

## Zusammenfassung

Zur Berechnung der Momente hadronischer Strukturfunktionen benötigt man gewisse Matrixelemente zusammengesetzter Operatoren, die in der Operator-Produkt-Entwicklung von Strom-Matrixelementen auftauchen. Für die tief-inelastische Elektron-Proton-Streuung wird ausführlich dargestellt wie Matrixelemente und Momente (flavour Non-Singlet Fall) mit Hilfe der QCD auf dem Gitter unter Verwendung von Wilsonfermionen in der quenched-Näherung berechnet werden. Eine Teilaufgabe ist dabei die Renormierung der Operatoren, um endliche Größen im Kontinuumslimit zu erhalten. In dieser Arbeit wird eine nicht-störungstheoretische Renormierung, angewandt auf bilineare Quark-Operatoren, auf dem Gitter untersucht. Verschiedene Verbesserungen der ursprünglich von Martinelli und anderen eingeführten Methode werden vorgestellt. Die Z-Faktoren werden bis zu einer Renormierungsskala von  $80\text{GeV}^2$  berechnet und diskutiert; besonderes Augenmerk wird auf die cut-off Effekte durch das Gitter gerichtet. Um die gewünschten Momente zu erhalten müssen die renormierten Matrixelemente mit den entsprechenden Wilson-Koeffizienten multipliziert werden. Da die Wilson-Koeffizienten üblicherweise im  $\overline{MS}$ -Schema ausgerechnet werden, werden die Z-Faktoren (renormierten Operatoren) in dieses Kontinuumschema umgerechnet. Die Berechnung der Konvertierungsfaktoren wird ausführlich dargestellt. Die umgerechneten Renormierungsfaktoren werden schließlich mit Ergebnissen aus der Gitter-Störungstheorie und der sogenannten tadpole-verbesserten Störungstheorie, welche von Lepage und Mackenzie zur Verbesserung der schlechten Konvergenzeigenschaften der Gitter-Störungstheorie eingeführt wurde, verglichen. Da die Renormierungskonstanten für einen großen Skalenbereich ausgerechnet werden, kann untersucht werden bei welchen Skalen (wenn überhaupt) störungstheoretisches Verhalten einsetzt.



## Abstract

In order to compute moments of hadronic structure functions one needs matrix elements of composite operators appearing in the operator product expansion of appropriate currents. For deep inelastic electron proton scattering it is shown in detail how the matrix elements and moments (flavour Non-Singlet case) are calculated in lattice QCD using Wilson fermions in the quenched approximation. One step in such a calculation is the renormalisation of the operators to obtain finite answers in the continuum limit. In this work a non-perturbative renormalisation of operators that are bilinear in the quark fields is investigated on the lattice. Several improvements of the method that was first introduced by Martinelli et al. are presented. Z factors up to a scale of  $80 \text{ GeV}^2$  are computed and discussed, taking special regard of lattice cut-off effects. To yield the desired moments the renormalised matrix elements have to be multiplied by the corresponding Wilson coefficients. Since the Wilson coefficients are usually computed in the  $\overline{MS}$  scheme, the Z factors (renormalised operators) are converted to this continuum scheme. The calculation of the conversion factors is presented in detail. The converted renormalisation factors are compared with lattice perturbation theory and the so-called tadpole improved perturbation theory, that was proposed by Lepage and Mackenzie to remedy the poor convergence properties of lattice perturbation theory. Computing the renormalisation constants for a large range of scales  $\mu^2$  it can be found out at which scales (if at all) perturbative behaviour sets in.