogorov-Smirnov-Verfahren als auch bei der Likelihood-Quotienten-Optimierung bei $\Delta t = 155 \text{ d}$. Bei dieser Intervallgröße sind die beiden Verteilungen der k am besten separiert, und der Logarithmus des Likelihood-Quotienten hat den extremsten Erwartungswert.

Der Test wird also mit $\Delta t = 155 \text{ d}$ angewendet. Die Ergebnisse sind in Abb. 3.31 dargestellt. Bei der Langzeitlichtkurve ist die Amplitude der Variabilität gegen den Flusszustand aufgetragen. Es zeigt sich eine Korrelation mit einem Korrelationskoeffizienten von $k_0 = 0,58$. Die Verteilungen simulierter k -Werte für die beiden Hypothesen überlappen sich. Der gemessene Wert k_0 liegt am Rand der Verteilung der H_{norm} -Werte und in der Mitte der Verteilung der H_{logn} -Werte. Der Likelihood-Quotient ist mehr als 260 zu Gunsten H_{logn} . Die (rechts- bzw. linksseitigen) p -Werte sind 0,025% für H_{norm} und 47,58% für H_{logn} . Die Langzeitlichtkurve ist also nach diesem Test mit H_{logn} vereinbar, während H_{norm} mit $3,48 \sigma$ abzulehnen ist.

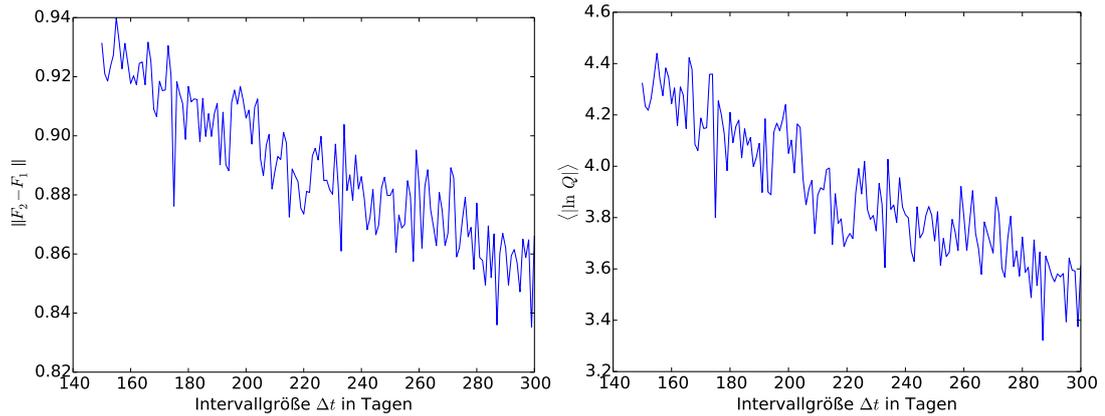


Abbildung 3.30: Optimierung der Intervallgröße: Links für das Kolmogorov-Smirnov-Verfahren und rechts für die Erwartung des Likelihood-Quotienten.

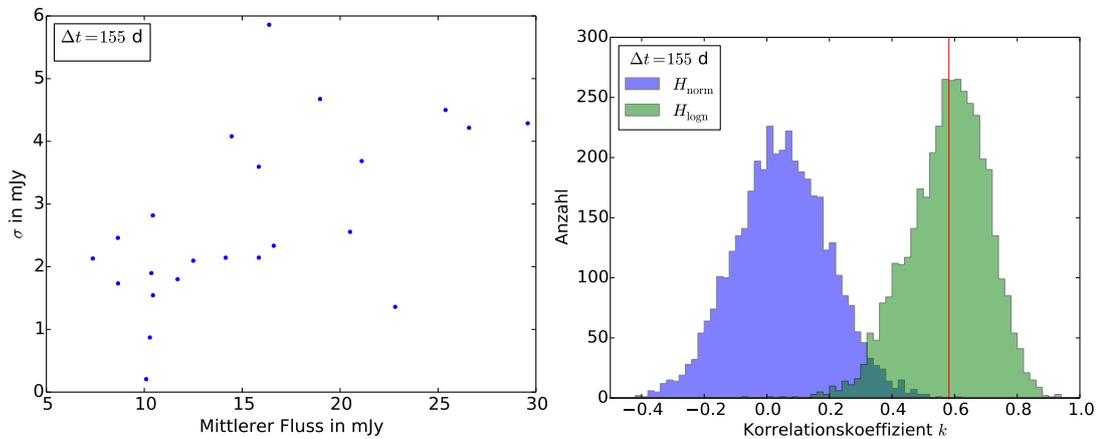


Abbildung 3.31: Flusszustandsabhängige Variabilitätsamplitude. Links: Standardabweichung gegen Mittelwert der Flüsse in Intervallen der Länge 155 d für die Langzeitlichtkurve. Rechts: Simulierte Korrelationskoeffizienten für normales Verhalten (blau, links) und log-normales Verhalten (grün, rechts) zusammen mit dem Korrelationskoeffizienten der Langzeitlichtkurve (senkrechte rote Linie).

3.4 Periodizitäten

Die ROTSE-Lichtkurve von PKS 2155-304 wurde in Abschnitt 3.1 und 3.2 als Potenzgesetzrauschen mit einem log-normalen Verhalten charakterisiert. Der genaueste Wert für $\beta = 1,7^{+0,13}_{-0,12}$ wird mit der MFVF gemessen. Es folgt hier die Analyse auf ein mögliches periodisches Verhalten mit der Epoch-Folding-Funktion (EF). Anschließend wird mit der SF, dem LSP und der EF eine Hypothese getestet, bei der eine Sinusfunktion dem Potenzgesetzrauschen überlagert ist. Abschließend werden die Ergebnisse für Potenzgesetzrauschen mit und ohne Sinuskomponente verglichen.

Die Strukturfunktion (SF) der ROTSE-Lichtkurve von PKS 2155-304 in Abb. 3.21 (Mitte) zeigt ein deutliches Minimum bei der Zeitverschiebung $\tau \approx 250$ d mit einer Halbwertsbreite von etwa 80 d. Das bedeutet, dass die mittlere quadratische Abweichung zwischen der Lichtkurve und einer um $\tau \approx 250$ d zeitverschobenen Kopie geringer ist, als bei anderen Zeitverschiebungen wie z.B.

100 d oder 400 d. Anscheinend gibt es bei dieser Zeitverschiebung eine ausgeprägte Ähnlichkeit. Das ist ein Hinweis auf eine Periodizität in der Lichtkurve mit einer Periode, die dieser Zeitverschiebung entspricht.

Die Güte der Anpassung ist bei Potenzgesetzrauschen mit einem log-normalen Verhalten (im Folgenden log-normales Potenzgesetzrauschen genannt) ausreichend, so dass diese Hypothese nicht verworfen wird. Ein solches Rauschen besitzt keine Periodizität. Der Verlauf einer solchen Lichtkurve kann jedoch über einige Zeit eine quasi periodische Struktur haben, die rein zufällig entsteht. Weil die Lichtkurve eine endliche Länge hat, kann dann der Eindruck entstehen, die Lichtkurve sei periodisch. Durch die Abtasteffekte wird zudem die SF derart verzerrt dass zusätzliche schmalbandige Strukturen erzeugt werden. Die SF kann hier also nur einen Hinweis auf eine mögliche Periodizität liefern.

Das Lomb-Scargle-Periodogramm in Abb. 3.21 (oben) hat den größten Ausschlag nach oben bei etwa $1/300$ d. Ein solches Maximum in der intrinsischen SLD wäre ein deutlicher Hinweis auf eine Periodizität. Das LSP ist jedoch nur eine Näherung an die tatsächliche SLD. So haben auch die simulierten LSP von log-normalem Potenzgesetzrauschen einen derartigen Ausschlag. Es handelt sich hier also offenbar um einen systematischen Abtasteffekt. Das LSP der PKS 2155-304-Lichtkurve ragt nur ein wenig über die simulierte Verteilung in einem Bereich hinaus, indem weniger als 1% der simulierten LSP-Werte liegen. Dass so etwas bei mehr als 100 Frequenzen des LSP gelegentlich auftritt, ist nicht ungewöhnlich. Auch die Güte der Anpassung liefert keinen Zweifel an der Kompatibilität mit log-normalem Potenzgesetzrauschen.

Zhang *et al.* (2014) haben eine PKS 2155-304-Lichtkurve, die aus den ROTSE-Daten und weiteren Archivdaten besteht auf eine Periodizität hin untersucht. Sie behaupten mit der Methode des *Epoch-Foldings* (Leahy *et al.*, 1983) eine Periodizität bei 317 ± 12 d mit einer enormen Signifikanz detektiert zu haben, die sich an einem Maximum der Epoch-Folding-Funktion (EF) bei dieser Periode festmachen lässt. Demnach könnte ein solches Signal nur mit einer Wahrscheinlichkeit von weniger als 10^{-20} bei der Null-Hypothese vorkommen. Letztere ist bei der verwendeten Methode weißes Rauschen. Es wurde also außer Acht gelassen, dass sich die PKS 2155-304-Lichtkurve wie rotes Rauschen (Potenzgesetzrauschen mit $\beta \approx 2$, große Schwankungen auf großen Zeitskalen) verhält. Die Wahl der Null-Hypothese ist also äußerst unangebracht, schließlich erkennt man schon beim Betrachten der Lichtkurve sofort, dass es sich nicht um weißes Rauschen handeln kann. Es wurde also versäumt, das Ergebnis der EF mit einer sinnvollen Alternativhypothese zu testen, bei der keine Periodizität vorhanden ist. Naheliegender ist es z.B., Potenzgesetzrauschen anzunehmen und zu ermitteln, wie die EF dabei erwartungsgemäß aussieht, um es dann mit der EF der gemessenen Lichtkurve zu vergleichen. Dies wird in dieser Arbeit getan und im Folgenden beschrieben.

Zunächst wird die EF vorgestellt. Diese Methode wurde von Leahy *et al.* (1983) entwickelt und ist auf Periodizitäten sensitiv, die nicht notwendigerweise harmonisch sind, d.h. eine Sinus-Form haben. Für eine zu testende Periode τ wird ein Phasogramm der Lichtkurve erzeugt. Dazu wird die Lichtkurve gefaltet,

indem die Beobachtungszeiten t auf die Phase abgebildet werden, mit

$$t \mapsto \frac{2\pi}{\tau} (t \bmod \tau). \quad (3.33)$$

Man erhält damit den Fluss in Abhängigkeit von der Phase. Treten in einer Lichtkurve periodische Strukturen mit einer Periode gleich τ auf, so liegen sie im Phasogramm übereinander.

Das Phasogramm wird in M Phasenintervalle gleicher Länge geteilt. Für jedes Intervall j wird der Mittelwert μ_j der Flüsse berechnet. In dem Fall, dass die Testperiode τ mit einer tatsächlichen Periodizität übereinstimmt, sind die Mittelwerte der einzelnen Intervalle statistisch gesehen maximal unterschiedlich, weil die periodischen Strukturen überlagert sind. In den anderen Fällen werden diese Strukturen tendenziell ausgeglichen, so dass die Mittelwerte für alle Intervalle in etwa gleich sind. Diese Eigenschaft wird in der EF genutzt, indem analog zu einem χ^2 -Test geprüft wird, wie groß die Abweichung der μ_j von dem Mittelwert $\langle \Phi \rangle$ der gesamten Lichtkurve ist. Die zu erwartende Varianz σ_j^2 jedes Mittelwertes μ_j wird abgeschätzt mit $\sigma_j^2 = \hat{\sigma}^2/n_j$, wobei n_j die Anzahl der Datenpunkte im j -ten Intervall und $\hat{\sigma}^2$ die Varianz der Flüsse der gesamten Lichtkurve ist. Nun wird die Summe

$$Q^2(\tau) = \sum_{j=1}^M \frac{(\mu_j - \langle \Phi \rangle)^2}{\sigma_j^2} \quad (3.34)$$

berechnet. Für eine hinreichend gute Statistik folgt Q^2 einer Chi-Quadratverteilung. Dies gilt jedoch nur unter der Prämisse, dass die Lichtkurve weißes Rauschen ist.

Davies (1990) erweiterte die Methode, um für kleine Statistiken gültig zu sein. Dazu wird Q^2 mit

$$F(\tau) = \frac{(N - M) Q^2(\tau)}{(M - 1) [(N - 1) - Q(\tau)^2]} \quad (3.35)$$

transformiert, wobei N die Anzahl der Datenpunkte in der gesamten Lichtkurve ist. F folgt dann einer Fisher-Verteilung (F-Verteilung) mit $M - 1$ und $N - 1$ Freiheitsgraden.

Für die ROTSE-Lichtkurve von PKS 2155-304 ist die EF mit $M = 20$ in Abb. 3.32 dargestellt. Sie hat einige stark ausgeprägte Maxima bei 317 und etwa 630, 930 sowie 1260 d. Diese Werte sind mit ganzen Vielfachen von 317 d vereinbar. Wenn es eine intrinsische Periodizität mit $P = 317$ Tagen gibt, so hat die Lichtkurve auch Periodizitäten mit ganzen Vielfachen von P , und so ist zu erwarten, dass die EF an den Stellen $\tau = 1P, 2P, 3P, \dots$ ebenso Maxima hat. Es scheint also eine solche Periodizität zu geben. Dieses Ergebnis stimmt mit dem Ergebnis von Zhang *et al.* (2014) ($P = 317 \pm 12$ d) überein.

Um das Ergebnis zu bewerten, wird zunächst die EF von simuliertem Potenzgesetzrauschen untersucht, das ja intrinsisch nicht periodisch ist. Wie bereits erwähnt, kann in einer endlich langen Potenzgesetzrauschen-Lichtkurve zufälligerweise ein scheinbar periodisches Verhalten (für einige Zyklen) auftreten. Es

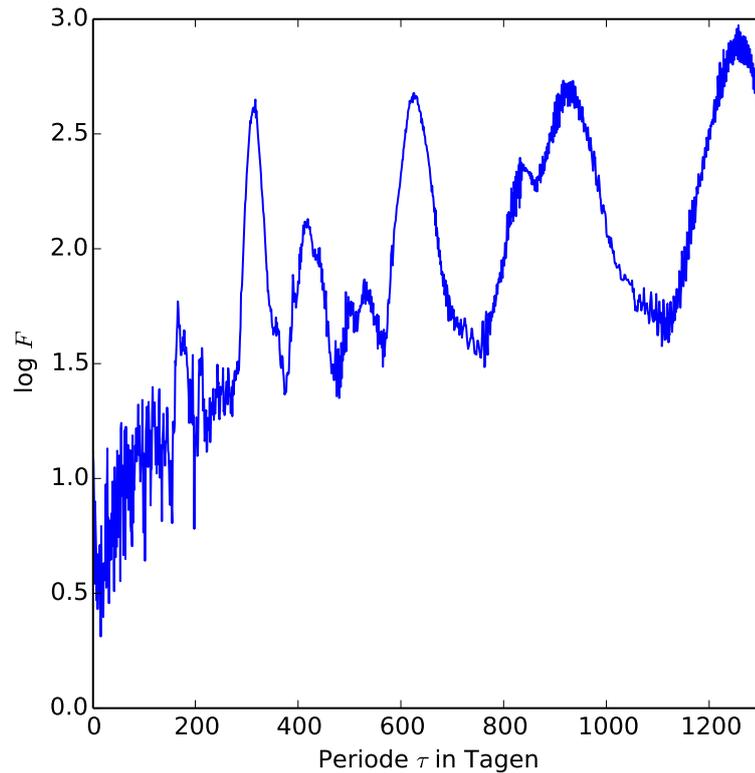


Abbildung 3.32: Epoch-Folding-Funktion der ROTSE-Lichtkurve von PKS 2155-304.

ist daher genau deshalb zu erwarten, dass in der EF entsprechende Maxima auftreten. Ebenso können vermutlich Abtasteffekte dabei eine Rolle spielen.

Zunächst wird die Verteilung von F an der Stelle der mutmaßlichen Periodizität von 317 d untersucht. Zur Veranschaulichung der Unterschiede zwischen weißem Rauschen und Potenzgesetzrauschen sowie des Einflusses ungleichmäßiger Abtastung werden vier Fälle simuliert: Weißes Rauschen und Potenzgesetzrauschen mit jeweils gleichmäßiger Abtastung bzw. mit der ungleichmäßigen Abtastung der ROTSE-Lichtkurve.

Zuerst wird weißes Rauschen mit gleichmäßiger Abtastung simuliert. F sollte nach Davies (1990) einer F-Verteilung folgen. Für jede von 4.000 Lichtkurven wird $F(\tau = 317 \text{ d})$ berechnet. Die simulierten Werte für F sind in Abb. 3.33 a) dargestellt. Ebenso ist der Verlauf der vorhergesagten F-Verteilung dargestellt, sowie der bei PKS 2155-304 gemessene Wert für $F(\tau = 317 \text{ d})$ (senkrechte grüne Linie). Die simulierte Verteilung stimmt offensichtlich sehr gut mit der F-Verteilung überein. Der Wert für PKS 2155-304 liegt so weit außerhalb, dass er nicht mit der Verteilung kompatibel ist. Unter der Prämisse, dass weißes Rauschen mit einer möglichen Periodizität vorliegt, wäre dies eine sehr signifikante Detektion einer Periodizität. Das entspricht dem, was Zhang *et al.* (2014) untersucht haben.

Allerdings ist hier außer Acht gelassen, dass es eine ungleichmäßige Abtastung gibt. Deshalb wird als nächstes weißes Rauschen mit der Abtastung der PKS 2155-304-Lichtkurve simuliert. In gleicher Weise, wie für die gleichmäßige Abtastung, werden 4.000 Werte für $F(\tau = 317 \text{ d})$ berechnet. Die Verteilung ist in Abb. 3.33 b) dargestellt. Es fällt auf, dass die Werte systematisch zu größeren

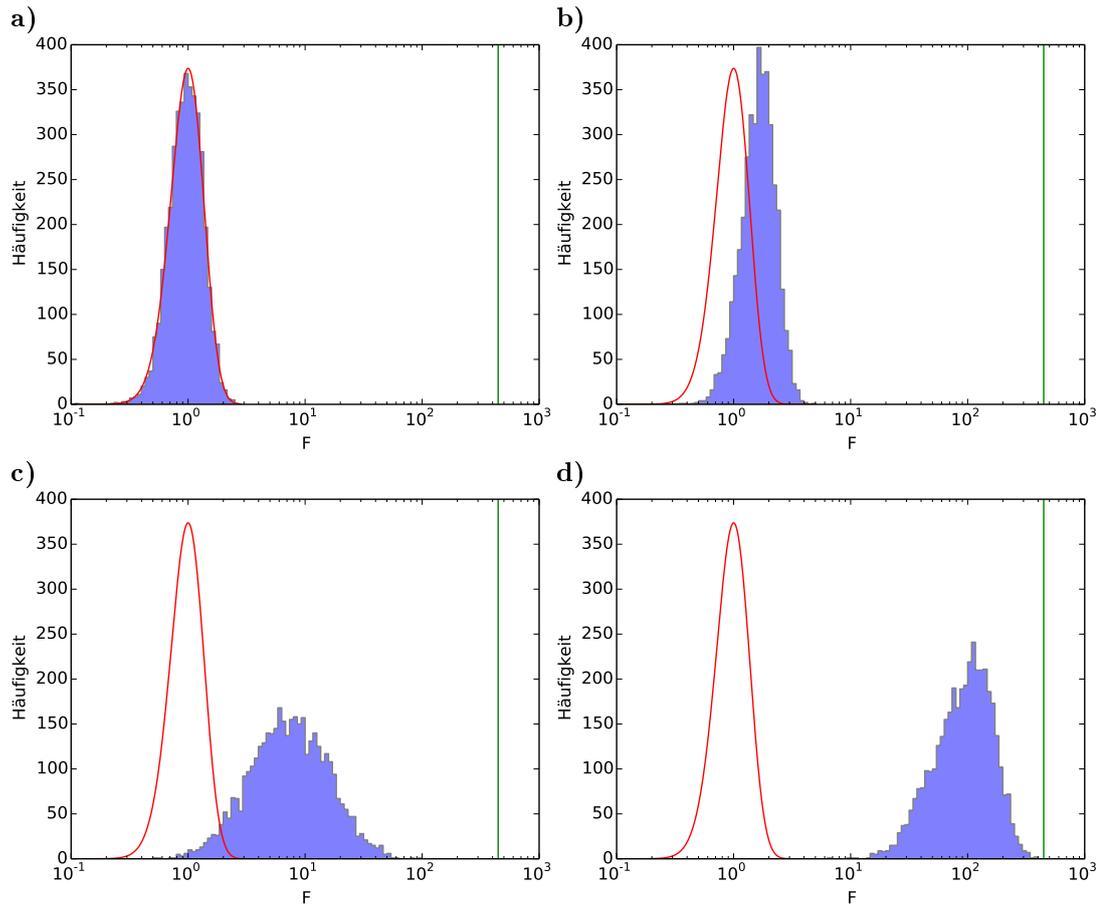


Abbildung 3.33: Verteilung der Werte $F(\tau = 317 \text{ d})$ simulierter Lichtkurven für a) weißes Rauschen mit gleichmäßiger Abtastung, b) weißes Rauschen mit der ungleichmäßigen Abtastung der ROTSE-Lichtkurve, c) log-normales Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten $\beta = 1,7$ mit gleichmäßiger Abtastung, d) log-normales Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten $\beta = 1,7$ mit der ungleichmäßigen Abtastung der ROTSE-Lichtkurve. Die rote Kurve beschreibt die theoretische F-Verteilung. Die senkrechte grüne Linie markiert $F(\tau = 317 \text{ d})$ für die ROTSE-Lichtkurve von PKS 2155-304.

F verschoben sind, so dass sie nicht mehr mit der F-Verteilung übereinstimmen. Eine unregelmäßige Abtastung hat also einen Einfluss auf die EF. Der gemessene Wert für PKS 2155-304 liegt weiterhin weit außerhalb der simulierten Verteilung. Gegenüber weißem Rauschen wäre damit eine Periodizität sehr signifikant detektiert. Man kann auch sagen, dass weißes Rauschen mit großer Signifikanz auszuschließen ist²⁴.

Damit ist wenig gewonnen, denn dieser Test schließt lediglich die Kompatibilität mit weißem Rauschen aus, was bereits in Abschnitt 3.1 gezeigt wurde. Dort wurde festgestellt, dass die PKS 2155-304-Lichtkurve durch Potenzgesetzrauschen beschrieben werden kann. In Abschnitt 3.2 wurde zudem ein log-normales Verhalten gefunden.

²⁴Die genaue Bestimmung der Signifikanz mit Hinblick auf die Größe des abgetasteten Parameterraumes (Trial-Faktoren) ist hier nicht die Mühe wert, weil weißes Rauschen offensichtlich durch Betrachten der Lichtkurve auszuschließen ist

Für eine sinnvolle Charakterisierung einer möglichen Periodizität ist die EF also für die folgende Nullhypothese zu untersuchen:

$H_{\log n}^{\beta=1,7}$: Die PKS 2155-304-Lichtkurve ist log-normales Potenzgesetzrauschen mit einem Exponenten $\beta = 1,7$.

Der Wert für β ist das Ergebnis der genauesten Methode, dem MFVF. Bei dieser Hypothese gibt es keine intrinsische Periodizität. Das Auftreten von quasi-periodischen Schwankungen ist jedoch zu erwarten, was sich auch in der Verteilung der F -Werte zeigen sollte. Letztere wird nun untersucht. Es wird wie zuvor beim weißen Rauschen vorgegangen. D.h. es werden Lichtkurven mit einer gleichmäßigen Abtastung und Lichtkurven mit der ungleichmäßigen Abtastung der PKS 2155-304-Lichtkurve simuliert und ihre Werte für $F(\tau = 317 \text{ d})$ berechnet.

Die Verteilungen der Werte ist in Abb. 3.33 c) für gleichmäßige Abtastung und unter d) für die PKS 2155-304-Abtastung dargestellt. Es zeigt sich, dass bei gleichmäßiger Abtastung die simulierte Verteilung nicht mit der F -Verteilung vereinbar ist. Sie ist im ganzen breiter und zu größeren F verschoben. Der gemessene Wert für PKS 2155-304 liegt außerhalb der simulierten Werte. Da ja bei PKS 2155-304 eine ungleichmäßige Abtastung vorliegt, ist dies jedoch nicht aussagekräftig und dient hier lediglich der Darstellung des Einflusses der Abtastung auf die EF.

Bei der Abtastung der PKS 2155-304-Lichtkurve ist die simulierte Verteilung noch weiter zu großen Werten verschoben. Der gemessene Wert für PKS 2155-304 liegt jetzt trotzdem noch gerade außerhalb der simulierten Verteilung. D.h. es gibt keinen simulierten F -Wert, der größer als der gemessene ist. Es ist also davon auszugehen, dass die Wahrscheinlichkeit, einen solch hohen Wert zu messen kleiner als $1/4.000$ ist. Diese Wahrscheinlichkeit kann als Testgröße behandelt werden, weil die Abtasteffekte berücksichtigt sind. Es wird für die folgende Bewertung angenommen, dass die Wahrscheinlichkeit $1/4.000$ ist, auch wenn sie in Wirklichkeit vermutlich kleiner ist. Somit ist der Test konservativ, weil die Signifikanz, mit der $H_{\log n}^{\beta=1,7}$ abgelehnt werden kann, dadurch begrenzt wird. Eine Detektion der Periodizität aufgrund der Ablehnung von $H_{\log n}^{\beta=1,7}$ ist damit ebenso begrenzt.

Hier ist der extremste F -Wert bei $\tau = 317 \text{ d}$ untersucht. Auch wenn es sehr unwahrscheinlich ist, so einen hohen Wert für eine $H_{\log n}^{\beta=1,7}$ -Lichtkurve zu erhalten, muss die Größe des abgetasteten Parameterraumes beachtet werden: Es werden hier 1310 Perioden getestet. D.h. für eine Lichtkurve gibt es zahlreiche Chancen, einen derart unwahrscheinlichen Wert mit einer Wahrscheinlichkeit von $1/4.000$ zu erhalten. Unter der Annahme, dass die F -Werte für die unterschiedlichen Test-Perioden τ unabhängig voneinander sind, ist die Wahrscheinlichkeit, mindestens einen solch unwahrscheinlichen Wert zu messen nach der Binomialverteilung

$$p_{\text{Irrtum}} = 1 - (3.999/4.000)^{1310} = 27,9\%. \quad (3.36)$$

Demnach ist das Auftreten eines solch unwahrscheinlichen Wertes durchaus zu erwarten, und damit keine Periodizität detektiert.

Es ist jedoch davon auszugehen, dass die F -Werte für die unterschiedlichen Werte von τ nicht unabhängig voneinander sind. Zumindest sind offenbar benachbarte Werte und wahrscheinlich Werte bei ganzen Vielfachen einer Periode korreliert. Der Wert für p_{Irrtum} ist deshalb vermutlich nicht zuverlässig, zumal das Verhalten bei anderen τ gar nicht untersucht wird. Weil diese Zusammenhänge nicht bekannt sind, wird hier ein Likelihood-Ansatz verfolgt, um die Signifikanz der möglichen Detektion der Periodizität zu untersuchen.

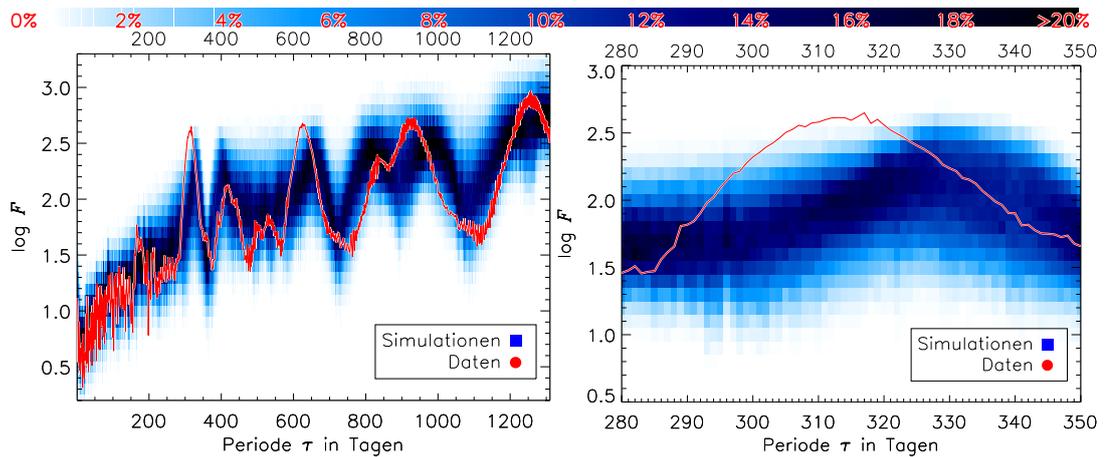


Abbildung 3.34: Wahrscheinlichkeitsverteilung simulierter EF (blaue Farbskala) mit der EF der PKS 2155-304-Lichtkurve. Links: gesamter Bereich getesteter Perioden, rechts: Vergrößerung des Bereiches um die mutmaßliche Periodizität von 317 d.

Dazu werden die EF der 4,000 simulierten $H_{\log n}^{\beta=1,7}$ -Lichtkurven mit der Abtastung der ROTSE-Lichtkurve zu einer zweidimensionalen Häufigkeitsverteilung zusammengefasst. Dies geschieht analog zu den zweidimensionalen Häufigkeitsverteilungen simulierter LSP, SF und MFVF-Werte, siehe z.B. Abschnitt 3.1.2. D.h. für jede Test-Periode τ wird ein Histogramm der F -Werte erstellt, das auf eins normiert wird, so dass es als eine Wahrscheinlichkeitsverteilung interpretiert werden kann. All diese Verteilungen zusammen genommen bilden eine zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilung, wobei τ die eine Dimension und F die zweite ist.

In Abb. 3.34 sind sowohl die EF der PKS 2155-304-Lichtkurve als auch die Wahrscheinlichkeitsverteilung dargestellt. Sowohl die Kurve, als auch die Verteilung haben einen Verlauf mit ausgeprägten Maxima und Minima. Die Werte von F haben dabei einen mit τ wachsenden Trend. Werte für F , die mit der theoretischen F -Verteilung (Abb. 3.33) unvereinbar sind, sind hier die Regel. Die Kurve von PKS 2155-304 hat einen ähnlichen Verlauf wie die Verteilung – Minima und Maxima sind an den gleichen Stellen. Der prominente Maximalwert bei 317 d ragt wie bereits oben beschrieben heraus. Sonst gibt es noch wenige Stellen, an denen die Wahrscheinlichkeit bei etwa 1% liegt.

Um die Kompatibilität der PKS 2155-304-Kurve und der Verteilung zu quantifizieren, wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass die Kurve aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung hervorgeht. Dazu wird der Likelihoodwert L_0 berechnet. Dabei sind allerdings die unbekanntenen Korrelationen der F -Werte unterein-

ander nicht berücksichtigt, so dass der Wert nicht die tatsächliche Wahrscheinlichkeit abbildet. Der Wert L_0 kann jedoch mit den für $H_{\log n}^{\beta=1,7}$ typischen Likelihoodwerten verglichen und somit eingeordnet werden. Es werden also 4.000 $H_{\log n}^{\beta=1,7}$ -Lichtkurven simuliert und ihre Likelihoodwerte L berechnet. Die Verteilung der L wird nun als Teststatistik für L_0 verwendet. Diese Verteilung ist in Abb. 3.35 dargestellt. Es ergibt sich, dass 87% der simulierten Likelihoodwerte besser im Sinne einer großen Wahrscheinlichkeit, also nur 13% schlechter als L_0 sind. Das entspricht in Standardabweichungen ausgedrückt $1,14\sigma$.

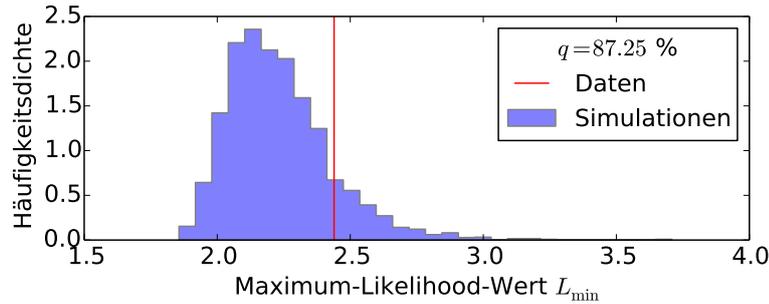


Abbildung 3.35: Verteilung der Likelihoodwerte der EF simulierter $H_{\log n}^{\beta=1,7}$ -Lichtkurven. Die senkrechte rote Linie markiert den Likelihoodwert für die PKS 2155-304-Lichtkurve.

Der Wert ist damit also für $H_{\log n}^{\beta=1,7}$ vertretbar, womit die Hypothese nicht verworfen wird, so dass nach dieser Analyse der hohe F -Wert bei $\tau = 317$ d zufällig entstehen kann. Es kann also hiermit keine Periodizität detektiert werden.

Der hier verwendete Hypothesentest ist insofern begrenzt, als dass nur 4.000 EF simuliert werden. An Stellen, wo die simulierte Verteilung keine Einträge hat, kann nicht davon ausgegangen werden, dass die tatsächliche Wahrscheinlichkeitsdichte dort null ist. Es wird hier deshalb immer angenommen, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung an allen Stellen mindestens $1/4.000$ ist. Die Likelihood einer beliebigen EF, die an solchen Stellen einen Eintrag hat, wird dadurch systematisch verbessert, denn die tatsächliche Wahrscheinlichkeitsdichte ist an solchen Stellen vermutlich in den meisten Fällen kleiner. Dies betrifft in diesem Test sowohl die simulierten EF, deren Likelihoodwerte als Teststatistik dienen, als auch die gemessene EF von PKS 2155-304. Allerdings wird auch für einen besonders starken Ausreißer die Wahrscheinlichkeit mit $1/4.000$ angenommen, was eine deutliche Überschätzung ist. Im Falle des Maximums bei $\tau = 317$ d bei PKS 2155-304 muss davon ausgegangen werden, dass die tatsächliche Wahrscheinlichkeit kleiner ist. Somit ist der gemessene Likelihoodwert L_0 von PKS 2155-304 vermutlich besser als der tatsächliche. Dadurch erscheint also L_0 besser mit den simulierten Werten von L verträglich. Dies wirkt einer möglichen Detektion der Periodizität entgegen, so dass der Test konservativ ist. Dies zeigt eine Grenze dieser Methode auf: Liegt ein Messwert außerhalb der simulierten Wahrscheinlichkeitsverteilung, so ist die Signifikanz des Tests durch die Anzahl von simulierten Werten begrenzt. Man kann lediglich ein oberes Limit für die Wahrscheinlichkeit p angeben, einen mindestens so weit außerhalb der Verteilung liegenden Wert zu messen, wenn die Hypothese wahr ist. Hier wird der p -Wert mit 13% angegeben. Möglicherweise ist er jedoch kleiner. In diesem

Fall führt es dazu, dass $H_{\log n}^{\beta=1,7}$ nicht verworfen und somit keine Periodizität detektiert wird.

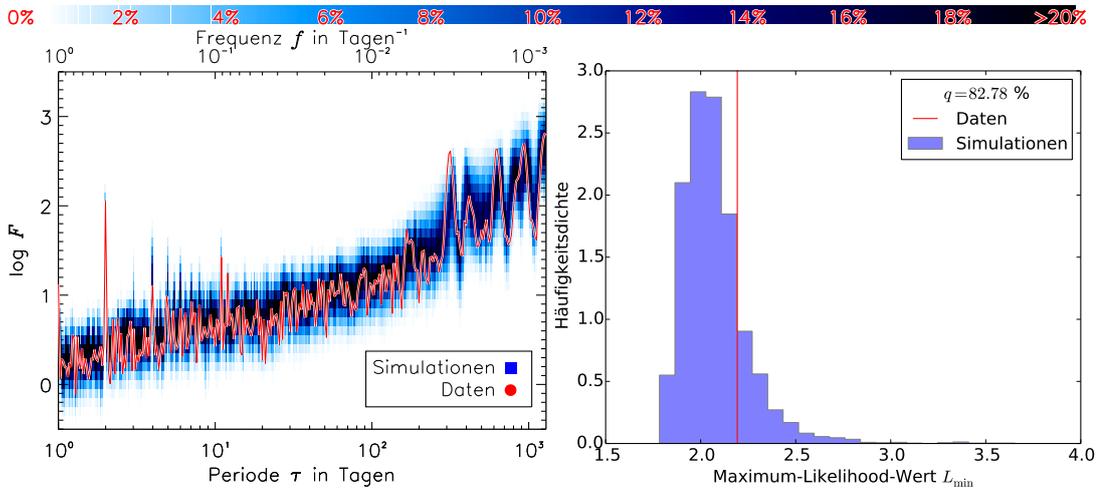


Abbildung 3.36: EF in log-linearer Skala. Links: Wahrscheinlichkeitsverteilung simulierter EF (blaue Farbskala) mit der EF der PKS 2155-304-Lichtkurve (rote Kurve). Rechts: Verteilung der Likelihoodwerte der EF simulierter $H_{\log n}^{\beta=1,7}$ -Lichtkurven. Die senkrechte rote Linie markiert den Likelihoodwert für die PKS 2155-304-Lichtkurve.

In analoger Weise wird der Test wiederholt, wobei die Abtastung der Perioden τ in gleichmäßigen Abständen in einer logarithmischen Skala erfolgt²⁵. Der Bereich $1 \leq \tau \leq 1310$ d wird mit einem Intervall von 0,01 Dekaden abgetastet, d.h. $\log \tau = 0,00, 0,01, \dots, 3,11$. Die simulierten EF sind zusammen mit der EF von PKS 2155-304 in Abb. 3.36 links dargestellt. Die EF von PKS 2155-304 stimmt gut mit der Verteilung überein, was durch die Güte der Anpassung bestätigt wird, wie auf der rechten Seite dargestellt ist. Nur 82,78% der simulierten Likelihoodwerte sind kleiner (besser). In Standardabweichungen ausgedrückt entspricht das einer Abweichung von $0,95\sigma$. Somit wird Potenzgesetzrauschen auch hiermit nicht verworfen.

Vorwärtsfaltung mit SF und LSP

Eine alternative Methode, nach Periodizitäten zu suchen, bedient sich einer Vorwärtsfaltung, bei der die SF und das LSP simulierter Lichtkurven berechnet werden, die eine intrinsische Periodizität besitzen. Sowohl die SF, als auch das LSP sind auf Periodizitäten sensibel²⁶.

Es wird als naheliegende Alternativhypothese zu $H_{\log n}$ angenommen:

²⁵Eine derartige Abtastung wird auch bei den anderen Methoden (SF, LSP, MFVF) verwendet.

²⁶Bei der SF wird erwartet, dass bei ganzen Vielfachen der Periode Minima entstehen, weil bei solchen Zeitverschiebungen die Lichtkurve eine große Selbstähnlichkeit hat, was zu einer verminderten mittleren quadratischen Abweichung führt. Beim LSP wird dagegen bei der Frequenz der Periodizität ein Maximum erwartet, weil die entsprechende harmonische Komponente der Fourierreihe eine verhältnismäßig große Amplitude hat.

H_{sin} : Die PKS 2155-304-Lichtkurve ist log-normales Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten β , dem eine Sinusfunktion mit der Periode P und der Amplitude A überlagert ist.

Es gibt also drei freie Parameter β , P und A , die angepasst werden. Die Anpassung erfolgt in analoger Weise, wie in den Abschnitten 3.1 bis 3.3. Dort wurde neben β als weiterer Parameter die Frequenz eingeführt, ab der die spektrale Leistungsdichte (SLD) zu einem konstanten Verlauf umbricht. Hier werden stattdessen die zwei zusätzlichen Parameter P und A eingeführt, die die mutmaßliche Periodizität beschreiben.

Mit H_{logn} wurden mit den drei Methoden für β folgende Werte gemessen (Abschnitt 3.2):

$$\text{SF} : 1,6_{-0,14}^{+0,13}; \quad \text{LSP} : 1,9_{-0,43}^{+0,75}; \quad \text{MFVF} : 1,7_{-0,12}^{+0,13}.$$

Diese Werte ergeben sich mit H_{sin} für β , wenn die Amplitude $A = 0$ gesetzt wird. Bei $A > 0$ ist zu erwarten, dass sich die Werte für β verändern. Um das darzustellen, wird die SF und das LSP einer Sinusfunktion untersucht.

Betrachtet man ein Fragment einer Sinusfunktion mit der Periode P , so ist die Varianz der Werte in diesem Fragment abhängig von der Fragmentlänge. Insbesondere steigt die Varianz mit der Länge für Fragmentlängen, die klein gegenüber P ist. So hat eine Sinus-Funktion wie Potenzgesetzrauschen auf diese Weise die Eigenschaft, dass eine größere Variabilität auf einer größeren Zeitskala stattfindet. Dies findet sich jedoch nur bis zu einer Zeitskala, die etwa der halben Periode entspricht. Bei Zeitskalen jenseits der Periode steigt die Varianz eines Fragmentes nicht weiter an. Dies spiegelt sich in der SF, MFVF und dem LSP wider, wie im Folgenden gezeigt wird.

In Abb. 3.37 a) ist eine gleichmäßige abgetastete Zeitreihe einer Sinusfunktion mit $P = 317$ d (mutmaßliche Periodizität) und einer Gesamtlänge von 2,620 d (Gesamtlänge der PKS 2155-304-Lichtkurve) dargestellt. Unter b) ist die daraus berechnete SF dargestellt. Wie erwartet hat sie bei $\tau = P$ ein scharfes Minimum, wie auch bei ganzen Vielfachen von P . Sie steigt bis $\tau \approx P/2$ an. Die Steigung in doppellogarithmischer Darstellung ist etwa zwei. Das ist größer als die Steigung der SF, die man bei rotem Rauschen ($\beta \approx 2$) mit ungefähr $\beta - 1$ erwartet (siehe Abschnitt 3.1.4). Jenseits der Zeitskala, die der halben Periode entspricht, schwankt die SF um einen konstanten Wert. Es ist daher zu erwarten, dass bei einer H_{sin} -Lichtkurve mit $\beta \approx 1 \dots 2$ die Steigung der SF bis zu $\tau \approx P/2$ größer ist, als bei reinem Potenzgesetzrauschen mit demselben Wert für β . Das bedeutet, falls H_{sin} zutrifft, so ist β vermutlich kleiner als der Wert bei H_{logn} . Deshalb muss auch bei der Anpassung von H_{sin} der Parameter β erneut angepasst werden und kann nicht einfach aus den Ergebnissen von H_{logn} übernommen werden.

Die MFVF und das LSP der Sinus-Lichtkurve sind unter c) bzw. d) dargestellt. Das MFVF hat wie die SF die Eigenschaft, dass es zunächst steil ansteigt und bei $t \approx P/2$ zu einem konstanten Verlauf umbricht. Die Steigung in doppellogarithmischer Darstellung ist mit etwa 1,6 größer als die Steigung von 0,8 bei H_{logn} mit $\beta = 2$ (siehe Abschnitt 3.1.5). Es ist deshalb davon auszugehen, dass bei solchem Potenzgesetzrauschen die Überlagerung mit einem Sinus die

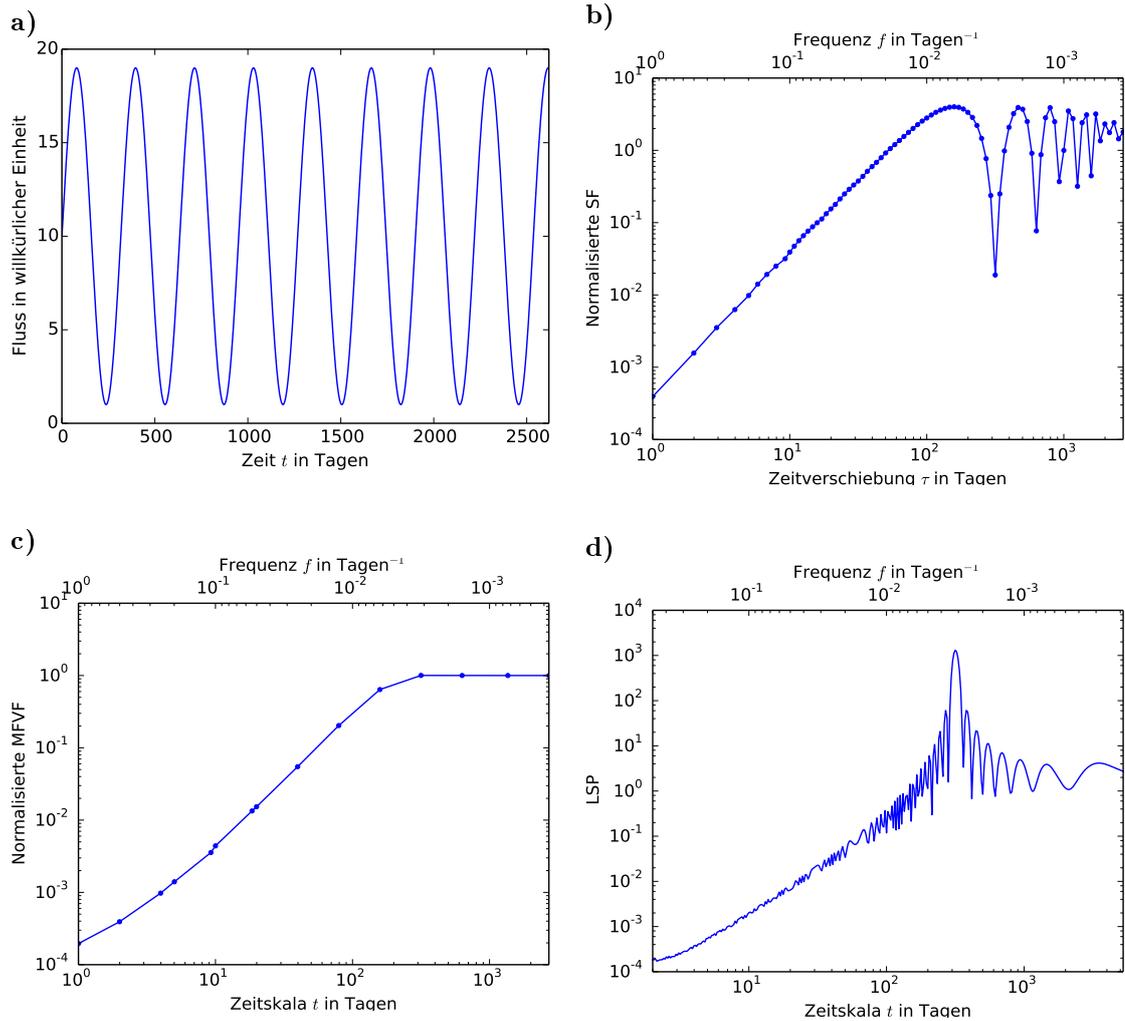


Abbildung 3.37: Einfache Sinusfunktion: a) Gleichmäßig abgetastete simulierte Lichtkurve mit einem Sinusverlauf mit b) SF, c) MFVF, d) LSP.

MFVF steiler werden lässt. Die MFVF des Sinus hat jedoch keine Minima oder Maxima, die mit P korrelieren. Sie ist daher für die Suche nach Periodizitäten ungeeignet, und wird hier nicht für die Anpassung von H_{sin} verwendet. Auch das LSP hat die Eigenschaft, zunächst steil anzusteigen. Sie hat bei Frequenzen größer als $1/P$ eine Steigung von zwei. Jenseits von $1/P$ ist der Verlauf konstant. Jedoch wurde in bisherigen Analysen in dieser Arbeit festgestellt, dass die Steigung des LSP bei einer unregelmäßigen Abtastung nur wenig von der Steigung der tatsächlichen SLD abhängig ist und β damit nur ungenau bestimmt werden kann. Es ist daher davon auszugehen, dass dies auch bei H_{sin} der Fall ist. Dennoch wird bei der Anpassung von H_{sin} der Parameter β frei gelassen. Das LSP der Sinus-Lichtkurve hat wie erwartet ein sehr ausgeprägtes Maximum bei der Frequenz $1/P$.

Die SF und das LSP sind also auf eine Periodizität sensitiv. Inwiefern sich eine Periodizität detektieren lässt, hängt sicher von ihrer Amplitude ab. Ist sie zu klein, wird sie von dem Potenzgesetzrauschen dominiert. Diese Möglichkeit wird berücksichtigt, indem die Amplitude bei der Anpassung freigelassen wird.

Für die drei Parameter sehen die Schritte der Analyseketten wie folgt aus:

1. Es wird angenommen, dass H_{sin} für PKS 2155-304 zutrifft. Die Abtastung des dreidimensionalen Parameterraumes wird festgelegt:

$$\beta = 1,4, 1,5, \dots, 2,1; A = 1, 2, \dots, 9 \text{ mJy}; P = 275, 280, \dots, 330 \text{ d.}$$

Dabei ist die Größe des Parameterraumes durch die Rechenkapazitäten begrenzt. Es wird angenommen, dass die Steigungen der SF und des LSP nur wenig durch eine Periodizität vergrößert wird, weil das Potenzgesetzrauschen dominiert. Deshalb wird der Bereich für β klein gehalten. Die möglichen Werte für P sind um die mutmaßliche Periode von 317 d verteilt. Die Amplitude A geht bis zu einem Wert, bei dem die Varianz des Sinusanteils mehr als 80% der Varianz der gesamten Lichtkurve ausmacht.

2. Nun werden für jede Kombination der Parameter von β , A und P jeweils 4.000 H_{sin} -Lichtkurven simuliert. Für eine zu simulierende Lichtkurve wird Potenzgesetzrauschen analog zu Abschnitt 3.1.1 simuliert. Anschließend wird eine Sinusfunktion mit der Amplitude A , der Periode P und einer zufälligen Phase zum Potenzgesetzrauschen addiert. Die Phase ist zwischen 0 und 2π gleich verteilt. Das Hinzufügen des Sinus-Anteils erhöht die Varianz der gesamten Lichtkurve. Deshalb wird die Varianz des Potenzgesetzrauschens so gewählt, dass nach Hinzufügen des Sinus-Anteils die Varianz der PKS 2155-304-Lichtkurve erreicht wird. Dazu wird bei jeder einzelnen Simulation das Potenzgesetzrauschen mit einem Faktor skaliert, bevor die Sinusfunktion addiert wird. Der Faktor wird durch ausprobieren mit dem Nelder-Mead-Verfahren gefunden, das in `scipy.optimize.fmin` implementiert ist.
3. Für jede Parameterkonfiguration werden für die 4.000 Lichtkurven die SF und das LSP berechnet.
4. Für jede Parameterkonfiguration werden die 4.000 SF und LSP jeweils zu einer zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsverteilung zusammengefasst.
5. Die Anpassung erfolgt nun auf Grundlage der Wahrscheinlichkeitsverteilungen für jede Methode (SF, LSP) separat mit einer Maximum-Likelihood-Methode, wobei die Log-Likelihood-Funktion nun eine dreidimensionale Funktion von β , A und P ist.

Die Analyse findet für die am besten passende Parameterkonfiguration mit der SF:

$$\beta = 1,6; A = 5,0 \text{ mJy}; P = 295,0 \text{ d.}$$

Das LSP liefert:

$$\beta = 2,0; A = 7,0 \text{ mJy}; P = 310,0 \text{ d.}$$

Die entsprechenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind in Abb. 3.38 a) für die SF und in Abb. 3.39 a) für das LSP dargestellt. Die Verteilung der simulierten SF hat ein deutliches breites Minimum bei $\tau \approx 270$ d. Weitere Minima

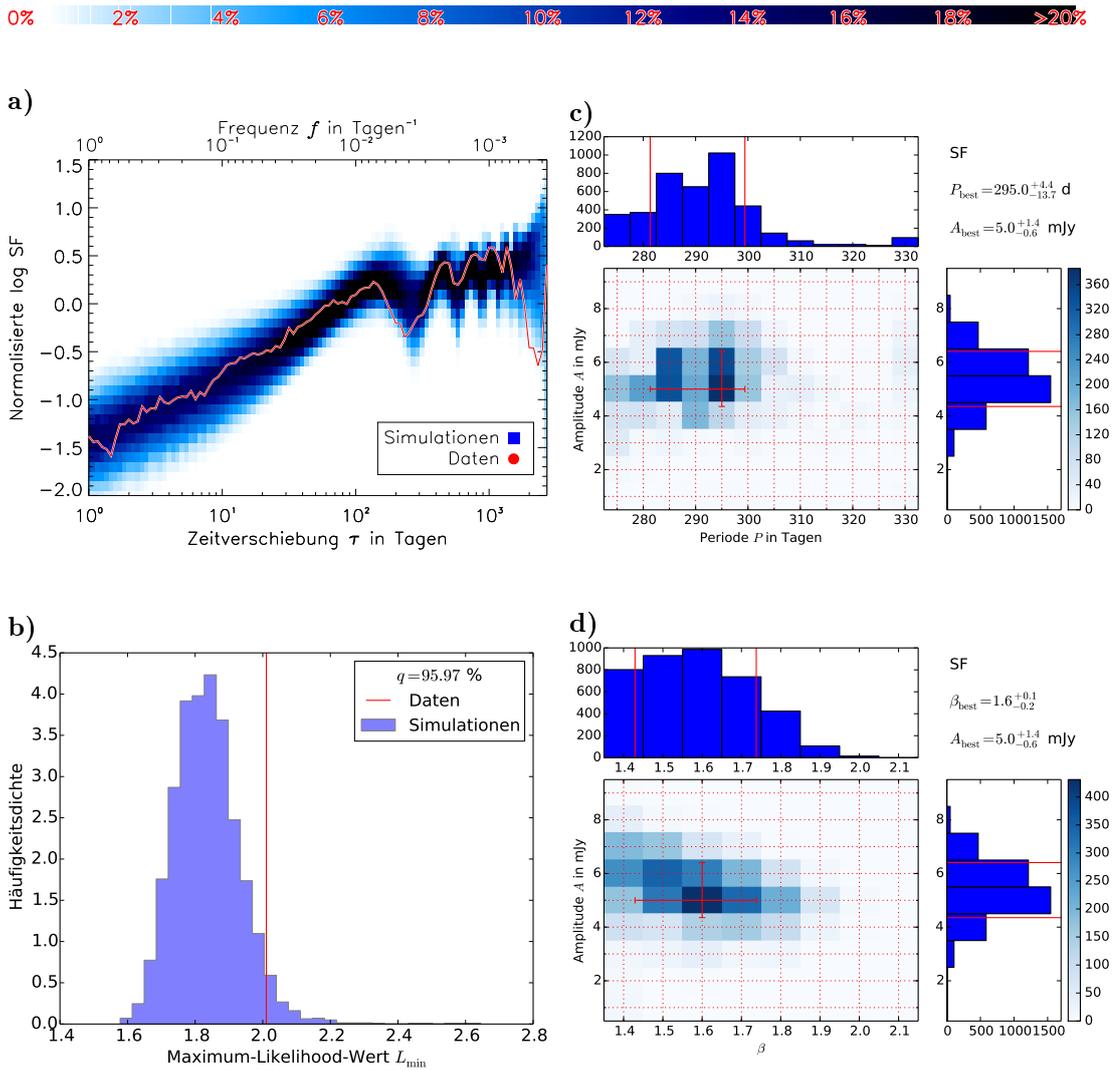


Abbildung 3.38: Ergebnisse der Vorwärtsfaltung mit der SF für H_{sin} : Potenzgesetzrauschen mit überlagerter Sinusfunktion. a) Wahrscheinlichkeitsverteilung der SF-Werte simulierter Lichtkurven mit den am besten passenden Parametern (blaue Farbskala) zusammen mit der SF der PKS 2155-304-Lichtkurve. b) Güte der Anpassung mit Maximum-Likelihood-Werten simulierter Lichtkurven (blaues Histogramm) und dem Wert für PKS 2155-304 (rote senkrechte Linie). c) Verteilung der gemessenen Werte für A und P simulierter Lichtkurven um die tatsächlichen (rotes Kreuz). In den Randverteilungen (blaue Histogramme) sind die daraus berechneten 1σ -Unsicherheiten dargestellt (rote Linien). d) Wie c) für die Parameter A und β .

befinden sich bei etwa 580, 860 und 1200 d. Diese Minima resultieren offenbar aus der Überlagerung mit dem Sinus mit $P_{\text{best}} = 295$ d, denn bei reinem Potenzgesetzrauschen tauchen sie nicht auf (siehe Abschnitte 3.1.6 und 3.2). Das erste Minimum ist also etwas zu kleineren Werten als die simulierte Periodizität verschoben, was vermutlich auf Abtasteffekte zurückzuführen ist. Das erste Minimum in der SF von PKS 2155-304 liegt mit 230 d bei einem noch kleineren Wert. Der Verlauf liegt aber immer noch in der simulierten Verteilung. Dass sich die Position des Minimums deutlich von P_{best} unterscheidet, zeigt die Wichtigkeit der Berücksichtigung von Abtasteffekten.

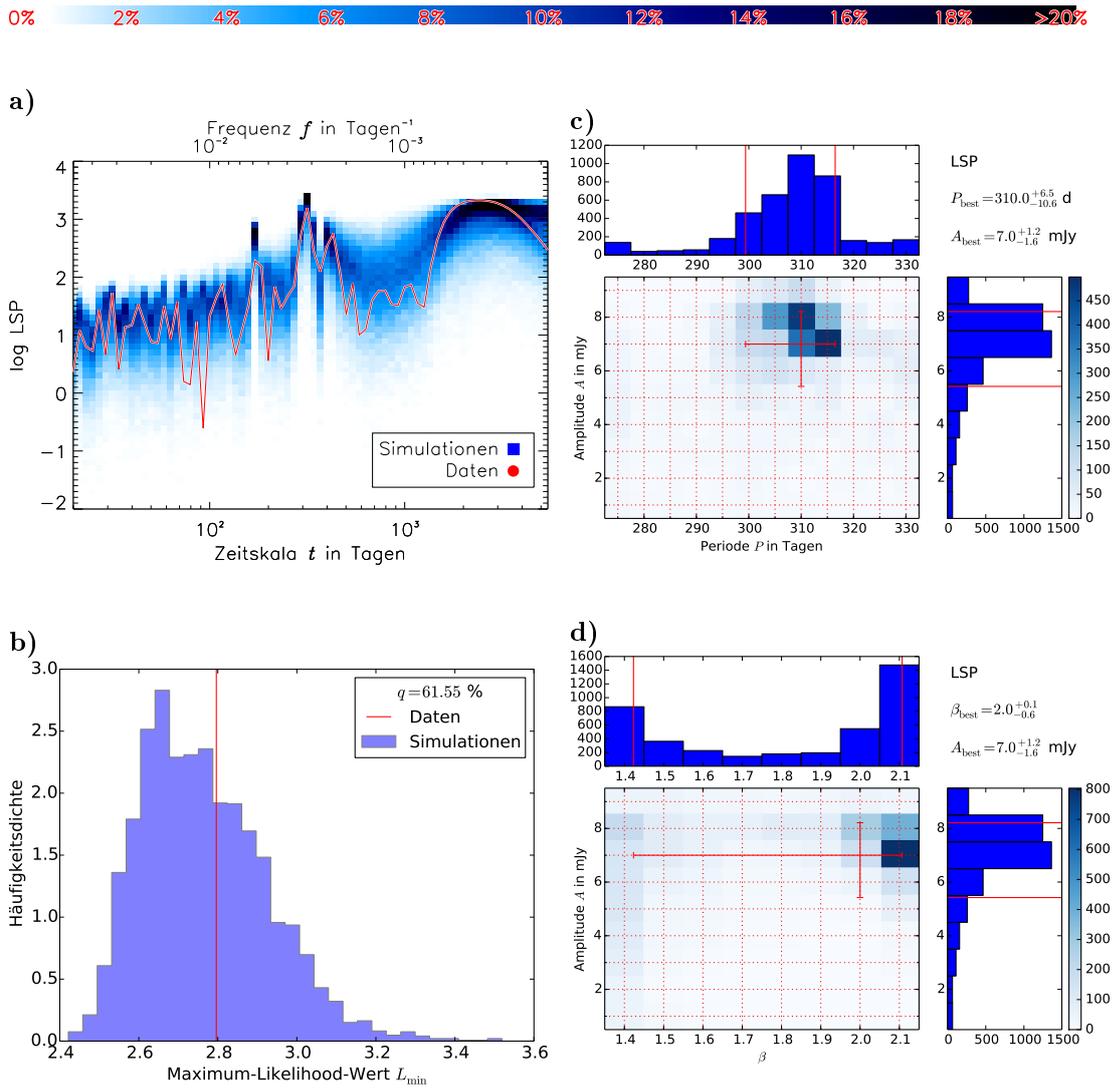


Abbildung 3.39: Ergebnisse der Vorwärtsfaltung mit dem LSP für H_{sin} : Potenzgesetzrauschen mit überlagerter Sinusfunktion. a) Wahrscheinlichkeitsverteilung der LSP-Werte simulierter Lichtkurven mit den am besten passenden Parametern (blaue Farbskala) zusammen mit dem LSP der PKS 2155-304-Lichtkurve. b) Güte der Anpassung mit Maximum-Likelihood-Werten simulierter Lichtkurven (blaues Histogramm) und dem Wert für PKS 2155-304 (rote senkrechte Linie). c) Verteilung der gemessenen Werte für A und P simulierter Lichtkurven um die tatsächlichen (rotes Kreuz). In den Randverteilungen (blaue Histogramme) sind die daraus berechneten 1σ -Unsicherheiten dargestellt (rote Linien). d) Wie c) für die Parameter A und β

Beim LSP (Abb. 3.39 a)) gibt es im Vergleich zu reinem Potenzgesetzrauschen (siehe Abschnitte 3.1.3 und 3.2) zwei zusätzliche scharfe Maxima bei etwa $1/320 \text{ d}^{-1}$ und $1/170 \text{ d}^{-1}$. Bei dem LSP des einfachen Sinus in Abb. 3.37 gibt es nur ein Maximum bei der Frequenz, die der Periode entspricht. Das zweite Maximum bei H_{sin} an der Stelle, die $\frac{1}{2}P$ entspricht, resultiert offenbar aus Abtasteffekten. Das LSP der PKS 2155-304-Lichtkurve fügt sich gut in die Verteilung ein, insbesondere die Strukturen rund um die Maxima stimmen gut überein.

Um die Unsicherheiten auf die am besten passenden Parameter zu ermitteln, wird wie in Abschnitt 3.3 vorgegangen: Es werden 4,000 Lichtkurven simuliert. Die Eingangsparameter haben die am besten passenden Werte für die PKS 2155-304-Lichtkurve. Für jede simulierte Lichtkurve wird die am besten passende Parameterkonfiguration wie bei der PKS 2155-304-Lichtkurve ermittelt. Diese Parameterwerte sind um die Eingangsparameter in drei Dimensionen verteilt. In dieser Verteilung spiegelt sich die Unsicherheit der Anpassung wider. Sie entspricht einer dreidimensionalen Punktbildfunktion an der Stelle der am besten passenden Parameterwerte. Um die Unsicherheiten auf A und P zu bestimmen, wird die Verteilung zunächst über β integriert. Damit ergibt sich eine zweidimensionale Randverteilung von A und P . Diese ist für die SF bzw. das LSP in Abb. 3.38 c) bzw. Abb. 3.39 c) dargestellt. Die simulierten Ergebnisse sind in beiden Fällen um das jeweilige Paar von Eingangsparametern verteilt.

Im nächsten Schritt werden nun die eindimensionalen Randverteilungen für A und P gebildet, indem über P bzw. über A integriert wird. Sie sind über bzw. neben der zweidimensionalen Randverteilung dargestellt. An den eindimensionalen Randverteilungen werden beidseitig jeweils die Grenzen gesucht, die jeweils 15,85% der Werte von der Verteilung trennen. Der Bereich zwischen den beiden Grenzen enthält 68,3% der Werte und wird als 1σ -Konfidenzbereich betrachtet. Die Grenzen werden daher als 1σ -Fehlergrenzen angesehen.

Eine entsprechende Darstellung für A und β findet sich in Abb. 3.38 d) für die SF und Abb. 3.39 d) für das LSP.

Auch hier ist das LSP für die Bestimmung von β sehr ungeeignet. Die am besten passenden Parameterwerte mit ihren 1σ -Unsicherheiten sind:
für die SF:

$$\beta = 1,6_{-0,2}^{+0,1}; \quad A = 5,0_{-0,6}^{+1,4} \text{ mJy}; \quad P = 295,0_{-13,7}^{+4,4} \text{ d},$$

für das LSP:

$$\beta = 2,0_{-0,6}^{+0,1}; \quad A = 7,0_{-1,6}^{+1,2} \text{ mJy}; \quad P = 310,0_{-10,6}^{+6,5} \text{ d}.$$

Die Ergebnisse für die Amplituden und Perioden sind miteinander vereinbar. Die Fehler auf β sind beim LSP so groß, dass sie den gesamten Parameterbereich von β abdecken. Das LSP kann hier also auch keine Einschränkung auf β liefern.

Um die Vereinbarkeit der PKS 2155-304-Lichtkurve mit der Hypothese H_{\sin} zu prüfen wird die Güte der Anpassung betrachtet. Dazu werden die Maximum-Likelihoodwerte der simulierten Ergebnisse als Teststatistik verwendet. Die Verteilungen der Werte für die SF und das LSP sind in Abb. 3.38 b) bzw. Abb. 3.39 b) dargestellt. Der entsprechende Wert für PKS 2155-304 liegt in beiden Fällen in den Verteilungen. Bei der SF haben 95,97% der H_{\sin} -Lichtkurven einen besseren Wert. Das entspricht in Standardabweichungen ausgedrückt $1,7\sigma$. Bei der LSP sind es 61,55% ($0,3\sigma$). Damit wird H_{\sin} nicht verworfen.

Vorwärtsfaltung mit Epoch-Folding

In analoger Weise wie mit der SF und dem LSP (wie auf S. 90 beschrieben) wird auch mit der EF eine Vorwärtsfaltung mit H_{\sin} gemacht. Die EF wird nicht dazu

verwendet, β zu ermitteln. Deshalb wird $\beta = 1,6$ festgelegt, was der am besten passende Wert laut der Analyse mit der SF ist.

Die EF wird auf zwei verschiedene Arten berechnet. Einmal für unterschiedliche Werte von τ in gleichmäßiger Abtastung in logarithmischer Skala (log-lineare Abtastung) und einmal in gleichmäßiger Abtastung in linearer Skala (lineare Abtastung). Die logarithmische Skala wird auch bei dem LSP und dem SF verwendet. Die lineare Skala wurde von (Zhang *et al.*, 2014) verwendet.

Die Anzahl der unterschiedlichen Werte für τ ist klein (einige hundert) zu halten, um den Rechenaufwand für die Analyseketten in einem verträglichen Maß zu halten. Andererseits muss die Auflösung für τ ausreichend sein, um eine mögliche Periodizität detektieren zu können. Als Kompromiss werden hier 100 Werte pro Dekade berechnet, d.h. in logarithmischer Skala sind die Abstände zwischen den τ -Werten 0,01. Der Wertebereich der Abtastung geht von 1 d bis zu 1310 d, was der halben Länge der PKS 2155-304-Lichtkurve entspricht. Die größte getestete Periode würde also gerade zwei volle Zyklen in der Lichtkurve vollführen. Für die lineare Abtastung wird der Wertebereich $\tau = 20, 25, \dots, 1310$ d getestet.

Die Analyse ergibt die am besten passenden Parameter:

$$P = 310_{-11,0}^{+6,4} \text{ d}; A = 6_{-2,3}^{+1,6} \text{ mJy}$$

für die log-lineare Abtastung und

$$P = 310_{-17,2}^{+9,5} \text{ d}; A = 5_{-2,6}^{+1,9} \text{ mJy}$$

für die lineare Abtastung. Die Ergebnisse unterscheiden sich also nur bei A und sind innerhalb des Fehlers miteinander vereinbar. Sie sind in Abb. 3.40 dargestellt. Unter (1a) und (2a) sind die am besten passenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen zusammen mit der EF der PKS 2155-304-Lichtkurve abgebildet. Sowohl bei log-linearer, als auch linearer Abtastung, gibt es ausgeprägte Maxima bei ganzen Vielfachen der Periode P . Zusätzlich gibt es noch ein Maximum bei 170 d, das sich nicht in der EF für reines Potenzgesetzrauschen findet. Das tritt auch beim LSP auf und wird offenbar durch Abtasteffekte hervorgerufen. Die log-lineare Abtastung vermag noch zahlreiche Maxima aufzulösen, die ganze Vielfache von 1 d sind. Diese sind vermutlich durch tägliche Beobachtungslücken verursacht. Der Verlauf der EF der PKS 2155-304-Lichtkurve (rote Kurve) stimmt gut mit dem Verlauf der Verteilung (blaue Farbskala) überein. Insbesondere die zahlreichen Extrema sind übereinstimmend. Dazu gehört auch das Maximum bei etwa 170 d. Am schlechtesten scheint die Übereinstimmung bei $\tau > 600$ zu werden. Dort verläuft die Kurve an einigen Stellen am Rand der Verteilung entlang.

Die Verteilung simulierter Ergebnisse für die Bestimmung der Unsicherheiten auf A und P sind unter (1b) und (2b) dargestellt. Sie ist um die Eingangsparameter verteilt. Die log-lineare Abtastung liefert offenbar ein genaueres Ergebnis als die lineare.

Die Verteilung der Maximum-Likelihood-Werte der simulierten Ergebnisse ist unter (1c) und (2c) dargestellt. Der entsprechende Wert für PKS 2155-304 liegt in beiden Fällen in der Verteilung, so dass für die log-lineare Abtastung

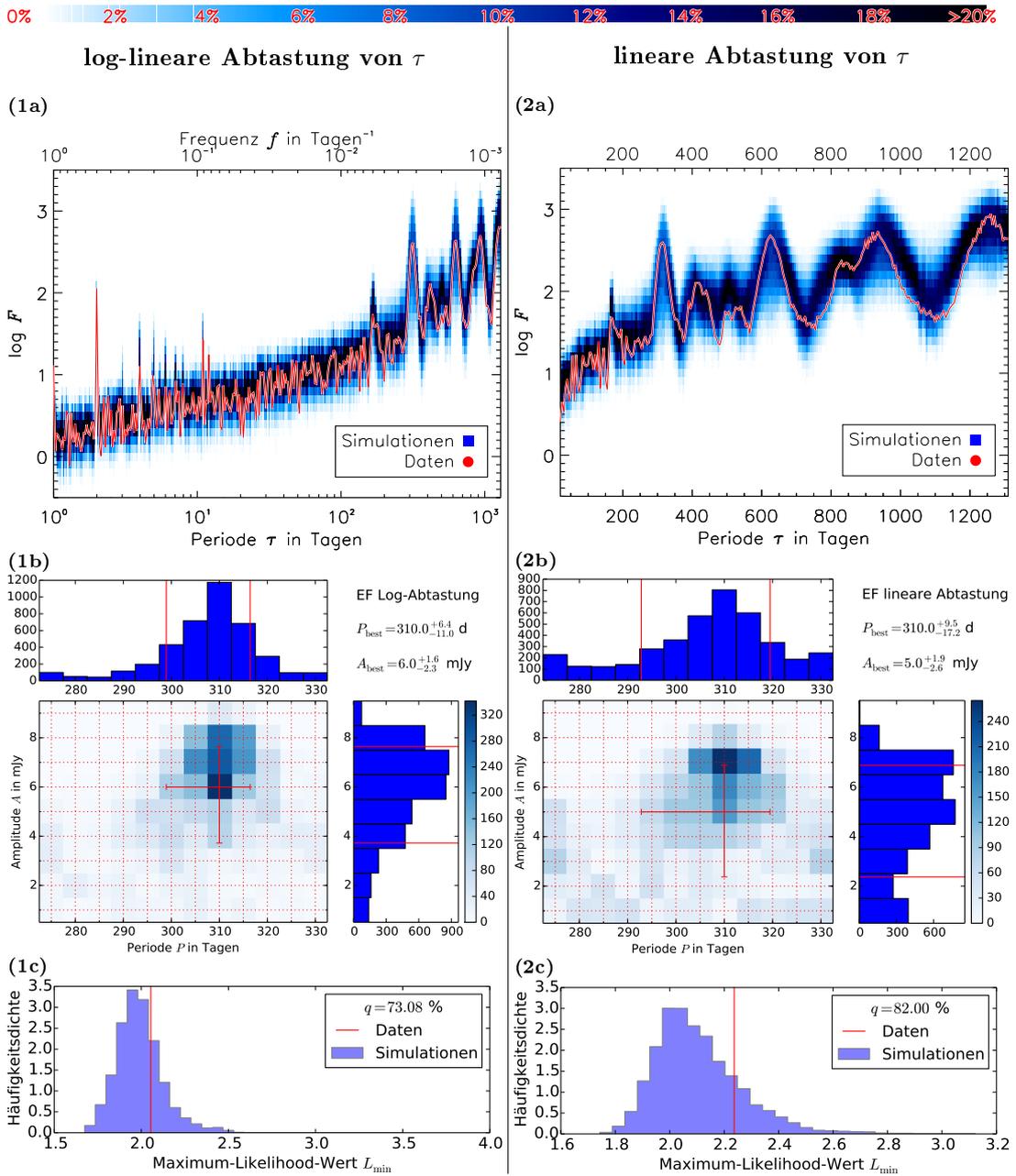


Abbildung 3.40: Ergebnisse für die Vorwärtsfaltung mit der **EF**: log-normales Potenzgesetzrauschen mit überlagerter Sinusfunktion. EF mit log-linearer Abtastung (1a) für τ und linearer Abtastung (2a). Die EF der PKS 2155-304-Lichtkurve ist als rote Kurve dargestellt, die Verteilung der EF-Werte simulierter Lichtkurven mit den am besten passenden Parametern ist in der blauen Farbskala dargestellt. (1b), (2b): Die Verteilung der gemessenen Parameter simulierter Lichtkurven um die tatsächlichen (rotes Kreuz). In den Randverteilungen (blaue Histogramme) sind die daraus berechneten 1σ -Unsicherheiten dargestellt (rote Linien). (1c), (2c): Die Güte der Anpassung mit Maximum-Likelihood-Werten simulierter Lichtkurven (blaues Histogramm) und dem Wert für PKS 2155-304 (rote senkrechte Linie).

73,08% und für die lineare Abtastung 82,0% der simulierten Werte einen besseren Maximum-Likelihood-Wert haben. Das liegt innerhalb einer Standard-

abweichung. Von daher ist die Variabilität von PKS 2155-304 mit H_{sin} , also einer Überlagerung von log-normalem Potenzgesetzrauschen und einer Sinus-Funktion kompatibel.

Zusammenfassung

Methode	H_{logn}		H_{sin}			
	β	q	β	P	A	q
SF	$1,6^{+0,13}_{-0,14}$	84,62%	$1,6^{+0,1}_{-0,2}$	$295,0^{+4,4}_{-13,7}$ d	$5,0^{+1,4}_{-0,6}$ mJy	95,97%
LSP	$1,9^{+0,75}_{-0,43}$	80,83%	$2,0^{+0,1}_{-0,6}$	$310,0^{+6,5}_{-10,6}$ d	$7,0^{+1,2}_{-1,6}$ mJy	61,55%
EF-Log	$1,7^*$	82,8%	$1,6^*$	$310^{+6,4}_{-11,0}$ d	$6^{+1,6}_{-2,3}$ mJy	73,08%
EF-Lin	$1,7^*$	87,0%	$1,6^*$	$310^{+9,5}_{-17,2}$ d	$5^{+1,9}_{-2,6}$ mJy	82,0%
MFVF	$1,7^{+0,13}_{-0,12}$	84,28%	–	–	–	–

Tabelle 3.4: Ergebnisse der Charakterisierung der PKS 2155-304-Lichtkurve als log-normales Potenzgesetzrauschen (H_{logn}) und mit einer überlagerten Sinusfunktion (H_{sin}). Werte für β , die mit * markiert sind: Bei der Anpassung mit dem EF wurde β auf Werte festgelegt, die mit anderen Methoden gemessen wurde. Für H_{logn} stammt der Wert aus der Anpassung mit der MFVF, für H_{sin} aus der Anpassung mit der SF. Die MFVF wird nicht für die Anpassung von H_{sin} verwendet.

Die Ergebnisse der Vorwärtsfaltungen für H_{logn} und H_{sin} sind in Tabelle 3.4 gegenübergestellt. Die am besten passenden Perioden liegen aufgrund von Abtasteffekten systematisch unter dem ausgeprägten Signal in der EF bei 317 d. Während die Anpassungen mit dem LSP und der EF die Periodizität mit 310 d messen, liegt das Ergebnis der SF mit 295 d knapp außerhalb der Fehler. Nach der Güte der Anpassung zu urteilen passen die Daten beim LSP und EF etwas besser zu H_{sin} als zu H_{logn} . Beim SF ist es umgekehrt – H_{sin} ist zu 96% ausgeschlossen. Die Werte reichen jedoch nicht aus, um eine der Hypothesen zu verwerfen und damit eine Periodizität zu detektieren oder auszuschließen.

3.5 Gammastrahlungsfluss

3.5.1 H.E.S.S.-Lichtkurve

Das BL-Lacertae-Objekt PKS 2155-304 wurde über neun Jahre mit dem High Energy Stereoscopic System (H.E.S.S.; Hinton & the HESS Collaboration, 2004) regelmäßig beobachtet. Am 28. Juli 2006 detektierte H.E.S.S. einen ungewöhnlich hohen Fluss sehr hochenergetischer (SHE) Gammastrahlung (Abramowski *et al.*, 2010). Dabei wurden zeitweilig (über etwa 10 min) mehr als $3 \times 10^{-9} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ Photonen mit Energien > 200 GeV gemessen. Das ist zwei Größenordnungen mehr als der sonst übliche mittlere Fluss. Es konnten Veränderungen des Flusses auf Zeitskalen von 3 min aufgelöst werden. In den weiteren

drei Nächten blieb der Fluss auf einem weiterhin sehr hohen Niveau (nächtliche Mittelwerte $> 2 \times 10^{-10} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$). Der Zustand von PKS 2155-304 in diesen vier Nächten wird im folgenden mit Hochflusszustand bezeichnet.

Im übrigen Zustand lag der zwischen 2005 und 2007 gemessene mittlere Fluss bei $(4,32 \pm 0,09_{\text{stat}} \pm 0,86_{\text{sys}}) \times 10^{-11} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$. Die Häufigkeitsverteilung der gemessenen Flüsse (Flusszustandsverteilung) ist mit einer log-normalen Verteilung kompatibel.

Der gesamte Datensatz (Hochflusszustand und die übrigen Jahre) hat eine verzernte Flusszustandsverteilung, die mit zwei überlagerten log-normalen Verteilungen kompatibel ist. Die Variabilität im Hochflusszustand wurde als Potenzgesetzrauschen mit einem log-normalen Verhalten charakterisiert. Der Exponent wurde auf $\beta = 2,06 \pm 0,21$ angepasst (Abramowski *et al.*, 2010).

In dieser Arbeit wird das zeitliche Verhalten einer neun Jahre langen H.E.S.S.-Lichtkurve zwischen 2004 und 2012 analysiert. Die Beobachtungen im Hochflusszustand wurden dabei aus dem Datensatz entfernt, und es gibt keine weiteren Beobachtungen von derart hohen Flüssen in der Lichtkurve. Sie wird deshalb im Folgenden als Lichtkurve im Ruhezustand bezeichnet. Insgesamt 328 Stunden Beobachtungszeit bei einem mittleren Zenitwinkel von 21° und einer mittleren Energieschwelle von 178 GeV wurde von Jill Chevalier für die gemeinsame Publikation H.E.S.S. Collaboration *et al.* (2017) analysiert. Die Emission von SHE-Gammastrahlung $> 200 \text{ GeV}$ ist mit einer Signifikanz von $> 340 \sigma$ nachgewiesen.

Zur Erzeugung der Lichtkurve wurde angenommen, dass die Spektrale Energieverteilung (SEV) einem log-parabolischen Potenzgesetz

$$N(E) \sim (E)^{-a-b \log E} \quad (3.37)$$

entspricht. Dabei ist die Form der SEV durch die freien Parameter a und b bestimmt, die an die Daten angepasst wird. Es gibt Hinweise auf eine zeitliche Variabilität der SEV (Abramowski *et al.*, 2010), so dass die Datensätze der einzelnen Jahre separat analysiert werden. Das Spektrum wird dazu für jedes Jahr separat angepasst. Die jeweiligen Werte, die sich dabei für a , und b ergeben, sowie die Unsicherheiten σ_a bzw. σ_b finden sich in Tabelle 3.5

Der Durchschnittswert für a ist $\bar{a} = 3.209$. Die einzelnen Werte streuen mit einer Varianz von

$$s_a^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2 = 0.017. \quad (3.38)$$

Der Beitrag zur Varianz, der durch die Fehler einzelnen Werte erwartet wird, ist mit $\overline{\sigma_a^2} = 0.005$ niedriger. Das gleiche gilt für b mit den Werten $s_b^2 = 0.114$ und $\overline{\sigma_b^2} = 0.005$. Dies weist auf eine Veränderlichkeit des Spektrums mit der Zeit hin. Um die Veränderlichkeit innerhalb der Jahre zu berücksichtigen, müssten die Daten in noch kleineren zeitlichen Intervallen als eine Saison aufgeteilt und analysiert werden. Die Anzahl der detektierten Photonen in einem Intervall würde dann jedoch geringer, was eine schlechtere Statistik und damit eine unsicherere Anpassung der SEV zu Folge hätte, was wiederum die Qualität der Lichtkurve beeinträchtigen würde. Abgesehen davon sind die Veränderungen der

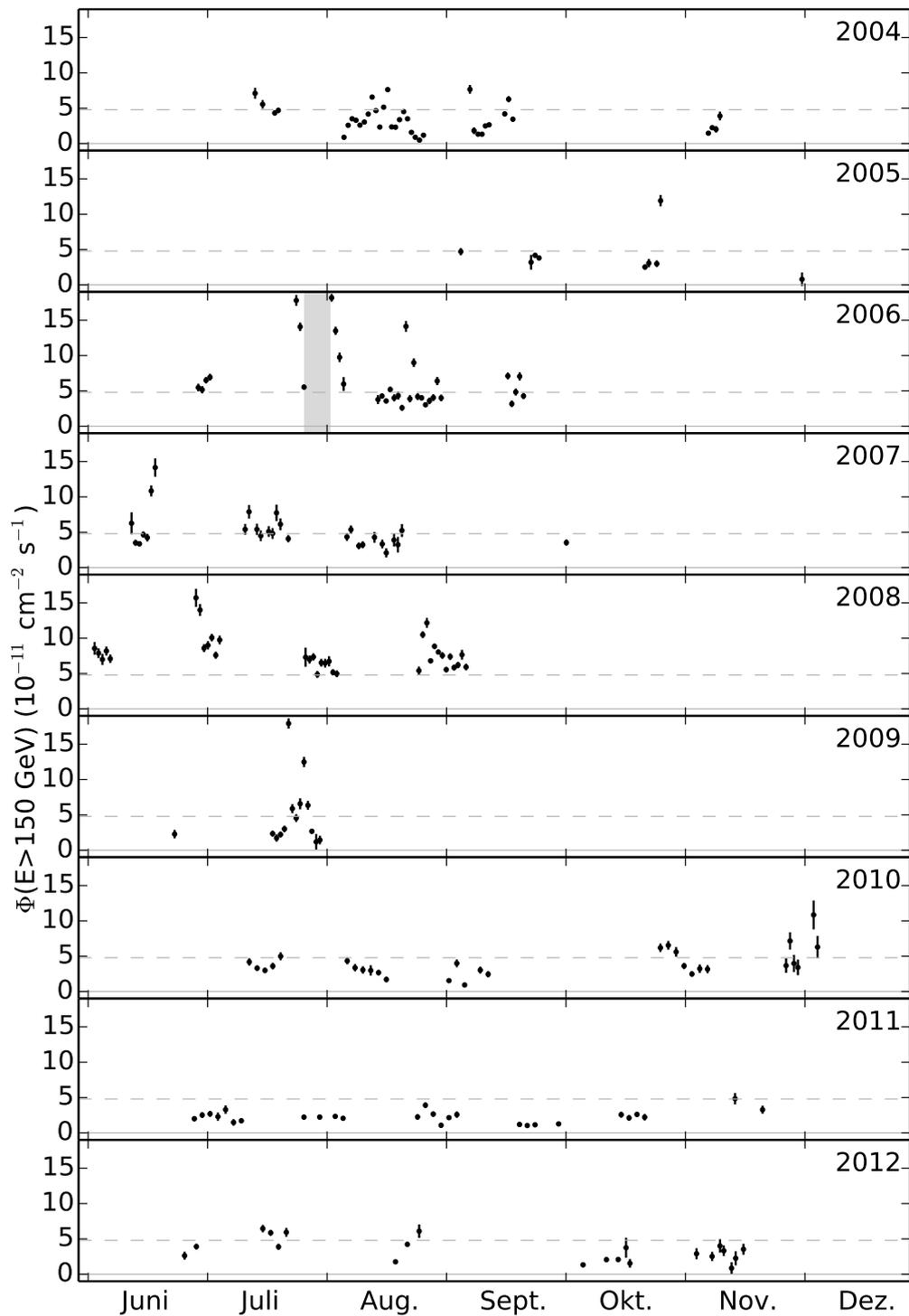


Abbildung 3.41: SHE-Lichtkurve von PKS 2155-304 gemessen mit H.E.S.S.: integraler Fluss von Photonen mit Energien $> 200 \text{ GeV}$. Der graue Bereich markiert den Zeitraum des Hochflusszustands. Daten aus diesem Zeitraum sind hier weggelassen. Die gestrichelte Linie repräsentiert das mittlere Flussniveau der hier gezeigten Lichtkurve. Diese Abbildung wurde mit einem Python-Skript von Martin Raue (persönliche Kommunikation) erzeugt.

Jahr	$a \pm \sigma_a$	$b \pm \sigma_b$
2004	2.95 ± 0.03	0.37 ± 0.03
2005	3.27 ± 0.12	0.25 ± 0.12
2006	3.27 ± 0.04	0.24 ± 0.04
2007	3.38 ± 0.08	-0.03 ± 0.07
2008	3.28 ± 0.04	0.12 ± 0.03
2009	3.14 ± 0.08	0.18 ± 0.07
2010	3.24 ± 0.08	0.10 ± 0.07
2011	3.08 ± 0.10	0.13 ± 0.08
2012	3.27 ± 0.01	0.12 ± 0.09

Tabelle 3.5: Werte der Parameter für das log-parabolische Potenzgesetz (Gleichung 3.37), mit denen die gemessenen SEV von PKS 2155-304 in den einzelnen Jahren am besten beschrieben werden.

SEV innerhalb einer Saison vermutlich klein, so dass ihr Einfluss auf die Flusswerte vernachlässigt werden kann. Das Aufteilen des Datensatzes in Datensätze, die jeweils eine Beobachtungssaison beinhalten, ist daher sinnvoll. Somit wird einerseits eine mögliche Variabilität der SEV auf einer Zeitskala von einem Jahr berücksichtigt und andererseits eine genügende Statistik für die Anpassung der SEV erreicht.

Die Lichtkurve im Ruhezustand – also ohne die Daten im Hochflusszustand – ist in Abb. 3.41 aufgetragen. Beobachtungen gibt es nur zwischen Juni und Dezember. Von Januar bis Juni ist PKS 2155-304 zu nah oder unterhalb des Horizonts und deshalb nicht beobachtbar²⁷. Dadurch gibt es also eine sich jährlich wiederholende große Beobachtungslücke. Andere periodische Lücken werden durch die Mondphasen erzeugt, denn je nach Helligkeit des Mondes sind Beobachtungen nicht möglich. Weitere Beobachtungslücken entstehen durch schlechtes Wetter.

Der Durchschnitt der gemessenen Flusswerte ist $4,79 \times 10^{-11} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$. Es ist offensichtlich, dass auch im Ruhezustand die SHE-Gamma-Emission zeitlich variabel ist. So schwankt z.B. der Fluss im Juli 2009 zwischen 2 und $18 \times 10^{-11} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$. Es gibt Monate (z.B. in 2011), in denen der Fluss auf einem kleinen Niveau unterhalb des Mittelwertes bleibt und verhältnismäßig schwach variabel ist. Im Gegensatz dazu gibt es Monate (z.B. 2004, Jul-Aug 2006, Jul 2009), in denen der Fluss sowohl größere Werte erreicht als auch großen Schwankungen auf kleinen Zeitskalen unterliegt. Es ist also zu vermuten, dass die Größe der Schwankungen mit dem Fluss korreliert. Diese Eigenschaften findet man bei einem log-normalen Verhalten.

Die Lichtkurve wird in dieser Arbeit als Potenzgesetzrauschen mit einem möglichen log-normalen Verhalten charakterisiert. Dies ist in H.E.S.S. Collaboration *et al.* (2017) veröffentlicht. Anschließend wird mit den beiden angepassten Werten für β (der Exponent des Potenzgesetzes, dem die SLD folgt) ein

²⁷Diese Information stammt von einer Web-basierten Software zur Berechnung der Sichtbarkeit von Objekten, die vom Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg betrieben wird.

log-normales Verhalten anhand einer möglichen Korrelation der Variabilitätsamplitude mit dem Flusszustand untersucht.

Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen

Es werden die folgenden zwei Hypothesen untersucht:

H_{norm} : Die H.E.S.S.-Lichtkurve ist Potenzgesetzrauschen mit einem **normalen** Verhalten.

H_{logn} : Die H.E.S.S.-Lichtkurve ist Potenzgesetzrauschen mit einem **log-normalen** Verhalten²⁸.

Der freie Parameter β wird mit dem LSP, der SF und der MFVF angepasst. Für Werte von $\beta = 0,0, 0,1, \dots, 3,0$ werden analog zu Abschnitt 3.1.1 jeweils 10.000 Lichtkurven simuliert. Der Abstand der Beobachtungen in den simulierten Lichtkurven wird auf 0,1 d gesetzt. Das entspricht der Nyquist-Frequenz $f_{\text{Nyq}} = (2 \cdot 0,1 \text{ d})^{-1} = 5 \text{ d}^{-1}$. Es werden also Alias-Effekte auf Zeitskalen $> 0,1 \text{ d}$ berücksichtigt. Das entspricht der Größenordnung der Dauer, über die in der PKS 2155-304-Lichtkurve nächtlich beobachtet wurde. Durch die Mittelung der Flüsse in nächtliche Durchschnittswerte werden Variationen unterhalb dieser Zeitskala unterdrückt, und ihr Alias-Effekt kann vernachlässigt werden.

Die Fehler auf die Messungen werden aus den Daten übernommen. Um eine mögliche Korrelation zwischen Flüssen und Fehlern zu berücksichtigen, wird der Fehler des höchsten Flusses der PKS 2155-304-Lichtkurve dem höchsten Fluss der simulierten Lichtkurve zugeordnet – der Fehler des zweithöchsten in der PKS 2155-304-Lichtkurve dem zweithöchsten in der simulierten, usw. Mit anderen Worten: Die Fehler werden nach Fluss sortiert, und die Flüsse der simulierten Lichtkurve werden der Größe nach sortiert. Dann werden Fehler und Fluss paarweise der Reihe nach zugeordnet.

Die Anpassung von β erfolgt nun analog zu Abschnitt 3.1.3 und folgende. Das LSP, die SF und die MFVF werden mit einer zeitlichen Auflösung von 50, 20 bzw. 5 Werten pro Dekade berechnet.

Anpassung mit dem LSP. In Abb. 3.42 ist unter 1a das LSP zusammen mit der am besten passenden Verteilung simulierter LSP-Werte für H_{norm} dargestellt. Der Wert für β ist dabei $\beta_{\text{best}} = 1,0$. Die am stärksten ausgeprägten Abtasteffekte sind ein Maximum bei etwa $(30 \text{ d})^{-1}$ und eine schmalbandige Struktur – ein scharfes Minimum, das von zwei Maxima umgeben ist – bei etwa $(1 \text{ Jahr})^{-1}$. Das Maximum bei $(30 \text{ d})^{-1}$ lässt sich durch periodische Beobachtungslücken aufgrund der Mondphasen erklären. Jährlich wiederkehrende Beobachtungslücken aufgrund der jahreszeitlichen Höhe von PKS 2155-304 über dem Horizont während der Nacht und saisonale Wetterbedingungen können die Struktur bei $(1 \text{ Jahr})^{-1}$ erklären. Das LSP der H.E.S.S.-Lichtkurve liegt innerhalb der simulierten Verteilung. Nur etwa fünf Ausreißer nach unten liegen in

²⁸Der natürlichen Logarithmus der intrinsischen Flusswerte ist ein normales Potenzgesetzrauschen.

einem Bereich, der eine Häufigkeit von $< 1\%$ aufweist, was bei der Anzahl von 175 Werten noch verträglich erscheint

Die negativen log-Likelihoodwerte $L(\beta)$ sind darunter in 1b dargestellt. Der Verlauf ist glatt und hat ein einziges Minimum an der Stelle $\beta_{\text{best}} = 1,0$.

Die Abschätzung der Unsicherheit mit simulierten Ergebnissen für β_{best} in 1c zeigt eine nahezu symmetrische Verteilung. Die daraus berechneten 1σ -Unsicherheiten betragen ${}^{+0,13}_{-0,15}$.

Der statistische Test für die Güte der Anpassung mit simulierten Werten für L_{min} in 1d schließt H_{norm} mit einem Quantil von $q = 37,19\%$ nicht aus.

Die Ergebnisse der Analyse für H_{logn} sind in Abb. 3.42 rechts unter 2a-d dargestellt. Die Verteilung der LSP-Werte in 2a ist mit der für H_{norm} in 1a augenscheinlich identisch. Das Ergebnis $\beta = 1,1{}^{+0,14}_{-0,16}$ ist mit dem für H_{norm} vereinbar. Das Quantil ist mit $q = 44,18\%$ etwas größer. Die Alternativhypothese ist damit ebenfalls nicht ausgeschlossen. Mit dem LSP kann also hier nicht zwischen den beiden Hypothesen unterschieden werden.

Anpassung mit der SF: Die Ergebnisse für die SF sind in Abb. 3.43 dargestellt. Die Häufigkeitsdichten für beide Hypothesen unter 1a bzw. 2a haben in doppellogarithmischer Darstellung eine leichte Steigung von weniger als 0,1. Sie sind von schmalbandigen Strukturen dominiert. Die Verteilung ist tendenziell breit an den Stellen, an denen in die SF wenige Daten einfließen. An Stellen, an denen τ ein ganzes Vielfaches von periodischen Beobachtungslücken ist, gehen tendenziell viele Daten in die SF ein, und die Verteilung ist schmal. Dies findet sich bei Vielfachen von 1d, 30d und 1 Jahr. Insgesamt ist die Verteilung bei H_{logn} breiter als bei H_{norm} . Die SF der H.E.S.S.-Lichtkurve liegt dadurch etwas besser in der Häufigkeitsdichte von H_{logn} . Bei H_{norm} liegen vier von 63 Werten bei einer Häufigkeitsdichte von $\lesssim 1\%$. Bei H_{logn} gibt keinen solchen Ausreißer.

$L(\beta)$ dargestellt unter 1b und 2b hat in beiden Fällen ein absolutes Minimum bei $\beta_{\text{best}} = 1,0$. Bei H_{logn} ist das Minimum weniger ausgeprägt. Zu kleineren Werten von β ist der Anstieg deutlich flacher. Das ist offenbar der breiteren Dichteverteilung geschuldet. Die Anpassung von β verliert durch diese Breite an Schärfe.

Die Verteilungen simulierter Ergebnisse unter 1c und 2c, aus denen die Unsicherheiten auf β_{best} abgeschätzt werden, läuft bei H_{logn} zu kleinen Werten von β langsamer aus als bei H_{norm} . Die Unsicherheit auf das gemessene β ist bei H_{logn} mit $\beta_{\text{best}} = 1,0{}^{+0,11}_{-0,15}$ deshalb etwas größer als bei H_{norm} mit $\beta_{\text{best}} = 1,0{}^{+0,09}_{-0,12}$.

Der Test für die Güte der Anpassung präferiert ein log-normales Verhalten (siehe Darstellungen unter 1d und 2d). Die Teststatistik zeigt, dass bei H_{norm} der gemessene Wert L_{min} am Rand der Verteilung liegt. Nur zwei der 10.000 simulierten normalen Lichtkurven haben einen derart hohen (schlechten) Wert für L_{min} . Diese Hypothese ist also mit $q = 99,98\%$ auszuschließen. In Standardabweichungen ausgedrückt entspricht das $3,5\sigma$. Der log-normale Fall ist mit $q = 52,18\%$ kompatibel.

Anpassung mit dem MFVF: Die Ergebnisse der Anpassung mit der MFVF sind in Abb. 3.44 dargestellt. Sowohl bei H_{norm} als auch bei H_{logn} steigen die Verteilungen (1a bzw. 2a) der simulierten MFVF mit der Fragmentlänge an. Die

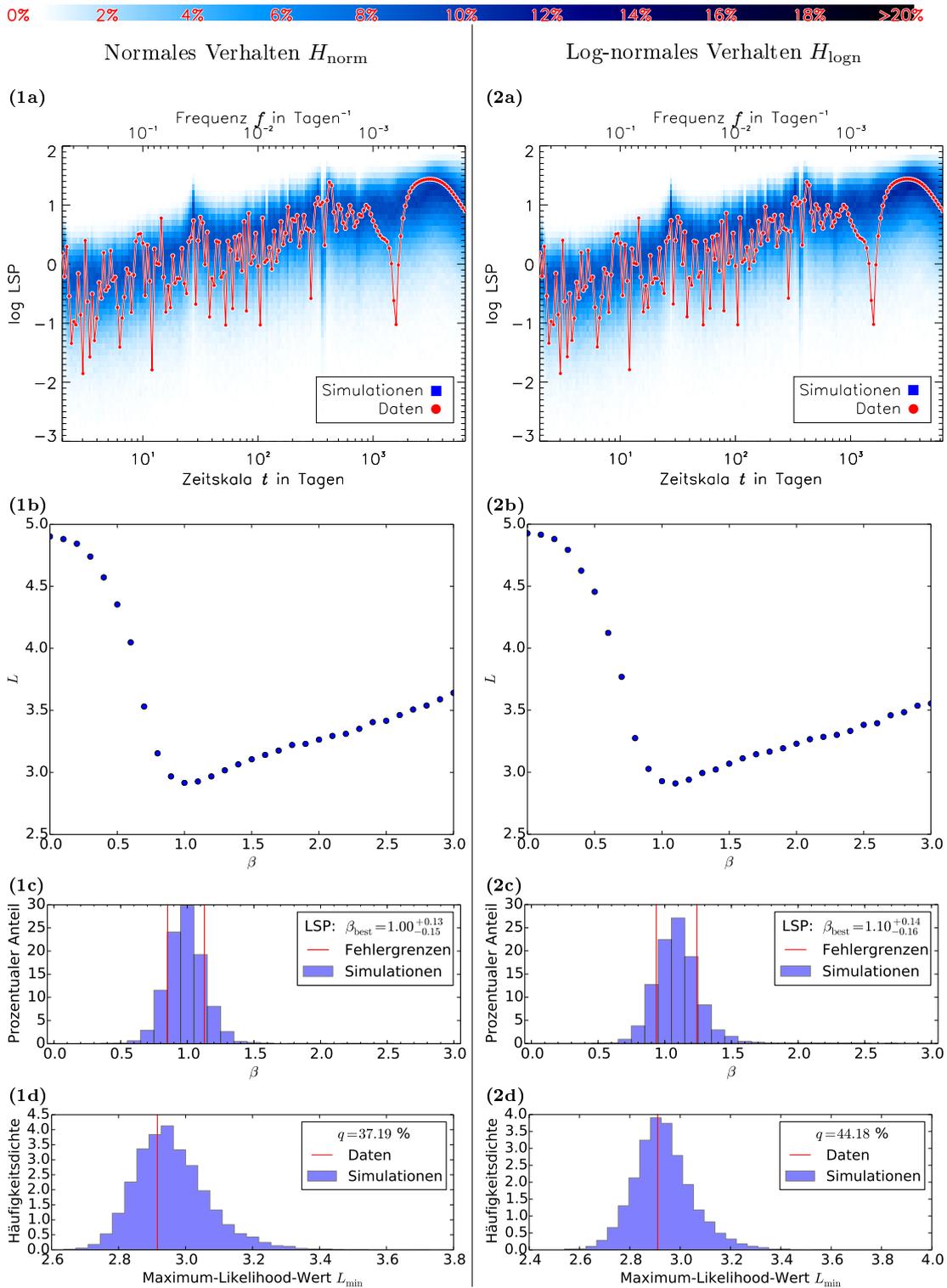


Abbildung 3.42: **LSP**: Anpassung von normalem (links) und log-normalem (rechts) Potenzgesetzrauschen an die H.E.S.S.-Lichtkurve mit dem LSP. (a): LSP (rot) und Verteilung der Werte für simulierte Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}}$ (blau). (b): Likelihood-Werte in Abhängigkeit von β . (c): Verteilung simulierter Messwerte für β bei Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}}$ und sich daraus ergebende Unsicherheiten auf β_{best} , (d): Verteilung simulierter Maximum-Likelihood-Werte und der gemessene Wert (senkrechte Linie).

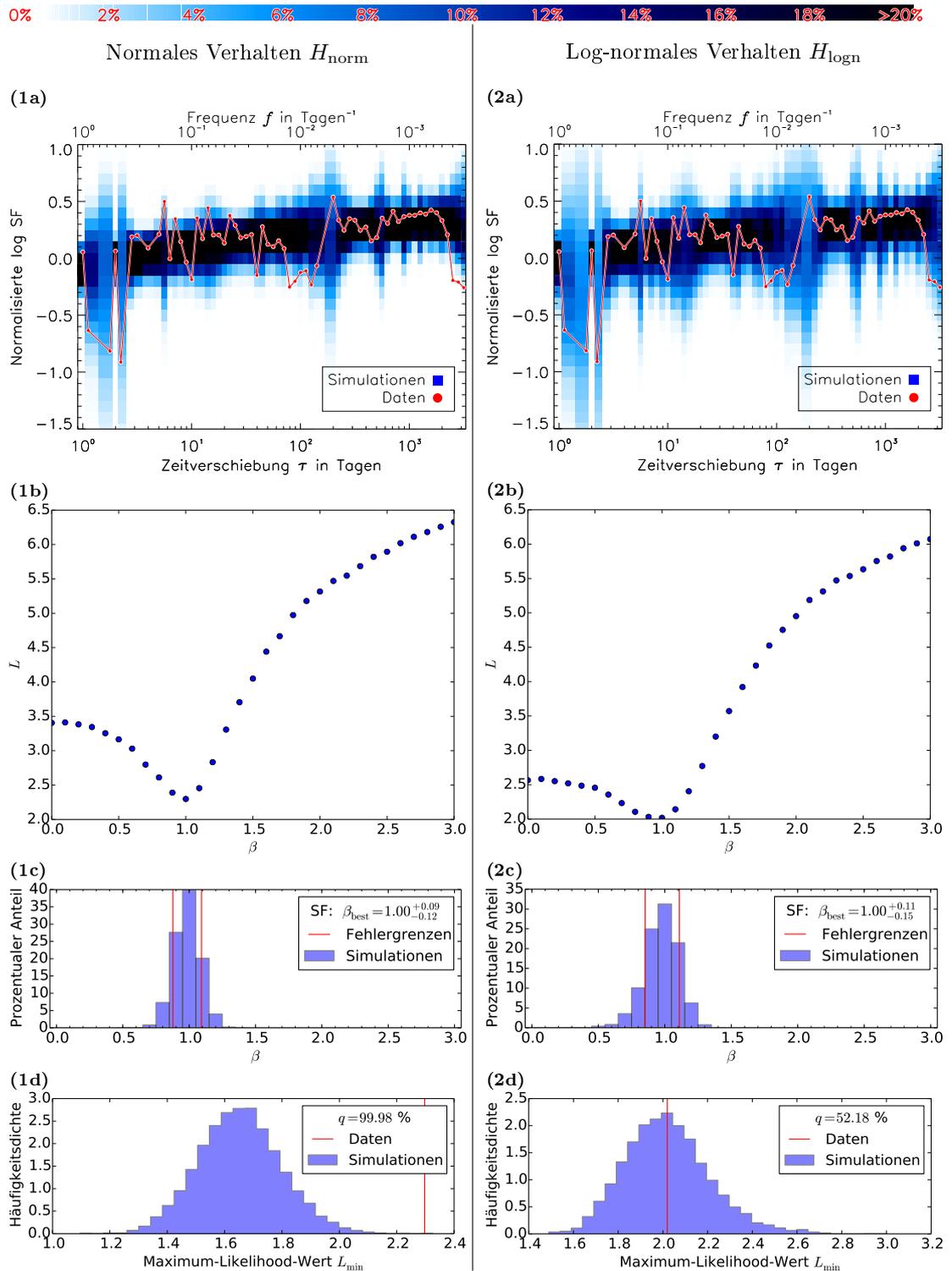


Abbildung 3.43: **SF**: Anpassung von normalem (links) und log-normalem (rechts) Potenzgesetzrauschen an die H.E.S.S.-Lichtkurve mit der SF: (a): SF (rot) und Verteilung der Werte für simulierte Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}}$ (blau), (b): Likelihood-Werte in Abhängigkeit von β , (c): Verteilung simulierter Messwerte für β bei Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}}$ und sich daraus ergebende Unsicherheiten auf β_{best} , (d): Verteilung simulierter Maximum-Likelihood-Werte und der gemessene Wert (senkrechte Linie).

Steigung in der doppellogarithmischen Darstellung ist etwa 0,13. Bei $H_{\log n}$ ist die Verteilung der MFVF-Werte insgesamt breiter und schmalbandige Strukturen sind stärker ausgeprägt als bei H_{norm} . Das liegt daran, dass bei $H_{\log n}$ die Varianz in einem Fragment von dem jeweiligen Flusszustand abhängig ist. Dadurch ist die Streuung der Varianzen der Fragmente größer als bei H_{norm} , wo es keine solche Abhängigkeit vom Flusszustand gibt. Dies pflanzt sich bei der Berechnung des Mittelwertes der Varianz einer Fragmentlänge fort, weil die Anzahl der eingehenden Werte klein ist.

Die MFVF der PKS 2155-304-Lichtkurve passt bei H_{norm} nicht gut in die Verteilung. Dort liegen etwa 4 von 17 Werten in Bereichen, bei denen die Häufigkeit kleiner als 1% beträgt. Bei $H_{\log n}$ gibt es keine derartigen Ausreißer.

Die Likelihoodfunktion (1b und 2b) hat in beiden Fällen ein ausgeprägtes Minimum bei $\beta_{\text{best}} = 1,1$. Es ist bei H_{norm} schärfer als bei $H_{\log n}$. Dies liegt wie bei der SF daran, dass die mit β korrelierte Steigung bei einer breiteren Dichteverteilung unschärfer gemessen wird.

Die Verteilungen (1c und 2c) der simulierten Werte für β_{best} haben eine vergleichbare Streuung mit einer Unsicherheit von ${}^{+0,10}_{-0,11}$ für H_{norm} und ${}^{+0,10}_{-0,13}$ für $H_{\log n}$.

Der Test für die Güte der Anpassung (siehe 1d und 2d) zeigt, dass bei H_{norm} keiner der 10.000 simulierten L_{min} -Werte so groß (schlecht) wie der von der H.E.S.S.-Lichtkurve ist. Damit ist H_{norm} , also Potenzgesetzrauschen mit einem normalen Verhalten, mit $q > 99,99\%$ ausgeschlossen. Das entspricht in Standardabweichungen ausgedrückt $> 3,7\sigma$. Bei $H_{\log n}$ hingegen ist das Quantil 88,84%, was $1,2\sigma$ entspricht, womit Potenzgesetzrauschen mit einem log-normalen Verhalten nicht auszuschließen ist.

Zusammenfassung der Ergebnisse. Die Ergebnisse der drei Methoden für die beiden Hypothesen sind in Tab. 3.6 zusammengefasst. Angenommen die Variabilität der Lichtkurve ist Potenzgesetzrauschen, so schließt die MFVF am stärksten ein normales Verhalten mit $> 99,99\%$ ($> 3,7\sigma$) aus, während ein log-normales Verhalten kompatibel ist, wobei die MFVF das genaueste Ergebnis für β liefert, mit $\beta_{\text{best}} = 1,1{}^{+0,10}_{-0,13}$. Die SF liefert ein um 0,1 abweichendes Ergebnis, das mit den statistischen Unsicherheiten vereinbar ist. Auch das SF schließt ein normales Verhalten etwas weniger signifikant mit 99,98% ($3,5\sigma$) aus, während ein log-normales Verhalten kompatibel ist. Das LSP kann keine der beiden Hypothesen ausschließen. Der gemessene Wert für β ist mit den Werten der anderen Methoden kompatibel.

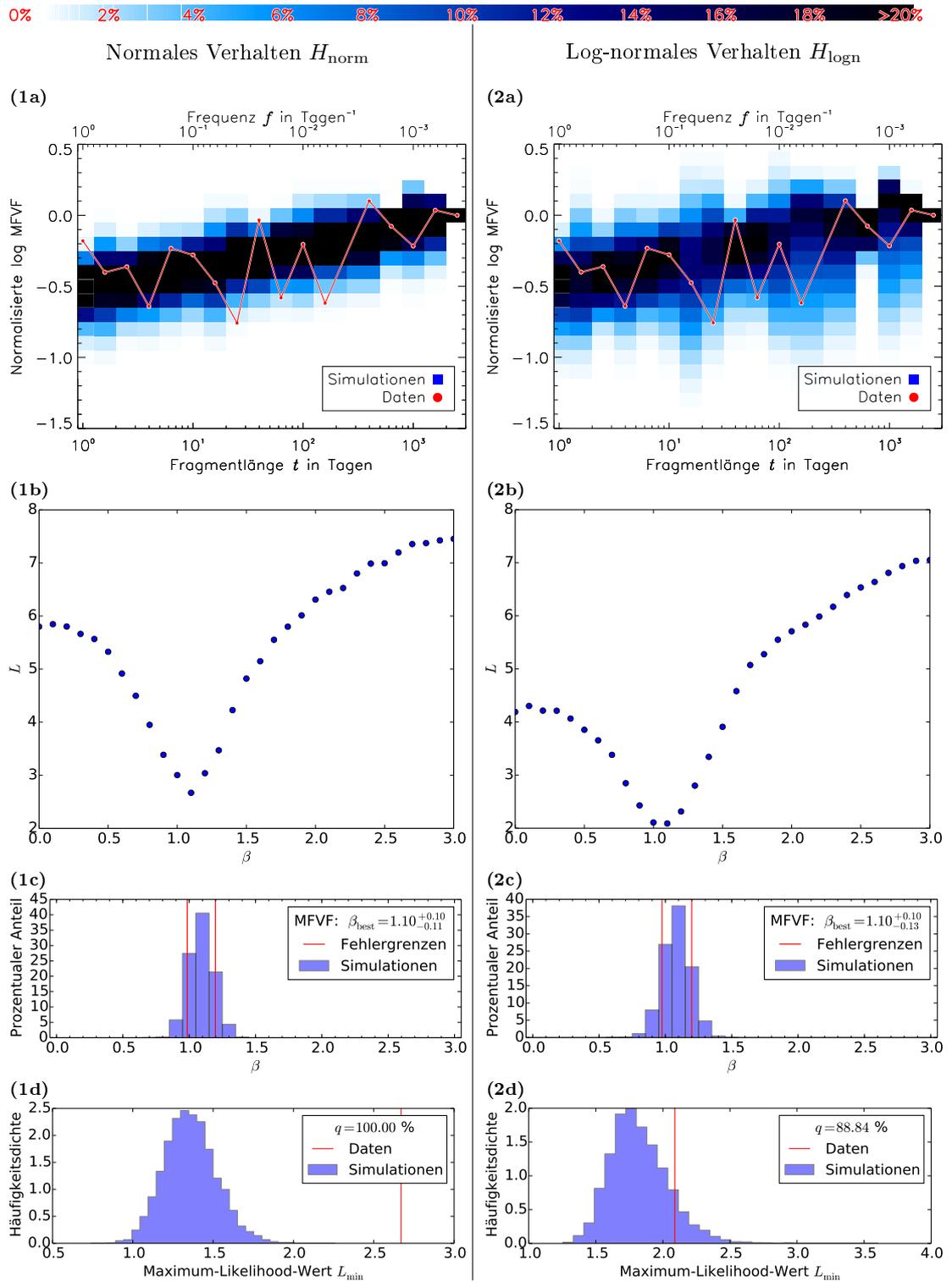


Abbildung 3.44: MFVF: Anpassung von normalem (links) und log-normalem (rechts) Potenzgesetzrauschen an die H.E.S.S.-Lichtkurve mit der MFVF: (a): MFVF (rot) und Verteilung der Werte für simulierte Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}}$ (blau), (b): Likelihood-Werte in Abhängigkeit von β , (c): Verteilung simulierter Messwerte für β bei Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}}$ und sich daraus ergebende Unsicherheiten auf β_{best} , (d): Verteilung simulierter Maximum-Likelihood-Werte und der gemessene Wert (senkrechte Linie).

Methode	H_{norm}		H_{logn}	
	β_{best}	q	β_{best}	q
LSP	$1,0^{+0,13}_{-0,15}$	37,19%	$1,1^{+0,14}_{-0,16}$	44,18%
SF	$1,0^{+0,09}_{-0,12}$	99,98%	$1,0^{+0,11}_{-0,15}$	52,18%
MFVF	$1,1^{+0,10}_{-0,11}$	> 99,99%	$1,1^{+0,10}_{-0,13}$	88,84%

Tabelle 3.6: Ergebnisse der Anpassung der H.E.S.S.-Lichtkurve von PKS 2155-304 an normales und log-normales Potenzgesetzrauschen mit dem LSP, der SF und der MFVF der PKS 2155-304-Lichtkurve.

Flusszustandsabhängige Variabilität

Wie die optischen Lichtkurven wird auch die H.E.S.S.-Lichtkurve auf eine Korrelation zwischen Flusszustand und Variabilität getestet, wie sie bei einem log-normalen Verhalten auftritt. In der vorhergehenden Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen konnte ein normales Verhalten bereits ausgeschlossen werden. Es bleibt nun zu prüfen, ob diese Analyse konsistentes Ergebnis liefert.

Die beiden zu testenden Hypothesen sind gemäß den am besten passenden Werten für β :

$H_{\text{norm}}^{\beta=1,0}$: Die Lichtkurve ist **normales** Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,0$.

$H_{\text{logn}}^{\beta=1,1}$: Die Lichtkurve ist **log-normales** Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,1$.

Der Test ist in Abschnitt 3.2.1 ausführlich beschrieben und wird hier nur kurz zusammengefasst. Die Werte für β sind die Ergebnisse der vorhergehenden Anpassung mit der MFVF, die die genauesten Werte liefert. Für beide Hypothesen werden jeweils für 10.000 simulierte Lichtkurven die Korrelation zwischen Flusszustand und Variabilitätsamplitude untersucht. Dazu wird eine Lichtkurve in Intervalle der Länge Δt geteilt. Für jedes Intervall wird der mittlere Fluss und die Standardabweichung berechnet. Für diese Wertepaare wird der Pearsonsche Korrelationskoeffizient k berechnet. Es ergeben sich für die beiden Hypothesen jeweils 10.000 Werte für k . Die beiden Verteilungen der Werte überlappen sich in Abhängigkeit von Δt mehr oder weniger. Die Einstellung für Δt wird deshalb optimiert, indem die Überlappung mithilfe eines Kolmogorov-Smirnov-Verfahrens (KS) minimiert wird und alternativ der Erwartungswert des Likelihoodquotienten Q auf einen extremen Wert optimiert wird (Q -Optimierung).

Die zu maximierenden Werte sind in Abb. 3.45 gegen $\Delta t = 20, 21, \dots, 300$ aufgetragen. Es gibt bei beiden Verfahren zunächst einen steilen Anstieg und nach dem Maximum einen langsamer abfallenden Trend. Die größten Werte liegen in einem Bereich zwischen $\sim 20 \dots 40$ d. Die absoluten Maxima liegen bei dem KS-Verfahren und der Q -Optimierung an der gleichen Stelle $\Delta t = 28$ d.

Der Test wird also mit $\Delta t = 28$ d auf die H.E.S.S.-Lichtkurve angewandt. Er offenbart eine Korrelation zwischen der Standardabweichung und dem mittleren Fluss, abgebildet in Abb. 3.46. Der Korrelationskoeffizient ist $k_0 = 0.65$. Die Verteilungen simulierter k -Werte für $H_{\text{norm}}^{\beta=1,0}$ und $H_{\text{logn}}^{\beta=1,1}$ überlappen sich in

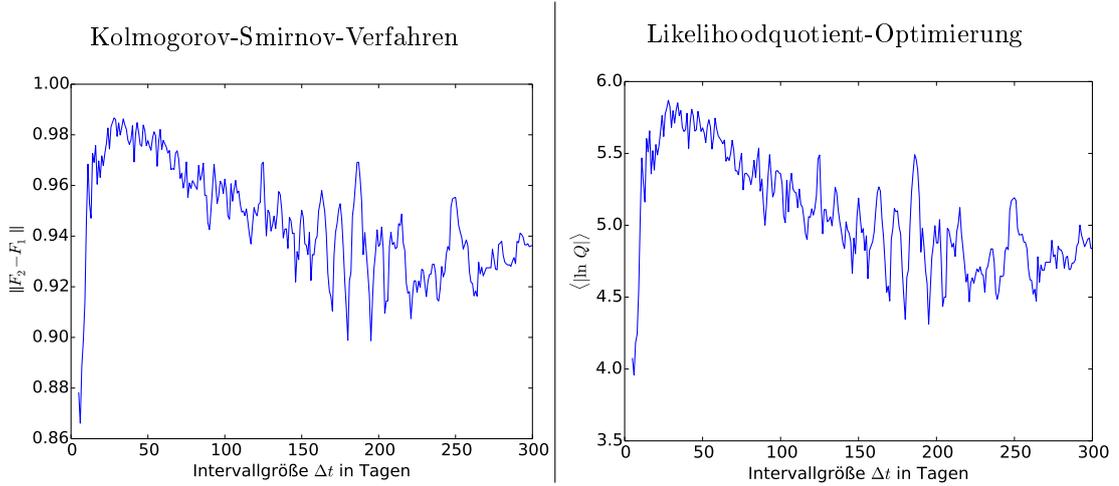


Abbildung 3.45: Optimierung der Intervallgröße Δt : Links für das Kolmogorov-Verfahren und rechts für den Erwartungswert des Likelihood-Quotienten.

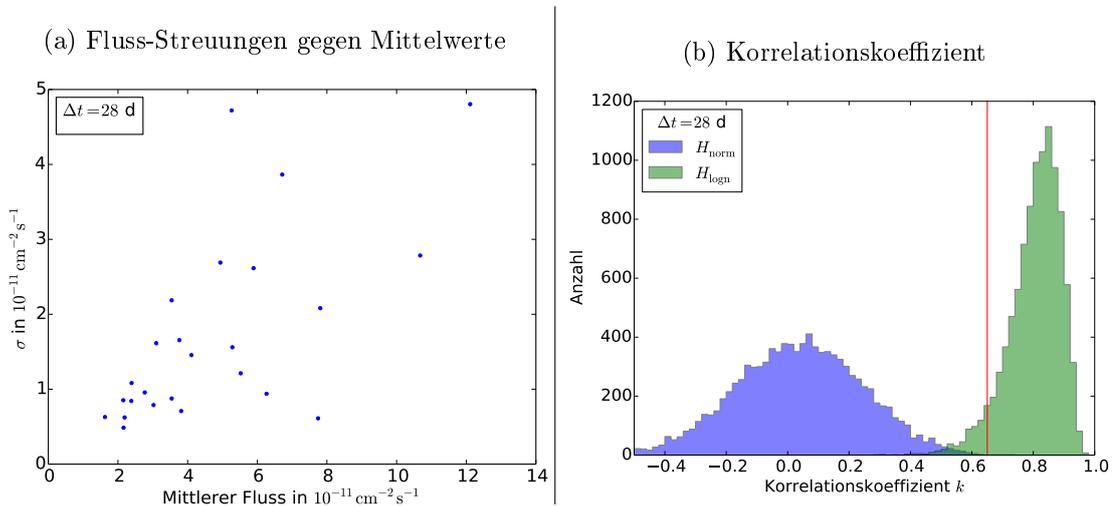


Abbildung 3.46: (a): Flusszustandsabhängigkeit der Variabilitätsamplitude für die H.E.S.S.-Lichtkurve. Standardabweichung gegen Mittelwert der Flüsse in Intervallen der Längen $\Delta t = 28 \text{ d}$. (b): Simulierte Korrelationskoeffizienten für normales Verhalten (blau) und log-normales Verhalten (grün) zusammen mit dem Korrelationskoeffizient der H.E.S.S.-Lichtkurve (senkrechte rote Linie).

einem kleinen Bereich bei $k \approx 0,4 \dots 0,6$. Nur vier der 10.000 Realisationen von $H_{\text{norm}}^{\beta=1,0}$ erreichen einen derart hohen oder höheren Wert für k . $H_{\text{norm}}^{\beta=1,0}$ lässt sich somit mit einer Wahrscheinlichkeit von $1 - \frac{4}{10.000} = 99,96\%$ ausschließen. Das entspricht $3,4\sigma$ in Standardabweichungen ausgedrückt. $94,3\%$ der simulierten $H_{\text{logn}}^{\beta=1,1}$ -Lichtkurven haben einen größeren Wert für k , was $1,6\sigma$ entspricht. Der Wert der PKS 2155-304-Lichtkurve ist also für log-normales Verhalten klein, aber nicht unwahrscheinlich.

Der Likelihood-Quotient an der Stelle k_0 ist $\frac{1}{170}$, so dass $H_{\text{logn}}^{\beta=1,1}$ etwa 170 mal Wahrscheinlicher als $H_{\text{norm}}^{\beta=1,0}$ ist. Genauer gesagt: wäre $H_{\text{logn}}^{\beta=1,1}$ wahr, so wäre es etwa 170 mal wahrscheinlicher k_0 zu messen, als wenn $H_{\text{norm}}^{\beta=1,0}$ wahr wäre.

Es gibt also eine Präferenz für ein log-normales Verhalten. Da der Wert für

k_0 für letzteres verhältnismäßig klein ist, liegt hier möglicherweise eine Überlagerung von einer normalen und log-normalen Emission vor, so dass additive und multiplikative Prozesse bei der Erzeugung von sehr hochenergetischer Gammastrahlung eine Rolle spielen.

3.5.2 *Fermi*-LAT-Lichtkurve

Fermi-LAT ist ein Paar-Umwandlungs-Teleskop (engl. „pair-conversion telescope“) an Bord des *Fermi Gamma-ray Space Telescope (Fermi)*-Satelliten. (Atwood *et al.*, 2009). Eine Beschreibung des Instrumentes befindet sich in Abschnitt 2.2. Jede Region im Himmel wird von *Fermi*-LAT etwa alle drei Stunden für 30 Minuten beobachtet. Dabei werden hochenergetische (HE) Gammastrahlungsphotonen mit Energien von 20 MeV bis 300 GeV und darüber detektiert.

Der für diese Arbeit verwendete Datensatz erstreckt sich über fünfeinhalb Jahre vom 04.08.2008 bis zum 04.02.2014. Die Lichtkurve wurde in Zusammenarbeit mit Jill Chevalier für die gemeinsame Publikation H.E.S.S. Collaboration *et al.* (2017) mit Hilfe des *Python*-Pakets *Enrico* (Sanchez & Deil, 2013) erzeugt. Dabei werden die Spektren und Flüsse mit den Maximum-Likelihood-Methoden angepasst, die in der Software *Fermi-Science-Tools* v9r33p0 implementiert sind. Es wird die instrumentale Antwortfunktion P7REP_SOURCE_V15 verwendet und Photonen im Energiebereich von 100 MeV bis 300 GeV analysiert.

Bei der Anpassung werden neben PKS 2155-304 alle Quellen aus dem dritten *Fermi*-LAT-Katalog (3FGL) innerhalb von 15° um PKS 2155-304 in das Modell aufgenommen. Neben dem diffusen galaktischen Hintergrund und der diffusen isotropischen Emission werden lediglich die Spektren von PKS 2155-304 und allen Quellen innerhalb von 3° angepasst. Das sind PKS 2155-304, 3FGL J2151.6-2744 und 3FGL J2159.2-2841, deren Spektrum als Potenzgesetz angepasst werden sowie 3FGL J2151.8-3025, dessen Spektrum an ein log-parabolisches Potenzgesetz angepasst wird. Alle weiteren Komponenten werden auf die Werte im 3FGL-Katalog festgelegt. PKS 2155-304 wird mit einer Signifikanz von 156σ detektiert. Das Spektrum wird am besten mit einem Potenzgesetz mit dem Exponenten $1,83 \pm 0,01$ beschrieben.

Aus den PKS 2155-304 zugeordneten Photonen wurde der integrierte Fluss für Zehn-Tages-Intervalle berechnet. Gegen die Zeit aufgetragen ergibt sich die Lichtkurve in Abb. 3.47. Es ist erkennbar, dass der Fluss innerhalb eines Jahres um einen Faktor bis zu > 4 variiert. Der mittlere Fluss ist $1,26 \times 10^{-7} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Auf kleineren Zeitskalen ist die Variation offenbar kleiner als auf großen, was die Charakterisierung der Variabilität als Potenzgesetzrauschen motiviert.

In der ersten Hälfte der Lichtkurve liegen offenbar mehr Datenpunkte über dem mittleren Fluss als in der zweiten Hälfte, was einen fallenden Trend nahe legt. Das ist ein Indiz für eine Variabilität auf Zeitskalen größer als die Länge der Lichtkurve. Es ist also nicht zu erwarten, dass die gesamte Variabilitätsamplitude in dieser Lichtkurve abgedeckt ist. Eine Detektierbarkeit eines Übergangs der Spektralen Leistungsdichte zu einem konstanten Verlauf unterhalb einer gewissen Frequenz (maximale Zeitskala der Variabilität) ist deshalb nicht zu erwarten.

Die Variabilitätsamplitude ist in der ersten Hälfte der Lichtkurve, wo die

Quelle heller ist, größer als in der zweiten Hälfte. Es ist daher eine mögliche Korrelation von Flusszustand und Variabilitätsamplitude, also ein mögliches log-normales Verhalten anzunehmen.

Die folgende Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen mit einem möglichen log-normalen Verhalten ist in H.E.S.S. Collaboration *et al.* (2017) veröffentlicht.

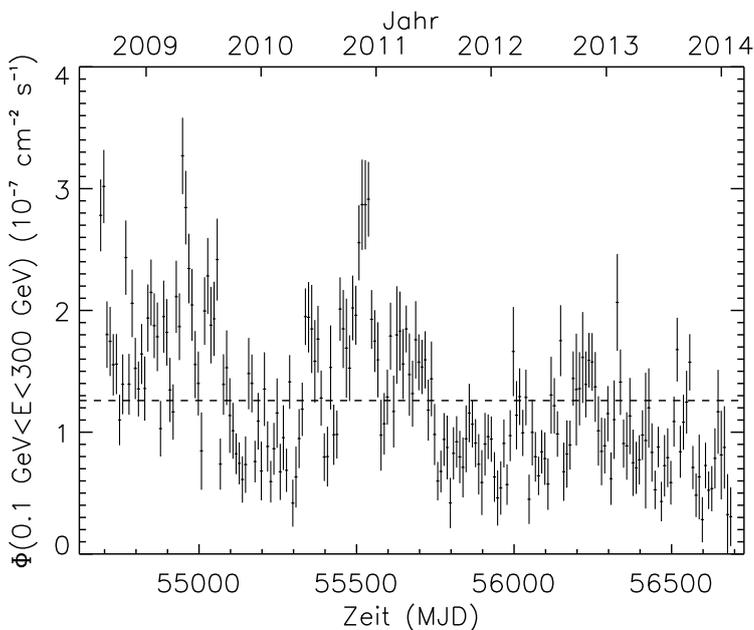


Abbildung 3.47: HE-Lichtkurve von PKS 2155-304 gemessen mit *Fermi*-LAT. Es sind die integralen Flüsse Φ von Photonen im Energiebereich von 100 MeV bis 300 GeV gezeigt, die in Zehn-Tages-Intervallen ermittelt wurden. Die gestrichelte Linie stellt den über die gesamte Beobachtungszeit gemittelten Fluss dar.

Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen

Es werden folgende Hypothesen getestet:

H_{norm} : Die Lichtkurve ist **normales** Potenzgesetzrauschen.

H_{logn} : Die Lichtkurve ist **log-normales** Potenzgesetzrauschen.

Der Potenzgesetzindex β wird analog zum Verfahren in Abschnitt 3.1.3 angepasst. Für die Werte von $\beta = 0.0, 0.1, \dots, 3.0$ werden jeweils 10.000 Lichtkurven der Nyquist-Frequenz $f_{\text{Nyq}} = 10 \text{ d}^{-1}$ simuliert und anschließend – wie die Daten der echten *Fermi*-LAT-Lichtkurve – in Intervallen von 10 d gemittelt. Durch die Mittelung werden Variationen unterhalb dieser Zeitskala unterdrückt. Dies gilt also auch für Variationen bei Frequenzen größer als f_{Nyq} , so dass Alias-Effekte vernachlässigbar sind.

Die Fehler auf die Messungen werden analog zu Abschnitt 3.5.1 aus den Daten übernommen. Das LSP, die SF und die MFVF werden mit einer zeitlichen Auflösung von 50, 20 bzw. 5 Intervallen pro Dekade berechnet. Da die *Fermi*-LAT-Lichtkurve eine gleichmäßige Abtastung hat, gibt es in diesem Fall keine Abtasteffekte. Lediglich die endliche Länge der Lichtkurve hat einen Einfluss auf die Methoden.

Anpassung mit dem LSP: Die Ergebnisse für das LSP sind in Abb. 3.48 dargestellt. Die Verteilungen simulierter LSP-Werte von Lichtkurven mit $\beta = 1,1$ passen für beide Hypothesen am besten zum LSP der PKS 2155-304-Lichtkurve. Die Verteilungen haben in doppellogarithmischer Darstellung einen glatten etwa konstanten Anstieg mit einer Steigung von 1,1 und flachen bei $\approx (2.000 \text{ d})^{-1}$ ab, was der endlichen Länge der Lichtkurven geschuldet ist. Der flache Bereich bei großen Frequenzen ist auf den Beitrag weißen Rauschens durch die Messfehler zurückzuführen. Die Verteilungen beider Hypothesen weisen keine erkennbaren Unterschiede auf. In beiden Fällen folgt das LSP der PKS 2155-304-Lichtkurve der Verteilung und hat etwa mindestens drei Ausreißer bei 116 Werten an Stellen, wo die Wahrscheinlichkeit unterhalb von einem Prozent liegt.

Die Likelihoodfunktionen haben ebenso einen identischen Verlauf mit einem breiten Minimum um $\beta_{\text{best}} = 1,1$. Der Verlauf ist nicht glatt, sondern statistische Schwankungen durch die endliche Anzahl simulierter Lichtkurven haben einen deutlichen Beitrag.

Die Verteilungen für die Unsicherheiten haben vergleichbare Streuungen und liefern Unsicherheiten von ${}^{+0,28}_{-0,30}$ für H_{norm} und ${}^{+0,26}_{-0,31}$ für H_{logn} .

Der Test für die Güte der Anpassung zeigt, dass 94,11% bzw. 93,67% der simulierten Maximum-Likelihood-Werte kleiner (besser) sind, als der Wert für die *Fermi*-LAT-Lichtkurve. Damit sind beide Hypothesen mit entsprechender Wahrscheinlichkeit auszuschließen, was jedoch nicht als signifikant einzustufen ist. In Standardabweichungen ausgedrückt entspricht das $1,6\sigma$ bzw. $1,5\sigma$.

Anpassung mit der SF: Auch die Analyse mit der SF zeigt keine Unterschiede zwischen den Hypothesen. In beiden Fällen ist $\beta_{\text{best}} = 1,2$. Wie die Ergebnisse in Abb. 3.49 zeigen, gibt es kaum erkennbare Unterschiede zwischen den am besten passenden Verteilungen simulierter SF-Werte. Lediglich in den ersten drei Intervallen bis $\tau \approx 30 \text{ d}$ und in dem letzten bei $\tau \approx 2.000 \text{ d}$ sind kleine Unterschiede in den Häufigkeiten erkennbar. Er ist glatt und steigt mit einer mittleren Steigung von etwa 0,3 in doppellogarithmischer Darstellung. Die SF der PKS 2155-304-Lichtkurve liegt augenscheinlich gut in den Verteilungen.

Die Likelihoodfunktionen haben einen ähnlichen Verlauf mit einem absoluten Minimum an der Stelle 1,2. Im log-normalen Fall fällt die Likelihoodfunktion bei $\beta < 0,3$ ab, so dass log-normales weißes Rauschen ($\beta = 0,0$) anscheinend besser passt, als log-normales Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 0,3$. Dies wird durch die begrenzte Zahl an simulierten SF verursacht, was sich beim Betrachten der simulierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Abb. 3.50 offenbart: So liegt die SF der *Fermi*-LAT-Lichtkurve bei diesen Werten für β teilweise in Bereichen, wo die Häufigkeit null von 10.000 ist. Um die Likelihoodfunktion dennoch berechnen zu können, wird an diesen Stellen eine Mindestwahrscheinlichkeit von $\frac{1}{10.000}$ angenommen. Im konkreten Fall liegt einerseits die SF der *Fermi*-LAT-Lichtkurve bei $\beta = 0,0$ bei $\tau \gtrsim 1.000 \text{ d}$ besser in der Verteilung als bei $\beta = 0,3$, weswegen $\beta = 0,0$ dort besser passt. Andererseits liegt die SF bei $\beta = 0,0$ bei $\tau \lesssim 30 \text{ d}$ weiter außerhalb der Verteilung als bei $\beta = 0,3$. Da dort jedoch die Wahrscheinlichkeiten in beiden Fällen den Mindestwert $\frac{1}{10.000}$ betragen, gibt es keinen Vorteil für $\beta = 0,3$, obwohl die SF dort näher an der Verteilung liegt.

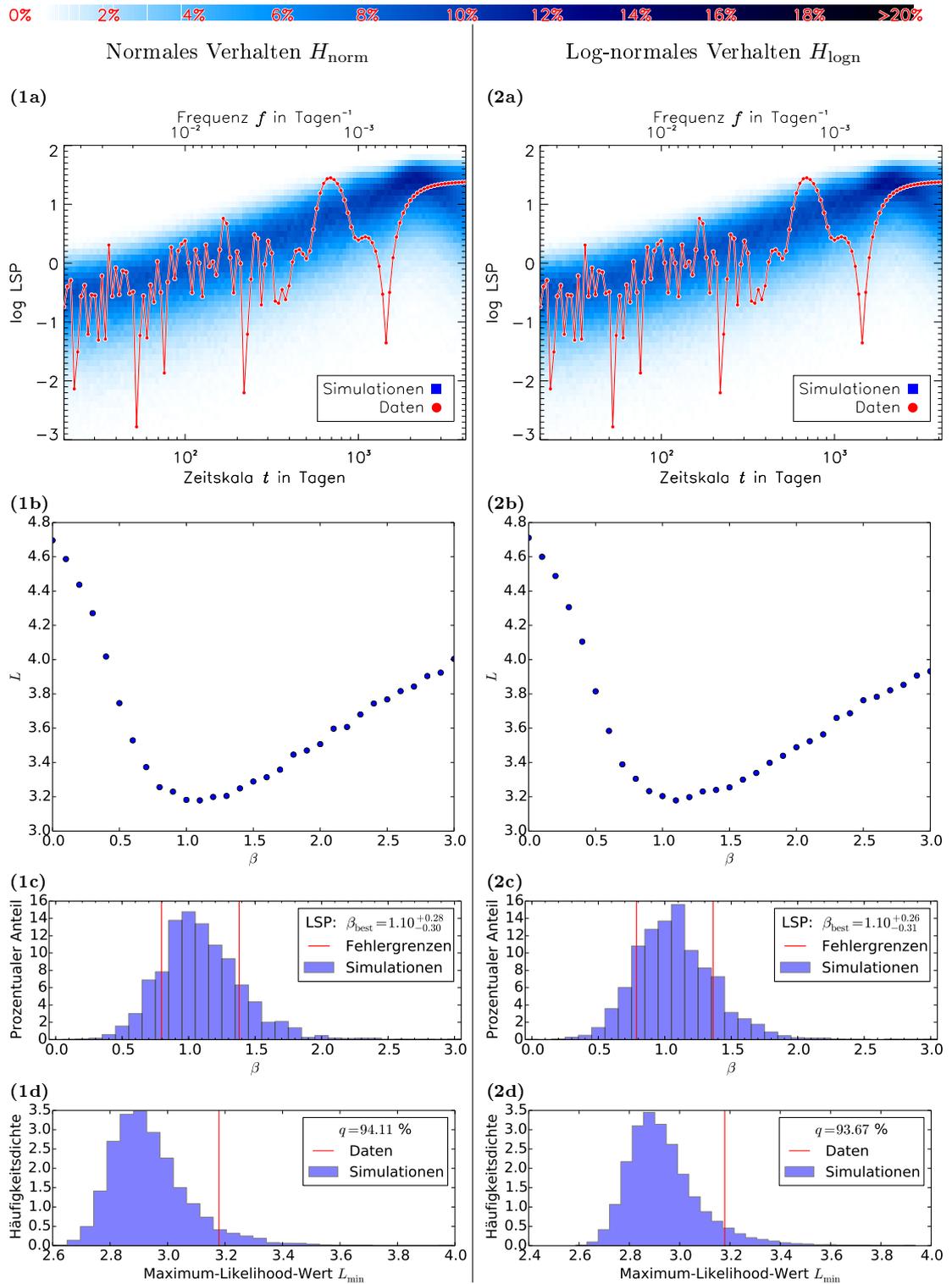


Abbildung 3.48: **LSP**: Anpassung von normalem (1a-d) und log-normalem (2a-d) Potenzgesetzrauschen an die *Fermi*-LAT-Lichtkurve mit dem LSP. (a): LSP (rot) und Verteilung der Werte für simulierte Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}}$ (blau). (b): Likelihood-Werte in Abhängigkeit von β . (c): Verteilung simulierter Messwerte für β bei Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}}$ und sich daraus ergebende Unsicherheiten auf β_{best} . (d): Verteilung simulierter Maximum-Likelihood-Werte und der gemessene Wert (senkrechte Linie).

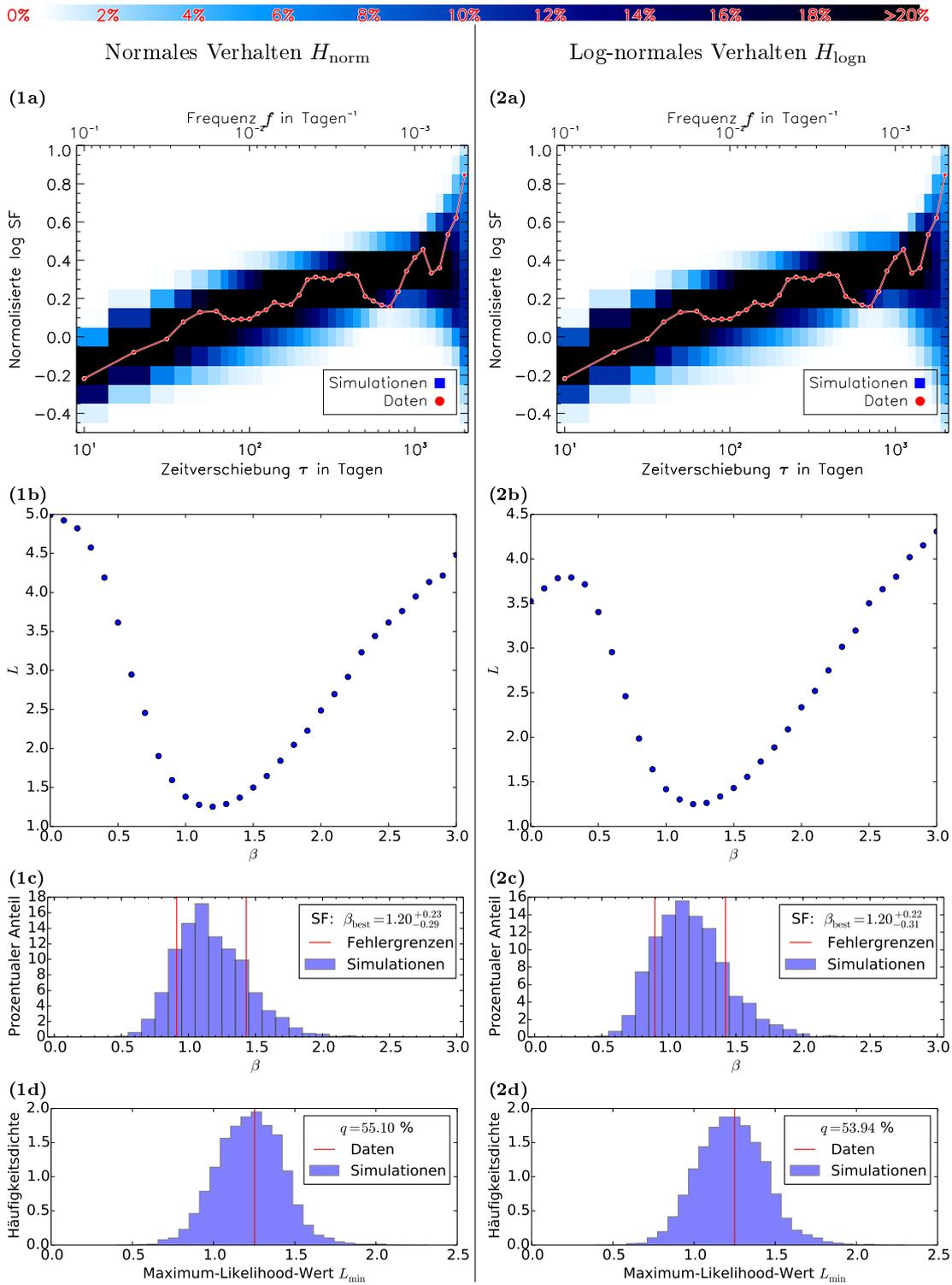


Abbildung 3.49: SF: Anpassung von normalem (1a-d) und log-normalem (2a-d) Potenzgesetzrauschen an die *Fermi*-LAT-Lichtkurve mit der SF. (a): SF (rot) und Verteilung der Werte für simulierte Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}}$ (blau). (b): Likelihood-Werte in Abhängigkeit von β . (c): Verteilung simulierter Messwerte für β bei Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}}$ und sich daraus ergebende Unsicherheiten auf β_{best} . (d): Verteilung simulierter Maximum-Likelihood-Werte und der gemessene Wert (senkrechte Linie).

So kommt es zu einer Präferenz für $\beta = 0,0$. Für das Ergebnis der Analyse ist dies jedoch ohne Bedeutung, denn die Anpassung ist so genau, dass keine von 10.000 simulierten SF mit $\beta = 1,2$ als $\beta \leq 0,3$ -Lichtkurve angepasst wird.

Die Verteilung simulierter Ergebnisse für β haben eine vergleichbare Streuung und liefern die Unsicherheiten $^{+0,23}_{-0,29}$ für H_{norm} und $^{+0,22}_{-0,31}$ für H_{logn} .

Die Güte der Anpassung führt mit 55,10% bzw. 53,94% zu keinem Ausschluss von einer der Hypothesen und zu keiner Präferenz.

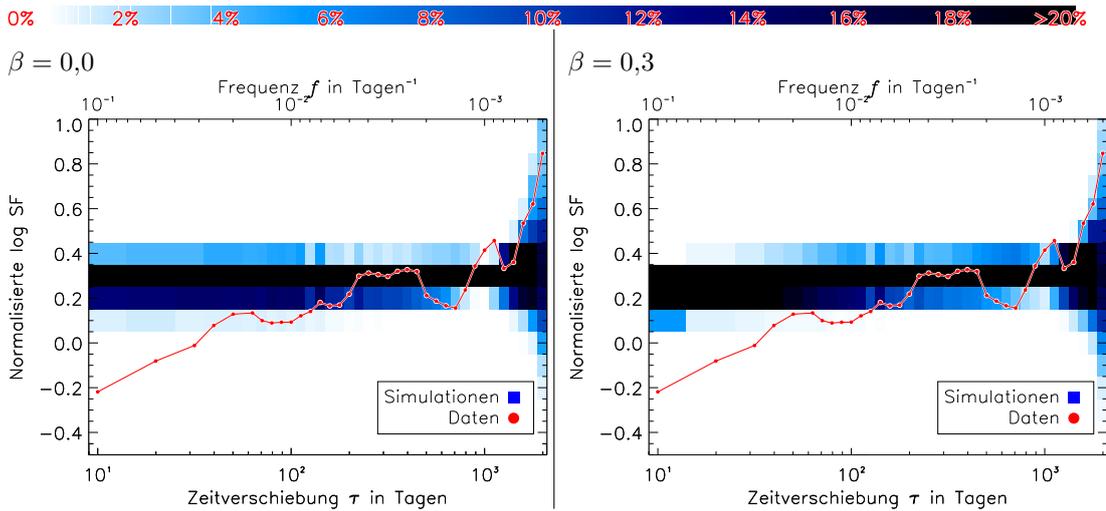


Abbildung 3.50: SF (rote Kurve) und Verteilung der Werte (blaue Farbskala) für simulierte Lichtkurven mit $\beta = 0,0$ (links) und $\beta = 0,3$ (rechts).

Anpassung mit der MFVF: Die Ergebnisse der MFVF-Analyse sind in Abb. 3.51 dargestellt. Auch hier gibt es zwischen den beiden Hypothesen nur geringfügige Unterschiede in den Verteilungen simulierter MFVF-Werte. Der am besten passende Parameter ist in beiden Fällen $\beta = 1,2$. Im log-normalen Fall ist die Verteilung etwas breiter als im normalen Fall. Ihre Steigungen liegen bei etwa 0,2 in doppellogarithmischer Darstellung. Die Verteilungen sind glatt bis auf die Verbreiterung der Verteilung bei etwa 60 d. Hier ist die Anzahl der einfließenden Daten geringer als bei den benachbarten Intervallen, so dass es eine größere Streuung aufgrund geringerer Statistik gibt. Die Werte der MFVF der PKS 2155-304-Lichtkurve sind alle in einem Bereich, an denen die Dichte eine zweistellige Prozentzahl aufweist.

Die Likelihoodfunktion hat in beiden Fällen einen ähnlichen glatten Verlauf mit einem Minimum, das zu höheren Werten von β flacher ansteigt, als zu kleineren Werten.

Die Verteilung simulierter Werte für β_{best} hat in beiden Fällen eine vergleichbare Streuung, woraus sich die Unsicherheiten von $^{+0,22}_{-0,22}$ für H_{norm} und $^{+0,21}_{-0,23}$ für H_{logn} ergibt. Sie läuft zu größeren Werten von β etwas flacher aus, was mit der Asymmetrie der Likelihoodfunktion in Verbindung gebracht werden kann.

Die Güte der Anpassung liefert im normalen Fall den q -Wert 63,90% und im log-normalen Fall 59,61%. Keine der beiden Hypothesen ist damit ausgeschlossen.

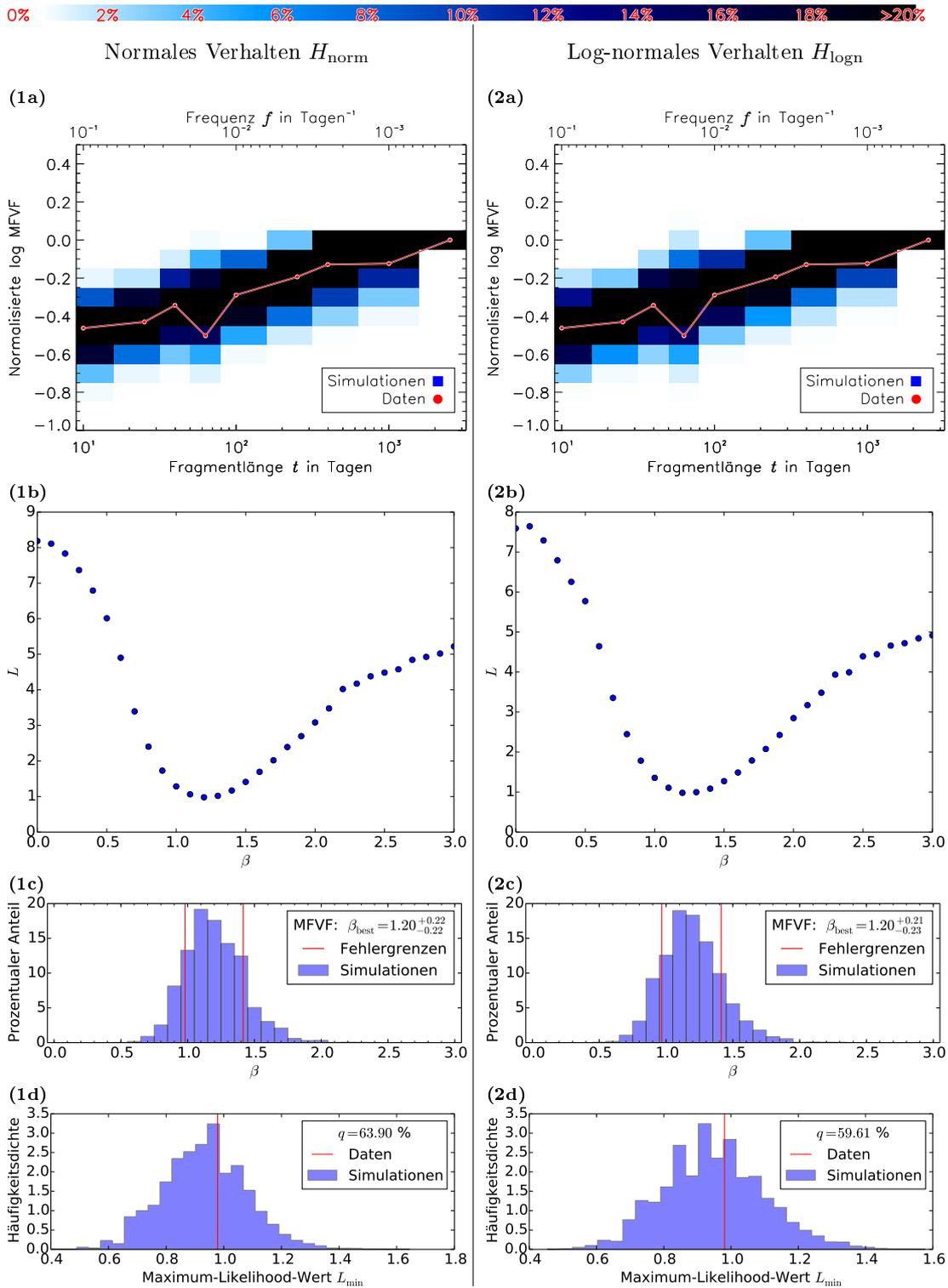


Abbildung 3.51: MFVF: Anpassung von normalem (1a-d) und log-normalem (2a-d) Potenzgesetzrauschen an die *Fermi*-LAT-Lichtkurve mit der MFVF: (a) MFVF (rot) und Verteilung der Werte für simulierte Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}}$ (blau), (b) Likelihood-Werte in Abhängigkeit von β , (c) Verteilung simulierter Messwerte für β bei Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}}$ und sich daraus ergebende Unsicherheiten auf β_{best} , (d) Verteilung simulierter Maximum-Likelihood-Werte und der gemessene Wert (senkrechte Linie).

Zusammenfassung der Ergebnisse: Die Ergebnisse für beide Hypothesen und die drei verwendeten Methoden ist in Tab. 3.7 zusammengefasst. Das genaueste Ergebnis für β liefert jeweils die MFVF. Alle Ergebnisse für β sind konsistent. Die Güte der Anpassung ist bei beiden Hypothesen vergleichbar. Nach der SF und der MFVF ist Potenzgesetzrauschen sowohl mit einem normalen, als auch mit einem log-normalen Verhalten eine gute Beschreibung der Lichtkurve. Das LSP schließt beide Hypothesen mit etwa 94% aus, was jedoch höchstens als ein Hinweis für die Unvereinbarkeit mit Potenzgesetzrauschen zu werten ist.

Methode	H_{norm}		H_{logn}	
	β_{best}	q	β_{best}	q
LSP	$1,1_{-0,30}^{+0,28}$	94,11%	$1,1_{-0,31}^{+0,26}$	93,67%
SF	$1,2_{-0,29}^{+0,23}$	55,10%	$1,2_{-0,31}^{+0,22}$	53,94%
MFVF	$1,2_{-0,22}^{+0,22}$	63,90%	$1,2_{-0,23}^{+0,21}$	59,61%

Tabelle 3.7: Ergebnisse der Anpassung der *Fermi*-LAT-Lichtkurve von PKS 2155-304 an normales und log-normales Potenzgesetzrauschen mit dem LSP, der SF und der MFVF der PKS 2155-304-Lichtkurve.

Flusszustandsabhängige Variabilität

Die Charakterisierung der Variabilität als Potenzgesetzrauschen mithilfe des LSP, der SF und des MFVF liefert keine Präferenz für ein normales oder log-normales Verhalten. Es wird nun die Amplitude der Variabilität auf eine lineare Korrelation mit dem Flusszustand hin untersucht, die bei log-normalem Verhalten auftritt. Der Test dazu wird in Abschnitt 3.2.1 beschrieben, wobei hier jedoch eine Veränderung gemacht wird: Bei der *Fermi*-LAT-Lichtkurve sind die Messfehler relativ zur gesamten Variabilität größer als bei den anderen Instrumenten. Ein nicht zu vernachlässigender Teil der Variabilität in einem Intervall ist auf den Messfehler zurückzuführen. Um den Teil der Variabilität abzuschätzen, der intrinsisch von der Quelle kommt, wird statt der Standardabweichung der Intervalle der Rauschüberschuss (engl.: excess variance) (Vaughan *et al.*, 2003; Tluczykont *et al.*, 2010) berechnet, wobei die zu erwartende Varianz der Messfehler von der gesamten Varianz abgezogen und damit die intrinsische Varianz abgeschätzt wird. Der Rauschüberschuss ist

$$\sigma_{\text{xs}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i^N (\phi_i - \bar{\phi})^2 - \sigma_i^2}, \quad (3.39)$$

wobei die ϕ_i die Flüsse, σ_i ihre Fehler, N die Anzahl der Flüsse und $\bar{\phi}$ der mittlere Fluss im Intervall sind. Der Term in der Wurzel kann negativ werden, insbesondere wenn die intrinsische Varianz und/oder N klein ist. Das heißt nicht notwendigerweise, dass der Fehler überschätzt ist, sondern es ist statistisch sogar für einige Intervalle zu erwarten. Es wird für diese Intervalle angenommen, dass es keine intrinsische Variabilität gibt, so dass dann $\sigma_{\text{xs}} = 0$ gesetzt wird.

Es wird also auf eine Korrelation zwischen Flusszustand und Rauschüberschuss getestet. Als Hypothesen werden angenommen:

$H_{\text{norm}}^{\beta=1,2}$: Die Lichtkurve ist **normales** Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,2$.

$H_{\text{logn}}^{\beta=1,2}$: Die PKS 2155-304-Lichtkurve ist **log-normales** Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,2$.

Die Werte für β stammen aus der Anpassung im vorherigen Abschnitt.

Die Optimierung der Verteilungen simulierter Korrelationskoeffizienten k mit dem Kolmogorov-Smirnov-Verfahren (KS-Verfahren) und im Hinblick auf den Erwartungswert des Likelihood-Quotienten wird für Intervallgrößen $\Delta t = 50, 51, \dots, 300$ erprobt. Die Ergebnisse sind in Abb. 3.52 dargestellt. Beide Kurven haben einen vergleichbaren Verlauf: beide steigen zunächst an und haben bei ≈ 80 d ein Maximum. Danach fallen sie langsam ab. Es gibt regelmäßige Minima bei den Intervallgrößen, wo das letzte Intervall nur die Mindestzahl von fünf Datenpunkten enthält. So z.B. bei der Intervallgröße 217: Die Lichtkurve mit der Länge von 2010 d lässt sich in neun Intervalle zu 217 d teilen, wobei ein Rest von 57 Tagen bleibt, was bei den regelmäßigen Abständen zwischen den Beobachtungen von 10 d fünf Datenpunkte im letzten Intervall übrig lässt. Bei der nächsten erprobten Intervallgröße von 218 d enthält der Rest von 48 d nur noch vier Datenpunkte, so dass das letzte Intervall verworfen wird. Die Separation der beiden Verteilungen simulierter k -Werte ist dort größer - die Kurve schnell nach oben. Wird also ein Intervall mit einer kleinen Anzahl von Datenpunkten berücksichtigt, werden - insbesondere bei einer großen Intervallbreite und somit bei einer kleinen Anzahl von Intervallen - der Korrelationskoeffizient weniger robust und die Verteilungen der Korrelationskoeffizienten unscharf. Lokale Maxima finden sich bei Intervallgrößen, die alle Datenpunkte berücksichtigen und bei denen das letzte Intervall eine maximale Anzahl von Datenpunkten enthält - so z.B. bei $\Delta t = 201$ d, wo sich die Lichtkurve ohne Rest aufteilen lässt.

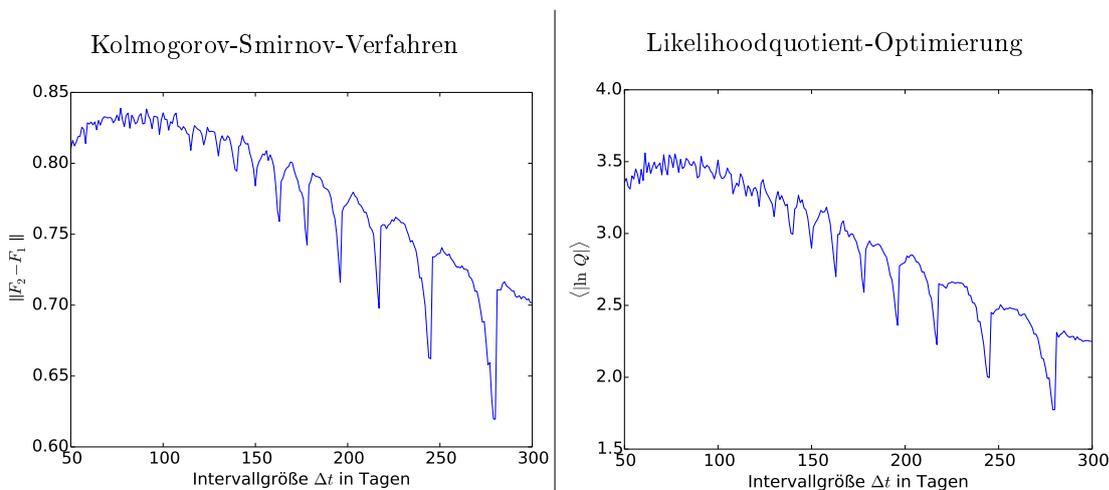


Abbildung 3.52: Optimierung der Intervallgröße mit dem Kolmogorov-Smirnov-Verfahren (links) und mit dem Erwartungswert des Likelihood-Quotienten (rechts).

Eine möglichst große Anzahl von Intervallen liefert einen robusten Korrelationskoeffizienten. Andererseits wirkt eine kleine Anzahl von Datenpunkte in den Intervallen wiederum der Robustheit entgegen. Der beste Kompromiss findet sich beim Betrachten der Kurven bei $\Delta t \approx 80$ d, wo die Anzahl der Intervalle bei ≈ 25 und die Anzahl der Datenpunkte in einem Intervall bei ≈ 8 liegt.

Die genauen Ergebnisse für Δt sind: Die Separation nach dem Kolmogorov-Smirnov-Verfahren hat bei $\Delta t = 77$ d ihr absolutes Maximum. Die Optimierung mithilfe des Likelihood-Quotienten liefert $\Delta t = 61$ d.

Mit diesen beiden mutmaßlich besten Intervallgrößen wird die *Fermi*-LAT-Lichtkurve untersucht. Der mittlere Fluss der Intervalle und ihr Rauschüberschuss ist in Abb. 3.53 dargestellt. Bei sechs bzw. zehn Intervallen wird der Rauschüberschuss zu null abgeschätzt, was bei einer Anzahl von nur sechs bzw. sieben Datenpunkten in einem Intervall durchaus vorkommen kann, wenn in diesem die intrinsische Variabilität klein ist. So finden sich bei 41% der simulierten $H_{\text{norm}}^{\beta=1,2}$ -Lichtkurven bei $\Delta t = 77$ d sechs oder mehr Intervalle mit Rauschüberschuss null - bei $H_{\text{logn}}^{\beta=1,2}$ sind es sogar in 57%. Bei $\Delta t = 61$ d finden sich zehn oder mehr Intervalle mit Rauschüberschuss null bei 43% der simulierten $H_{\text{norm}}^{\beta=1,2}$ -Lichtkurven und bei 58% der simulierten $H_{\text{logn}}^{\beta=1,2}$ -Lichtkurven.

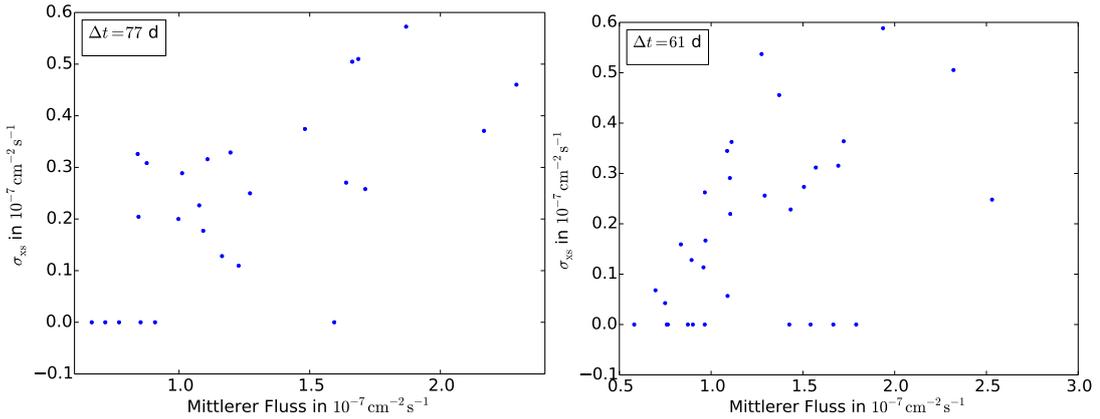


Abbildung 3.53: Flusszustandsabhängigkeit der Variabilitätsamplitude für die *Fermi*-LAT-Lichtkurve. Rauschüberschuss gegen Mittelwert der Flüsse in Intervallen der Längen $\Delta t = 77$ d (links) und $\Delta t = 61$ d (rechts).

Der Korrelationskoeffizient der *Fermi*-LAT-Lichtkurve ist $k_0 = 0,66$ bei $\Delta t = 77$ d und $k_0 = 0,49$ bei $\Delta t = 61$ d, was zumindest eine schwache lineare Korrelation vermuten lässt. Die Teststatistiken simulierter Korrelationskoeffizienten in Abb. 3.54 zeigen dass k_0 an einer Stelle liegt, an der der Likelihoodquotient $Q \approx 400$ bzw. $Q \approx 300$ zu Gunsten von $H_{\text{logn}}^{\beta=1,2}$ ist. Nur eine bzw. fünfzehn der 10.000 Simulationen von $H_{\text{norm}}^{\beta=1,2}$ haben einen höheren Wert für k . $H_{\text{norm}}^{\beta=1,2}$ ist damit für die *Fermi*-LAT-Lichtkurve mit 99,99% bzw. 99,85% ausgeschlossen, was $3,7\sigma$ bzw. $3,0\sigma$ entspricht. 85,92% bzw. 57,05% simulierter $H_{\text{logn}}^{\beta=1,2}$ -Lichtkurven haben sogar einen kleineren Wert für k als die *Fermi*-LAT-Lichtkurve. Sie ist also mit dieser Hypothese vereinbar.

Die Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen mit dem LSP, der SF und der MFVF konnte keine Präferenz für normales bzw. log-normales Verhalten

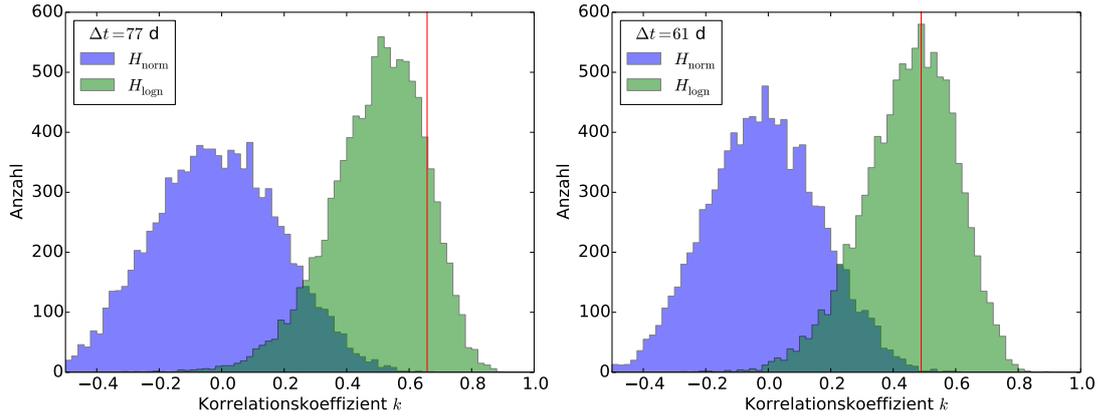


Abbildung 3.54: Simulierte Korrelationskoeffizienten für normales Verhalten (blau) und log-normales Verhalten (grün) zusammen mit dem Korrelationskoeffizienten der *Fermi*-LAT-Lichtkurve (senkrechte rote Linie) – links für $\Delta t = 77$ d, rechts für $\Delta t = 61$ d.

feststellen, obwohl die *Fermi*-LAT-Lichtkurve deutlich ein log-normales Verhalten zeigt. Bei den anderen Lichtkurven in dieser Arbeit, die eine ungleichmäßige Abtastung besitzen, kann mit der SF und der MFVF mehr oder weniger deutlich zwischen normalem und log-normalem Verhalten unterschieden werden. Das LSP war in keinem Fall sensitiv auf diesen Aspekt.

Offenbar lässt sich das LSP von log-normalem Potenzgesetzrauschen nicht von dem LSP von normalem Potenzgesetzrauschen unterscheiden. Der Unterschied zwischen normalem und log-normalem Verhalten liegt vermutlich in den Phaseninformationen der Fouriertransformierten, die in dem LSP nicht vorhanden sind (siehe Abschnitt 3.1.2). Das LSP ist also nicht auf diese Phaseninformationen sensitiv.

Bei der SF und dem MFVF verhält es sich anders. Durch die gleichmäßige Abtastung werden in der SF und dem MFVF statistische Unebenheiten gut ausgeglichen, so dass keine Sensitivität auf log-normales Verhalten eintritt. Bei unregelmäßiger Abtastung kommt es vermehrt zu Verzerrungen, in denen sich die zeitlich abhängige Eigenschaften wie die flusszustandsabhängige Varianz bei log-Normalität widerspiegeln können. Möglicherweise lässt eine unregelmäßige Abtastung Phaseninformationen in die SF und die MFVF einfließen. Während man bei einer unregelmäßigen Abtastung ein schlechteres Abbild der intrinsischen SF bzw. MFVF erwartet, gewinnt man auf der anderen Seite Sensitivität auf Log-Normalität.

3.5.3 Kreuzkorrelation zwischen der H.E.S.S.- und der *Fermi*-LAT-Lichtkurve

Die H.E.S.S.- und die *Fermi*-LAT-Lichtkurve überlappen sich zeitlich über mehr als vier Jahre von Mitte 2008 bis einschließlich 2012. Es sind Daten von zwei benachbarten Energiebändern (*Fermi*-LAT: 0,1 ... 300 GeV, H.E.S.S.: > 150 GeV), die sich sogar überschneiden, wobei in beiden Fällen aufgrund des weichen Spektrums der Fluss von Photonen mit kleinen Energien dominiert wird. Der

H.E.S.S.- und der *Fermi*-LAT-Fluss sind also von unterschiedlichen Energiebändern her rührend zu betrachten. Von daher ist keine Kreuzkorrelation zwischen den Flüssen in diesen Energiebändern zu erwarten. Es ist dennoch interessant, nach solchen Korrelationen zu suchen, denn es könnte einen gemeinsamen Ursprung der Variabilität offenbaren, wie z.B. Schwankungen in der Akkretionsrate oder eine Jet-Dynamik. Diese Untersuchung ist auch in H.E.S.S. Collaboration *et al.* (2017) veröffentlicht.

Für die Untersuchung nach Kreuzkorrelationen wird die *Discrete-Correlation-Function* (DCF) von Edelson & Krolik (1988) verwendet. Dazu wird zunächst die *Unbinned-Discrete-Correlation-Function* (UDCF) definiert. Seien a_i und b_j die Flüsse zweier Lichtkurven, so ist

$$\text{UDCF}_{ij} = \frac{(a_i - \bar{a})(b_j - \bar{b})}{\sqrt{(\sigma_a^2 - e_a^2)(\sigma_b^2 - e_b^2)}}, \quad (3.40)$$

wobei \bar{a} bzw. \bar{b} die mittleren Flüsse der Lichtkurven und σ_a^2 bzw. σ_b^2 ihre Varianzen sind. Die Mittelwerte der quadratischen Messfehler der beiden Lichtkurven sind mit e_a^2 bzw. e_b^2 bezeichnet. Für jede Kombination von a_i und b_j gibt es einen Wert für UDCF_{ij} , der mit einem Zeitabstand Δt_{ij} zwischen den Messzeitpunkten von a_i und b_j assoziiert ist. Die DCF in Abhängigkeit von der Zeitverschiebung τ wird nun über die Mittelung aller Werte der UDCF_{ij} erreicht, bei denen der zeitliche Abstand Δt_{ij} in dem Intervall $\tau - \Delta\tau/2 \leq \Delta t_{ij} < \tau + \Delta\tau/2$ liegt. Daher ist unter Berücksichtigung dieser Bedingung

$$\text{DCF}(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{ij} \text{UDCF}_{ij}, \quad (3.41)$$

wobei M die Anzahl der Summanden ist. In dieser Arbeit wird $\Delta\tau = 30$ d gewählt und τ für Werte von -3.488 d bis 1.552 d in Schritten von $\Delta\tau$ berechnet.

Durch die ungleichmäßige Abtastung der H.E.S.S.-Lichtkurve sind auch hier Abtasteffekte zu erwarten, d.h. in Abhängigkeit der Zeitverschiebung τ ist eine unterschiedliche Anzahl von Summanden und damit eine unterschiedlich gute Statistik zu erwarten.

Als Nullhypothese wird festgelegt, dass die Lichtkurven beider Energiebänder unkorreliertes Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1.1$ sind und ein Log-normales Verhalten haben. Es ist dabei zu beachten, dass neben Abtasteffekten mit gewisser Wahrscheinlichkeit eine gewisse Korrelation zufällig auftritt. So können bei zwei Lichtkurven von unkorreliertem Potenzgesetzrauschen zufälligerweise Flusszustände korrelieren. Die Ergebnisse der DCF werden deshalb hier mit Ergebnissen von simulierten DCF verglichen. Es werden dazu jeweils eine *Fermi*-LAT- (analog zu Abschnitt 3.5.2) und eine H.E.S.S.-Lichtkurve (analog zu Abschnitt 3.5.1) simuliert und ihre DCF berechnet. Dies wird 10.000 mal wiederholt. Die berechneten DCF werden in einem zweidimensionalen Histogramm zusammengefasst.

Abb. 3.55 links zeigt die DCF der gemessenen Daten in Abhängigkeit von τ . Die Werte schwanken in einem Bereich von etwa $\pm 0,5$. Bei extremen Werten von $\tau < -3,000$ bzw. $\tau > 1,000$ erreicht die DCF betragsmäßig noch größere Werte, weil die Anzahl der Summanden M dort klein wird. Die Farbverteilung zeigt

die Häufigkeitsverteilung der simulierten DCF-Werte. Sie ist an den Rändern breiter. Die Höhe eines Kästchens ist 0,1. Die gemessene DCF ragt an einigen Stellen aus der Verteilung, an der die Wahrscheinlichkeit im Prozentbereich liegt.

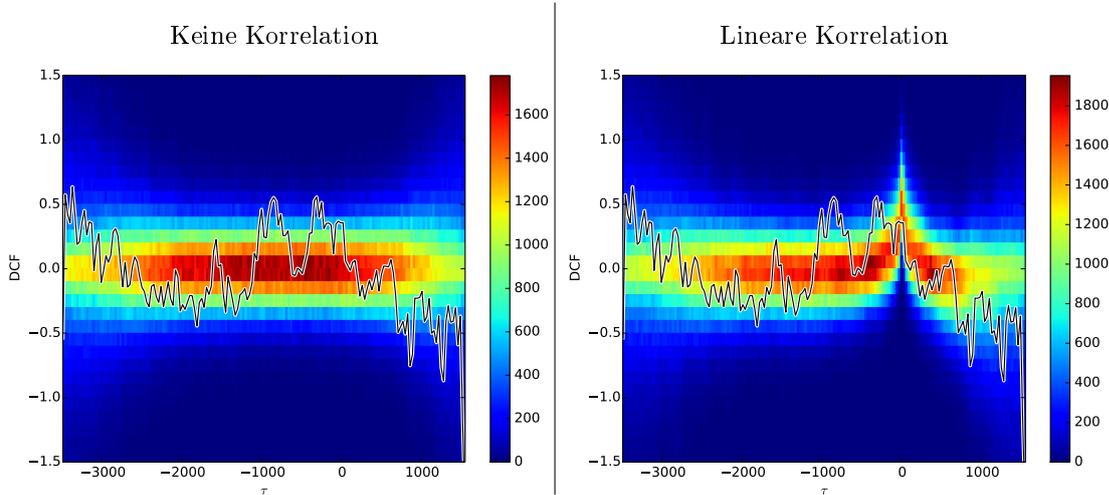


Abbildung 3.55: *Discrete-Correlation-Funktion* (DCF). DCF (schwarze Kurve) von den *Fermi*-LAT- und H.E.S.S.-Daten zusammen mit den simulierten Häufigkeitsverteilungen (Farbskala) von DCF-Werten bei keiner Korrelation (links) und bei einer perfekten linearen Korrelation (rechts).

Als Maß für die Kompatibilität der gemessenen DCF mit der simulierten Verteilung wird die Likelihood ausgerechnet. Die Verteilung wird als Wahrscheinlichkeitsverteilung verwendet, die eine Funktion von τ_i und dem Wert der DCF d_i ist. Für jede Stelle τ_i, d_i der gemessenen DCF wird die Wahrscheinlichkeit $p(\tau_i, d_i)$ abgelesen. Die Likelihood ergibt sich dann aus dem Produkt aller Wahrscheinlichkeiten, bzw. der negative Log-Likelihood-Wert L aus

$$L = - \sum_i \ln p(\tau_i, d_i). \quad (3.42)$$

Der Log-Likelihood-Wert der gemessenen DCF wird mit den Log-Likelihood-Werten von weiteren 10.000 simulierten DCFs verglichen, die als Teststatistik dienen. In Abb. 3.56 links ist die Verteilung der simulierten Werte dargestellt. Der Wert für die gemessene liegt innerhalb der Verteilung nahe des wahrscheinlichsten Wertes, und nur das Quantil $q = 59\%$ der simulierten DCFs haben einen kleineren, d.h. besseren Log-Likelihood-Wert als die gemessene DCF. Demnach ist die Hypothese also nicht auszuschließen, die *Fermi*-LAT- und die H.E.S.S.-Lichtkurven seien Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1.1$ und unkorreliert.

Analog dazu wird die Alternativhypothese geprüft, die *Fermi*-LAT- und die H.E.S.S.-Lichtkurven seien log-normales Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1.1$ und perfekt linear korreliert. D.h., die tatsächliche Lichtkurven sind bis auf einen konstanten Faktor und eine konstante Differenz im Fluss identisch. Die simulierte Verteilung der DCF-Werte ist in Abb. 3.55 rechts dargestellt. Sie hat eine vergleichbare Breite, wie im unkorrelierten Fall, besitzt jedoch ein ausgeprägtes scharfes Maximum an der Stelle $\tau = 0$ d. Die gemessene DCF hat kein solches

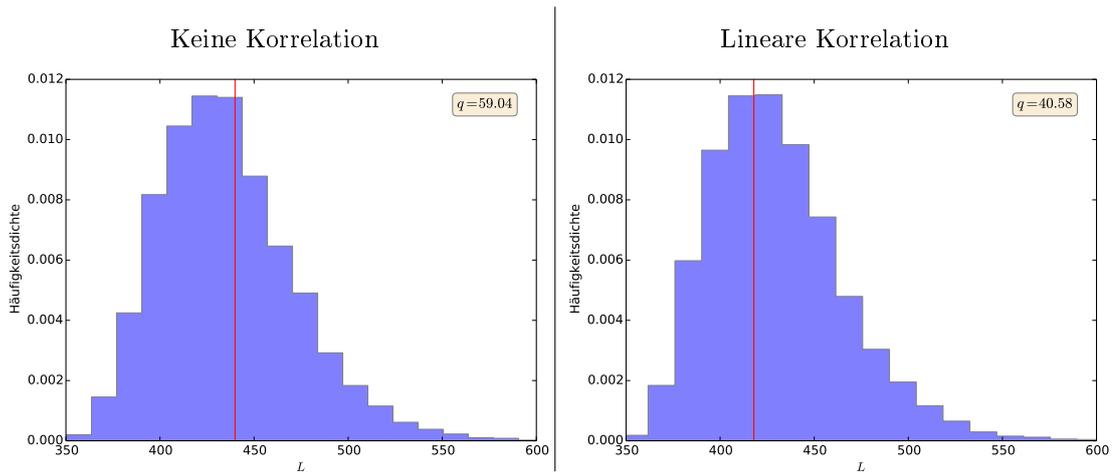


Abbildung 3.56: Negative Log-Likelihoodwerte. Verteilung (blau) der Werte von simulierten DCFs bei keiner Korrelation (links) und bei einer perfekten linearen Korrelation (rechts) zusammen mit dem jeweiligen Wert (rote senkrechte Linie) für die DCF von den *Fermi*-LAT- und H.E.S.S.-Daten.

Maximum, liegt dennoch augenscheinlich gut in der Verteilung, wie auch der statistische Test mit simulierten DCFs zeigt: in Abb. 3.56 rechts ist die Verteilung der simulierten L -Werte dargestellt; der gemessene Wert liegt etwa beim wahrscheinlichsten Wert in der Verteilung mit dem Quantil $q = 41\%$. Demnach ist auch die Alternativhypothese nicht auszuschließen.

Unter der Annahme, dass die Lichtkurven log-normales Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,1$ sind, kann also weder ausgeschlossen werden, dass die beiden Lichtkurven perfekt linear korreliert sind, noch dass keine Korrelation vorliegt.

Kapitel 4

Variabilität weiterer Blazare

Die in dieser Arbeit vorgestellte Zeitreihenanalyse wird auf die optischen Lichtkurven der BL-Lacertae-Objekte PKS 0447-439 und PKS 2005-489 angewendet, die ebenfalls mit ROTSE beobachtet wurden. Die Analyse umfasst die Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen mit einem normalen Verhalten (analog zu Abschnitt 3.1) und einem log-normalen Verhalten (analog zu Abschnitt 3.2) sowie die Suche nach Periodizitäten (analog zu Abschnitt 3.4). Eine Übersicht der Analyseketten befindet sich in Anhang C.

4.1 Optische Lichtkurve von PKS 0447-439

In diesem Abschnitt wird die zeitliche Variabilität des optischen Flusses des BL-Lacertae-Objekts (BL-Lac-Objekt) PKS 0447-439 mit der Rektaszension $04^{\text{h}}49^{\text{m}}24,7^{\text{s}}$ und der Deklination $-43^{\circ}50'09''$ (Standardepoche J2000) untersucht¹. Das Objekt mit der Rotverschiebung $z \approx 0,2$ wurde 1981 vom Molonglo-Teleskop als Radioquelle entdeckt – darauffolgend wurde die Emission von optischer Strahlung, UV- und Röntgen-Strahlung sowie hochenergetischer und sehr hochenergetischer Gammastrahlung entdeckt und dieser Quelle zugeordnet (Prandini *et al.*, 2012; Abramowski *et al.*, 2013, und Referenzen darin). Das Spektrum im optischen hat keine Emissionslinien und nur sehr schwache Absorptionslinien (Landt, 2012), was für ein BL-Lac-Objekt charakteristisch ist.

PKS 0447-439 wurde 2.593 d lang mit ROTSE beobachtet. Insgesamt wurden 1.529 Beobachtungen mit einer Belichtungszeit von bis zu 60 s gemacht. Die Lichtkurve ist in Abb. 4.1 dargestellt. Der kleinste Abstand zwischen zwei Beobachtungen in dem Datensatz ist 29 s. Die größte Beobachtungslücke ist 302 d lang. Der gemessene Fluss schwankt zwischen 4,3 und 14,3 mJy. Die Variabilität ähnelt dabei rotem Rauschen, d.h. große Schwankungen finden auf großen Zeitskalen, kleine Schwankungen auf kleinen Zeitskalen statt.

¹Die NASA/IPAC Extragalactic Database (NED) betrieben durch das Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, unter Vertrag mit der National Aeronautics and Space Administration.

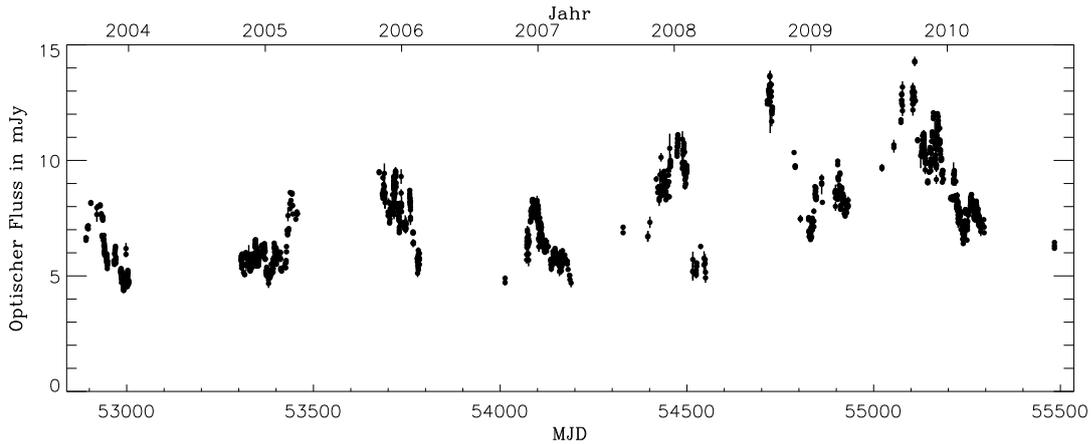


Abbildung 4.1: Optische R -Band-Lichtkurve von PKS 0447-439 gemessen mit ROTSE.

Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen

Als Hypothese wird angenommen:

H_{norm} : Die PKS 0447-439-Lichtkurve ist Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten β und einem **normalen** Verhalten.

Die Anpassung der Variabilität an H_{norm} wird analog zu Abschnitt 3.1 durchgeführt. Die Vorgehensweise wird hier nur skizziert. Für den anzupassenden Parameter β wird der Bereich 0,5, 0,6, ..., 2,5 abgetastet. Es werden also für jeden dieser Werte jeweils 4.000 H_{norm} -Lichtkurven simuliert, ihre SF, MFVF und LSP berechnet und die Ergebnisse in zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen zusammengefasst. So ergibt sich für jeden Wert von β und jede Methode (SF, MFVF, LSP) eine Wahrscheinlichkeitsverteilung. Mit einer Maximum-Likelihood-Methode wird die SF, MFVF bzw. LSP der PKS 0447-439-Lichtkurve an die jeweils am besten passende Wahrscheinlichkeitsverteilung angepasst. Damit ergibt sich für jede Methode der am besten passende Wert β_{best} für β .

Dasselbe wird für die zweite Hypothese durchgeführt, die lautet:

H_{logn} : Die PKS 0447-439-Lichtkurve ist Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten β und einem **log-normalen** Verhalten.

Das bedeutet, dass die natürlichen Logarithmen der Flüsse Potenzgesetzrauschen mit einem normalen Verhalten sind. Simuliert wird so eine Lichtkurve, indem zunächst normales Potenzgesetzrauschen generiert und auf die Flüsse die Exponentialfunktion angewendet wird. Abgesehen davon ist die Analyseketten analog zu der von H_{norm} .

SF: Die am besten passenden simulierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die SF sind zusammen mit der SF von PKS 0447-439 in Abb. 4.2 (1a für H_{norm} und 2a für H_{logn}) dargestellt. Beide Wahrscheinlichkeitsverteilungen haben eine vergleichbare Form. Sie steigen mit τ an und sind mit schmalbandigen Strukturen überlagert. An einigen Stellen ist die Verteilung breiter, so z.B. zwischen

100 und 300 d, in einem Bereich zwischen 500 und 600 d und zwischen 900 und 1.000 d. Dies ist mit jährlich periodisch auftretenden Beobachtungslücken erklärbar. Bei ungefähr ganzen Vielfachen von einem Jahr überlagern sich die meisten Daten, so dass an diesen Stellen die Statistik besonders gut ist. Deshalb ist die SF dort besonders gut bestimmt und die Verteilung schmal. Die Verteilungen beider Hypothesen unterscheiden sich darin, dass bei $H_{\log n}$ die Verteilung insgesamt ein wenig breiter als bei H_{norm} ist.

Die negativen Log-Likelihood-Werte für die getesteten β -Werte sind in der zweiten Reihe (1b, 2b) dargestellt. Sowohl für H_{norm} als auch für $H_{\log n}$ ist der Verlauf glatt, und es gibt ein einziges Minimum. Der am besten passende Wert für β ist bei beiden Hypothesen $\beta_{\text{best}} = 1,6$.

Die Unsicherheit auf β wird durch Ausprobieren der Anpassungsmethode anhand 4.000 simulierter Lichtkurven mit $\beta = 1,6$ von H_{norm} bzw. $H_{\log n}$ ermittelt. Die gemessenen Werte von β sind um den wahren Wert verteilt. Die Unsicherheiten werden anhand der Verteilung (1c bzw. 2c), ermittelt, indem die Grenzen berechnet werden, die linksseitig bzw. rechtsseitig 15,9% der simulierten Messwerte abtrennen. Diese Grenzen bilden die 1σ -Fehlergrenzen. Die Verteilung für H_{norm} (1c) ist marginal schmaler als die für $H_{\log n}$ (2c). Die Unsicherheiten sind ${}^{+0,14}_{-0,16}$.

Um die Vereinbarkeit der Hypothesen mit der PKS 0447-439-Lichtkurve zu testen, wird die Güte der Anpassung berechnet. Dazu werden die Maximum-Likelihood-Werte der Lichtkurven, die für die Bestimmung der Unsicherheiten verwendet wurden, als Teststatistik genutzt. Die Verteilung der Werte ist unter 1d für H_{norm} und unter 2d für $H_{\log n}$ dargestellt. Der Maximum-Likelihood-Wert der PKS 0447-439-Lichtkurve liegt in beiden Fällen am Rand der Verteilung, so dass $q = 99,825\%$ bzw. $q = 98,8\%$ der simulierten Werte kleiner (besser) sind. D.h. trifft H_{norm} ($H_{\log n}$) zu, so ist die Wahrscheinlichkeit einen derart schlechten oder gar schlechteren Maximum-Likelihood-Wert zu erhalten nur 0,175% bzw. 1,2%. Beide Hypothesen sind also entsprechend unwahrscheinlich. In Standardabweichungen ausgedrückt entspricht das $2,9\sigma$ bzw. $2,3\sigma$. $H_{\log n}$ passt daher etwas besser als $H_{\log n}$.

MFVF: Die gesamte Analyseketten wird in analoger Weise mit der MFVF angewendet. Die entsprechenden Darstellungen finden sich in Abb. 4.3. Die am besten passende Wahrscheinlichkeitsverteilung ist bei $H_{\log n}$ deutlich breiter als bei H_{norm} . Sie steigt in beiden Fällen mit der Fragmentlänge t an. Es gibt zahlreiche schmalbandige Strukturen, die auf die unregelmäßige Abtastung der Lichtkurve zurückzuführen sind.

Die negativen Log-Likelihood-Werte haben einen glatten Verlauf und ein ausgeprägtes Minimum bei $\beta_{\text{best}} = 1,6$. Die Verteilung der simulierten Ergebnisse für die Bestimmung der Unsicherheiten sind für beide Hypothesen ähnlich breit, und die 1σ -Unsicherheiten ergeben sich zu ${}^{+0,13}_{-0,14}$.

Die Güte der Anpassung ist für H_{norm} so schlecht, dass keine der 4.000 simulierten Lichtkurven einen derart hohen (schlechten) Maximum-Likelihood-Wert hat, wie die MFVF von PKS 0447-439. H_{norm} ist demnach mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als $1 - 1/4.000 = 99,975\%$ (entspricht $> 3,7\sigma$) zu verwerfen. Bei $H_{\log n}$ sind 96,15% (entspricht $1,8\sigma$) der simulierten Werte besser. Das Zu-

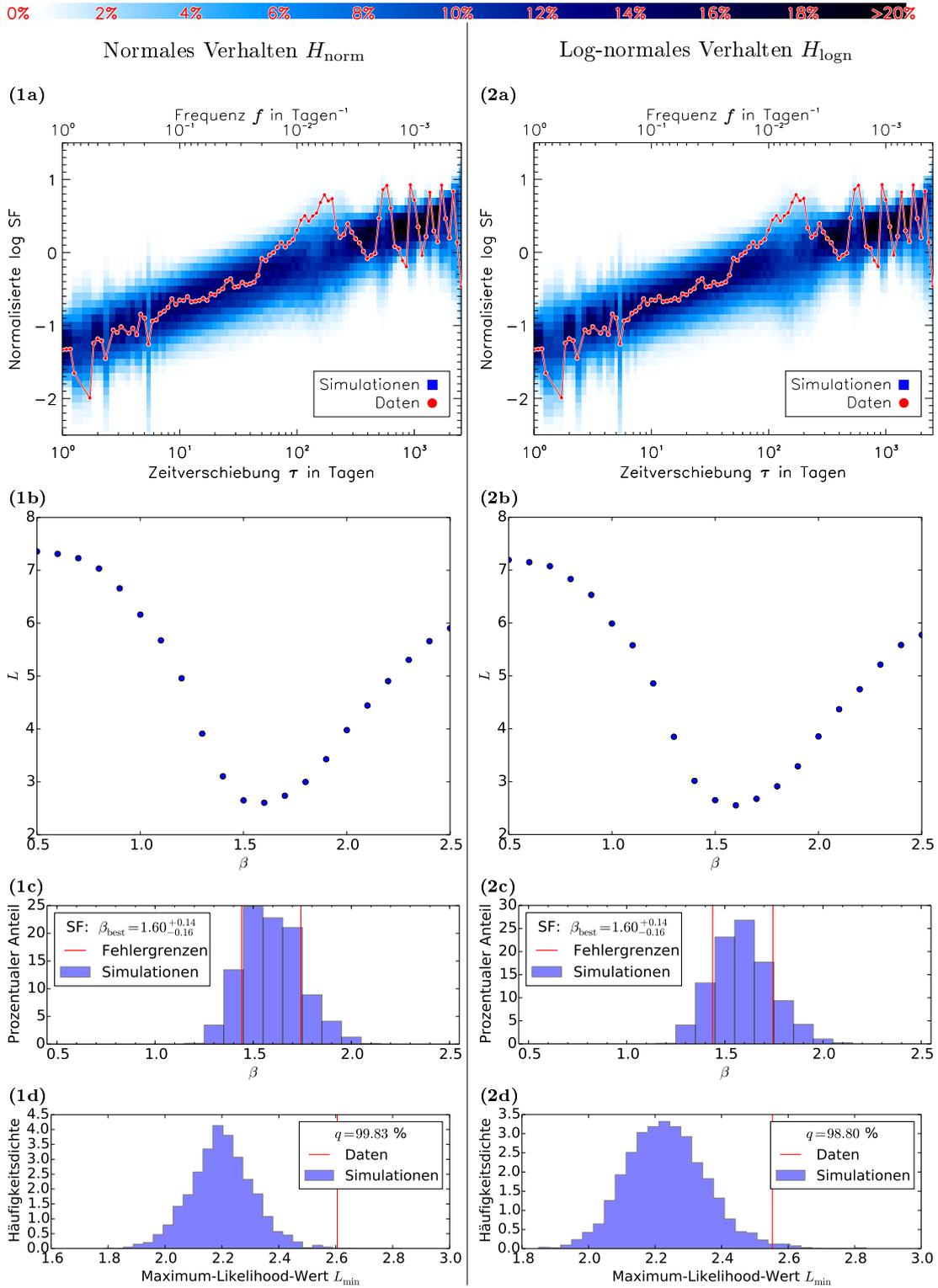


Abbildung 4.2: Anpassung von normalem (links, 1a-d) und log-normalem (rechts, 2a-d) Potenzgesetzrauschen an die PKS 0447-439-Lichtkurve mit der SF. a: SF (rot) und Verteilung der Werte für simulierte Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}} = 1,6$ (blau), b: Likelihood-Werte in Abhängigkeit von β , c: Verteilung simulierter Messwerte für β bei Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}} = 1,6$ und sich daraus ergebene Unsicherheiten auf β_{best} (senkrechte Linien), d: Verteilung simulierter Maximum-Likelihood-Werte und der gemessene Wert (senkrechte Linie).

treffen dieser Hypothese ist entsprechend unwahrscheinlich.

LSP: Die Analyse mit dem LSP liefert für beide Hypothesen denselben Wert für $\beta_{\text{best}} = 1,3_{-0,17}^{+0,27}$. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.4 dargestellt. Das LSP ist damit am ungenauesten. Zwischen den simulierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen für H_{norm} und H_{logn} gibt es keine deutlichen Unterschiede. Beide steigen mit reziproker Frequenz an. Es gibt schmalbandige Strukturen durch die unregelmäßige Abtastung, wobei die größte Unregelmäßigkeit ein Minimum bei 365 d darstellt, das wohl auf sich jährlich wiederholende Beobachtungslücken zurückzuführen ist.

Die Likelihood-Funktion ist glatt. Zunächst fällt sie ab. Nach Erreichen des Minimums steigt sie deutlich flacher an. Deshalb ist der Fehler auf β zu größeren Werten hin größer, als zu kleineren. Dies ist an der Verteilung simulierter Messwerte für β erkennbar, die zu größeren Werten flacher ausläuft, als zu kleineren.

Der Test für die Güte der Anpassung zeigt, dass nur 19,975% bzw. 21,775% der simulierten Maximum-Likelihood-Werte kleiner, d.h. besser sind, als der gemessene Wert. Das liefert keinen Anlass, H_{norm} oder H_{logn} zu verwerfen.

Zusammenfassung der Ergebnisse: Die Ergebnisse der Methoden sind in Tab. 4.1 zusammengefasst. Die Werte für β sind innerhalb der statistischen Fehler miteinander vereinbar. Insgesamt betrachtet, ist H_{logn} (log-normales Verhalten) gegenüber H_{norm} (normales Verhalten) zu bevorzugen. Am signifikantesten unterscheidet hierbei das MFVF, das H_{norm} mit mehr als $1 - 1/4.000 = 99,975\%$ ausschließt, während H_{logn} mit 96,15% noch verträglich erscheint. Letztere Hypothese passt nach der SF mit $q = 98,8\%$ jedoch nicht gut.

Methode	H_{norm}		H_{logn}	
	β_{best}	q	β_{best}	q
SF	$1,6_{-0,16}^{+0,14}$	99,825%	$1,6_{-0,16}^{+0,14}$	98,8%
MFVF	$1,6_{-0,14}^{+0,13}$	99,975%	$1,6_{-0,14}^{+0,13}$	96,15%
LSP	$1,3_{-0,17}^{+0,27}$	19,975%	$1,3_{-0,16}^{+0,27}$	21,775%

Tabelle 4.1: Ergebnisse der Anpassung der ROTSE-Lichtkurve von PKS 0447-439 an normales und log-normales Potenzgesetzrauschen mit dem LSP, der SF und der MFVF. β_{best} ist der mutmaßlich beste Wert für den Potenzgesetzindex der SLD. q ist das Quantil simulierter Lichtkurven, die einen kleineren negativen Log-Likelihood-Wert (besser passend) als die PKS 0447-439-Lichtkurve haben.

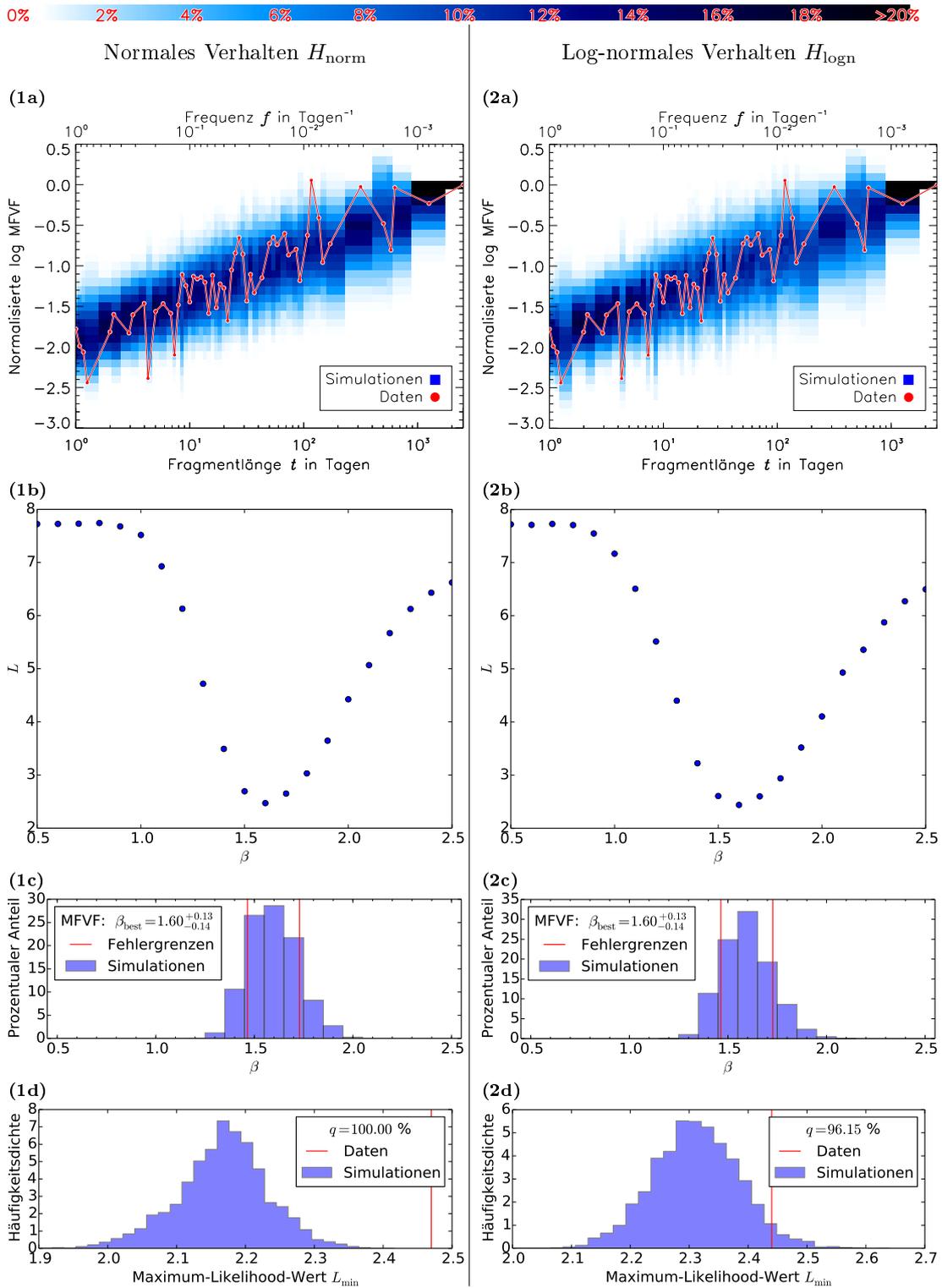


Abbildung 4.3: Anpassung von normalem (links, 1a-d) und log-normalem (rechts, 2a-d) Potenzgesetzrauschen an die PKS 0447-439-Lichtkurve mit dem MFVF. a: MFVF (rot) und Verteilung der Werte für simulierte Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}} = 1,6$ (blau), b: Likelihood-Werte in Abhängigkeit von β , c: Verteilung simulierter Messwerte für β bei Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}} = 1,6$ und sich daraus ergebene Unsicherheiten auf β_{best} (senkrechte Linien), d: Verteilung simulierter Maximum-Likelihood-Werte und der gemessene Wert (senkrechte Linie).

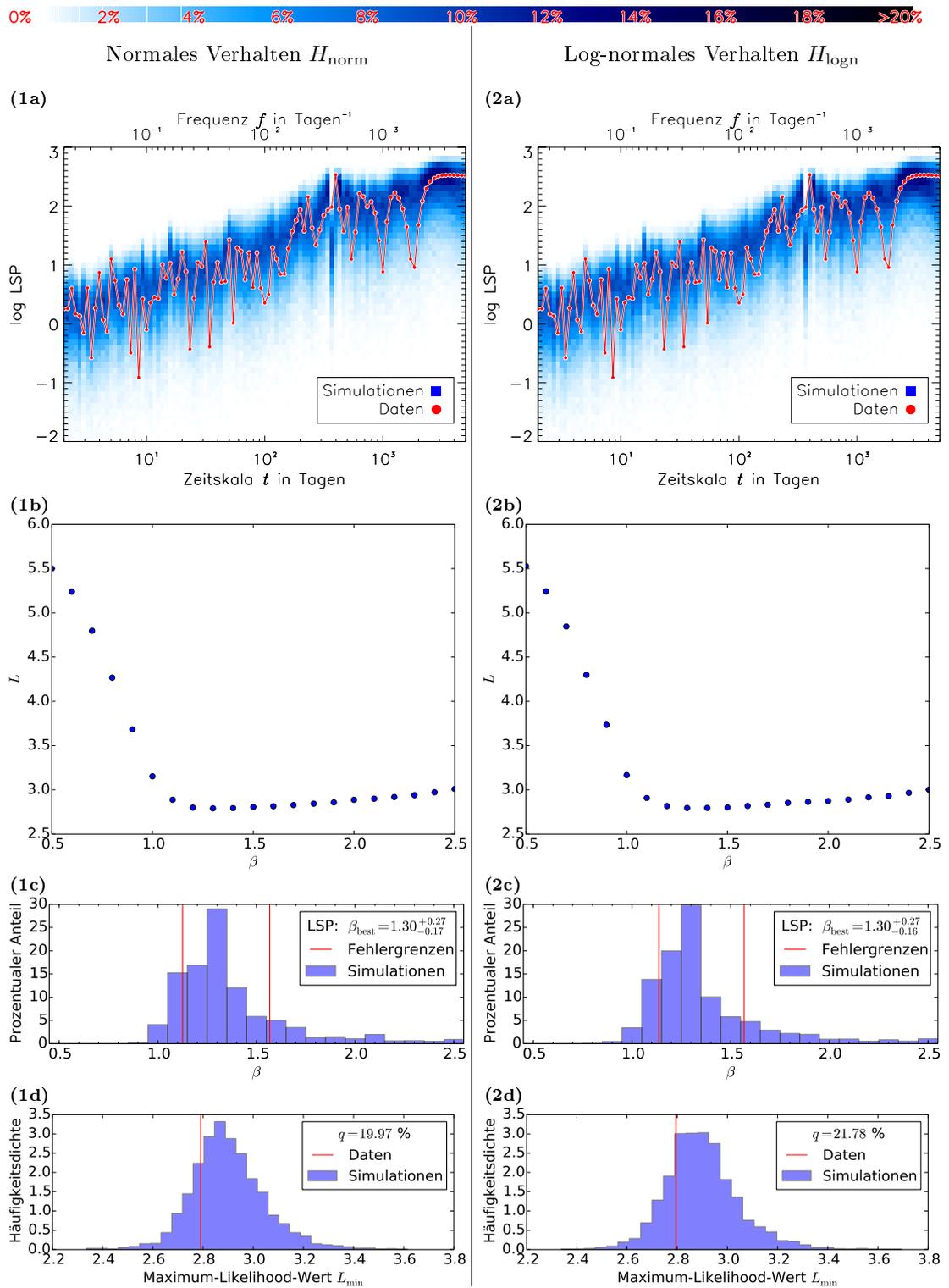


Abbildung 4.4: Anpassung von normalem (links, 1a-d) und log-normalem (rechts, 2a-d) Potenzgesetzrauschen an die PKS 0447-439-Lichtkurve mit dem LSP. a: LSP (rot) und Verteilung der Werte für simulierte Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}} = 1,3$ (blau), b: Likelihood-Werte in Abhängigkeit von β , c: Verteilung simulierter Messwerte für β bei Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}} = 1,3$ und sich daraus ergebene Unsicherheiten auf β_{best} (senkrechte Linien), d: Verteilung simulierter Maximum-Likelihood-Werte und der gemessene Wert (senkrechte Linie).

Flusszustandsabhängige Variabilität

Ob nun tatsächlich ein log-normales Verhalten vorliegt oder $H_{\log n}$ nur deshalb besser passt, weil die Wahrscheinlichkeitsverteilungen bei der SF und MFVF breiter und damit toleranter gegenüber einer Abweichung von Potenzgesetzrauschen sind, wird im Folgenden anhand der Fluss-Varianz-Korrelation untersucht.

Es werden die zwei Hypothesen formuliert, die sich aus der Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen ergeben:

$H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$: Die PKS 0447-439-Lichtkurve ist **normales** Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten $\beta = 1,6$.

$H_{\log n}^{\beta=1,6}$: Die PKS 0447-439-Lichtkurve ist **log-normales** Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten $\beta = 1,6$.

Die Werte für β sind die Ergebnisse der Methode mit den kleinsten Unsicherheiten auf β , der MFVF. Sie stimmen mit den Ergebnissen der SF überein und sind mit den Ergebnissen des LSP vereinbar.

Das folgende Verfahren wird in Abschnitt 3.2.1 detailliert beschrieben und wird hier nur kurz zusammengefasst: Für beide Hypothesen werden 4.000 simulierte Lichtkurven auf eine Korrelation zwischen Fluss und Varianz untersucht. Dazu wird eine Lichtkurve in Intervalle der Größe Δt geteilt. Für jedes Intervall wird der mittlere Fluss und die Standardabweichung berechnet. Die Ergebnisse bilden ein Streudiagramm, das auf eine Korrelation untersucht wird, indem der Pearsonsche Korrelationskoeffizient berechnet wird. So ergeben sich für $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$ und $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ jeweils eine Verteilung von 4.000 Korrelationskoeffizienten k . Für die PKS 0447-439-Lichtkurve wird in derselben Art der Korrelationskoeffizient berechnet. Letzterer wird dann mit den beiden simulierten Verteilungen verglichen, um die Vereinbarkeit mit $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$ und $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ zu testen und damit zwischen normalem und log-normalem Verhalten zu unterscheiden.

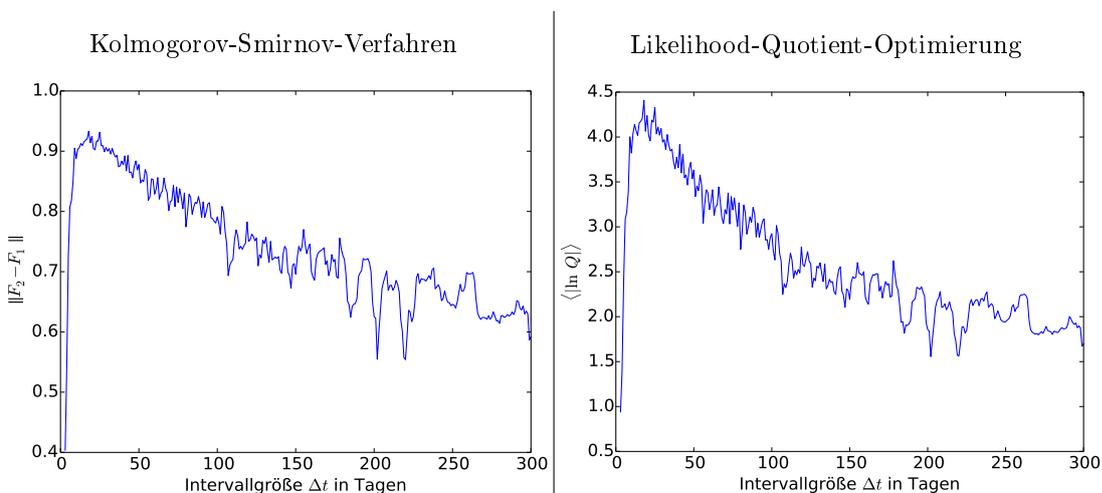


Abbildung 4.5: Optimierung der Intervallgröße Δt : Links für das Kolmogorov-Smirnov-Verfahren und rechts für einen möglichst extremen Erwartungswert des Likelihood-Quotienten. Das absolute Maximum liegt in beiden Fällen bei $\Delta t = 18$ d.

Vorher wird allerdings der Wert für Δt ermittelt, bei der die beiden simulierten Verteilungen möglichst weit separiert wird. Dazu werden zwei unterschiedliche Verfahren angewendet. Im ersten wird die Überlappung beider Verteilungen minimiert. Dazu werden aus diesen Verteilungen die kumulierten Verteilungen F_1 und F_2 gebildet und mit einem Kolmogorov-Smirnov-Ansatz der Wert für Δt gesucht, der $\|F_2 - F_1\|$ maximiert. Im zweiten Verfahren wird der Erwartungswert des Likelihood-Quotienten mit $\langle \ln Q \rangle$ maximiert.

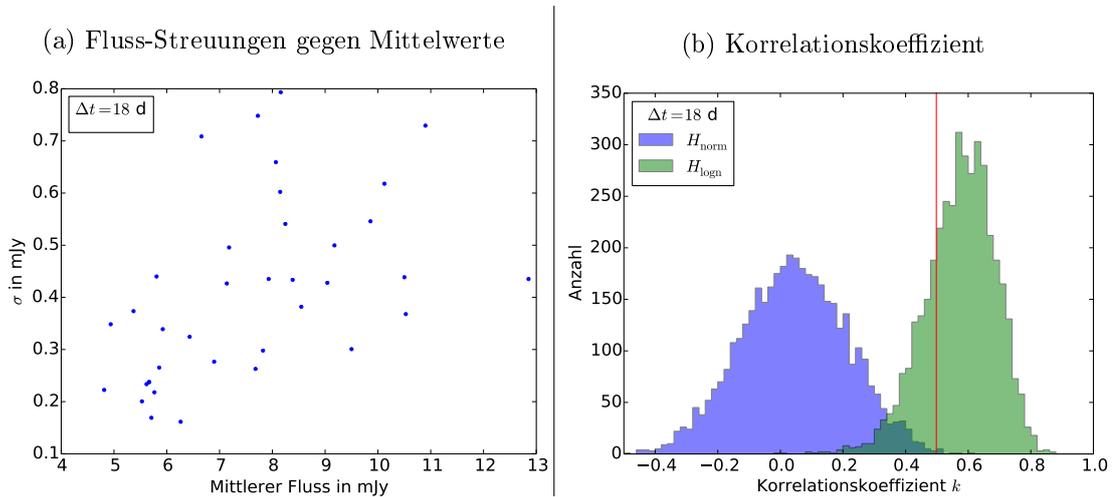


Abbildung 4.6: (a) Flusszustandsabhängigkeit der Variabilitätsamplitude für die PKS 0447-439-Lichtkurve. Streuung gegen Mittelwert der Flüsse für Intervalle von 18 d. (b) Simulierte Korrelationskoeffizienten für normales Verhalten (blau) und log-normales Verhalten (grün) zusammen mit dem Korrelationskoeffizienten $k_0 = 0,50$ der PKS 0447-439-Lichtkurve (senkrechte rote Linie).

Die Größen $\|F_2 - F_1\|$ und $\langle \ln Q \rangle$ in Abhängigkeit von Δt sind in Abb. 4.5 links bzw. rechts dargestellt. Das absolute Maximum befindet sich in beiden Fällen an der Stelle $\Delta t = 18$ d. D.h. von allen getesteten Werten ist dieser Wert mutmaßlich am besten geeignet, um im statistischen Test eine möglichst eindeutige Entscheidung zwischen beiden Hypothesen zu treffen.

Mit dieser Einstellung für Δt wird also nun die PKS 0447-439-Lichtkurve in Intervalle geteilt, die auf eine Korrelation zwischen mittlerem Fluss und Standardabweichung untersucht werden. In Abb. 4.6 (a) ist das Streudiagramm der Mittelwerte und Standardabweichungen für PKS 0447-439 dargestellt. Es scheint mit dem Korrelationskoeffizienten $k_0 = 0,50$ eine schwache Korrelation zwischen beiden Größen zu geben.

Um den nun folgenden Hypothesentest unabhängig von der Anpassung von Δt zu machen, wird für $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$ und $H_{\text{logn}}^{\beta=1,6}$ jeweils ein neuer Satz Lichtkurven simuliert und die k -Werte bei dieser Einstellung für Δt berechnet, so dass sich für jede Hypothese ein Satz von k -Werten ergibt. Die Verteilungen der k für beide Hypothesen sind in Abb. 4.6 (b) dargestellt. Der Wert für k_0 ist ebenso eingezeichnet. Er liegt viel weiter in der Verteilung von $H_{\text{logn}}^{\beta=1,6}$ als von $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$. Nach dem Likelihood-Quotienten zu urteilen ist $H_{\text{logn}}^{\beta=1,6}$ mehr als 60 mal so wahrscheinlich wie $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$. Nur 0,2% der simulierten Lichtkurven von $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$ haben einen höheren Wert für k , wie die PKS 0447-439-Lichtkurve. Damit ist $H_{\text{norm}}^{\beta=1,6}$

zu 99,8% ausgeschlossen, was $2,9\sigma$ entspricht. 24% der $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ -Lichtkurven haben einen kleineren Wert. Von daher ist $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ nicht zu verwerfen und deutlich gegenüber H_{norm} zu bevorzugen.

Periodizität

Die Lichtkurve lässt sich also besser mit einem log-normalen als mit einem normalen Potenzgesetzrauschen beschreiben. Die Güte der Anpassung der SF ist jedoch auch für log-normales Verhalten schlecht (siehe oben und Tab. 4.1).

Wie die SF von PKS 0447-439 von der simulierten Verteilung von SF-Werten dabei abweicht, kann in Abb. 4.2 (2a) gesehen werden: Die simulierte Verteilung hat periodisch auftretende Verbreiterungen in regelmäßigen Abständen. Dazwischen verjüngt sich die Verteilung an Stellen, die mit ganzen Vielfachen von einem Jahr vereinbar sind. Es handelt sich also offenbar um Abtasteffekte aufgrund jährlich auftretender periodischer Beobachtungslücken. Auch die PKS 0447-439-Lichtkurve ist von diesen Abtasteffekten betroffen. Man kann jedoch sehen, dass die SF der PKS 0447-439-Lichtkurve bei einigen Maxima aus der Verteilung hinausragt: Die SF hat Maxima an den Stellen 170, 580, 930, 1360 und 1710 d. Diese Werte folgen in einem etwa gleichmäßigen Abstand von um die 380 d. Zwischen den Maxima befinden sich die Absoluten Minima bei 400, 860, 1170, 1580, 1995, was etwa ganzzahligen Vielfachen von 400 d entspricht.

Das erste Minimum liegt noch gut in der Verteilung. Die Maxima und das zweite und dritte Minimum liegen fast alle in Bereichen, in denen die Wahrscheinlichkeit nur wenige Prozent beträgt. Die SF schwankt in einer größeren Amplitude, als mit der Verteilung vereinbar ist. Es stellt sich also die Frage, ob eine Periodizität von mutmaßlich 380 bis 400 d der Grund für diese Abweichungen darstellt.

Das LSP (siehe Abb. 4.4) hat bei $f \approx (400 \text{ d})^{-1}$ ein Maximum, das zwar mit der Verteilung vereinbar zu sein scheint, aber vermutlich mit einer Periodizität von um die 400 d kompatibel wäre.

EF: Um die Lichtkurve auf eine Periodizität hin zu untersuchen folgt das Verfahren analog zu Abschnitt 3.4. Es wird hier nur skizziert. Zunächst wird die Epoch-Folding-Funktion (EF) berechnet und mit den EF von simulierten Lichtkurven aus $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ (log-normales Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,6$) verglichen. Diese Hypothese beschreibt laut vorhergehender Analyse die Variabilität von PKS 0447-439 am besten.

In Abb. 4.7 (1a) sind die EF der PKS 0447-439-Lichtkurve und die Wahrscheinlichkeitsverteilung der EF-Werte von 4.000 simulierten $H_{\log n}$ -Lichtkurven dargestellt. Es werden hier EF-Werte an den Stellen $\tau = 1, 2, \dots, 1.296 \text{ d}$ berechnet (lineare Abtastung), also bis zu einem Wert, der der halben Länge der Lichtkurve entspricht. Beide haben einen Verlauf, der mit der Periode ansteigt und von zahlreichen schmalbandigen Strukturen überlagert und teilweise dominiert wird. Es gibt ausgeprägte Maxima und Minima, die bei der simulierten Verteilung auf die unregelmäßige Abtastung zurückzuführen sind. Die EF von PKS 0447-439 verläuft in weiten Teilen in der Verteilung. An einigen Stellen gibt es Abweichungen – am deutlichsten beim ersten Minimum der Verteilung, wo die

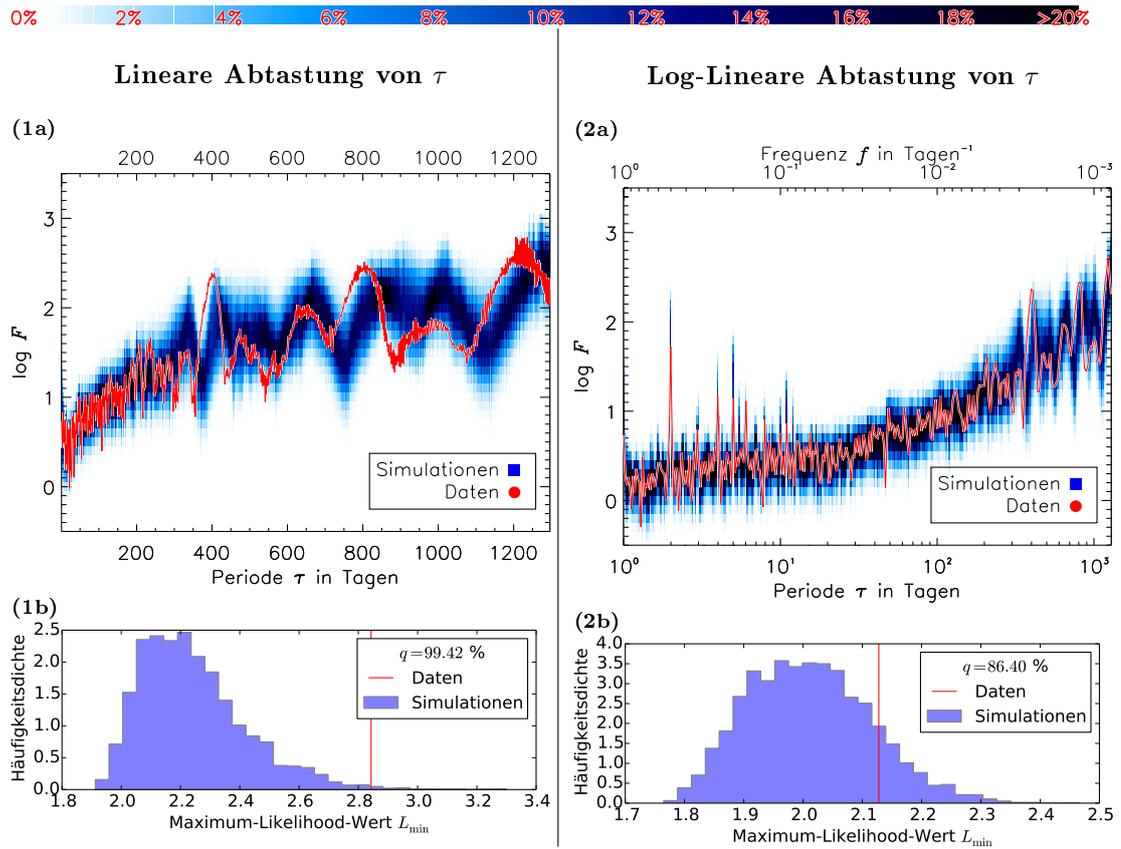


Abbildung 4.7: EF der PKS 0447-439-Lichtkurve (rote Kurve) und Verteilung simulierter EF-Werte von $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ -Lichtkurven (blaue Farbskala) mit linearer Abtastung (1a) und log-Linearer Abtastung (2a). Darunter: Verteilung negativer Log-Likelihood-Werte von EF simulierter $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ -Lichtkurven mit dem negativen Log-Likelihood-Wert für die PKS 0447-439-Lichtkurve (senkrechte Linie) bei linearer Abtastung (1b) und log-Linearer Abtastung (2b).

Kurve größtenteils in einem Bereich mit einer Wahrscheinlichkeit kleiner als 1% liegt. Die Stelle dieses Minimums in der Verteilung ist bei etwa $\tau = 1$ Jahr, was sicherlich mit jährlich wiederkehrenden Beobachtungslücken zusammenhängt. Es ist von zwei Maxima bei etwa 290 und 420 Tagen umgeben. Die Kurve hat Maxima bei ganzen Vielfachen von etwa 400 Tagen. Es liegt also etwas weiter links als das Maximum der Verteilung. Wie bereits erwähnt ragt es hier aus der Verteilung raus. Es ist also zu vermuten, dass Abtasteffekte nicht die alleinige Ursache für dieses Maximum sind, sondern eine Periodizität vorhanden ist. In diesem Fall läge vermutlich eine Kombination von Abtasteffekten und dem Einfluss eines periodischen Signals vor. Vermutlich läge die Periode an der Stelle, wo sich die größte Abweichung zwischen der Kurve und der Verteilung nach oben befindet. Das ist bei etwa 380 d der Fall.

Die Vereinbarkeit von $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ mit der EF von PKS 0447-439 wird getestet, indem Anhand der Verteilung der negative Log-Likelihood-Wert der EF von PKS 0447-439 berechnet wird. Dasselbe wird für 4.000 simulierte $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ -Lichtkurven getan, deren negativen Log-Likelihood-Werte als Teststatistik Verwendung finden. Dies ist in Abb. 4.7 (1b) dargestellt. Der eingezeichnete Wert

von PKS 0447-439 liegt am Rand der Verteilung: 99,42% der simulierten EF haben einen kleineren Log-Likelihood-Wert, d.h. sie passen besser. Das entspricht in Standardabweichungen ausgedrückt $2,5\sigma$. $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ ist demnach mit entsprechender Signifikanz ausgeschlossen.

Analog wird dieser Test für die EF mit einer linearen Abtastung in logarithmischer Skala (log-lineare Abtastung) gemacht. Dabei werden 100 τ -Werte pro Dekade berechnet. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.7 (2a, 2b) dargestellt. Die EF der PKS 0447-439-Lichtkurve stimmt gut mit der simulierten Verteilung überein – bis auf die größte Abweichung bei etwa 380 d. Im Vergleich zur linearen Abtastung gibt es bei kleinen Zeitskalen mehr EF-Werte als auf großen. Deshalb fällt diese Abweichung hier weniger stark ins Gewicht. Es gibt keine deutlichen Abweichungen bei kleineren Zeitskalen. Die Güte der Anpassung zeigt, dass nur 86,40% der simulierten negativen Log-Likelihood-Werte kleiner sind. Somit schließt dieser Test $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ nicht signifikant aus.

Vorwärtsfaltung mit der SF und dem LSP: Es wird nun eine Hypothese getestet, bei der eine Periodizität vorhanden ist. Sie lautet:

H_{\sin} : Die PKS 0447-439-Lichtkurve ist log-normales Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten β , dem eine Sinusfunktion mit der Periode P und der Amplitude A überlagert ist.

Das Verfahren wird in Abschnitt 3.4, S. 87 ff. detailliert beschrieben. Für A wird der Bereich 0,5, 1,0, ..., 3,5 mJy abgetastet. Beim größten Wert für A wird die gesamte Varianz der Lichtkurve durch den Sinusanteil erzeugt. Die Periode wird um den mutmaßlichen Wert von 380 d in dem Bereich $P = 355, 360, \dots, 410$ d abgetastet. Weil nur kleine Veränderungen von β erwartet werden, ist der Bereich mit $\beta = 1,4; 1,5; \dots; 1,7$ klein gehalten, um den Rechenaufwand im Rahmen zu halten.

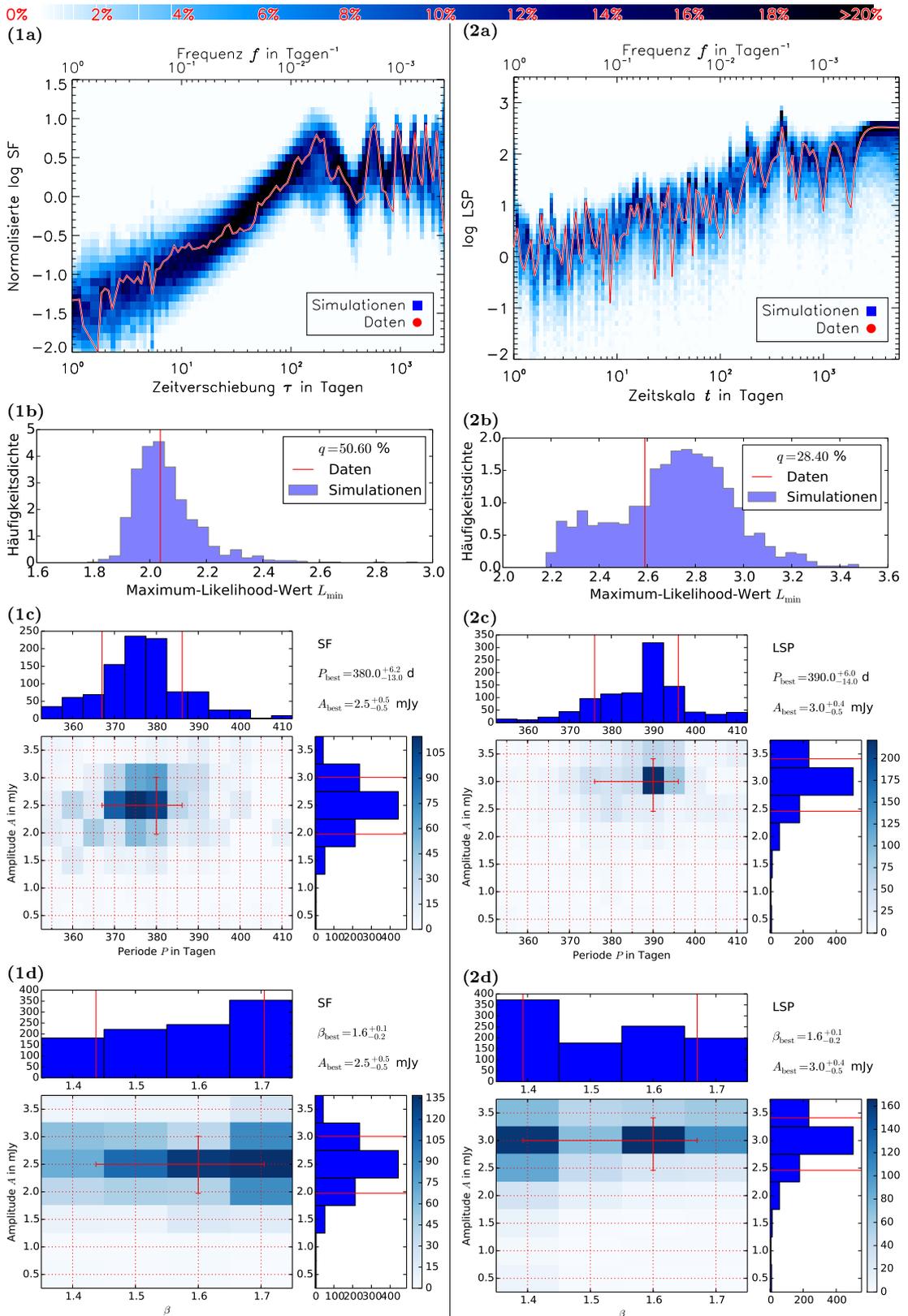


Abbildung 4.8: Ergebnisse der Vorwärtsfaltung für ein log-normales Potenzgesetzrauschen mit überlagelter Sinusfunktion (H_{sin}) mit der SF (1a-d) und dem LSP (2a-d). a: Wahrscheinlichkeitsverteilung (blaue Farbskala) der Werte simulierter Lichtkurven mit den am besten passenden Parametern zusammen mit dem Ergebnis der PKS 0447-439-Lichtkurve. b: Verteilung der Maximum-Likelihood-Werte simulierter Lichtkurven (blaue Verteilung) und der Wert für PKS 0447-439 (senkrechte Linie). c: Verteilung der gemessenen Werte für A und P simulierter Lichtkurven um die tatsächlichen (rotes Kreuz). In den Randverteilungen (blaue Histogramme) sind die daraus berechneten 1σ -Unsicherheiten dargestellt (rote Linien). d: Wie c nur für die Parameter A und β .

Die Ergebnisse sind in Abb. 4.8 (1a-1d) für die SF und unter (2a-2d) für das LSP dargestellt. Für die SF ist die am besten passende Periode 380 d, für das LSP 390 d. Das entspricht ungefähr der Stelle, bei dem die Abweichung der EF von den Simulationen bei $H_{\log n}$ am größten ist. Der am besten passende Wert für β ändert sich nicht, sondern bleibt bei $\beta = 1,6$. Die Amplitude wird mit 2,5 mJy (SF) bzw. 3,0 mJy (LSP) ähnlich hoch angepasst. Die SF und das LSP fügt sich sehr gut in die simulierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen (1a bzw. 2a). Bei der SF gibt es wie erwartet sehr ausgeprägte Minima bei ganzen Vielfachen von etwa 380 d. Beim LSP dominiert ein Maximum bei $f = (398 \text{ d})^{-1}$.

Die Verteilungen simulierter Messwerte für P und A zeigen, dass die SF und das LSP diese Parameter mit ähnlicher Genauigkeit messen. Aus den marginalisierten Verteilungen werden die 1σ -Fehler bestimmt, und das ergibt

$$\text{SF} : A = 2,5 \pm 0,5 \text{ mJy}; P = 380_{-13,0}^{+6,2} \text{ d}$$

und

$$\text{LSP} : A = 3,0_{-0,5}^{+0,4} \text{ mJy}; P = 390_{-14,0}^{+6,0} \text{ d}.$$

Die Unterschiede in den Werten sind mit den statistischen Messfehlern vereinbar. Die Fehlergrenzen von β liegen bei beiden Methoden am Rand des abgetasteten Parameterraumes und sind somit unterschätzt.

Der Test für die Anpassungsgüte zeigt, dass nur 50,6% (SF) bzw. 28,4% (LSP) der simulierten negativen Log-Likelihood-Werte L_{\min} kleiner (besser) sind, als der Wert für PKS 0447-439. H_{\sin} ist demnach nicht zu verwerfen, sondern als kompatibel anzusehen. Für die SF ist das eine deutliche Verbesserung gegenüber $H_{\log n}$, die mit der SF zu 98,8% ausgeschlossen ist (siehe oben).

Vorwärtsfaltung mit der EF: Analog zum Vorgehen mit der SF und dem LSP wird eine Periodizität mit der EF gesucht, wobei hier $\beta = 1,6$ festgelegt ist. Es wird also die Hypothese getestet:

$H_{\sin}^{\beta=1,6}$: Die PKS 0447-439-Lichtkurve ist log-normales Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten $\beta = 1,6$, dem eine Sinusfunktion mit der Periode P und der Amplitude A überlagert ist.

Das Verfahren wird in Abschnitt 3.4, S. 93 ff. detailliert beschrieben. Das EF wird dazu einmal mit Werten für τ in linearer Skala und einmal in log-linearer Skala gleichmäßig abgetastet. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.9 dargestellt. Die am besten passende Periode ist in beiden Fällen $P = 385 \text{ d}$, was zwischen den beiden Ergebnissen der SF und des LSP liegt und mit ihnen kompatibel ist. Die Amplitude wird in beiden Fällen zu 2,5 mJy abgeschätzt, was mit den Ergebnissen der SF bzw. des LSP übereinstimmt bzw. vereinbar ist.

Die simulierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen haben bei ganzen Vielfachen von P eine starke Verbreiterung. Im Vergleich zur Verteilung bei reinem Potenzgesetzrauschen, verschwindet das an dieser Stelle befindliche Minimum, dass durch Abtasteffekte verursacht wurde. Die Kurve für den PKS 0447-439-Datensatz liegt nun gänzlich in der Verteilung, d.h. es gibt keine Stelle, wo sie in einen Bereich hinausragt, bei dem die Wahrscheinlichkeit weniger als 1% ist.

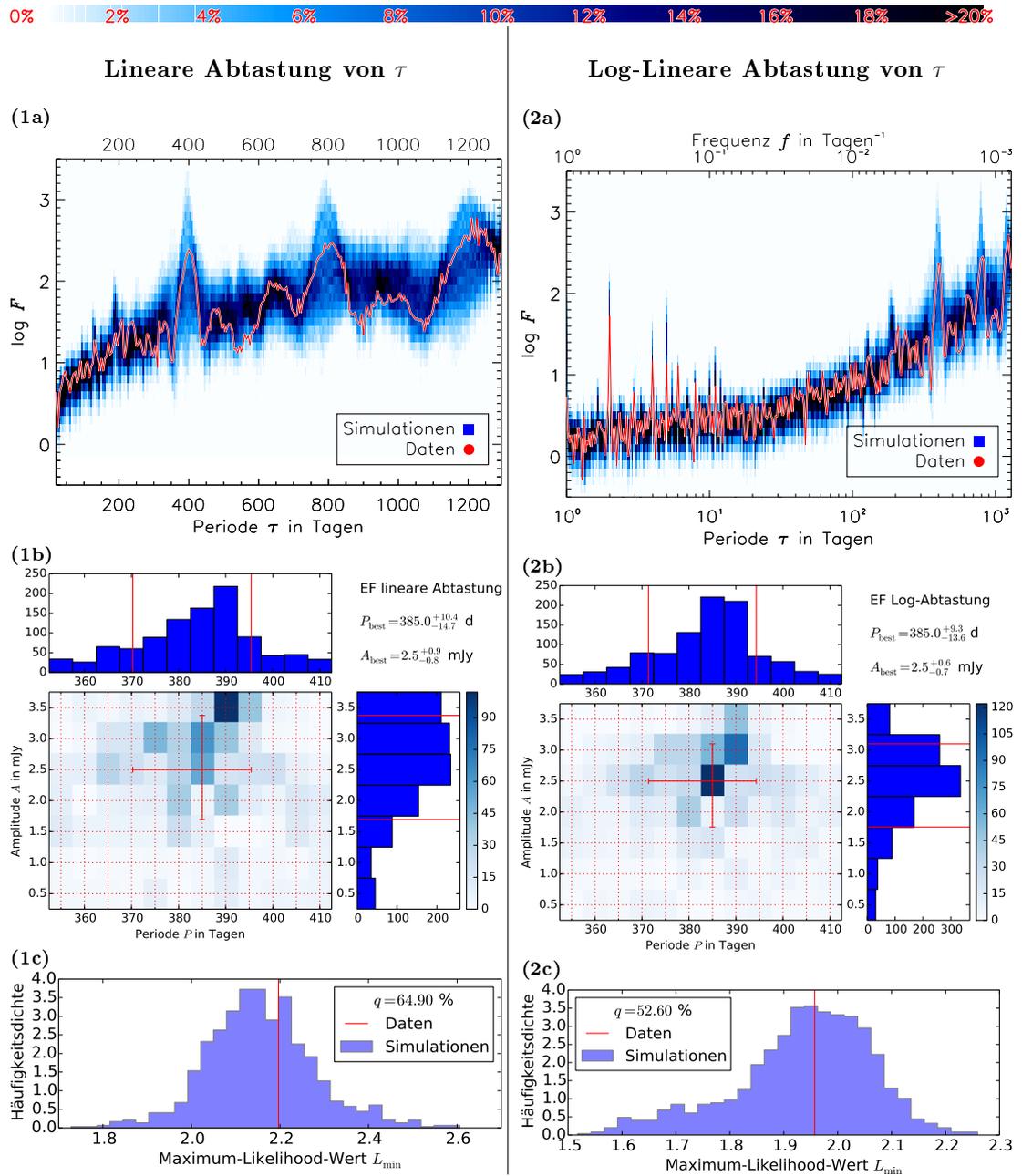


Abbildung 4.9: Ergebnisse der Vorwärtsfaltung für ein log-normales Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,6$ und überlagerter Sinusfunktion ($H_{\text{sin}}^{\beta=1,6}$) mit der EF mit linearer Abtastung (1a-c) und log-Linearer Abtastung (2a-c). a: Die EF der PKS 0447-439-Lichtkurve ist als rote Kurve dargestellt, die Verteilung der EF-Werte simulierter Lichtkurven mit den am besten passenden Parametern ist mit der blauen Farbskala dargestellt. b: Verteilung der gemessenen Parameter simulierter Lichtkurven um die tatsächlichen (rotes Kreuz). In den Randverteilungen (blaue Histogramme) sind die daraus berechneten 1σ -Unsicherheiten dargestellt (rote Linien). c: Verteilung der Maximum-Likelihood-Werte simulierter Lichtkurven mit dem Wert für PKS 0447-439 (senkrechte Linie).

Die Unsicherheiten auf P und A sind bei der linearen Abtastung etwas größer,

als bei der log-linearen. Es ergibt sich für die lineare Abtastung:

$$P = 385_{-14,7}^{+10,4} \text{ d}; A = 2,5_{-0,8}^{+0,9} \text{ mJy},$$

wobei die obere Fehlergrenze für A vermutlich unterschätzt ist, weil sie am Rande des Parameterraumes liegt. Für die log-lineare Abtastung ergibt sich:

$$P = 385_{-13,6}^{+9,3} \text{ d}; A = 2,5_{-0,7}^{+0,6} \text{ mJy}.$$

Die Anpassungsgüte ist in beiden Fällen so gut, dass nur 64,9% bzw. 52,6% der simulierten L_{\min} -Werte kleiner (besser) sind, als der für PKS 0447-439. Demnach ist $H_{\sin}^{\beta=1,6}$ kompatibel, während $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ von der EF bei linearer Abtastung mit 99,42% ausgeschlossen ist (siehe oben).

Zusammenfassung der Ergebnisse: Die Ergebnisse für beide Hypothesen sind in Tab. 4.2 zusammengefasst. Das LSP ist hier durch die Abtasteffekte nicht dazu geeignet, eine Periodizität in Form einer Sinus-Komponente zu detektieren. Zwar sind die gemessenen Werte für die Periode und Amplitude kompatibel mit den der anderen Methoden, jedoch ist die Anpassungsgüte sowohl bei $H_{\log n}$ als auch bei H_{\sin} so gut, dass keine der beiden Hypothesen verworfen wird.

Die SF hingegen schließt $H_{\log n}$ mit $2,2\sigma$ aus, während H_{\sin} mit der PKS 2005-489-Lichtkurve kompatibel ist. Bei der EF mit linearer Abtastung ist dies sogar mit $2,5\sigma$ der Fall.

Beide Hypothesen sind nach der EF mit der log-linearen Abtastung nicht zu verwerfen. Ihre Likelihood-Funktion ist von kleineren Zeitskalen dominiert, weil dort die meisten Faktoren eingehen. Sie ist deshalb weniger auf eine mutmaßliche Periodizität mit $P = 385 \text{ d}$ sensitiv.

Methode	$H_{\log n}$		H_{\sin}			
	β	q	β	P/d	A/mJy	q
SF	$1,6_{-0,16}^{+0,14}$	98,8%	* $1,6_{-0,2}^{+0,1}$	$380_{-13,0}^{+6,2}$	$2,5 \pm 0,5$	50,6%
LSP	$1,3_{-0,16}^{+0,27}$	21,775%	* $1,6_{-0,2}^{+0,1}$	$390_{-14,0}^{+6,0}$	$3,0_{-0,5}^{+0,4}$	28,4%
EF-Log	**1,6	86,40%	**1,6	$385_{-13,6}^{+9,3}$	$2,5_{-0,7}^{+0,6}$	52,6%
EF-Lin	**1,6	99,42%	**1,6	$385_{-14,7}^{+10,4}$	$2,5_{-0,8}^{+0,9}$	64,9%
MFVF	$1,6_{-0,14}^{+0,13}$	96,15%	–	–	–	–

Tabelle 4.2: Ergebnisse der Charakterisierung der PKS 0447-439-Lichtkurve als log-normales Potenzgesetzrauschen ($H_{\log n}$) und mit einer überlagerten Sinusfunktion (H_{\sin}). β ist der Index des Potenzgesetzes der SLD. q ist das Quantil simulierter Lichtkurven, die besser zur jeweiligen Hypothese passen. P ist die Periode der überlagerten Sinusfunktion, und A ist die dazugehörige Amplitude. Ein Sternchen *: Die Fehler auf β sind bei der Anpassung von H_{\sin} wahrscheinlich unterschätzt. Zwei Sternchen **: Bei der Anpassung mit dem EF wurde β auf den Wert festgelegt, der mit der SF gemessen wurde. Die MFVF wird nicht für die Anpassung von H_{\sin} verwendet.

Anpassung der Phase: Es ergibt sich also, dass log-normales Potenzgesetzrauschen mit einer überlagerten Sinusfunktion eine gute Beschreibung der Variabilität von PKS 0447-439 ist. Es wird deshalb diese Periodizität weiter untersucht. Dabei wird angenommen, dass $H_{\sin}^{\beta=1,6}$ wahr ist. Ziel ist es nun, die Phase φ_0 des Sinus zu bestimmen, um schließlich den Sinus-Anteil und den Potenzgesetzrauschen-Anteil zu separieren. Die Periode und Amplitude der Sinusfunktion sind aus der vorhergehenden Analyse bekannt. Die intrinsische PKS 0447-439-Lichtkurve $F(t)$ ist also eine Superposition

$$F(t) = x(t) + A \sin\left(2\pi \frac{t}{P} + \varphi_0\right), \quad (4.1)$$

wobei $x(t)$ log-normales Potenzgesetzrauschen nach $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ ist. Es wird nun der Wert von φ_0 gesucht, bei dem

$$x(t) = F(t) - A \sin\left(2\pi \frac{t}{P} + \varphi_0\right), \quad (4.2)$$

möglichst log-normales Potenzgesetzrauschen ist. Dazu wird für die Phasen

$$\frac{\varphi_0}{2\pi} = \frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \dots, \frac{100}{100}$$

$x(t)$ berechnet. Die Periode und Amplitude sind dabei auf $P = 385$ d und $A = 2,5$ mJy festgelegt. Für jede getestete Phase wird die EF von $x(t)$ mit linearer Abtastung berechnet. Für jede EF wird die Likelihood anhand der Wahrscheinlichkeitsverteilung berechnet, die aus simulierten EF von $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ (log-normales Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,6$) gebildet wurde. Bei der Phase, bei der die Likelihood am besten ist, ist $x(t)$ mit größter Mutmaßlichkeit log-normales Potenzgesetzrauschen.

Es ergibt sich als bester Wert $\varphi_0 = 0,15 \cdot 2\pi$, wenn t als MJD angegeben wird. Somit finden sich Maxima an den Stellen, wo

$$2\pi \left(\frac{t}{P} + 0,15\right) = 2\pi \left(n + \frac{1}{4}\right)$$

gilt mit $n \in \mathbb{Z}$. Daraus folgt

$$t = P(n + 0,1)$$

In dem Zeitraum der Lichtkurve sind diese Maxima bei MJD 53.169, 53.554, 53.939, 54.324, 54.709, 55.094 und 55.479 Tagen.

In Abb. 4.10 a ist die EF von der Sinus-bereinigten Lichtkurve $x(t)$ dargestellt. Die Farbskala zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von simulierten $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ -Lichtkurven. Die EF fügt sich gut in die Verteilung. Der größte Ausreißer liegt bei etwa 320 d. Darunter (b) ist die Verteilung negativer Log-Likelihood-Werte von simulierten $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ -Lichtkurven. Der entsprechende Wert für $x(t)$ liegt in der Verteilung. Das Quantil von $q = 31,33\%$ simulierter Lichtkurven hat einen kleineren negativen Log-Likelihood-Wert. Demnach ist $x(t)$ mit $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ kompatibel.

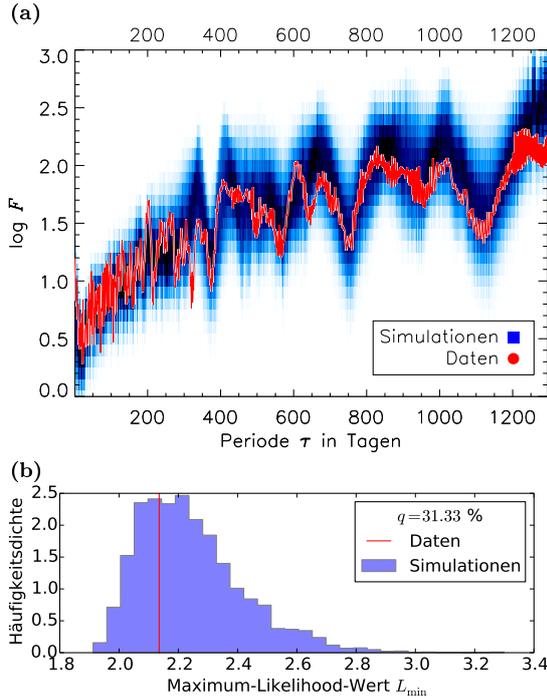


Abbildung 4.10: Entfernen der Sinuskomponente. a: Verteilung der EF-Werte von simulierten $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ -Lichtkurven (blaue Farbskala) mit der EF (rote Kurve) von $x(t)$ für die Phase $\varphi_0 = 0,15 \cdot 2\pi$, bei der der negative Log-Likelihood-Wert am kleinsten (besten) ist, womit die PKS 0447-439-Lichtkurve mit größter Mutmaßlichkeit von der Sinus-Komponente bereinigt ist. b: Verteilung negativer Log-Likelihood-Werte simulierter $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ -Lichtkurven zusammen mit dem negativen Log-Likelihood-Wert für $x(t)$ für die angepasste Phase.

In Abb. 4.11 ist der negative Log-Likelihood-Wert in Abhängigkeit von φ_0 dargestellt. Die Funktion ist glatt und hat wie bereits erwähnt ein Minimum bei $0,15 \cdot 2\pi$ (und $(1+0,15) \cdot 2\pi$). Der negative Log-Likelihood-Wert der originalen Lichtkurve ist ebenso eingezeichnet. Alle Werte für φ_0 , bei denen der negative Log-Likelihood-Wert unterhalb dieses Wertes liegt, verbessern also die Güte der Anpassung an $H_{\log n}^{\beta=1,6}$. Ebenso verschlechtern die Werte oberhalb dieses Wertes die Güte der Anpassung.

Es lassen sich also Werte für φ_0 mit einer gewissen Signifikanz ausschließen. So ist an der Stelle $\varphi_0 = 0,68 \cdot 2\pi$ der negative Log-Likelihood-Wert mit 3,67 am größten (schlechtesten). Keine der 4.000 simulierten $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ -Lichtkurven hat einen so großen oder größeren Wert, wie an Abb. 4.10 b abgelesen werden kann. D.h. bei dieser Einstellung für φ_0 ist $x(t)$ mit mehr als $1 - 1/4.000 = 99,975$ prozentiger Wahrscheinlichkeit keine $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ -Lichtkurve.

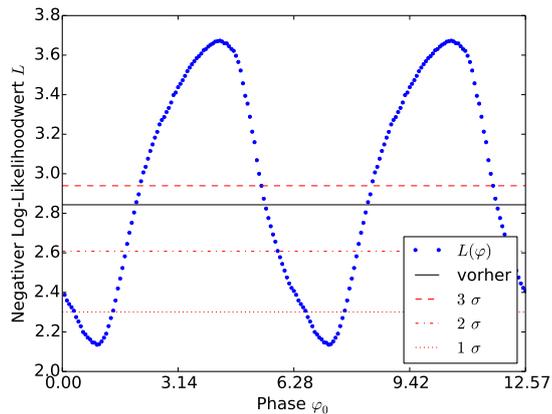


Abbildung 4.11: Negativer Log-Likelihood-Wert von $x(t)$ bei der Wahrscheinlichkeitsverteilung von $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ in Abhängigkeit von der Phase φ_0 (blaue Kreisscheiben). Die schwarze horizontale durchgezogene Linie ist der negative Log-Likelihood-Wert für die PKS 0447-439-Lichtkurve $F(t)$, bei der keine Sinuskomponente entfernt wurde. Die roten horizontalen gestrichelten Linien markieren die Grenzen der 1, 2 und 3 σ -Konfidenzintervalle (von unten nach oben) der Likelihood-Werte simulierter $H_{\log n}$ -Lichtkurven. Werte über diesen Grenzen sind bei einer $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ -Lichtkurve entsprechend unwahrscheinlich.

Entsprechend lassen sich aus dieser Verteilung Konfidenzintervalle ermitteln. Es werden die Stellen gesucht, bei denen 68,27%, 95,45% 99,73% der simulierten Werte kleiner (besser) sind. Diese Grenzen markieren die 1σ , 2σ bzw. 3σ Konfidenzen. Werte für φ_0 , bei denen der negative Log-Likelihood-Wert diese Grenzen überschreitet sind mit entsprechender Signifikanz ausgeschlossen. Die Grenzen sind als rote gestrichelte Linien in Abb. 4.11 eingezeichnet. So ist die Likelihood bei $0,05 < \frac{\varphi_0}{2\pi} < 0,22$ innerhalb des 1σ -Konfidenzintervalls, d.h. alle φ_0 -Werte außerhalb dieses Bereichs haben eine schlechtere Likelihood als 68,27% der simulierten $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ -Lichtkurven und sind mit 1σ ausgeschlossen. Damit ergibt sich mit diesen Grenzen der 1σ -Fehler auf die Phase, so dass sich schließlich $\frac{\varphi_0}{2\pi} = 0,15_{-0,10}^{+0,07}$ ergibt.

In Abb. 4.12a ist das Phasogramm der PKS 0447-439-Lichtkurve mit $P = 385$ d dargestellt. Dies erhält man, indem man Die Flusswerte gegen die Phase aufträgt, die durch

$$\frac{2\pi}{P} (t \bmod P). \quad (4.3)$$

berechnet wird. Zusätzlich ist die Sinusfunktion eingezeichnet, die mit größter Mutmaßlichkeit Bestandteil der Lichtkurve ist. Maxima und Minima der Sinusfunktion stimmen mit dem Verlauf der Datenpunkte überein. Darunter (b) ist die Lichtkurve zusammen mit dem Sinus-Anteil und dem Anteil von Potenzgesetzrauschen dargestellt.

Somit lässt sich zusammenfassen, dass die Variabilität von PKS 0447-439 kompatibel zu log-normalem Potenzgesetzrauschen ist, dem eine Sinusfunktion der Periode $P = 385$ d und der Amplitude $A = 2,5$ mJy überlagert ist. Letztere hat ihre Maxima bei $53,169_{-27}^{+39} + n \cdot 385$ Tagen.

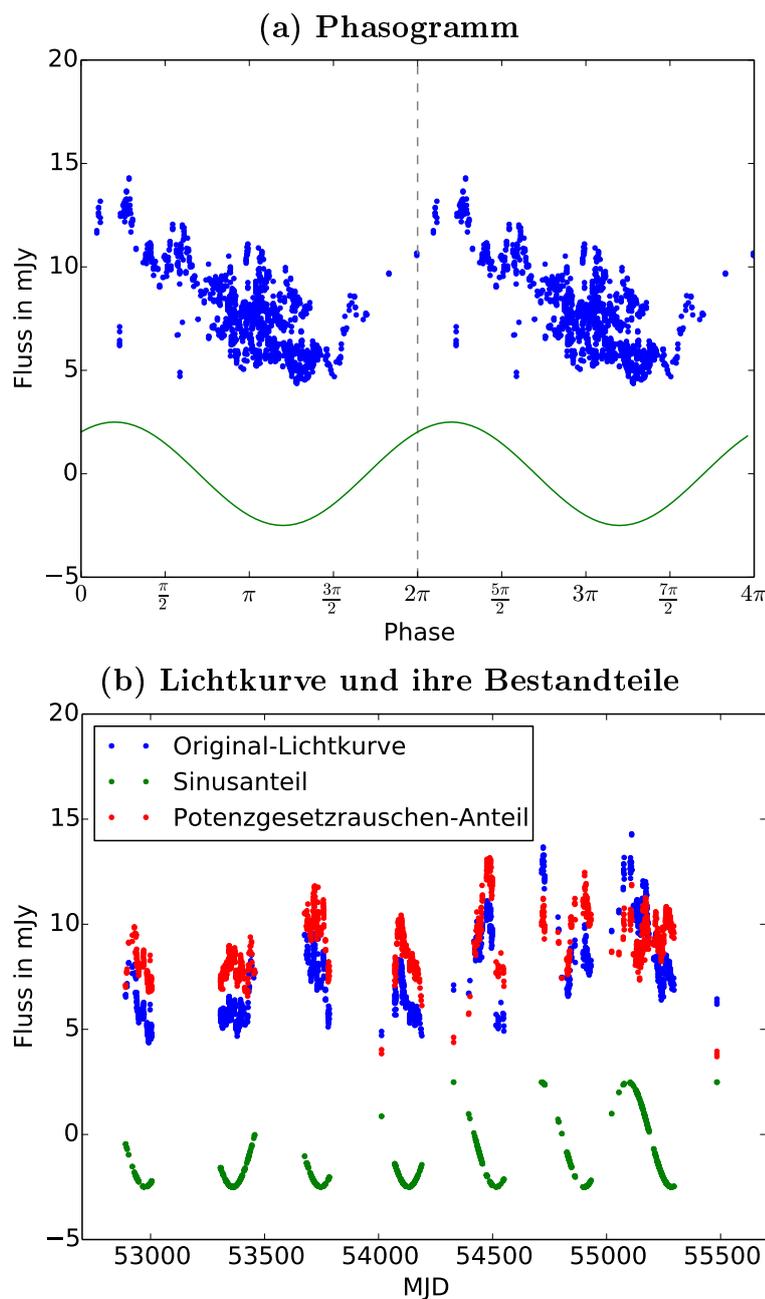


Abbildung 4.12: a: Phasogramm der PKS 0447-439-Lichtkurve (blaue Kreisscheiben) zusammen mit der Sinusfunktion mit den am besten passenden Parametern (grüne Kurve). b: Lichtkurve von PKS 0447-439 (blau) mit dem Sinusanteil (grün) und die Differenz beider (rot), die mit größter Mutmaßlichkeit $H_{\log n}^{\beta=1,6}$ (log-normales Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,6$ ohne Periodizität) ist.

4.2 Optische Lichtkurve von PKS 2005-489

Als letztes wird in dieser Arbeit das BL-Lacertae-Objekt PKS 2005-489 im R-Band untersucht. PKS 2005-489 wurde vom *Parkes*-Observatorium als Radioquelle bei 2,7 GHz entdeckt (Wall *et al.*, 1975). Später wurde es als eines der hellsten BL-Lacertae-Objekte mit einer Helligkeit von 13^{mag} im V-Band

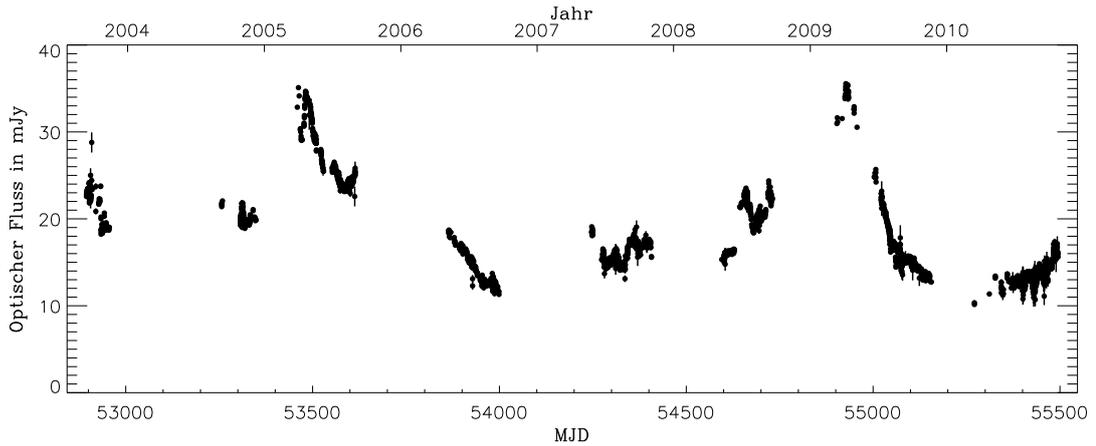


Abbildung 4.13: Optische R -Band-Lichtkurve von PKS 2005-489 gemessen mit ROTSE.

identifiziert. Es wurde eine Variabilität im optischen Band und UV-Band festgestellt. Die SEV in diesen Bändern ist glatt und lässt sich mit einem Potenzgesetz beschreiben. Es gibt keine Emissionslinien und nur sehr schwache Absorptionslinien (Wall *et al.*, 1986). Die Rotverschiebung wurde als $z = 0,071$ bestimmt (Falomo *et al.*, 1987). Dominici *et al.* (2004) konnten eine Variabilität im Röntgenbereich feststellen, im Optischen entdeckten sie eine Variabilität auf Zeitskalen von einigen Tagen bis hin zu Jahren. Die Emission sehr hochenergetischer Gammastrahlung wurde von Aharonian *et al.* (2005) mit H.E.S.S. entdeckt. Beobachtungen über einen Zeitraum von vier Jahren konnten jedoch keine Variabilität dieser Emission auflösen (Acero *et al.*, 2010). Sandrinelli *et al.* (2016) untersuchten den optischen Fluss auf eine Periodizität. Dabei wurde als Nullhypothese rotes Rauschen in Form eines Schrotrauschens (Englisch: shot noise) angenommen und das LSP der Lichtkurve auf die Vereinbarkeit mit der Nullhypothese untersucht. Es wurden dabei Hinweise auf Periodizitäten mit 693 ± 74 d, 381 ± 48 d und 93 ± 1 d gefunden, die jedoch als nicht signifikant bewertet wurden.

In der Bachelorarbeit Plath (2011), die im Rahmen dieser Arbeit betreut wurde, wird eine etwa 25 Jahre lange Lichtkurve bestehend aus Beobachtungen mit ROTSE und veröffentlichten Beobachtungen als Potenzgesetzrauschen charakterisiert (siehe Anhang A.1). Mit dem in Abschnitt 3.1 beschriebenen Verfahren wurde $\beta = 1,8_{-0,2}^{+0,1}$ am genauesten mit der MFVF gemessen. Die Ergebnisse der anderen Methoden sind damit vereinbar. Die Hypothese wird jedoch mit 99,88% ausgeschlossen. Auch eine Erweiterung der Hypothese analog zu Abschnitt 3.3.1, bei der es eine Frequenz gibt, unterhalb der die SLD zu einem konstanten Verlauf umbricht, brachte keine Verbesserung der Anpassung. Eine einfache Suche nach Periodizitäten ergab einen Hinweis auf eine Periodizität von etwa 300 d.

Die ROTSE-Lichtkurve von PKS 2005-489 wird hier mit der Analysekette untersucht, deren Schritte im Anhang C beschrieben werden. Sie wird auf die Kompatibilität mit Potenzgesetzrauschen mit einem normalen und einem lognormalen Verhalten hin getestet. Anschließend wird die Variabilitätsamplitude

in Abhängigkeit vom Flusszustand untersucht, um ein mögliches log-normales Verhalten weiter zu untermauern. Zuletzt wird eine mutmaßliche Periodizität von etwa 300 d untersucht.

Die ROTSE-Lichtkurve ist in Abb. 4.13 dargestellt. Sie ist 2.600 d lang und besteht aus 2.877 Beobachtungen. Wie auch die anderen ROTSE-Lichtkurven ist auch diese von teils periodischen Beobachtungslücken betroffen. Auch hier treten große Schwankungen auf großen Zeitskalen auf, die mit kleineren Schwankungen auf kleineren Zeitskalen überlagert sind. Der Fluss schwankt in einem Jahr zwischen 10 und 36 mJy. Im Vergleich zu den ROTSE-Lichtkurven von PKS 2155-304 und PKS 0447-439 ist sie vergleichsweise glatt. Offenbar dominieren die langsamen großen Schwankungen die kleinen schnellen bei dieser Quelle stärker als bei den anderen. Es ist deshalb zu erwarten, dass die Charakterisierung von Potenzgesetzrauschen einen größeren Wert für β liefert als bei den anderen Quellen. Besonders auffällig sind die zwei Maxima im Abstand von etwa vier Jahren, die augenscheinlich eine ähnliche Form haben ².

Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen

Die Charakterisierung als normales (H_{norm}) und log-normales Potenzgesetzrauschen (H_{logn}) erfolgt analog zu Abschnitt 3.1. Eine kurze Zusammenfassung findet sich auch in Abschnitt 4.1 bei der Charakterisierung der PKS 2005-489-Lichtkurve. Der Wertebereich für β wird hier mit $\beta = 0,8, 0,9, \dots, 2,8$ abgetastet.

SF: Die Ergebnisse der Anpassung für die SF sind in Abb. 4.14 dargestellt. Der am besten passende Parameter ist für beide Hypothesen $\beta_{\text{best}} = 1,8$. Die Verteilung der 4.000 simulierten SF sind für H_{norm} und H_{logn} kaum unterscheidbar. Letztere ist ein wenig breiter in den SF-Werten gestreut. Die SF der PKS 2005-489-Lichtkurve ragt in beiden Fällen deutlich aus den Verteilungen raus. So hat sie bei $\tau \approx 150$ und 500 d Maxima, an denen bei fünf bzw. drei Stellen die Wahrscheinlichkeit unter ein Prozent liegt. Zwischen den beiden Maxima liegt das Minimum bei etwa 300 d, was weiter unten zum Anlass genommen wird, nach einer Periodizität mit entsprechender Periode zu suchen.

Insgesamt ist der Verlauf der Kurve bis $\tau \approx 100$ d konvex, wobei die Verteilungen einen geraden Verlauf haben. Offenbar findet auf Zeitskalen $\tau \lesssim 50$ d weniger Variabilität statt, als für Potenzgesetzrauschen üblich ist – bei Zeitskalen $\gtrsim 100$ d dafür umso mehr. Das ist vereinbar mit dem Erscheinungsbild der Lichtkurve, die von Schwankungen auf großen Zeitskalen besonders dominiert ist und dadurch glatt erscheint.

Die negative Log-Likelihood-Funktion ist für beide Hypothesen glatt und hat ein Minimum bei $\beta = 1,8$. Zu größeren Werten von β ist die Steigung etwas geringer als zu kleineren. Das spiegelt sich auch in der Verteilung simulierter

²Die Lichtkurve ist nur etwa sieben Jahre lang, so dass bei einem periodischen Auftreten solcher Maxima nur zwei Zyklen beobachtet wären. Das reicht nicht aus, um eine solche Periodizität detektieren zu können. Es müssten eher drei oder mehr Zyklen beobachtet werden, um eine signifikante Abgrenzung von Potenzgesetzrauschen zu ermöglichen.

Messwerte für β wider. Sie läuft entsprechend zu größeren Werten von β langsamer aus. Die Unsicherheiten sind ${}_{-0,17}^{+0,16}$ für H_{norm} und ${}_{-0,19}^{+0,18}$ für H_{logn} .

Der negative Log-Likelihood-Wert der PKS 2005-489-SF ist sehr groß im Vergleich zu simulierten Werten für beide Hypothesen. Die SF stimmt also nicht gut mit den Simulationen überein. Der Wert liegt so weit am Rand der Verteilungen, dass H_{norm} mit 99,97% und H_{logn} mit 99,9% auszuschließen sind. In Standardabweichungen ausgedrückt entspricht das $3,4\sigma$ bzw. $3,1\sigma$.

MFVF: Die MFVF liefert dieselben Ergebnisse für β , wie die SF. Die Ergebnisse der Anpassung sind in Abb. 4.15 dargestellt. Die simulierten Verteilungen beider Hypothesen haben beide einen vergleichbaren Verlauf. Bei H_{logn} sind die MFVF-Werte an einigen Stellen breiter gestreut als bei H_{norm} . Die MFVF der PKS 2005-489-Lichtkurve liegt in der Verteilung, wobei auch hier die Werte zwischen etwa 20 und 100 d eher etwas zu klein und bei größeren Zeitskalen eher etwas zu groß sind.

Die negative Log-Likelihood-Funktion hat ein Minimum, das etwas schärfer als bei der SF erscheint. Auch hier gibt es eine leichte Asymmetrie in Form einer flacheren Steigung zu größeren β -Werten als zu kleineren.

Die Unsicherheiten sind mit $\pm 0,14$ und ${}_{-0,14}^{+0,15}$ nahezu symmetrisch. Die Güte der Anpassung liefert hier unterschiedliche Ergebnisse für beide Hypothesen. Während H_{norm} mit $q = 99,5\%$ (entspricht $2,6\sigma$) unwahrscheinlich ist, wird H_{logn} mit einem q -Wert von 83,9% nicht verworfen.

LSP: Das LSP liefert das ungenaueste Ergebnis. Wie in Abb. 4.16 zu sehen ist, hat die negative Log-Likelihood-Funktion bei beiden Hypothesen ein Minimum, das nur schwach zu größeren Werten hin ansteigt und dort teilweise von offenbar statistischen Schwankungen dominiert wird. Die absoluten Minima liegen an unterschiedlichen Stellen bei $\beta = 1,7$ für H_{norm} und $\beta = 1,5$ für H_{logn} .

Die Verteilungen simulierter LSP sind augenscheinlich identisch. Sie sind von schmalbandigen Strukturen dominiert und verzerrt. Bei etwa $(370 \text{ d})^{-1}$ gibt es ein besonders ausgeprägtes Minimum, wahrscheinlich aufgrund jährlich periodischer Beobachtungslücken. Das LSP der PKS 2005-489-Lichtkurve folgt der Verteilung. Bei etwa $(290 \text{ d})^{-1}$ hat sie ein lokales Maximum, an der die Wahrscheinlichkeit nur etwa 1% beträgt. Dies ist ein schwacher Hinweis für eine Periodizität mit entsprechender Frequenz, dem weiter unten nachgegangen wird.

Die Verteilung simulierter Ergebnisse ist bei H_{logn} etwas kompakter als bei H_{norm} , so dass die Unsicherheiten auf β in dem Fall kleiner abgeschätzt werden: Für H_{norm} ergibt sich $\beta = 1,7_{-0,33}^{+0,66}$ und für H_{logn} ergibt sich $\beta = 1,5_{-0,25}^{+0,46}$.

Die Güte der Anpassung ist in beiden Fällen zwar nicht gut, aber mit 94,97% ($1,6\sigma$) für H_{norm} und 92,9% ($1,4\sigma$) für H_{logn} kann keine der Hypothesen verworfen werden.

Zusammenfassung der Ergebnisse: Die Ergebnisse für beide Hypothesen und die drei Methoden sind in Tab 4.3 zusammengefasst. Die MFVF liefert hier das genaueste Ergebnis für β . Die SF schließt beide Hypothesen mit $> 99,9\%$ aus. Eine mögliche Ursache kann ein möglicherweise gebogener Verlauf der tatsächlichen SLD sein, was durch die gebogenen Verläufe der MFVF und der SF

angedeutet wird. Weiterhin könnte eine Periodizität die schlechte Anpassung verursachen, was weiter unten untersucht wird.

Methode	H_{norm}		H_{logn}	
	β_{best}	q	β_{best}	q
SF	$1,8_{-0,17}^{+0,16}$	99,97%	$1,8_{-0,19}^{+0,18}$	99,9%
MFVF	$1,8 \pm 0,14$	99,5%	$1,8_{-0,14}^{+0,15}$	83,9%
LSP	$1,7_{-0,33}^{+0,66}$	94,97%	$1,5_{-0,25}^{+0,46}$	92,9%

Tabelle 4.3: Ergebnisse der Anpassung der ROTSE-Lichtkurve von PKS 2005-489 an normales und log-normales Potenzgesetzrauschen mit dem LSP, der SF und der MFVF. β_{best} ist der mutmaßlich beste Wert für den Potenzgesetzindex der SLD. q ist das Quantil simulierter Lichtkurven, die nach der jeweiligen Methode besser zur jeweiligen Hypothese passen als die PKS 2005-489-Lichtkurve.

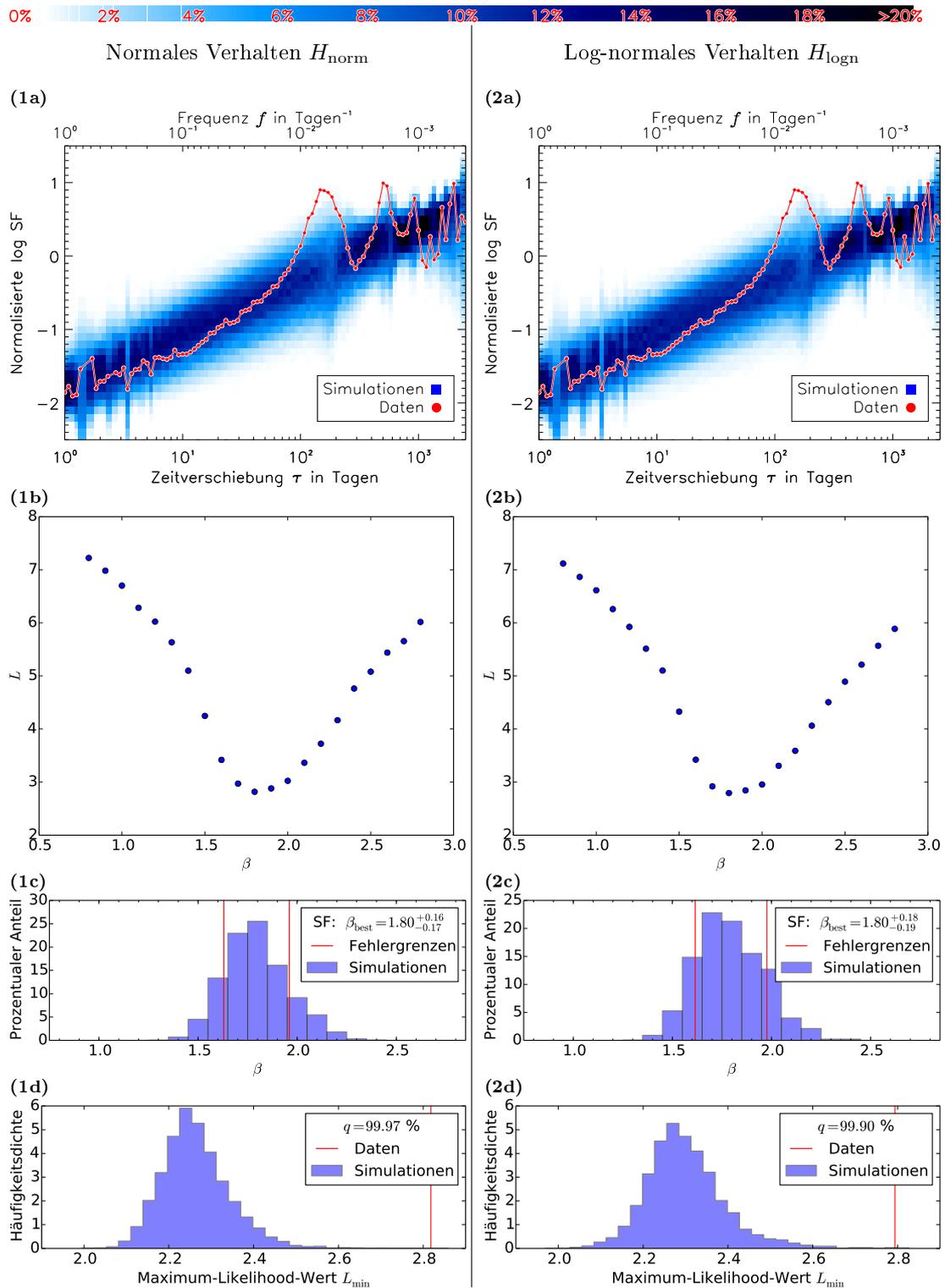


Abbildung 4.14: Anpassung von normalem (links, 1a-d) und log-normalem (rechts, 2a-d) Potenzgesetzrauschen an die PKS 2005-489-Lichtkurve mit der SF. a: SF (rot) und Verteilung der Werte für simulierte Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}} = 1,8$ (blau). b: negative Log-Likelihood-Werte in Abhängigkeit von β . c: Verteilung simulierter Messwerte für β bei Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}} = 1,8$ und sich daraus ergebene Unsicherheiten auf β_{best} (senkrechte Linien). d: Verteilung simulierter Maximum-Likelihood-Werte und der gemessene Wert (senkrechte Linie).

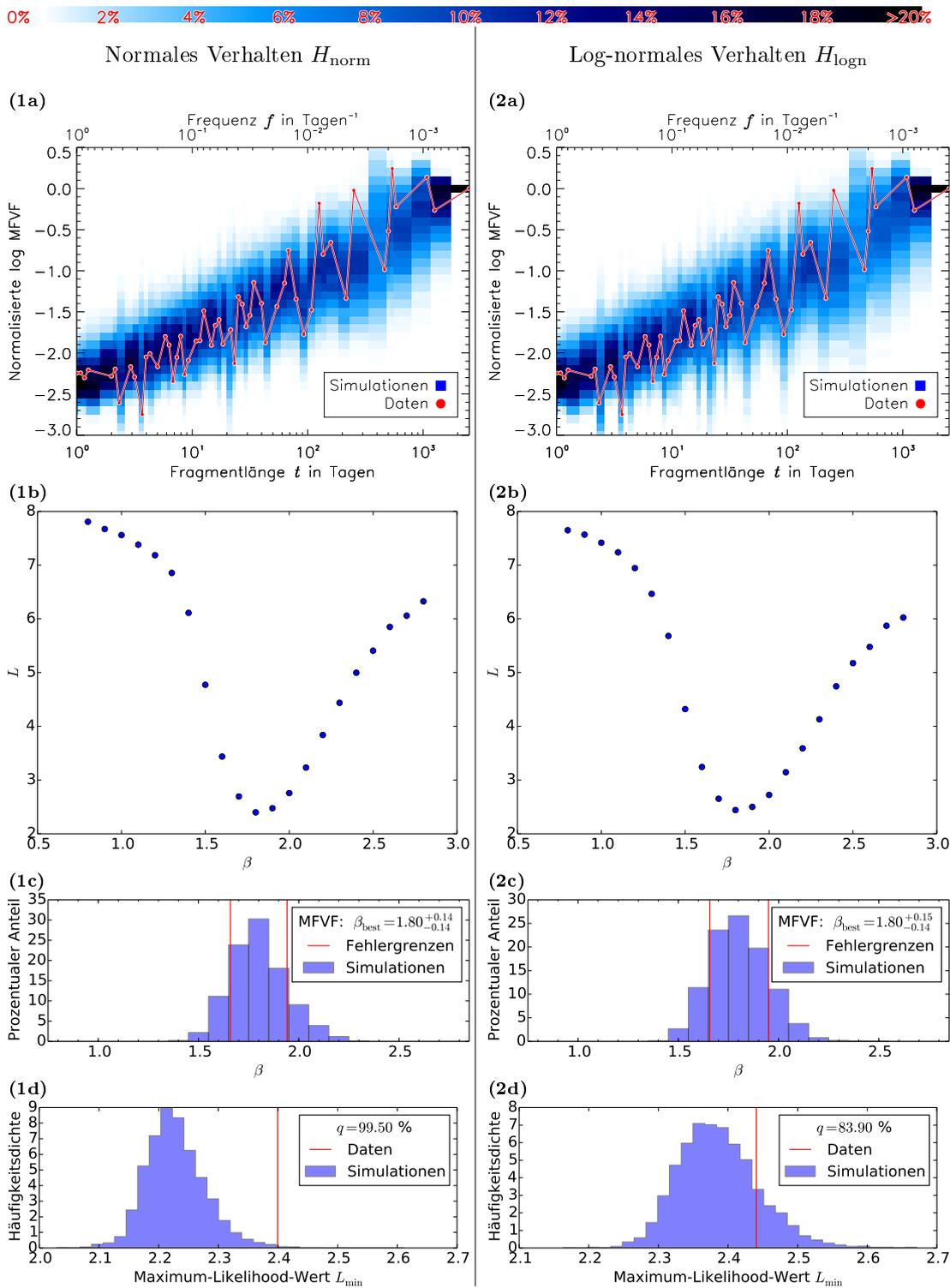


Abbildung 4.15: Anpassung von normalem (links, 1a-d) und log-normalem (rechts, 2a-d) Potenzgesetzrauschen an die PKS 2005-489-Lichtkurve mit der MFVF. a: MFVF (rot) und Verteilung der Werte für simulierte Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}} = 1,8$ (blau). b: negative Log-Likelihood-Werte in Abhängigkeit von β . c: Verteilung simulierter Messwerte für β bei Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}} = 1,8$ und sich daraus ergebene Unsicherheiten auf β_{best} (senkrechte Linien). d: Verteilung simulierter Maximum-Likelihood-Werte und der gemessene Wert (senkrechte Linie).

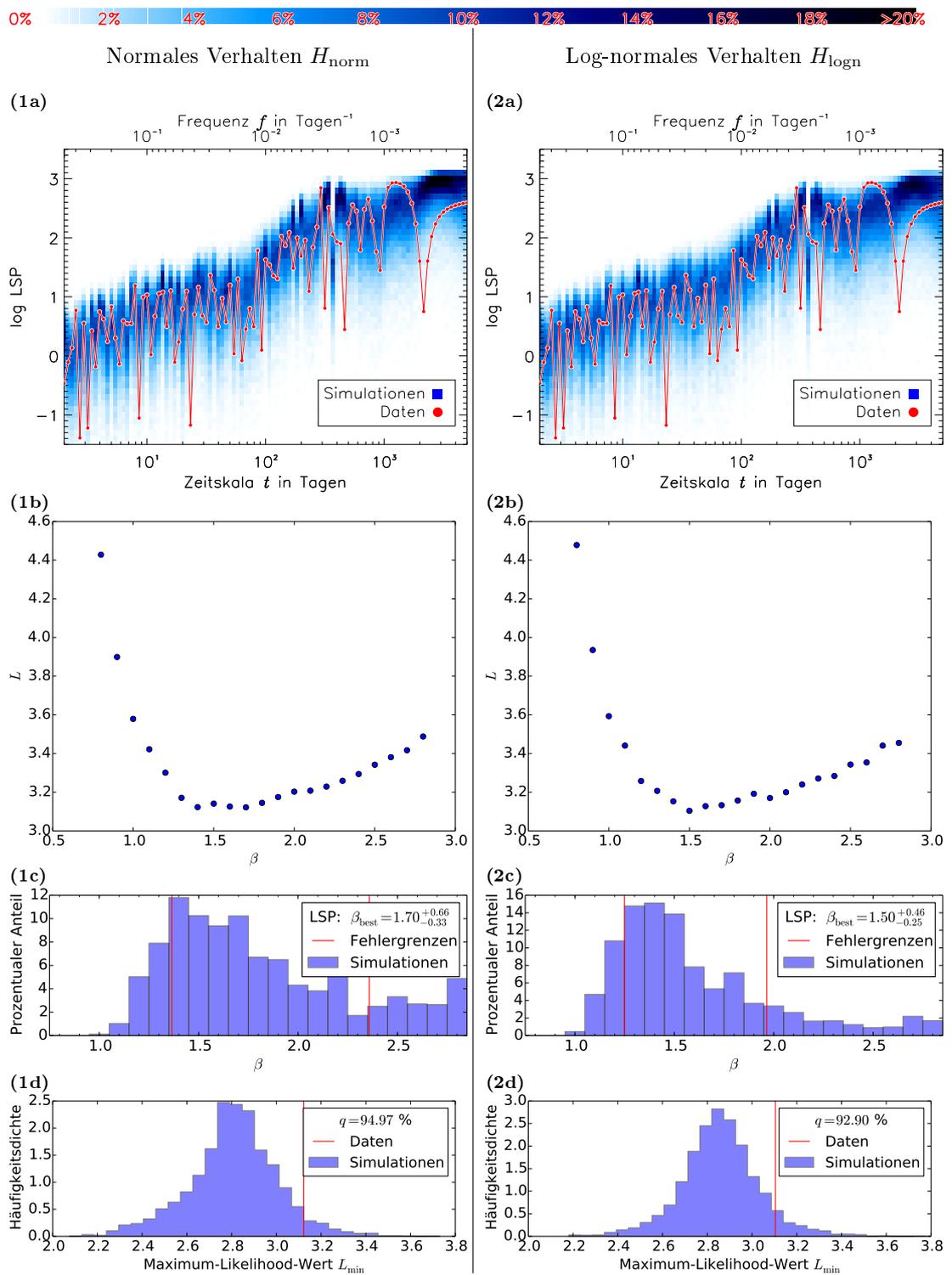


Abbildung 4.16: Anpassung von normalem (links, 1a-d) und log-normalem (rechts, 2a-d) Potenzgesetzrauschen an die PKS 2005-489-Lichtkurve mit dem LSP. a: LSP (rot) und Verteilung der Werte für simulierte Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}} = 1,7$ (blau). b: negative Log-Likelihood-Werte in Abhängigkeit von β . c: Verteilung der Werte für β bei Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}} = 1,7$ und sich daraus ergebende Unsicherheiten auf β_{best} (senkrechte Linien). d: Verteilung simulierter Maximum-Likelihood-Werte und der gemessene Wert (senkrechte Linie).

Flusszustandsabhängige Variabilität

Bei allen Methoden ist die Güte der Anpassung für ein log-normales Verhalten besser als für ein normales Verhalten. Dies wird im Folgenden explizit untersucht. Eine genaue Beschreibung des Verfahrens befindet sich in Abschnitt 3.2.1, hier wird es kurz zusammengefasst: Die Lichtkurve in Δt Intervalle der Länge Δt geteilt. Die Standardabweichungen und die Mittelwerte der Flüsse in den Intervallen werden auf eine lineare Korrelation hin untersucht. Dazu wird der Pearsonsche Korrelationskoeffizient berechnet und mit denen simulierter normaler und log-normaler Lichtkurven verglichen. Die simulierten Lichtkurven entsprechen den beiden Hypothesen:

$H_{\text{norm}}^{\beta=1,8}$: Die PKS 2005-489-Lichtkurve ist **normales** Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten $\beta = 1,8$.

$H_{\text{logn}}^{\beta=1,8}$: Die PKS 2005-489-Lichtkurve ist **log-normales** Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten $\beta = 1,8$.

Die Werte für β sind die Ergebnisse der Anpassungen mit der MFVF, übereinstimmend mit der SF.

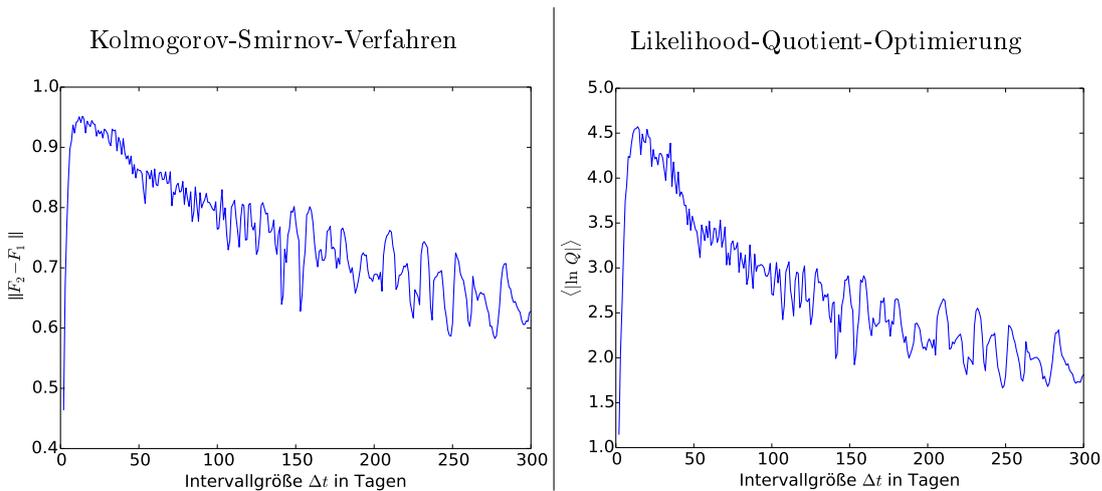


Abbildung 4.17: Optimierung der Intervallbreite Δt mit simulierten Verteilungen der Korrelationskoeffizienten für $H_{\text{norm}}^{\beta=1,8}$ und $H_{\text{logn}}^{\beta=1,8}$. Links: Separation der beiden simulierten Verteilungen in Abhängigkeit von Δt mit dem Kolmogorov-Smirnov-Verfahren. Rechts: Erwartungswert des Likelihood-Quotienten in Abhängigkeit von Δt .

Um die optimale Einstellung für Δt zu finden, werden für zwei Sätze von jeweils 4.000 simulierten Lichtkurven verschiedene Werte von $\Delta t = 1, 2, \dots, 300$ d ausprobiert. Für jedes Δt werden die Korrelationskoeffizienten k berechnet. Es ergibt sich für jeden Wert von Δt für beide Hypothesen jeweils eine Verteilung F_1 und F_2 von 4.000 Werten für k . Es wird der Wert für Δt gesucht, bei dem beide Verteilungen möglichst weit separiert sind. Ebenso wird der Wert für Δt gesucht, bei dem der Erwartungswert für den Likelihood-Quotienten extrem wird. Als Maß dafür werden $\|F_2 - F_1\|$ bzw. $\langle |\ln Q| \rangle$ maximiert, wobei Q der Likelihood-Quotient ist.

Diese Werte sind in Abb. 4.17 dargestellt. In beiden Fällen steigt die Kurve bei kleinen Werten steil an und hat ein absolutes Maximum bei $\Delta t = 14$ d, das die mutmaßlich beste Einstellung für die Intervallgröße Δt markiert, und fällt dann langsamer ab.

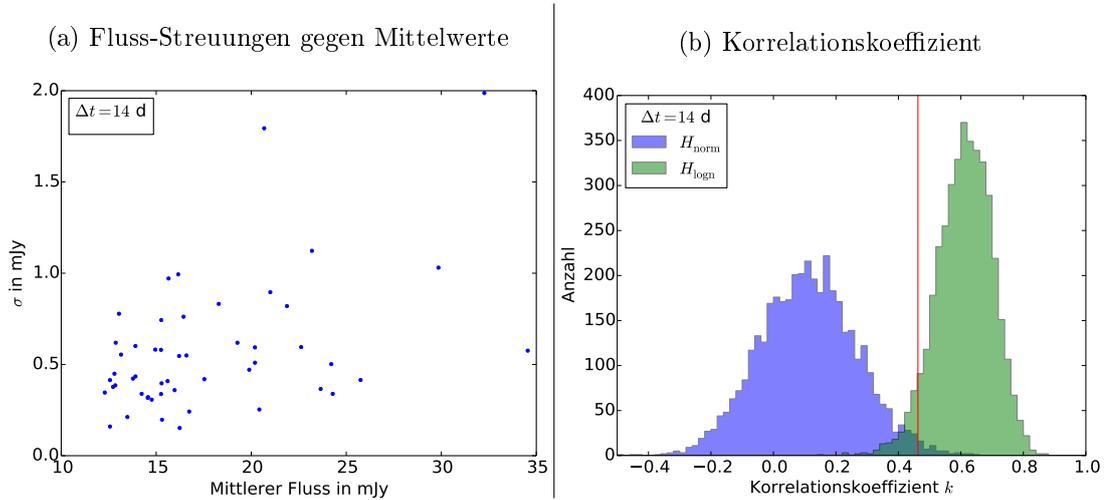


Abbildung 4.18: Flusszustandsabhängigkeit der Variabilitätsamplitude für die PKS 2005-489-Lichtkurve. (a) Streuung gegen Mittelwert der Flüsse bei Intervallen der Breite $\Delta t = 14$ d. (b) Simulierte Korrelationskoeffizienten für normales Verhalten $H_{\text{norm}}^{\beta=1,8}$ (blau) und log-normales Verhalten $H_{\text{logn}}^{\beta=1,8}$ (grün) zusammen mit dem Korrelationskoeffizienten $k_0 = 0,46$ der PKS 2005-489-Lichtkurve (senkrechte rote Linie).

Mit dieser Einstellung für $\Delta t = 14$ d wird fortgefahren. Die PKS 2005-489-Lichtkurve wird zerteilt und die Standardabweichungen und Mittelwerte der Flüsse berechnet. Sie sind in Abb. 4.18 a gegeneinander aufgetragen und erwecken den Anschein einer schwachen linearen Korrelation. Der Korrelationskoeffizient ist $k_0 = 0,46$.

Es werden neue Sätze von 4.000 Lichtkurven für $H_{\text{norm}}^{\beta=1,8}$ und $H_{\text{logn}}^{\beta=1,8}$ simuliert und die Werte für k mit $\Delta t = 14$ d berechnet. In Abb. 4.18 b sind die Verteilungen simulierter Werte von k für beide Hypothesen dargestellt. k_0 liegt an einer Stelle, an der sich beide Verteilungen überlappen. Dieser Wert ist für ein normales Verhalten verhältnismäßig hoch, so dass 98,65% der Werte dieser Hypothese kleiner sind. Das entspricht in Standardabweichungen ausgedrückt $2,2\sigma$. Andererseits ist er für ein log-normales Verhalten relativ klein, so dass 94,68% solcher k -Werte darüber liegen, was $1,6\sigma$ entspricht. Es gibt an dieser Stelle etwa fünfmal häufiger solche k -Werte bei einem log-normalen Verhalten als bei einem normalen Verhalten. Angenommen die PKS 2005-489-Lichtkurve entspricht einer der beiden Hypothesen, so ist ein log-normales Verhalten entsprechend wahrscheinlicher. Somit gibt es hier nur eine leichte Präferenz für $H_{\text{logn}}^{\beta=1,8}$ gegenüber $H_{\text{norm}}^{\beta=1,8}$. Eine Überlagerung von multiplikativen und additiven Emissionsprozessen ist daher denkbar.

Periodizität

Um einer möglichen Periodizität nachzugehen, wird die EF der PKS 2005-489-Lichtkurve berechnet und mit den EF von 4.000 simulierten $H_{\text{logn}}^{\beta=1,8}$ -Lichtkurven

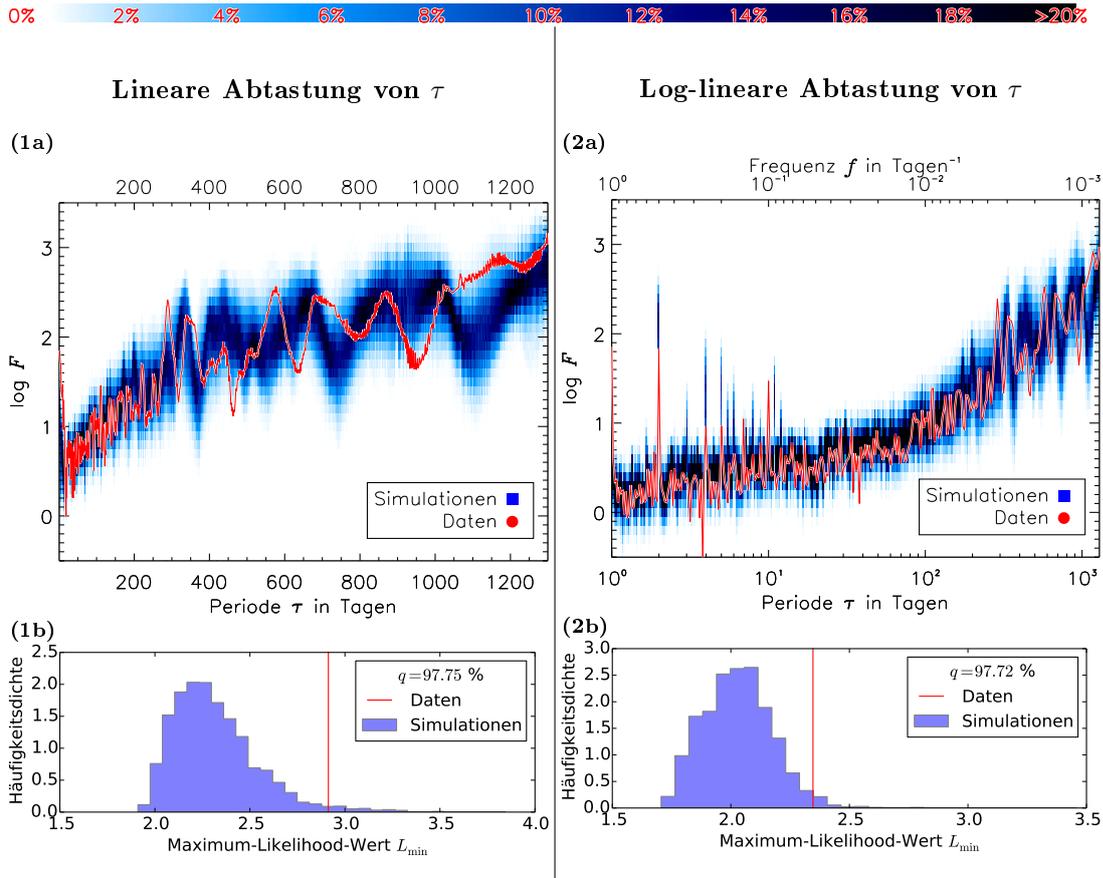


Abbildung 4.19: EF mit linearer Abtastung (1a) und log-linearer Abtastung (2a). Das EF der PKS 2005-489-Lichtkurve ist als rote Kurve eingezeichnet, die Verteilung simulierter EF-Werte von $H_{\log n}^{\beta=1,8}$ -Lichtkurven in blauer Farbskala. Die Verteilung negativer Log-Likelihood-Werte von EF simulierter $H_{\log n}^{\beta=1,8}$ -Lichtkurven ist unter 1b und 2b dargestellt. Der negative Log-Likelihood-Wert für die PKS 2005-489-Lichtkurve ist als senkrechte Linie eingezeichnet.

verglichen. Das Verfahren ist in Abschnitt 3.4 detailliert beschrieben und wird kurz umrissen.

Die simulierten EF werden in ein zweidimensionales Histogramm zusammengefasst. Dies geschieht sowohl mit einer linearen als auch log-linearen Abtastung der τ -Werte. Die Verteilungen sind in Abb. 4.19 unter 1a bzw. 2a zusammen mit dem EF von PKS 2005-489 dargestellt. Die simulierten Verteilungen haben einen steigenden Trend und sind von schmalbandigen Strukturen dominiert. Besonders ausgeprägt sind die Minima bei ganzen Vielfachen von einem Jahr. Das EF von PKS 2005-489 weicht an einigen Stellen deutlich von der Verteilung ab. So hat sie keine Minima bei ganzen Vielfachen von einem Jahr. Bei etwa 290 d ragt sie deutlich aus der Verteilung heraus. Auch bei ganzen Vielfachen, also bei etwa 560 und etwa 840 d hat sie Maxima, die allerdings weniger aus den Verteilungen herausragen. Dies weist auf eine Periodizität von etwa 290 d hin. Es gibt auch einige Minima bei etwa 320, 470, 640, 950, die mit ganzen Vielfachen von 160 d, jedoch nicht mit der Verteilung vereinbar zu sein scheinen. Bei kleinen Zeitskalen $\lesssim 100$ d gibt es keine deutliche Abweichung zwischen der

gemessenen EF und der simulierten Verteilung.

Die Kompatibilität von $H_{\log n}^{\beta=1,8}$ mit dem EF der PKS 2005-489-Lichtkurve wird mit dem negativen Log-Likelihood-Wert gemessen. Dazu werden die simulierten Verteilungen als Wahrscheinlichkeitsverteilung betrachtet. Ebenso werden die negativen Log-Likelihood-Werte von weiteren 4.000 $H_{\log n}^{\beta=1,8}$ -Lichtkurven berechnet. Die Verteilung dieser Werte ist in Abb. 4.19 unter 1b und 2b dargestellt. Der Wert von PKS 2005-489 ist verhältnismäßig groß. Die simulierten Lichtkurven passen bei der linearen Abtastung in $q = 97,75\%$ der Fälle besser zur Verteilung. Bei log-linearer Abtastung ist $q = 97,72\%$ mit dem Ergebnis der linearen Abtastung nahezu identisch. Das entspricht in Standardabweichungen $2,0\sigma$. Somit ist die Hypothese mit entsprechender Signifikanz eher abzulehnen.

Vorwärtsfaltung mit der SF und dem LSP: Es folgt Schritt 4 in Anhang C. Angenommen die Lichtkurve besitzt eine Periodizität mit $P \approx 290$ d, so ist zu vermuten, dass folgende Hypothese eine bessere Anpassung an die Daten ermöglicht:

H_{\sin} : Die PKS 2155-304-Lichtkurve ist log-normales Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten β , dem eine Sinusfunktion mit der Periode P und der Amplitude A überlagert ist.

Es werden folgende Parameterwerte bei der Anpassung mit dem Verfahren aus Abschnitt 3.4, S. 87 ff. erprobt: $A = 1, 2, \dots, 8$ mJy; $P = 270, 275, \dots, 330$ d; $\beta = 1, 6, 1, 7, 1, 8, 1, 9$.

Auch hier werden für jede Parameterkonfiguration 4.000 Lichtkurven simuliert und das SF sowie das LSP berechnet. Die Häufigkeitsverteilungen simulierter SF bzw. LSP-Werte werden mit einer Maximum-Likelihood-Funktion an die SF bzw. das LSP der PKS 2005-489-Lichtkurve angepasst. Die am besten passenden Parameterwerte sind für die SF: $A = 4,0$ mJy, $P = 295$ d und $\beta = 1, 8$. Der Wert für β ändert sich also nicht im Vergleich zu Potenzgesetzrauschen ohne Periodizität.

Die am besten passende Verteilung simulierter SF von H_{\sin} ist in Abb. 4.20 unter 1a dargestellt. Sie hat Minima bei etwa 290, 580, 860 d, die offenbar durch die Sinusfunktion erzeugt werden. Die SF von PKS 2005-489 passt in der Nähe des ersten Maximums besser als reines Potenzgesetzrauschen (Abbildung 4.14 a). Sie ragt dort bei etwa 150 d nun weniger aus der Verteilung. Jedoch stimmen die schmalbandigen Strukturen der Verteilung ab dem zweiten Maximum nicht gut mit der SF von PKS 2005-489 überein. Zudem verläuft sie zwischen 10 und 100 d am unteren Rand der Verteilung entlang.

Die Güte der Anpassung ist unter 1b dargestellt. Der negativen Log-Likelihood-Wert der Anpassung ist größer (schlechter) als $q = 98,40\%$ der Werte simulierter Lichtkurven mit den am besten passenden Parametern. Das entspricht in Standardabweichungen $2,1\sigma$.

Die Verteilung simulierter Ergebnisse der Anpassung ist in Abb. 4.21 unter 1a und 1b dargestellt. Das SF passt die Amplitude A so genau an, dass von der Randverteilung eine 1σ -Unsicherheit von ${}_{-0,8}^{+1,1}$ mJy abgeleitet werden kann. Die Periode P hat eine größere Abweichung zu kleineren Werten hin – es ergibt sich eine Unsicherheit von ${}_{-20,0}^{+4,7}$ d. Die simulierten Werte von β sind über

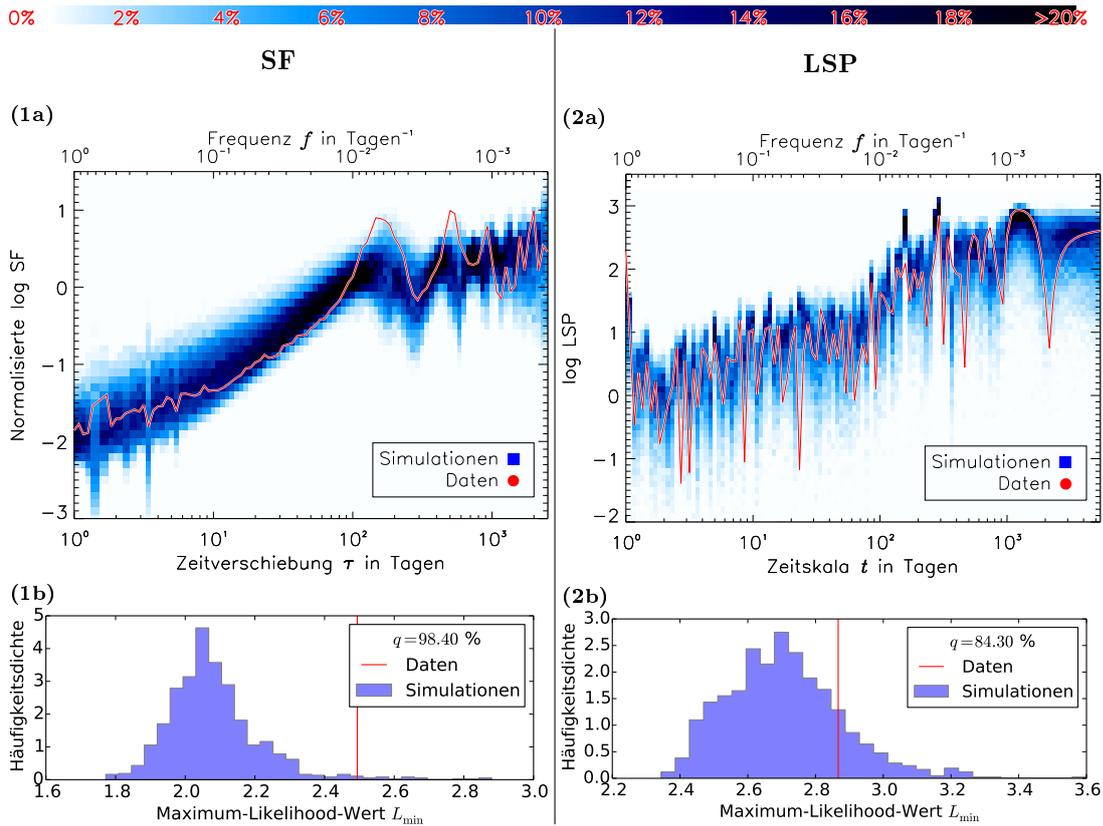


Abbildung 4.20: 1a: Verteilung (blaue Farbskala) simulierter SF von H_{sin} -Lichtkurven mit den am besten passenden Parametern zusammen mit der SF der PKS 2005-489-Lichtkurve. 2a: Analoge Darstellung für das LSP. 1b: Verteilung negativer Log-Likelihood-Werte simulierter H_{sin} -Lichtkurven mit den am besten passenden Parametern für die SF. Der negative Log-Likelihood-Wert der PKS 2005-489-Lichtkurve ist als senkrechte Linie eingezeichnet. 2b: Analoge Darstellung für das LSP.

den gesamten abgetasteten Bereich verteilt, so dass die Unsicherheiten von $_{-0,2}^{+0,1}$ vermutlich unterschätzt sind.

Die Ergebnisse für das LSP sind analog in 4.20-2a, 2b und Abb. 4.21-2a, 2b dargestellt. Die Verteilung simulierter LSP ist von zahlreichen schmalbandigen Strukturen dominiert. Besonders auffällig ist ein der Periodizität entsprechendes Maximum bei etwa $(290 \text{ d})^{-1}$, das ebenso in dem LSP von PKS 2005-489 auftritt. Ein weiteres scharfes Maximum ist bei etwa $(160 \text{ d})^{-1}$, das jedoch nicht in der Kurve von PKS 2005-489 auftritt. Hier weicht sie deutlich von der Verteilung ab. Der negative Log-Likelihood-Wert ist größer als $q = 84,30\%$ der simulierten Werte, so dass die Güte der Anpassung hier besser als bei reinem Potenzgesetzrauschen ist.

Das LSP liefert genauere Ergebnisse für P als die SF. Die Periode ist mit $P = 285,0_{-6,1}^{+5,9} \text{ d}$ etwas kleiner aber innerhalb der statistischen Fehler. Die am besten passende Amplitude ist mit $A = 6,0_{-0,9}^{+1,1} \text{ mJy}$ größer als bei der SF. Das Ergebnis für $\beta = 1,7_{-0,1}^{+0,2}$ hat auch hier vermutlich unterschätzte Fehler.

Vorwärtsfaltung mit dem EF: Analog werden die Parameter der Sinuskomponente mit der EF angepasst, wobei β festgelegt wird. Die Fehler auf β

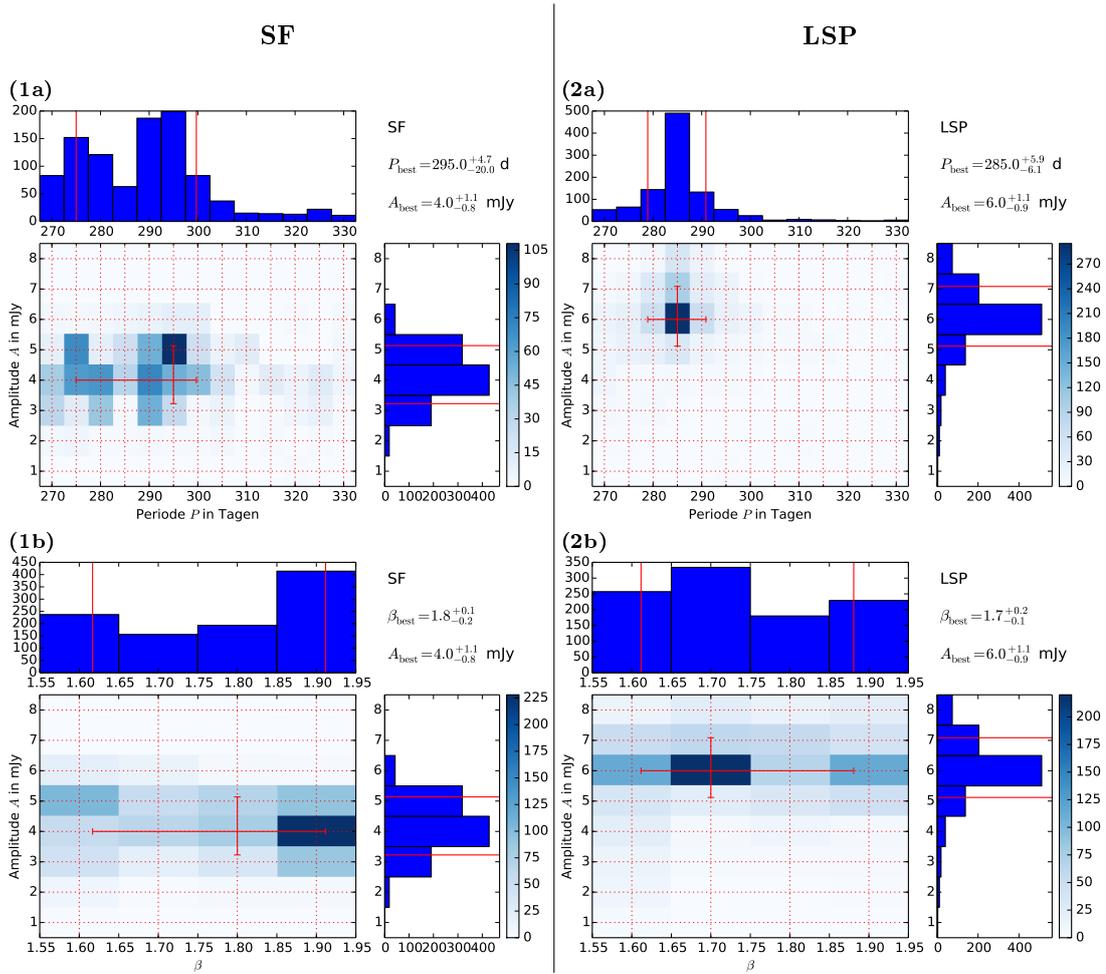


Abbildung 4.21: Verteilung angepasster Parameter von simulierten Lichtkurven, deren tatsächliche Parameter dem Ergebnis der PKS 2005-489-Lichtkurve entspricht. Die Verteilung ist in blauer Farbskala dargestellt. Die Randverteilungen befinden sich darüber und rechts davon mit den aus ihnen berechneten 1σ -Fehlergrenzen (rote Linien). Die tatsächlichen Parameter sind als rotes Kreuz eingezeichnet, dessen Höhe und Breite sich aus den Fehlergrenzen ergibt. Die Ergebnisse der SF sind unter 1a für die Parameter P und A und unter 1b für die Parameter β und A abgebildet. Für das LSP finden sich entsprechende Darstellungen unter 2a und 2b.

sind in der vorhergehenden Analyse sowohl bei der SF als auch beim LSP unterschätzt. Es wird hier das Ergebnis der SF verwendet, also $\beta = 1,8$, weil das SF β erfahrungsgemäß zuverlässiger anpasst als das LSP. Das Verfahren wird in Abschnitt 3.4, S.93 ff. beschrieben.

Die Ergebnisse sind in Abb. 4.22 dargestellt. Die Parameter sind bei der log-linearen Abtastung mit größerer Genauigkeit angepasst als bei der linearen Abtastung. Die Ergebnisse sind

$$P = 290,0^{+12,7}_{-6,9} \text{ d}; A = 4,0 \pm 1,4 \text{ mJy}$$

bei log-linearer Abtastung bzw.

$$P = 285,0^{+24,2}_{-10,1} \text{ d}; A = 3,0^{+2,0}_{-1,6} \text{ mJy}$$

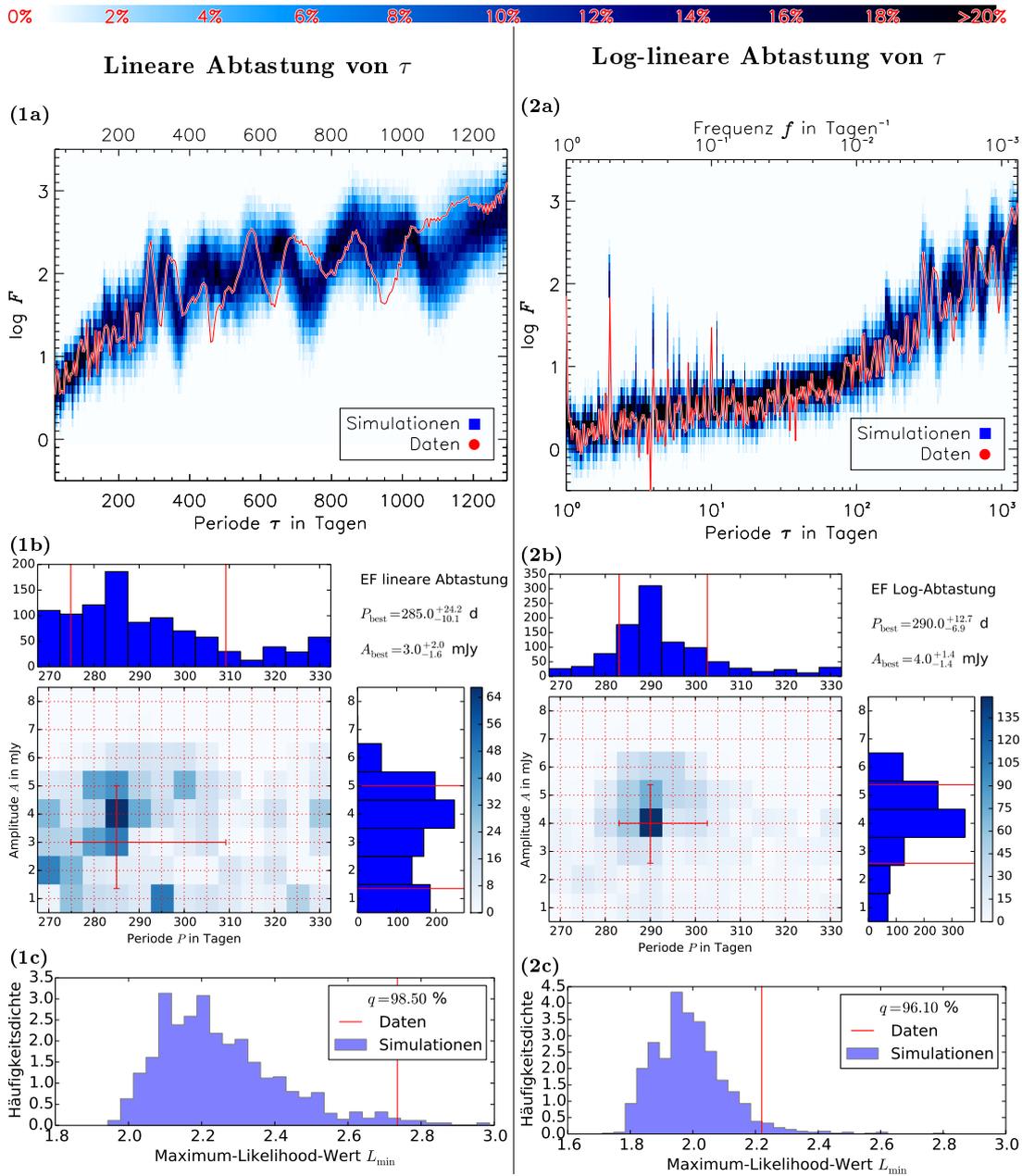


Abbildung 4.22: Ergebnisse für die Vorwärtsfaltung mit der EF: log-normales Potenzgesetzrauschen mit überlagerter Sinusfunktion. 1a: EF mit linearer Abtastung für τ und unter 2a mit log-linearer Abtastung. Die EF der PKS 2005-489-Lichtkurve ist als rote Kurve dargestellt, die Verteilung der EF-Werte simulierter Lichtkurven mit den am besten passenden Parametern ist mit der blauen Farbskala dargestellt. Unter 1b und 2b entsprechend jeweils die Verteilung der gemessenen Parameter simulierter Lichtkurven um die tatsächlichen (rotes Kreuz). In den Randverteilungen (blaue Histogramme) sind die daraus berechneten 1σ -Unsicherheiten dargestellt (rote Linien). Unter 1c und 2c jeweils die Güte der Anpassung mit negativen Log-Likelihood-Werten simulierter H_{sin} -Lichtkurven (blaue Verteilung) und dem Wert für PKS 2005-489 (rote senkrechte Linie).

bei linearer Abtastung. Sie sind innerhalb der Fehler miteinander vereinbar.

Die simulierten EF haben wie erwartet Maxima bei ganzen Vielfachen der Perioden. Es gibt jedoch zahlreiche weitere Minima und Maxima aufgrund der ungleichmäßigen Abtastung, die den Verlauf teilweise dominieren, so dass ein zu

erwartendes Maximum bei $\tau = 4P$ nicht erkennbar ist. Die EF von PKS 2005-489 liegt bis zum ersten Maximum gut in der Verteilung. Danach gibt es einige Abweichungen. Zwar passt sie auch im zweiten Maximum, aber deutliche Abweichungen nach unten gibt es bei etwa 470 und 950 d und nach oben bei etwa 350 und 720 d. Das ist möglicherweise vereinbar mit den Hinweisen auf Periodizitäten bei 381 ± 48 und 693 ± 74 d von Sandrinelli *et al.* (2016).

Die Güte der Anpassung ist nicht gut, dass die Hypothese H_{sin} mit $q = 96,1\%$ ($1,8\sigma$) bei log-linearer Abtastung bzw. mit $q = 98,5\%$ ($2,2\sigma$) bei linearer Abtastung unwahrscheinlich ist.

Zusammenfassung der Ergebnisse: In Tabelle 4.4 sind die Ergebnisse der Analysen gegenübergestellt. Potenzgesetzrauschen ohne Periodizität ist mit 99,9% durch die SF ausgeschlossen. Auch mit Periodizität ist die Güte der Anpassung mit 98,40% (SF) oder 98,5% (EF, lineare Abtastung) schlecht. Es gibt also keine deutliche Verbesserung, so dass hier keine Detektion sondern lediglich ein Hinweis auf eine Periodizität vorliegt. Möglicherweise folgt die SLD keinem Potenzgesetz, sondern hat eher einen gebogenen Verlauf in doppellogarithmischer Darstellung. Alternativ könnten auch weitere oder andere Periodizitäten vorhanden sein, die außerhalb des abgetasteten Bereiches von P liegen, wie z.B. die von Sandrinelli *et al.* (2016) berichteten.

Methode	H_{logn}		H_{sin}			
	β	q	β	P/d	A/mJy	q
SF	$1,8^{+0,18}_{-0,19}$	99,9%	* $1,8^{+0,1}_{-0,2}$	$295^{+4,7}_{-20,0}$	$4,0^{+1,1}_{-0,8}$	98,40%
LSP	$1,5^{+0,46}_{-0,25}$	92,9%	* $1,7^{+0,2}_{-0,1}$	$285,0^{+5,9}_{-6,1}$	$6,0^{+1,1}_{-0,9}$	84,30%
EF-Log	**1,8	97,72%	**1,8	$290,0^{+12,7}_{-6,9}$	$4,0 \pm 1,4$	96,1%
EF-Lin	**1,8	97,75%	**1,8	$285,0^{+24,2}_{-10,1}$	$3,0^{+2,0}_{-1,6}$	98,5%
MFVF	$1,8^{+0,15}_{-0,14}$	83,9%	–	–	–	–

Tabelle 4.4: Ergebnisse der Charakterisierung der PKS 2005-489-Lichtkurve als lognormales Potenzgesetzrauschen (H_{logn}) und mit einer überlagerten Sinusfunktion (H_{sin}). β ist der Index des Potenzgesetzes der SLD. q ist das Quantil simulierter Lichtkurven, die nach der jeweiligen Methode besser zur jeweiligen Hypothese passen als die PKS 2005-489-Lichtkurve. P ist die Periode und A die Amplitude der überlagerten Sinusfunktion. Ein Sternchen *: Die Fehler auf β sind bei der Anpassung von H_{sin} wahrscheinlich unterschätzt. Zwei Sternchen **: Bei der Anpassung mit dem EF wurde β auf den Wert festgelegt, der mit der SF gemessen wurde. Die MFVF wird nicht für die Anpassung von H_{sin} verwendet.

Kapitel 5

Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick

In dieser Arbeit wird ein Verfahren vorgestellt, die spektrale Leistungsdichte (SLD) einer Lichtkurve anhand simulierter Lichtkurven zu charakterisieren. Dabei werden eine mögliche ungleichmäßige Abtastung und instrumentelle Messfehler der Flüsse vollständig sowie Alias-Effekte ausreichend berücksichtigt. Die Fehler auf die angepassten Parameter (z.B. der Potenzgesetzindex β der SLD) werden durch Simulationen ermittelt und stimmen daher mit den tatsächlichen Messfehlern überein, sofern die Hypothese (Potenzgesetzrauschen) zutrifft. Die Gültigkeit der Hypothesen werden mit statistischen Test überprüft.

Mit der MFVF wird in dieser Arbeit eine neue Methode vorgestellt, die sich für die Charakterisierung von Lichtkurven als Potenzgesetzrauschen eignet. Bei der Anpassung der Poenzgesetzindizes mit der Vorwärtsfaltungsmethode liefert die MVFV die genauesten Ergebnisse im Vergleich zum SF und zum LSP.

Für Untersuchung eines möglichen log-normalen Verhaltens wird die Korrelation der Flussvarianzen mit den Flussmittelwerten innerhalb zeitlicher Intervalle untersucht. Es wurde gezeigt, dass die Signifikanz des statistischen Tests erheblich von der Intervalllänge abhängig ist. Diese lässt sich a priori optimieren, ohne dass der Test voreingenommen ist.

Bei der Untersuchung auf eine mögliche Periodizität wurde gezeigt, wie wichtig die Wahl der Nullhypothese ist. Es werden hier Potenzgesetzrauschen als Nullhypothese und Potenzgesetzrauschen mit einer überlagerten Sinusfunktion als Alternativhypothese angenommen. Mit der EF, der SF und dem LSP wird anhand einer Vorwärtsfaltungsmethode mit simulierten Lichtkurven eine neue zuverlässige Analyseverfahren für die Detektion von Periodizitäten in ungleichmäßig abgetasteten Lichtkurven entwickelt werden. Dabei kann neben der Periode und der Amplitude auch die Phase mit statistischen Fehlern ermittelt werden.

In Tabelle 5.1 sind die Ergebnisse der Anpassungen der SLD aus dieser Arbeit zusammengefasst. Auf einer Zeitskala von $\mathcal{O}(1 \dots 10)$ Tagen bis hin zu $\mathcal{O}(4 \dots 8)$ Jahren lassen sich die SLD mit einem Potenzgesetz anpassen. Im Optischen ist der Exponent $\beta \approx 1,6 \dots 1,8$ größer als im hoch- bis sehr hoch-energetischen Bereich $\beta \approx 1,1 \dots 1,2$. Vorausgesetzt, es gibt eine Verbindung zwischen der Akkretion und der Jet-Emission, so lässt dieses Verhalten mit

einer Schwankung in der Akkretionsrate erklären. Das Modell eines selbstorganisierten kritikalischen Prozesses in der Akkretion von Kawaguchi *et al.* (1998) wäre eine mögliche Beschreibung (siehe S. 18). Ebenso würde das Modell von Lyubarskii (1997) passen, bei dem es Schwankungen der Akkretion auf radius-abhängigen Zeitskalen gibt.

Es lassen sich für alle Quellen eine überlagerte Periodizität mit Perioden zwischen etwa 300 bis 400 Tagen anpassen. Dies ergibt nur für PKS 0447-439 eine deutliche Verbesserung der Anpassungsgüte. Eine solche Periodizität ist mit einer Präzession des Jets vereinbar, die durch den Einfluss eines sekundären schwarzen Loches entsteht (siehe Abschnitt 1.4.2).

In Tabelle 5.2 sind die Ergebnisse der Untersuchungen auf ein mögliches log-normales Verhalten aufgeführt. Bei allen Lichtkurven ist ein log-normales Verhalten gegenüber einem normalen Verhalten zu bevorzugen. Das ist ein Hinweis auf sich multiplikativ verstärkende Emissions-Prozesse. In einem SSC-Modell ist dies bei dem IC-Anteil zu erwarten (siehe S. 11). Für den Synchrotronfluss, der proportional zur Elektronenpopulation ist, liegt die Ursache vermutlich in einer log-normalen Variabilität der Elektronenpopulation. Hängt letztere von der Akkretion ab, so könnte ein log-normales Verhalten in der Akkretion vermutet werden.

PKS 2155-304

In Tabelle 5.3 sind für PKS 2155-304 die SLD-indizes β von verschiedenen Energiebereichen (von Radio bis SHE-Gammastrahlung) aufgeführt. Die SLD wurde auf unterschiedlichen Frequenzintervallen angepasst. Es sind die Ergebnisse dieser Arbeit zusammen mit veröffentlichten Ergebnissen enthalten.

Der Wert für die Radioemission stammt aus einer vorläufigen Zeitreihenanalyse mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren. Dazu wurde eine 772 d lange Radio-Lichtkurve bestehend aus Daten des *Hartebeesthoek Radio-Astronomy-Observatory* und des *Nançay Radio-Telescope* aus H.E.S.S. Collaboration *et al.* (2012) als Potenzgesetzrauschen charakterisiert. Die Wellenlänge der Radiostrahlung liegt zwischen 3,5 und 21 cm. Die SF liefert $\beta = 2,1_{-0,3}^{+0,5}$. Mit $q = 36\%$ ist die Radioemission von PKS 2155-304 auf einer Zeitskala von 1...772 d mit Potenzgesetzrauschen vereinbar.

Die optische Lichtkurve von PKS 2155-304 ist kompatibel mit Potenzgesetzrauschen mit einem log-normalen Verhalten. Nach den Ergebnissen dieser Arbeit folgt die SLD über mehr als drei Dekaden einem Potenzgesetz mit einem Exponenten $\beta = 1,7_{-0,12}^{+0,13}$ (genaustes Ergebnis mit der MFVF). Der von Chatterjee *et al.* (2012) gemessene Wert von $2,2_{-0,4}^{+0,2}$ liegt außerhalb der 1σ -Unsicherheiten. Das Ergebnis $\beta = 2,4_{-0,2}^{+0,3}$ von Paltani *et al.* (1997) weist auf einen steileren Verlauf der SLD bei Frequenzen größer als $(15 d)^{-1}$ hin. Auch die Untersuchung der jährlichen Datensätze der ROTSE-Lichtkurve (Anhang B.2) deutet auf einen steileren Verlauf ($\beta \approx 1,88$) bei Frequenzen größer als etwa $(1 a)^{-1}$ hin. Somit ist ein gekrümmter Verlauf der SLD anzunehmen, was in zukünftigen Arbeiten untersucht werden kann.

Es gibt einen Hinweis auf eine maximale Zeitskala der Variabilität bei $f \approx (4 a)^{-1}$, bei der die SLD auf einen konstanten Verlauf ($\beta = 0$) übergeht. Damit

Methode	H_{norm}		H_{logn}		H_{sin}				
	β	q	β	q	β	P/d	A/mJy	$\bar{\sigma}_{\text{sin}}^2/\sigma_{\text{LK}}^2$	q
PKS 0447-439, R-Band (ROTSE)									
MFVF	$1,6_{-0,14}^{+0,13}$	99,975%	$1,6_{-0,14}^{+0,13}$	96,15%	–	–	–	–	–
SF	$1,6_{-0,16}^{+0,14}$	99,825%	$1,6_{-0,16}^{+0,14}$	98,8%	$*1,6_{-0,2}^{+0,1}$	$380_{-13,0}^{+6,2}$	$2,5 \pm 0,5$	39 %	50,6%
LSP	$1,3_{-0,17}^{+0,27}$	19,975%	$1,3_{-0,16}^{+0,27}$	21,775%	$*1,6_{-0,2}^{+0,1}$	$390_{-14,0}^{+6,0}$	$3,0_{-0,5}^{+0,4}$	70 %	28,4%
EF-Log	–	–	$**1,6$	86,40%	$**1,6$	$385_{-13,6}^{+9,3}$	$2,5_{-0,7}^{+0,6}$	43 %	52,6%
EF-Lin	–	–	$**1,6$	99,42%	$**1,6$	$385_{-14,7}^{+10,4}$	$2,5_{-0,8}^{+0,9}$	43 %	64,9%
PKS 2005-489, R-Band (ROTSE)									
MFVF	$1,8 \pm 0,14$	99,5%	$1,8_{-0,14}^{+0,15}$	83,9%	–	–	–	–	–
SF	$1,8_{-0,17}^{+0,16}$	99,97%	$1,8_{-0,19}^{+0,18}$	99,9%	$*1,8_{-0,2}^{+0,1}$	$295_{-20,0}^{+4,7}$	$4,0_{-0,8}^{+1,1}$	30 %	98,40%
LSP	$1,7_{-0,33}^{+0,66}$	94,97%	$1,5_{-0,25}^{+0,46}$	92,9%	$*1,7_{-0,1}^{+0,2}$	$285,0_{-6,1}^{+5,9}$	$6,0_{-0,9}^{+1,1}$	70 %	84,30%
EF-Log	–	–	$**1,8$	97,72%	$**1,8$	$290,0_{-6,9}^{+12,7}$	$4,0 \pm 1,4$	31 %	96,1%
EF-Lin	–	–	$**1,8$	97,75%	$**1,8$	$285,0_{-10,1}^{+24,2}$	$3,0_{-1,6}^{+2,0}$	17 %	98,5%
PKS 2155-304, R-Band (ROTSE)									
MFVF	$1,6 \pm 0,12$	99,975%	$1,7_{-0,12}^{+0,13}$	84,28%	–	–	–	–	–
SF	$1,6 \pm 0,14$	93,6%	$1,6_{-0,14}^{+0,13}$	84,62%	$*1,6_{-0,2}^{+0,1}$	$295,0_{-13,7}^{+4,4}$	$5,0_{-0,6}^{+1,4}$	25 %	95,97%
LSP	$1,9_{-0,44}^{+0,70}$	80,22%	$1,9_{-0,43}^{+0,75}$	80,83%	$*2,0_{-0,6}^{+0,1}$	$310,0_{-10,6}^{+6,5}$	$7,0_{-1,6}^{+1,2}$	50 %	61,55%
EF-Log	–	–	$**1,7$	82,8%	$**1,6$	$310_{-11,0}^{+6,4}$	$6_{-2,3}^{+1,6}$	37 %	73,08%
EF-Lin	–	–	$**1,7$	87,0%	$**1,6$	$310_{-17,2}^{+9,5}$	$5_{-2,6}^{+1,9}$	25 %	82,0%
HE (0,1-300 GeV, <i>Fermi</i> -LAT)									
MFVF	$1,2_{-0,22}^{+0,22}$	63,90%	$1,2_{-0,23}^{+0,21}$	59,61%	–	–	–	–	–
SF	$1,2_{-0,29}^{+0,23}$	55,10%	$1,2_{-0,31}^{+0,22}$	53,94%	–	–	–	–	–
LSP	$1,1_{-0,30}^{+0,28}$	94,11%	$1,1_{-0,31}^{+0,26}$	93,67%	–	–	–	–	–
SHE (>150 GeV, H.E.S.S.)									
MFVF	$1,1_{-0,11}^{+0,10}$	> 99,99%	$1,1_{-0,13}^{+0,10}$	88,84%	–	–	–	–	–
SF	$1,0_{-0,12}^{+0,09}$	99,98%	$1,0_{-0,15}^{+0,11}$	52,18%	–	–	–	–	–
LSP	$1,0_{-0,15}^{+0,13}$	37,19%	$1,1_{-0,16}^{+0,14}$	44,18%	–	–	–	–	–
PKS 2155-304, R-Band, Langzeitlichtkurve mit maximaler Zeitskala der Variabilität									
Methode	$H_{\text{br,norm}}$			$H_{\text{br,logn}}$					
	β	$\log(f_{\text{min}}/d^{-1})$	q	β	$\log(f_{\text{min}}/d^{-1})$	q			
MFVF	$1,6 \pm 0,1$	$-3,2_{-0,5}^{+0,4}$	51,7%	$1,8_{-0,2}^{+0,4}$	$-2,8 \pm 0,4$	7,12%			
SF	$1,6_{-0,2}^{+0,4}$	$-3,4_{-0,6}^{+0,4}$	96,42%	$1,6_{-0,2}^{+0,5}$	$-3,4 \pm 0,5$	78,05%			
LSP	$1,6_{-0,4}^{+1,2}$	$-3,4_{-0,4}^{+0,5}$	99,58%	$3,2_{-1,7}^{+0,2}$	$-3,2_{-0,4}^{+0,2}$	99,38%			

Tabelle 5.1: Ergebnisse der Charakterisierung der Lichtkurven als Potenzgesetzrauschen mit einem normalen Verhalten (H_{norm}), mit einem log-normalen Verhalten (H_{logn}) und mit einem log-normalen Verhalten mit überlagerter Sinusfunktion (H_{sin}). Für die Langzeitlichtkurve von PKS 2155-304 wurde eine maximale Zeitskala der Variabilität angepasst. β : Potenzgesetzindex der SLD, q : Güte der Anpassung (je kleiner desto besser), P : Periode der Sinusfunktion, A : Amplitude der Sinusfunktion, $\bar{\sigma}_{\text{sin}}^2/\sigma_{\text{LK}}^2$: Mittelwert des Varianzbeitrags der Sinusfunktion im Verhältnis zur Varianz der Lichtkurve, f_{min} : Frequenz, unterhalb der die SLD von einem Potenzgesetz zu einem konstanten Verlauf übergeht. Ein Sternchen *: Die Fehler auf β sind bei der Anpassung von H_{sin} wahrscheinlich unterschätzt. Zwei Sternchen **: Bei der Anpassung mit dem EF wurde β festgelegt.

Objekt	Energieband	Instrument	p_{norm}	σ_{norm}	p_{logn}	σ_{logn}	Q
PKS 2155-304	R-Band	ROTSE	> 99,975%	> 3,48	2,32%	1,99	1 : 60
PKS 2155-304	R-Band	diverse*	99,975%	3,48	47,58%	0,06	1 : 260
PKS 2155-304	0,1 – 300 GeV	<i>Fermi</i> -LAT	99,99%	3,72	85,92%	1,08	1 : 400
PKS 2155-304	> 150 GeV	H.E.S.S.	99,96%	3,35	5,7%	1,58	1 : 170
PKS 0447-439	R-Band	ROTSE	99,8%	2,88	24%	0,71	1 : 60
PKS 2005-489	R-Band	ROTSE	98,65%	2,21	5,32%	1,61	1 : 5

Tabelle 5.2: Ergebnisse der Analyse auf ein log-normales Verhalten anhand der Korrelation von Varianzamplitude und Flusszustand. *: Langzeitlichtkurve (77 Jahre). p_{norm} und p_{logn} : p -Werte der Teststatistiken für normales bzw. log-normales Verhalten. σ_{norm} bzw. σ_{logn} : die den p -Werten entsprechenden Abweichungen von den Hypothesen in Form von Standardabweichungen. Q : Likelihood-Quotient.

ließe sich nach Abschnitt 1.4.1 aus Kausalitätsgründen der Durchmesser der Emissionsregion auf $d < c\tau_{\text{max}} \Rightarrow d \lesssim 4$ Lichtjahre einschränken.

Bei einer Advektion-dominierten Akkretionsscheibe ließe sich nach Lyubarskii (1997) (siehe Abschnitt 1.4.1, Gleichung 1.26) auf einen äußeren Radius r der Scheibe von

$$r \approx 4 \times 10^{16} \left(\frac{\alpha}{0,3}\right)^{2/3} \left(\frac{\tau_{\text{max}}}{1000\text{d}}\right)^{2/3} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^8 M_{\odot}}\right)^{1/3} \text{ cm} \quad (5.1)$$

$$\approx 5 \times 10^{16} \left(\frac{\alpha}{0,3}\right)^{2/3} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^8 M_{\odot}}\right)^{1/3} \text{ cm} \quad (5.2)$$

schließen. Das setzt voraus, dass die Variabilität der optischen Strahlung im Jet aus der Variabilität der Akkretionsrate resultiert. Für PKS 2155-304 wird die Masse des schwarzen Loches aufgrund der hohen Leuchtkraft auf mindestens $M \geq 2 \times 10^8 M_{\odot}$ abgeschätzt (Rieger & Volpe, 2010). Dies ergäbe:

$$r \gtrsim 7 \times 10^{16} \left(\frac{\alpha}{0,3}\right)^{2/3} \text{ cm} \quad (5.3)$$

Die schnelle Variabilität der sehr hochenergetischen Gammastrahlung auf Zeitskalen von wenigen Minuten impliziert wiederum eine Obergrenze¹ von $M \leq 4 \times 10^7 M_{\odot}$ (Rieger & Volpe, 2010). Folglich wäre:

$$r \lesssim 4 \times 10^{16} \left(\frac{\alpha}{0,3}\right)^{2/3} \text{ cm} \quad (5.4)$$

Die schlechte Anpassungsgüte bei der Langzeitlichtkurve deutet eher auf einen sanften Übergang anstatt eines Knicks in der SLD zu $\beta = 0$ bei f_{min} hin.

Eine mögliche Periodizität von circa 310 d bringt keine Verbesserung in der Güte der Anpassung mit sich. Eine mögliche Periodizität von 2.500 d bei der Langzeitlichtkurve kann in zukünftigen Arbeiten untersucht werden.

¹Dieser Widerspruch kann durch ein mögliches sekundäres schwarzen Loches aufgelöst werden.

Energieband	Instrument	Frequenzintervall $\log f/d^{-1}$	Methode	β	Ref.
> 150 GeV	H.E.S.S.	-3,5 ... 0,0	MFVF, VF	$1,1^{+0,10}_{-0,13}$	-
0,1 – 300 GeV	<i>Fermi</i> -LAT	-3,3 ... - 1,0	MFVF, VF	$1,2^{+0,22}_{-0,31}$	-
Optisch	ROTSE	-3,4 ... 0,0	MFVF, VF	$1,7^{+0,13}_{-0,12}$	-
Radio	diverse ^a	-3,2 ... 0,0	SF, VF	$2,1^{+0,5}_{-0,3}$	-
> 200 GeV	H.E.S.S. ^b	0,9 ... 2,6	SF, VF	$2,06 \pm 0,21$	(1)
0,1 – 300 GeV	<i>Fermi</i> -LAT ^c	-2,0 ... - 0,9	PSD, Fit	$0,577 \pm 0,332$	(2)
0,1 – 300 GeV	<i>Fermi</i> -LAT ^d	-3,2 ... - 0,7	PSD, Fit	$0,64^{+0,79}_{-0,50}$	(3)
0,3 – 10 keV	XMM- <i>Newton</i> ^e	0,2 ... 2	PSD, Fit	$2,01 \pm 0,35$	(4)
2,5 – 20 keV	RXTE ^f	-0,9 ... 0,0	PSD, Fit	$1,46 \pm 0,10$	(5)
2,5 – 20 keV	RXTE ^f	0,0, ... 1,9	PSD, Fit	$2,23 \pm 0,10$	(5)
Optisch	Geneva	-1,2 ... 2,0	SF, Fit	$2,4^{+0,3}_{-0,2}$	(6)
Optisch	SMARTS	-2,4 ... - 0,9	PSD, Fit	$2,2^{+0,2}_{-0,4}$	(7)

Tabelle 5.3: Charakterisierungen der SLD von PKS 2155-304 bei unterschiedlichen Energien und Zeitskalen. Frequenzintervall: das Intervall im Frequenzraum, auf dem die SLD angepasst wurde. Methode: die Art der verwendeten Methode zur Bestimmung der Parameter. VF: Vorwärtsfaltung; Fit: Anpassung des Verlaufs mit statistischen Mitteln, z.B. Chi-Quadrat-Anpassung. Ergebnisse dieser Arbeit befinden sich im oberen Teil. Im unteren sind publizierte Ergebnisse aufgelistet. ^a Das Ergebnis ist vorläufig und basiert auf der Radio-Lichtkurve in H.E.S.S. Collaboration *et al.* (2012). ^b H.E.S.S. im Hochflusszustand: In der SF wurde mit einer Signifikanz von 95% eine charakteristische Zeitskala bei $T_{\text{char}} = 3 \text{ h} \dots 20 \text{ h}$ festgestellt. Dies lässt auf einen Knick in der intrinsischen LSP bei $f = 10^{0,1} \dots 10^{0,9} \text{ d}^{-1}$ schließen. ^c Die Analyse basiert auf einer vorläufigen Lichtkurve, die auf http://fermi.gsfc.nasa.gov/ssc/data/access/lat/msl_lc/ zur Verfügung gestellt wurde. ^d Das Ergebnis stammt von der Anpassung überlagerter Ornstein-Uhlenbeck-Prozesse. ^e Der Wert für β ist der fehlergewichtete Mittelwert von den Werten von 14 Lichtkurven. ^f Das Ergebnis basiert auf nicht-simultanen Beobachtungen. **Referenzen:** (1) Abramowski *et al.* (2010), (2) Nakagawa & Mori (2013), (3) Sobolewska *et al.* (2014), (4) Gaur *et al.* (2010), (5) Kataoka *et al.* (2001), (6) Paltani *et al.* (1997), (7) Chatterjee *et al.* (2012).

Die HE-Lichtkurve gemessen mit Fermi gleicht einem Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,2^{+0,22}_{-0,31}$, was mit dem Wert $\beta = 1,1^{+0,10}_{-0,13}$ für die SHE-Lichtkurve gemessen mit H.E.S.S. vereinbar ist. Das ist etwas größer als der anhand vorläufiger *Fermi*-LAT-Lichtkurven ermittelte Wert $\beta = 0,577 \pm 0,332$. Er ist jedoch mit $\beta = 0,64^{+0,79}_{-0,50}$ von Sobolewska *et al.* (2014) vereinbar, der mit der Anpassung eines Ornstein-Uhlenbeck-Prozesses ermittelt wurde. Die SLD hat dabei eine Steigung² von 2 bei hohen Frequenzen und geht gleichmäßig in eine Steigung von 1 über. Dies geschieht nahe der Frequenz, die der reziproken charakteristischen Zeitskala von $10^{1,63^{+2,79}_{-0,35}} \text{ d}$ entspricht (Sobolewska *et al.*, 2014). Bei noch kleineren Frequenzen geht die Steigung gegen null. In zukünftiger Arbeit könnte dieser Prozess auf die Lichtkurven in dieser Arbeit angepasst werden.

²Mit Steigung der SLD ist die Steigung in doppellogarithmischer Skala gemeint.

Die SLD der H.E.S.S.-Lichtkurve ist mit Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,1$ auf Zeitskalen von einem Tag bis hin zu mehr als acht Jahren vereinbar. Die Variabilität während des Hochflusszustands in 2006 ist auf Zeitskalen von einigen Minuten bis hin zu etwa drei Stunden mit Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 2,06$ vereinbar (Abramowski *et al.*, 2010). Dies ist mit zwei Szenarien erklärbar. Erstens: Die SLD ist stationär und hat einen Übergang oder Knick bei $f = 1 \dots 10^{0,9} \text{ d}^{-1}$ von $\beta = 2,06$ zu $\beta = 1,1$. Ein solches Verhalten findet man auch bei der Röntgenvariabilität von Seyfert-Galaxien, bei der die SLD bei kleinen Frequenzen eine Steigung von $\beta = 1$ hat und bei größeren Frequenzen mit $\beta > 2$ steiler ist (McHardy *et al.*, 2006). Der Übergang bzw. Knick markiert eine charakteristische Zeitskala T_{Knick} , der nach Gleichung (1.27) mit der Masse des schwarzen Loches und der Akkretionsrate zusammenhängt. Unter der Voraussetzung, dass es einen Zusammenhang zwischen der Variabilität in der Akkretion und der Variabilität in dem SHE-Gammastrahlungsfluss gibt, könnte diese Gesetzmäßigkeit auch bei PKS 2155-304 gelten. In diesem Fall müsste die Akkretionsrate im Niedrigflusszustand über etwa 0,1 liegen, wenn die Masse des schwarzen Loches größer als $10^8 M_{\odot}$ ist.

Zweite Möglichkeit: Die SLD ist nicht stationär. In diesem Fall könnte während des Hochflusszustands eine andere Quelle für die SHE-Emission verantwortlich sein, wie z.B. ein sekundäres schwarzes Loch.

Beide Gammastrahlungslichtkurven zeigen ein log-normales Verhalten und einen kompatiblen Wert für β . Damit ist es wahrscheinlich, dass beide Emissionen aus demselben Prozess hervorgehen. Eine Korrelation zwischen den beiden Lichtkurven ist in dieser Arbeit untersucht worden. Aufgrund der unregelmäßigen Abtastung der H.E.S.S.-Lichtkurve und den großen statistischen Fehlern in der *Fermi*-LAT-Lichtkurve kann eine direkte lineare Korrelation weder gezeigt, noch widerlegt werden.

Die Ergebnisse für β aus dieser Arbeit sind in Abbildung 5.1 gegen die Energie der emittierten Photonen aufgetragen. Der Wert nimmt mit zunehmender Energie der Photonen ab. Eine Chi-Quadrat-Anpassung eines Potenzgesetzes unter Berücksichtigung der asymmetrischen Fehler auf β ergibt

$$\beta(E) = 1,72 \frac{E}{\text{eV}}^{-0,0177}. \quad (5.5)$$

Mit dem reduzierten Chi-Quadratwert von 0,0214 ist das Potenzgesetz kompatibel zu den Messwerten. Die Gerade liegt im Vergleich zu den Fehlern sehr nah an den Messwerten. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Gerade so nah oder näher an den Punkten liegt, ist nur 2,1%. Das deutet darauf hin, dass die Messfehler überschätzt sind. Eine Anpassung einer Konstanten liefert einen reduzierten Chi-Quadratwert von 7,14, was einer Wahrscheinlichkeit von 0,0022% entspricht, dass die Abweichungen von der Konstanten zufällig so groß, oder größer sind.

Zusätzlich ist noch der Wert für β im Röntgenbereich von Kataoka *et al.* (2001) eingezeichnet. Dieser Wert wurde für die Zeitskala von einem bis acht Tagen angepasst, während die anderen Werte auf Zeitskalen von einem Tag bzw. zehn Tagen (*Fermi*) bis mehrere Jahre angepasst wurden. Somit lässt er sich nur unter der Annahme mit den anderen Werten vergleichen, dass die SLD

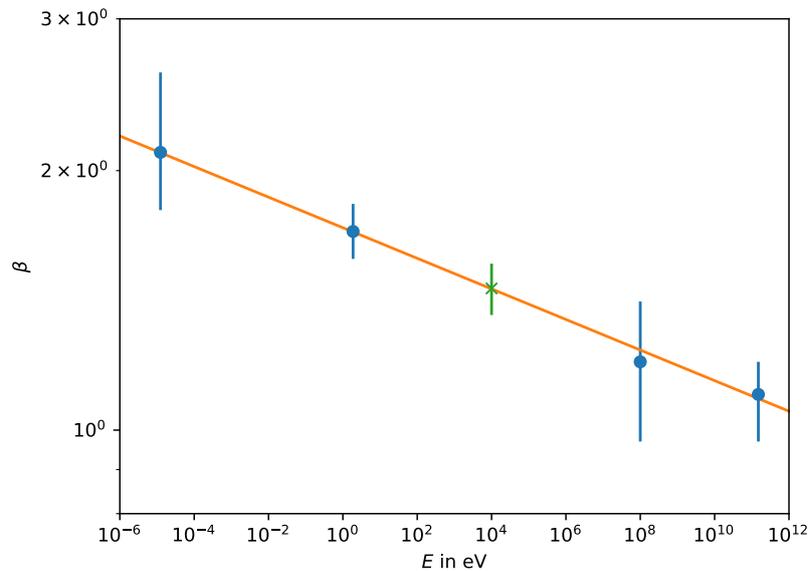


Abbildung 5.1: Potenzgesetzindex β der SLD von PKS 2155-304-Lichtkurven gegen die Photonenergien aufgetragen. Blaue Kreise: Ergebnisse aus dieser Arbeit, grünes Kreuz: Ergebnis aus Kataoka *et al.* (2001), orangene Kurve: Potenzgesetz, das mit einer Chi-Quadrat-Methode angepasst wurde.

im Röntgenbereich auch zu größeren Zeitskalen hin diese Steigung hat. Der Wert wurde nicht bei der Anpassung des Potenzgesetzes berücksichtigt, dennoch liegt er sehr nah am angepassten Potenzgesetz. Eine Analyse einer längeren Röntgen-Lichtkurve könnte in zukünftigen Arbeiten Aufschluss darüber geben, ob der SLD-Index der Röntgenemission tatsächlich ebenso diesem Gesetz folgt.

Die Energieabhängigkeit von β zeigt, dass bei höheren Photonenergien die Dominanz der Variabilität auf kleineren Zeitskalen zunimmt. Bei kleiner werdenden Energien ist die Variabilität auf kleineren Zeitskalen immer weiter gedämpft.

In einem einfachen SSC-Modell ist dieselbe Elektronenpopulation für Synchrotronstrahlung (Radio bis optisch) ursächlich, die auch den inversen Compton-Effekt (Gamma-Strahlung) erzeugt. Dabei stoßen sie mit den von ihr erzeugten Synchrotron-Photonen zusammen. Die Synchrotronemission wird von einzelnen Elektronen unabhängig von der Photonendichte erzeugt. Für den inversen Compton-Effekt (IC) muss eine Kollision mit einem Photon stattfinden. Die Synchrotronemission ist also proportional zur Elektronendichte, während die IC-Emission proportional zum Produkt aus Elektronendichte und Photonendichte ist. Die unterschiedliche Steigung in der SLD bei Synchrotron- und IC-Emission kann nur durch einen Unterschied in dem zeitlichen Verhalten zwischen Elektronendichte und der Photonendichte resultieren. In zukünftiger Arbeit kann untersucht werden, ob dies mit einem Ein-Zonen-SSC-Modell vereinbar ist.

Dabei ist es interessant zu erwähnen, dass bei einem Poissonschem Schrotrauschen (Shot-Noise), bei dem die Impulsantwortfunktion konstant ist, Potenzgesetzrauschen erzeugt werden kann (Mineshige & Yonehara, 2001). Mit der Impulsantwortfunktion $\sim \exp(t/\tau)$ ergibt sich eine SLD mit der Steigung

$\beta \approx 2$. Für $\beta \approx 1$ wird eine spitzere Funktion wie $\sim t^{-0,5} \exp(t/\tau)$ benötigt.

PKS 2005-489

Die Lichtkurve von PKS 2005-489 lässt sich nicht gut mit Potenzgesetzrauschen charakterisieren. Die Steigung der SLD liegt bei etwa 1,8. Es gibt eine nicht signifikante Präferenz für ein log-normales gegenüber einem normalen Verhalten. Auch eine überlagerte Periodizität mit $P \approx 290$ d passt nur geringfügig besser. Daher ist anzunehmen, dass die intrinsische SLD einen komplizierteren z.B. gebogenen Verlauf hat, was in zukünftigen Arbeiten untersucht werden kann.

PKS 0447-439

Die SLD von PKS 0447-439 hat eine Steigung von etwa 1,6. Sie lässt sich mit einem log-normalen Potenzgesetzrauschen mit einer überlagerten Periodizität beschreiben. Potenzgesetzrauschen ohne Periodizität ist mit 99,42% ausgeschlossen. Die Periode ist etwa 385 d und erzeugt etwa 40% der Varianz der Lichtkurve. Die Maxima der überlagerten Sinusfunktion liegen bei MJD $53,169_{-27}^{+39} + n \cdot 385$.

Als Ausblick ist in Abb. 5.2 eine *Fermi*-LAT-Lichtkurve von Dieter Horns (private Kommunikation) dargestellt, die den Fluss hochenergetischer Gammastrahlung von PKS 0447-439 zeigt. Für die Erzeugung der Lichtkurve wurden die *Fermi*-LAT-Daten in einem Radius von 15° um PKS 0447-439 mit den *Fermi*-ScienceTools-v10r0p5 und dem Python-Paket Enrico analysiert. Es wurde die P8R2_SOURCE_V6-Antwortfunktion des Detektors verwendet. Bei der Likelihoodanpassung wurden neben der Normalisierung der galaktischen diffusen sowie isotropen diffusen Emission folgende Quellen angepasst: PKS 0447-439, 3FGL J0438.8-4519 und 3FGL J0455.7-4617. Bei allen Quellen wurde ein Potenzgesetz für den Verlauf der spektralen Energieverteilung angenommen. Die Lichtkurve ist über sieben Jahre lang und reicht vom 04.08.2008 bis zum 03.09.2015. Der Fluss von Photonen mit Energien zwischen 100 MeV und 800 GeV wurde in Intervallen von 73,9 d gesammelt, was einerseits groß genug ist, um eine genügende Statistik zu erreichen, und andererseits klein genug ist, um eine Periodizität von um die 400 d auflösen zu können.

Offensichtlich ist der Fluss der *Fermi*-LAT-Lichtkurve variabel. Er schwankt um den Mittelwert von $5,6 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ innerhalb von weniger als 400 d zwischen $2 \cdot 10^{-8}$ und $10^{-7} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Es gibt sechs lokale Maxima, wobei das erste den Anfang der Lichtkurve darstellt. Weil es ungewiss ist, ob der Fluss davor noch größer war, ist der Abstand zwischen dem ersten und dem zweiten Maximum nur ein Mindestwert. Die Abstände zwischen den Maxima sind damit $\geq 5, 6, 5, 6$ und $7 \cdot 73,867$ d. Es gibt dazu sechs lokale Maxima mit den Abständen $7, 4, 7, 5$ und $\geq 9 \cdot 73,9$ d. Der letzte Wert ist auch hier wieder ein Mindestwert, weil das letzte Minimum der letzte Datenpunkt der Lichtkurve ist und der Fluss möglicherweise danach weiter fällt. Der Mittelwert all dieser Abstände ist $6,1 \cdot 73,9 = 451$ d. Zum Ende der Lichtkurve werden die Abstände also größer und sind im Mittel deutlich größer als bei der Periodizität im Optischen mit $P = 385_{-13,6}^{+9,3}$ d.

Unter der *Fermi*-LAT-Lichtkurve ist der Teil der ROTSE-Lichtkurve abgebildet, der die *Fermi*-LAT-Lichtkurve zeitlich überlappt. Offenbar sind die

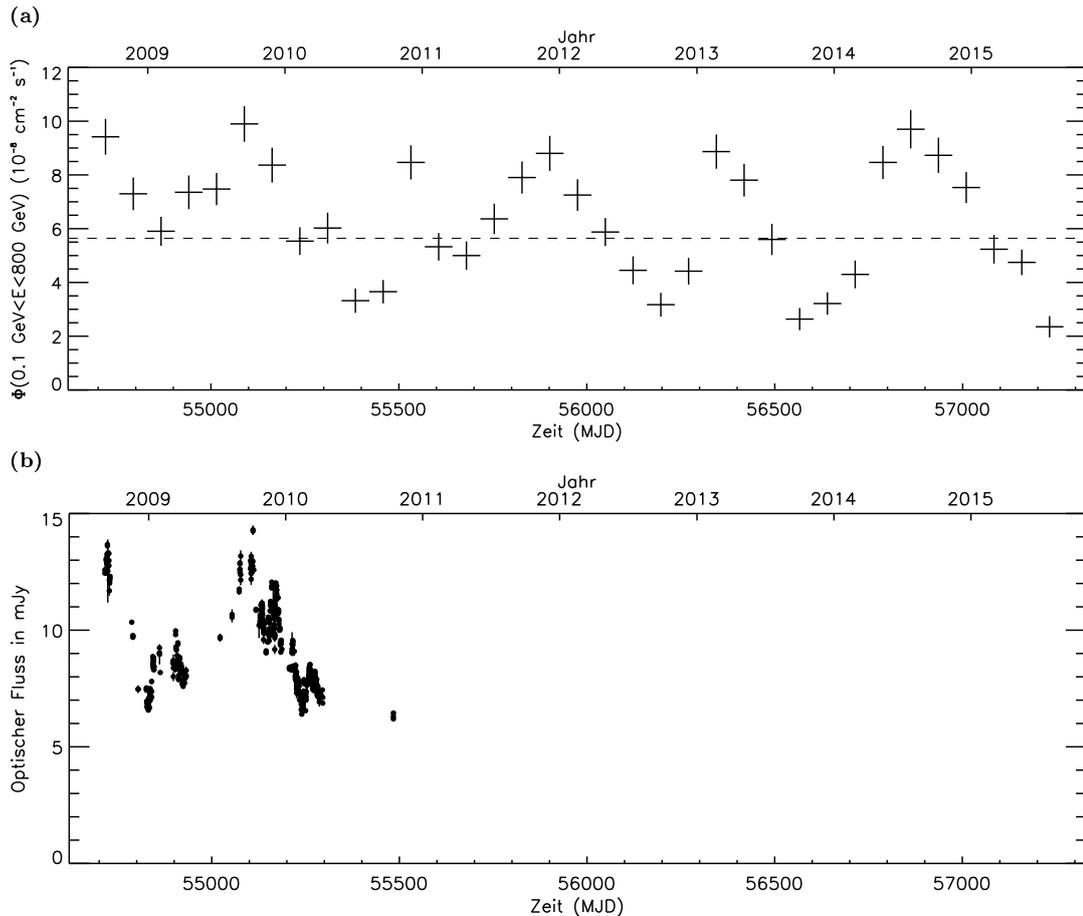


Abbildung 5.2: a: Fluss hochenergetischer Gammastrahlung von PKS 0447-439 gemessen mit *Fermi*-LAT. Die Breiten der Balken entsprechen dem Zeitintervall von 73,867d in dem jeweils der Fluss gemessen wurde. Die Höhen der Balken ergeben sich aus den Messfehlern. b: Optischer Fluss von PKS 0447-439 im selben Zeitraum gemessen mit ROTSE.

beiden Lichtkurven korreliert: Maxima und Minima beider Lichtkurven liegen zeitlich übereinander. Angenommen, die Emission im optischen und im HE sind tatsächlich korreliert, so sollte sich die Periodizität im optischen ebenso in der Fermi-Lichtkurve finden. Die Positionen der Maxima und Minima weisen jedoch auf eine mit der Zeit größer werdende Periode hin: In der ROTSE-Lichtkurve vor 2009 ist sie mutmaßlich 385 d, in der Fermi-Lichtkurve scheint sie eher um die 450 d zu liegen, wobei sie zum Ende hin scheinbar größer (mehr als etwa 500 d) wird. Das ist möglicherweise kompatibel mit einer Periodizität, bei der sich die Periode mit der Zeit vergrößert (retardierende Periodizität).

Dies ist in einem Szenario denkbar, in dem sich ein strahlender Klumpen (aus Plasma) auf einer spiralförmigen Bahn entlang des Jets bewegt, wobei sich der Radius der Spirale entlang des Jets vergrößert (Camenzind & Krockenberger, 1992; Wagner *et al.*, 1995).

Bei einem kegelförmigen Jet und bei Erhaltung des Drehimpulses ist die Periode proportional zum Quadrat der Entfernung von der Kegelspitze. Bei gleichbleibender Geschwindigkeitskomponente des Plasmaklumpens entlang der

Jet-Achse wüchse die Entfernung linear mit der Zeit, so dass die Periode mit der Zeit quadratisch zunehmen würde. Eine Anpassung einer retardierenden Periodizität, bei der sich die Periode quadratisch mit der Zeit vergrößert, erfordert also zwei Parameter, nämlich die Nullstelle und den Vorfaktor der Parabel.

Da die ROTSE-Lichtkurve große Beobachtungslücken hat und die mutmaßliche retardierende Periodizität von Potenzgesetzrauschen dominiert wird, ist es unmöglich die Maxima und Minima des periodischen Anteils von der Lichtkurve zuverlässig abzulesen, wie es hier bei der Fermi-Lichtkurve gemacht wird. Somit ist ein einfaches Auftragen der Minima- oder Maxima-Abstände gegen die Zeit hierbei nicht möglich.

Die in dieser Arbeit benutzten Methoden (SF, LSP, EF) eignen sich nicht für die Suche nach einer retardierenden Periodizität. Für eine sorgfältige Analyse eignen sich z.B. Methoden, die die Amplituden harmonischer Komponenten in der Zeit aufzulösen vermögen (z.B. Kurzzeit-Fourier-Transformationen). Eine derartige Analyse liegt außerhalb des Rahmens dieser Arbeit, die sich auf die Analyse stationärer SLD konzentriert.

Methoden für die Berechnung der SLD

Die MFVF liefert bei allen Lichtkurven den genauesten Wert für β . Es ist jedoch nicht auf Periodizitäten sensitiv. Die SF liefert annähernd so genaue Ergebnisse für β und ist zudem geeignet, Periodizitäten zu detektieren. SF und MFVF sind bei einer unregelmäßigen Abtastung auf ein log-normales Verhalten sensitiv. Das LSP liefert zuverlässige Ergebnisse für β , wenn die Abtastung regelmäßig ist. Bei einer unregelmäßigen Abtastung sind die Unsicherheiten mehr als doppelt so groß, wie bei der SF und dem MFVF. Bei der Anpassung von Periodizitäten ist sie bei zwei Fällen trotz unregelmäßiger Abtastung bei der Anpassung der Periode am genauesten. Die EF ist stark von Abtasteffekten betroffen. Werden diese durch Simulationen berücksichtigt, ist sie sehr gut für die Detektion von Periodizitäten geeignet.

In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass die Abtastung einer Lichtkurve einen Einfluss auf die verwendeten Methoden (MFVF, SF, LSP) hat. Im Vergleich zu einer gleichmäßigen Abtastung wird bei einer ungleichmäßigen Abtastung die MFVF, die SF und das LSP verzerrt (siehe Abschnitte 3.1.2, 3.1.4, 3.1.5). Das verwendete Likelihood-Verfahren berücksichtigt den Einfluss der Abtastung und liefert stabile Ergebnisse für die am besten passenden Parameterwerte und die Signifikanz einer Hypothese. Die Stärke dieser Methode liegt darin, dass sie systematische Einflüsse der Messung, wie Messfehler und Abtasteffekte berücksichtigt. Insbesondere letztere haben einen enormen Einfluss auf die Ergebnisse. Die Berücksichtigung dieser Einflüsse ist zwingend notwendig, um wissenschaftlich verwertbare Ergebnisse zu erhalten. Weil diese Einflüsse nicht oder nur unter sehr großem Aufwand analytisch berechenbar sind, bilden approximative numerische Methoden, wie die hier verwendete mit simulierten Daten, oft die einzige Möglichkeit, verwertbare Ergebnisse zu erhalten.

Auch wenn bei einer gleichmäßigen Abtastung keine Verzerrung auftritt, kann bezweifelt werden, dass damit für alle Methoden die größte Genauigkeit erreicht wird. Bei den Methoden der Zeitdomäne (SF, MFVF) erhält man bei

gleichmäßiger Abtastung eine bessere Statistik bei großen als bei kleinen Zeitskalen. Die Variabilität auf großen Zeitskalen hat also einen größeren Einfluss auf die Anpassung. Zudem ist die kleinste aufgelöste Zeitskala durch das Abtastintervall begrenzt. Daher kann möglicherweise für zukünftige Beobachtungskampagnen die Abtastung im Vorwege im Hinblick auf die Genauigkeit optimiert werden. Hier wird ein einfacher Ansatz vorgestellt, bei dem versucht wird, bei einer festen Anzahl von Beobachtungen in einem festen Zeitraum möglichst effektiv den Informationsgehalt über die Variabilität auf einem möglichst breiten Frequenzband zu erhalten. Dazu werden viele Beobachtungen mit kleinen und wenige mit großen Abständen zueinander benötigt. Es wird deshalb eine Abtastung simuliert, bei der die Beobachtungszeiten t exponentiell verteilt sind, also

$$t(x) = a e^{kx} - c \quad \text{mit} \quad (5.6)$$

$$x = -1, -0,99, \dots, -0,01 \quad (5.7)$$

$$(5.8)$$

Es soll dabei die Randbedingung gelten, dass einhundert Beobachtungen in dem Zeitraum $0 \dots 1.000$ d stattfinden, und der Abstand zwischen erster und letzter Beobachtung soll 1.000 d betragen. Letzteres wird durch

$$a = \frac{1.000 \text{ d}}{e^{-0,01k} - e^{-k}} \quad (5.9)$$

erreicht. Damit die erste Beobachtung bei $t = 0$ d und die letzte bei $t = 1.000$ d liegt, muss noch der Zeitversatz

$$c = \frac{1.000 \text{ d } e^{-k}}{e^{-0,01k} - e^{-k}} \quad (5.10)$$

abgezogen werden. Damit ergibt sich

$$t(x) = 1.000 \text{ d} \cdot \frac{e^{kx} - e^{-k}}{e^{-0,01k} - e^{-k}}. \quad (5.11)$$

Um die Genauigkeit der Methoden in Abhängigkeit von k zu testen, wird Potenzgesetzrauschen mit $\beta = 1,6$ simuliert, wie es auch bei der ROTSE-Lichtkurve von PKS 2155-304 gefunden wurde. Eine simulierte Lichtkurve hat einen mittleren Fluss wie bei PKS 2155-304 und die für ROTSE typischen Messfehler. Es wird damit eine Beobachtungskampagne für PKS 2155-304 simuliert.

Für 4.000 solcher Lichtkurven wird die Likelihood-Analyse angewendet und aus der Verteilung der angepassten Parameter auf die Unsicherheit von β geschlossen (analog zu Schritt 6 in Abschnitt 3.1.3). Zusätzlich zu der exponentiell verteilten Abtastung wird eine gleichmäßige Abtastung mit 100 Beobachtungen alle 10 d und eine Abtastung mit 100 gleichverteilt zufälligen Beobachtungen in 1000 d getestet.

In Abb. 5.3 ist eine exemplarische simulierte Lichtkurve mit der gleichmäßigen Abtastung abgebildet (1a). Rechts daneben befindet sich dieselbe simulierte Lichtkurve mit der zufälligen Abtastung (2a). Bei der zufälligen Abtastung gibt

es ein paar größere Lücken als bei der gleichmäßigen, dafür gibt es Stellen, an der die zeitliche Auflösung besser ist, so dass auch Veränderungen auf kleineren Zeitskalen als 10 d sichtbar sind. Es ist also schon hiermit erkennbar, dass bei der zufälligen Abtastung Informationen über ein breiteres Frequenzband enthalten sind, als bei der gleichmäßigen Abtastung. Dies zeigt sich auch in der Verteilung simulierter MFVF (1b bzw. 2b). Bei der gleichmäßigen Abtastung gibt es erst Werte ab einer Fragmentlänge von 10 d. Bei der zufälligen Abtastung gibt es Werte bis runter zu 0,1 d. Dafür leidet die Statistik bei größeren Zeitskalen, so dass die Verteilung dort breiter und weniger glatt ist. Das gleiche gilt für die SF (1c bzw. 2c). Beim LSP gibt es auch bei der gleichmäßigen Abtastung Werte bei Zeitskalen unterhalb des Abtastintervalls. Der Informationsgehalt dürfte allerdings in diesem Bereich gering sein, weil eine Anpassung von harmonischen Komponenten mit einer kleineren Schwingungsdauer als das Abtastintervall nicht möglich ist. Bei der zufälligen Abtastung ist das LSP verzerrt und weniger steil.

Entsprechende Darstellungen für die exponentielle Abtastungen befinden sich in den Abbildungen 5.4 und 5.5. Mit einem größer werdenden Wert für k wächst die Bandbreite zu kleineren Werten hin aufgrund der immer kleiner werdenden Abstände zwischen den Beobachtungen. In den Beispiel-Lichtkurven sind Variationen auf entsprechend kleinen Zeitskalen am Anfang erkennbar. Allerdings sind bei späteren Beobachtungen die Abstände dazwischen so groß, dass dort Schwankungen auf kleinen Zeitskalen nicht mehr aufgelöst werden können. Dies dürfte bei der Suche nach Periodizitäten einen Nachteil darstellen.

Die berechneten Unsicherheiten für simulierte Lichtkurven mit $\beta = 1,6$ in Abhängigkeit von der Abtastung sind in Tabelle 5.4 aufgelistet. Für die MFVF und die SF sind die Unsicherheiten auf β bei der gleichmäßigen Abtastung größer als bei der zufälligen. Der Gewinn an Bandbreite in den Methoden überwiegt den Verlust an Statistik pro Bandbreite. In den weiteren Zeilen befinden sich die Ergebnisse für die exponentiell verteilten Abtastungen. Die größte Genauigkeit für die MFVF erhält man bei $k = 9$ und $k = 11$. Bei der SF ist $k = 9$ optimal. Ab $k = 11$ wird die Genauigkeit wieder schlechter. Das liegt daran, dass die Likelihood-Funktion nur auf einem Bereich von 0,1 bis 1.000 d berechnet wird. Ein Gewinn von Bandbreite unterhalb von 0,1 d hat also keinen Vorteil, während die Statistik bei großen Zeitskalen sich weiter verschlechtert. Beim LSP ist von allen Abtastungen die gleichmäßige am besten geeignet. Die beste Genauigkeit von ${}_{-0,12}^{+0,13}$ ergibt sich mit der MFVF. Damit wird mit nur 100 Beobachtungen ein ähnlich genaues Ergebnis erreicht wie bei der ROTSE-Lichtkurve von PKS 2155-304 bestehend aus 6.310 Beobachtungen (die Genauigkeit beim MFVF beträgt dort $\pm 0,12$).

Es ist für zukünftige Beobertungskampagnen also eine Überlegung Wert, ob man die Abtastung mit Simulationen optimiert. Allerdings würde man dabei in Erwartung einer bestimmten Beobachtung (hier Potenzgesetzrauschen) seine Kampagne planen, was eine Voreingenommenheit (Bias) von statistischen Verfahren hervorrufen kann. Zudem verliert man vielleicht Sensitivität für unerwartete Ergebnisse. Außerdem haben bodengestützte Beobachtungen in der Regel Lücken (z.B. Wetter, Mondphasen, Sichtbarkeit des Objektes aufgrund der Jahreszeit). Somit ist man dadurch bei der Planung eingeschränkt. Eine

Abtastung	MFVF			SF			LSP		
	$\Delta\beta_+$	$\Delta\beta_-$	$\Delta\beta_{\text{tot}}$	$\Delta\beta_+$	$\Delta\beta_-$	$\Delta\beta_{\text{tot}}$	$\Delta\beta_+$	$\Delta\beta_-$	$\Delta\beta_{\text{tot}}$
gleichmäßig	+0,18	-0,23	0,41	+0,25	-0,31	0,56	+0,23	-0,20	0,43
zufällig	+0,18	-0,15	0,33	+0,20	-0,20	0,40	+0,54	-0,33	0,87
exp., $k = 1$	+0,20	-0,20	0,40	+0,21	-0,25	0,46	+0,33	-0,26	0,59
exp., $k = 3$	+0,19	-0,19	0,38	+0,20	-0,22	0,42	+0,52	-0,36	0,88
exp., $k = 5$	+0,16	-0,16	0,32	+0,16	-0,18	0,34	+0,59	-0,42	1,01
exp., $k = 7$	+0,14	-0,13	0,27	+0,14	-0,15	0,29	+0,55	-0,47	1,02
exp., $k = 9$	+0,13	-0,12	0,25	+0,13	-0,14	0,27	+0,60	-0,49	1,09
exp., $k = 11$	+0,13	-0,12	0,25	+0,13	-0,15	0,28	+0,66	-0,51	1,17
exp., $k = 13$	+0,14	-0,13	0,27	+0,13	-0,15	0,28	+0,69	-0,52	1,21

Tabelle 5.4: Unsicherheiten auf β in Abhängigkeit von der Art der Abtastung. $\Delta\beta_+$ bzw. $\Delta\beta_-$: Oberer bzw. unterer Fehler, $\Delta\beta_{\text{tot}} = \Delta\beta_+ - \Delta\beta_-$, exp.: exponentielle Abtastung mit dem Wert für k .

zufällige Abtastung ist ein guter Kompromiss, weil dadurch einerseits bessere Ergebnisse als bei einer gleichmäßigen Abtastung möglich sind und andererseits keine Voreingenommenheit in die Beobachtungen einfließen.

Es lassen sich abschließend mit dieser Untersuchung und den Erfahrungen aus dieser Arbeit noch die Eignungen der Methoden zusammenfassen. Müsste man sich für eine entscheiden, so wäre die MFVF in jedem Fall die beste Wahl für die Bestimmung von β . Soll auch eine mögliche Periodizität untersucht werden, so ist bei einer gleichmäßigen Abtastung das LSP am besten geeignet, andernfalls ist die SF zu bevorzugen. Die EF ist gut für die Untersuchung auf Periodizitäten geeignet. Als alleinige Methode ist sie jedoch unbrauchbar, weil die Kenntnis von β Voraussetzung ist, um eine sinnvolle Nullhypothese aufzustellen.

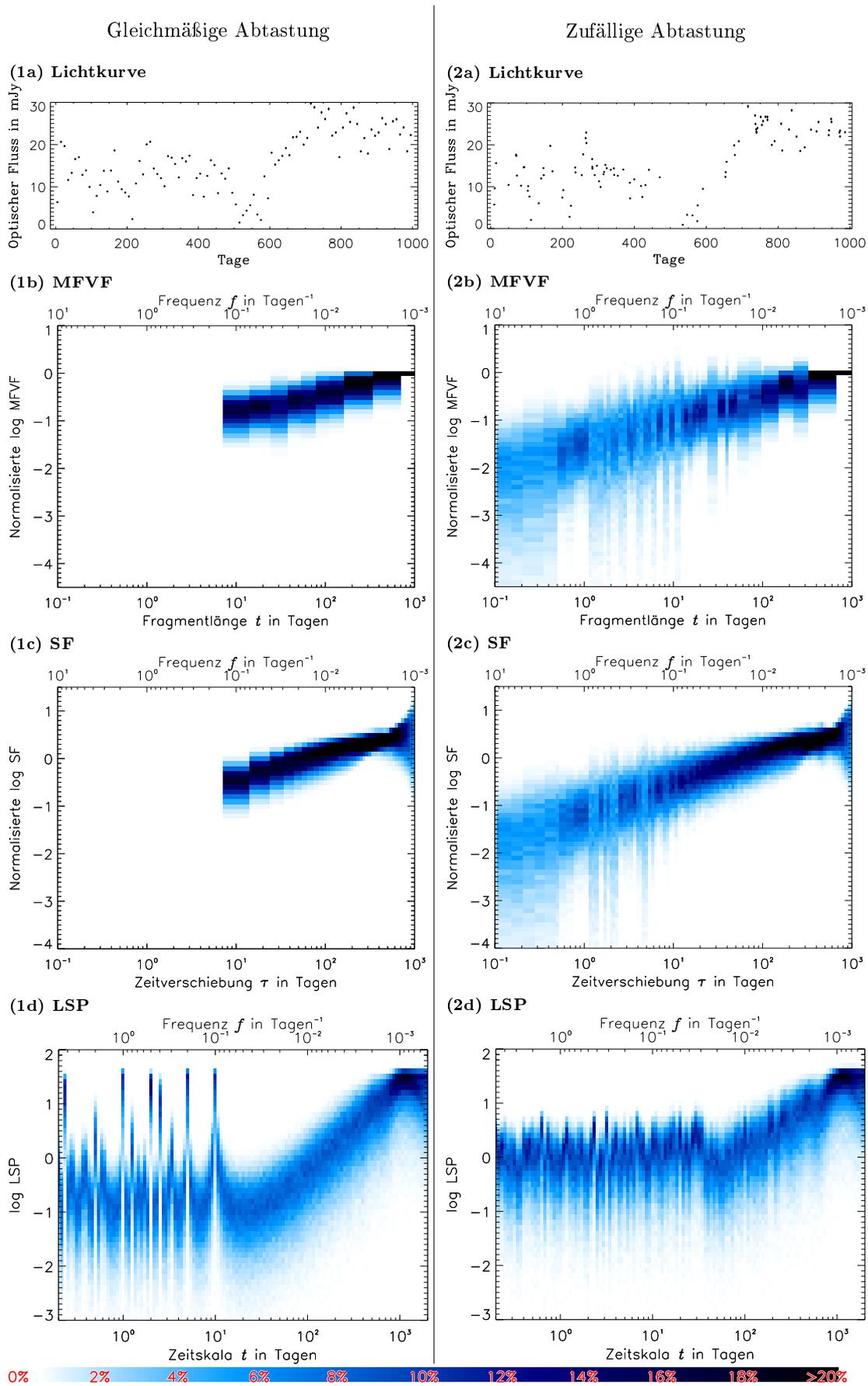


Abbildung 5.3: Verteilung von MFVF-, SF- und LSP-Werten von simulierten Lichtkurven mit 100 Beobachtungen in 1000 d. Links: gleichmäßige Abtastung mit einem Abstand von 10 d zwischen den Beobachtungen, rechts: gleichverteilt zufällige Abtastung. 1a und 2a: Beispiel einer simulierten Lichtkurve mit der entsprechenden Abtastung.

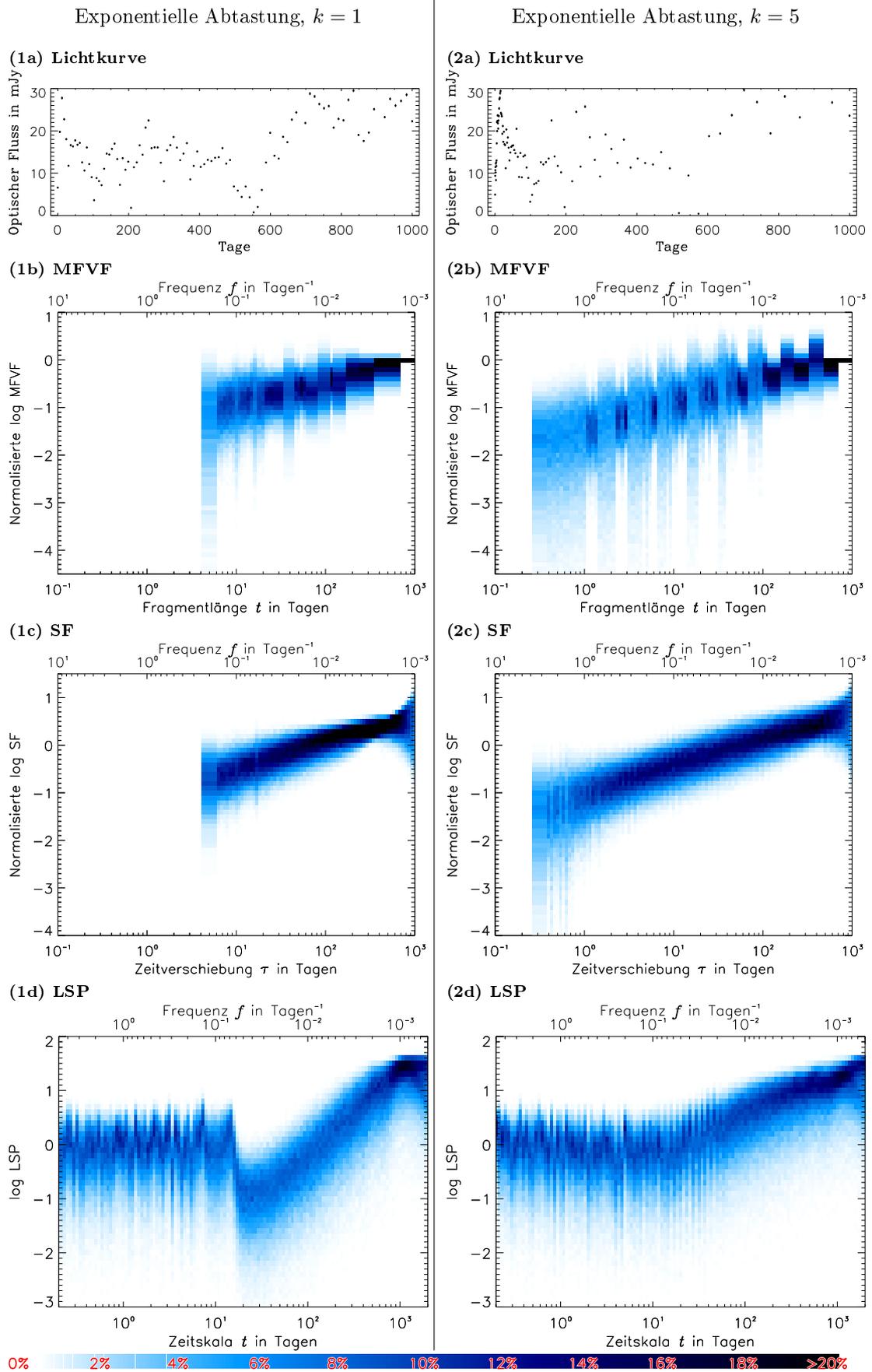


Abbildung 5.4: Verteilung von MFVF-, SF- und LSP-Werten von simulierten Lichtkurven mit 100 Beobachtungen in 1000 d mit einer exponentiellen Abtastung mit dem Parameter $k = 1$ (links) und $k = 5$ (rechts). 1a und 2a: Beispiel einer simulierten Lichtkurve mit der entsprechenden Abtastung.

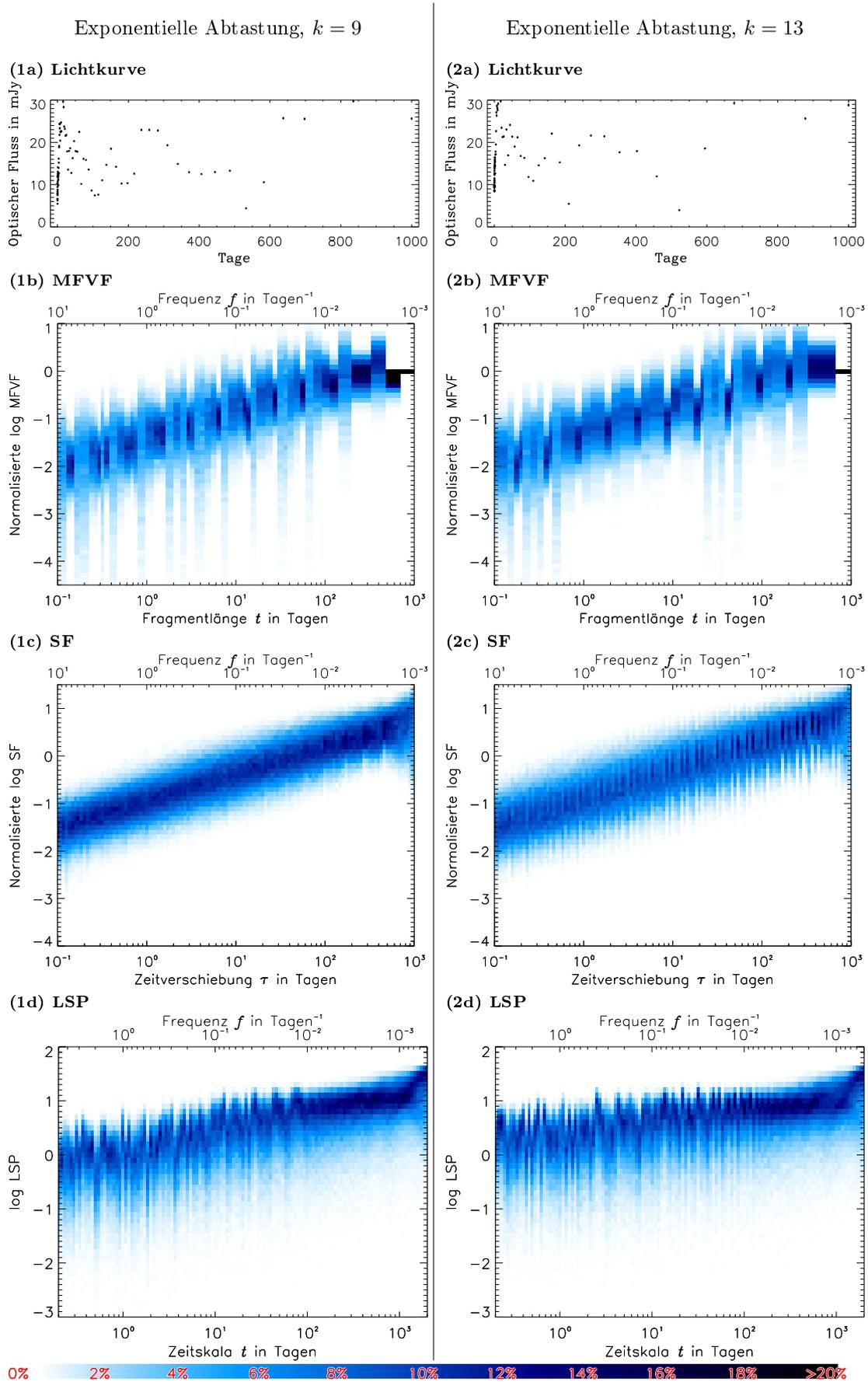


Abbildung 5.5: Analog zu Abb. 5.4 mit dem Parameter $k = 9$ (links) und $k = 13$ (rechts).

Anhang A

Betreute Bachelorarbeiten

A.1 Variabilität der Langzeitlichtkurve von PKS 2005-489

Die Bachelorarbeit von Tim F. Plath wurde 2011 in unserer Arbeitsgruppe angefertigt (Plath, 2011). Seine Arbeit wurde im Rahmen dieser Arbeit betreut. Die verwendeten Methoden stammen aus Kastendieck (2009) und dieser Arbeit und sind daher so nah am Thema, dass die Ergebnisse hier in Kürze wiedergegeben werden.

In der Arbeit wird eine 20 Jahre lange Langzeitlichtkurve von PKS 2005-489 mit Potenzgesetzrauschen charakterisiert. Die Lichtkurve besteht aus ROTSE-Daten aus Kastendieck (2009) und veröffentlichten Daten. Es wird eine mögliche maximale Zeitskala der Variabilität in Betracht gezogen. Die Variabilität wird auf Zeitskalen von 10 bis 10.000 Tagen untersucht. Es kann mit dieser Hypothese keine befriedigende Güte der Anpassung erreicht werden. Aufgrund der Ergebnisse mit der SF und dem LSP wird eine mögliche Periodizität in Betracht gezogen und eine Periode von 300 Tagen geschätzt. Ein mögliches log-normales Verhalten wurde nicht untersucht.

Für die Charakterisierung als Potenzgesetzrauschen wird das in Abschnitt 3.1 beschriebene Verfahren angewendet. Das genaueste Ergebnis liefert die MFVF mit $\beta = 1,8_{-0,2}^{+0,1}$. Das MFVF kann auch mit größter Signifikanz die Hypothese zu 99,88% ausschließen.

Die Hypothese wurde mit einer größten Zeitskala der Variabilität erweitert. Für die Analyse wird das Verfahren aus Abschnitt 3.3 angewendet. Die erweiterte Hypothese liefert keine verbesserte Anpassung: die Hypothese ist von der MFVF mit 99,96% ausgeschlossen. Das MFVF liefert das genaueste Ergebnis für $\beta = 1,8_{-0,1}^{+0,3}$. Die Frequenz, bei der die SLD konstant wird, konnte nicht konsistent bestimmt werden: die SF lieferte $\log(f_{\min} \text{ d}^{-1}) = -2,8_{-0,3}^{+0,2}$ während das MFVF eine untere Grenze von $-3,4$ ergab. Das ist ein weiterer Hinweis auf die Inkompatibilität mit der Hypothese.

Ein deutliches Minimum in der SF bei 300 d, das nicht mit den simulierten Werten vereinbar scheint, wird zum Anlass genommen, eine Periodizität mit einer entsprechenden Periode zu vermuten. Das LSP hat an dieser Stelle ein Maximum, was diese Vermutung untermauert. Eine weitergehende Unter-

suchung wird in der Arbeit im Ausblick erwähnt.

A.2 Variabilität der Langzeitlichtkurve von Markarian 421

Die Bachelorarbeit von Johannes Martin wurde 2011 in unserer Arbeitsgruppe angefertigt und in weiten Teilen im Rahmen dieser Arbeit betreut (Martin, 2011). In seiner Arbeit werden Methoden aus dieser Arbeit verwendet.

Für die Arbeit wurde eine etwa 100 Jahre lange Langzeitlichtkurve aus ROTSE-Daten aus Kastendieck (2009) und veröffentlichten Daten zusammengestellt. Die Variabilität dieser Langzeitlichtkurve wurde als ein Potenzgesetzrauschen mit einer maximalen Zeitskala der Variabilität angepasst. Dazu wird das Verfahren aus Abschnitt 3.3 angewendet.

Die MFVf liefert die genauesten Ergebnisse auf den Potenzgesetzindex $\beta = 1,6 \pm 0,1$ und die Abbruchfrequenz $\log(f_{\min} \text{ d}^{-1}) = -3,8 \pm 0,3$ bei der die SLD zu einem konstanten Verlauf übergeht. Die Ergebnisse sind mit denen der anderen Methoden vereinbar. Eine solche maximale Zeitskala $\tau_{\max} \approx f_{\min}^{-1}$ der Variabilität ergäbe eine maximale Größe der Emissionsregion von $r_{\max} \lesssim c \tau_{\max} \approx 5.3 \text{ pc}$. Die Güte der Anpassung ist jedoch so schlecht, dass die Hypothese mit mehr als 0,9998 Prozent abgelehnt wird.

Anhang B

PKS 2155-304

B.1 Bayesscher Ansatz für die Simulation der Unsicherheiten

Die Unsicherheiten auf die Ergebnisse werden in dieser Arbeit mit einem frequentistischen Ansatz berechnet. Es wird dabei angenommen, dass der gemessene Wert dem tatsächlichen entspricht. Es wird dann berechnet, wie die Messwerte bei unabhängigen Messungen verteilt sind.

Bei der Anpassung von β bedeutet das: Es wird der Wert β_{best} gemessen. Anschließend werden 4.000 Lichtkurven mit $\beta = \beta_{\text{best}}$ simuliert. Für jede simulierte Lichtkurve wird β gemessen. Die 4.000 gemessene Werte sind um β_{best} verteilt. Diese Verteilung spiegelt die Unsicherheit auf den ursprünglich gemessenen Wert β_{best} wider.

Alternativ wird hier für die PKS 2155-304-Lichtkurve ein bayesscher Ansatz verfolgt. Dabei wird ausgehend von dem gemessenen Wert die Wahrscheinlichkeitsverteilung für den wahren Wert berechnet. Bei der Anpassung von β bedeutet das: Es wird der Wert β_{best} gemessen. Anschließend werden für jeden Wert von $\beta = 0,5, 0,1, \dots, 3,5$ jeweils 4.000 Lichtkurven simuliert. Für jede simulierte Lichtkurve wird der Wert β gemessen. Somit erhält man für jeden Wert von β einen Satz von 4.000 gemessenen Werten. Für jeden Satz wird nun die Häufigkeit ermittelt, mit der β_{best} gemessen wird. Diese Häufigkeit wird als Wahrscheinlichkeit betrachtet. Also erhält man für jeden Wert β die Wahrscheinlichkeit β_{best} zu messen. Setzt man alle Wahrscheinlichkeit in Relation, ergibt sich eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für den wahren Wert.

In Abb. B.1 ist in Abhängigkeit von dem wahren Wert für β die Häufigkeit dargestellt, $\beta = \beta_{\text{best}}$ zu messen. Dies ist für alle drei Methoden SF, MFVF und LSP dargestellt. Mit der SF wurde $\beta_{\text{best}} = 1,6$ gemessen. Bei simulierten Lichtkurven mit $\beta \lesssim 1,2$ wird in keinem Fall von der SF $\beta = 1,6$ gemessen. Das gleiche gilt für Lichtkurven mit $\beta \gtrsim 2,3$. Dazwischen sind die Werte um 1,6 verteilt, und bei Lichtkurven mit $\beta = 1,6$ wird im Vergleich zu den anderen am häufigsten $\beta = 1,6$ gemessen. Es lassen sich nun 1σ -Fehlergrenzen ermitteln, indem die Stellen berechnet werden, die jeweils links und rechts 15.85% der Verteilung trennen. Das gleiche gilt für die MFVF, bei der die Verteilung etwas schmaler ist.

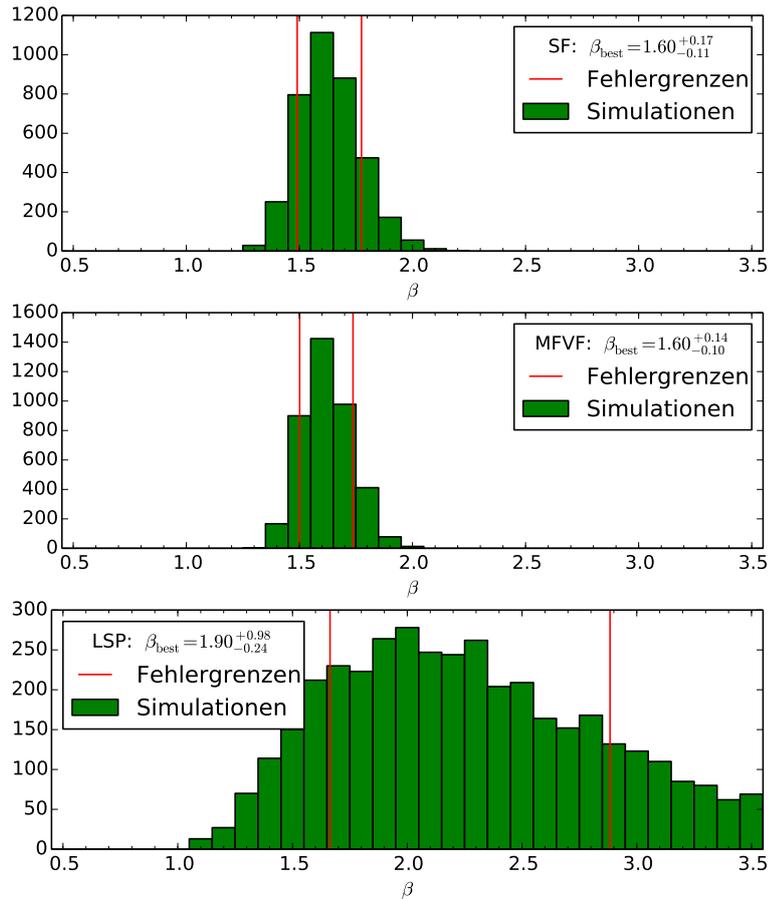


Abbildung B.1: Häufigkeit (von 4.000) mit der $\beta = \beta_{\text{best}}$ gemessen wird in Abhängigkeit von dem wahren Wert von β . Die roten senkrechten Linien sind die 1σ -Fehlergrenzen, die aus der Verteilung ermittelt wurden.

Die Fehlergrenzen sind im Vergleich zum frequentistischen Ansatz zu leicht größeren Werten von β verschoben. Die Größe der gesamten Unsicherheit ist jedoch gleich. Somit sind die Ergebnisse beider Ansätze konsistent. Mit dem LSP wurde $\beta_{\text{best}} = 1,9$ gemessen. Hier tritt eine Schwierigkeit auf: Am Rand des abgetasteten Parameterraumes bei einem wahren Wert für $\beta = 3,5$ wird bei etwa 70 von 4.000 Lichtkurven (fast 2%) $\beta = 1,9$ gemessen. Es ist davon auszugehen, dass auch bei noch größeren Werten für β die Häufigkeit größer als null ist. Im schlimmsten Fall ist sie für alle $\beta > 3,5$ größer null. In diesem Fall divergiert die Verteilung und es lassen sich keine Fehlergrenzen mit der hier beschriebenen Methode finden.

Dabei wird auch noch ein weiteres Problem dieses Ansatzes deutlich. Es werden hier für jeden Parameterwert gleich viele Lichtkurven simuliert. Es wird also angenommen, dass jeder Parameterwert gleich wahrscheinlich ist – die a priori Wahrscheinlichkeitsverteilung für β ist konstant. Dies scheint zunächst eine vernünftige Annahme zu. Aber simuliert man z.B. eine $\beta = 10$ Lichtkurve, so erhält man nur eine nahezu gerade Linie, weil sie von der harmonischen Komponente mit der kleinsten eingehenden Frequenz, die gegen null geht, dominiert wird. Das gleiche findet man auch bei einer $\beta = 20$ Lichtkurve. Es

gibt also unendlich viele Werte für β , die nahezu dieselbe Art der Lichtkurve (gerade Linie) erzeugen. Es ist also überhaupt nicht vernünftig für alle Werte die gleiche a priori Wahrscheinlichkeit anzunehmen, weil bei diesem Beispiel die Wahrscheinlichkeit für eine gerade Linie gegen unendlich geht.

Eine alternative Möglichkeit, einen 1σ Konfidenzbereich auszuwählen, ist folgender: Man wählt den Wert mit der größten Wahrscheinlichkeit und sieht nach, ob man damit mehr 68,3% der simulierten Verteilung ausgewählt hat. Wenn nicht, fährt man mit dem Wert mit der nächsthöchsten Wahrscheinlichkeit fort, und das wiederholt man, bis man 68,3% der Verteilung ausgewählt hat. Die ausgewählten Werte beinhalten dann mindestens 68,3% der Verteilung und sie sind auch noch die wahrscheinlichsten.

Bei dem Beispiel mit der Verteilung, die bei großen Werten nicht verschwindet, lässt sich dann immer noch eine Untergrenze für den 1σ -Bereich finden, wenn man annimmt, dass die Wahrscheinlichkeit für alle großen β -Werte nicht kleiner als p_{\min} wird. Dann würde man mit dem Auswahlverfahren nie Werte auswählen, wo die Wahrscheinlichkeit kleiner als p_{\min} ist. Bei den Häufigkeiten beim LSP in der Abbildung könnte man annehmen, dass die Häufigkeit $\beta = 1,9$ zu messen auch für beliebig große Werte von β nicht kleiner als 50 von 4.000 wird. Die Untergrenze läge dann an der Stelle, wo die Häufigkeit kleiner als 50 ist, also bei $\beta = 1,2$. Ganz sicher ist $p_{\min} = 0$, so dass ganz konservativ die untere Grenze bei $\beta = 1,0$ liegt, wo die Häufigkeit gleich null ist.

Solche Schwierigkeiten aufgrund einer divergierenden Verteilung gibt es bei dem frequentistischen Ansatz nicht. Dabei werden ja nur 4.000 Lichtkurven simuliert und die Verteilung der gemessenen Werte betrachtet. Auch wenn die Verteilung nicht am Rand des Parameterraumes verschwindet, ist das kein Problem, so lange zwischen der oberen berechneten 1σ -Grenze und dem Rand genügend Raum ist.

B.2 Zeitliche Abhängigkeit der SLD von PKS 2155-304

In Abschnitt 3.1 wird die ROTSE-Lichtkurve von PKS 2155-304 als Potenzgesetzrauschen charakterisiert. Die SLD ist dabei von der Zeit unabhängig, so dass es sich um einen stationären Prozess handelt. Mit dem MFVF ergibt sich der am besten passende Wert für den Potenzgesetz-Index $\beta = 1,6 \pm 0,12$. Potenzgesetzrauschen ist jedoch mit $3,48\sigma$ ausgeschlossen.

In diesem Abschnitt wird eine mögliche Variabilität von β untersucht. Der Verlauf der SLD ändert sich in diesem Fall mit der Zeit. Ein solcher Prozess ist nicht stationär. Um dies zu prüfen, wird die Lichtkurve in acht Teile geteilt, die jeweils die Daten einer Beobachtungssaison von einem Jahr beinhalten. Für jedes Jahr ergibt sich damit eine Lichtkurve, deren SLD unter der Annahme eines normalen Potenzgesetzrauschens untersucht wird. Die Analyse ist analog zu Abschnitt 3.1.3 ff. Die genaueste Anpassung von β wird in allen Fällen mit der MFVF erreicht. In Abb B.2 sind für jedes Jahr die gemessenen Werte für β gegen den mittleren Fluss des Jahres aufgetragen. Der Fehler-gewichtete Mittelwert $\bar{\beta} = 1,88$ und sogar jeder einzelne Wert ist größer als der mit der

MFVF ermittelte Wert der gesamten Lichtkurve 1,6. D.h. die SLD eines einzelnen Jahres ist offenbar steiler als bei der gesamten Lichtkurve. Bei den einzelnen Jahren wird die SLD auf Zeitskalen bis hin zu $\lesssim 300$ d angepasst, bei der gesamten Lichtkurve bis hin zu 2.600 d. Das weist darauf hin, dass die SLD bis etwa 300 d (Zeitdomäne) steiler und bei größeren Zeitskalen flacher als $\beta = 1,6$ ist. Demnach wäre der Verlauf der SLD kein einfaches Potenzgesetz, sondern hätte z.B. einen Potenzgesetzindex, der von der Frequenz abhängt, z.B. ein Knick bei einigen hundert Tagen.

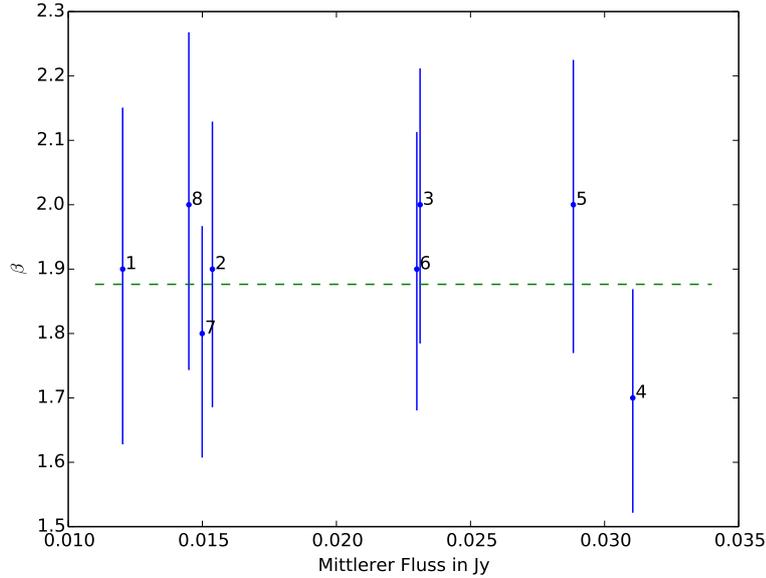


Abbildung B.2: Beste Werte für β gegen die mittleren Flüsse für die einzelnen Jahre der ROTSE-Lichtkurve. Die Datenpunkte sind mit der entsprechenden Jahresnummer (eins bis acht) gekennzeichnet. Die gestrichelte Linie stellt den fehlergewichteten Mittelwert der β dar.

Außer für das vierte Jahr liegt der Mittelwert von β innerhalb der Fehler der einzelnen Werte. Die einzelnen Fehler σ_i erzeugen einen Beitrag zur gesamten Varianz der β -Verteilung. Es ist zu erwarten, dass dieser Beitrag dem Mittelwert der quadrierten Fehler $\langle \sigma_i^2 \rangle = 0,049$ entspricht. Die Stichprobenvarianz der β -Verteilung ist mit 0,011 kleiner. Somit gibt es keinen Hinweis auf eine intrinsische Variabilität von β . Stattdessen scheinen die Fehler auf die einzelnen Werte überschätzt zu sein. Es gibt auch keinen offensichtlichen Trend, der auf eine Korrelation zwischen β und mittlerem Fluss hinweist.

Es wird daher im Folgenden getestet, ob die Messwerte mit einem stationären Prozess vereinbar sind. Es wird angenommen, dass die Werte β_i um den Mittelwert $\mu = 1,88$ normalverteilt sind, wobei die Standardabweichung jeweils dem Fehler entspricht.

$$\beta_i = \mathcal{N}(\mu, \sigma_i^2) \quad (\text{B.1})$$

Es werden nun die Residuen berechnet - das sind die Differenzen der Werte zum Mittelwert. Die Residuen werden durch die Fehler geteilt. Stimmt die

Annahme, so sind die erhaltenen Werte um null normalverteilt mit einer Standardabweichung von eins:

$$\frac{\beta_i - \mu}{\sigma_i} = \frac{\mathcal{N}(\mu, \sigma_i^2) - \mu}{\sigma_i} = \mathcal{N}(0, 1) \quad (\text{B.2})$$

Die Summe der Quadrate der Werte

$$T = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\beta_i - \mu}{\sigma_i} \right)^2 \quad (\text{B.3})$$

entspräche dann einer Chiquadratverteilung mit sieben Freiheitsgraden. Es gibt zwar $n = 8$ Werte für β , aber da μ eine Funktion der Messung ist, vermindert sich die Zahl der Freiheitsgrade um eins auf $n - 1 = 7$ (z.B. Brandt, 1992, S. 244).

Die Summe ist $T = 2,10$. Je größer die Summe ist, desto mehr ist die Annahme abzulehnen. Das dazugehörige Quantil lässt sich in Tabellen nachschlagen oder wie in dieser Arbeit numerisch berechnen¹. Es ist 4,6%. Das entspricht der Wahrscheinlichkeit einen kleineren Wert als T für die Summe zu erhalten. D.h. nach der Annahme ist in 95,4% der Fälle ein größerer Wert zu erwarten. Die β der einzelnen Jahre sind also mit dem Mittelwert kompatibel, so dass dies keinen Hinweis auf eine Variabilität von β liefert.

¹Das Ergebnis wurde mit dem Online-Tool *Chi-Square Calculator: Online Statistical Table* auf <http://stattrek.com/online-calculator/chi-square.aspx> überprüft

Anhang C

Analysekette für die ROTSE-Lichtkurven

Hier wird Analysekette beschrieben, die für die optischen ROTSE-Lichtkurven von PKS 2155-304, PKS 0447-439 und PKS 2005-489 verwendet wird. Es werden schrittweise folgende Hypothesen getestet und am Ende die Ergebnisse verglichen:

H_{norm} : Die ROTSE-Lichtkurve ist Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten β und einem **normalen** Verhalten.

H_{logn} : Die ROTSE-Lichtkurve ist Potenzgesetzrauschen mit dem Exponenten β und einem **log-normalen** Verhalten.

H_{sin} : Die ROTSE-Lichtkurve ist Potenzgesetzrauschen mit einem Exponenten β , dem eine Sinusfunktion mit der Periode P und der Amplitude A überlagert ist. Entsprechend dem vorhergehenden Ergebnis (H_{norm} oder H_{logn} bevorzugt) wird ein normales oder log-normales Verhalten angenommen¹.

Die Schritte sind:

1. **Anpassung von H_{norm} und H_{logn} mit der SF, dem MFVF und dem LSP.** Ergebnisse: Für beide Hypothesen jeweils für jede Methode ein Ergebnis für β und die Güte der Anpassung q .
2. **Test auf ein mögliches log-normales Verhalten anhand der Flussvarianz in Abhängigkeit des Flusszustandes.** Aus Schritt 1 wird jeweils das genaueste Ergebnis für β für H_{norm} und H_{logn} verwendet. Ergebnis: Entscheidung für H_{norm} oder H_{logn} .
3. **Kompatibilität der EF mit Simulationen:** Entsprechend dem Ergebnis aus Schritt 2 wird entweder H_{norm} oder H_{logn} verwendet mit β aus Schritt 1. Ergebnis: Güte der Anpassung q .
4. **Anpassung von H_{sin} mit der SF und dem LSP:** Je nach Ergebnis aus Schritt 2 mit einem normalen oder log-normalen Verhalten. Ergebnisse für β , A , P und die Güte der Anpassung für die SF und das LSP.

¹Bei allen Lichtkurven in dieser Arbeit wird ein log-normales Verhalten bevorzugt.

5. **Anpassung von H_{\sin} mit der EF:** Je nach Ergebnis aus Schritt 2 mit einem normalen oder log-normalen Verhalten. Der Wert für β wird aus Schritt 4 übernommen. Ergebnisse für A und P und die Güte der Anpassung q .
6. **Vergleich der Hypothesen:** Für jede Methode (SF, LSP, EF) wird die Güte der Anpassung für H_{norm} bzw. H_{logn} mit der Güte der Anpassung für H_{\sin} verglichen. Ergebnis: Entscheidung über das Vorhandensein einer möglichen Periodizität.

Literaturverzeichnis

- ABRAMOWSKI, A., ACERO, F., & AHARONIAN, F. ET AL. 2010. VHE γ -ray emission of PKS 2155-304: spectral and temporal variability. *A&A*, **520**(Sept.), A83.
- ABRAMOWSKI, A., ACERO, F., & AKHPERJANIAN, A. G. ET AL. 2013. Discovery of TeV γ -ray emission from PKS 0447-439 and derivation of an upper limit on its redshift. *A&A*, **552**(Apr.), A118.
- ACERO, F., AHARONIAN, F., & AKHPERJANIAN, A. G. ET AL. 2010. PKS 2005-489 at VHE: four years of monitoring with HESS and simultaneous multi-wavelength observations. *A&A*, **511**(Feb.), A52.
- AHARONIAN, F., AKHPERJANIAN, A. G., & AYE, K.-M. ET AL. 2005. Discovery of VHE gamma rays from PKS 2005-489. *A&A*, **436**(June), L17–L20.
- AHARONIAN, F., AKHPERJANIAN, A. G., & BAZER-BACHI, A. R. ET AL. 2006. Observations of the Crab nebula with HESS. *A&A*, **457**(Oct.), 899–915.
- AHARONIAN, F., AKHPERJANIAN, A. G., & BAZER-BACHI, A. R. ET AL. 2007. An Exceptional Very High Energy Gamma-Ray Flare of PKS 2155-304. *ApJ*, **664**(Aug.), L71–L74.
- AHARONIAN, F., AKHPERJANIAN, A. G., ANTON, G., BARRES DE ALMEIDA, U., BAZER-BACHI, A. R., BECHERINI, Y., BEHERA, B., BERNLÖHR, K., BOISSON, C., BOCHOW, A., & ET AL. 2009. Simultaneous Observations of PKS 2155-304 with HESS, Fermi, RXTE, and Atom: Spectral Energy Distributions and Variability in a Low State. *ApJ*, **696**(May), L150–L155.
- AKERLOF, C. W., KEHOE, R. L., MCKAY, T. A., RYKOFF, E. S., SMITH, D. A., CASPERSON, D. E., MCGOWAN, K. E., VESTRAND, W. T., WOZNIAK, P. R., WREN, J. A., ASHLEY, M. C. B., PHILLIPS, M. A., MARSHALL, S. L., EPPS, H. W., & SCHIER, J. A. 2003. The ROTSE-III Robotic Telescope System. *PASP*, **115**(Jan.), 132–140.
- ATWOOD, W. B., ABDO, A. A., ACKERMANN, M., ALTHOUSE, W., ANDERSON, B., AXELSSON, M., BALDINI, L., BALLEST, J., BAND, D. L., BARBIELLINI, G., & ET AL. 2009. The Large Area Telescope on the Fermi Gamma-Ray Space Telescope Mission. *ApJ*, **697**(June), 1071–1102.

- BESSELL, M. S. 2005. Standard Photometric Systems. *ARA&A*, **43**(Sept.), 293–336.
- BOETTCHER, M., HARRIS, D.E., & KRAWCZYNSKI, H. 2012. *Relativistic Jets from Active Galactic Nuclei*. Wiley.
- BRANDT, S. 1992. *Datenanalyse. Mit statistischen Methoden und Computerprogrammen*. BI-Wissenschaftsverlag, 1992.
- BRINDLE, C., HOUGH, J. H., BAILEY, J. A., AXON, D. J., & HYLAND, A. R. 1986. Simultaneous optical and infrared polarization measurements of blazars. *MNRAS*, **221**(Aug.), 739–768.
- CAMENZIND, M., & KROCKENBERGER, M. 1992. The lighthouse effect of relativistic jets in blazars - A geometric origin of intraday variability. *A&A*, **255**(Feb.), 59–62.
- CAMPBELL, A. M. 2004 (Dec.). *The character of optical variability for X-ray selected blazars*. Ph.D. thesis, Georgia State University, Georgia, USA.
- CARINI, M. T., & MILLER, H. R. 1992. The optical variability of PKS 2155 - 304. *ApJ*, **385**(Jan.), 146–150.
- CHATTERJEE, R., BAILYN, C. D., BONNING, E. W., BUXTON, M., COPPI, P., FOSSATI, G., ISLER, J., MARASCHI, L., & URRY, C. M. 2012. Similarity of the Optical-Infrared and γ -Ray Time Variability of Fermi Blazars. *ApJ*, **749**(Apr.), 191.
- COURVOISIER, T. J.-L., BLECHA, A., BOUCHET, P., BRATSCHI, P., CARINI, M. T., DONAHUE, M., EDELSON, R., FEIGELSON, E. D., FILIPPENKO, A. V., GLASS, I. S., HEIDT, J., KOLLGAARD, R. I., MATHESON, T., MILLER, H. R., NOBLE, J. C., SEKIGUCHI, K., SMITH, P. S., URRY, C. M., & WAGNER, S. J. 1995. Multiwavelength monitoring of the BL Lacertae object PKS 2155-304. 3: Ground-based observations in 1991 November. *ApJ*, **438**(Jan.), 108–119.
- DAVIES, S. R. 1990. An improved test for periodicity. *MNRAS*, **244**(May), 93–95.
- DOMINICI, T. P., ABRAHAM, Z., TEIXEIRA, R., & BENEVIDES-SOARES, P. 2004. Long-Term Optical Variability of the Blazars PKS 2005-489 and PKS 2155-304. *AJ*, **128**(July), 47–55.
- DRAPPEAU, S., MALZAC, J., BELMONT, R., GANDHI, P., & CORBEL, S. 2015. Internal shocks driven by accretion flow variability in the compact jet of the black hole binary GX 339-4. *MNRAS*, **447**(Mar.), 3832–3839.
- EDELSON, R. A., & KROLIK, J. H. 1988. The discrete correlation function - A new method for analyzing unevenly sampled variability data. *ApJ*, **333**(Oct.), 646–659.

- FALOMO, R. 1996. Host galaxy and close environment of BL Lacertae objects. *MNRAS*, **283**(Nov.), 241–250.
- FALOMO, R., MARASCHI, L., TREVES, A., & TANZI, E. G. 1987. The redshift of the BL Lacertae object PKS 2005-489. *ApJ*, **318**(July), L39–L41.
- FALOMO, R., GIRAUD, E., MELNICK, J., MARASCHI, L., TANZI, E. G., & TREVES, A. 1991. On the nebulosity surrounding the BL Lacertae object PKS 2155 - 304. *ApJ*, **380**(Oct.), L67–L69.
- FALOMO, R., PESCE, J. E., & TREVES, A. 1993. The environment of the BL Lacertae object PKS 2155-304. *ApJ*, **411**(July), L63–L66.
- GAUR, H., GUPTA, A. C., LACHOWICZ, P., & WIITA, P. J. 2010. Detection of Intra-day Variability Timescales of Four High-energy Peaked Blazars with XMM-Newton. *ApJ*, **718**(July), 279–291.
- GREINER, J. 2010. Das tobende Universum. *Phys J*, **9 (2010) Nr.12**(Dec.), 29–34.
- GRIFFITHS, R. E., BRIEL, U., CHAISSON, L., & TAPIA, S. 1979. Optical and X-ray properties of the newly discovered BL Lacertae object PKS 2155-304 / = H2155-304/. *ApJ*, **234**(Dec.), 810–817.
- HAMUY, M., & MAZA, J. 1987. UBVRI photometry of active galaxies. I - Observations. *A&AS*, **68**(Mar.), 383–396.
- HAUSER, M., MÖLLENHOFF, C., PÜHLHOFER, G., WAGNER, S. J., HAGEN, H.-J., & KNOLL, M. 2004. ATOM - an Automatic Telescope for Optical Monitoring. *Astronomische Nachrichten*, **325**(Oct.), 659–659.
- HEIDT, J., WAGNER, S. J., & WILHELM-ERKENS, U. 1997. Optical and UV observations of the BL Lacertae object PKS 2155-304. *A&A*, **325**(Sept.), 27–32.
- H.E.S.S. COLLABORATION, ABRAMOWSKI, A., ACERO, F., AHARONIAN, F., AKHPERJANIAN, A. G., ANTON, G., BALZER, A., BARNACKA, A., BARRÉS DE ALMEIDA, U., BECHERINI, Y., & ET AL. 2012. A multiwavelength view of the flaring state of PKS 2155-304 in 2006. *A&A*, **539**(Mar.), A149.
- H.E.S.S. COLLABORATION, ABDALLA, H., ABRAMOWSKI, A., AHARONIAN, F., AIT BENKHALI, F., AKHPERJANIAN, A. G., ANDERSSON, T., ANGÜNER, E. O., ARRIETA, M., AUBERT, P., & ET AL. 2017. Characterizing the γ -ray long-term variability of PKS 2155-304 with H.E.S.S. and Fermi-LAT. *A&A*, **598**(Feb.), A39.
- HINTON, J. A., & THE HESS COLLABORATION. 2004. The status of the HESS project. *NewAR*, **48**(Apr.), 331–337.
- HOFFMEISTER, C. 1929. 354 neue Veränderliche. *Astronomische Nachrichten*, **236**(Sept.), 233.

- HOLT, S. S., NEFF, S. G., & URRY, C. M. (eds). 1992. *Testing the AGN paradigm; Proceedings of the 2nd Annual Topical Astrophysics Conference, Univ. of Maryland, College Park, Oct. 14-16, 1991*. American Institute of Physics Conference Series, vol. 254.
- HUGHES, P. A., ALLER, H. D., & ALLER, M. F. 1992. The University of Michigan radio astronomy data base. I - Structure function analysis and the relation between BL Lacertae objects and quasi-stellar objects. *ApJ*, **396**(Sept.), 469–486.
- JANNUZI, B. T., SMITH, P. S., & ELSTON, R. 1993. Optical polarimetry and photometry of X-ray selected BL Lacertae objects. *ApJS*, **85**(Apr.), 265–291.
- JONES, ERIC, OLIPHANT, TRAVIS, PETERSON, PEARU, *et al.* 2001–. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. [Online; accessed 2015-08-18].
- KASTENDIECK, M. A. 2009 (Sept.). *Untersuchung der Variabilität der Langzeitlichtkurve von PKS 2155-304*. Diplomarbeit, Uni Hamburg.
- KASTENDIECK, M. A., ASHLEY, M. C. B., & HORNS, D. 2011. Long-term optical variability of PKS 2155-304. *A&A*, **531**(July), A123.
- KATAOKA, J., TAKAHASHI, T., WAGNER, S. J., IYOMOTO, N., EDWARDS, P. G., HAYASHIDA, K., INOUE, S., MADEJSKI, G. M., TAKAHARA, F., TANIHATA, C., & KAWAI, N. 2001. Characteristic X-Ray Variability of TeV Blazars: Probing the Link between the Jet and the Central Engine. *ApJ*, **560**(Oct.), 659–674.
- KAWAGUCHI, T., MINESHIGE, S., UMEMURA, M., & TURNER, E. L. 1998. Optical Variability in Active Galactic Nuclei: Starbursts or Disk Instabilities? *ApJ*, **504**(Sept.), 671–679.
- KOTILAINEN, J. K., FALOMO, R., & SCARPA, R. 1998. The host galaxies of BL Lac objects in the near-infrared. *A&A*, **336**(Aug.), 479–489.
- KROLIK, J. H. 1999. *Active galactic nuclei : from the central black hole to the galactic environment*.
- LANDT, H. 2012. Optical spectroscopy of the γ -ray bright blazars PKS 0447-439 and PMN J0630-24. *MNRAS*, **423**(June), L84–L86.
- LEAHY, D. A., DARBRO, W., ELSNER, R. F., WEISSKOPF, M. C., KAHN, S., SUTHERLAND, P. G., & GRINDLAY, J. E. 1983. On searches for pulsed emission with application to four globular cluster X-ray sources - NGC 1851, 6441, 6624, and 6712. *ApJ*, **266**(Mar.), 160–170.
- LIAO, N.-H., BAI, J.-M., WANG, J.-G., LIU, H.-T., ZHANG, J.-J., JIANG, N., YUAN, Z.-L., & CHEN, L. 2015. Is BZB J1450+5201 the most distant gamma-ray BL Lacertae object? *Research in Astronomy and Astrophysics*, **15**(Mar.), 313.

- LOMB, N. R. 1976. Least-squares frequency analysis of unequally spaced data. *ApSS*, **39**(Feb.), 447–462.
- LYUBARSKII, Y. E. 1997. Flicker noise in accretion discs. *MNRAS*, **292**(Dec.), 679.
- MALZAC, J. 2014. The spectral energy distribution of compact jets powered by internal shocks. *MNRAS*, **443**(Sept.), 299–317.
- MARTIN, JOHANNES. 2011 (Sept.). *Analyse der Variabilität der Langzeitlichkurve von Markarian 421*. Bachelorarbeit, Uni Hamburg.
- MASSEY JR, FRANK J. 1951. The Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit. *Journal of the American statistical Association*, **46**(253), 68–78.
- MCHARDY, I. M., KOERDING, E., KNIGGE, C., UTTLEY, P., & FENDER, R. P. 2006. Active galactic nuclei as scaled-up Galactic black holes. *Nature*, **444**(Dec.), 730–732.
- MEAD, A. R. G., BALLARD, K. R., BRAND, P. W. J. L., HOUGH, J. H., BRINDLE, C., & BAILEY, J. A. 1990. Optical and infrared polarimetry and photometry of blazars. *A&AS*, **83**(Apr.), 183–204.
- MILLER, H. R., & MCALISTER, H. A. 1983. The optical variability and spectrum of PKS 2155-304. *ApJ*, **272**(Sept.), 26–28.
- MINESHIGE, S., & YONEHARA, A. 2001. AGN Variability in the Context of Self-Organized Criticality. *Page 87 of:* PETERSON, B. M., POGGE, R. W., & POLIDAN, R. S. (eds), *Probing the Physics of Active Galactic Nuclei*. Astronomical Society of the Pacific Conference Series, vol. 224.
- NAKAGAWA, K., & MORI, M. 2013. Time Series Analysis of Gamma-Ray Blazars and Implications for the Central Black-hole Mass. *ApJ*, **773**(Aug.), 177.
- NELDER, JOHN A, & MEAD, ROGER. 1965. A simplex method for function minimization. *The computer journal*, **7**(4), 308–313.
- OKE, J. B., & GUNN, J. E. 1974. The Distance of BL Lacertae. *ApJ*, **189**(Apr.), L5.
- OSTERMAN, M. A., MILLER, H. R., MARSHALL, K., RYLE, W. T., ALLER, H., ALLER, M., & MCFARLAND, J. P. 2007. New Multiwavelength Observations of PKS 2155-304 and Implications for the Coordinated Variability Patterns of Blazars. *ApJ*, **671**(Dec.), 97–103.
- PADOVANI, P. 1999. High energy emission from AGN and unified schemes. *Page 159 of:* GIOVANNELLI, F., & MANNOCCHI, G. (eds), *Vulcano Workshop 1998: Frontier Objects in Astrophysics and Particle Physics*.
- PALTANI, S., COURVOISIER, T. J.-L., BLECHA, A., & BRATSCHI, P. 1997. Very rapid optical variability of PKS 2155-304. *A&A*, **327**(Nov.), 539–549.

- PESCE, J. E., URRY, C. M., MARASCHI, L., TREVES, A., GRANDI, P., KOLLEGAARD, R. I., PIAN, E., SMITH, P. S., ALLER, H. D., ALLER, M. F., BARTH, A. J., BUCKLEY, D. A. H., COVINO, E., FILIPPENKO, A. V., HOOPER, E. J., JONER, M. D., KEDZIORA-CHUDCZER, L., KILKENNY, D., KNEE, L. B. G., KUNKEL, M., LAYDEN, A. C., MAGALHÃES, M., MARANG, F., MARGONINER, V. E., PALMA, C., PEREYRA, A., RODRIGUES, C. V., SCHUTTE, A., SITKO, M. L., TORNIKOSKI, M., VAN DER WALT, J., VAN WYK, F., WHITELOCK, P. A., & WOLK, S. J. 1997. Multiwavelength Monitoring of the BL Lacertae Object PKS 2155-304 in 1994 May. I. The Ground-based Campaign. *ApJ*, **486**(Sept.), 770–783.
- PICA, A. J., SMITH, A. G., WEBB, J. R., LEACOCK, R. J., CLEMENTS, S., & GOMBOLA, P. P. 1988. Long-term optical behavior of 144 compact extragalactic objects - 1969-1988. *AJ*, **96**(Oct.), 1215–1226.
- PLATH, T. F. 2011 (Sept.). *Analyse der Variabilität der Langzeitlichtkurve von PKS 2005-489*. Bachelorarbeit, Uni Hamburg.
- POJMANSKI, G. 2002. The All Sky Automated Survey. Catalog of Variable Stars. I. 0 h - 6 hQuarter of the Southern Hemisphere. *ACA*, **52**(Dec.), 397–427.
- PRANDINI, E., BONNOLI, G., & TAVECCHIO, F. 2012. Estimating the redshift of PKS 0447-439 through its GeV-TeV emission. *A&A*, **543**(July), A111.
- PRESS, W. H. 1978. Flicker noises in astronomy and elsewhere. *Comments on Astrophysics*, **7**, 103–119.
- PRESS, W. H., & RYBICKI, G. B. 1989. Fast algorithm for spectral analysis of unevenly sampled data. *ApJ*, **338**(Mar.), 277–280.
- RIEGER, F. M. 2004. On the Geometrical Origin of Periodicity in Blazar-type Sources. *ApJ*, **615**(Nov.), L5–L8.
- RIEGER, F. M. 2007. Supermassive binary black holes among cosmic gamma-ray sources. *ApSS*, **309**(June), 271–275.
- RIEGER, F. M., & VOLPE, F. 2010. Short-term VHE variability in blazars: PKS 2155-304. *A&A*, **520**(Sept.), A23.
- RYKOFF, E., & SMITH, D. 2003. *Components and Operation of the ROTSE-III Telescope System*.
- SACHS, L. 1999. *Angewandte Statistik*. Springer-Verlag, 18.04.2013 - 849 Seiten.
- SANCHEZ, D. A., & DEIL, C. 2013. Enrico : a Python package to simplify Fermi-LAT analysis. *ArXiv e-prints*, July.
- SANDRINELLI, A., COVINO, S., DOTTI, M., & TREVES, A. 2016. Quasi-periodicities at Year-like Timescales in Blazars. *AJ*, **151**(Mar.), 54.

- SCARGLE, J. D. 1982. Studies in astronomical time series analysis. II - Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. *ApJ*, **263**(Dec.), 835–853.
- SHEN, B. S. P. 1970. Photometric History of BL Lacertae. *Nature*, **228**(Dec.), 1070–1072.
- SIMONETTI, J. H., CORDES, J. M., & HEESCHEN, D. S. 1985. Flicker of extragalactic radio sources at two frequencies. *ApJ*, **296**(Sept.), 46–59.
- SMITH, P. S., & SITKO, M. L. 1991. Optical polarimetry of PKS 2155 - 304 and constraints on accretion disk models for BL Lacertae objects. *ApJ*, **383**(Dec.), 580–586.
- SMITH, P. S., HALL, P. B., ALLEN, R. G., & SITKO, M. L. 1992. Intensive optical monitoring of the BL Lacertae object PKS 2155-304. *ApJ*, **400**(Nov.), 115–126.
- SOBOLEWSKA, M. A., SIEMIGINOWSKA, A., KELLY, B. C., & NALEWAJKO, K. 2014. Stochastic Modeling of the Fermi/LAT γ -Ray Blazar Variability. *ApJ*, **786**(May), 143.
- TIMMER, J., & KOENIG, M. 1995. On generating power law noise. *A&A*, **300**(Aug.), 707.
- TLUCZYKONT, M., BERNARDINI, E., SATALECKA, K., CLAVERO, R., SHAYDUK, M., & KALEKIN, O. 2010. Long-term lightcurves from combined unified very high energy γ -ray data. *A&A*, **524**(Dec.), A48.
- TOMMASI, L., DÍAZ, R., PALAZZI, E., PIAN, E., PORETTI, E., SCALTRITI, F., & TREVES, A. 2001. Multiband Optical Polarimetry of the BL Lacertae Object PKS 2155-304: Intranight and Long-Term Variability. *ApJS*, **132**(Jan.), 73–82.
- TREVES, A., MORINI, M., CHIAPPETTI, L., FABIAN, A., FALOMO, R., MACCAGNI, D., MARASCHI, L., TANZI, E. G., & TAGLIAFERRI, G. 1989. Simultaneous X-ray, ultraviolet, and optical observations of the BL Lacertae object PKS 2155-304. *ApJ*, **341**(June), 733–747.
- URRY, C. M., & PADOVANI, P. 1995. Unified Schemes for Radio-Loud Active Galactic Nuclei. *PASP*, **107**(Sept.), 803.
- URRY, C. M., MARASCHI, L., EDELSON, R., KORATKAR, A., KROLIK, J., MADEJSKI, G., PIAN, E., PIKE, G., REICHERT, G., TREVES, A., WAMSTEKER, W., BOHLIN, R., BREGMAN, J., BRINKMANN, W., CHIAPPETTI, L., COURVOISIER, T., FILIPPENKO, A. V., FINK, H., GEORGE, I. M., KONDO, Y., MARTIN, P. G., MILLER, H. R., O'BRIEN, P., SHULL, J. M., SITKO, M., SZYMKOWIAK, A. E., TAGLIAFERRI, G., WAGNER, S., & WARWICK, R. 1993. Multiwavelength monitoring of the BL Lacertae object PKS 2155-304. I - The IUE campaign. *ApJ*, **411**(July), 614–631.

- UTTLEY, P., MCHARDY, I. M., & PAPADAKIS, I. E. 2002. Measuring the broad-band power spectra of active galactic nuclei with RXTE. *MNRAS*, **332**(May), 231–250.
- VAN ELDIK, C., & HOFMANN, W. 2008. Scharfe Augen für höchste Energie. *Phys J*, **7** (2008) Nr.1(Jan.), 33–40.
- VAUGHAN, S., EDELSON, R., WARWICK, R. S., & UTTLEY, P. 2003. On characterizing the variability properties of X-ray light curves from active galaxies. *MNRAS*, **345**(Nov.), 1271–1284.
- VESTRAND, W. T., STACY, J. G., & SREEKUMAR, P. 1995. High-Energy Gamma Rays from the BL Lacertae Object PKS 2155-304. *ApJ*, **454**(Dec.), L93.
- WAGNER, S. J., CAMENZIND, M., DREISSIGACKER, O., BORGEEST, U., BRITZEN, S., BRINKMANN, W., HOPP, U., SCHRAMM, K.-J., & VON LINDE, J. 1995. Simultaneous optical and gamma-ray flaring in PKS 0420-014. Implications for emission processes and rotating jet models. *A&A*, **298**(June), 688.
- WALL, J. V., SHIMMINS, A. J., & BOLTON, J. G. 1975. The Parkes 2700 MHz Survey (Ninth Part): Supplementary Catalogue for the Declination zone -45° to -65° . *Australian Journal of Physics Astrophysical Supplement*, **34**, 55.
- WALL, J. V., PETTINI, M., DANZIGER, I. J., WARWICK, R. S., & WAMSTEKER, W. 1986. PKS 2005-489 - A very bright BL Lac object in a nearby galaxy. *MNRAS*, **219**(Mar.), 23P–29P.
- WARD, F., & SHAPIRO, R. 1961. Solar, Geomagnetic, and Meteorological Periodicities. *Annals of the New York Academy of Sciences*, **95**(Oct.), 200–224.
- YOST, S. A., AHARONIAN, F., AKERLOF, C. W., ASHLEY, M. C. B., BARTHELMEY, S., GEHRELS, N., GÖÇÜŞ, E., GÜVER, T., HORNS, D., KIZILOĞLU, Ü., KRIMM, H. A., MCKAY, T. A., ÖZEL, M., PHILLIPS, A., QUIMBY, R. M., ROWELL, G., RUJOPAKARN, W., RYKOFF, E. S., SCHAEFER, B. E., SMITH, D. A., SWAN, H. F., VESTRAND, W. T., WHEELER, J. C., WREN, J., & YUAN, F. 2006. Status of the ROTSE-III telescope network. *Astronomische Nachrichten*, **327**(Sept.), 803.
- ZHANG, B.-K., ZHAO, X.-Y., WANG, C.-X., & DAI, B.-Z. 2014. Optical quasi-periodic oscillation and color behavior of blazar PKS 2155-304. *Research in Astronomy and Astrophysics*, **14**(Aug.), 933–941.
- ZHANG, Y. H., & XIE, G. Z. 1996. CCD photometry and long-term optical variability of PKS 2155-304. *A&AS*, **116**(Apr.), 289–293.

Danksagung

Ich möchte mich ganz besonders bei meinem Professor Dieter Horns für die hervorragende Betreuung bedanken. Er hat mich in außergewöhnlicher Weise unterstützt, mich stets ermutigt und in meinem Vorhaben bestärkt. Seine Begeisterung und sein Ideenreichtum haben diese Arbeit enorm bereichert. Dr. Martin Tluczykont und Dr. Andrei Lobanov möchte ich ebenso äußerst für ihre große Unterstützung und sehr wertvollen Ratschläge danken. Einen großen Dank verdient meine Arbeitsgruppe, die sich aus großartigen Menschen zusammensetzt. Mein ehemaliger Bürokollege Milton, Attila, Alexander, Franziska, wir haben eine intensive Zeit verbracht, die uns in besondere Weise verbunden hat. Dafür möchte ich Euch an dieser Stelle danken.

Linux-Profi Rainer Peter Feller hat einen unfassbar guten IT-Support geleistet, der über das übliche Maß weit hinaus geht. Auch die Versorgung mit sehr schnell verfügbaren Kohlehydraten hat super funktioniert. Danke, Rainer! Einen großen Dank an das User-Consulting-Office vom Desy für die Unterstützung, insbesondere beim Umgang mit dem Computer-Cluster.

Meinem sehr guten Freund und Philosophen Rene Pieske danke ich für hochinteressante private Lehrstunden in Wissenschaftsphilosophie (u.a. bei Bier bis zum Sonnenaufgang). Die Denkanstöße und Hinweise zu guter wissenschaftlicher Arbeit haben sich als äußerst wertvoll erwiesen.

Vielen Dank an Jill Chevalier, Frank Rieger und Dieter Horns für die großartige Zusammenarbeit bei unseren gemeinsamen Veröffentlichungen. Ich bedanke mich herzlich beim Reinigungspersonal, dass ich gelegentlich noch antraf, wenn ich vor acht Uhr im Büro war, was allerdings selten vorkam. Weiteren Personen, denen ich danken möchte sind Frau Möller, Frau Hack, Ronald Mohrmann und allen Mitgliedern von H.E.S.S., den Mitarbeitern der Universität-Hamburg und des Desy, die mich in dieser Zeit so freundlich begleitet haben.

Es gibt tolle Serviceanbieter, von denen ich reichlich Gebrauch gemacht habe. Vielen Dank an die Betreiber und Entwickler von Bitbucket, leo.org, Nasa-Astrophysics-Data-System, NASA/IPAC-Extragalactic-Database, ArXive.org, Stackoverflow, Wolfram Alpha, languagetool.org. Diese Arbeit hat stark von zahlreicher kostenloser Software profitiert. Ich bekomme hier sicher nicht alles zusammen. Wichtige darunter sind Linux (Ubuntu), Python, Python-Numpy, Python-Matplotlib, Python-Scipy, GNU-Compiler-Collection, LaTeX, Git und MySQL. Vielen Dank an die Entwickler für die großartige Arbeit.